



Exercices sur TRIGONOMETRIE



N°3

LPMT 11^{ème} Sciences 2025/2026

EXERCICE 1: 1) Exprime $\cos(3x)$ et $\cos(4x)$ en fonction de $\cos(x)$ uniquement.

2) Exprime $\sin(3x)$ en fonction de $\sin(x)$ uniquement.

3) Exprime $\tan(3x)$ en fonction de $\tan(x)$ uniquement.

EXERCICE 2: I°) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $\sin(x) = 0$; 2) $\sin(x) = 1$; 3) $\sin(x) = -1$; 4) $\cos(x) = 1$; 5) $\cos(x) = -1$;

6) $\cos(x) = 0$; 7) $\tan(x) = 0$; 8) $\sin(2x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; 9) $\sin(2x) = \sin(3x)$;

10) $\sin(2x) = \cos(3x)$; 11) $\cos(2x) = \cos^2(x)$; 12) $\cos(x) + \sin(x) = 1$;

13) $\sqrt{3}\cos(x) - \sin(x) = 3$; 14) $\sin(x) + \sin(2x) + \sin(3x) = 0$; 15) $\cos x = \frac{1}{2}$;

16) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; 17) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; 18) $\sin x = -\frac{1}{2}$

II°) 1°) Résous dans $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ les équations suivantes :

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 ; \quad \cos\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) = 0$$

2°) Résous dans $\mathbb{R}$ puis dans $[-\pi; \pi]$ les équations suivantes :

$$\cos\frac{x}{2} = 0 ; \quad \cos(3x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) ; \quad \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

EXERCICE 3: I°) Démontre les identités suivante

$$1^\circ) \tan x = \frac{\sin(2x)}{1 + \cos(2x)} \quad 2^\circ) \frac{\sin x + \sin(5x)}{\cos x + \cos(5x)} = \tan(x)$$

$$3^\circ) \frac{\sin(x+y) - \sin(x-y)}{\cos(x+y) + \cos(x-y)} = \tan(y) \quad 4^\circ) \frac{\sin(x) + \sin(3x) + \sin(5x)}{\cos x + \cos(3x) + \cos(5x)} = \tan(3x)$$

II°) 1°) Donne l'expression factorisée de

$$a) A = \sin(5x) + \sin 3x ; \quad b) B = \sin x - \sin 5x ; \quad c) C = \cos 4x - \cos 6x$$

$$d) D = \cos 9x + \cos 3x ; \quad e) E = \sin 4x - \sin 2x ; \quad f) F = \cos 11x + \cos 3x$$

2°) Factorise $f(x)$ puis en déduis une résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $f(x) = 0$ dans les cas suivants : $f(x) = \sin 3x + \sin x + 2 \sin 2x$; $f(x) = \cos 3x + \cos x + 2 \cos 2x$

EXERCICE 4:

1°) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes d'inconnue x puis placer sur le cercle trigonométrique les points images des solutions.

a) $2\cos(x) - 1 = 0$; b) $2\sin(2x) - \sqrt{3} = 0$; c) vérifie que $4 + 2\sqrt{3} = (\sqrt{3} + 1)^2$ puis

résous $-4\sin^2(x) - 2(\sqrt{3} - 1)\cos(x) + 4 - \sqrt{3} = 0$

2°) a) Calcule $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$ et résous dans $\mathbb{R}$ l'équation : $4x^2 + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})x - \sqrt{6} = 0$

b) En déduis la résolution dans $[0; 2\pi]$ de : $-4\sin^2(y) + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})\cos(y) + 4 - \sqrt{6} = 0$.

Place les points images des solutions sur le cercle trigonométrique.

