Mathématiques 9-10-11

Livre 11e

Nombres et opérations
Fonctions et algèbre
Espace
Grandeurs et mesures
Recherche et stratégies

lep

CONFÉRENCE INTERCANTONALE
DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE DE
LA SUISSE ROMANDE ET DU TESSIN

Remerciements

Nous remercions les auteurs de *Mathématiques 7-8-9*, éditions 2003, 2006 et 2009, Michel Chastellain, Jacques-André Calame et Michel Brêchet, d'avoir accepté qu'une partie importante de leurs activités soit reprise dans cette nouvelle édition 2013, contribuant ainsi largement à sa parution.

Pour cette nouvelle édition 2013, nous remercions les personnes issues des milieux scolaires, académiques et professionnels de la Suisse romande qui ont suivi la rédaction, la relecture et l'édition de ces ouvrages :

Groupe d'auteurs
Ivan Corminboeuf, président ;
Claude Lecoultre, Michel Mante, Denis Odiet.

Groupe de réalisation
Hervé Schild, président ;
Pascal Carron, Philippe Dubath, François Günter, Gilles Jeanneret, Denis Odiet, Sandrine Rudaz.

Groupe d'experts
Nicolas Dreyer, président ;
Hedwige Aymon, Stéphane Clivaz, Isabelle Nicolazzi.

Groupe de validation
Annemarie Merkelbach, présidente ;
Yolande Berga, Pierre-Marie Gabioud, Pascal Knubel, Rachel Meyer-Bovet, Jérôme Pelisson.

Nous remercions également les commissions et conférences intercantonales impliquées, ainsi que tout spécialement les cantons de **Berne**, **Fribourg**, **Genève**, **Jura**, **Neuchâtel**, **Valais** et **Vaud** de leur engagement dans l'édition de ces ouvrages.

Conception et réalisation : LEP Editions Loisirs et Pédagogie SA, Le Mont-sur-Lausanne

Mise en pages et infographies : LEP Editions Loisirs et Pédagogie SA

Relecture : Leroy*lire*, Lausanne

Illustrations : Yuri Coles, Genève : 41, 44, 45, 46, 54, 100, 130, 133, 135h, 142b, 143, 154, 157, 159, 169h, 232, 233m, 235b, 248, 253, 274, 283 ; Nicolas Peter : 231, 235h

Photolithographie : Martine Séchaud, à point nommé, Vufflens-la-Ville

© CIIP Conférence intercantonale de l'instruction publique de la Suisse romande et du Tessin, 2013

© LEP Editions Loisirs et Pédagogie SA, 2013
www.editionslep.ch

ISBN 978-2-606-01392-9
LEP 936010A2

Edition 2013

Imprimé en Suisse
Il 0214 17 STA

Tous droits réservés pour tous les pays

Préambule

Ton *Livre 11e* est le support principal de ton travail en mathématiques pour cette année ; il est accompagné du *Fichier 11e* et d'un *Aide-mémoire* ; tous font partie de la collection *Mathématiques 9-10-11*.

Les grands axes de cet ouvrage sont reconnaissables grâce aux différentes couleurs. Tu vas ainsi rencontrer, ou retrouver, ***Nombres et opérations***, ***Fonctions et algèbre***, ***Espace*** et ***Grandeurs et mesures*** ; enfin, ce livre te propose un ensemble d'activités regroupées sous le titre ***Recherche et stratégies***. Dans tous ces chapitres, tu pourras mettre à l'épreuve ta patience, satisfaire ta curiosité et, seul ou en groupe, user de différentes stratégies ainsi que développer et consolider tes connaissances et outils de base.

Tous les élèves de 11e année de la Suisse romande travaillent sur ces « axes thématiques », définis par le Plan d'études romand (PER) – voir p. 6. Des éléments du PER figurent sur les pages de titre des différents chapitres, pour que tu puisses, aidé de ton enseignant et de tes parents, mieux connaître les objectifs et les buts de ton travail.

La 11e année marque la fin du Cycle 3 de ta scolarité ; dans cette perspective, tu trouveras des activités permettant de mobiliser des connaissances et compétences abordées en 11e, mais également des éléments rencontrés durant les années précédentes de ce troisième cycle. Dans chaque axe, ces activités sont regroupées sous le titre générique *« … et problèmes »*, par exemple : *« Algèbre, fonctions… et problèmes ».*

A la fin de l'année scolaire, ce livre sera transmis à un nouvel élève de 11e, ce qui veut dire que rien ne doit y être écrit ; en revanche, le *Fichier* et l'*Aide-mémoire* t'appartiennent et tu peux y noter ce qui est nécessaire.

Les nouveaux apprentissages seront nombreux durant cette 11e année et, comme un jeu de construction, nombre d'entre eux vont se compléter, s'emboîter, se confronter à tes précédentes connaissances en vue d'étendre et développer tes compétences mathématiques. Que ce livre puisse t'accompagner en confiance dans ces nouveaux apprentissages.

Les auteurs

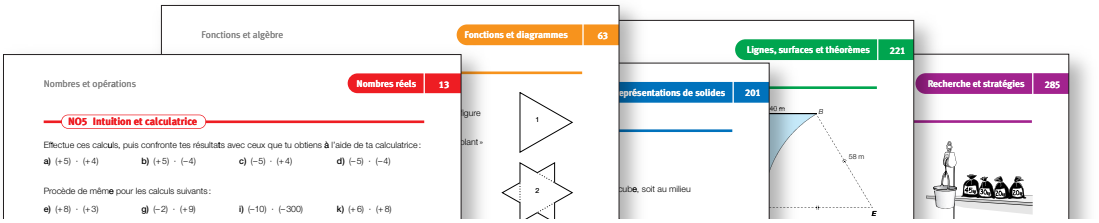
« Il n'existe pas d'idée franchement mauvaise, ce qui est franchement mauvais, c'est de ne pas avoir d'idée du tout. »

GEORGE POLYA
(1887-1985), mathématicien américain

Repères graphiques

Les axes thématiques

Chaque domaine est défini par une couleur, facilement repérable grâce aux onglets en haut de page.

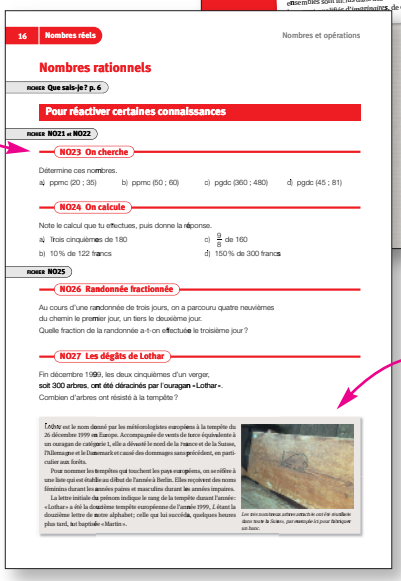


Le livre

Les activités du livre sont prévues pour être effectuées, par exemple, dans un cahier. Ce livre est un objet transmissible que tu restitueras à la fin de ton année scolaire. Tu dois en prendre soin.

Au début de chaque chapitre, tu trouveras une double page comprenant une introduction, les objectifs et le sommaire.





Chaque activité précédée des initiales de l'axe thématique est numérotée.

Des onglets renvoient à une activité qui se trouve dans le fichier.

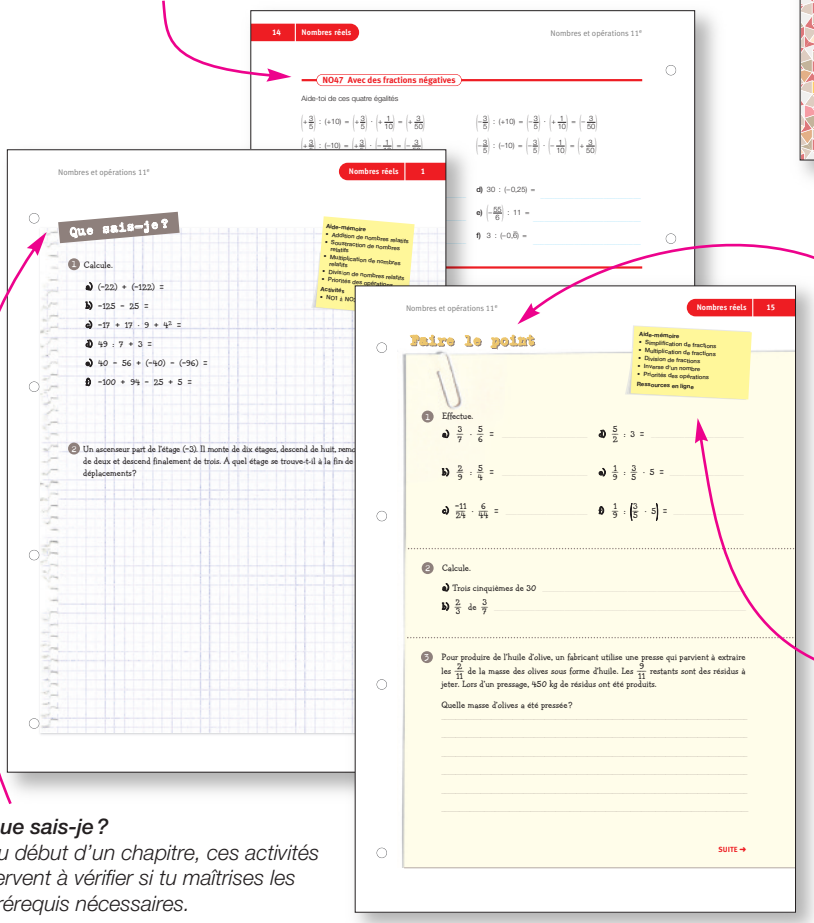
Tu trouveras des encadrés culturels en rapport avec l'activité.

Le fichier

Le fichier t'appartient. Tu peux y faire directement tes exercices, le compléter de tes notes, le conserver et le ranger dans ton classeur.



Comme dans le livre, chaque activité est numérotée.



Faire le point
Au cours d'un chapitre, ces activités servent à vérifier si tu as assimilé toutes les notions abordées. Tu trouveras les solutions à la fin du fichier.

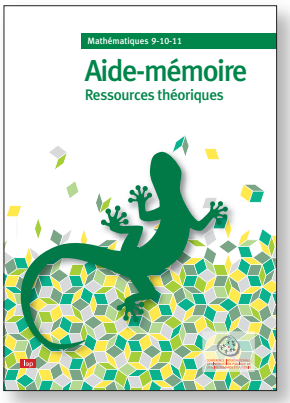
Les notes signalent des liens utiles avec l'aide-mémoire.

Que sais-je ?
Au début d'un chapitre, ces activités servent à vérifier si tu maîtrises les prérequis nécessaires.

L'aide-mémoire

L'aide-mémoire est conçu comme un instrument de référence auquel tu peux accéder lorsque tu en éprouves le besoin.
C'est par exemple le cas :

– après avoir terminé une activité *Que sais-je ?* ou *Faire le point* ;
– pour te remémorer une définition à propos de laquelle un doute demeure ;
– lorsqu'un travail effectué à la maison nécessite de revenir sur un aspect théorique qui n'a pas encore été parfaitement assimilé ;
– dans le cadre d'un travail de groupe, pour comprendre une notion mathématique en jeu.



Extraits du plan d'études romand

Visées prioritaires MSN

Se représenter, problématiser et modéliser des situations et résoudre des problèmes en construisant et en mobilisant des notions, des concepts, des démarches et des raisonnements propres aux *Mathématiques* et aux *Sciences de la nature* dans les champs des phénomènes naturels et techniques, du vivant et de l'environnement, ainsi que des nombres et de l'espace.

Mathématiques et sciences de la nature (MSN)

Nombres et opérations

Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres réels

Résoudre des problèmes numériques

Résolution de problèmes numériques en lien avec les ensembles de nombres travaillés, l'écriture de ces nombres et les opérations étudiées.

Fonctions et algèbre

Résoudre des problèmes numériques et algébriques

Résolution de problèmes en lien avec les notions étudiées (fonctions, diagrammes, expressions algébriques et équations).

Résolution de problèmes de proportionnalité.

Modéliser des phénomènes naturels, techniques, sociaux ou des situations mathématiques

Espace

Poser et résoudre des problèmes pour modéliser le plan et l'espace

Résolution de problèmes géométriques en lien avec les figures et les transformations étudiées.

Grandeurs et mesures

Mobiliser la mesure pour comparer des grandeurs

Résolution de problèmes de mesurage en lien avec les grandeurs et les théorèmes étudiés.

Sommaire

Nombres et opérations – NO

Nombres réels 11
Situations aléatoires 33
Nombres, opérations… et problèmes 43

Fonctions et algèbre – FA

Fonctions et diagrammes 57
Calcul littéral 107
Equations 125
Fonctions, algèbre… et problèmes 161

Espace – ES

Figures géométriques planes 173
Représentations de solides 191
Transformations géométriques 203
Espace… et problèmes 209

Grandeurs et mesures – GM

Lignes, surfaces et théorèmes 217
Solides 237
Diverses mesures 259
Grandeurs, mesures… et problèmes 269

Recherche et stratégies – RS

Recherche et stratégies 279

« Nous avons à former des êtres pensants et non des robots, à amener l'étudiant à comprendre ce qu'il fait et non à lui enseigner des procédés mécaniques. »

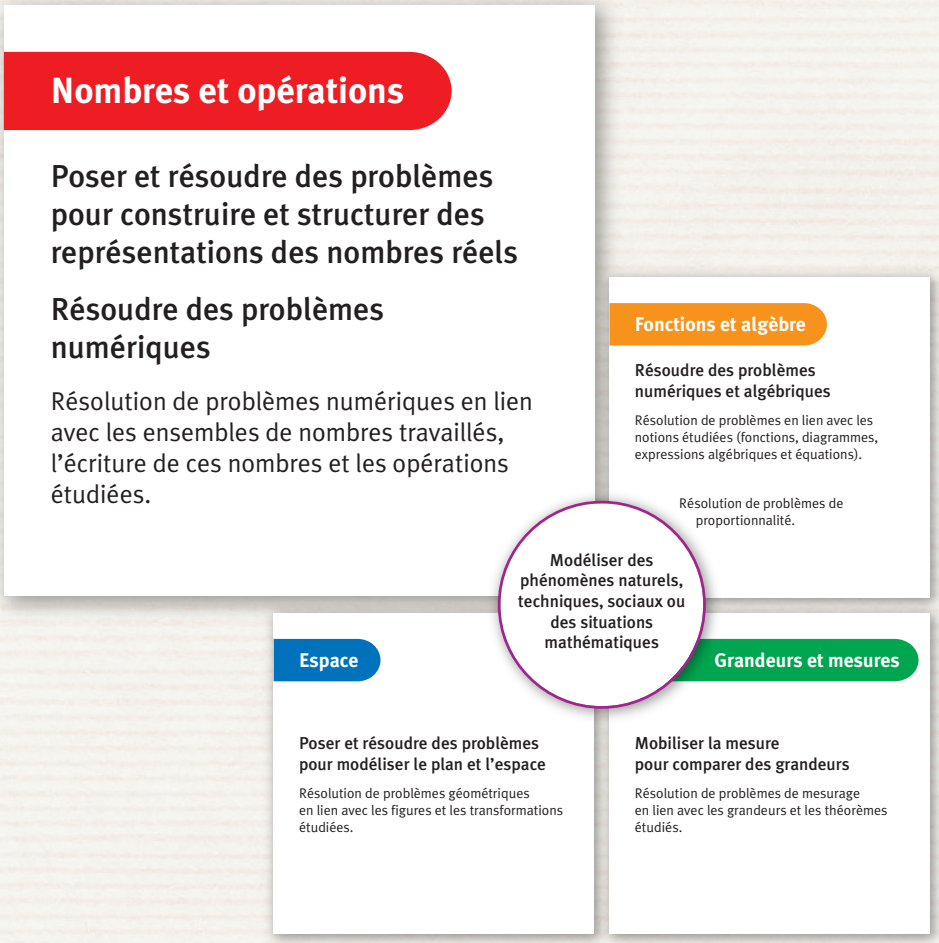
Jean Dieudonné
(1906-1992), mathématicien français

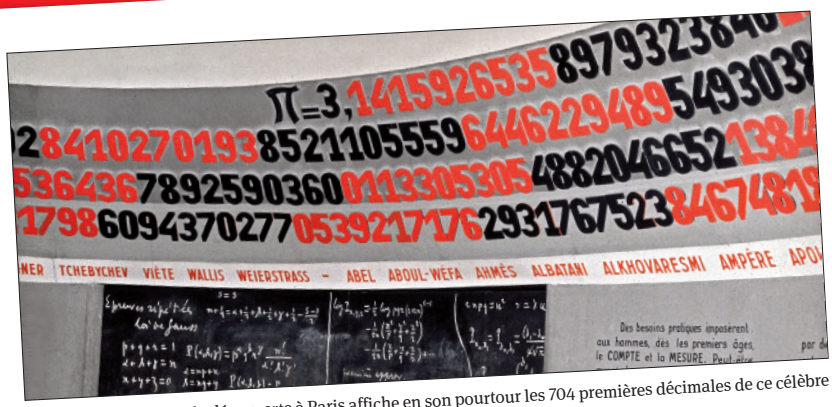
Nombres et opérations

Nombres réels

Situations aléatoires

Nombres, opérations… et problèmes





La Salle π du Palais de la découverte à Paris affiche en son pourtour les 704 premières décimales de ce célèbre nombre irrationnel ainsi que le nom de 58 mathématiciens célèbres.

Naturel, relatif, fractionnaire, décimal, rationnel, irrationnel, réel... Ces adjectifs que tu as rencontrés depuis la 9e année qualifient les nombres et permettent d'identifier leur principale propriété. Ils sont le reflet des progrès réalisés au fil des siècles dans les connaissances numériques et opératoires ; au cours des derniers millénaires, un immense réseau de savoirs liés aux nombres s'est tissé et développé.

De nouveaux nombres et ensembles, de $\mathbb{N}$ à $\mathbb{R}$ en passant par $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{Q}$, sont apparus au cours de cette longue évolution, facilitant ainsi la vie quotidienne et aidant à la résolution de problèmes mathématiques.

Et cette évolution ne s'arrête pas aux nombres réels : ces différents ensembles sont inclus dans des structures plus vastes encore, où les nombres sont qualifiés d'*imaginaires*, de *complexes*...

Nombres réels

Apprentissages visés

- Comparaison, approximation, encadrement, représentation sur une droite et ordre de grandeur de nombres écrits sous forme de puissance, de notation scientifique, de racine
- Utilisation de procédures de calcul réfléchi ou de calcul mental avec des nombres rationnels sous forme décimale et fractionnaire pour obtenir un résultat exact ou une estimation (quatre opérations, puissances et racines)
- Connaissance et utilisation des différentes écritures d'un même nombre
- Connaissance et utilisation des propriétés des opérations pour organiser et effectuer des calculs de manière efficace et pour donner des estimations
- Utilisation des algorithmes pour effectuer des calculs de façon efficace avec des nombres rationnels
- Connaissance et utilisation des diverses fonctions de la calculatrice
- Prise en compte de l'ordre dans lequel elle effectue les opérations

Sommaire

Nombres relatifs
- Pour réactiver certaines connaissances 12
- Multiplication et division de nombres relatifs 12

Nombres rationnels
- Pour réactiver certaines connaissances 16
- Multiplication et division de fractions 17
- Pour consolider et approfondir 21

Puissances et racines
- Pour réactiver certaines connaissances 24
- Puissances et notation scientifique 24
- Racines 28
- Encore quelques problèmes 30

Nombres relatifs

FICHIER **Que sais-je ? p. 1**

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER **NO1**

NO2 Je pense donc je suis

Je pense à un nombre, je lui retranche (–12) et je trouve 3. Quel est ce nombre ?



« Je pense donc je suis » est la traduction française de l'expression latine *« Cogito, ergo sum »* due à René Descartes (1596-1650) et apparaissant dans son livre *Discours de la méthode* (1637).

Descartes est un philosophe, mathématicien et physicien français dont l'influence a été essentielle en philosophie et dans le développement de la pensée scientifique. Pour Descartes, le fait de pouvoir penser donne tout son sens à l'existence de l'homme.

NO3 Yoyo de températures

Lundi, la température était de 5 °C. Mardi, elle a baissé de 6 °C ; mercredi, elle est remontée de 2 °C ; jeudi elle a baissé de 4 °C et vendredi, elle a encore baissé de 2 °C.

Quelle était la température le vendredi ?

Multiplication et division de nombres relatifs

NO4 Par analogie

Aide-toi de ces quatre égalités

$(+3) \cdot (+2) = (+6)$	$(-3) \cdot (+2) = (-6)$
$(+3) \cdot (-2) = (-6)$	$(-3) \cdot (-2) = (+6)$

pour trouver le résultat de ces calculs :

a) $(+7) \cdot (-3)$ **c)** $(-5) \cdot (+2)$ **e)** $(-1) \cdot (-11)$ **g)** $(-6) \cdot (-8)$

b) $(+9) \cdot (-6)$ **d)** $(+4) \cdot (+8)$ **f)** $(+7) \cdot (+10)$ **h)** $(-3) \cdot (+6)$

Comment multiplier deux nombres, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

NO5 Intuition et calculatrice

Effectue ces calculs, puis confronte tes résultats avec ceux que tu obtiens à l'aide de ta calculatrice :

a) (+5) · (+4) **b)** (+5) · (–4) **c)** (–5) · (+4) **d)** (–5) · (–4)

Procède de même pour les calculs suivants :

e) (+8) · (+3) **g)** (–2) · (+9) **i)** (–10) · (–300) **k)** (+6) · (+8)

f) (–40) · (–7) **h)** (+5) · (–12) **j)** (+11) · (–4) **l)** (–9) · (+7)

Comment multiplier deux nombres, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

FICHIER NO6 et NO7

NO8 Encore par analogie

Aide-toi de ces quatre égalités

(+15) : (+3) = (+5)	(–15) : (+3) = (–5)
(+15) : (–3) = (–5)	(–15) : (–3) = (+5)

pour trouver le résultat de ces calculs :

a) (+48) : (–4) **c)** (–20) : (+2) **e)** (–100) : (–5) **g)** (+64) : (+8)

b) (–24) : (+6) **d)** (+27) : (+3) **f)** (–35) : (–7) **h)** (+49) : (–7)

Comment diviser un nombre par un autre, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

NO9 Confrontations

Effectue ces calculs, puis confronte tes résultats avec ceux que tu obtiens à l'aide de ta calculatrice :

a) (+30) : (+6) **b)** (–30) : (+6) **c)** (+30) : (–6) **d)** (–30) : (–6)

Procède de même pour les calculs suivants :

e) (–40) : (–8) **g)** (–32) : (+8) **i)** (+56) : (–7) **k)** (+12) : (–3)

f) (+60) : (+12) **h)** (+10) : (+5) **j)** (–42) : (+7) **l)** (–200) : (–40)

Comment diviser un nombre par un autre, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

NO10 Renversant !

On peut justifier la réponse d'une division par l'exemple ci-dessous :

$21 : 7 = \mathbf{3}$ car $\mathbf{3} \cdot 7 = 21$

En t'appuyant sur cet exemple, trouve la réponse aux calculs suivants.

a) $(+45) : (-9) =$ ■ car ■ $\cdot (-9) = (+45)$

b) $(-45) : (+9) =$ ■ car ■ $\cdot (+9) = (-45)$

c) $(-45) : (-9) =$ ■ car ■ $\cdot (-9) = (-45)$

FICHIER NO11 à NO17

NO18 Avec des jetons

A l'aide des jetons suivants, trouve :

a) deux nombres dont la somme est (–20) ;

b) deux nombres dont le quotient est (–9) ;

c) trois nombres dont le produit est (–320) ;

d) deux nombres dont la différence est (+5).



NO19 Le 10e

Observe chaque suite de nombres et détermine la valeur du dixième terme.

a)	1	3	5	7	9	…
b)	–5	–2	1	4	7	…
c)	–11	–8	–10	–7	–9	…
d)	–13,5	–12	–10,5	–9	–7,5	…
e)	–7	–9,5	–12	–14,5	–17	…

NO20 Hommage à Jacques

En face de chaque opération, tu découvres un morceau de phrase.

La réponse de chaque opération te permet de décoder la suite du texte de la manière suivante : il te suffit de chercher, dans la liste, un calcul dont le premier nombre est le résultat que tu as obtenu.

La première étape donne 31 :

$6 \cdot 7 - 11 = 31$	**Le rire est d**
a) $-9 - 6 + 4$	**t des cocotiers Qui écr**
b) $-1 - 9 \cdot 2$	**irs devienne**
c) $-5 \cdot 4 + 40$	**ur Le mot d**
d) $2^4 - 5^2$	**st au hasard Et passen**
e) $49 + 2 \cdot 7$	**s de mise Aux**
f) $50 : 5 : 2$	**x-tu que je te**
g) $58 - 3^2$	**n'est pa**
h) $8 \cdot 3 + 8 \cdot 6$	**s pirogues s'en vo**
i) $(121 - 10^2) : 3$	**mour Que les sœurs d'alen**
j) $(20 - 9) \cdot 7$	**ans le re**
k) $[9 - (-1)] : 5$	**oyageur L'avenir e**
l) $63 : 21$	**Marquises…**
m) $31 - 6^2$	**ans le cœ**
n) $(-11)^2$	**ivent des chants d'a**
o) $\sqrt{7 + 7 \cdot 6} + 1$	**tour Ignorent d'ignorer Le**
p) $25 \cdot 4 : (-100)$	**nnent Et mes souven**
q) $(-19 + 29) \cdot 4$	**nt Ce que les vieux**
r) $5^2 \cdot 2 + 8$	**dise Gémir**
s) $72 : 3 + 1$	**nt Les pirogues s'en vie**
t) $\sqrt{77 + 2^2}$	**gard Le cœur est v**
u) $(40 + 160) : 4$	**en font Veu**



Jacques Brel (1929-1978) est un chanteur, parolier, compositeur et acteur belge. On lui doit, parmi son œuvre prolifique, des chansons souvent poétiques *(Le plat pays, J'arrive)*, passionnées *(Ne me quitte pas, Quand on n'a que l'amour, Jef, Jojo)* ou alors satiriques *(Les bourgeois, Ces gens-là)*.

En 1977, il enregistre son dernier disque, « Les Marquises ». C'est sur une des îles de cet archipel de la Polynésie française que Brel est enterré, non loin de la tombe de Paul Gauguin.

FICHIER **Faire le point p. 5**

Nombres rationnels

FICHIER **Que sais-je ? p. 6**

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER **NO21 et NO22**

NO23 On cherche

Détermine ces nombres.

a) ppmc (20 ; 35) **b)** ppmc (50 ; 60) **c)** pgdc (360 ; 480) **d)** pgdc (45 ; 81)

NO24 On calcule

Note le calcul que tu effectues, puis donne la réponse.

a) Trois cinquièmes de 180

b) 10 % de 122 francs

c) $\frac{9}{8}$ de 160

d) 150 % de 300 francs

FICHIER **NO25**

NO26 Randonnée fractionnée

Au cours d'une randonnée de trois jours, on a parcouru quatre neuvièmes du chemin le premier jour, un tiers le deuxième jour.

Quelle fraction de la randonnée a-t-on effectuée le troisième jour ?

NO27 Les dégâts de Lothar

Fin décembre 1999, les deux cinquièmes d'un verger, soit 300 arbres, ont été déracinés par l'ouragan Lothar.

Combien d'arbres ont résisté à la tempête ?



Les très nombreux arbres arrachés ont été utilisés dans toute la Suisse, par exemple ici, pour fabriquer un banc.

Lothar est le nom donné par les météorologistes européens à la tempête du 26 décembre 1999 en Europe. Accompagnée de vents de force équivalente à un ouragan de catégorie 1, elle a dévasté le nord de la France et de la Suisse, l'Allemagne et le Danemark, et causé des dommages sans précédent, en particulier aux forêts.

Pour nommer les tempêtes qui touchent les pays européens, on se réfère à une liste qui est établie au début de l'année à Berlin. Elles reçoivent des noms féminins durant les années paires et masculins durant les années impaires.

La lettre initiale du prénom indique le rang de la tempête durant l'année : Lothar a été la douzième tempête européenne de l'année 1999, *L* étant la douzième lettre de notre alphabet ; celle qui lui succéda, quelques heures plus tard, fut baptisée Martin.

NO28 Cadeau de fin d'année

En fin d'année, une menuiserie décide de partager une petite somme d'argent entre ses quatre employés, en fonction du nombre d'années de travail passées dans l'entreprise.

La somme est répartie ainsi :

- un sixième pour le premier employé ;
- un tiers pour le deuxième ;
- un douzième pour le troisième ;
- 250 francs pour le quatrième.

a) Quelle fraction de la somme le quatrième employé reçoit-il ?

b) Quelle somme totale a été partagée entre les quatre employés ?

Multiplication et division de fractions

FICHIER NO29

NO30 Un pour tous, tous pour un

Athos, Porthos, Aramis et D'Artagnan proposent quatre manières d'effectuer la multiplication $\frac{3}{4} \cdot 5$.

Athos : $\frac{3}{4} \cdot 5 = \frac{15}{20}$

Porthos : $\frac{3}{4} \cdot 5 = \frac{15}{4}$

Aramis : $\frac{3}{4} \cdot 5 = 3 \cdot \frac{5}{4} = 3 \cdot 1{,}25 = 3{,}75$

D'Artagnan : $\frac{3}{4} \cdot 5 = 0{,}75 \cdot 5 = 3{,}75$

Qui a raison ?

Célèbre s'il en est et symbole de l'union sacrée entre amis, la devise « Un pour tous, tous pour un ! » a été proclamée dans un célèbre roman historique d'Alexandre Dumas père (1802-1870)... Fiers soldats au service du roi de France Louis XIII contre le cardinal de Richelieu, et se battant pour sauver l'honneur de la reine Anne d'Autriche, les trois mousquetaires étaient pourtant... quatre !

Par ailleurs, « Un pour tous, tous pour un ! » – « Einer für alle, alle für einen » dans sa traduction allemande et « Uno per tutti, tutti per uno » dans sa traduction italienne – est considérée comme étant la devise de la Confédération helvétique. Elle est inscrite, dans sa version latine « Unus pro omnibus, omnes pro uno », dans la coupole du Palais fédéral, à Berne.



Gravure de Huyot d'après Maurice Leloir : Athos, Porthos, Aramis et D'Artagnan.

FICHIER NO31 à NO37

NO38 A l'inverse

En utilisant chacun des dix nombres suivants, une et une seule fois, forme cinq couples dont le produit vaut 1.

$3{,}5 \qquad -\frac{2}{3} \qquad 0{,}\overline{6} \qquad -\frac{4}{1} \qquad \frac{2}{7} \qquad \frac{5}{8} \qquad \frac{3}{2} \qquad -1{,}5 \qquad -0{,}25 \qquad 1{,}6$

NO39 Dépenses

Un élève a dépensé les deux tiers de son argent de poche pour s'acheter des DVD et le quart pour de la musique en ligne.

Quelle fraction de son argent de poche a-t-il dépensée jusqu'à maintenant ?

NO40 Encore des dépenses

Un élève a dépensé les trois cinquièmes de son argent de poche. Deux tiers de cet argent ont servi à acheter des CD.

Quelle fraction de son argent de poche représente cet achat ?

NO41 Distribution de caramels

Gaëlle a acheté un paquet de caramels. Elle a donné le quart des caramels à Samira, puis le cinquième de ce qui restait à Malik.

a) Quelle fraction des caramels est-il resté à Gaëlle ?

b) S'il y avait 60 caramels dans le paquet, combien chacun en a-t-il reçus ?

NO42 Ce n'est pas pareil !

Quelle expression ne donne pas un résultat identique aux autres ?



NO43 On multiplie pour diviser

1. Aide-toi de ces deux égalités pour trouver une règle te permettant de diviser des fractions entre elles.

$\frac{5}{7} : 3 = \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{21}$ $\qquad$ $\frac{3}{5} : \frac{2}{3} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{10}$

2. Utilise cette règle pour effectuer les divisions suivantes :

a) $\frac{7}{8} : 21$ $\qquad$ **b)** $6 : \frac{3}{4}$ $\qquad$ **c)** $\frac{4}{5} : \frac{1}{3}$ $\qquad$ **d)** $\frac{15}{16} : \frac{3}{8}$

NO44 Inversons !

Quel est l'inverse de :

a) 6 $\qquad$ **c)** $-\frac{2}{3}$ $\qquad$ **e)** 0,1 $\qquad$ **g)** $\frac{3}{7}$ $\qquad$ **i)** $\sqrt{9}$

b) $\frac{1}{10}$ $\qquad$ **d)** 0,01 $\qquad$ **f)** -1 $\qquad$ **h)** 0 $\qquad$ **j)** 5^2

NO45 Division

Maurice, Gilles, Jean-Michel et Serge effectuent la même division, mais différemment :

Maurice

$\frac{20}{5} : \frac{5}{10} = \frac{5}{20} \cdot \frac{5}{10} = \frac{25}{200} = \frac{1}{8}$

Gilles

$\frac{20}{5} : \frac{5}{10} = \frac{20}{5} \cdot \frac{10}{5} = \frac{200}{25} = 8$

Jean-Michel

$\frac{20}{5} : \frac{5}{10} = \frac{20}{5} \cdot \frac{10}{5} = \frac{4}{1} \cdot \frac{2}{1} = 8$

Serge

$\frac{20}{5} : \frac{5}{10} = \frac{2}{1} : \frac{1}{1} = \frac{2}{1} = 2$

Qui a raison ?

FICHIER NO46 à NO49

NO50 On mélange

Effectue.

a) $\frac{6}{5} \cdot \frac{7}{8}$ $\qquad$ **c)** $\frac{3}{2} : \frac{4}{7} : \frac{1}{4}$ $\qquad$ **e)** $\frac{3}{8} : \frac{4}{5} : 4$ $\qquad$ **g)** $-\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 6$

b) $\frac{9}{4} : \frac{2}{3}$ $\qquad$ **d)** $\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{4}$ $\qquad$ **f)** $\frac{3}{8} : \left(\frac{4}{5} : 4\right)$ $\qquad$ **h)** $\frac{3}{4} \cdot 0 : \frac{1}{2}$

NO51 La tarte

Il reste les trois quarts d'une tarte. On partage ce reste à parts égales entre six personnes.

Quelle fraction de la tarte chaque personne reçoit-elle ?

NO52 L'autre

Le produit de deux fractions est $\frac{2}{5}$. L'une des fractions est $\frac{8}{15}$. Quelle est l'autre ?

NO53 Disque dur

Les trois septièmes du disque dur d'un ordinateur sont occupés par les logiciels et le quart par de la musique et des documents divers.

Quelle fraction du disque dur est encore disponible ?

NO54 Romans

Dans une bibliothèque, deux tiers des livres sont des romans. Parmi ceux-ci, deux neuvièmes sont des romans policiers.

