

	INSTITUT PRIVE POLYVALENT DE BONAMOUSSADI BP : 8527 D1a – Tél. : 233 47 00 75 www.groupesimo.org TRAVAUX DIRIGES DE MATHS	Année scolaire : 2019/2020 Classe : 1^{ère} C Durée : 04h00 – Coef : 6 Prof : M.TOUKAM
---	---	--

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES N°2 DU 16/11/19

EXERCICE N°1

A/ On considère dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante $(I): -2\sin^2 2x + 2(\sqrt{2}-1)\cos x \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \geq 0$.

1. Calculer $(1+\sqrt{2})^2$.

2. Résoudre dans $[0; 2\pi]$ l'équation $(E): -2\sin^2 2x + (\sqrt{2}-1)\sin 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ et placer les points images des solutions de (E) sur le cercle trigonométrique.

3. En déduire dans $[0; 2\pi]$ la résolution de l'inéquation (I) .

B/ On considère les systèmes $(S_1): \begin{cases} a\sqrt{3}-b=2 \\ a+b\sqrt{3}=0 \end{cases}$ et $(S_2): \begin{cases} \sqrt{3}\cos x - \sin y = 2 \\ \cos x + \sqrt{3}\sin y = 0 \end{cases}$.

1. Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système (S_1) .

2. En déduire la résolution dans $[0; 2\pi] \times [0; 2\pi]$ du système (S_2) .

C/ On considère les équations $(E_1): -2\cos x + \sqrt{3} = 0$ et $(E_2): 2\sin 2x + \sqrt{2} = 0$.

1. Résoudre dans $[0; 2\pi]$ les équations (S_1) et (S_2) .

2. Déduire dans $[0; 2\pi]$ la résolution de l'inéquation $(I): \frac{-2\cos x + \sqrt{3}}{2\sin 2x + \sqrt{2}} \geq 0$.

EXERCICE N°2

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On donne les points $A(\cos \theta, \sin \theta)$;

$B\left(\cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right); \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)\right)$ et $C\left(\cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right); \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)\right)$ où $\theta \in \mathbb{R}^*$. On

désigne par G le barycentre des points pondérés $(A, -1); (B, 2)$ et $(C, 2)$.

1. Montrer que G a pour coordonnées $(-\cos \theta, -\sin \theta)$.

2. Soit H le point du plan défini par $2\overrightarrow{HB} + 2\overrightarrow{HC} - \overrightarrow{HA} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AO}$.

- a) Montrer que l'on a : $\overrightarrow{HG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AO}$.
- b) En déduire les coordonnées de H et préciser la position du point H sur $[OG]$.
3. Soit Γ l'ensemble des points M du plan tels que $2MB^2 + 2MC^2 - MA^2 = 3$.
- a) Vérifier que $O \in \Gamma$ puis déduire que l'on a $2GB^2 + 2GC^2 - GA^2 = 0$.
- b) Donner la nature et les éléments géométriques de Γ .

EXERCICE N°3

A/ Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AC = \sqrt{2 + \sqrt{2}}$ et $BC = 2$. On désigne par θ la mesure de l'angle ABC .

1. Calculer AB , puis $\cos \theta$ et $\cos 2\theta$.
2. En déduire la valeur de θ .

B/ Soit x un nombre réel tel que $\tan 2x$ existe.

1. Montrer que $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$.
2. Démontrer que $\tan \frac{\pi}{8}$ est solution de l'équation : $x^2 + 2x - 1 = 0$.
3. En déduire la valeur exacte de $\tan \frac{\pi}{8}$.

EXERCICE N°4

On considère la fonction g définie de $]1; +\infty[$ vers $] -4; +\infty[$ par $g(x) = x^2 - 2x - 3$.

1. Démontrer que g est une bijection et déterminer sa bijection réciproque g^{-1} .

$$f: \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-3}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\} \quad h: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

2. Soient $x \mapsto f(x) = \frac{x-1}{2x+3}$; $x \mapsto h(x) = \frac{-5}{4x}$ deux fonctions.

- a) f et g sont-elles des applications. Justifier votre réponse.
- b) Déterminer le domaine de définition de $f \circ g$ et calculer $(f \circ h)(x)$.
- c) montrer que la courbe de f se déduit de la courbe de h par une transformation que l'on précisera.
- d) construire (C_h) et (C_f) dans un même repère. (Échelle : suivant (OI) : 1 unité correspond à 1cm ; suivant (OJ) : 1 unité correspond à 2cm)

EXERCICE N°5

1. a) vérifier $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2}$.

