

Exercices : Trigo (11° sciences)

Exercice1 : Sur le cercle trigonométrique, on considère les points A et B tels que : $(\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OA}) = \frac{7\pi}{8}$ et

$(\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OB}) = \frac{-3\pi}{5}$. Déterminer la mesure principale des angles suivants : $(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OI})$; $(\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OA})$ et $(\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OI})$

Exercice2 : 1°) Simplifier les expressions suivantes :

$$A(x) = \cos(x + \pi) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin^2(-x); B(x) = \tan(\pi + x) - \tan x \text{ pour tout } x \text{ de }]\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$$

$$c(x) = \sin^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\pi - x) \cdot \sin(-x)$$

2°) Montrer que pour tout nombre réel x : $\sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \frac{3}{4} - \sin^2 x$

Exercice3 : Déterminer l'angle α en radian dans les cas suivants :

$$1^\circ) \begin{cases} \cos \alpha = \frac{1}{2} \\ \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \quad 2^\circ) \begin{cases} \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin \alpha = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad 3^\circ) \begin{cases} \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin \alpha = \frac{1}{2} \end{cases} \quad 4^\circ) \begin{cases} \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin \alpha = \frac{1}{2} \end{cases} \quad 5^\circ) \begin{cases} \cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Exercice4 : Démontrer les propriétés suivantes :

$$1^\circ) \tan x = \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} \quad 2^\circ) \frac{\sin x + \sin 5x}{\cos x + \cos 5x} = \tan 3x \quad 3^\circ) \frac{\sin x + \sin 3x + \sin 5x}{\cos x + \cos 3x + \cos 5x} = \tan 3x \quad 4^\circ) \frac{\sin(x+y) - \sin(x-y)}{\cos(x+y) + \cos(x-y)} = \tan y$$

Exercice5 : 1°) Factoriser

$$A = \sin 5x + \sin 3x; B = \sin x - \sin 5x; C = \cos 4x - \cos 6x; D = 1 + \sin x$$

2°) Simplifier $A = \sin(x - y) \cdot \cos(x + y) - \sin(x + y) \cdot \cos(x - y)$

Exercice6 : 1°) Résoudre dans IR les équations suivantes

$$a^\circ) \cos 2x = \frac{1}{2} \quad b^\circ) 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \quad c^\circ) \cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$$

2°) Après avoir vérifié que $(\sin x + \cos x)^2 - 1 = \sin 2x$, résoudre dans IR les équations

$$a) 1 - \frac{1}{2} \sin 2x + \sin x + \cos x = 0 \quad b) 1 + \frac{1}{2} \sin 2x + \sin x + \cos x = 0$$

3°) Résoudre les équations suivantes

$$a^\circ) \cos x + \sin x = \sqrt{2} \quad b) x \in [-2\pi; 2\pi], \sin^2 2x - 4 \sin 2x + 3 = 0$$

$$c^\circ) x \in \mathbb{R}, \cos x - \cos 5x = \sin 3x \quad d) x \in [-\pi; \pi], 2 \sin^2 x + (2 - \sqrt{2}) \sin x - \sqrt{2} = 0$$

$$e^\circ) \tan 2x = \sqrt{3} \quad f) -\cos x + \sqrt{3} \sin x - \sqrt{2} = 0 \quad g) 2 \tan^2 x - 3 \tan x + 1 = 0$$

Exercice7 : 1°) Etablir la relation: $4 \cos^4 x + 4 \sin^4 x = 3 + \cos 4x$. utilisez ce résultat pour résoudre l'équation :

$$2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 4 \cos^4 x + 4 \sin^4 x$$

Exercice8 : Résoudre dans IR : $x \in [0, 2\pi[$, $\cos 2x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\tan x \geq \sqrt{3}$; $\sin\left(\frac{x}{3}\right) \geq \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)$; $2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \geq 1$

Exercice9 : Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système :
$$\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{4} \\ \cos x \cdot \cos y = \frac{\sqrt{2}}{4} \end{cases}$$