Quelle fraction des livres de la bibliothèque représentent les romans policiers ?

NO55 Le réservoir

Le réservoir d'une voiture est rempli aux trois quarts de sa capacité. Lors de ses précédents voyages, Morgane a pu observer que sa voiture consommait le huitième du réservoir chaque fois qu'elle parcourait 100 kilomètres.

En posant une seule opération, trouve le nombre de centaines de kilomètres que Morgane pourra parcourir avec le carburant dont elle dispose.

NO56 Mystère

Ecris un nombre naturel. Multiplie-le par $\frac{3}{4}$.

Multiplie le résultat par $\frac{4}{7}$.

Ajoute le nombre initial.

Indique à ton voisin, sous forme de fraction irréductible, le résultat que tu as obtenu. Demande-lui de retrouver le nombre initial que tu as écrit.

NO57 Basket

Lors d'un match de basket, une équipe a marqué 75 points. Les trois cinquièmes ont été marqués durant les deux premiers quart-temps.

Quel est le nombre de points inscrits par cette équipe lors des deux derniers quarts ?

NO58 Vente du terroir

Un producteur de jus de pommes vend les cinq septièmes de sa récolte, à savoir 210 litres.

Combien de litres de jus de pommes a-t-il produits au total ?

NO59 Question d'eau

Le volume d'eau présent sur notre planète est composé de 97,2 % d'eau salée et de 2,8 % d'eau douce. Les glaciers contiennent 80 % des réserves d'eau douce du globe.

Quel pourcentage du volume total d'eau sur notre planète les glaciers représentent-ils ?

La gestion des eaux, les circuits d'eau potable et des eaux usées, ainsi que l'irrigation artificielle pour l'agriculture sont des préoccupations très anciennes pour les êtres humains. Les traces des premières civilisations se trouvent toutes près des grands fleuves, comme le Tigre et l'Euphrate pour les Babyloniens ou le Nil pour les Egyptiens.

Dans la Perse antique fut entreprise la construction de hauts barrages et de canalisations, parfois à plus de 300 m sous terre pour éviter tout effet d'évaporation, en vue d'amener l'eau jusqu'aux foyers de population.



Des disques de verdure créés grâce à l'irrigation à pivot central, au Kansas, Etats-Unis.

FICHIER **Faire le point p. 15**

Pour consolider et approfondir

NO60 Inverses et opposés

Quels sont les opposés et les inverses de :

a) 0 **c)** -20 **e)** $-0{,}03$ **g)** 2π **i)** $\sqrt{3}$

b) -1 **d)** 1548 **f)** $\frac{27}{4}$ **h)** $-\frac{3}{5}$ **j)** $\frac{1}{\pi}$

FICHIER **NO61**

NO62 A propos de fractions

1. Quels sont ces nombres ?

a) L'inverse de $\frac{7}{4}$

b) Cinq de moins que $\frac{7}{4}$

c) La moitié de $\frac{7}{4}$

d) L'opposé de $\frac{7}{4}$

e) Le triple de $\frac{7}{4}$

2. Qui suis-je ?

a) Le plus grand nombre entier inférieur à $-\frac{14}{5}$

b) Deux fois plus petit que $\frac{9}{7}$

c) Plus grand que $-\frac{12}{5}$ et plus petit que $-\frac{11}{5}$

d) Quatre unités de moins que $-\frac{28}{5}$

e) Trois fois plus grand que $\frac{16}{3}$

FICHIER **NO63** et **NO64**

NO65 Les cinq opérations

Calcule.

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

b) $\frac{5}{8} + \frac{5}{6}$

c) $1{,}2 + \frac{3}{10}$

d) $\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$

e) $\frac{4}{9} - \frac{5}{12}$

f) $\frac{6}{100} \cdot \frac{15}{8} \cdot \frac{2}{3}$

g) $\frac{11}{6} - \frac{3}{4}$

h) $\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{5}$

i) $\frac{9}{16} - \frac{1}{4}$

j) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$

k) $\frac{3}{7} : \frac{7}{6}$

l) $\frac{3^2}{10} + 0{,}1$

m) $\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{9}$

n) $\left(\frac{3}{2} + \frac{3}{4}\right)^2$

o) $4 - \frac{7}{4} + \frac{1}{2}$

p) $\frac{4}{5} : \frac{2}{3}$

q) $\frac{1}{2} - \frac{2}{3}$

r) $6 \cdot \frac{5}{3}$

s) $\frac{\frac{2}{3}}{4}$

t) $0{,}25 \cdot \frac{2}{5}$

u) $\frac{\frac{12}{8}}{5}$

v) $\frac{1}{2} \cdot \frac{-4}{5}$

w) $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}$

x) $\frac{3}{2} : 0{,}\overline{3}$

NO66 Taquin

Une famille de quatre personnes est composée des deux parents et des enfants Emilie et Damien. Ce dernier aime bien taquiner sa sœur Emilie ! Il lui dit : « Je vais manger les deux tiers de la moitié des trois quarts du gâteau. Comme ça j'en aurai mangé plus que ma part ! »

L'affirmation de Damien est-elle correcte ?

NO67 NBA

En NBA, un match de basketball est constitué de quatre quart-temps de douze minutes chacun. Au cours d'un match, le meneur de jeu a joué sept minutes au premier quart-temps, neuf minutes au deuxième, six minutes au troisième et dix minutes au dernier.

A quelle fraction du match entier son temps de jeu correspond-il ?

La National Basketball Association (NBA), créée en 1946, est la principale ligue de basketball nord-américaine et présente, sans doute, le plus haut niveau mondial de ce sport. Le championnat comprend 30 équipes, réparties en deux conférences (Est et Ouest). Au terme d'une saison régulière comptant 82 matchs, les 16 équipes qualifiées s'affrontent en séries éliminatoires (playoffs) ; la finale voit s'affronter la meilleure équipe de la Conférence Est contre la meilleure équipe de la Conférence Ouest. L'équipe qui parvient la première à remporter quatre matchs est nommée championne (source WP).



Thabo Sefolosha, premier basketteur suisse à avoir intégré, dès 2006, la NBA.

NO68 On visse

Une vis de 3 cm s'enfonce de $\frac{3}{11}$ cm à chaque tour.

Combien de tours faudra-t-il pour qu'elle soit complètement enfoncée ?

NO69 Rebond infini ?

Une balle rebondit aux trois quarts de la hauteur à laquelle elle a rebondi précédemment.

Quelle fraction de la hauteur initiale atteint-elle au troisième rebond ?

FICHIER **NO70**

NO71 Tour de passe-passe

si le nombre $n = 1,45454545...$
alors $100 \cdot n = 145,454545...$
comme $n = 1,45454545...$
on a donc $99 \cdot n = 144$
il s'ensuit que $n = \frac{144}{99}$, que l'on peut écrire $\frac{16}{11}$ sous sa forme irréductible

a) En utilisant la même méthode, transforme les écritures décimales suivantes en écriture fractionnaire.

$13,\overline{6}$ $0,\overline{72}$ $2,0\overline{4}$ $0,\overline{428571}$

b) Ta calculatrice te permet-elle aussi de trouver cette écriture fractionnaire ?

Puissances et racines

FICHIER Que sais-je ? p. 18

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER NO72 à NO74

NO75 Les abeilles

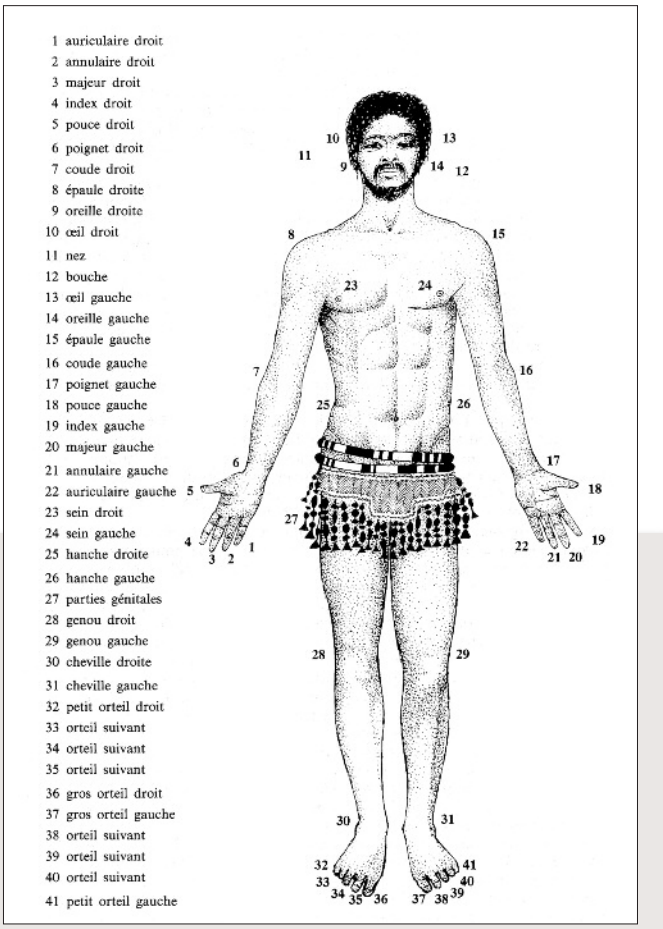
Pour produire 1 g de miel, les abeilles doivent butiner 7500 fleurs. Si les abeilles d'une ruche ont produit 5 kg de miel, combien de fleurs ont-elles butinées ?

Donne la réponse en notation scientifique.

Puissances et notation scientifique

NO76 Pouce

En pliant ou non chaque doigt d'une main, combien de signes différents peux-tu représenter ?



Dans son extraordinaire ouvrage *Histoire universelle des chiffres*, Georges Ifrah évoque ces populations qui utilisaient leur corps tout entier pour compter, permettant ainsi à l'être humain d'avoir en tout temps sa calculatrice avec lui, bien avant nos machines à calculer et autres téléphones portables aux multiples fonctions.

Procédé corporel utilisé par certaines populations qui désignaient une partie de leur corps pour indiquer le nombre souhaité.

NO77 Correctes ou pas ?

1. Ces égalités sont-elles correctes ?

a) $3^6 \cdot 3^4 \stackrel{?}{=} 3^5 \cdot 3^5$ **b)** $6^4 \cdot 6^2 \stackrel{?}{=} 6^2 \cdot 3^5$ **c)** $5^3 \cdot 5^5 \stackrel{?}{=} (5^3)^2$

2. Calcule mentalement.

a) $3^2 \cdot 2^5 \cdot 3 \cdot 5^5$ **b)** $7^2 + 3^2$ **c)** $(3^7 \cdot 4^7) : (6^5 \cdot 2^5)$

FICHIER NO78

NO79 Sans calculatrice

Calcule et donne le résultat en notation scientifique.

a) 100 000 · 1000

b) 435 000 · 0,000 2

c) 25 000 : 500 000

d) 1250 : 0,001 5

e) 0,000 1 : 20 000

f) 0,000 002 05 · 4 000 000 000

FICHIER NO80

NO81 Planètes en tout genre

a) La somme des masses des planètes est-elle supérieure à celle du Soleil ($2 \cdot 10^{27}$ t) ?

b) Jupiter est la plus grande planète du système solaire.
La somme des rayons des autres planètes est-elle supérieure au rayon de Jupiter ?

Planète	Masse (kg)	Rayon (km)
Mercure	$3 \cdot 10^{23}$	2 400
Vénus	$5 \cdot 10^{24}$	6 100
Terre	$6 \cdot 10^{24}$	6 400
Mars	$6 \cdot 10^{23}$	3 400
Jupiter	$2 \cdot 10^{27}$	71 500
Saturne	$6 \cdot 10^{26}$	60 300
Uranus	$9 \cdot 10^{25}$	25 600
Neptune	10^{25}	24 800

NO82 De l'infiniment grand à l'infiniment petit

a) Sans ta calculatrice, détermine le rapport entre le diamètre du système solaire et celui d'un atome d'argent.
Diamètre du système solaire : 125 000 000 000 km
Diamètre d'un atome d'argent : 0,000 000 000 000 25 km

b) Exprime avec des mots ce que signifie le rapport que tu viens de calculer.

NO83 La nébuleuse de la Tête de Cheval

a) Après le Soleil, l'étoile la plus proche de la Terre est Proxima du Centaure située à 4,22 années-lumière.
Sachant que la lumière parcourt 300 000 km par seconde, quelle est la distance en kilomètres entre la Terre et Proxima du Centaure ?

b) La nébuleuse de la Tête de Cheval se situe à 1500 années-lumière de la Terre.
A quelle distance de notre planète, en kilomètres, se trouve cette nébuleuse ?



Une **nébuleuse** (du latin *nebula*, nuage) désigne, en astronomie, un vaste nuage de gaz et de poussières interstellaires, d'aspect diffus.

La nébuleuse de la **Tête de Cheval**, officiellement connue sous le nom de **« Barnard 33 »**, est une nébuleuse située à 1500 années-lumière de la Terre dans la constellation d'Orion. Elle est facilement reconnaissable à sa forme qui lui a donné son nom.

NO84 Molécules absorbées

Une molécule d'eau a une masse de $3 \cdot 10^{-26}$ kg.

Combien de molécules d'eau absorbes-tu en buvant un verre de 2 dl d'eau ?

En Suisse, les plus anciens vestiges d'installations destinées à l'alimentation en eau datent de l'âge du bronze : citerne rectangulaire en mélèze (XVI^{e} siècle av. J.-C.) à Savognin et captage de source à Saint-Moritz Bad (XIV^{e} siècle av. J.-C.), toutes deux situées dans les Grisons.

Grâce aux Romains, dans le I^{er} siècle apr. J.-C., des villes comme Avenches, Nyon ou Martigny avaient des infrastructures d'amenée et d'évacuation des eaux. Six aqueducs alimentaient Avenches ; un aqueduc long de 10 km amenait les eaux de Divonne-les-Bains (F) à Nyon. Dans la région bâloise, un canal de 6,5 km venait du sud vers la ville haute d'Augusta Raurica, où il existait un réseau de distribution sous pression et sans doute un château d'eau.

Il a pourtant fallu attendre le milieu du XX^{e} siècle pour que la quasi-totalité des foyers, urbains et ruraux de Suisse, profitent de l'eau courante à domicile.



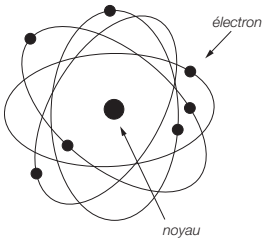
En Valais, les bisses, datant parfois de plusieurs siècles et amenant l'eau des montagnes jusqu'à flanc de coteau et en plaine, sont de remarquables constructions parfois très spectaculaires – ici le bisse d'Ayent construit vers 1440.

NO85 Modèle atomique de Bohr

La matière, même la plus dure, est composée essentiellement de vide !

En effet, si le diamètre d'un atome est de quelque 10^{-10} m, celui du noyau atomique est de l'ordre de 10^{-15} m seulement.

Si une tête d'épingle représente le noyau atomique, quel est, à la même échelle, le diamètre de l'atome ?



Modèle atomique de Bohr



Un **modèle scientifique** peut être une représentation de ce qu'on ne peut pas voir directement pour différentes raisons.

Le modèle de Bohr de la structure atomique, énoncé en 1913 par le physicien danois Niels Bohr (1885-1962), est fondé sur le modèle planétaire de Rutherford, dans lequel l'atome est considéré comme un noyau compact, composé de protons et de neutrons, entouré d'un essaim d'électrons. Le modèle propose que les électrons qui gravitent autour du noyau soient situés sur des niveaux d'énergie. Bohr en a identifié sept, chacun d'eux ne pouvant contenir qu'un nombre maximal d'électrons.

Ce modèle est encore utilisé pour le grand public et dans l'enseignement, mais d'autres modèles plus valides ont été développés depuis.

NO86 Atome d'hydrogène

Selon le modèle de Bohr, l'atome d'hydrogène est composé d'un proton en son noyau et d'un électron qui gravite autour de ce dernier sur une orbite circulaire.

Sachant que la distance de l'électron au proton est de $5 \cdot 10^{-9}$ m et qu'il fait 10 000 tours à la seconde, combien de mètres parcourt-il en une année ?

NO87 Chaîne de cuivre

La masse de 1 cm^3 de cuivre est 9 g. Celle d'un atome de ce même métal est 10^{-22} g.
Le diamètre d'un atome est 10^{-10} m.

Si l'on formait une chaîne en disposant côte à côte tous les atomes contenus dans 1 cm^3 de cuivre, serait-elle suffisamment longue pour faire le tour de la Terre ?

NO88 Hémoglobine

a) Quel est le volume total des globules rouges d'un individu ?

b) Quelle serait approximativement la hauteur d'une colonne formée d'un empilement de tous les globules rouges de ce même individu ?

Les globules rouges
Le corps renferme 5 à 6 litres de sang. Celui-ci est un liquide (plasma) dans lequel nagent les globules rouges et les globules blancs. Les globules rouges sont minuscules. Ils ont la forme d'un cylindre de $4 \cdot 10^{-5}$ mm^2 de base et leur épaisseur est d'environ $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ mm. Une goutte de sang de 1 mm^3 en contient environ 5 millions.

Racines

NO89 L'arête d'un cube

Deux personnes mesurent l'arête d'une boîte cubique de 2 litres.
L'une trouve 12,5 cm et l'autre 12,6 cm.

Qui a raison ?

NO90 La diagonale d'un cube

Jimmy et Caroline ont mesuré chacun la diagonale d'un cube de 10 cm d'arête. Jimmy obtient 17,4 cm et Caroline 17,3 cm.

Qui a raison ?

NO91 Encadrement

Sans utiliser ta calculatrice, encadre les racines suivantes à l'aide de deux nombres entiers.

a) $\sqrt{1400}$ **c)** $\sqrt{18}$ **e)** $\sqrt{888}$ **g)** $\sqrt{6 \cdot 7}$

b) $\sqrt{0{,}4}$ **d)** $\sqrt[3]{1400}$ **f)** $\sqrt{150}$ **h)** $\sqrt[3]{-900}$

NO92 Estimations et vérifications

Estime les nombres suivants :

a) $\sqrt{47}$ **d)** $\sqrt{10\,000}$ **g)** $\sqrt{1{,}44}$ **j)** $\sqrt{438}$

b) $\sqrt{470}$ **e)** $\sqrt[3]{1\,000\,000}$ **h)** $\sqrt{1600}$ **k)** $\sqrt{2^{10}}$

c) $\sqrt[3]{470}$ **f)** $\sqrt[5]{100\,000}$ **i)** $\sqrt{10^6}$ **l)** $\sqrt{\frac{28}{27}}$

Vérifie ensuite avec ta calculatrice.

NO93 Règles et racines

Vrai ou faux ?

a) La racine carrée d'une somme de deux termes est égale à la somme des racines carrées de chacun de ces deux termes.

b) Le produit des racines carrées de deux nombres est égal à la racine carrée du produit de ces deux nombres.

c) Le carré de la racine carrée d'un nombre positif est égal à ce nombre.

d) La racine carrée du quotient de deux nombres est égale au quotient des racines carrées de ces deux nombres.

NO94 Déracinés

Ces égalités sont-elles vraies ?

a) $\sqrt{225} \stackrel{?}{=} \sqrt{9} \cdot \sqrt{25}$

b) $\sqrt{4+32} \stackrel{?}{=} \sqrt{4} + \sqrt{32}$

c) $\sqrt{9 \cdot 100} \stackrel{?}{=} \sqrt{9} \cdot \sqrt{100}$

d) $\sqrt{64-16} \stackrel{?}{=} \sqrt{64} - \sqrt{16}$

e) $\sqrt{16} \cdot \sqrt{100} \stackrel{?}{=} \sqrt{1600}$

f) $\sqrt{\frac{100}{25}} \stackrel{?}{=} \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}}$

g) $(\sqrt{25})^2 \stackrel{?}{=} \sqrt{25} \cdot \sqrt{25}$

h) $49 \stackrel{?}{=} (\sqrt{49})^2$

i) $\sqrt[3]{3} \stackrel{?}{=} 1$

j) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \stackrel{?}{=} 5$

k) $\sqrt{10\,000} + \sqrt{400} \stackrel{?}{=} \sqrt{10\,000 + 400}$

l) $\frac{\sqrt{144}}{\sqrt{36}} \stackrel{?}{=} \sqrt{\frac{144}{36}}$

NO95 On applique

Calcule.

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$

b) $\sqrt{(-3)^2}$

c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{800}$

d) $(\sqrt{17})^2$

e) $\sqrt{169 \cdot 16}$

f) $\sqrt{1521}$

g) $\sqrt{81} + \sqrt{121}$

h) $\sqrt{12} : \sqrt{3}$

i) $\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{64}}$

j) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{9}$

FICHIER **NO96**

NO97 Extractions

Exemple : $\sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 4} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{4} = 2\sqrt{3}$

Fais de même avec les expressions suivantes, afin d'en extraire le plus grand entier possible.

a) $\sqrt{175}$

b) $\sqrt{72}$

c) $\sqrt{300}$

d) $\sqrt[3]{1080}$

e) $\sqrt{400\,000}$

f) $5\sqrt{252}$

g) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{6}$

h) $\sqrt{18} + \sqrt{32}$

i) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{72}$

j) $\sqrt{50} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$

k) $\sqrt[3]{-125}$

l) $\sqrt[3]{48}$

NO98 Traitement de racines

Dans chaque série de nombres, l'un d'entre eux n'est pas égal aux autres.

Retrouve cet intrus.

a) $\sqrt{60}$; $\sqrt{15}\cdot\sqrt{4}$; $2\sqrt{15}$; $3\sqrt{20}$; $\sqrt{12}\cdot\sqrt{5}$

b) $\sqrt{27}$; $\sqrt{20+7}$; $3\sqrt{3}$; $\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}$; $3\sqrt{9}$

c) $\sqrt{441}$; $\sqrt{49}\cdot\sqrt{9}$; $7\sqrt{9}$; $\sqrt{21}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{7}$; $\sqrt{400}+\sqrt{21}$

d) $\sqrt{\frac{25}{64}}$; $\frac{1}{8}\sqrt{25}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{2{,}5}{6{,}4}$; $\frac{5}{\sqrt{64}}$

NO99 Manipulation de racines

1. Sachant que $\sqrt{2}\cong 1{,}4$; $\sqrt{3}\cong 1{,}7$; $\sqrt{5}\cong 2{,}2$; $\sqrt{7}\cong 2{,}6$, estime les nombres suivants :

a) $\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7}$

b) $\sqrt{32}$

c) $\sqrt{98}$

d) $\sqrt{6}$

e) $\sqrt{600}$

f) $\sqrt{35}$

g) $\sqrt{3500}$

h) $\sqrt{0{,}03}$

i) $\sqrt{0{,}07}$

j) $\sqrt{50}$

k) $\sqrt{500}$

l) $\sqrt{27}$

m) $\sqrt{2\,000\,000}$

n) $\sqrt{2500}$

o) $\sqrt{21}$

Vérifie ensuite avec ta calculatrice.

2. Réduis, si possible, les expressions suivantes.

a) $3\sqrt{7}-2\sqrt{7}$

b) $\sqrt{50}+\sqrt{98}$

c) $\sqrt{18}+\sqrt{32}$

d) $3\sqrt{8}-\sqrt{2}+\sqrt{18}$

FICHIER **Faire le point p. 21**

Encore quelques problèmes

NO100 La Voie lactée

La vitesse de révolution du Soleil autour de l'axe de la Voie lactée est-elle supérieure à celle d'un bolide de formule 1 ?

La Voie lactée, notre galaxie, ressemble à un disque. Elle est constituée d'environ deux cents milliards d'étoiles, dont la plupart sont semblables au Soleil.

Toutes ces étoiles tournent autour de l'axe de rotation du disque. Le Soleil se trouve à $3\cdot 10^{17}$ km du centre galactique. Depuis sa naissance, il y a 4,5 milliards d'années, il a effectué une vingtaine de tours.



NO101 Au cœur du Soleil

a) Chaque seconde, 4 millions de tonnes de matière sont transformées en énergie à l'intérieur du Soleil.

«A ce rythme-là, il va bientôt s'éteindre», pense Aurélie.

A-t-elle raison ?

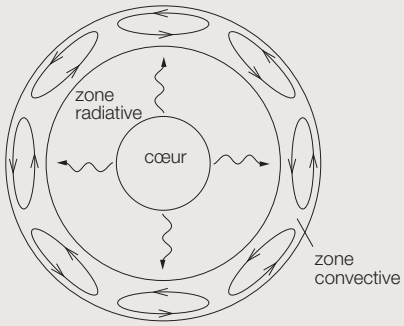
b) Dans le cœur du Soleil, dont la masse représente 20 % de celle de l'astre, des réactions nucléaires transforment chaque seconde 600 millions de tonnes d'hydrogène en hélium.

Actuellement, il ne reste que 30 % d'hydrogène au cœur du Soleil. Lorsque celui-ci ne contiendra plus que de l'hélium, le volume du Soleil augmentera et son rayon atteindra l'orbite de Mars. La Terre sera ainsi vaporisée.

Dans combien de temps ?

Le Soleil

Age :	4,5 milliards d'années
Rayon :	700 000 km
Masse :	$2 \cdot 10^{27}$ t
Composition :	70 % d'hydrogène
	28 % d'hélium
	2 % d'autres éléments
	(pourcentages relatifs à la masse)



Représentation schématique du Soleil

NO102 Du côté de l'arête

a) Quelle est l'aire d'un carré dont le côté mesure $\sqrt{2}$?

b) Quel est le volume d'un cube dont l'arête mesure $\sqrt{2}$?

c) Quelle est l'aire totale des faces d'un cube dont le volume vaut 2 ?

NO103 On se questionne

Voici six nombres :

-1 $\quad \sqrt{2}-1 \quad$ $\sqrt{2-1}$ $\quad 0 \quad$ -1^2 $\quad \sqrt{-9}$

Lesquels sont :

a) négatifs ?

b) positifs ?

c) ni positifs, ni négatifs ?

d) des nombres rationnels ?

e) des nombres réels ?

NO104 Déguisements

Classe ces nombres dans l'ordre croissant.

$\frac{14}{98}$ $\quad \sqrt{289} \quad$ $\frac{\pi}{2}$ $\quad -\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{20}} \quad$ $-3{,}14$ $\quad \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad$ $\frac{22}{7}$ $\quad \sqrt{\frac{144}{16}} \quad$ $1-\frac{\sqrt{5}}{2} \quad$ $1{,}618$



LE NOMBRE

EXISTÂT-IL
autrement qu'hallucination éparse d'agonie

COMMENÇÂT-IL ET CESSÂT-IL
sourdant que nié et clos quand apparu
enfin
par quelque profusion répandue en rareté
SE CHIFFRÂT-IL

évidence de la somme pour peu qu'une
ILLUMINÂT-IL

LE HASARD

Choit
la plume
rythmique suspens du sinistre
s'ensevelir
aux écumes originelles
naguères d'où sursauta son délire jusqu'à une cime
flétrie
par la neutralité identique du gouffre

BNF

« Un coup de dés jamais n'abolira le hasard », rédigé en 1897, est un des derniers poèmes de Stéphane Mallarmé (1842-1898). Le texte, comptant une vingtaine de pages, se présente sous une forme graphique très originale, cherchant, entre autres, à illustrer les mouvements aléatoires d'un coup de dés...

Prévoir l'avenir et parvenir à maîtriser le hasard sont des vœux qui traversent l'esprit de chacun, et les êtres humains, de longue date, s'en sont préoccupés. Un exemple de cette attente est de vouloir connaître, à l'avance, le résultat de jeux de hasard, loterie, cartes, dés, etc. Les mots que nous utilisons en gardent les traces : *aléatoire* provient du latin *alea*, alors que *hasard* est issu de l'arabe hispanique, رَمْزَل, construit lui-même à partir de l'article défini arabe *al-*, auquel vient s'ajouter *zahr*, d'où *al-zahr* ou *az-zahr* ; ces mots latin et arabe désignent chacun le dé ou le jeu de dés.

Les mathématiciens, depuis le XVII^e^ siècle, ont développé des outils permettant de mieux comprendre l'incertitude et de déterminer le nombre de chances – ou de risques – qu'un événement se produise ou non : le calcul des probabilités. Le futur reste imprévisible, mais ces opérations permettent d'évaluer les développements possibles de situations aléatoires. Blaise Pascal (1623-1662) et Pierre de Fermat (1601-1665) sont deux de ces chercheurs qui réalisèrent les premiers travaux remarquables sur les probabilités.

Situations aléatoires

Apprentissages visés

- Exploration et traitement de situations aléatoires à l'aide de notions de probabilités
- Connaissance et utilisation de diverses fonctions de la calculatrice

Sommaire

- Pour réactiver certaines connaissances 34
- Fréquences et probabilités 35
- Encore quelques problèmes 39

FICHIER **Que sais-je ? p. 22**

Pour réactiver certaines connaissances

NO105 Idées reçues

Vrai ou faux ? Justifie ta réponse.

a) On lance un dé à six faces. Si le 2 vient de sortir, on a moins de chances qu'il sorte au lancer suivant.

b) Chaque fois qu'on lance un dé à six faces, on a une chance sur six d'obtenir un 6.

c) On lance une pièce de monnaie et elle tombe sur pile. Au prochain lancer, il y a plus de chances qu'elle tombe sur face.

d) On dispose de onze cartes, cinq cartes rouges et six cartes noires. On tire une carte au hasard et on tombe sur une noire. On l'élimine du paquet. On a maintenant autant de chances de tirer une carte rouge qu'une carte noire.

NO106 D'autres idées reçues

Vrai ou faux ? Justifie ta réponse.

a) Il ne faut jamais jouer les numéros qui sont sortis lors du tirage précédent d'une loterie, car ils ont moins de chances de sortir les fois suivantes.

b) A la Loterie suisse à numéros, on devait cocher six numéros dans une grille allant de 1 à 45. La combinaison {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6} avait moins de chances d'apparaître que {3 ; 10 ; 11 ; 14 ; 21 ; 33}.

c) Ce tableau représente les résultats obtenus sur 50 lancers d'un même dé.

1	2	3	4	5	6
𝍸 |	𝍸 𝍸 ||	𝍸	𝍸 ||||	𝍸	𝍸 𝍸 |

Le 3 et le 5 ont plus de chances de sortir au prochain lancer.

NO107 Les tenues de Mireille

Mireille a deux tee-shirts, trois jupes et trois paires de chaussures, tous et toutes d'une couleur différente. Détermine toutes les façons de s'habiller avec ces vêtements.

Fréquences et probabilités

NO108 Encore des idées reçues

Vrai ou faux ? Justifie ta réponse.

1. Dans une urne, on place neuf boules jaunes et une boule noire.

a) On tire une boule, on observe sa couleur et on la remet dans l'urne. Il est possible de tirer quatre fois de suite une boule noire.

b) Si on tire deux boules en même temps, on peut obtenir deux noires.

c) Si on tire trois boules en même temps, on obtient forcément des boules de couleurs différentes.

2. On place trois boules rouges et quatre boules blanches dans une urne.

a) On tire une boule au hasard. On a plus de chances d'obtenir une boule blanche qu'une boule rouge.

b) On obtient d'abord une boule blanche qu'on remet dans l'urne. Au tirage suivant, on a plus de chances de tirer une boule rouge qu'une boule blanche puisqu'on vient de tirer une boule blanche.

FICHIER NO109

NO110 Expérience aléatoire

Avec un camarade, prenez six morceaux de papier. Dessinez sur le premier un disque, sur le deuxième un carré, sur le troisième un trapèze, sur le quatrième un rectangle non carré, sur le cinquième un triangle et sur le dernier un hexagone. Placez le tout dans une boîte.

Un tirage consiste à prendre un billet dans la boîte, sans regarder, de l'identifier, puis de l'y remettre.

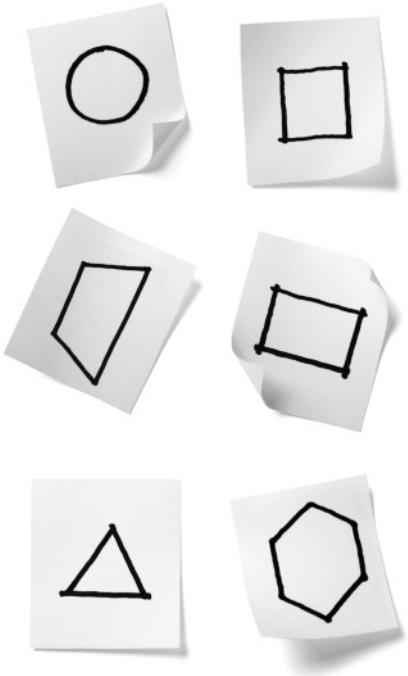
a) Faites un pronostic sur la fréquence d'apparition d'un quadrilatère pour un grand nombre de tirages d'un seul billet.

b) Effectuez, sans regarder, cinquante tirages. Notez les résultats obtenus dans un tableau.

c) Calculez maintenant la fréquence d'apparition d'un quadrilatère. Votre pronostic est-il confirmé ?

d) Et si, maintenant, on met ensemble tous les tirages de la classe et qu'on calcule la fréquence d'apparition de chaque figure, le résultat est-il plus proche du pronostic établi ?

e) Quelle est la probabilité de tirer un quadrilatère ?



NO111 Mission impossible ?

Marie-Jeanne place à l'intérieur d'un chapeau vingt cartes à jouer, des noires et des rouges, sans te dire combien il y en a de chaque sorte. Propose une méthode te permettant de déterminer s'il y a plus de chances de tirer une carte rouge qu'une carte noire en suivant les règles suivantes :

– tu ne tires qu'une carte à la fois,

– tu ne vois la couleur de la carte qu'une fois celle-ci sortie du chapeau,

– tu remets chaque carte tirée dans le chapeau avant le prochain tirage.

NO112 Deux fois six

On dispose d'un dé à douze faces numérotées de 1 à 12.
Quelles sont les chances, lorsqu'on le lance, d'obtenir :

a) un 1

b) un 5

c) un 12

d) un nombre pair

e) un multiple de 5

f) un nombre compris entre 1 et 12

NO113 Que de nombres !

Dans un sac, on a placé trois jetons numérotés 6, 7 et 8. On les tire un à un sans les remettre. On fait correspondre le premier chiffre tiré au chiffre des centaines, le deuxième à celui des dizaines et le troisième à celui des unités.

a) Etablis la liste de tous les nombres que l'on peut obtenir.

b) Quelle est la probabilité d'obtenir 768 ?

c) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre inférieur à 786 ?

d) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre supérieur à 876 ?

NO114 Un ou une

Dans un sac, on a mis des jetons avec la lettre E, la lettre U et la lettre N.
On sait que la probabilité de tirer un U est de $\frac{3}{10}$ et celle de tirer un N de $\frac{1}{5}$.

a) Calcule la probabilité de ne pas tirer la lettre U.

b) Calcule la probabilité de tirer un E.