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$.

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $2x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$.

2. Dédurre de la question 1.b) l'ensemble solution dans $]-\pi; \pi]$ de l'équation :

$$2\cos^2 x + (1 - \sqrt{2})\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.$$

3. Représenter sur un cercle trigonométrique les points images des solutions de cette équation.

4. Quelle est la nature du polygone obtenu. Calculer la valeur exacte de son aire et son périmètre

5. Dédurre de la question 1.c) l'ensemble solution dans $]-\pi; \pi]$ de l'inéquation :

$$2\cos^2 x + (1 - \sqrt{2})\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} > 0.$$

EXERCICE N°6

A) On considère l'équation $(E_m): x^2 + 6x + 5 - 2m = 0$ où x est l'inconnue et m un paramètre réel.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E_m) pour $m = 0$.

2. (a) pour quelle valeur de m l'équation (E_m) admet-elle $\alpha = 1$ comme une solution ?

(b) déterminer l'autre solution β de (E_m) en utilisant le produit $\alpha\beta$.

3. (a) Calculer le discriminant Δ_m de (E_m) en fonction de m .

(b) Discuter suivant les valeurs de m le nombre de solutions de l'équation (E_m) .

B) 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E): \sqrt{x+2} = 2x-3$.

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(I): \sqrt{x} < \sqrt{2x-3}$.

EXERCICE N°7

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système suivant :

$$\begin{cases} x + y + z = 18 \\ -x + 2y - z = 0 \\ x - z = -2 \end{cases}$$

2. Déterminer un nombre de 3 chiffres sachant que :

- La somme des chiffres est égale à 18
- Le double du chiffre des centaines est égal à la somme des chiffres des unités et des centaines
- Ce nombre lu à l'envers est égal au nombre cherché augmenté de 198.

EXERCICE N°8

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$, par la méthode du pivot de Gauss, le système suivant :

$$(S): \begin{cases} x+2y+3z=54 \\ x+6y+18z=108. \\ x+y+z=44 \end{cases}$$

2. Dans une entreprise, le salaire mensuel des employés est de $7040F$, celui des techniciens le double et celui des cadres $21120F$. La masse salariale mensuelle de cette entreprise s'élève à $380160F$ pour un salaire moyen de $8640F$. $\left(\text{salaire moyen} = \frac{\text{masse salariale}}{\text{nombre de peronnes}} \right)$.

Pour des raisons économiques, la direction doit diminuer la masse salariale de 2% . Cette diminution se répartit alors de la façon suivante : une baisse de 1% sur le salaire des employés, de 3% sur celui des techniciens et de 6% sur celui des cadres.

On désigne par x, y et z le nombre respectif d'employés, de techniciens et de cadres.

a) Traduire les données précédentes en un système linéaire en x, y et z .

b) En déduire l'effectif de chaque catégorie de salaire.

EXERCICE N°9

On l'équation $(E): 32 \cos^4 x - 32 \cos^2 x + 6 = 0$

1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos^4 x = \frac{1}{8} \cos 4x + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{3}{8}$

2. En déduire que $8 \cos^4 x - 8 \cos^2 x + 1 = \cos 4x$.

3. Justifier que $32 \cos^4 x - 32 \cos^2 x + 6 = 4 \cos 4x + 2$

4. Déduire dans $\mathbb{R}$ la résolution de l'équation (E) et placer les solutions sur le cercle trigonométrique.

5. Résoudre dans $]-\pi; \pi]$ l'inéquation $(E'): 4 \cos 4x + 2 < 0$.

EXERCICE N°10

Reproduire le tableau de variations suivant :

x	-5	-3	2	5
f(x)	6		3	-4
		1		

Déterminer les tableaux de variation des fonctions suivantes :

a) $x \mapsto -f(x)$; b) $x \mapsto f(-x)$; c) $x \mapsto f(|x|)$; d) $x \mapsto |f(x)|$