3°) Résous $(x; y) \in [0; 2\pi] \times [0; 2\pi]$ le système
$$\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{4} \\ \cos(x) \cos(y) = \frac{\sqrt{2}}{4} \end{cases}$$

4°) Résous $(x; y) \in [0; \pi] \times [0; \pi]$ le système
$$\begin{cases} \cos(x + y) = \frac{1}{2} \\ \cos(x - y) = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

EXERCICE5:

I°) Résous les équations suivantes

a°) $x \in \mathbb{R}$, $\cos(x) + \sin(x) = \sqrt{2}$; b°) $x \in [-2\pi; 2\pi]$, $\sin^2(2x) - 4\sin(2x) + 3 = 0$

c°) $x \in \mathbb{R}$, $-2(\sqrt{2} - 1)\cos x - 4\cos^2 x + \sqrt{2} = 0$; d°) $x \in \mathbb{R}$,

$\cos(5x) - \cos(x) = \sin(3x)$ e°) $x \in [-\pi; \pi]$, $2\sin^2(x) + (2 - \sqrt{2})\sin(x) - \sqrt{2} = 0$;

f°) $x \in [-2\pi; 2\pi]$, $\sin(2x + \frac{\pi}{3}) = 1$ g°) $x \in [0; 2\pi]$, $2\sin^2(x) + 7\cos(x) - 5 = 0$;

h°) $x \in \mathbb{R}$, $\cos^2 x - 4\cos x + 3 = 0$ i°) $x \in \mathbb{R}$, $2\cos(2x)\sin(x) = \sqrt{3}\sin(x)$;

j°) $x \in \mathbb{R}$, $\cos(x - \frac{\pi}{6}) = \sin x$ k°) $x \in \mathbb{R}$, $-\sin x + \sqrt{3}\cos x - 1 = 0$;

l°) $x \in [0; 2\pi]$, $\sqrt{2} + 2(\sqrt{2} - 1)\sin x = 4\sin^2(x)$

m°) $x \in \mathbb{R}$, $2\sin(2x)(\cos^2 x - \sin^2 x) = 2\sqrt{2}\sin(x)\cos(x)$;

n°) $x \in \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$, $\tan(2x) = \sqrt{3}$ p°) $x \in \mathbb{R}$, $\sqrt{3}\cos(x) - 3\sin(x) = \sqrt{6}$;

q°) $x \in \mathbb{R}$, $-\cos(x) + \sqrt{3}\sin(x) - \sqrt{2} = 0$

r°) $x \in \mathbb{R}$, $2\cos x \times \sin x + 4\sin(2x) = 0$; s°) $x \in \mathbb{R}$, $\cos x + \sin x = -1$.

II°) Résous dans $\mathbb{R}$, chacune des équations suivantes

a) $\sin(2x) - \sqrt{3}\cos(x) = 2$; b) $\sin(x) - \sqrt{3}\cos(x) = 0$;

c) $\cos(x) + \sqrt{3}\sin(x) = \sqrt{3}$ d) $3\sqrt{3}\cos(\pi x) + 3\sin(\pi x) = 0$;

e) $\cos(3x)\cos(x) = \sin(3x)\sin(x)$ f) $\cos(2x)\cos(x) + \sin(2x)\sin(x) = \frac{1}{2}$;

h) $2\sin(x)\cos(x) + 2\sqrt{3}\cos(x) - \sqrt{3}\tan(x) + 3 = 0$

g) $4\sin(x)\cos(x) + 2\sin(x) - 2\cos(x) - 1 = 0$; i) $2\sin(x)\tan(x) - \tan(x) = 1 - 2\sin(x)$

EXERCICE 6:

I°) 1) Calcule le sinus et le cosinus de l'angle x sachant que $3\sin x + 4\cos x = 5$

2) Résous dans $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ l'inéquation suivante : $\sin(3x) + 1 - \cos(2x) - \sin(x) > 0$

II°) **a.** Soit : $0 < x < \frac{\pi}{2}$ Tel que : $\sin x = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

Calcule : $\cos(2x)$, puis détermine la valeur x .

b. On pose : $\tan x = \sqrt{2} - 1$ avec $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

Calcule : $\tan(2x)$, puis détermine la valeur x .

EXERCICE 7: Soit x un réel.

1) Ecris sous forme d'un produit : $A(x) = \cos x + \cos(2x) + \cos(3x) + \cos(4x)$

2) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation : $(E) : A(x) = 0$

3) En déduis l'ensemble de solutions de l'équation (E) dans $[0, 2\pi]$.

4) Représente les solutions dans le cercle trigonométrique.