NO115 Des dés

Dédé possède une grande variété de dés, qu'il a disposés sur les tables respectives de ses camarades, avec chaque fois quelques petites colles à résoudre.

Table de Fatma

Un dé à huit faces comportant les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Un dé à six faces comportant les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6.

En lançant les deux dés, quelles sont les chances d'obtenir :

- deux valeurs identiques ?
- un total de 9 points ?
- un total de 3 points ?



Table d'Ahmed

Un dé à six faces aux couleurs respectives jaune, vert, rouge, bleu, blanc et noir.

Un dé à huit faces dont deux sont jaunes, deux vertes, deux bleues, deux rouges.

En lançant une fois les deux dés, quelle est la probabilité d'obtenir :

- deux faces bleues ?
- une face jaune exactement ?
- au moins une face jaune ?

Table de Tiago

Trois dés cubiques conventionnels.

En lançant une fois les trois dés, obtiendras-tu plus facilement un triple six, un double cinq ou une somme de points supérieure à 13 ?

NO116 C'est pas la joie !

Dans une partie de jeu de l'oie, tu tombes sur une case piège. Pour en sortir, tu dois obtenir 5.

Tu as le choix entre deux possibilités :

– faire 5 avec un seul dé,
– obtenir 5 comme somme de deux dés, jetés ensemble.

Quelle possibilité vas-tu choisir ?

NO117 Mâle ou femelle ?

a) Une dame possède deux perroquets. Un jour, un oiseleur lui demande : « Est-ce qu'un des oiseaux au moins est un mâle ? » La dame lui répond par l'affirmative.

Quelle est la probabilité que les deux perroquets soient des mâles ?

b) Une autre dame a deux perroquets, l'un vert, l'autre rouge. « Est-ce que l'oiseau vert est un mâle ? » demande alors le même oiseleur. De nouveau, la réponse est « oui ».

La probabilité que les deux oiseaux soient des mâles est-elle la même qu'auparavant ?

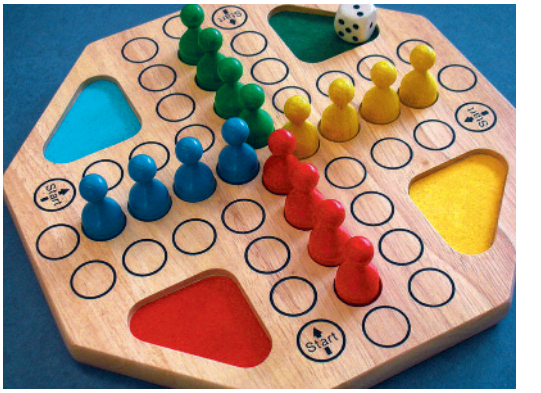


NO118 Hâte-toi lentement

Dans le jeu Hâte-toi lentement, qui se joue avec un dé conventionnel, une des règles dit :

« Si on obtient un 6, on peut rejouer ! Et si on obtient une deuxième fois un 6, on peut encore rejouer une fois… mais si un 6 apparaît une troisième fois… alors il faut ramener tous ses pions à la maison ! »

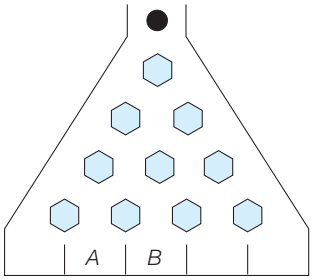
Cette situation risque-t-elle de se produire fréquemment ?



NO119 Boule qui roule...

Sur cette planche, disposée verticalement, la boule ne peut que descendre.

Est-il plus probable qu'elle termine sa course dans le compartiment *A* ou dans le compartiment *B* ?



On peut construire cet appareil, appelé « planche de Galton », avec une planche en bois et des écrous hexagonaux. La distance entre deux écrous doit être juste assez grande pour permettre à la bille de passer entre eux. La bille frappe le premier écrou, passe à sa droite ou à sa gauche, et descend vers la deuxième rangée. Elle rencontre alors un nouvel écrou et continue son chemin en passant à sa droite ou à sa gauche.

La planche de Galton permet ainsi d'établir des statistiques et de comparer les résultats expérimentaux aux valeurs théoriques.

H. M. Enzensberger, Le démon des maths, *Ed. du Seuil, Métailié*

FICHIER **Faire le point p. 24**

Encore quelques problèmes

NO120 Epreuves de connaissances

Benjamin doit répondre à cinq questions d'histoire par « vrai » ou par « faux ».

Comme il n'a rien appris, il décide de cocher systématiquement au hasard l'une des cases « vrai » ou « faux », se disant qu'ainsi, il a deux chances sur cinq de commettre deux erreurs ou moins.

A-t-il raison ?

NO121 L'amour fou

Pour obtenir la main d'Amandine, la fille du roi, Julius doit répartir quatre boules, deux blanches et deux noires, dans deux urnes, en mettant au moins une boule par urne.

Le roi choisira une des urnes et en extraira une boule : si celle-ci est blanche, Julius pourra épouser Amandine ; dans le cas contraire, il sera chassé du royaume.

Comment Julius doit-il disposer les boules dans les urnes pour avoir le plus de chances d'épouser sa bien-aimée ?

NO122 Le pari d'Akkhar

Akkhar te propose de lancer une fois un dé conventionnel à six faces.

Si tu obtiens un 6, il te donne 24 francs, sinon tu lui donnes 6 francs.

Accepteras-tu sa proposition ?

NO123 Deux sur cinq

Une urne contient cinq boules : trois blanches et deux noires. On en tire deux.

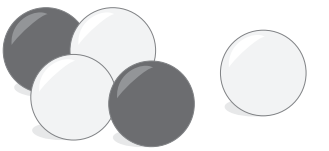
Quelle est la probabilité d'obtenir :

a) deux boules blanches ?

b) deux boules noires ?

c) deux boules de même couleur ?

d) deux boules de couleur différente ?



NO124 Quelle stratégie ?

Véronique cache une pièce de monnaie dans l'une des trois boîtes posées sur sa table.

Au moment où je m'apprête à en ouvrir une, elle saisit l'une des deux boîtes restantes, elle la secoue et me dit : « De toute façon, la pièce n'est pas dans celle-là ! »

Dois-je maintenir mon choix initial ou le modifier ?



Dans les années 1970, en participant à la très populaire émission télévisée américaine *Let's make a deal*, on pouvait gagner une Cadillac ou… une chèvre. Le candidat devait choisir une porte parmi trois. L'une cachait la Cadillac, chacune des deux autres une chèvre.

Après le premier choix du candidat, l'animateur Monty Hall (qui savait tout) ouvrait une (mauvaise) porte parmi les deux non choisies. Il proposait alors au candidat soit de confirmer le choix initial, soit de changer pour l'autre porte encore fermée. Qu'avait-il intérêt à faire ? Changer de porte ? Conserver ce choix initial ? La réalisation de simulations d'un grand nombre de tirages fournit un éclairage sur le choix à opérer.

Désormais, ce paradoxe mathématique surprenant porte le nom de l'animateur : le *paradoxe de Monty Hall*. A chaque fois qu'il est exposé, ce problème suscite toujours autant d'intérêt que de polémique.

NO125 Dés intransitifs

Jules et Jim jouent avec les dés A, B et C, dont les développements sont :

A

	5	
9	1	9
	5	
	1	

B

	7	
6	7	6
	2	
	2	

C

	4	
4	8	3
	8	
	3	

Jules choisit un des trois dés.

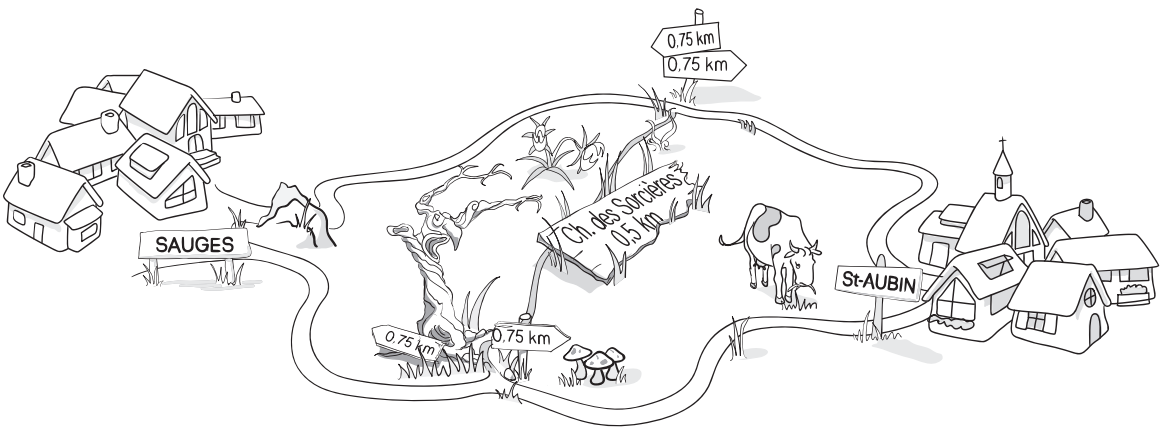
Jim choisit un des deux dés restants.

Jules et Jim lancent leur dé simultanément.

Le joueur dont le dé indique le nombre le plus élevé gagne la partie.

Quel dé choisirais-tu à la place de Jim ?

NO126 Le chemin des sorcières



Voici les chemins menant de Sauges à Saint-Aubin pour les piétons.

Deux enfants partent simultanément en sens contraire, à la même vitesse, le premier de Sauges en direction de Saint-Aubin et le second de Saint-Aubin en direction de Sauges.

a) Quelle est la probabilité qu'ils se rencontrent s'ils ne se sont pas indiqué les chemins qu'ils vont prendre, l'un et l'autre excluant le chemin des sorcières ?

b) Même question, mais les enfants n'ont pas peur des sorcières et peuvent donc emprunter n'importe quel chemin.

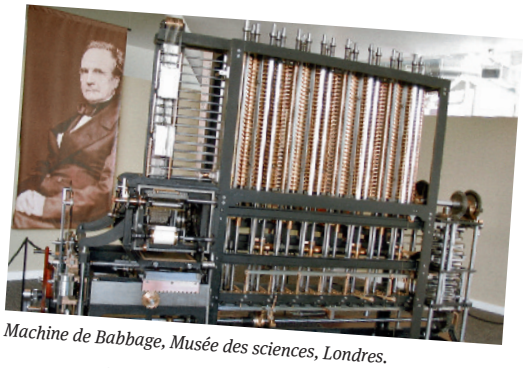


HP35, 1972

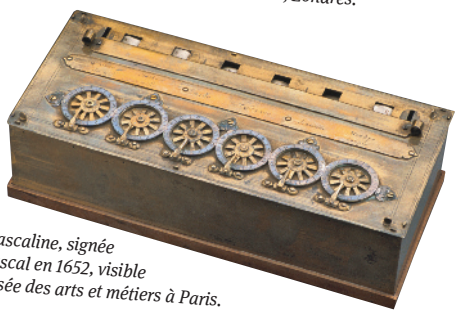
En 1972 ont été commercialisées les premières machines à calculer de poche, par exemple la HP 35 de Hewlett Packard. Ces calculatrices électroniques, comme celles fabriquées par Texas Instruments ou Casio, sont l'aboutissement d'une très longue histoire.

Machines électriques et électroniques

Des composants électriques ont été utilisés depuis les années 1930, puis électroniques dès 1960, dans des calculateurs aux dimensions parfois impressionnantes ; ancêtres de nos ordinateurs actuels, ils reposaient déjà sur le système binaire théorisé par le mathématicien et philosophe britannique George Boole (1815-1864). Ce dernier a réduit toutes les opérations logiques à de l'algèbre n'utilisant que deux quantités : 0 et 1. Toutes les calculatrices électriques ou électroniques fonctionnent sur ce principe : passage de courant (1) ou absence de courant (0).



Machine de Babbage, Musée des sciences, Londres.



Une pascaline, signée par Pascal en 1652, visible au Musée des arts et métiers à Paris.

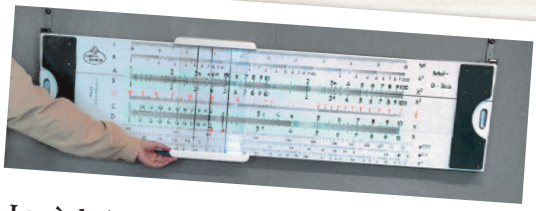
Machines mécaniques

Durant le XIX^{e} siècle ont été développées des machines à calculer mécaniques, avec roues dentées, cylindres métalliques, engrenages et cartes perforées ; inspirés des machines à tisser, ces calculateurs avait été conçus, en particulier, par le mathématicien anglais Charles Babbage (1791-1871) accompagné de Lady Ada Lovelace (1815-1852). Cette dernière est considérée comme la première programmatrice informatique.

Dans les années 1820, Babbage imagina une machine à différences, si complexe pour l'époque qu'elle a dû attendre 1991 pour être construite et exposée au Musée des sciences de Londres.

Cent quatre-vingts ans plus tôt, Blaise Pascal (1623-1662) avait inventé la toute première machine mécanique effectuant les quatre opérations. Elle fut nommée plus tard la *pascaline*.

Nombres, opérations… et problèmes



La règle à calculer

De nombreux systèmes ont été mis au point pour faciliter les opérations : par exemple, la règle à calculer, créée au début du XVII^e siècle et utilisée dans nos écoles jusque dans les années 1980.

Grâce à un système d'éléments mobiles coulissants, elle disposait de fonctions supérieures aux quatre opérations et avec une précision de trois décimales.

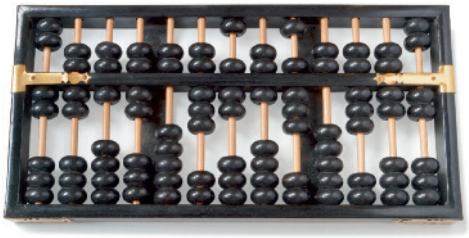
Un autre système appelé « bâtons de Napier », ou de Neper, du nom du mathématicien écossais John Neper (1550-1617), était également utilisé au début des temps modernes.

Le boulier et l'abaque

On trouve les premières traces du boulier en Chine au XII^e siècle, d'où il se diffusa un peu partout, en particulier en Russie et au Japon. Sous différentes formes, il est encore utilisé actuellement dans de nombreux pays à la place de calculatrices électroniques.

Le boulier est une forme d'abaque ; ces tables à calcul sont fondées sur un principe né en Mésopotamie, il y a 5000 ans : les lignes représentent la position du chiffre – unité, dizaine, centaine, etc. – et des jetons symbolisent les chiffres. A l'origine, il s'agissait de simples cailloux posés sur des lignes tracées sur une planche couverte de sable.

Les abaques se sont diffusés en Asie et en Europe de 3000 av. J.-C. jusqu'à la fin du Moyen-Age.



Un boulier chinois.



Tous ces systèmes et inventions géniales étaient et sont destinés à compléter le système de comptage le plus simple que l'être humain possède dès les origines et utilise encore : compter sur ses doigts !

Nombres, opérations… et problèmes

NO127 Arithmétique babylonienne



Cette tablette d'argile est une table de multiplication par 25.

Elle provient de Suse et est conservée au Musée du Louvre. Comme elle date d'environ 2000 ans av. J.-C., certaines marques imprimées dans l'argile ont disparu.

a) Ci-dessous, on a commencé à déchiffrer le contenu de cette tablette.

Poursuis ce travail.

1	𒌋	25
2	𒌋𒌋	50
3	𒌋𒌋𒌋	75
4	𒐐	100
5	𒐐𒌋	125

b) Si 1491 se note 𒐐𒐐𒐐𒌋𒌋𒌋𒌋

et 7894 𒌋𒌋𒌋𒐐𒐐

comment écris-tu :

721 ? 3920 ? 39912 ? 7221 ? 180 ?

D'où vient la base soixante ? Plusieurs auteurs se sont penchés sur cette question, mais à ce jour aucune explication ne paraît déterminante. Voici quelques hypothèses :



- Le nombre 60 est choisi, car c'est un « petit » nombre qui possède « beaucoup » de diviseurs, en particulier 1, 2, 3, 4, 5 et 6.
- Le nombre de jours de l'année, arrondi à 360, donne naissance à la division du cercle en 360 degrés. La soixantaine, comme unité de compte, provient alors de la division du cercle en six parties égales (la longueur de la corde déterminée par 1/6 de cercle est égale au rayon).
- La base soixante est le résultat d'une combinaison de la base cinq et de la base douze :
  - la base cinq trouve sa raison d'être chez les peuples qui apprennent à compter sur une main ;
  - l'origine de la base douze est également manuelle. Chaque doigt, à l'exception du pouce, a trois phalanges. On peut donc compter de 1 à 12 en appuyant successivement sur chacune des phalanges des quatre doigts par le pouce.

Le nombre 60 est obtenu comme suit : en atteignant la douzaine sur la main droite et on replie l'auriculaire gauche.
On revient ensuite à la main droite et on poursuit le compte de 13 à 24.
On replie alors l'annulaire gauche et on continue à compter de la même manière de 25 à 36 sur la main droite.
On rabaisse ensuite le majeur gauche (48), puis l'index de la même main (60).

NO128 Calculatrice romaine

Les comptables romains possédaient déjà leur « calculatrice » de poche.

Elle consistait en une petite plaquette métallique munie de rainures parallèles, le long desquelles glissaient des boutons mobiles de même taille.

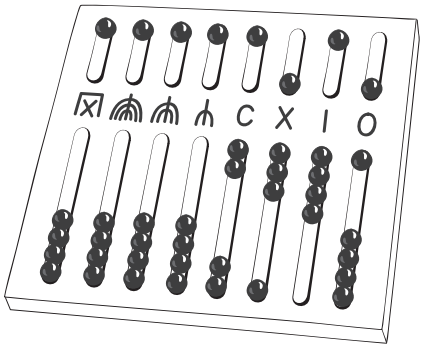
Cet instrument de calcul permettait d'effectuer diverses opérations arithmétiques.

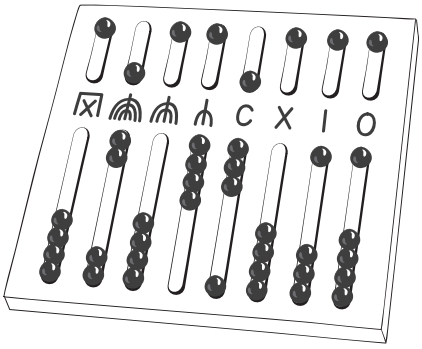
Si l'on considère des comptes en deniers, les sommes représentées sur ces abaques sont, respectivement :

– 284 deniers et 7 onces ;
– 704 801 deniers et 1 once.

(Le denier, unité monétaire romaine, était subdivisé en 12 parties égales appelées « onces ».)

A toi de dessiner un abaque représentant la somme de 62 057 deniers et 10 onces.



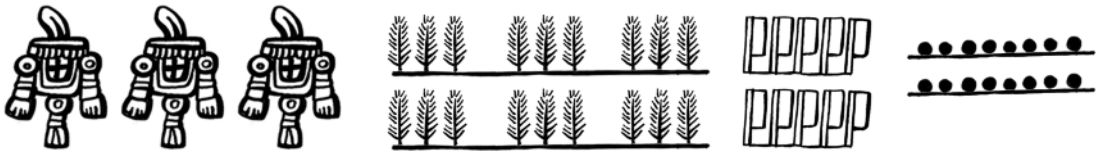


NO129 Du côté des Aztèques

Voici comment les Aztèques représentaient le nombre 847 :



et le nombre 31 416 :



a) A toi de représenter le nombre 20 012 en numération aztèque.

b) Quel est le plus grand nombre, en notation décimale, que l'on peut écrire à l'aide des quatre symboles aztèques ci-dessus ?

Nombres, opérations… et problèmes

NO130 La numération maya

a) Dès le VII^{e} siècle, les savants mayas écrivent les nombres selon les exemples suivants :

numération décimale	6	14	20	65	362	380	2667	7581
numération maya								

En utilisant les symboles mayas, écris les nombres :

19 ; 42 ; 120 ; 405 ; 1808.

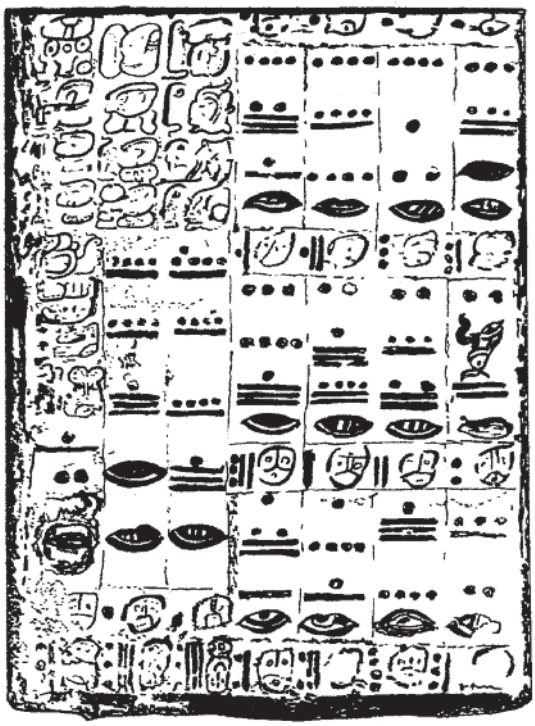
b) Au cours du premier millénaire de l'ère chrétienne, les astronomes mayas observent minutieusement les mouvements de plusieurs planètes.

Ils trouvent à quelques secondes près – fait hautement remarquable – la durée d'une année solaire et estiment à 584 jours la période de révolution de Vénus.

Voici un extrait d'un traité d'astronomie, datant du XI^{e} siècle. Sa partie de droite contient douze informations numériques relatives au mouvement de la Terre et de Vénus.

Décode ces informations.

Au cours de ta recherche, tu découvriras que le zéro maya était représenté par différents symboles et tu constateras que le scribe qui a rédigé ce document a commis une petite erreur !



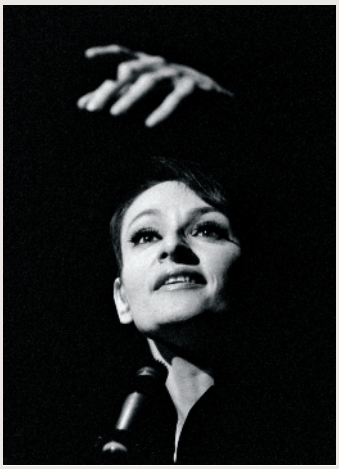
NO134 Hommage à Barbara

En face de chaque opération, tu découvres un morceau de phrase.

La réponse de chaque opération te permet de décoder la suite du texte de la manière suivante : il te suffit de chercher, dans la liste, un calcul dont le premier nombre est le résultat que tu as obtenu.

La première étape donne 5 :

$[16 - (-14)] : 6 = 5$	**Du plus loin que m**
a) $(22 - 12)^3$	**i depuis j'ai dit « je t'aime » Ma**
b) $(1 + 6 \cdot 20) : 11$	**rs j'avais quinze ans à peine Cœu**
c) $1000 - 7000 + 5900$	**plus belle histoire d'amour, c'est v**
d) $(-28 : 7) \cdot \sqrt{121}$	**sage Et j'ai tourné bien d**
e) $(\sqrt{82 - 1}) \cdot 10 : 2$	**bre de mes amours an**
f) $2^7 - 11^2$	**ours de gosse Ou les morsures d'**
g) $(-36 - 9) : 5 \cdot 9$	**endez-vous Du temps**
h) $7 \cdot 6 \cdot 5 : 70$	**un amour fou Du plus l**
i) $(79 - 9 \cdot 8)^2$	**oux Que ce furent, j'étais pr**
j) $(-8 - 6 + 4) : 5$	**eine vus, déjà disparus…**
k) $[(45 - 3) : 7]^2 - 72$	**ciennes Du plus loin du premier r**
l) $\sqrt{(49 - 3^4) : (-8)}$	**écoce De tendres am**
m) $(-14) \cdot 3 + (-14) \cdot 7$	**st vrai je ne fus pas sage Et**
n) $-100 : (-25) \cdot (-7)$	**ous C'est vrai je ne fus pas**
o) $-44 \cdot 3 + 12^2$	**es pages Sans les lire, b**
p) $3 \cdot (-6) - (-5) \cdot 8$	**oin qu'il m'en souvienne S**
q) $-81 : 3^3 + 4$	**des premières peines Lo**
r) $11 \cdot 8 - 9$	**r tout blanc et griffes aux gen**
s) $12 - (-8 + 39 - 5)$	**lanches et puis rien dessus C'e**
t) $(-140 + 11 \cdot 12)^1$	**mes guerriers de passage A p**
u) $5^2 \cdot 3 + 7$	**e revienne L'om**



Lorsqu'elle disparaît en 1997, la chanteuse Barbara, née en 1930, laisse orphelins les amateurs de chansons françaises. Celle qui proclamait que son public était « [s]on plus grand amour » se définissait elle-même ainsi, en portrait négatif : *« Je ne suis pas une grande dame de la chanson, je ne suis pas une tulipe noire, je ne suis pas poète, je ne suis pas un oiseau de proie, je ne suis pas désespérée du matin au soir, je ne suis pas une mante religieuse, je ne suis pas dans les tentures noires, je ne suis pas une intellectuelle, je ne suis pas une héroïne, je suis une femme qui chante ! »*

La « grande dame brune » fut l'interprète de chansons inoubliables comme *L'aigle noir*, *Göttingen*, *Nantes* ou *Gauguin* (lettre à Jacques Brel).

Nombres, opérations… et problèmes

NO135 La suite de Syracuse

On prend un nombre naturel plus grand que 0.

Si ce nombre est pair, on le divise par 2 et on obtient un nouveau nombre.

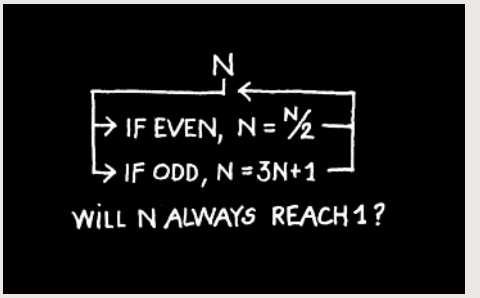
Si, au contraire, il est impair, on le multiplie par 3, on ajoute 1 au résultat et on obtient un nouveau nombre.

On recommence la même procédure avec le nouveau nombre obtenu.

a) Choisis un nombre plus petit que 10 et applique cette procédure une vingtaine de fois. Que constates-tu ?

b) Et si tu choisis un autre nombre ?

Le problème qui t'est proposé est l'illustration de ce que les mathématiciens appellent la « conjecture de Syracuse », appelée aussi « conjecture de Collatz », « conjecture d'Ulam », « conjecture tchèque » ou « problème $3x + 1$ ».



En dépit de la simplicité de son énoncé, cette conjecture a défié les mathématiciens durant de nombreuses années et elle n'a toujours pas été démontrée. Selon le mathématicien Paul Erdős, *Mathematics is not yet ready for such problems*.

NO136 Une commission en or !

Dans cette commission qui réunit neuf sages, chacun marmonne dans son coin :

Denis	*Je pars de 1 et j'ajoute le dernier nombre obtenu pour passer au suivant !*
Thierry	*Je pars de 1 et je juxtapose simplement un 0 à chaque fois.*
Alfred	*Je pars de 0 et j'ajoute, à chaque étape, le plus petit nombre impair non encore utilisé !*
Jean-Paul	*Je pars de 0 et j'ajoute tout simplement 1000 à chaque étape !*
Aldo	*Je pars de 1 et je multiplie par 10 pour passer à l'étape suivante !*
Laura	*Je pars de 0, je passe à 1 à la première étape, puis chaque nombre est obtenu par la somme des deux nombres qui le précèdent !*
Yves	*Je pars de 5 et je multiplie toujours le nombre que j'ai par 5 pour passer au suivant.*
Ewa	*Je pars de 1 millionième de millionième et je multiplie à chaque étape par 100.*
Hervé	*Je pars de 100, je divise par 10 à la première étape, puis je multiplie le résultat par 100 à la deuxième, je divise par 10 à la troisième et ainsi de suite.*

Lequel atteindra en premier le milliard, et en combien d'étapes ?

NO137 Qui divise ?

Vrai ou faux ? Dans l'ensemble $\mathbb{N}$:

a) Tous les nombres se divisent par un.

b) Aucun nombre ne se divise par lui-même.

c) Si a se divise par b, alors a est plus grand que b.

d) Si a et b se divisent par c, alors $a + b$ se divise par c.

e) Si a se divise par c, alors $a \cdot x$ ne se divise pas par c.

NO138 Zéphir

Vrai ou faux ?

a) Zéro se divise par tous les nombres.

b) Lorsqu'on multiplie un nombre par zéro, on trouve le nombre lui-même.

c) On peut diviser n'importe quel nombre par zéro.

d) Zéro est un nombre positif et négatif.

e) Le nombre zéro signifie « rien ».

f) $a^0 = 1$ pour tout nombre a.

g) $\sqrt{0} = 0$

h) $0^{1000} = 0$

i) $a + 0 = 0 + a$

j) $a - 0 = 0 - a$



Les chiffres 1 à 9 sont apparus pour la première fois en Inde au IVe siècle av. J.-C., et leur graphie a évolué lentement jusqu'à nos représentations actuelles. De l'Inde à l'Europe, en passant par le Moyen-Orient arabe et l'Afrique du Nord, cette façon d'écrire se modifia peu à peu, la dernière grande étape étant leur importation, en Espagne, par les Arabes occidentaux.

Le chiffre 0 et ses multiples et étonnantes propriétés sont restés inconnus du monde européen jusqu'à la fin du 1er millénaire. Les Egyptiens, les Mayas et d'autres peuples l'utilisaient déjà ; les fameux mathématiciens indiens élaboraient des raisonnements grâce à lui dès le VIIe siècle.

Il a fallu attendre le XIIe siècle pour que peu à peu l'Europe l'adopte. Traduit en latin par le mot *zephirum*, il fut défendu par le mathématicien italien Leonardo Fibonacci au XIIIe siècle contre ceux qui pensaient que ce chiffre « du néant » était un instrument du diable… En italien, il se transforme en *zephiro*, *zeuero*, *cero* et, enfin, *zéro* en français.

NO139 Le conducteur et le contrôleur

Le conducteur *Il y avait trois personnes dans mon bus ce matin. Le produit de leurs âges est 2450 et la somme est le double de ton âge. Peux-tu dire l'âge de ces trois personnes ?*

Le contrôleur *Désolé, je ne sais pas !*

Le conducteur *Une de ces trois personnes est plus âgée que moi.*

Le contrôleur *Cette fois c'est bon, j'ai trouvé !*

Et toi, saurais-tu retrouver l'âge de chacune de ces trois personnes ?

NO140 Quel footing !

a) Suzanne, Nathalie et Alexandre se trouvent au départ commun de trois pistes de footing, situées dans la même forêt :

- Suzanne court à la vitesse moyenne de 8 km/h sur le chemin des Airelles, le long d'une boucle de 4 km ;
- Nathalie court à la vitesse moyenne de 9 km/h sur le chemin des Bois, le long d'une boucle de 3 km ;
- Alexandre court à la vitesse moyenne de 10 km/h sur le chemin de la Chenille, le long d'une boucle de 5 km.

Alexandre propose que chacun coure sur son propre chemin, jusqu'au moment où tous les trois se retrouvent, ensemble, à leur point de départ commun.

Après combien de temps se retrouveront-ils les trois ensemble au point de départ ?

b) Le lendemain, Alexandre propose que chacun change de boucle, tout en courant selon les mêmes modalités.

Que constates-tu ?

FICHIER **NO141**

NO142 Harmoniquement vôtre

A disposition :

- les nombres $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{7}$; … ;
- l'addition.

Comment obtenir le nombre 1 sans additionner deux fois le même terme ?

NO143 Bizarre, bizarre !

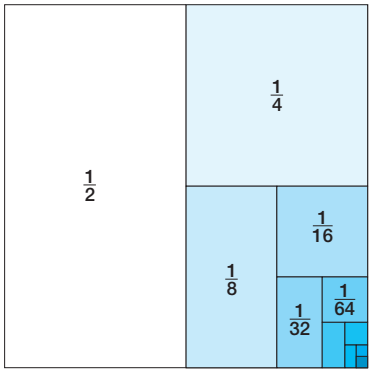
La somme des inverses des puissances de 2 se calcule ainsi :

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \ldots$

a) Quelle est la valeur du septième terme ?

b) Que vaut la somme des sept premiers termes ?

c) Que vaudrait cette somme si on continuait… à l'infini ?



NO144 Le testament d'Aloys

« Je lègue mon champ carré à mes cinq amis André, Claude, Fernand, Maurice et Robert. André recevra le quart de forme carrée, situé dans un angle, Claude, Fernand, Maurice et Robert devront se partager le reste, en quatre parties identiques, de même forme et de même grandeur. »

Comment vont-ils faire ?

Quelle fraction du champ représente chacune des parts ?

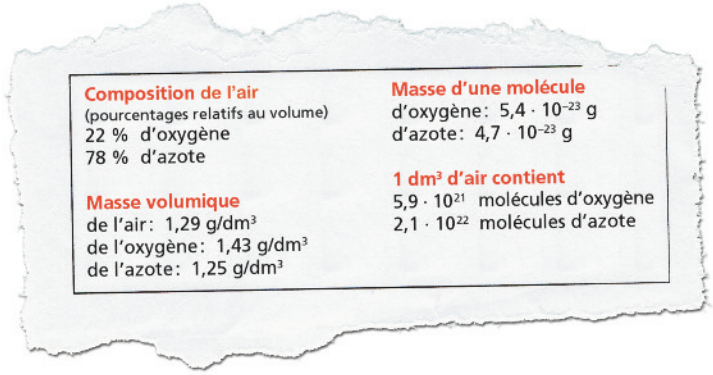
NO145 Les morilles

Cinq amis sont allés à la cueillette aux morilles ; ils se partagent les délicieux champignons de la manière suivante : Zoé est partie avec un cinquième de la cueillette, puis Louis s'en va avec un quart des morilles restantes ; ensuite, Anaïs part avec le tiers des morilles restantes et Nolan rentre chez elle avec la moitié des morilles restantes. Enfin, Morgane a pris le reste.

Le partage est-il équitable ?

NO146 L'air

Ces informations sont-elles compatibles ?



Nombres, opérations... et problèmes

NO147 Comment s'y prendre ?

