

Fiche sur les suites numériques

Lycée du complexe scolaire Samdech HUN SEN

Année scolaire 2024 – 2025 Classe : 11^{ème} Sc Prof : DIAKITE

Exercice1 :

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par récurrence $\begin{cases} u_0 = 128 \\ u_{n+1} = \frac{2}{u_n} \end{cases}$

Détermine les termes suivants :

u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6

Exercice2 :

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par récurrence $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$

Détermine les termes suivants :

u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_{50}	u_{101}	u_{764}

Exercice3 :

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 6$.

1. Calcule les cinq premiers termes de (u_n) .
2. Représente graphiquement ces termes.

Exercice4 :

On considère la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $U_n = \frac{1}{n+\sqrt{1}} + \frac{1}{n+\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{n+\sqrt{n}}$.

1. Montre que pour n fixé et pour toute valeur entière k entre 1 et n , on a :

$$\frac{1}{n+\sqrt{n}} \leq \frac{1}{n+\sqrt{k}} \leq \frac{1}{n+\sqrt{1}}$$

2. En déduis que pour tout entier n : $\frac{n}{n+\sqrt{n}} \leq U_n \leq \frac{n}{n+\sqrt{1}}$.
3. Etudie la convergente des suites définies par $V_n = \frac{n}{n+\sqrt{n}}$ et $W_n = \frac{n}{n+\sqrt{1}}$.
4. En déduis que la suite (U_n) est convergente et détermine sa limite.

Exercice5 :

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = 9 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3} \times u_n + 2 \end{cases}$

1. Calcule u_1 ; u_2 et u_3 .
2. Soit la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $v_n = u_n - 3$. Montre que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera son premier terme et sa raison.
3. Exprime v_n en fonction de n puis u_n en fonction de n .
4. Calcule la somme S_n des n premiers termes de la suite (v_n) en fonction de n .

Exercice6 :

1. On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = (n+1)^2 - n^2$
 - a. Calcule les trois premiers termes de la suite (u_n) .
 - b. Montre que la suite (u_n) est arithmétique. On précisera sa raison et son premier terme. Calcule alors u_{99} .
 - c. Calcule la somme : $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 195 + 197 + 199$.

2. On considère une suite arithmétique (u_n) telle que : $u_2 = 4$ et $u_4 = -6$.
 - a. Détermine sa raison r puis son premier terme u_0 .
 - b. Exprime u_n en fonction de n . Calcule u_{100} .

Exercice7 :

On considère deux suites numériques (u_n) et (v_n) définies comme suit :

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ u_{n+1} = \frac{n+1}{3n} u_n \end{cases} \text{ et } v_n = \frac{u_n}{n}$$

1. Calcule u_2 et u_3 .
2. Démontre que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
3. En déduis les expressions de v_n puis u_n en fonction de n .
4. Calcule v_{10} puis la somme $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{59049}$.

Exercice 8 :

Soit (U_n) une suite géométrique décroissante telle que : $\begin{cases} U_0 \times U_3 = 32 \\ U_0 + U_3 = 18 \end{cases}$

1. Calcule U_0 et U_3 .
2. Détermine la raison de la suite (U_n) .
3. Donne l'expression du terme général de la suite (U_n) en fonction de n .
4. On pose $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$. Calcule S_n en fonction de n puis en déduis la somme des 20 premiers termes de la suite (U_n) .

Exercice9 :

On considère les réels $\alpha = a - 3$; $\beta = a + 2$ et $\gamma = a + 8$ avec $a \in \mathbb{R}$.

1. Détermine le réel a sachant que les nombres α ; β et γ sont en progression géométrique.
2. Précise la raison de cette suite.

Exercice10 :

Soit (v_n) une suite géométrique telle que : $v_2 = 45$ et $v_4 = 405$.

1. Quelles sont les raisons possibles pour la suite (v_n) ?
2. On sait que la suite (v_n) est croissante.
 - a. Détermine la raison et le premier terme v_0 .
 - b. Exprime v_n en fonction de n puis calcule v_7 .
 - c. Calcule la somme $S = 5 + 15 + 45 + 135 + \dots + 10935$.

Exercice11 :

Un paysan possède un champ où il plante des arbres fruitiers. Pour mieux les entretenir il décide de vendre chaque année les 5% des pieds existants et planter 3 000 nouveaux. Il démarre avec 50 000 pieds en 2015. En désignant par x_n le nombre de pieds d'arbres se trouvant dans le champ au cours de l'année $(2015 + n)$

1. a. Détermine le nombre d'arbres qu'il aura en 2016 et en 2017.
b. Exprime x_{n+1} en fonction de x_n .
2. On considère la suite (u_n) définie par $u_n = 60\,000 - x_n$
 - a. Montre que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison et le 1^{er} terme.
 - b. Exprime u_n en fonction de n , en déduis x_n en fonction de n .
 - c. Ce paysan aura combien d'arbres fruitiers dans 20 ans ?
 - d. Calcule la limite de la suite (x_n) . Conclure.

Exercice12 :