EXERCICE 8: Soit la fonction $f: x \mapsto \sin 2x + \sin x$ définie sur $\mathbb{R}$.

1. a) Étudie la parité de f .

Interpréter graphiquement le résultat.

b) Montre que f est une fonction périodique.

Interprète graphiquement le résultat.

2. Comment obtient-on les autres parties de la courbe représentant f ?

EXERCICE 9

Résous les inéquations suivantes :

1°) $x \in [0; 2\pi[$, $\cos(2x) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$; 2°) $x \in [0; \pi[$, $\tan(x) \geq \sqrt{3}$; 3°) $x \in \mathbb{R}$, $\sin\left(\frac{x}{3}\right) \geq \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)$

4°) $x \in \mathbb{R}$, $2\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \geq 1$; 5°) $x \in \mathbb{R}$, $\sqrt{3}\cos(x) + \sin(x) \geq 1$;

6°) $x \in \mathbb{R}$, $4\cos^2(x) - 2(\sqrt{2} + \sqrt{3})\cos(x) + \sqrt{6} \leq 0$

EXERCICE 10

1°) Résous l'équation $x \in \mathbb{R}$; $2\cos^3 x + \cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$.

2°) Résous l'équation $x \in \mathbb{R}$; $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$

EXERCICE 11

Le Lycée Mama Thiam compare deux inclinaisons : Option A : $\frac{\pi}{3}$, Option B : $\frac{5\pi}{12}$. Le soleil

à midi est à $\frac{\pi}{3}$.

1. Calcule la différence angulaire (en valeur absolue) entre le soleil et chaque option.

2. Laquelle capte le mieux l'énergie ? Pourquoi ? (0,5 pt)

3. Sachant que $\frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{12}$, calcule $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ en utilisant $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$.

4. Place les points images de $\frac{5\pi}{12}$ et $\frac{\pi}{3}$ sur le cercle trigonométrique.

EXERCICE 12

À Bamako, l'angle d'élévation du soleil varie : à 9 h, 30° ; à 10 h, 45° ; à 11 h, 60° .

1. Convertis ces trois angles en radians.
2. Calcule cos et sin de chacun.
3. Un panneau fixe est incliné de $\frac{\pi}{4}$. À quelle heure reçoit-il les rayons les plus proches de la perpendiculaire ? Justie.
4. Calcule la mesure principale de l'angle entre la direction du soleil à 9 h et celle à 11 h.

EXERCICE 13

Deux panneaux solaires sont installés sur le toit du Lycée Mama Thiam. Le premier est incliné de $\frac{\pi}{3}$ par rapport au sol, le second de $-\frac{\pi}{6}$ (vers le sud). On considère l'angle orienté entre leurs directions normales.

1. Calcule la mesure principale de l'angle orienté entre ces deux panneaux.
2. Représente ces deux directions sur un cercle trigonométrique centré à l'origine.
3. Détermine cos et sin de cet angle orienté.
4. Cet angle est-il aigu, obtus ou droit ? Justie

EXERCICE 14

Exprime, en radians, l'angle orienté (dans le sens trigonométrique) entre :

- 12 h et 9 h,
- 6 h et 2 h,
- 4 h et 10 h.

Donne chaque fois la mesure principale.

EXERCICE 15

À cause de la pénurie de carburant, les files d'attente devant les stations-service à Bamako sont fréquentes. Un observateur note que la longueur $L(t)$ (en mètres) de la file devant une station varie périodiquement au fil de la semaine, en fonction des livraisons (généralement le lundi matin). On modélise cette longueur par :

$$L(t) = 15 + 10\cos\left(\frac{2\pi}{7}(t-1)\right), t \in [0; 7]$$

où $t = 0$ correspond au dimanche minuit, $t = 1$ au lundi minuit, etc.

Consigne

1. Quelle est la période de cette fonction ? Interpréter.
2. Quel jour la file est-elle la plus longue ? La plus courte ?
3. Résoudre $L(t) \geq 20$. Quels jours faut-il éviter d'aller à la station ?
4. Si la police autorise un maximum de 12 m de file, résoudre $L(t) \leq 12$.