Choisis quelques questions et, à l'aide de ta calculatrice, trouve rapidement :

a) le carré de 65 ;

b) le cube de 34 ;

c) la puissance quatrième de 14 ;

d) la racine carrée de 676 ;

e) la racine cubique de 4913 ;

f) la racine cinquième de 161 051 ;

g) l'opposé de 2001 ;

h) l'inverse de 35 ;

i) l'inverse de 0,00034 ;

j) l'inverse du carré de 37 ;

k) le carré de l'inverse de 37 ;

l) l'opposé de l'inverse de 45 ;

m) l'inverse de l'opposé de 45 ;

n) la racine carrée du carré de 9,99 ;

o) le carré de la racine carrée de 9,99 ;

p) l'écriture décimale de sept neuvièmes ;

q) l'écriture fractionnaire de 0,025 ;

r) l'écriture en notation scientifique de 60 040 000 000 000 ;

s) l'écriture en notation scientifique de 0,000 009 02 ;

t) le carré de l'inverse de 4 septièmes.

NO148 A l'approche de π

Voici quelques valeurs approchées du nombre π, apparues au cours de l'Histoire :

Période	Lieu	Valeur
2000 av. J.-C.	Babylone	$3 + \frac{1}{8}$
2000 av. J.-C.	Egypte	$\left(\frac{16}{9}\right)^2$
1200 av. J.-C.	Chine	3
800-500 av. J.-C.	Bible	
250 av. J.-C.	Grèce (Archimède)	$3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7}$
259 apr. J.-C.	Chine	$\sqrt{10}$; $\frac{142}{45}$; $\frac{157}{50}$
1950 apr. J.-C.	approximation usuelle	3,14
1980 apr. J.-C.	nombre de décimales connues : environ 2 millions	3,14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510 …
En 2012	nombre de décimales connues : environ 2700 milliards	…

Classe ces approximations, de la plus éloignée à la plus proche de celle affichée par ta calculatrice.

NO149 Les chasseurs de π

Newton, mathématicien anglais du XVII[e] siècle, a trouvé que :

$$\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2^3} + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{2^5} + \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{2^7} + \dots$$

n° du terme : 1 2 3 4 5

Un autre mathématicien, le Suisse Euler, a montré, quant à lui, que :

$$\frac{\pi^4}{96} = \frac{1}{1^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \frac{1}{7^4} + \dots$$

n° du terme : 1 2 3 4 5

Au XVII[e] siècle toujours, un troisième mathématicien, Lord Brouncker, a utilisé une présentation encore plus surprenante à l'aide de ce qu'on appelle une « fraction continue » :

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{3^2}{2 + \cfrac{5^2}{2 + \cfrac{7^2}{2 + \cfrac{9^2}{2 + \dots}}}}}$$

n° du terme : 1 2 3 4 5 6 …

A la fin du XVII[e] siècle, le mathématicien allemand Leibnitz, démontra, sur la base des travaux de James Gregory, que :

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

n° du terme : 1 2 3 4 5

Quelles sont les approximations successives de π que tu obtiens en prenant 1 terme, puis 2 termes, puis 3 termes, et ainsi de suite, pour chacun de ces quatre développements ?

Pi (π)

Il existe des moyens mnémotechniques pour retenir les premières décimales de π : il s'agit de mémoriser des phrases dont les mots ont autant de lettres que les décimales successives ; les mots de dix lettres représentent une décimale égale à zéro.

« Que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages !
3 1 4 1 5 9 2 6 5 3 5
Glorieux Archimède, artiste ingénieux,
Toi de qui Syracuse aime encore la gloire,
Soit ton nom conservé par de savants grimoires !

Jadis, mystérieux, un problème bloquait
Tout l'admirable procédé, l'œuvre grandiose
Que Pythagore découvrit aux anciens Grecs.
Ô quadrature ! Vieux tourment de philosophe ! … »

En allemand :
« Dir, o Held, o Alter Philosoph, du Riesen-Genie !
3 1 4 1 5 9 2 6 5
Wie, viele Tausende bewundern Geister … »

En anglais :
« May I have a large container of coffee … »
3 1 4 1 5 9 2 6

NO150 Ben, mon lapin !

Un célèbre mathématicien italien du Moyen-Age, Leonardo da Pisa, plus connu sous le nom de Fibonacci, propose cette petite énigme :

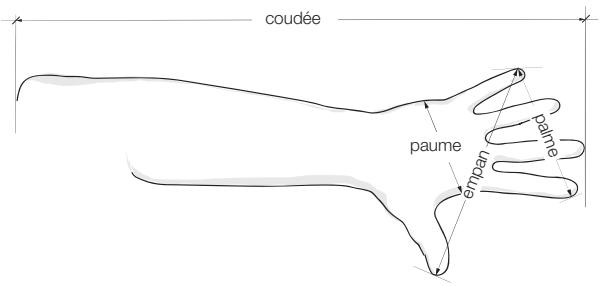
« Au mois de janvier de cette année, tu possédais un seul couple de lapins.

Combien en auras-tu, à la fin de cette même année, si, comme tous les couples de lapins, le tien :

– devient productif au deuxième mois de son existence,
– engendre ensuite un nouveau couple chaque mois ? »

NO151 La canne des bâtisseurs

Cette illustration représente quatre unités de mesure que les bâtisseurs de cathédrales et de chapelles romanes utilisaient fréquemment.



Mises bout à bout avec le pied, ces différentes unités en constituaient une nouvelle qu'on appelle aujourd'hui encore la « canne des bâtisseurs », et qu'on nomme parfois « quine », puisqu'elle est formée de cinq segments :



a) Fabrique-toi une telle canne à partir des mesures de ton propre corps.

b) Calcule ensuite les rapports entre chaque unité de mesure et l'unité immédiatement inférieure.

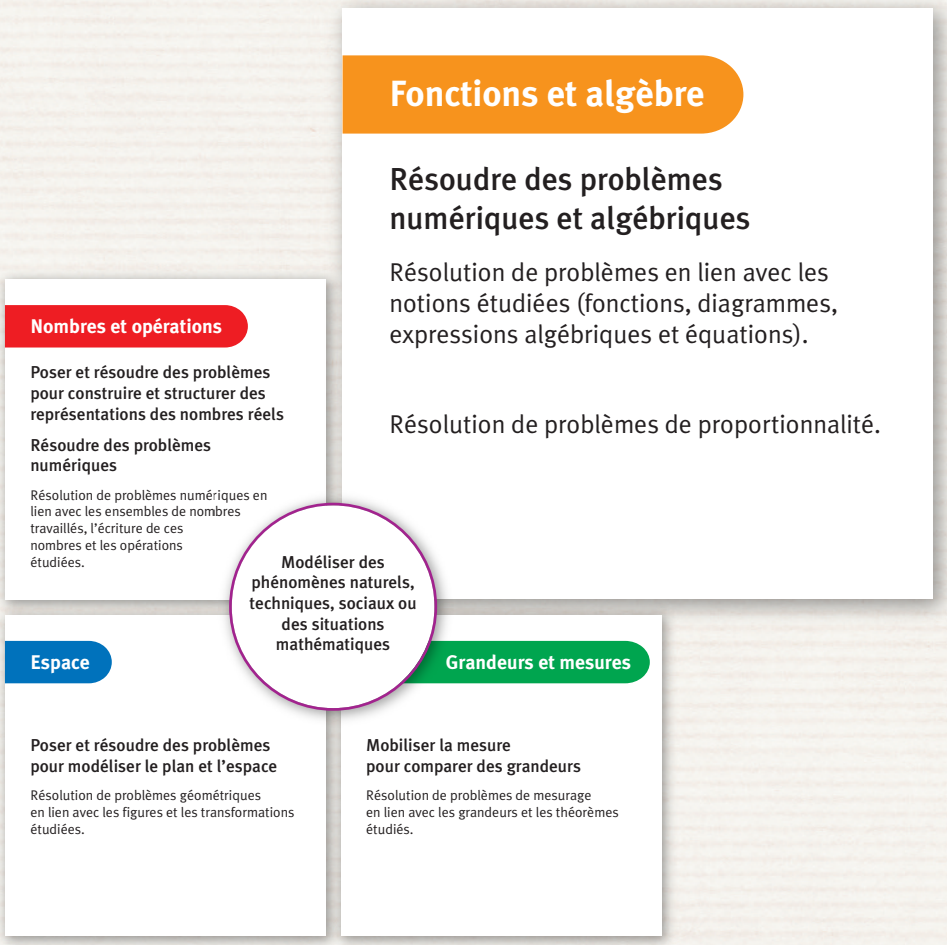
Fonctions et algèbre

Fonctions et diagrammes

Calcul littéral

Equations

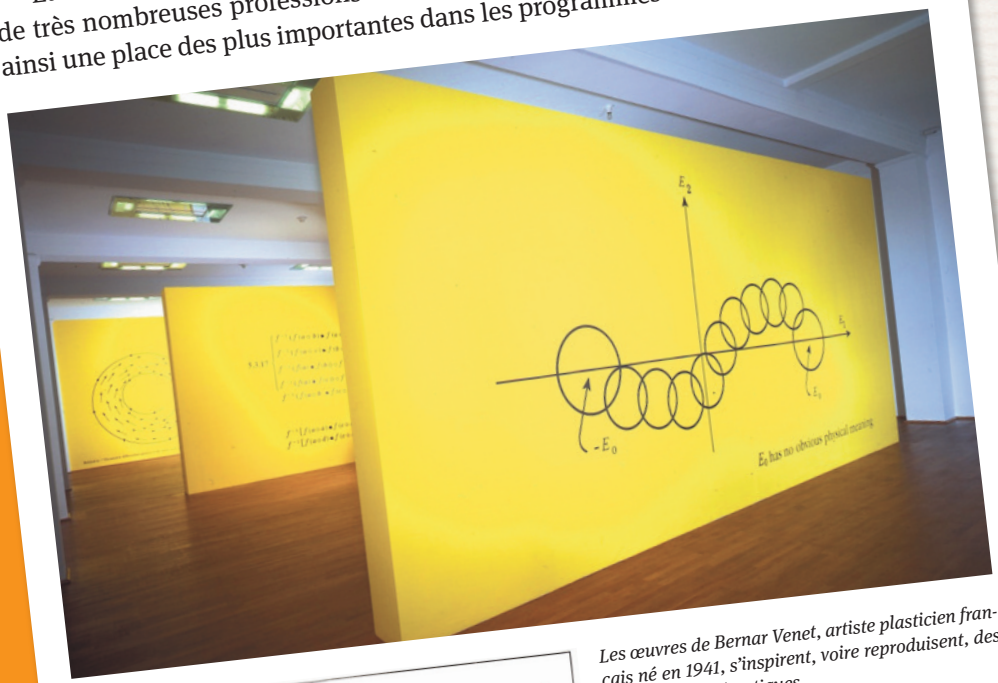
Fonctions, algèbre… et problèmes



Affine, *affine* et *linéaire* ou *affine et constante*, *quadratique*, *du troisième degré*, *racine*, *homographique*... Le domaine des fonctions est riche de représentants divers aux multiples propriétés.

Qu'elles soient illustrées au travers d'un *tableau de valeurs*, d'une *représentation graphique* ou simplement par leur *expression fonctionnelle*, les fonctions sont des outils extrêmement importants pour la résolution de problèmes, l'étude de phénomènes naturels et sociaux, ainsi que pour le bon fonctionnement de nombre d'appareils électriques et électroniques.

Etudiées dès le Cycle 3 et utiles autant aux lycéens, collégiens, gymnasiens qu'à de très nombreuses professions de l'artisanat et de l'industrie, les fonctions ont ainsi une place des plus importantes dans les programmes d'études.



Les œuvres de Bernar Venet, artiste plasticien français né en 1941, s'inspirent, voire reproduisent, des éléments mathématiques.

Ci-dessus : Installation of Equation, *acrylique sur mur, au Ludwig Museum, Coblence, Allemagne, 2002.*

A gauche : Représentation graphique de la fonction $y = -\frac{x^2}{4}$, *acrylique sur toile, 146 x 121 cm, 1966, location : Paris, musée national d'art moderne – Centre Georges Pompidou.*

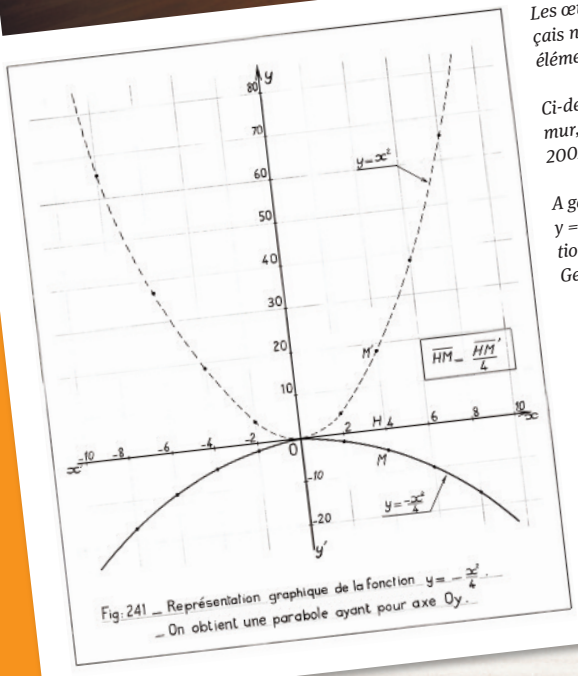


Fig. 241 – Représentation graphique de la fonction $y = -\frac{x^2}{4}$.
– On obtient une parabole ayant pour axe Oy.

Fonctions et diagrammes

Apprentissages visés

- Reconnaissance de situations pouvant être modélisées par des fonctions
- Lecture et interprétation de tableaux de valeurs, de représentations graphiques et d'expressions fonctionnelles
- Représentations de fonctions et passage d'une représentation à une autre
- Résolution de problèmes de proportionnalité
- Lecture de données
- Lecture, interprétation et réalisation de diagrammes
- Utilisation d'outils appropriés *(calculatrice, tableur, grapheur, etc.)*

Sommaire

Fonctions 58
- Pour réactiver certaines connaissances 58
- Situations modélisables par des fonctions 58
- Représentations de fonctions 59
- Encore quelques problèmes 61
- Pour réactiver certaines connaissances 61
- Situations modélisables par des fonctions 62
- Représentations graphiques et expressions fonctionnelles 66
- Représentations de fonctions affines 71
- Problèmes et fonctions 76
- Encore quelques problèmes 78

Proportionnalité 82
- Pour réactiver certaines connaissances 82
- Pour consolider et aller plus loin 84
- Unités composées 91
- Encore quelques problèmes 97

Diagrammes 99

Fonctions

FICHIER **Que sais-je ? p. 31**

Pour réactiver certaines connaissances

FA1 Tableaux et représentations

Représente graphiquement les fonctions f et g définies par les tableaux suivants.

Fonction f

x	–1	0	1
$3x$	–3	0	3

Fonction g

x	–1	0	1
$2x - 6$	–8	–6	–4

FICHIER **FA2**

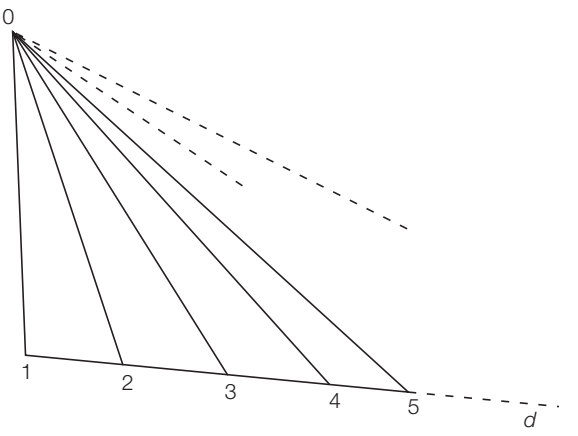
Situations modélisables par des fonctions

FA3 Combien de triangles ?

a) Combien y a-t-il de triangles dans la figure ci-dessous ?

b) Combien y en aurait-il dans le cas d'une figure comportant 50 points alignés et numérotés sur la demi-droite d ?

c) Et pour n points ?



FICHIER **FA4 à FA6**

Représentations de fonctions

FICHIER **FA7 à FA9**

FA10 Expression fonctionnelle et graphique

Voici quatre fonctions f, g, h et i représentées dans un système d'axes.

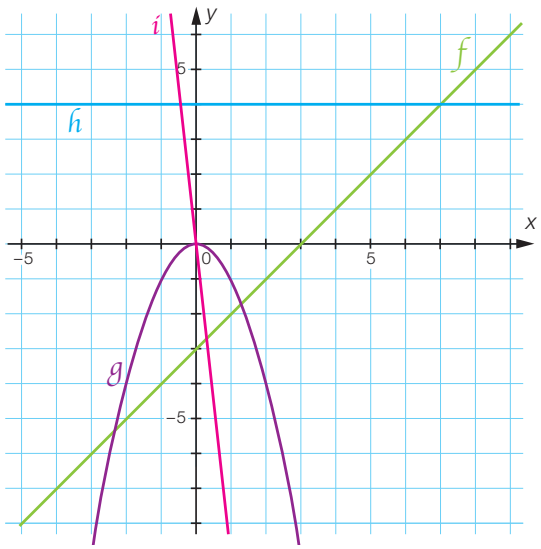
Indique à quelle représentation graphique chacune des expressions fonctionnelles ci-dessous correspond.

$x \longmapsto -x^2$

$x \longmapsto -10x$

$x \longmapsto 4$

$x \longmapsto x - 3$



FA11 Un peu d'ordre !

Voici seize expressions fonctionnelles.

$f : x \longmapsto x^2$ $\quad j : x \longmapsto -x$ $\quad n : x \longmapsto 5x^2 + 2$ $\quad r : x \longmapsto 50x$

$g : x \longmapsto 17x$ $\quad k : x \longmapsto -x^2 - 1$ $\quad o : x \longmapsto -13$ $\quad s : x \longmapsto -5x^2$

$h : x \longmapsto 2x + 3$ $\quad l : x \longmapsto \frac{x}{100}$ $\quad p : x \longmapsto -5x$ $\quad t : x \longmapsto x + 0{,}8$

$i : x \longmapsto 1{,}5$ $\quad m : x \longmapsto \frac{1}{100}$ $\quad q : x \longmapsto 1 + 3x$ $\quad u : x \longmapsto 2x + \frac{3}{10}$

a) Lesquelles ont une droite pour représentation graphique ?

b) Lesquelles sont des fonctions linéaires ?

c) Lesquelles sont des fonctions constantes ?

d) Lesquelles sont des fonctions affines ?

FA12 Chercher la bonne fonction

f, g, h et i sont quatre fonctions.

f	g	h	i
$4 \longmapsto 28$	$5 \longmapsto 2$	$1 \longmapsto 0{,}1$	$5 \longmapsto 25$
$8 \longmapsto 56$	$1 \longmapsto -2$	$8 \longmapsto 0{,}8$	$9 \longmapsto 81$
$-10 \longmapsto -70$	$-12 \longmapsto -15$	$-15 \longmapsto -1{,}5$	$-10 \longmapsto 100$

a) Sont-elles toutes linéaires ?

b) Ecris, si possible, l'expression fonctionnelle de chacune de ces fonctions.

FA13 Linéaire !

Les fonctions f, g, h et i sont linéaires.
Dans chacune de ces lignes s'est glissé un couple d'intrus. Trouve-le !

Fonction f :	(4 ; 12)	(12 ; 48)	(16 ; 64)	(8 ; 32)
Fonction g :	(–3 ; 1,5)	(6 ; –3)	(–10 ; 5)	(–2 ; 0)
Fonction h :	(1 ; 5)	(0 ; 0)	(1 ; 0,2)	(–4 ; –0,8)
Fonction i :	(15 ; 5)	(10 ; 30)	(33 ; 11)	(27 ; 9)

FA14 Quelle est la bonne fonction ?

h, i et j sont trois fonctions.

Trouve laquelle est linéaire et indique son facteur de linéarité.

h	i	j
$-4 \longmapsto 0$	$0 \longmapsto 0$	$\frac{1}{6} \longmapsto -1$
$0 \longmapsto 4$	$2 \longmapsto 8$	$-2 \longmapsto 12$
$2 \longmapsto 6$	$5 \longmapsto 125$	$0 \longmapsto 0$
$10 \longmapsto 14$	$10 \longmapsto 1000$	$5 \longmapsto -30$

FA15 Toutes linéaires ?

k, ℓ et m sont trois fonctions.
Seule l'une d'entre elles n'est pas linéaire.

a) Indique laquelle.

b) Détermine le facteur de linéarité des deux autres fonctions.

k	ℓ	m
$k(3) = 1{,}5$	$\ell(-4) = -6$	$m(9) = 3$
$k(18) = 9$	$\ell(2) = 3$	$m(36) = 6$
$k(7{,}2) = 3{,}6$	$\ell(11) = 16{,}5$	$m(64) = 8$

FICHIER **Faire le point p. 39**

Encore quelques problèmes

FA16 Chemin faisant

Représente schématiquement dans des systèmes d'axes différents chacune des situations suivantes.

a) Nita va à l'école à rollers, tandis que sa sœur Lisa y va à pied.

b) Fabio quitte la maison à vélo afin de se rendre à son cours de guitare. En chemin, il se rend compte qu'il a oublié ses partitions. Il retourne les chercher et arrive à l'heure à son cours.

c) Diego va jouer un match de hockey. Il charge son matériel dans sa voiture, puis se rend à la patinoire. Avec son équipe, il gagne la partie 5 à 2. En rentrant à la maison, il rencontre une copine et s'arrête un moment pour discuter. Finalement, il rentre chez lui et regarde la TV.

d) Jessica va à pied à son travail. En chemin, elle croise son voisin de palier Mario qui rentre chez lui à vélo.

FICHIER **FA17 et FA18**

FICHIER **Que sais-je ? p. 42**

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER **FA19**

FA20 Histoire de s'y retrouver

Classe les fonctions suivantes selon leur type.

$a : x \longmapsto 3x - 5$

$b : x \longmapsto x^2$

$c : x \longmapsto 2^x$

$d : x \longmapsto -2x + 5$

$e : x \longmapsto 3x + 5$

$f : x \longmapsto 3$

$g : x \longmapsto 3x$

$h : x \longmapsto -7$

$i : x \longmapsto x$

$j : x \longmapsto 0{,}5x^2$

$k : x \longmapsto -2{,}5x$

$\ell : x \longmapsto 23$

$m : x \longmapsto 0{,}1x$

$n : x \longmapsto x^3$

$o : x \longmapsto -x$

$p : x \longmapsto \frac{100}{x}$

$q : x \longmapsto -100x + 1$

$r : x \longmapsto -2x^3$

$s : x \longmapsto 0$

$t : x \longmapsto \sqrt{x}$

FA21 Quadratique et affine

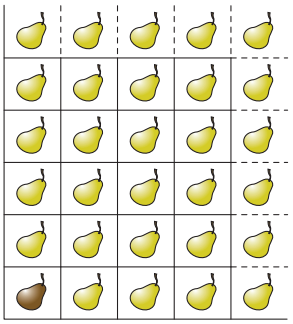
Représente dans le même graphique les fonctions f définie par $f(x) = -2x^2$ et g définie par $g(x) = 2x - 3$.

Situations modélisables par des fonctions

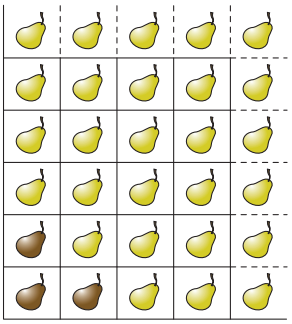
FA22 Ça se gâte !

a) Soigneusement entreposées sur un grand plateau au début du mois de novembre, ces poires se gâtent inexorablement d'une semaine à l'autre.

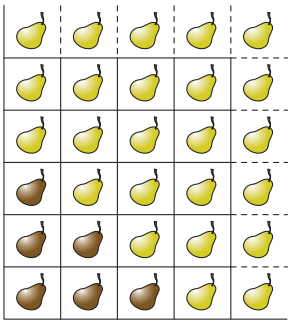
Evolution du nombre de poires gâtées :



1re semaine



2e semaine



3e semaine

Peux-tu prévoir le nombre de poires qui seront gâtées après 10 semaines ?

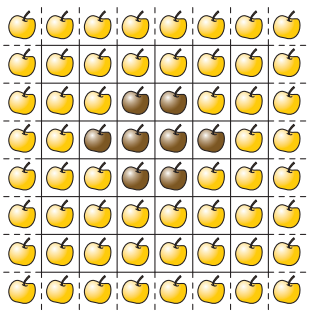
Et après n semaines ?

b) Entreposées au même endroit, ces pommes se gâtent aussi inexorablement d'une semaine à l'autre.

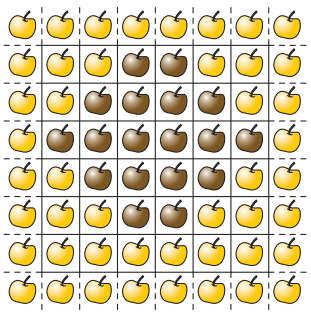
Evolution du nombre de pommes gâtées :



1re semaine



2e semaine



3e semaine

Peux-tu prévoir le nombre de pommes qui seront gâtées après 10 semaines ?

Et après n semaines ?

FA23 Fractoiles

Les côtés de chacune de ces figures sont isométriques.

A chaque étape, on commence par diviser la longueur du côté de la figure précédente par trois.

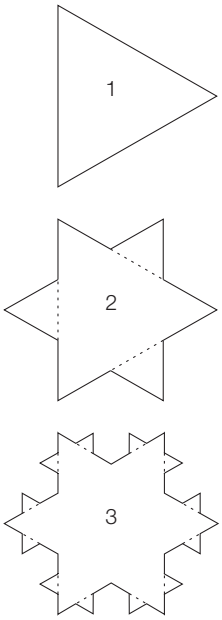
On transforme ensuite chaque côté de la figure précédente, en doublant le tiers central.

En partant d'un triangle équilatéral dont le côté mesure 13,5 cm :

a) Construis en vraie grandeur la troisième étoile.

b) Existe-t-il une étoile dont le périmètre est supérieur à 1 m ? à 100 m ? à la distance Terre-Lune ?

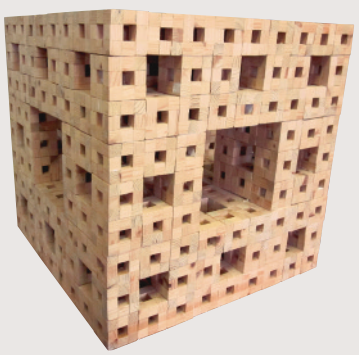
c) Existe-t-il une étoile de cette série dont l'aire est supérieure à celle du sol de ta salle de classe ?



On désigne par *figure fractale* une courbe, une surface ou un objet qui possède, entre autres, la caractéristique de présenter des détails identiques à des échelles très différentes.

Partons par exemple d'un cube. Partageons-le en vingt-sept petits cubes, tous identiques. Retirons le petit cube central ainsi que les six cubes situés au milieu de chacune des faces.

Si l'on répète ce procédé à chacun des cubes restants, deux fois de suite, on obtient le solide ci-contre, appelé également « éponge de Menger-Sierpinski ».

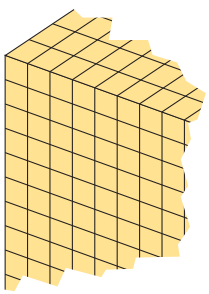


FA24 Le cube peint

Un cube d'arête quelconque est constitué de n petits cubes unités, tous pareils.

On plonge le cube dans de la peinture jaune.

Combien de petits cubes auront trois faces peintes ?
Deux faces peintes ? Une face peinte ? Aucune face peinte ?



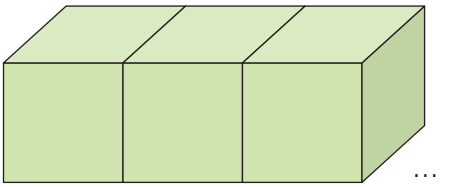
FA25 Alignement de cubes

On aligne des cubes sur une table, face contre face, et on détermine le nombre de faces visibles et cachées.

Combien y aura-t-il de faces de chaque sorte si l'on dispose de :

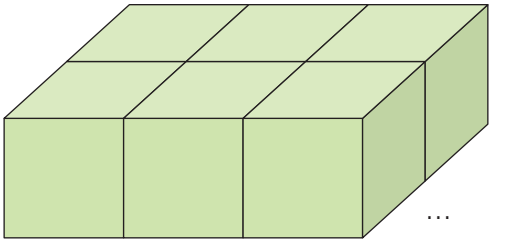
a) 2013 cubes ?

b) *n* cubes ?



Exemple : 3 cubes
- nombre de faces visibles : 11
- nombre de faces cachées : 7

c) *n* cubes avec cet arrangement ?

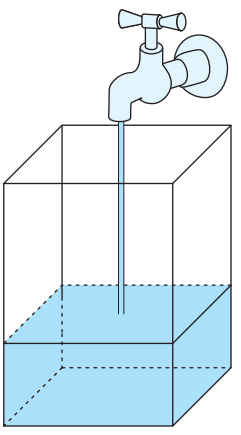


FA26 Un peu d'ordre, s.v.p. !

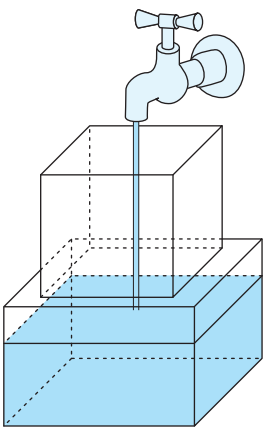
On remplit d'eau les six récipients ci-dessous.

Tous ont le même volume (480 cm^3) et la même hauteur (10 cm).

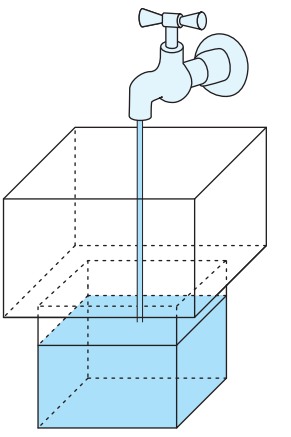
Mets en relation les récipients avec chacune des représentations graphiques.



1.

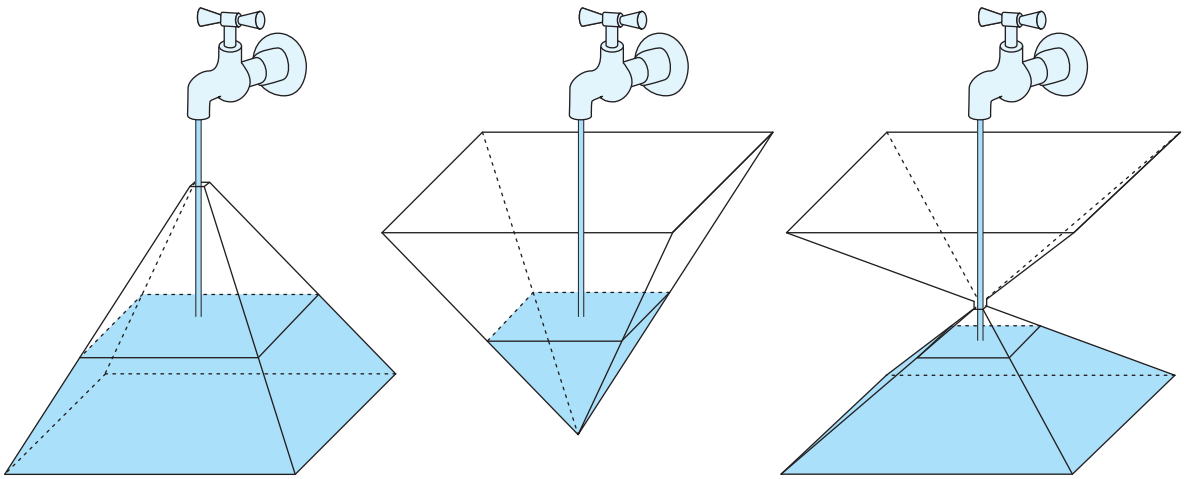


2.



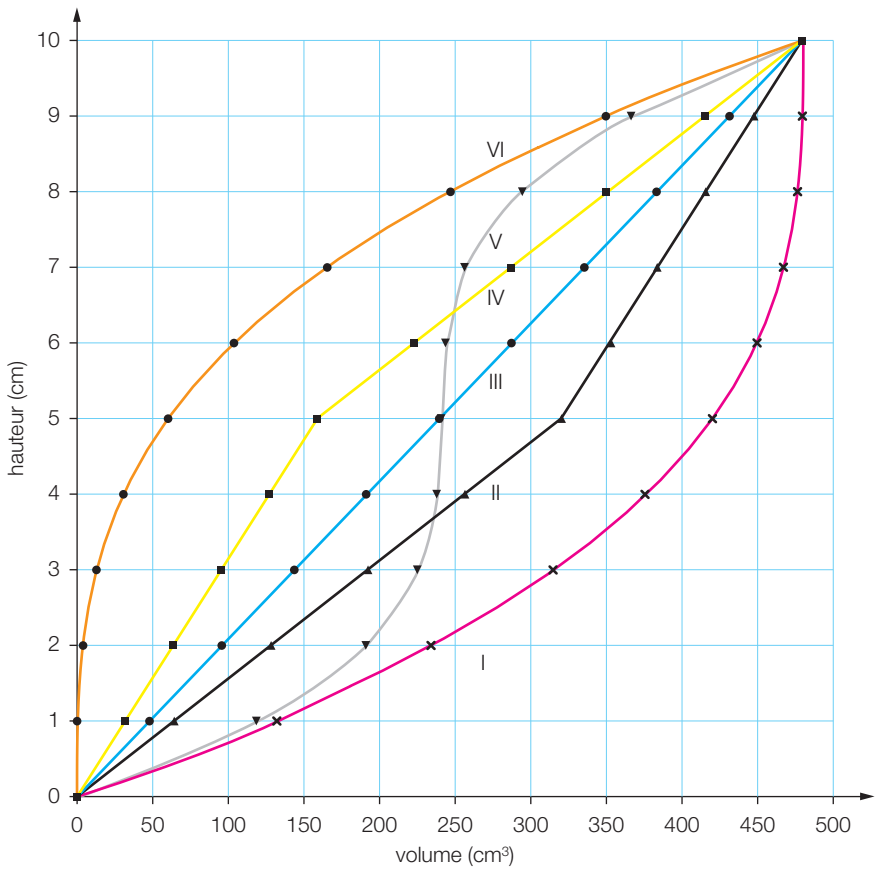
3.

SUITE ➜



4. 5. 6.

