

Feuille d'Exercices : Trigonométrie

Entraînement intensif - Niveau Lycée / Supérieur

I. Valeurs exactes et Cercle

OBJECTIF : ZÉRO HÉSITATION SUR LES VALEURS DE RÉFÉRENCE.

1. Calculer $\cos(2\pi/3) + \sin(5\pi/6)$.
2. Calculer $\sin(-\pi/3) - \cos(-\pi/4)$.
3. Calculer $\tan(5\pi/4) + \tan(\pi/6)$.
4. Déterminer la valeur exacte de $\sin(13\pi/6)$.
5. Simplifier $A = \cos(\pi - x) + \sin(\pi/2 - x)$.
6. Déterminer la mesure principale de $47\pi/3$.

II. Identités et Décompositions

OBJECTIF : PROUVER DES ÉGALITÉS COMPLEXES EN UTILISANT LES FORMULES D'ADDITION ET DE DUPLICATION.

1. Démontrer que $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 2$.
2. Calculer la valeur exacte de $\sin(5\pi/12)$ en utilisant la décomposition $\pi/4 + \pi/6$.
3. Démontrer que $(\sin 2x / \sin x) - (\cos 2x / \cos x) = 1 / \cos x$.
4. Exprimer $\cos(3x)$ en fonction de $\cos x$ uniquement.
5. Simplifier $\cos^4 x - \sin^4 x$.
6. Montrer que $\tan x + (1 / \tan x) = 2 / \sin 2x$.

III. Factorisation (Formules de Simpson)

OBJECTIF : TRANSFORMER DES SOMMES EN PRODUITS.

1. $A(x) = \sin 4x + \sin 2x$

2. $B(x) = \cos 5x - \cos 3x$
3. $C(x) = \sin 3x - \sin x$
4. $D(x) = 1 + \cos 2x$
5. $E(x) = \cos x + \sin x$ (Astuce : transformer le $\sin x$ en $\cos(\pi/2 - x)$)
6. $F(x) = \sin x + \sin 3x + \sin 5x + \sin 7x$

IV. Équations Trigonométriques

OBJECTIF : RÉSOUDRE DES ÉQUATIONS POUR DÉTERMINER LES VARIABLES.

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1. $\cos(3x) = 1/2$
2. $2 \sin(x - \pi/4) = -\sqrt{3}$
3. $\sin(2x) = \sin(x + \pi/3)$
4. $\cos^2 x = 3/4$
5. $\tan(2x) = \sqrt{3}$
6. $\sin x + \cos x = 0$

V. Inéquations et Tableaux de Signes

OBJECTIF : DÉTERMINER LES INTERVALLES DE VALIDITÉ.

Résoudre sur l'intervalle donné :

1. $\sin x \geq \sqrt{3}/2$ sur $[0, 2\pi]$.
2. $2 \cos x + \sqrt{2} < 0$ sur $[-\pi, \pi]$.
3. $\cos(2x) > 0$ sur $[0, \pi]$.
4. $(\sin x - 1)(2 \cos x - 1) \leq 0$ sur $[0, 2\pi]$.
5. $\tan x > 1$ sur $[-\pi/2, \pi/2]$.
6. $\sin x / (2 \cos x - \sqrt{3}) \geq 0$ sur $[0, \pi]$.

VI. Problèmes de Synthèse

OBJECTIF : APPLIQUER LA TRIGONOMÉTRIE À DES SITUATIONS VARIÉES.

1. Résoudre l'équation $\cos 2x = \sin x$ sur $[0, 2\pi]$.
2. Soit $f(x) = \sqrt{3} \cos x - \sin x$. Montrer que $f(x) = 2 \cos(x + \pi/6)$.
3. Déterminer les valeurs de $x \in [0, \pi]$ telles que $\sin^2 x = 1/2$.
4. Démontrer l'identité : $(1 - \cos 2x) / \sin 2x = \tan x$.
5. Étudier le signe de $\sin x + \sin 2x$ sur $[0, \pi]$ à l'aide d'un tableau de signes.
6. Résoudre l'équation $2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0$ en posant $X = \cos x$.