



Exercices sur TRIGONOMETRIE N°2

LPMT 11^{ème} Sciences 2025/2026



EXERCICE 1: I°) Démontre les identités suivante

$$1^\circ) \tan x = \frac{\sin(2x)}{1 + \cos(2x)} \quad 2^\circ) \frac{\sin x + \sin(5x)}{\cos x + \cos(5x)} = \tan(x)$$

$$3^\circ) \frac{\sin(x+y) - \sin(x-y)}{\cos(x+y) + \cos(x-y)} = \tan(y) \quad 4^\circ) \frac{\sin(x) + \sin(3x) + \sin(5x)}{\cos x + \cos(3x) + \cos(5x)} = \tan(3x)$$

II°) 1°) Donne l'expression factorisée de

$$a) A = \sin 5x + \sin 3x; \quad b) B = \sin x - \sin 5x; \quad c) C = \cos 4x - \cos 6x$$

$$d) D = \cos 9x + \cos 3x; \quad e) E = \sin 4x - \sin 2x; \quad f) F = \cos 11x + \cos 3x$$

2°) Factorise $f(x)$ dans les cas suivants :

$$f(x) = \sin 3x + \sin x + 2 \sin 2x; \quad f(x) = \cos 3x + \cos x + 2 \cos 2x$$

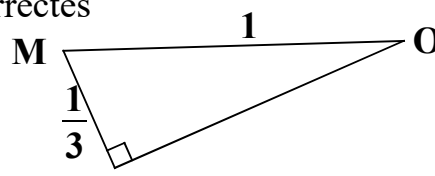
EXERCICE 2: I°) Calcule le sinus et le cosinus de l'angle x sachant que $3\sin x + 4\cos x = 5$

II°) Les dimensions du triangle OBM sont données sur la figure :

Entourer parmi les données suivantes, celles qui sont correctes

$$OB = \frac{2}{3} \quad \sin \widehat{BMO} = \frac{1}{3} \quad OB = \frac{2\sqrt{2}}{30}$$

$$\sin \widehat{BOM} = \frac{1}{3} \quad \cos \widehat{BOM} = \frac{2}{3} \quad (\sin \widehat{BOM})^2 + (\cos \widehat{BOM})^2 = 1$$



EXERCICE 3: Sur la figure ci-contre $OA = OB = OM = 1$ $\widehat{BOM} = \beta$ et $\beta \in]0, \frac{\pi}{2}[$

On pose $\widehat{OAM} = \alpha$

1) Montre que $\beta = 2\alpha$.

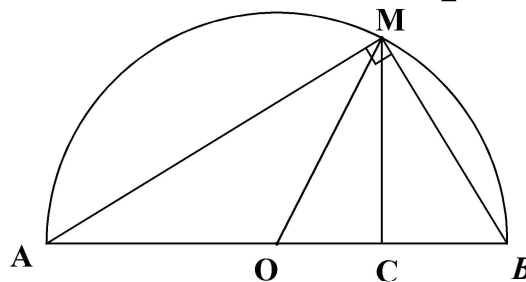
2) justifie les égalités suivantes:

$$\cos \alpha = \frac{AC}{AM} = \frac{AM}{AB}$$

3) Montre que $AC = 1 + \cos 2\alpha$; exprimer AM en fonction de $\cos \alpha$.

4) Démontrer l'égalité suivante : $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$

5) Application : Calcule les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{8}$ et $\cos \frac{\pi}{12}$



EXERCICE 4: Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (C) est le cercle trigonométrique de centre O.

1) Place sur ce cercle trois points A, B et M tels que $(\vec{OA}; \vec{OB}) = \frac{2\pi}{5}$ et

$$(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{5}$$

2) Les droites (OB) et (AM) se coupent en N.

a) Montre que le triangle OAN et le triangle OMN sont des triangles isocèles.

b) On appelle H, K et L, les projetés orthogonaux respectifs de M sur (OA) et O sur (AN) .

Exprime en fonction de $\cos \frac{\pi}{5}$ ou $\cos^2 \frac{2\pi}{5}$, les distances suivantes : OH, ON, AN, OK, AL, AM et AK.

3) En remarquant que $AN - AM = 1$ et $OK + KA = 1$, montre les égalités suivantes :

$$\cos \frac{\pi}{5} - \cos^2 \frac{\pi}{5} = \frac{1}{2} \quad \cos \frac{\pi}{5} + 2\cos^2 \frac{2\pi}{5} = 1$$

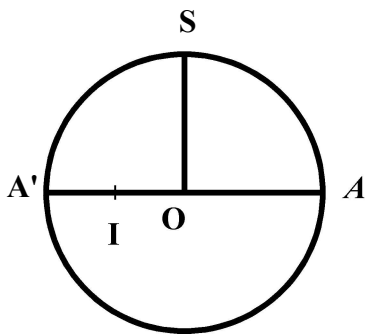
4) Résous le système suivant :
$$\begin{cases} X - Y = \frac{1}{2} \\ X + 2Y^2 = 1 \end{cases}$$

a) En déduis $\cos \frac{\pi}{5}$ et $\cos^2 \frac{\pi}{5}$

b) Complète le tableau suivant :

α	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{2\pi}{5}$	$\frac{3\pi}{5}$	$\frac{4\pi}{5}$	$\frac{6\pi}{5}$	$\frac{7\pi}{5}$	$\frac{8\pi}{5}$	$\frac{9\pi}{5}$
$\cos \alpha$								

5) Sur la figure ci-dessous, $OA = 1$ et I est le milieu de $[OA']$. Calculer IS.



Soit T le point de $[OA]$ tel que $IT = IS$ et R le milieu de $[OT]$ calculer OR.

En déduire la construction d'un pentagone régulier.

EXERCICE 5:

1) Exprimer $\cos(3x)$ et $\cos(4x)$ en fonction de $\cos(x)$ uniquement.

2) Exprimer $\sin(3x)$ en fonction de $\sin(x)$ uniquement.

3) Exprimer $\tan(3x)$ en fonction de $\tan(x)$ uniquement

EXERCICE 6: Soit x un réel, montre que:

$$1^\circ) \cos x + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = 0 \quad 2^\circ) \sin x + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$$

$$3^\circ) 4\sin x \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \sin(3\pi) \quad 4^\circ) \frac{\sin(3x)}{\sin x} - \frac{\cos(3x)}{\cos x} = 2$$

EXERCICE 7:

On considère le polynôme : $P(x) = 8x^3 - 6x - 1$.

1) Montre que : $\cos\left(\frac{\pi}{9}\right), \cos\left(\frac{7\pi}{9}\right), \cos\left(\frac{13\pi}{9}\right)$ sont les racines du polynôme.

2) En déduire les valeurs des deux expressions :

$$A = \cos\left(\frac{\pi}{9}\right) \cdot \cos\left(\frac{7\pi}{9}\right) \cdot \cos\left(\frac{13\pi}{9}\right)$$

$$B = \cos\left(\frac{\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{13\pi}{9}\right)$$