Graphiques :



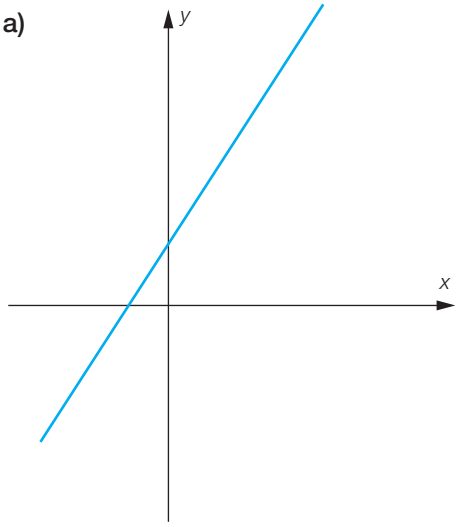
Représentations graphiques et expressions fonctionnelles

FA28 Cherchez les différences

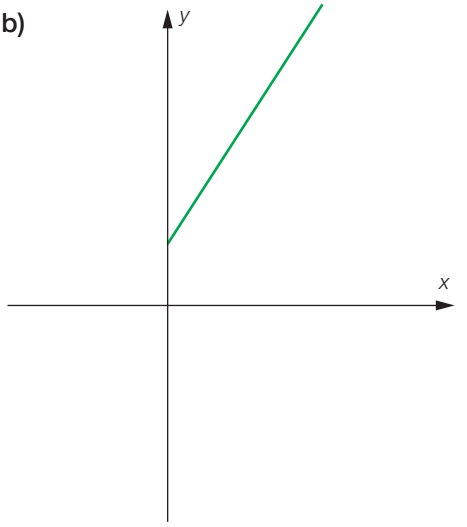
Quatre élèves ont représenté la fonction $x \longmapsto 2x + 5$.
Pourtant, leurs résultats ne sont pas tout à fait les mêmes. En quoi sont-ils différents ?

Trouve, si possible, des situations fonctionnelles de la vie courante dont les représentations graphiques ont la même allure.

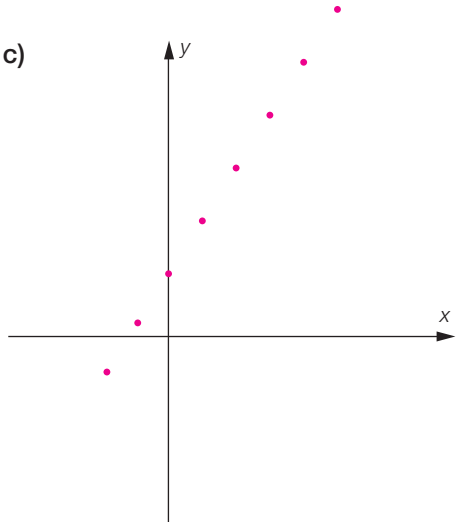
a)



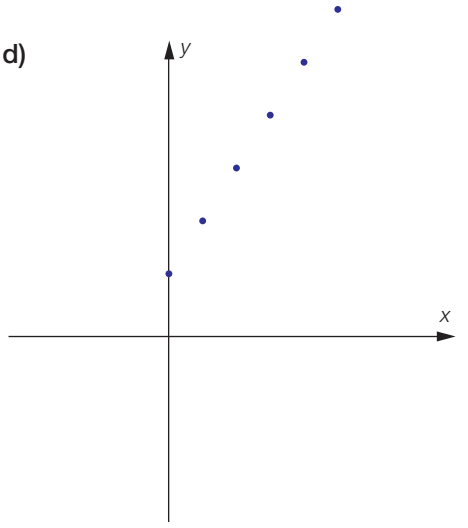
b)



c)



d)

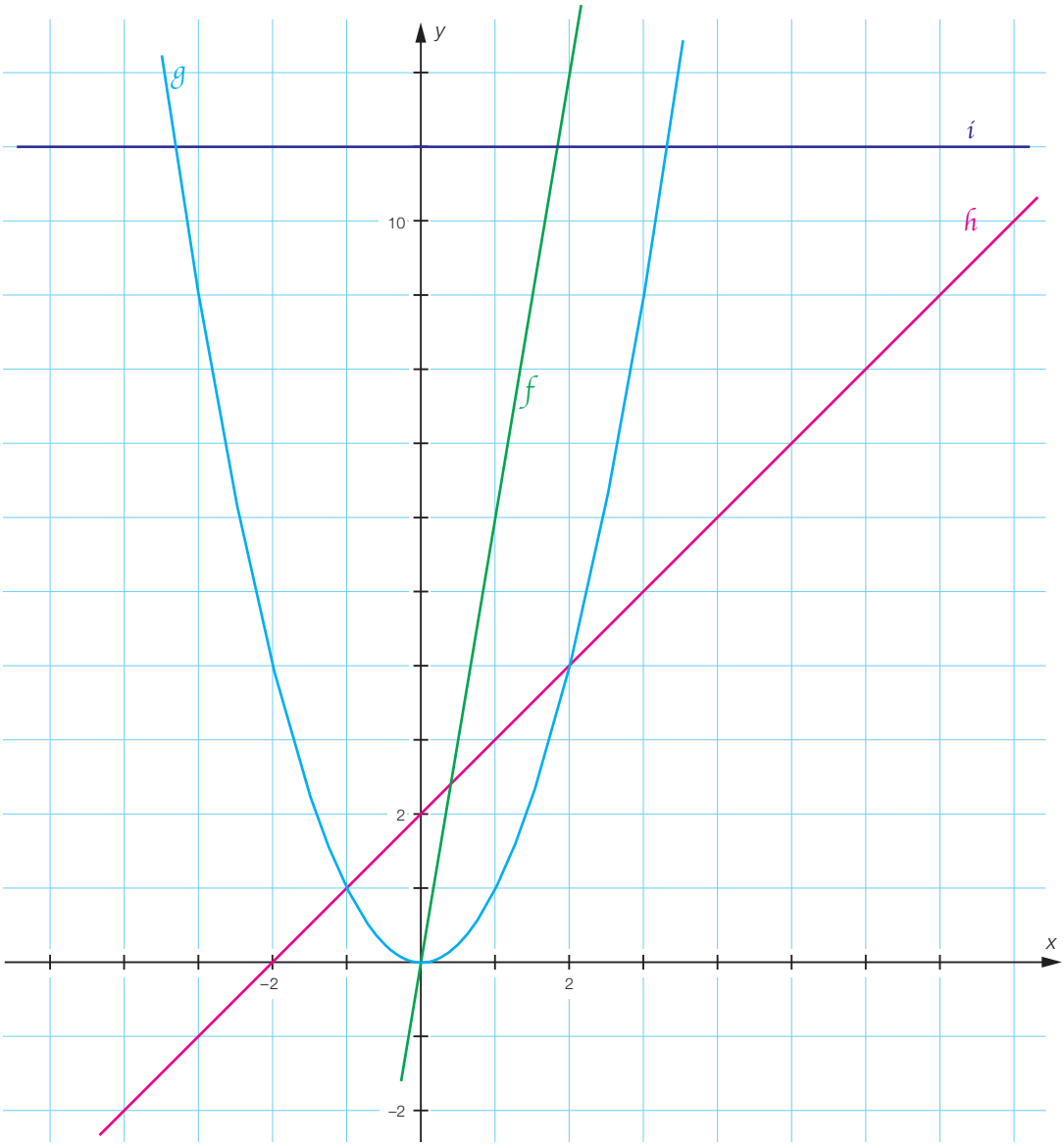


FA29 Correspondances

Quatre fonctions ont été représentées dans le graphique ci-dessous.

a) Etablis un tableau de valeurs pour chacune d'entre elles.

b) Retrouve leur expression fonctionnelle.



FA31 Les petites dernières

Deux fonctions h et i sont définies par :

$h(x) = 2x^3$ $\qquad$ $i(x) = \dfrac{2}{x}$

Représente-les graphiquement.

FICHIER **FA32**

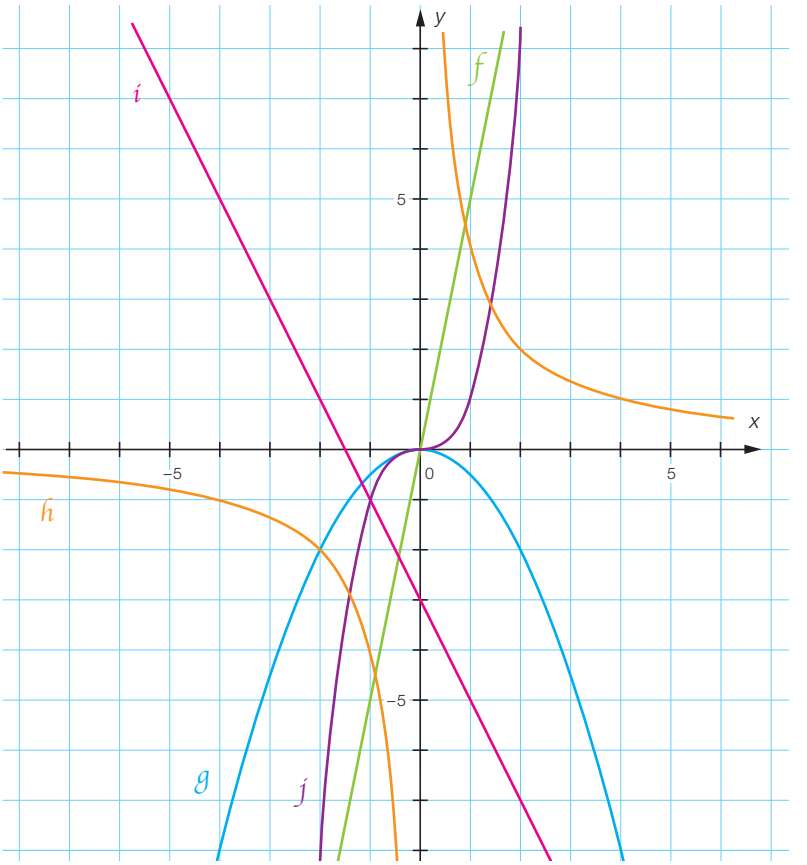
FA33 Appariement

Voici cinq fonctions f, g, h, i et j représentées dans un système d'axes et dont les expressions fonctionnelles sont :

$x \longmapsto \dfrac{4}{x}$ $\qquad$ $x \longmapsto -0{,}5x^2$ $\qquad$ $x \longmapsto x^3$

$x \longmapsto 5x$ $\qquad$ $x \longmapsto -2x - 3$

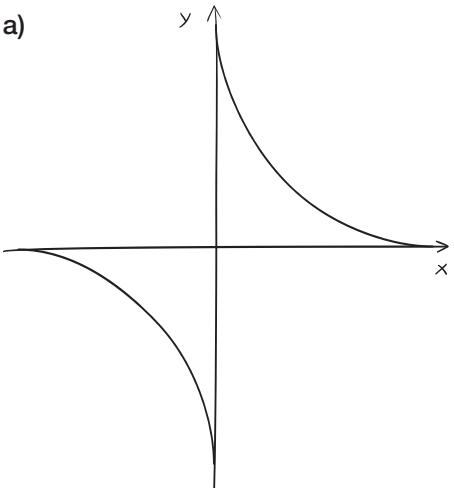
Retrouve les expressions fonctionnelles de chacune de ces fonctions.



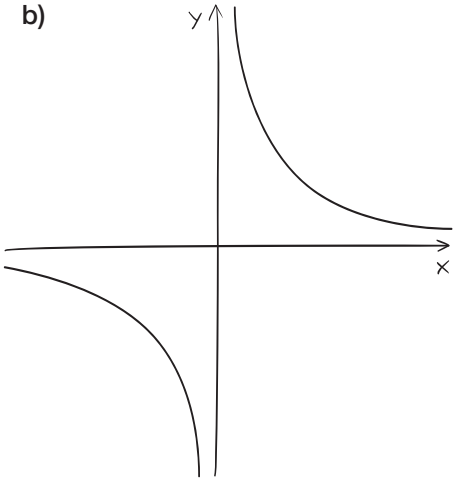
FA34 Hyperboles

Voici l'esquisse de la représentation graphique de la fonction g définie par $g(x) = \frac{5}{x}$ faite par deux élèves. Leur travail est-il correct ?

a)



b)



FA35 Question d'ouverture

Les cinq fonctions ci-dessous sont de la forme $f(x) = ax^2$.

Voici leur expression fonctionnelle et leur représentation graphique :

$g(x) = x^2$

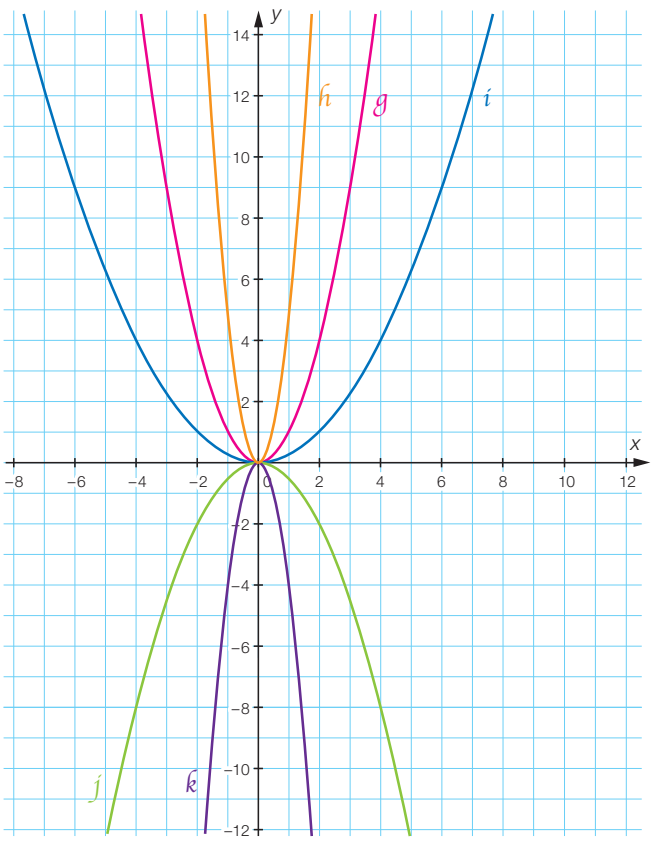
$h(x) = 5x^2$

$i(x) = 0{,}25x^2$

$j(x) = -0{,}5x^2$

$k(x) = -4x^2$

Quelles constatations peux-tu formuler ?



FA37 Courbes

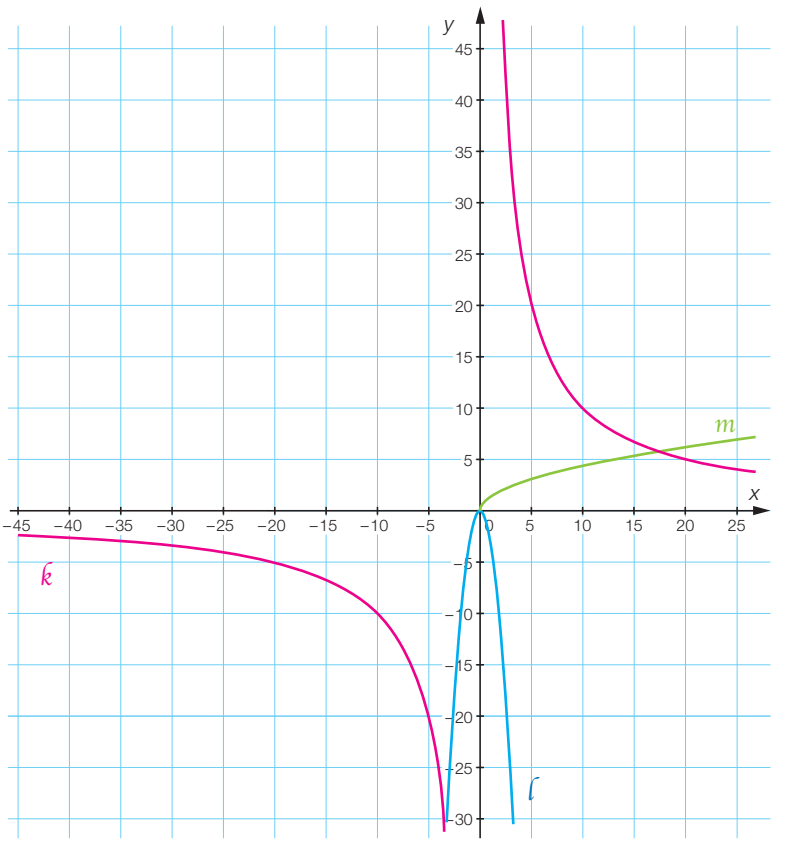
Voici trois fonctions k, ℓ et m représentées dans un système d'axes.

Indique à quelle représentation graphique correspond chacune des expressions fonctionnelles ci-dessous.

$x \longmapsto \dfrac{100}{x}$

$x \longmapsto -3x^2$

$x \longmapsto \sqrt{2x}$



FA38 De quel type de fonction s'agit-il ?

Donne, si possible, l'expression fonctionnelle et le type de fonction correspondant aux situations suivantes, puis esquisse leur représentation graphique.

a) La distance parcourue par un véhicule qui roule à vitesse constante, en fonction du temps.

b) Le volume d'une pyramide à base carrée, en fonction de sa hauteur.

c) L'aire totale d'un cube en fonction de son arête.

d) Le volume d'un cube en fonction de son arête.

e) La longueur d'un cercle en fonction de son rayon.

f) Le périmètre d'un disque en fonction de son diamètre.

g) Le diamètre d'un disque en fonction de son aire.

h) Le prix d'une course en taxi en fonction de la distance parcourue.

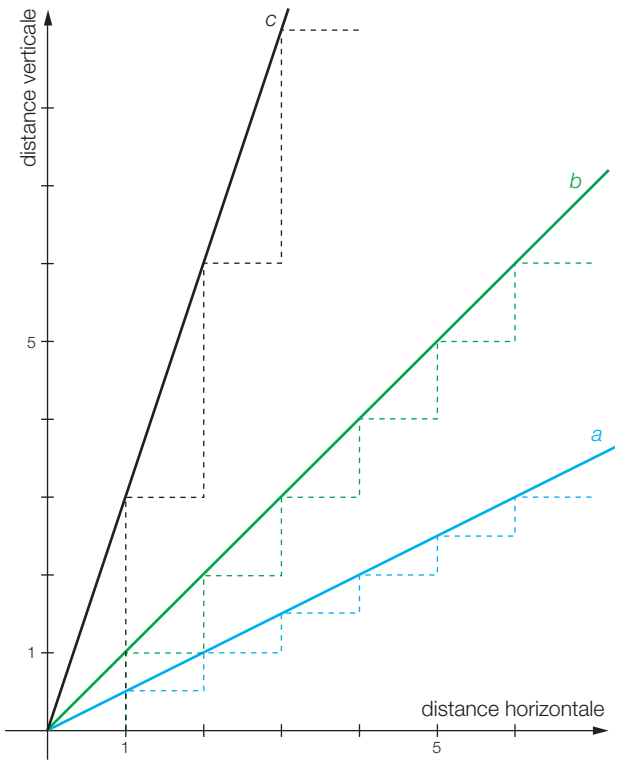
i) Le montant d'une facture de téléphone en fonction du temps de communication.

Représentations de fonctions affines

FA39 Attention à la marche !

On a représenté des escaliers et les trois droites qui relient, respectivement, le nez des marches de chacun d'eux.

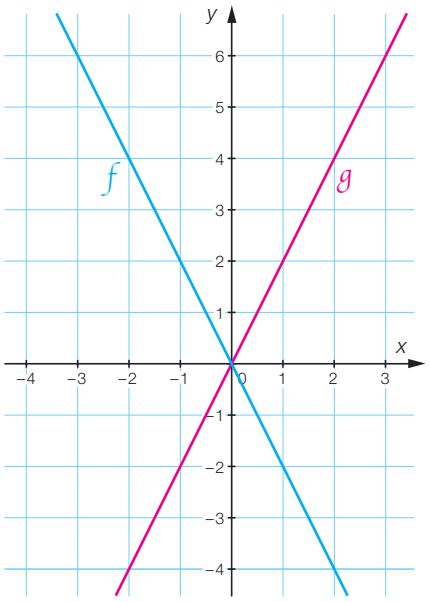
Définis la pente de chacune de ces droites.



FICHIER FA40

FA41 Pente

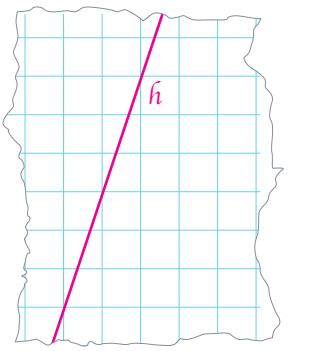
Détermine la pente des droites f et g représentées ci-contre, puis leur expression fonctionnelle.



FA42 Morceau de papier

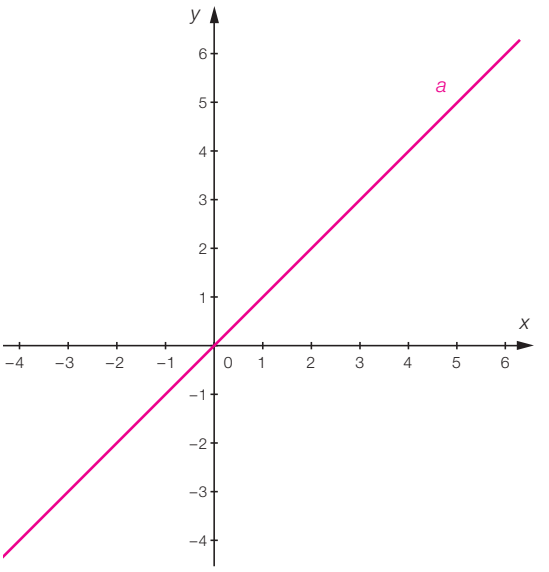
Léa doit retrouver l'expression fonctionnelle de la fonction linéaire h qu'elle a représentée dans un repère orthonormé. Malheureusement, sa feuille a été déchirée et il ne lui reste plus que le morceau ci-contre.

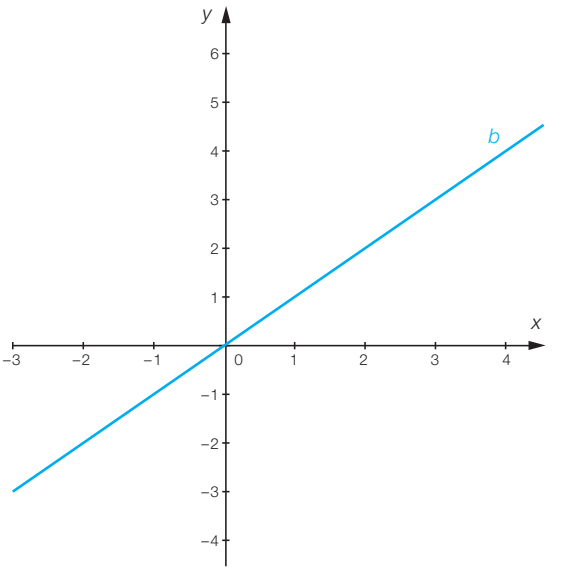
Donne une méthode lui permettant malgré tout d'effectuer le travail demandé sans reconstruire la représentation graphique.



FA43 Pentu !

Quelle est la droite qui a la plus forte pente ? Justifie.





FA45 Droites parallèles

La droite f est la représentation graphique de la fonction f définie par $f(x) = 4x$, la droite g celle de la fonction g définie par $g(x) = 4x + 3$.

a) Sans tracer ces droites, peux-tu dire si elles sont parallèles ?

b) Vérifie ton pronostic en les traçant.

c) Soit h la droite parallèle à f et qui passe par le point $(0 ; -5)$; sans la tracer, détermine l'expression fonctionnelle de la fonction h.

d) Trouve l'expression fonctionnelle de la fonction i qui passe par le point $(0 ; -100)$ et dont la pente vaut -2.

FA46 Où ça coupe !

Trouve l'expression fonctionnelle des fonctions représentées par les droites décrites ci-dessous :

a) La droite a passe par le point $(0 ; 2)$. Elle est inclinée à 45°.

b) La droite b passe par le point $(0 ; 3)$, avec une pente de 300 %.

c) La droite c coupe l'axe vertical à 5 unités en dessous de l'origine, avec une pente de deux sur un.

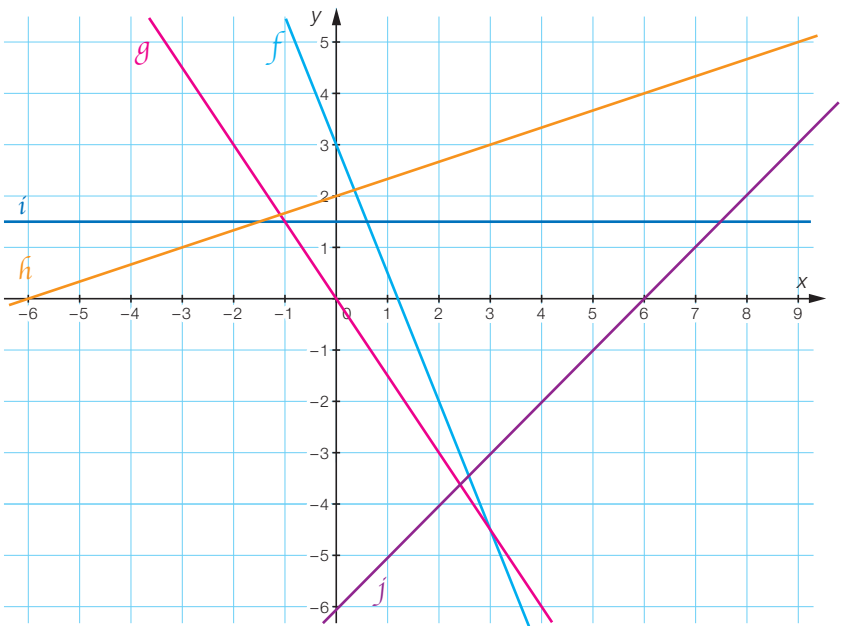
d) La droite d passe par le point de coordonnées $(0 ; 4)$, avec une pente égale à $-\frac{1}{2}$.

e) La droite e passe par les points $(0 ; 3)$ et $(-2 ; 0)$.

FICHIER **FA47**

FA48 Droites en vrac

Détermine l'expression fonctionnelle des fonctions représentées ci-dessous.



FA49 Se coupent-elles ?

Dans un système d'axes orthonormé, place les points :

A (0 ; 6) B (10 ; 0) C (0 ; –7,5) D (–8 ; 0).

Construis les droites :

d_1 passant par les points A et B ;

d_2 passant par les points B et C ;

d_3 passant par les points C et D ;

d_4 passant par les points D et A.

a) Les droites d_1 et d_3 se coupent-elles ?

b) Et les droites d_2 et d_4 ?

c) Trouve l'expression fonctionnelle des fonctions représentées par chacune des droites ; que peux-tu en déduire ?

FA50 Sans tableau

Trace la représentation graphique des fonctions $f : x \longmapsto -2x + 3$ et $g : x \longmapsto -3x$ uniquement à l'aide de la pente et de l'ordonnée à l'origine.

FA51 Uniquement avec *a* et *b*

Construis un repère orthonormé, puis trace la représentation graphique des fonctions suivantes à l'aide de la pente et de l'ordonnée à l'origine.

$f(x) = 3x + 1$ $\quad i(x) = -3x - 1$

$g(x) = \frac{1}{2}x$ $\quad j(x) = 2x$

$h(x) = -\frac{2}{3}x + 2{,}5$ $\quad k(x) = -\frac{2}{3}x - 5{,}5$

FA52 Encore des associations

Associe à chaque esquisse de représentation graphique son expression fonctionnelle.

a) $x \longmapsto -7{,}6x$

b) $x \longmapsto 2{,}9$

c) $x \longmapsto -5{,}1x + 8{,}4$

d) $x \longmapsto x^2$

e) $x \longmapsto -2{,}4x - 1{,}1$

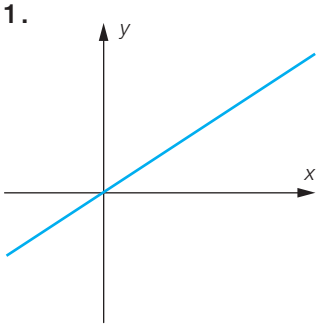
f) $x \longmapsto -9{,}7$

g) $x \longmapsto 3{,}9x + 2{,}6$

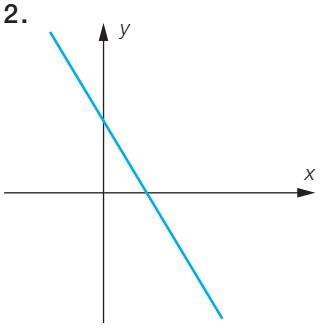
h) $x \longmapsto 6{,}2x$

i) $x \longmapsto 4{,}1x - 9{,}6$

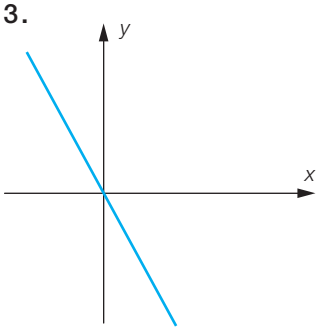
1.



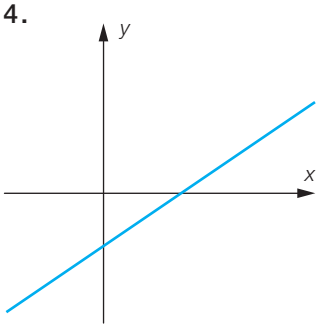
2.



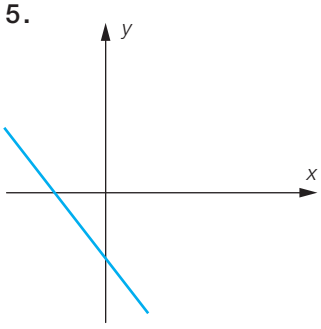
3.



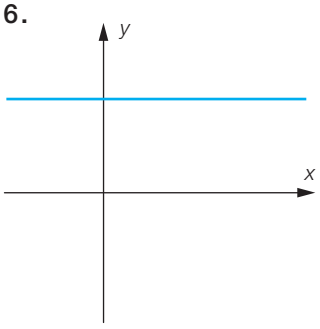
4.



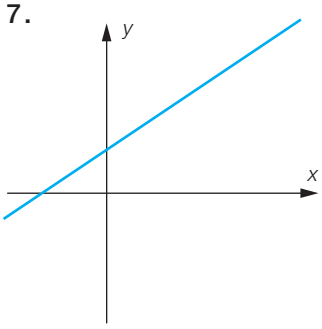
5.



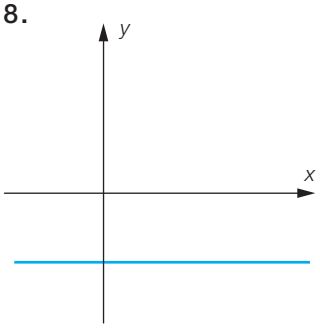
6.



7.

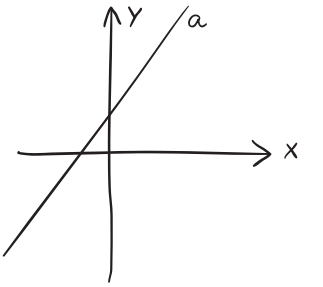


8.



FA53 Comme sur des rails

Ci-contre, on a dessiné à main levée la représentation graphique de la fonction $a : x \longmapsto 4x + 3$.



Reproduis à main levée ce dessin dans ton cahier.

Sans ajouter de graduations, trace les représentations graphiques des fonctions :

$b : x \longmapsto 4x - 3$ $\qquad$ $d : x \longmapsto -4x - 3$

$c : x \longmapsto -4x + 3$ $\qquad$ $e : x \longmapsto 4x + 6$

FICHIER **Faire le point p. 52**

Problèmes et fonctions

FA54 Choix d'abonnement

Jean-Daniel a le choix entre trois variantes d'abonnement pour la saison des concerts comptant en tout vingt représentations :

- Variante F : il prend un abonnement pour toute la saison à 700 francs.
- Variante G : il prend un abonnement à 300 francs et paie ensuite 25 francs par concert.
- Variante H : il achète les billets au cas par cas au prix de 50 francs.

a) Détermine le tarif le plus avantageux pour onze concerts.

b) On considère les fonctions suivantes qui associent un prix payé à un nombre de concerts :

f pour le prix de la variante F ;

g pour le prix de la variante G ;

h pour le prix de la variante H.

Représente les fonctions f, g et h dans un même système d'axes.

c) Utilise ces représentations graphiques pour choisir le tarif le plus avantageux en fonction du nombre de concerts.

FA55 Téléphonie mobile

Voici les tarifs de trois opérateurs de téléphone mobile :

Tarif A : abonnement mensuel à 15 francs, puis 0.70 franc par minute ;

Tarif B : abonnement mensuel à 40 francs, puis 0.35 franc par minute ;

Tarif C : abonnement mensuel à 45 francs, puis 0.20 franc par minute.

a) Détermine l'expression fonctionnelle des fonctions qui associent au nombre de minutes utilisées le prix payé pour chacun des trois tarifs.

b) Représente les trois fonctions dans un même système d'axes.

c) Détermine, en fonction du nombre de minutes utilisées, le tarif le plus avantageux.

FA56 Le potager d'Aloys

Comme chaque printemps, Aloys modifie l'emplacement de son jardin potager.

Cette année, il décide de l'implanter le long de la façade sud du rural, de façon qu'il soit rectangulaire. Pour y parvenir, il dispose d'une clôture de 22 m.

A quelle distance de la façade va-t-il planter ses deux piquets d'angle pour obtenir une aire maximale ?

FA57 Parking rectangulaire

A l'occasion d'une fête, l'organisateur doit délimiter un parking rectangulaire, sur un champ mis à sa disposition, à l'aide d'une corde de 240 m.

a) Quelles doivent être les mesures du rectangle pour que le parking ait une aire de 2700 m^2 ?

b) Donne l'expression fonctionnelle qui, à la mesure d'un côté du parking, fait correspondre son aire.

c) Représente graphiquement l'aire du parking en fonction de la longueur d'un de ses côtés.

d) Quelle est l'aire maximale qu'on peut donner à ce parking ?

FA58 La boîte

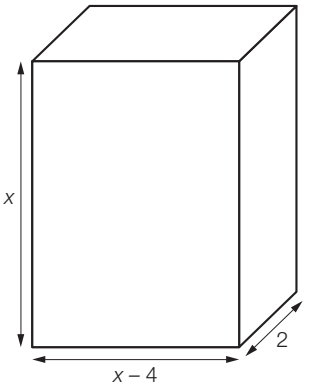
a) Quelle est l'aire totale de cette boîte si la hauteur vaut 7 ?

b) Pour quelle valeur de x l'aire totale de cette boîte est-elle égale à 146 cm^2 ?

c) Donne l'expression fonctionnelle qui, à la hauteur x de la boîte, fait correspondre l'aire totale de cette boîte.

d) Représente graphiquement cette fonction.

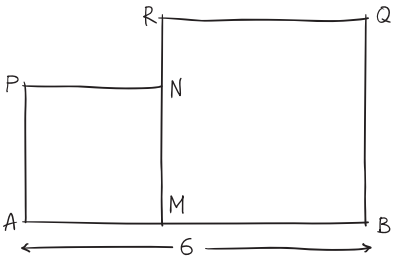
e) Détermine, à l'aide de la représentation graphique, une valeur approchée de x pour laquelle l'aire totale de la boîte est égale à 100 cm^2.



FA59 Somme minimale

On considère un segment AB tel que $AB = 6$ cm. On place un point M sur ce segment et on construit deux carrés $AMNP$ et $MBQR$, comme sur le dessin ci-contre.

Où placer le point M pour que la somme S des aires des deux carrés soit minimale ?



Encore quelques problèmes

FA60 Ça bouge !

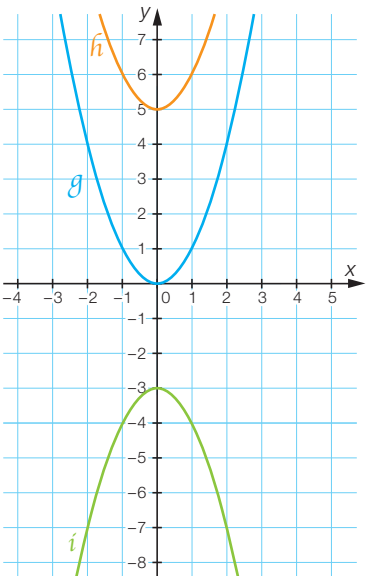
Les trois fonctions g, h et i sont de la forme $x \longmapsto ax^2 + c$.

Voici leur expression fonctionnelle et leur représentation graphique :

$g(x) = x^2$

$h(x) = x^2 + 5$

$i(x) = -x^2 - 3$



a) Quelles constatations peux-tu formuler ?

SUITE ➜

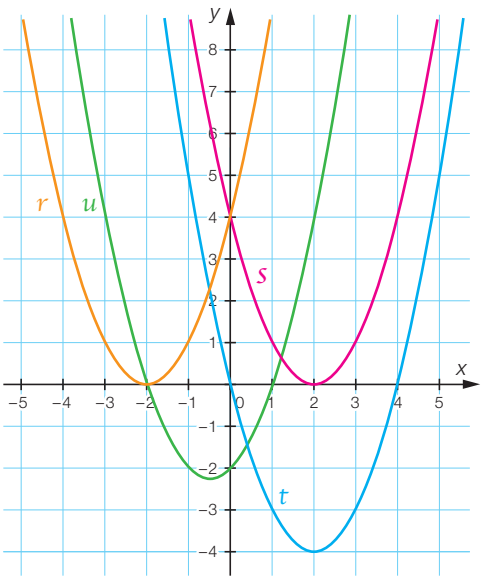
b) Fais de même pour ces quatre autres fonctions de la forme $x \longmapsto ax^2 + bx + c$.

$r(x) = x^2 + 4x + 4$

$s(x) = x^2 - 4x + 4$

$t(x) = x^2 - 4x$

$u(x) = x^2 + x - 2$

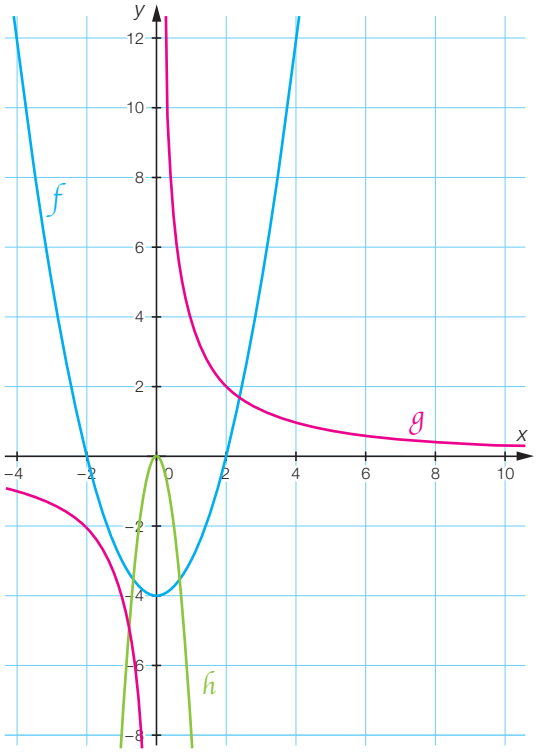


FA61 Du graphique à l'expression fonctionnelle

Voici les représentations graphiques de trois fonctions.

a) Trouve l'expression fonctionnelle de chacune d'elle.

b) De quel type de fonctions s'agit-il ?



FA62 Encore un patchwork

a) Chaque élève d'une classe dessine un rectangle dont l'aire mesure 72 cm^2.
Exprime une des dimensions en fonction de l'autre.

b) Dans un tournoi de tennis en simple, à chaque tour, les joueurs qui perdent sont éliminés.
Exprime le nombre total de participants en fonction du nombre de tours.

c) Dans un championnat de football, chaque équipe joue des matches aller-retour contre toutes les autres équipes.
Exprime le nombre total de matches de ce championnat en fonction du nombre d'équipes inscrites.

FICHIER **FA63**

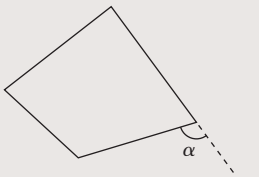
FA64 Angles intérieurs

Exprime la somme des angles intérieurs d'un polygone convexe en fonction du nombre de ses côtés.

FA65 Angles extérieurs

Exprime la somme des angles extérieurs d'un polygone convexe en fonction du nombre de ses côtés.

On appelle angle extérieur d'un polygone l'angle formé, en un sommet de ce polygone, par l'un de ses côtés et le prolongement de l'autre :



FA66 Deux ou trois choses que je sais d'elle...

De cette fonction, on ne sait qu'une chose : $1 \longmapsto 12$.

a) Trouve, si possible, une fonction linéaire, une fonction affine, une fonction du deuxième degré, respectant la condition posée.

b) Même recherche, mais on ajoute une deuxième condition à la première : $4 \longmapsto 3$.

c) Même question avec une troisième condition : $0 \longmapsto 11$.

FA67 De deux points à la pente

a) Place les points $E(1 ; 1)$ et $F(3 ; 2)$ dans un repère orthonormé. Détermine sur le graphique la pente du segment EF.

b) Fais de même pour les points $G(4 ; -1)$ et $H(2 ; 1)$.

c) Que vaut la pente des segments EG et EH ?

d) Soit les points $K(-2 ; 3)$ et $L(1 ; 3)$; calcule la pente du segment KL sans placer les points dans le graphique.

e) Même question avec les points $M(-3 ; 2)$ et $N(-3 ; 5)$ et le segment MN.

FA68 Pente et méthode

a) Trouve une méthode te permettant de calculer rapidement la pente d'une fonction affine connaissant deux points $A(x_1 ; y_1)$ et $B(x_2 ; y_2)$ appartenant à la représentation graphique de cette fonction.

b) Applique cette méthode pour retrouver la pente de la fonction affine f dont la représentation graphique passe par les points $C(2 ; 5{,}5)$ et $D(5 ; 16)$.

c) Détermine l'expression fonctionnelle de la fonction f.

FA69 A chacun sa diagonale

On considère un cube d'arête x.

a) Exprime la mesure de la diagonale d'une face du cube en fonction de la mesure de son arête.

b) Exprime la mesure de la diagonale intérieure du cube en fonction de la mesure de son arête.

c) Exprime la mesure de la diagonale intérieure du cube en fonction de la mesure de la diagonale de l'une de ses faces.

d) Les fonctions définies dans les questions précédentes sont-elles du même type ? Si oui, précise lequel.

Proportionnalité

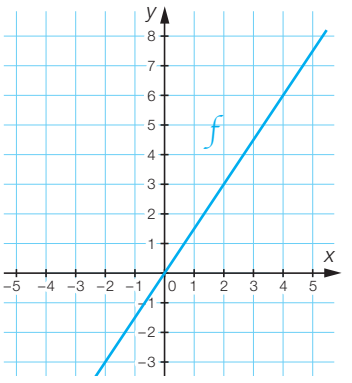
FICHIER Que sais-je ? p. 55

Pour réactiver certaines connaissances

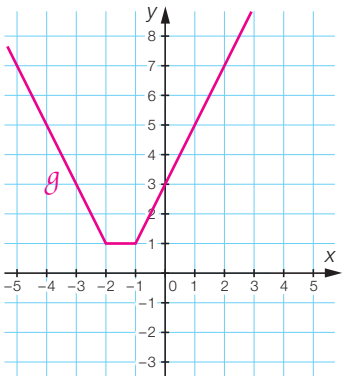
FA70 Fonctions linéaires ou pas ?

Lesquelles de ces huit représentations graphiques sont celles d'une fonction linéaire ?

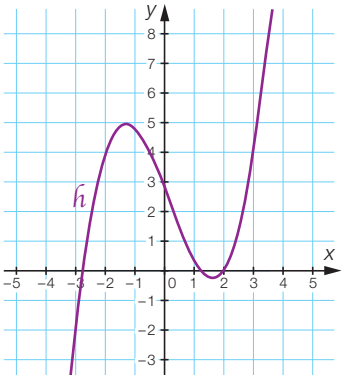
a)



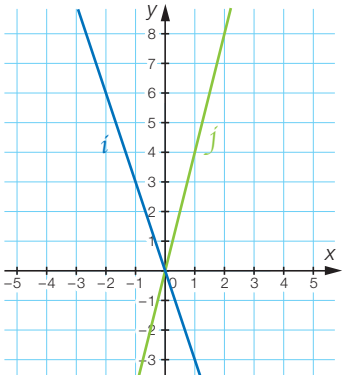
b)



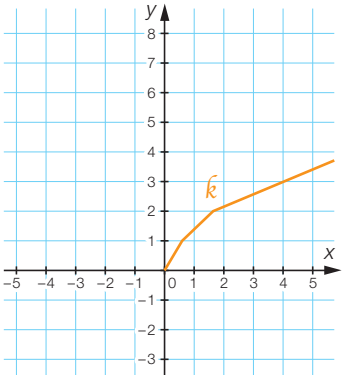
c)



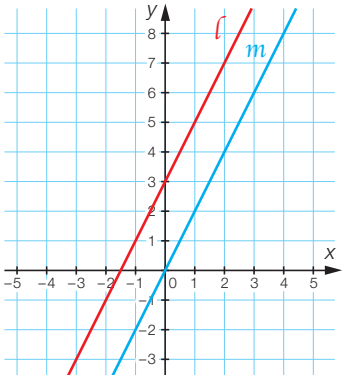
d)



e)



f)



FA71 Très pentu ?

Représente dans ton cahier une pente de 200 %.

FICHIER FA72

FA73 L'avenue Léopold-Robert

L'avenue Léopold-Robert, célèbre artère de la ville de La Chaux-de-Fonds, a une longueur de 1,5 km. Sur un plan de ville à l'échelle 1 : 12 000, quelle est la longueur du segment qui représente cette avenue ?



FA74 Madagascar

Gilles profite d'une promotion pour un voyage à Madagascar : 1248 francs au lieu de 1600 francs.

Quel est le pourcentage de réduction dont il bénéficie ?

Située au sud de l'équateur, dans l'océan Indien, Madagascar est la cinquième île du monde en superficie (587 000 km^2) après l'Australie, le Groenland, la Nouvelle-Guinée et Bornéo ; l'île de Madagascar est séparée du continent africain par le canal du Mozambique. La distance entre la côte ouest de Madagascar et les côtes du Mozambique en Afrique de l'Est est d'environ 400 km.



FA75 Le KL

Le départ de la piste de kilomètre lancé des Arcs se trouve à une altitude de 2620 m, son arrivée à une altitude de 2055 m et sa pente moyenne est de 34,3 %.

A quelle distance horizontale du sommet de la piste l'arrivée se situe-t-elle ?

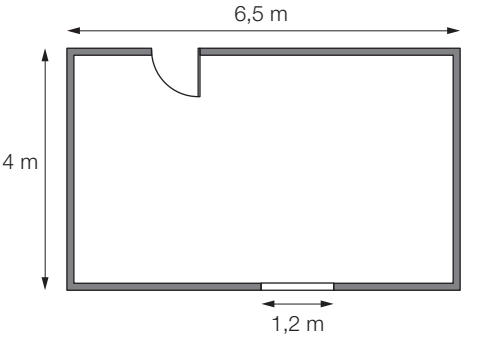
Pour consolider et aller plus loin

FICHIER **FA76** et **FA77**

FA78 La chambre à coucher

Sur ce plan, on a indiqué les dimensions réelles d'une chambre à coucher.

Réalise un plan à l'échelle 1/25 de cette chambre.



FA79 Le pantalon de ski

La masse d'un pantalon de ski se répartit de la façon suivante : laine 42 %, Helanca 44 %, nylon 10 %, autres matières 4 %. Il y a 357 g de laine.

Quelle est la masse totale du pantalon, celle de l'Helanca, celle du nylon et celle des autres matières ?

FA80 Les soldes

Lors des soldes, j'ai bénéficié d'un rabais de 30 % sur une veste de ski qui m'a coûté 315 francs.

Quel était son prix normal ?

FICHIER **FA81**

FA82 La grande échelle

En intervention lors d'un incendie, les pompiers déploient la grande échelle et l'appuient contre la façade d'un immeuble. Le sommet de l'échelle se trouve alors à 17,1 m du sol et sa base est éloignée de 6 m de la façade.

a) Dessine cette situation à l'échelle 1 : 200.

b) Quelle est la pente de la grande échelle ?

FA83 L'atterrissage

Un avion de ligne, en phase finale d'approche vers la piste d'atterrissage, descend selon une pente de 5 %. De combien l'altitude d'un tel avion diminue-t-elle pour un déplacement horizontal de 1 km ?

FICHIER FA84 et FA85

FA86 Le triangle

Les côtés d'un triangle *ABC* mesurent respectivement 5 cm, 8 cm, et 12 cm.
Michael décide de tracer à la craie un agrandissement de ce triangle.
Il choisit alors pour longueurs des côtés 27,5 cm, 66 cm et 42 cm.

Son agrandissement est-il correct ?

FA87 Le fer

Dans une usine, on traite du minerai contenant en moyenne 35 % de fer. Il faut utiliser 120 kg de charbon pour produire l'énergie nécessaire à l'extraction de 100 kg de fer.

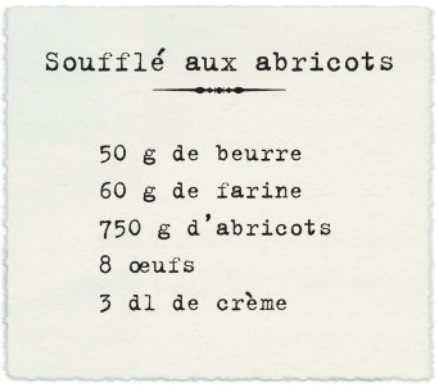
Quelle quantité de charbon faudra-t-il pour extraire le fer contenu dans 1200 t de minerai ?

FA88 Le soufflé aux abricots

Pour son anniversaire, le frère de Sven prépare un soufflé aux abricots.

La recette ci-dessous est prévue pour cinq personnes.

Aide-le à déterminer les quantités dont il aura besoin pour seize personnes.


Soufflé aux abricots

50 g de beurre
60 g de farine
750 g d'abricots
8 œufs
3 dl de crème

FICHIER FA89

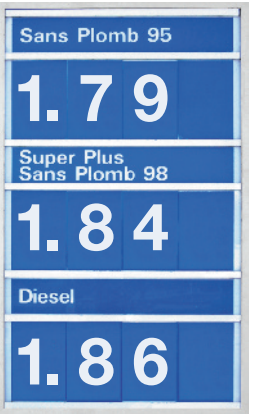
FA90 Le touriste

Le jeudi 12 juillet 2012, un touriste, en voyage en Suisse, a mis 44 l de diesel dans le réservoir de son véhicule.

Ci-contre se trouvent les prix affichés à la station-service.

A la caisse, il décide de payer en euros et tend quatre billets de 20 € à la caissière. Celle-ci l'informe qu'elle ne peut lui rendre la monnaie qu'en francs suisses.

Quelle somme va-t-elle lui rendre ?



1 € = 1.22 CHF

FA91 Les champignons presque séchés

Les champignons frais contiennent 90 % de leur poids en eau.
Par suite d'une belle récolte, il me reste 1 kg de champignons que je mets à sécher.
Au bout de quelques jours, ils ne pèsent plus que 500 g.

Quel pourcentage d'eau contiennent-ils encore ?

FA92 Le chauffage

Les frais de chauffage d'un petit immeuble se sont élevés à 7690 francs pour un hiver.
Le propriétaire en prend 10 % à sa charge et répartit le solde entre ses trois locataires au prorata du volume des locaux loués, soit 940 m^3, 520 m^3 et 490 m^3.

Quelle sera la participation de chaque locataire ?

FA93 D'une dimension à l'autre

Un village de vacances est représenté par une maquette à l'échelle 1 : 1000.

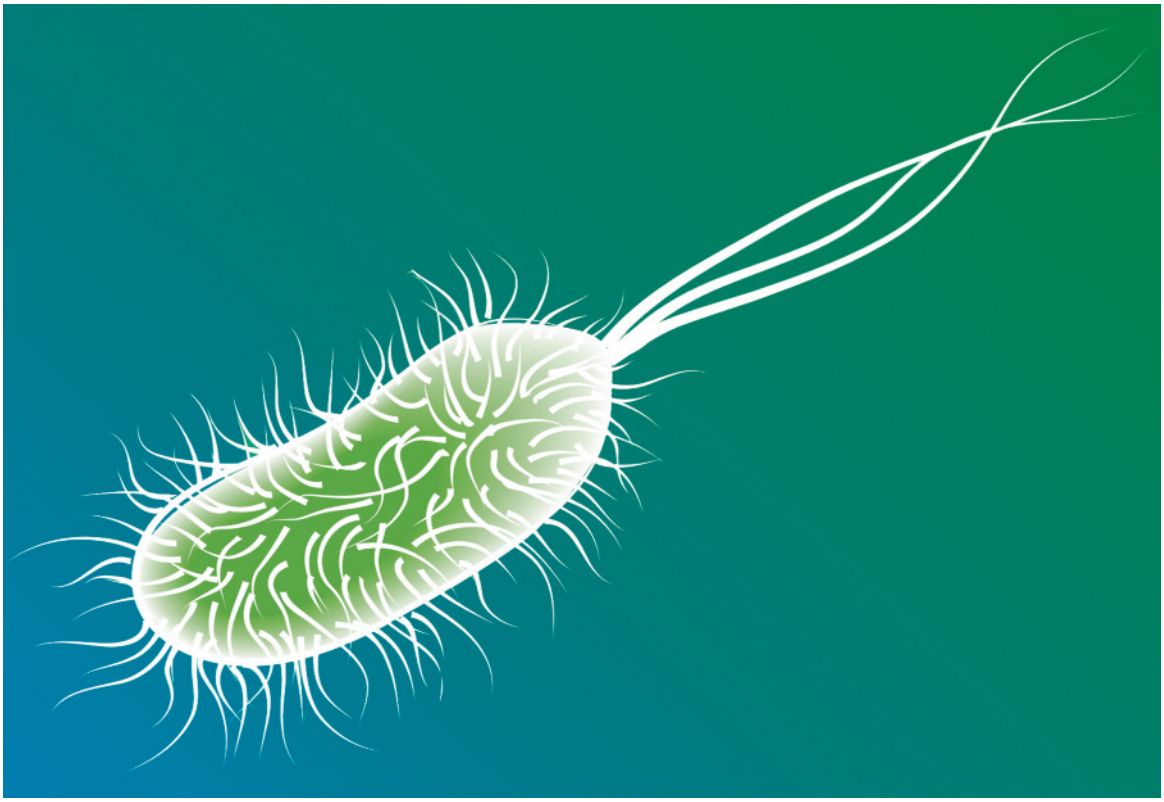
Quels sont, sur la maquette :

– la hauteur d'un pylône de 15 m de haut ?
– l'aire du rectangle qui représente un terrain de sport de 1 ha ?
– le volume d'une piscine qui contient 2500 m^3 d'eau ?

FA94 La bactérie

Voici l'image d'une bactérie grossie 100 000 fois.

Quelle est, approximativement, la longueur réelle d'une de ces bactéries ?



La bactérie est un micro-organisme unicellulaire et sans noyau (procaryote) pouvant se développer dans tous les milieux.

Certaines bactéries peuvent être sources de maladies et sont traitées par antibiotiques. Mais la plupart sont très utiles à l'homme : fermentation des produits alimentaires, décomposition de déchets organiques, protection des plantes contre certains insectes, etc. On les utilise également pour produire certains médicaments ; les scientifiques les étudient pour mieux comprendre certains phénomènes du vivant.

FA95 L'aéroport

Sachant que la longueur de la piste de l'aéroport de Genève-Cointrin est de 3,9 km, quelle est, approximativement, l'échelle de cette carte ?



FA96 Le village

De 2000 à 2006, le nombre d'habitants d'un village a augmenté de 14 %, avant de diminuer de 20 %, de 2006 à 2012. Fin 2012, ce village comptait 2280 habitants.

Combien de personnes vivaient dans ce village en l'an 2000 ?

FA97 Morceau de cube

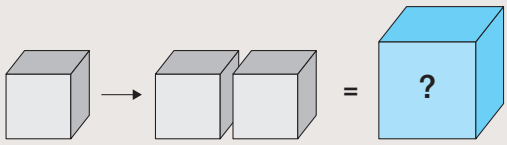
L'arête d'un cube mesure 5 cm.

Tu l'augmentes de 20 %.

De quel pourcentage le volume de ce cube augmente-t-il ?

Dupliquer un cube : ce problème se posa la première fois en 600 av. J.-C. aux mathématiciens grecs lors d'une épidémie de peste à Athènes. L'oracle consulté promit de faire cesser l'épidémie à la condition suivante : il fallait doubler l'autel consacré à Apollon, dans l'île de Délos, autel dont la forme était un cube parfait. Aucun mathématicien ne parvint à ses fins.

Avec la quadrature du cercle et la trisection de l'angle, la duplication du cube fait partie des trois grands problèmes géométriques de l'Antiquité. Ce problème consiste donc à construire un cube de volume deux fois plus grand qu'un cube donné, uniquement à l'aide d'une règle et d'un compas. Ce n'est qu'en 1837 que Pierre-Laurent Wantzel démontra l'impossibilité de cette construction.



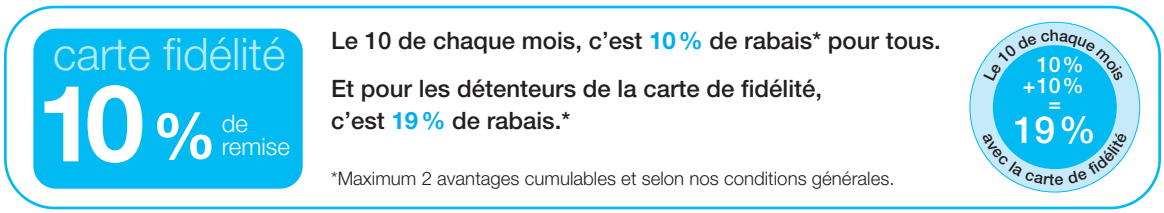
FA98 Isaline est surprise

Isaline dispose d'un capital initial de Fr. 10 000.–. Elle décide de le placer à un taux d'intérêt de 10 % par année. Lorsque, après trois ans, Isaline décide de retirer son capital, elle est surprise de constater qu'elle dispose désormais de Fr. 13 310.– au lieu des Fr. 13 000.– qu'elle avait pensé recevoir !

Explique cette différence.

FA99 Publicité mensongère ?

Dans sa publicité, un magasin offre une carte de fidélité à ses clients. Cette carte permet à ses détenteurs de bénéficier d'un rabais de 10 % sur l'ensemble des articles. En plus de ce rabais, le magasin offre un rabais supplémentaire de 10 % tous les dix de chaque mois. Voici ce qui est affiché sur la vitrine de ce commerce :



Qu'en penses-tu ?

FA100 Le self-service

Voici un ticket de caisse.

a) Retrouve les nombres cachés par des rectangles rouges.

b) Vérifie le montant indiqué pour la taxe à la valeur ajoutée (TVA) qui devrait être de 8 %.

c) Quel était le cours de l'euro ce jour-là ?

La taxe à la valeur ajoutée (TVA) est un impôt que perçoit un Etat sur les livraisons et les prestations de services faites sur son territoire.

En Suisse, depuis le 1er janvier 2010, les taux officiels de TVA sont les suivants : 8 % (taux normal) ; 2,5 % (taux réduit notamment pour certains produits alimentaires, les livres, les journaux et les médicaments) ; 3,8 % (taux spécial pour l'hébergement).

HyperDiscount

	CHF	
BALLON AUX NOIX	0.90	2
BUFFET DE SALADE		
0.454 KG X 28.00 CHF/KG	[redacted]	2
BUFFET DE SALADE		
0.226 KG X [redacted] CHF/KG	6.35	2
BUFFET VIAN POIS LEG		
[redacted] KG X 30.00 CHF/KG	18.05	2
TARE 0.564 KG		
TOTAL (TTC)	**38.00**	
ESPÈCES	[redacted]	
RENDU	12.00	
TOTAL EN EURO	32.20	

CODE	TVA %	TOTAL (TTC)	TVA
2	[redacted]	38.00	2.81

MERCI DE VOTRE CONFIANCE

FA101 Escompte

Une petite entreprise d'électricité générale accorde un escompte de 2 % sur ses factures si celles-ci sont payées dans un délai de 8 jours, au lieu du délai standard de 30 jours.

Quel montant est-il possible d'économiser, grâce à l'escompte, sur une facture de 2500 francs ?

FICHIER **FA102** et **FA103**

FA104 Compte d'épargne

Adriana décide de placer une somme de 12 000 francs, sur un compte d'épargne, à un taux d'intérêt de 1,5 % par année.

a) Calcule le montant des intérêts rapportés par ce capital placé pendant huit mois.

b) Calcule la somme dont Adriana disposera au bout de deux ans et demi, si elle ne retire rien de son compte.

Unités composées

FA105 A l'aide d'un chronomètre

En expliquant ta démarche, détermine expérimentalement :

a) la vitesse d'une personne qui court ;

b) la vitesse d'une personne qui monte les escaliers ;

c) la vitesse d'une voiture dans la rue ;

d) la vitesse d'une gomme qui tombe d'un meuble ;

e) la vitesse d'un ascenseur.

FA106 La marathonienne

Une marathonienne court les 42,195 km du parcours en 2 h 48 min.

Quelle est sa vitesse moyenne en kilomètres par heure ?

FA107 L'autoroute

Un enfant, assis à l'arrière de la voiture de ses parents, regarde les bornes kilométriques au bord de l'autoroute. Il constate ainsi que 14 km ont été parcourus en 7 min.

Quelle est la vitesse à laquelle la voiture se déplace ?

FA108 Plus ou moins de 60 km/h ?

Pour chacune des situations ci-dessous, indique si la vitesse est supérieure ou inférieure à 60 km/h.

a) Un cycliste qui parcourt 200 m en 11 s.

b) Un orage qui se déplace de 5 km en 15 min.

c) Un criquet pèlerin qui parcourt 5 hm en 120 s.

d) Un lièvre qui parcourt 6 m en 0,5 s.

e) La montagne russe « Formula rossa » où les véhicules se déplacent de 1 km en 15 s.

f) Un parachutiste qui descend de 50 m en 1 s.

FA109 InterCity

Un train InterCity roule pendant 1 h à la vitesse de 160 km/h, puis, à cause de travaux sur les voies, il doit ralentir et roule à 70 km/h pendant encore 30 min avant d'atteindre sa destination.

Quelle a été la vitesse moyenne du train sur ce trajet ?



InterCity pendulaire ICN, double traction.

FA110 Qui va le plus vite ?

Qui va le plus vite ?

Alfred, qui parcourt 100 m en 16 s, Benoît qui se promène à vélo à 20 km/h ou Chantal qui fait du skate-board à 6 m/s ?

FA111 Randonnée à bicyclette

Eddy : « Nous voilà déjà à mi-parcours, notre vitesse moyenne est de 10 km/h. »

Felice : « Quelle lenteur ! Un bon coup de pédale et, sur l'ensemble du trajet, nous aurons roulé à une vitesse moyenne de 20 km/h. »

A quelle vitesse doivent-ils rouler sur la deuxième moitié du parcours ?

FICHIER **FA112** et **FA113**

FA114 Tonnerre de Zeus !

Un soir d'orage, on entend le tonnerre 14 s après avoir vu l'éclair.

a) Sachant que la foudre est tombée à 4,76 km, calcule en mètres par seconde la vitesse de propagation du son dans l'air.

b) Quelques instants plus tard, la foudre tombe de nouveau. On entend le son 8 s après avoir vu l'éclair. A quelle distance se trouve l'impact de la foudre ?

Il est courant de diviser par trois le nombre de secondes séparant l'éclair du coup de tonnerre pour évaluer la distance, en kilomètres, nous séparant d'un orage.

Cela s'explique facilement : la vitesse de la lumière est d'environ 300 000 km/s, celle du son dans l'air d'environ 340 m/s. Si un phénomène orageux se produit à une distance de 3 km, l'éclair sera visible quasiment instantanément, alors que le son mettra 9 s environ (3000 : 340) pour nous parvenir.

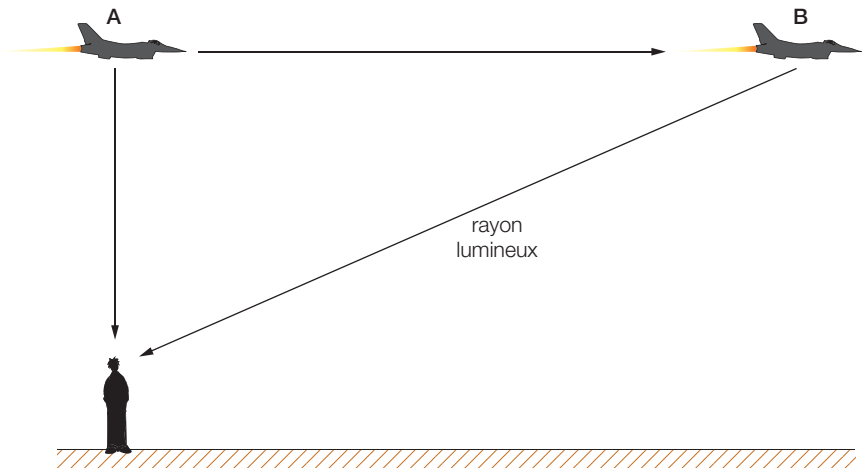
FA115 Mach 2

Un avion vole à une altitude de 5000 m au-dessus du sol. Sa vitesse est de Mach 2, c'est-à-dire de deux fois la vitesse du son dans l'air.

Lorsque l'observateur entend le son émis par l'avion au point A et lève la tête, l'avion se trouve déjà au point B.

Quelle est la pente du rayon lumineux ?

La vitesse du son dans l'air : 340 m/s
La vitesse de la lumière : 300 000 km/s



FA116 Les tours de piste

Lors de la dernière édition des « 24 heures sur piste », Yves a parcouru la distance de 204 km.

L'année dernière, sur cette même piste de 400 m, Michel avait accompli 480 tours.

a) Combien de tours Yves a-t-il effectués ?

b) Quelle est la vitesse moyenne de chaque coureur ?

FA117 La vitesse du son

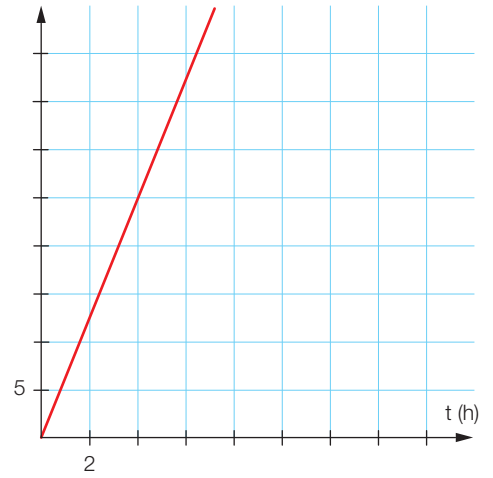
La vitesse du son dans l'air est de 340 m/s, alors que dans l'eau elle est de 5346 km/h.

Dans quel milieu les ondes sonores se déplacent-elles le plus rapidement ?

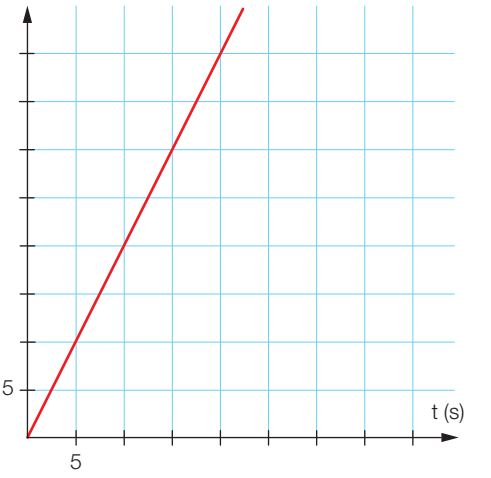
FA118 Classement de vitesses

Voici les vitesses moyennes de course de quatre animaux différents, représentées chacune à l'aide d'un graphique :

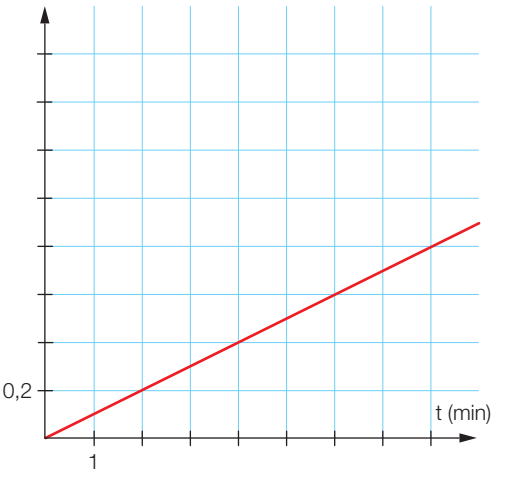
a)



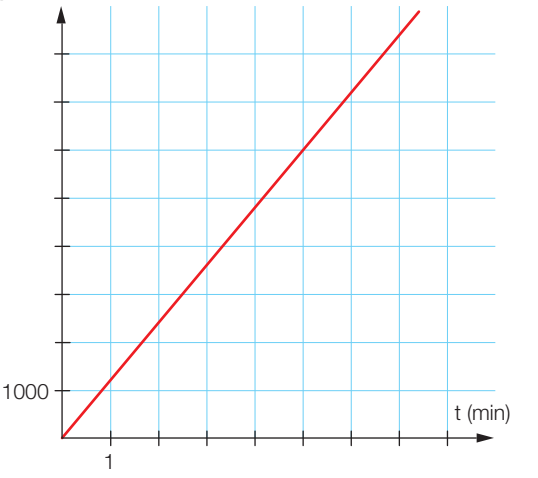
b)



c)



d)



Classe ces animaux en fonction de leur vitesse.

Quelques vitesses d'animaux :

Limace	0,002 km/h	Dauphin	60 km/h
Tortue	0,25 km/h	Libellule	80 km/h
Araignée	2 km/h	Antilope	98 km/h
Chameau	25 km/h	Guépard	115 km/h
Chien	33 km/h	Aigle	160 km/h
Sanglier	48 km/h		

FA119 Auto–rhino

a) Un automobiliste roule à la vitesse moyenne de 50 km/h.

Quelle distance, en mètres, parcourt-il en 1,5 s ?

b) Un rhinocéros peut se déplacer à une vitesse de 15 m/s et un chat à une vitesse de 48 km/h.

Quel est le plus rapide des deux ?

Temps de réaction
Il faut environ une seconde à un automobiliste pour réagir après la perception d'un danger ou d'un signal, et c'est seulement après cette durée que le freinage effectif débute.

FA120 La citerne

Une citerne de 500 l de capacité est remplie de 80 l de mazout.
On sait que 1 l de mazout a une masse de 840 g.

a) Quelle est la masse du mazout qui se trouve dans la citerne ?

b) Si on ajoute 126 kg de mazout, combien de litres contiendra la citerne ?

FA121 Le cube d'acier

Un cube d'acier a une arête de 10 cm et une masse de 7,7 kg.

a) Calcule la masse volumique (ρ) de ce cube en grammes par centimètre cube.

b) On partage ce cube en deux parties égales. Quelle est la masse volumique de ces demi-cubes ?

FA122 Masse, volume et masse volumique

a) L'ébène est l'un des bois les plus denses qu'on puisse trouver. C'est un bois noir et très dur, qui est notamment utilisé pour réaliser des sculptures.
Tu sais qu'une statue en ébène de 15 dm^3 à une masse de 17 kg.

Détermine la masse de 1 m^3 d'ébène.

b) 30 dm^3 de sable pèsent 45 kg.

Quelle est la masse volumique du sable ?

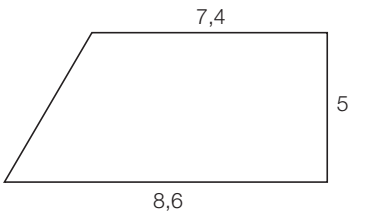
c) La masse volumique d'un morceau de chêne est 0,8 g/cm^3.

Quel est son volume si sa masse est de 4,5 kg ?

FA123 La neige

La terrasse d'une maison a la forme d'un trapèze rectangle dont les dimensions, en mètres, figurent sur le dessin ci-contre.
Il y tombe 25 cm de neige dont la masse volumique est égale à 0,130 kg/dm^3.

Calcule la masse de la neige accumulée sur cette terrasse.



FICHIER **FA124**

FA125 L'inondation

Imagine que ta salle de classe puisse être fermée hermétiquement.

Si tu laissais le robinet du lavabo ouvert, en combien de temps l'eau atteindrait-elle une hauteur égale à ta taille ?

FA126 La rivière

Une rivière a un débit de 18 000 m^3/h.

a) Quel est son débit en mètres cubes par minute ?

b) Quel est son débit en litres par seconde ?

FA127 La fontaine

Pour remplir un seau d'eau de 12 l à une fontaine, il a fallu 2 min.

a) Quel est le débit de la fontaine en litres par secondes ?

b) Quelle quantité d'eau s'écoule en 1 h ?

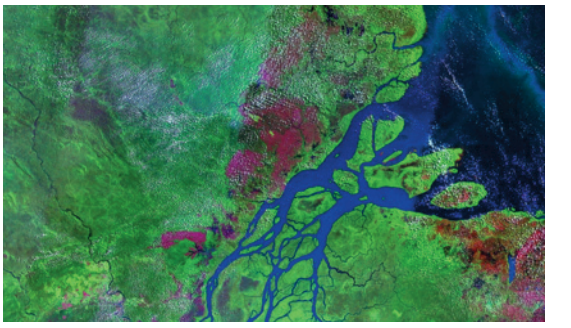
c) Combien de temps met-on pour remplir une vache à eau de 22,5 l ?

FA128 L'Amazone et le lac Léman

Le débit moyen du fleuve Amazone est de 200 000 m^3/s à son embouchure.

a) Calcule la quantité d'eau qui s'écoule chaque jour à cet endroit.

b) Sachant que le volume d'eau du lac Léman est de 89 km^3, calcule en combien de temps l'Amazone le remplirait s'il était vide.



FICHIER **Faire le point p. 64**

Encore quelques problèmes

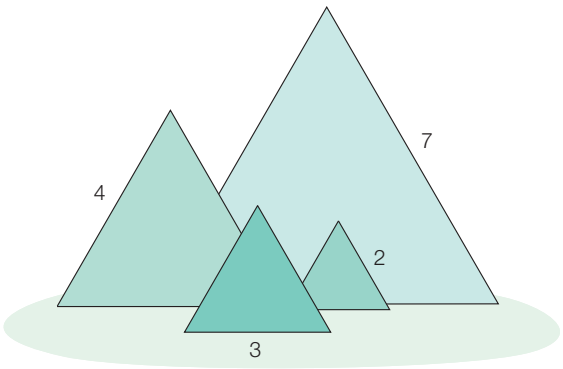
FICHIER **FA129**

FA130 Forêt de triangles

Tous ces triangles sont équilatéraux.

a) Comment peux-tu déterminer la hauteur de chacun d'entre eux ?

b) Trouve une méthode pour répondre à la même question dans le cas d'un triangle équilatéral de n'importe quelle dimension.



Mesures en centimètres

FA131 Le quatre-quarts

Le quatre-quarts est un gâteau breton qu'on appelle ainsi parce que les quatre ingrédients principaux qui le composent (farine, sucre, beurre, œufs) sont utilisés en quantités égales.

Voici les ingrédients nécessaires à la confection d'un gâteau pour 5 personnes :

- 5 œufs
- 200 g de sucre
- 200 g de beurre
- 200 g de farine
- 1 pincée de sel

a) Combien de beurre faut-il prévoir pour confectionner un quatre-quarts pour 12 personnes ?

b) Combien d'œufs faut-il prévoir pour confectionner un quatre-quarts pour 9 personnes ?

c) Combien de personnes peut-on régaler si l'on dispose de deux douzaines d'œufs, deux paquets de farine de 1 kg chacun, trois paquets de sucre de 0,5 kg chacun, une plaque de beurre de 500 g et 1 kg de sel ?

FA132 La Seine et le Rhin

A Paris, chaque quart d'heure, il s'écoule en moyenne 270 000 m^3 d'eau sous les ponts enjambant la Seine. Le Rhin, à Bâle, débite en moyenne 54 000 000 de litres d'eau à la minute.

Quel fleuve a le débit le plus important ?

FA133 Directe ou inverse ?

Pour chaque ligne, indique si les grandeurs dans les deux colonnes de droite sont proportionnelles, inversement proportionnelles ou ni l'une, ni l'autre.

A propos…	Grandeurs en jeu	
a) d'un véhicule	distance parcourue	quantité d'essence consommée
b) d'un récipient à remplir	débit	temps
c) d'une carte topographique	distance sur la carte	distance sur le terrain
d) d'une distance à parcourir	vitesse	temps
e) d'un cube	mesure de l'arête	volume
f) d'un carré	mesure du côté	périmètre
g) d'une fouille à creuser	nombre d'ouvriers	temps
h) d'un livre	nombre de pages lues	nombre de pages restant à lire
i) d'un capital	taux	intérêt annuel
j) d'une longueur donnée sur un plan	échelle	longueur réelle

Diagrammes

FA135 La population mondiale

En 2011, une estimation de la population mondiale donnait les résultats ci-contre.

Calcule le pourcentage d'habitants dans chaque continent et dessine un diagramme circulaire qui représente cette situation.

Monde – Estimations 2013

Continents	Population totale (en milliers)
Afrique	1 095 504
Amérique latine et Caraïbes	609 554
Amérique septentrionale	353 387
Asie	4 292 970
Europe	740 535
Océanie	38 227
Monde	**7 130 177**

Source : World Population Prospects, *Nations Unies, 2011*

FA136 Les langues

Dans une école, les options pour l'apprentissage d'une troisième langue sont au nombre de quatre.

126 élèves ont choisi l'anglais, 72 ont choisi l'italien, 51 ont choisi l'espagnol, tandis que 21 ont choisi le russe.

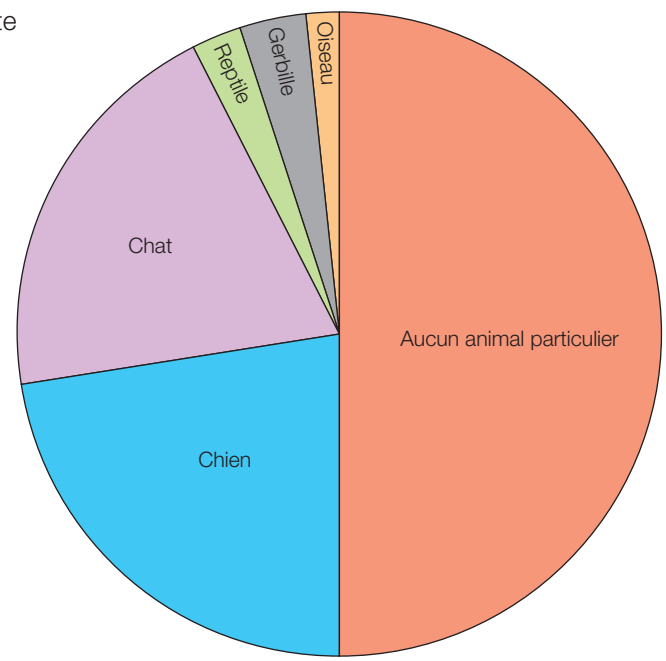
Représente cette situation par un diagramme en barre.

FA137 Les animaux domestiques favoris

Le diagramme circulaire ci-contre représente la répartition des élèves d'un collège en fonction de leur animal domestique favori. 600 élèves ont répondu au questionnaire.

Estime le nombre d'élèves qui préfèrent :

- un chien
- un chat
- un reptile
- une gerbille
- un oiseau



FA138 Les moyens de transport

Dans une grande ville de Suisse romande, un institut de sondage a demandé à 600 habitants, choisis au hasard, quel était leur moyen de déplacement habituel. Voici leurs réponses :

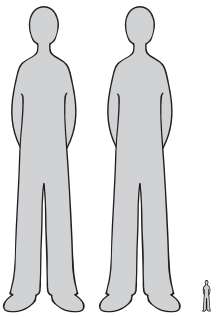
Représente cette situation par un diagramme circulaire.

Moyen de transport habituel

Voiture	178
Vélo	90
Transports en commun	215
Marche	98
Taxi	19

FA139 C'est figuratif

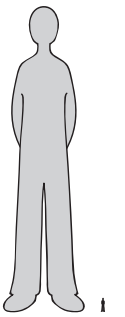
Voici une représentation du nombre d'habitants d'un village abonnés aux journaux A à E :



A : 210



B : 50



C : 104



D : 22

E : 6

En quoi cette représentation est-elle ambiguë ?

FA140 Le CO_2

Il est possible de classer différents moyens de transport en fonction de la quantité de CO_2 qui est émise par personne et pour chaque kilomètre parcouru.

Représente cette situation par un diagramme circulaire.

Charge climatique selon le moyen de transport

Moyen de transport	Charge climatique par kilomètre
Trafic ferroviaire longue distance	7 g CO_2
Trafic ferroviaire régional	11 g CO_2
Car de tourisme	53 g CO_2
Bus régional	107 g CO_2
Voiture de tourisme	194 g CO_2

Source : Union des transports publics

FA141 Les quatre réseaux

En 2011, sur les 50,6 millions de mètres cubes d'eau potable consommés sur l'ensemble du canton de Genève, aucune analyse qualitative n'a dépassé les normes réglementaires pour les paramètres physico-chimiques reportés ci-dessous.

1
Réseau eaux mélangées (lac et nappe)

	Min.	Moy.	Max.
Nitrates (en mg/l) Valeur de tolérance : 40mg/l	2.0	5.5	9.7
Dureté de l'eau* (en degrés français)	12.8	18.6	25.4
Calcium (en mg/l)	42.3	63.9	89.6
Magnésium (en mg/l)	5.2	7.1	8.4

L'eau de ce réseau est d'excellente qualité, peu minéralisée avec une faible teneur en nitrates.

2
Réseau eau du lac

	Min.	Moy.	Max.
Nitrates (en mg/l) Valeur de tolérance : 40mg/l	2.0	2.7	3.1
Dureté de l'eau* (en degrés français)	12.8	14.0	15.1
Calcium (en mg/l)	42.5	45.3	48.2
Magnésium (en mg/l)	5.2	6.4	7.5

L'eau de ce réseau est d'excellente qualité, faiblement minéralisée et a une très faible teneur en nitrates.

3
Réseau eau de la nappe du Genevois

	Min.	Moy.	Max.
Nitrates (en mg/l) Valeur de tolérance : 40mg/l	6.9	11.6	24.5
Dureté de l'eau* (en degrés français)	22.8	27.1	35.0
Calcium (en mg/l)	70.0	79.8	100.1
Magnésium (en mg/l)	12.9	17.5	24.1

L'eau de ce réseau est d'excellente qualité. Son contenu en sels minéraux est susceptible de varier en fonction du lieu de pompage alimentant le réseau.

4
Réseau eau de la nappe de l'Arve

	Min.	Moy.	Max.
Nitrates (en mg/l) Valeur de tolérance : 40mg/l	3.3	5.7	6.5
Dureté de l'eau* (en degrés français)	20.5	23.0	24.9
Calcium (en mg/l)	61.2	69.4	78.1
Magnésium (en mg/l)	9.3	13.8	17.6

L'eau de ce réseau est d'excellente qualité, moyennement minéralisée et a une teneur en nitrates peu élevée.

Données microbiologiques pour les quatre réseaux d'eau potable

Prélèvements	6390
Anomalie confirmée sans gravité avec retour rapide à la normale	1
Analyses nécessitant l'arrêt d'une installation	0

La qualité de votre eau à la loupe

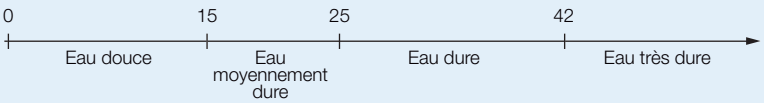
Les analyses microbiologiques permettent d'assurer que l'eau potable distribuée ne contient aucune trace de bactéries susceptibles de porter atteinte à la santé et qu'elle est traitée conformément à l'ordonnance fédérale sur les denrées alimentaires.

Pour assurer le contrôle continu de la qualité de l'eau potable, le laboratoire SIG (accrédité ISO 17025) a effectué **98 550 analyses** en 2011 et transmis régulièrement les résultats au service de la consommation et des affaires vétérinaires (SCAV), l'autorité cantonale de contrôle des denrées alimentaires.

Les 4 réseaux d'approvisionnement en eau



Dureté de l'eau potable (en degrés français)



a) A fin 2011, le canton de Genève comptait 466 000 habitants. Quel est le volume d'eau potable consommé, en moyenne, par chaque habitant du canton ?

b) Le réseau **eaux mélangées** distribue-t-il de l'eau plus riche en calcium que le réseau **eau de la nappe du Genevois** ?

c) Quelle est la quantité de nitrates ingérée en 15 ans par un habitant qui boit en moyenne 300 l d'eau du robinet par année, si celle-ci provient de la **nappe de l'Arve** ?

d) Quel est le réseau qui distribue de l'eau dont les caractéristiques varient le moins ?

FA143 Sierre – Zinal

Sur un trajet plat, Ethan court à une moyenne d'environ 12 km/h. En montagne, il parvient à monter de 500 m de dénivelé par heure et à descendre 800 m de dénivelé par heure. Bien entraîné, il souhaite réaliser la course Sierre-Zinal, illustrée par son tracé sur la carte ci-contre et par son profil ci-dessous.



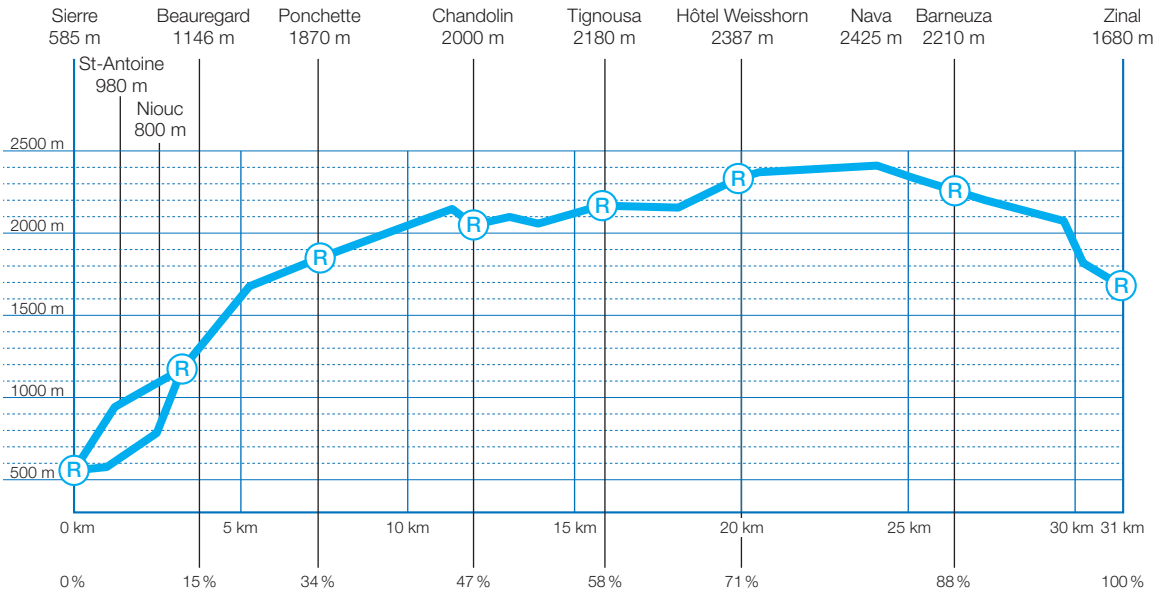
a) Estime le dénivelé des montées et celui des descentes.

b) Estime la durée probable du trajet Sierre – Zinal d'Ethan.

c) Le record de la course est détenu par le Néo-Zélandais Jonathan Wyatt, qui a mis 2 h 29 min pour terminer la course. Estime au bout de combien de temps environ il est passé à l'hôtel Weisshorn.

d) Estime la pente moyenne entre Sierre et Ponchette.

Profil de la course



Les pourcentages indiqués sur ce graphique permettent aux concurrents d'estimer leur temps de course final. Par exemple, à Tignousa, les coureurs ont effectué les 58 % de leur temps final.

La course Sierre – Zinal est un « trail » de 31 km, c'est-à-dire une course à pied se déroulant dans la nature et qui relie la ville valaisanne de Sierre au village de Zinal, au fond du val d'Anniviers. Elle est également appelée la « Course des cinq 4000 », puisque le tracé empruntant le versant est de la vallée permet de voir cinq montagnes culminant à plus de 4000 m d'altitude : le Cervin, l'Obergabelhorn, le Zinalrothorn, le Weisshorn et la Dent-Blanche.

FA144 Records de vitesse

Voici un tableau indiquant quelques records du monde masculins en athlétisme :

Sport	Résultats	Athlète	Année	Ville
100 m	9″58	Usain Bolt (JAM)	16.08.2009	Berlin
200 m	19″19	Usain Bolt (JAM)	20.08.2009	Berlin
400 m	43″18	Michael Johnson (USA)	26.08.1999	Séville
800 m	1′40″09	David Lekuta Rudisha (KEN)	09.08.2012	Londres
1500 m	3′26″00	Hicham El Guerrouj (MAR)	14.07.1998	Rome
3000 m	7′20″67	Daniel Komen Kipchirchir (KEN)	01.09.1996	Rieti
5000 m	12′37″35	Kenenisa Bekele (ETH)	31.05.2004	Hengelo
10000 m	26′17″53	Kenenisa Bekele (ETH)	26.08.2005	Bruxelles
Marathon	2h 03′38″	Patrick Makau Musyoki (KEN)	25.09.2011	Berlin
4 x 100 m	36″84	Jamaïque (JAM)	11.08.2012	Londres

Date d'établissement du tableau : 15 septembre 2012

a) Calcule le temps moyen mis par chaque athlète pour parcourir 100 m.

b) Calcule la vitesse moyenne de chaque athlète en mètres par seconde.

c) Si le champion qui détient le record du monde du 800 m avait pu courir le 1500 m au même rythme, aurait-il battu le record du monde du 1500 m ?

d) Si le champion qui détient le record du monde du 3000 m avait pu courir le 10000 m au même rythme, aurait-il battu le record du monde du 10000 m ?

e) Qu'y a-t-il d'étonnant si l'on compare les records du 100 m et du 4 x 100 m ?

FA145 Que de chambres !

La Suisse est un pays touristique et les infrastructures hôtelières accueillent de nombreux hôtes étrangers ou indigènes pour une ou plusieurs nuits.

Le tableau ci-contre indique l'offre d'hébergement de quatorze communes.

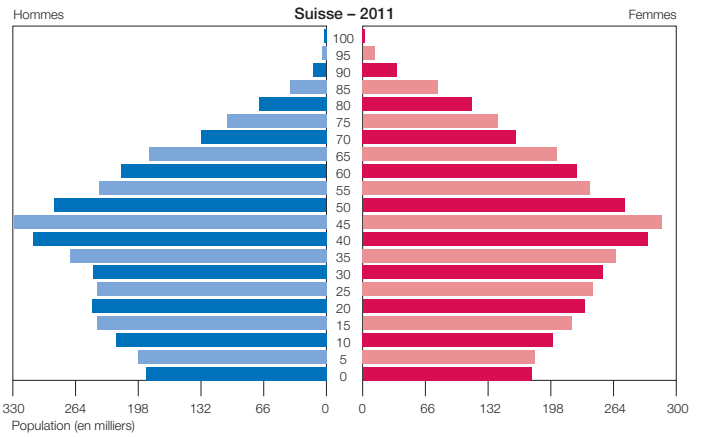
Représente l'ensemble de ces données par un diagramme de ton choix.

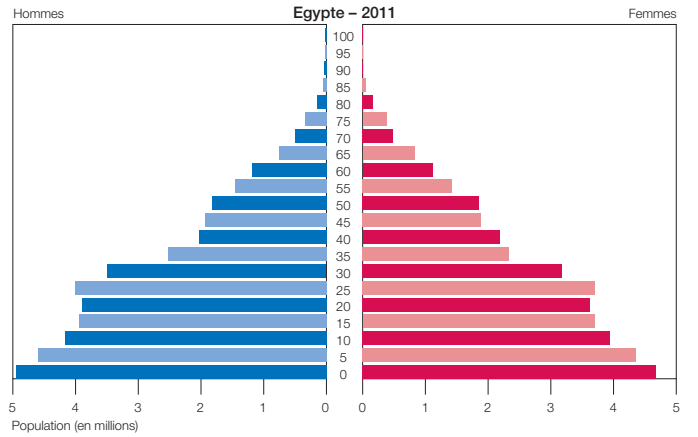
Destination	Chambres	Lits
Zurich	7538	12875
Genève	6195	10067
Zermatt	3205	6235
Lucerne	2925	5521
Bâle	3730	6304
Davos	2858	5494
Lausanne	2176	3879
Saint-Moritz	2250	4255
Berne	2080	3591
Interlaken	1615	3112
Lugano	1620	3042
Opfikon	1422	2481
Grindelwald	1434	3028
Lauterbrunnen	1350	2703
Suisse	**128719**	**245072**

Source : OFS, 2011

FA146 La Suisse et l'Egypte

Voici les pyramides des âges de la Suisse et de l'Egypte.





« Une pyramide des âges est un diagramme qui indique la composition d'une population par classes d'âges et par sexe, à un moment donné.

La population concernée peut être celle d'un pays (c'est le cas le plus fréquent), mais aussi celle d'un groupe de pays, d'un continent, ou d'unités spatiales plus petites, par exemple une ville. Quelle qu'en soit la présentation au niveau des détails (effectifs des classes présentés en chiffres absolus, en pour-cent de la population totale ou en pour-cent de la population de chaque sexe), une pyramide des âges donne des renseignements très précieux sur l'histoire de la population concernée : elle montre en particulier la répartition entre jeunes, adultes et personnes âgées, répartition qui dépend en premier lieu de l'évolution de la natalité et de la mortalité ; elle peut aussi mettre en évidence d'éventuels déséquilibres entre femmes et hommes, et elle porte la trace des 'accidents' qui ont pu toucher la population étudiée. »

Source : Un monde, des mondes, *LEP, 1998, Livre du maître, module 2 : « Démographie et géographie », p. 11.*

a) Combien y a-t-il de personnes entre 10 et 15 ans en Suisse ? Et en Egypte ?

b) Pour les deux graphiques, indique quand sont nées les personnes faisant partie des tranches d'âge avec le plus grand effectif.

c) Dans quelles tranches d'âge y a-t-il plus d'hommes que de femmes ?

d) Quelles sont les différences entre ces deux populations ?

FA147 Entre Bienne et Moutier

226 **Biel/Bienne**–Sonceboz–Tavannes–**Moutier**

Bern 303		**16 13**	**16 43**	**17 13**	**17 43**	**18 13**	**18 43**	**19 13**	**19 43**	**20 13**	**20 43**	**21 13**	21 30	**22 13**
Biel/Bienne 303	o	**16 38**	**17 08**	**17 38**	**18 08**	**18 38**	**19 08**	**19 38**	**20 08**	**20 38**	**21 08**	**21 38**	22 06	**22 38**
			RE		RE		RE		RE		RE			
		5082	2882	5084	2886	5086	2888	5090	2890	5292	2892	5294	5094	5296
Biel/Bienne 4		16 50	**17 17**	17 50	**18 17**	18 50	**19 17**	19 50	**20 17**	20 50	**21 17**	21 50	22 17	22 50
Frinvillier-Taubenloch		16 54		17 54		18 54		19 54		20 54		21 54		22 54
Reuchenette-Péry		17 00		18 00		19 00		20 00		21 00		22 00		23 00
La Heutte		17 02		18 02		19 02		20 02		21 02		22 02		23 02
Sonceboz-Sombeval	o	17 08	**17 29**	18 08	**18 29**	19 08	**19 29**	20 08	**20 29**	21 08	**21 29**	22 08	22 29	23 08
Sonceboz-Sombeval		17 10	**17 30**	18 10	**18 30**	19 10	**19 30**	20 10	**20 34**		**21 34**		22 34	
La Chaux-de-Fonds 225	o	17 46	**17 57**	18 46	**18 57**	19 46	**19 57**	20 46	**21 09**		**22 09**		23 09	
La Chaux-de-Fonds		16 13	**17 02**	17 13	**18 02**	18 13	**19 02**	19 13		**20 02**		20 53		21 53
Sonceboz-Sombeval 225	o	16 48	**17 28**	17 48	**18 28**	18 48	**19 28**	19 48		**20 28**		21 26		22 26

		5256	5260	5262	5266	5268	5274	5282			
Sonceboz-Sombeval		©16 35	17 10	17 35	18 10	18 35	19 10	20 10	21 10	22 10	23 10
Tavannes	o	16 42	17 17	17 42	18 17	18 42	19 17	20 17	21 17	22 17	23 17
Tavannes		16 43	17 19	17 43	18 19	18 43	19 19	20 19	21 19	22 19	23 19
Reconvilier		16 46	17 22	17 46	18 22	18 46	19 22	20 22	21 22	22 22	23 22
Pontenet		16 48	17 24	17 48	18 24	18 48	19 24	20 24	21 24	22 24	23 24
Malleray-Bévilard		©16 52	17 29	17 52	18 29	18 52	19 29	20 29	21 29	22 29	23 29
Sorvilier			17 31		18 31		19 31	20 31	21 31	22 31	23 31
Court			17 34		18 34		19 34	20 34	21 34	22 34	23 34
Moutier	o		17 43		18 43		19 43	20 43	21 43	22 43	23 43
Moutier			17 54		18 54		19 54	20 54	21 54	22 54	23 54
Solothurn 411	o		18 25		19 25		20 25	21 25	22 25	23 25	0 25
Moutier			**18 08**		**19 08**		**20 08**	**21 08**	**22 08**	**23 08**	**0 08**
Delémont	o		**18 18**		**19 18**		**20 18**	**21 18**	**22 18**	**23 18**	**0 18**
Basel SBB 230	o		**18 53**		**19 53**		**20 53**	**21 53**	**22 53**	**23 53**	

a) Si je prends le train de 18 h 50 à Bienne, à quelle heure arriverai-je, au plus tôt, à Reconvilier ?

b) Je prends le train de 17 h 10 à Sonceboz-Sombeval, à destination de Moutier. En chemin, je m'arrête à Malleray-Bévilard, pendant au moins trente minutes, pour y rencontrer une amie. A quelle heure arriverai-je, au plus tôt, à Moutier ?

c) Pour les deux trajets ci-dessus, indique combien de temps je vais passer en train. Et sur le quai ?

FA148 Les smartphones

Ce tableau représente le nombre d'utilisateurs de smartphones dans six pays.

Représente cette situation par un diagramme en barre.

Nombre d'utilisateurs de smartphones

Pays	Utilisateurs (millions)
Etats-Unis	97,8
Grande-Bretagne	25,4
Allemagne	21,3
Italie	21,1
France	18,8
Espagne	17,9

Source : comScore MobiLens – décembre 2011



ESSAI

SUR UNE MANIÈRE DE REPRÉSENTER

LES QUANTITÉS IMAGINAIRES

DANS

LES CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES,

PAR R. ARGAND.

2e ÉDITION

PRÉCÉDÉE D'UNE PRÉFACE

PAR M. J. HOÜEL

ET SUIVIE D'UN APPENDICE

Contenant des Extraits des *Annales de Gergonne*, relatifs à la question des imaginaires.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,

Quai des Augustins, 55.

1874

(Tous droits réservés.)

BNF

Dès l'Antiquité et jusqu'à la fin du Moyen-Age, Perses, Egyptiens, Grecs et Arabes ont contribué au développement du calcul littéral ou calcul algébrique. Puis, les mathématiciens d'Europe, entre autres, ont poursuivi ces travaux d'algèbre. L'un d'entre eux s'appelait Jean Robert Argand (1768-1822).

Né à Genève, juge et comptable, il a pratiqué les mathématiques comme un amateur, pour son plaisir, mais cela n'empêche pas qu'on lui doit des découvertes importantes, par exemple dans le domaine des nombres appelés « complexes » et pour le calcul algébrique.

Argand a proposé des approches nouvelles et a complété les travaux de grands mathématiciens comme Gauss ou d'Alembert. On lui doit en particulier une démonstration du Théorème fondamental de l'algèbre, en 1814 : « Tout polynôme peut se factoriser en produit de facteurs du premier degré. »

Calcul littéral

Apprentissages visés

- Connaissance et utilisation des règles et conventions usuelles d'écriture algébrique
- Détermination de la valeur numérique d'une expression littérale
- Elaboration d'expressions littérales à partir d'énoncés de problèmes, de figures géométriques ou d'expressions verbales
- Interprétation d'expressions littérales et identification de celles qui sont équivalentes
- Connaissance de la terminologie
- Ecriture réduite et ordonnée de polynômes
- Opérations avec des monômes et des polynômes
- Connaissance et utilisation d'identités remarquables du deuxième degré
- Décomposition de polynômes en produit de facteurs
- Utilisation du calcul littéral comme outil de preuve

Sommaire

- Pour réactiver certaines connaissances 108
- Ecrire et réduire des expressions littérales 108
- Additions et soustractions de polynômes 109
- Pour aller plus loin 111
- Pour réactiver certaines connaissances 112
- Opérations avec des polynômes 114
- Identités remarquables 115
- Pour consolider et aller plus loin 117
- Factorisation 118
- L'algèbre comme outil de preuve 119
- Encore quelques problèmes 121

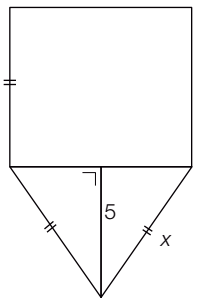
FICHIER **Que sais-je ? p. 68**

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER **FA149**

FA150 Figure composée

Exprime le plus simplement possible l'aire et le périmètre de la figure composée de deux triangles rectangles et d'un carré.



FICHIER **FA151**

Ecrire et réduire des expressions littérales

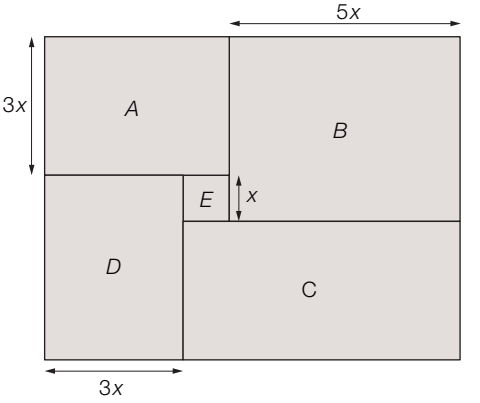
FA152 Des rectangles et un carré

Les rectangles *A* et *D* ont la même aire et *E* est un carré.

a) Exprime le périmètre de chacune des surfaces *A*, *B*, *C*, *D*, *E*.

b) Exprime l'aire de chacune des surfaces *A*, *B*, *C*, *D*, *E*.

c) Exprime l'aire totale du rectangle extérieur.



FA153 Associations

Ecris ces expressions littérales sous une forme réduite.

a) $6y \cdot (-5)$

b) $-7a \cdot 2a$

c) $5y \cdot 5y$

d) $x \cdot 4x$

e) $x \cdot x \cdot 7z$

f) $6b \cdot 2$

g) $9y \cdot 3x$

h) $2z \cdot 2{,}5 \cdot 3z$

i) $4 \cdot 3c \cdot 2$

j) $z \cdot 6y \cdot 0{,}5$

k) $p \cdot 3p \cdot p$

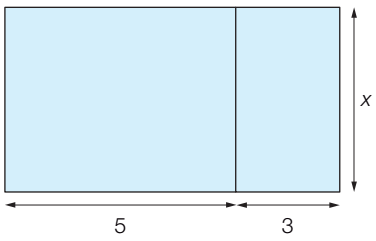
l) $-9 \cdot 9a$

FICHIER **FA154 et FA155**

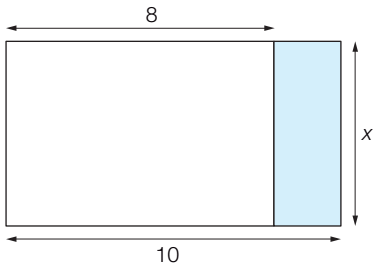
FA156 De deux manières différentes

Exprime, en fonction de x et de deux manières différentes, l'aire des rectangles colorés.

a)



b)



FA157 Egal ?

1. Soit $A = 2x^2 - 3x + 1$ et $B = x^2 - 1$

a) Calcule A et B lorsque $x = 1$, puis lorsque $x = 2$.

b) Les expressions A et B sont-elles égales ?

2. Soit $A = 3x^2 - 2x + 4$ et $B = 13x - 14$

a) Calcule A et B lorsque $x = 2$, puis lorsque $x = 3$.

b) Les expressions A et B sont-elles égales ?

FA158 Expressions égales

Les expressions littérales suivantes sont-elles égales ?

a) $13y$ et $6 + 7y$

b) $6y + 4 - 2y - 2$ et $3y + 7 + y - 5$

FICHIER FA159 et FA160

Additions et soustractions de polynômes

FA161 On supprime les parenthèses

Voici deux expressions littérales :

1. $(19x + 6) + (15x - 4)$

2. $(22x + 7) - (9x - 3)$

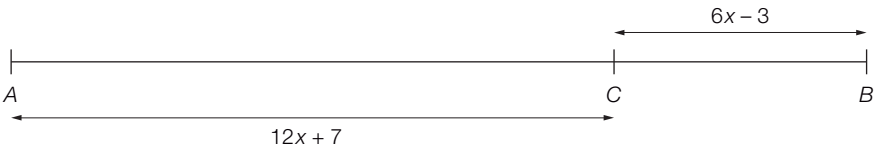
a) Calcule la valeur numérique des deux expressions littérales pour $x = 4$.

b) Réduis ces deux expressions littérales, puis calcule leur valeur numérique pour $x = 4$; le résultat obtenu est-il égal à celui que tu as trouvé sous **a)** ?

c) Sur la base de tes observations, établis une règle permettant d'additionner et de soustraire des polynômes.

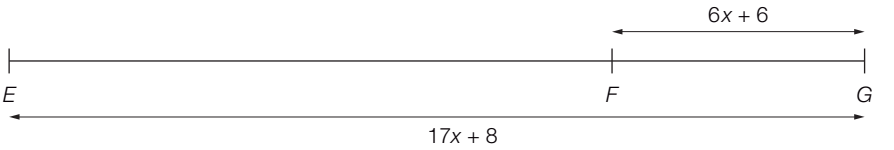
FA162 Avec des segments

a) Calcule la longueur du segment AB pour $x = 5$.



b) Exprime le plus simplement possible la longueur AB en fonction de x et calcule la valeur numérique de cette expression littérale pour $x = 5$.

c) Calcule la longueur du segment EF pour $x = 5$.



d) Exprime le plus simplement possible la longueur EF en fonction de x et calcule la valeur numérique de cette expression littérale pour $x = 5$.

e) Sur la base de tes observations, établis une règle permettant d'additionner et de soustraire des polynômes.

FICHIER **FA163**

FA164 Opposés

Trouve les polynômes opposés de :

$A = 9c - 3$ $B = -14a + 3$ $C = -10c - 7$ $D = 2 + y$ $E = x - 1$

FA165 Magiques ?

Ces carrés sont-ils magiques pour l'addition ?

$5x + 2$	0	$4x + 1$
$2x$	$3x + 1$	$4x + 2$
$2x + 1$	$6x + 2$	x

$2x$	$3x + 10$	$4x + 2$
$5x + 6$	$3x + 3$	$x + 3$
$2x + 6$	$3x - 1$	$4x + 7$

FICHIER **FA166 à FA168**

FA169 Additionner et soustraire des polynômes

Voici six polynômes :

$A = 4x + 8$ $\quad C = -1 - 6x$ $\quad E = 5x - 2{,}5$

$B = 9 - 3x$ $\quad D = 2x - 1$ $\quad F = -2x + 1$

Effectue et réduis.

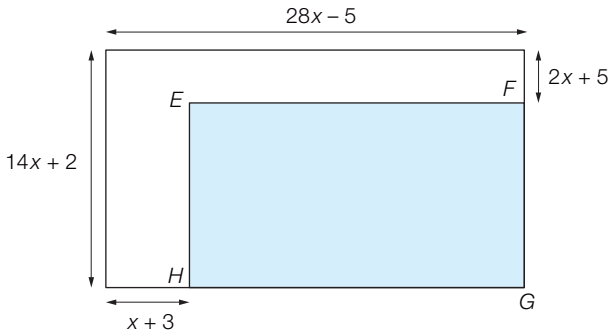
1. $A - D$ $\quad$ **3.** $B + E$ $\quad$ **5.** $F - D$

2. $A + F$ $\quad$ **4.** $C - B + F$ $\quad$ **6.** $C + F$

FA170 Périmètre littéral

a) Exprime le plus simplement possible le périmètre du rectangle *EFGH*.

b) Calcule ce périmètre si $x = 1$, puis si $x = 2{,}5$.



FICHIER Faire le point p. 74

Pour aller plus loin

FICHIER FA171

FA172 Encore l'opposé

Trouve les polynômes opposés de :

$A = 6c^2 + 9c - 3$ $\quad C = -10c^3 + 0{,}5c - 7$ $\quad E = \frac{1}{3}x^2 - x$

$B = -14a + 2{,}4$ $\quad D = 2 + \pi d$

FICHIER FA173 à FA175

FA176 Encore des sommes et des différences

Voici six polynômes :

$A = 4x + 8$ $C = -x^3 - 6x^2$ $E = 7x^2 - 5x^3 + x - 2{,}5$

$B = 9x^2 - 3x$ $D = x^3 - 2x^2 + 1$ $F = x^2 - 2x + 1$

Effectue et réduis.

1. $A - C$ **3.** $B + E$ **5.** $F - D$

2. $A + F$ **4.** $C - B + F$ **6.** $C + F$

FA177 Louise et Josette

Louise et Josette écrivent un même nombre.

Louise le multiplie par 3, puis ajoute 5 au produit obtenu. Josette lui ajoute 5, puis multiplie la somme obtenue par 3.

Elles recommencent avec d'autres nombres, sans changer d'opérations, et s'étonnent alors des résultats qu'elles obtiennent.

Et toi, partages-tu leur surprise ?

FICHIER **Que sais-je ? p. 77**

Pour réactiver certaines connaissances

FA178 Valeur numérique

Calcule la valeur numérique des expressions suivantes :

$A = 3x^2$ $B = -2x^2 + 5x$ $C = 0{,}5x^2 - x + 10$

a) si $x = 10$

b) si $x = -1$

FICHIER **FA179 et FA180**

FA181 Choix de nombres

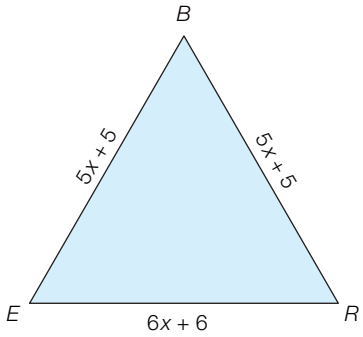
Une de tes camarades a choisi trois nombres. Elle ne te dit rien du premier, mais t'indique que le deuxième est inférieur de 36 au premier et que le troisième vaut le triple du deuxième.

a) Exprime le plus simplement possible leur somme.

b) Quels sont ces nombres si leur somme vaut 241 ?

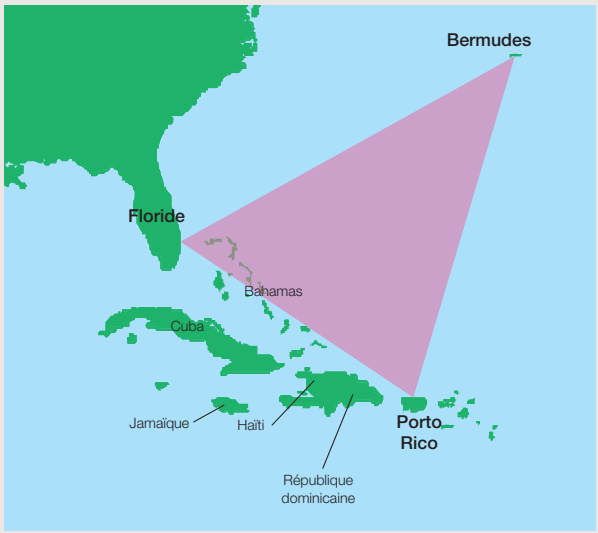
FA182 Le triangle des BER

Exprime le plus simplement possible l'aire et le périmètre de ce triangle sachant que la hauteur issue de B mesure $4x + 4$.



Trois lieux (Porto Rico, l'île des Bermudes et Miami) forment les sommets d'un grand triangle dans l'océan Atlantique, connu sous le nom de triangle des Bermudes.

Bien que de nombreuses légendes soient associées à cette zone, notamment celles liées à la disparition mystérieuse de navires et d'avions, une grande compagnie d'assurances de Londres indiquait, en 1975, que le triangle des Bermudes n'était pas une zone plus dangereuse qu'une autre. Il semble bien que plusieurs disparitions citées aient eu lieu ailleurs, et que celles survenues à l'intérieur de la zone sont explicables par des défaillances techniques ou par des conditions météorologiques défavorables, celles-ci n'ayant pas de caractère mystérieux.



Opérations avec des polynômes

FA183 Sacrées formules !

Vérifie l'exactitude de ces formules pour $n = 1$, $n = 4$ et $n = 10$.

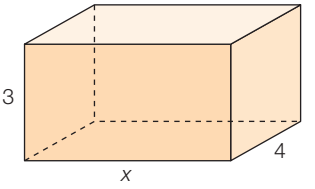
a) $S_1 = 1 + 2 + 3 + \ldots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$

b) $S_2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

c) $S_3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \dfrac{n^2(n+1)^2}{4}$

d) $S_4 = 1^4 + 2^4 + 3^4 + \ldots + n^4 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$

FA184 Xtrême

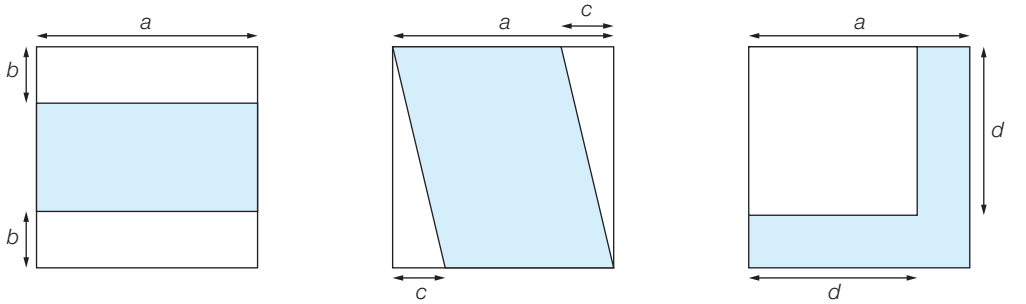


a) Comment exprimer le plus simplement possible :
- la longueur totale des arêtes de cette boîte ?
- l'aire totale de ses faces ?
- son volume ?
- la longueur de la plus grande tige qu'on peut ranger dans cette boîte ?

b) Si le volume de cette boîte est 72, quelle est :
- la valeur de x ?
- la longueur totale des arêtes ?
- l'aire totale des faces ?

FA185 Littéralement

Exprime l'aire de chaque surface colorée inscrite dans ces carrés.



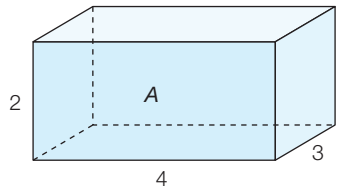
FA186 D'une boîte à l'autre

a) Exprime, à propos de ces deux parallélépipèdes rectangles, la différence :

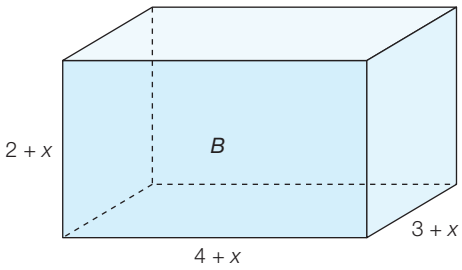
1. des longueurs totales de leurs arêtes ;

2. des aires totales de leurs faces ;

3. de leurs volumes.



b) Quels résultats obtiens-tu lorsque $x = 3$?



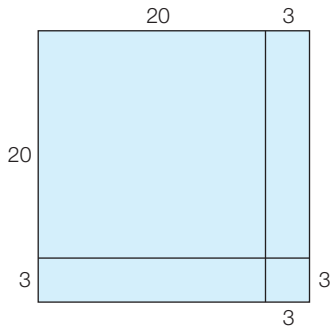
FICHIER FA187 à FA189

Identités remarquables

FICHIER FA190

FA191 Un carré pour les carrés

Pour élever facilement 23 au carré, Benjamin dessine la figure ci-contre, puis procède ainsi :



$$\begin{aligned} 23^2 &= (20 + 3)^2 \\ &= (20 \cdot 20) + 2 \cdot (20 \cdot 3) + (3 \cdot 3) \\ &= 400 + 120 + 9 \\ &= 529 \end{aligned}$$

Fais de même pour déterminer :

a) le carré de 45, puis celui de 101 ;

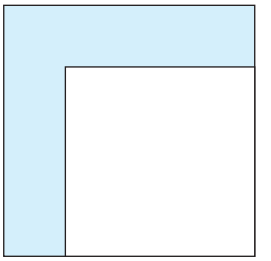
b) le carré de $(x + y)$.

FICHIER FA192 à FA196

FA197 D'un carré à l'autre

Cette figure est composée de deux carrés superposés dont les longueurs des côtés s'expriment par deux nombres entiers consécutifs.

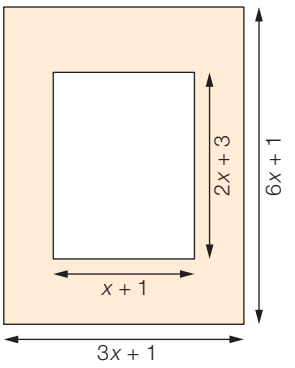
Détermine une formule permettant de calculer l'aire de la partie colorée d'une figure construite sur ce modèle, quelle que soit sa taille.



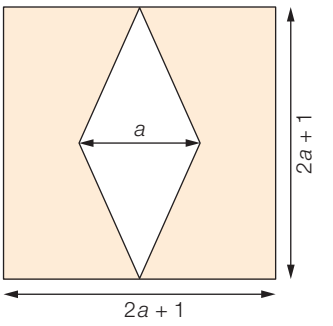
FA198 Avec des lettres

Exprime le plus simplement possible l'aire de la partie colorée de chaque figure.

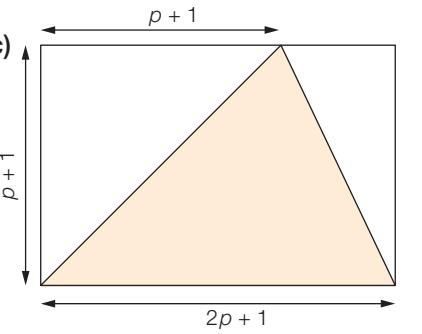
a)



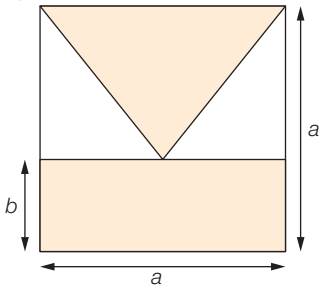
b)



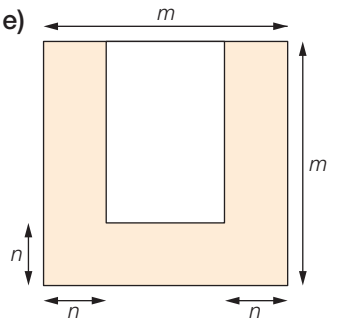
c)



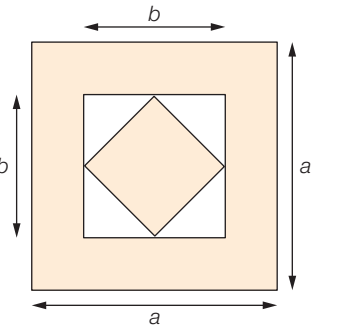
d)



e)



f)



FICHIER Faire le point p. 86

Pour consolider et aller plus loin

FA199 Sans calcul écrit

Avec les trois monômes :

$A = 3x^2$ $B = 12$ $C = 12x^3$

Calcule.

a) AC
b) $AC + B^2$
c) $AB + C$
d) $2A + C^2$
e) $(A + B) \cdot C$
f) $(A + B)^2$
g) $A^2 + 2AB + B^2$
h) $A^2 + B^2$
i) $(A + B)(A - B)$
j) $A^2 - B^2$

FA200 Encore des binômes

Avec les quatre binômes suivants :

$A = x + 2$ $B = x + 7$ $C = x^2 - 3$ $D = 3x + 1$

Calcule.

a) $A + B$
b) $B + D$
c) AD
d) $A(B + C)$
e) $(A + B)^2$
f) $A + C$
g) $C + D$
h) $AB + AC$
i) $A^2 + 2AB + B^2$
j) $A + D$
k) AB
l) BD
m) $D(A + B + C)$
n) $B + C$
o) AC
p) CD

FA201 Polynômes

Avec les quatre polynômes suivants :

$A = 3x^2 - 5x + 18$ $B = 4x + 1$ $C = 3x^3 - x + \frac{3}{4}$ $D = x^3 - x^2 + 5x - 1$

Calcule.

a) $3A$
b) $-2C$
c) $3B$
d) $-2D$
e) $A + B$
f) $-(2C + 2D)$
g) $3(A + B)$
h) $C - D$
i) $3A + 3B$
j) $D - C$
k) $A + A + A$
l) $2(C + D)$
m) $B + B + B$
n) $2C - 2D$

FA203 Remarquables produits

Calcule.

a) $(\sqrt{50} + \sqrt{2})^2$

b) $(\sqrt{17} + \sqrt{8})(\sqrt{17} - \sqrt{8})$

c) $(\sqrt{32} \cdot \sqrt{2})^2$

d) $(\sqrt{25} - \sqrt{5})^2$

e) $(40 + 1)^2$

f) 99^2

g $(\sqrt{353} + \sqrt{287})(\sqrt{353} - \sqrt{287})$

Factorisation

FA204 Somme ou produit ?

Les expressions suivantes sont-elles des sommes ou des produits de polynômes ?

a) $5x + 6$

b) $3y \cdot 5x$

c) $-2x \cdot (5 + 6x)$

d) $68x - (5 \cdot x \cdot 4)$

e) $58x^2 + 41x - 9$

f) $(19b - 24)^2$

g) $(5y - 8)(5y + 8)$

h) $(5a - 8)(4a + 12) + (5a - 8)(1 - a)$

i) $25 \cdot xy^2 \cdot 2 - 7 \cdot xy \cdot 6$

FA205 D'une somme à un produit

Transforme chaque fois que c'est possible les sommes en produits.

a) $4y - 8$

b) $5x + 2x^2$

c) $7y - 14y^2$

d) $6x^2 - 18x^3$

e) $5x + 3y$

f) $5y^2 + 25y - 10y^3$

g) $36x - 48y$

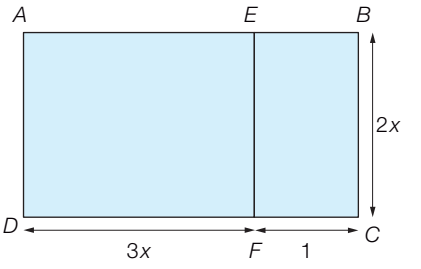
h) $5(x + 1) + 2(x + 1)$

FA206 Avec un rectangle

L'aire du rectangle *ABCD* ci-contre peut s'écrire sous la forme de la somme des aires des rectangles *AEFD* et *EBCF*.

a) Ecris cette même aire sous la forme d'un produit.

b) Un autre rectangle a une aire de $20x^2 + 8x$. Représente ce rectangle à l'aide d'un croquis semblable à celui du rectangle *ABCD*.



Aire$_{ABCD}$: $A = 6x^2 + 2x$

FA210 Tiens, v'là l'facteur !

Factorise les polynômes suivants en te référant aux identités remarquables.

a) $9y^2 - 6y + 1$

b) $4p^2 + 4p + 1$

c) $25a^2 + 20ab + 4b^2$

d) $4x^2 - 9y^2$

e) $x^2 + 2x + 1$

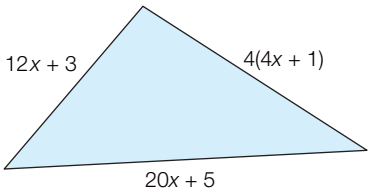
f) $16x^4 - 1$

FICHIER **FA211 à FA214**

L'algèbre comme outil de preuve

FA215 Rectangle ?

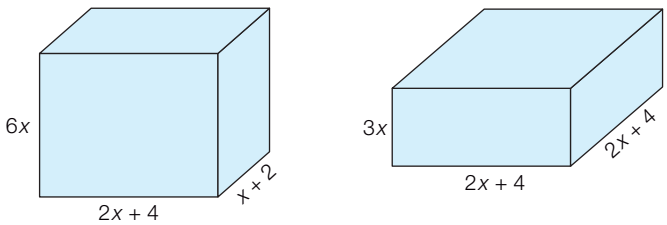
Ce triangle est-il toujours rectangle ?



FA216 Pavés droits

Les volumes de ces deux parallélépipèdes rectangles sont-ils égaux quelle que soit la valeur de x ?

Et leurs aires totales ?



FA217 Choix sans conséquence

Les affirmations au bas de chacune des cartes sont-elles vraies quel que soit le nombre choisi au départ ? Justifie tes réponses.

a)

Choisis un nombre

- Ajoute 4
- Multiplie par 2
- Retranche 8

Le résultat est le double du nombre choisi.

b)

Choisis un nombre

- Ajoute 1
- Multiplie par 5

Le résultat est supérieur de 1 au quintuple du nombre choisi.

c)

Choisis un nombre différent de zéro

- Élève-le au carré
- Ajoute le triple du nombre que tu as choisi
- Divise par le nombre que tu as choisi

Le résultat est toujours supérieur de 3 unités au nombre choisi au départ.

FA218 Egalités toujours vraies ?

1. Voici une série d'égalités correctes :

$3 \cdot 4 \cdot 5 + 4 = 4^3$ $\quad$ $8 \cdot 9 \cdot 10 + 9 = 9^3$ $\quad$ $19 \cdot 20 \cdot 21 + 20 = 20^3$

a) Ecris trois égalités analogues à celles-ci et vérifie-les.

b) Prouve que ce type d'égalités est toujours vrai.

2. Fais de même pour ce type d'égalités :

$5^2 - 4^2 = 5 + 4$ $\quad$ $12^2 - 11^2 = 12 + 11$ $\quad$ $38^2 - 37^2 = 38 + 37$

FA219 Preuves

Prouve que les énoncés suivants sont vrais quels que soient les nombres choisis.

a) La somme de deux multiples d'un nombre est encore un multiple de ce nombre.

b) La somme de trois nombres naturels consécutifs est un multiple de 3.

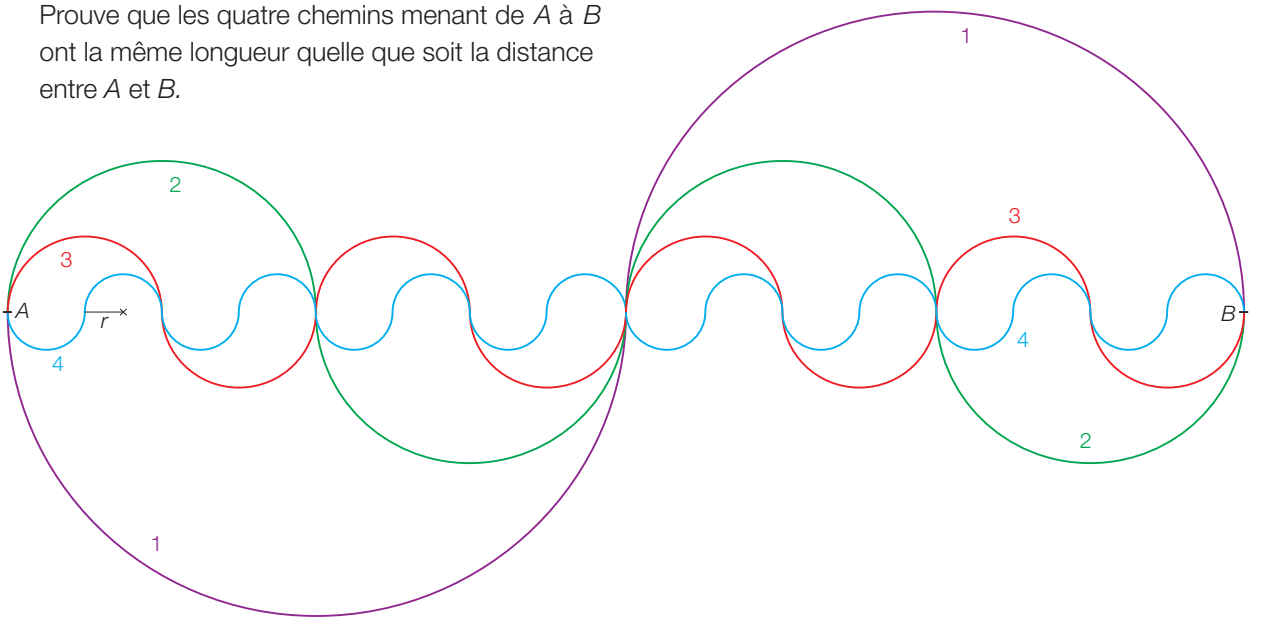
c) Le carré d'un nombre pair est pair.

d) Le carré d'un nombre impair est impair.

e) Quand on multiplie les dimensions d'un rectangle par 3, son aire est multipliée par 9.

FA220 Tous égaux

Prouve que les quatre chemins menant de *A* à *B* ont la même longueur quelle que soit la distance entre *A* et *B*.



FICHIER Faire le point p. 92

Encore quelques problèmes

FICHIER FA221 et FA222

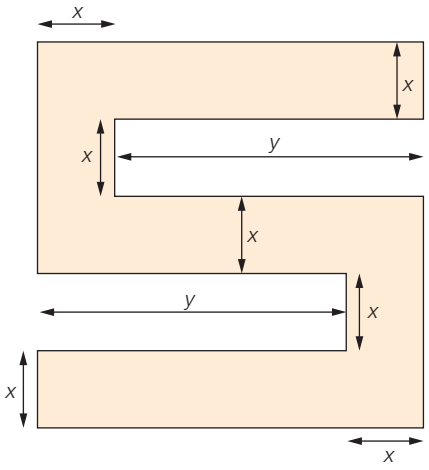
FA223 Est-ce général ?

La lettre « S » est inscrite dans un carré.

a) Exprime son périmètre et son aire.

b) Si $x = 2$ cm, que vaut y ?

c) Si l'aire colorée est égale à 3825 cm^2, combien mesurent x et y ?

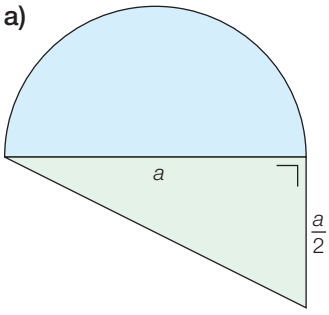


FICHIER FA224

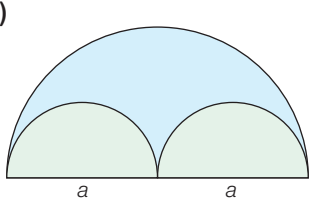
FA225 π... le retour

Dans chaque cas, l'aire de la surface bleue et celle de la surface verte sont-elles égales ?

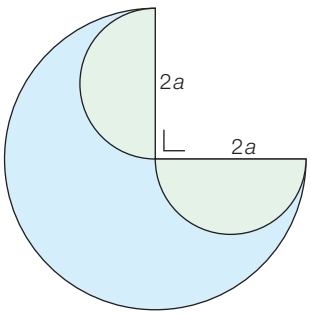
a)



b)



c)



FA226 Curiosités polynomiales !

a) Développe et réduis les expressions suivantes :

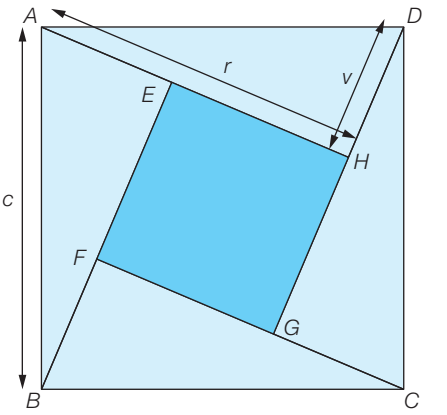
$(x + 1)$ $(x + 1)^2$ $(x + 1)^3$ $(x + 1)^4$

b) Peux-tu, sans poursuivre les calculs sur les polynômes, connaître le résultat associé à $(x + 1)^{10}$?

FA227 Histoire de carrés

ABCD est un carré pavé par quatre triangles et un carré *EFGH*.

Exprime algébriquement l'aire du carré *EFGH*.



FA228 Carré d'un nombre

Dominique affirme :

« Je peux calculer rapidement le carré d'un nombre qui se termine par 5. Par exemple, pour 75^2, je prends 7, je calcule $7 \cdot 8$, puis à côté j'écris 25. Donc : $75^2 = 5625$ »

Prouve que cette manière de calculer un carré est correcte pour n'importe quel nombre à deux chiffres se terminant par 5.

FICHIER **FA229**

FA230 Polynômes en évidence

1. Observe ces deux factorisations :

a) $5(x + y) - (x + y)a = (x + y)(5 - a)$

b) $4ax + 3ay + 4bx + 3by = 4x(a + b) + 3y(a + b) = (4x + 3y)(a + b)$

Décris et explique les procédures appliquées pour passer de l'expression de gauche à celle de droite.

SUITE ➜

2. Factorise.

a) $7(2p + t) - r(2p + t)$

b) $ax + ay + bx + by$

c) $(3y - 4)\,2x + (3y - 4)5y$

d) $10xy + 7ay + 10xz + 7az$

e) $-28(12x - 1) + (12x - 1)9x$

f) $5cd + 5ef - 5de - 5cf$

g) $6a(10 - 5y) - 5b(10 - 5y)$

h) $11bx - 11by - ax + ay$

FICHIER FA231

FA232 Ah, ces facteurs !

1. Observe ces deux factorisations :

a) $(x - 5)(x^2 + 2) + (28 - 2x)(x^2 + 2) = (x^2 + 2)(-x + 23)$

b) $(x - 5)(x^2 + 2) - (27 - 2x)(x^2 + 2) = (x^2 + 2)(3x - 32)$

Décris et explique les procédures appliquées pour passer de l'expression de gauche à celle de droite.

2. Factorise les expressions suivantes :

a) $(4 - x)(3y - 1) + (4 - x)(16 - 2y)$

b) $(4 - x)(3y - 1) - (4 - x)(16 - 2y)$

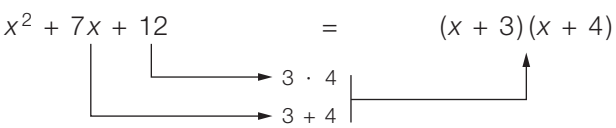
c) $(2y - 1)(5x^2 - 1) + (3y - 2)(5x^2 - 1)$

d) $(5x - 2)^2 - (5x - 2)(7x^2 - 25y)$

e) $(x + 2)(y - 5) - (y - 5)$

FA233 Y a l'facteur qui sonne !

On peut factoriser certains des trinômes dont le coefficient de x^2 est 1, selon la procédure suivante :



Fais de même, pour factoriser les trinômes suivants :

a) $x^2 + 3x + 2$

b) $x^2 - 5x + 6$

c) $z^2 + 15z + 56$

d) $y^2 - 14y + 49$

e) $x^2 + x - 72$

f) $x^2 + x - 12$

g) $x^2 + 17x + 72$

h) $x^2 - 9x + 20$

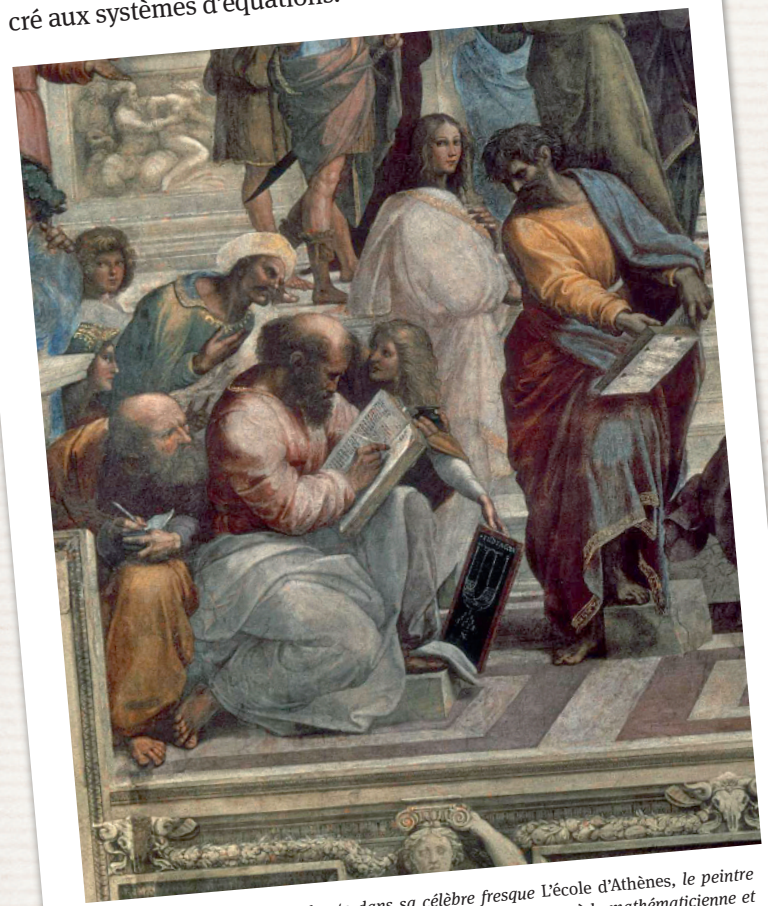
FICHIER FA234 à FA236

À la suite du Perse Al Kwarzami, les mathématiciens arabes ont marqué de leur empreinte la résolution des équations.

Deux voies différentes de résolution des équations se présentent : d'une part, on trouve les géomètres algébristes – comme Al Huwarism (vers 820) – cherchant à utiliser des constructions géométriques pour illustrer les équations et leurs résolutions et, d'autre part, les algébristes arithméticiens qui utilisent l'arithmétique au service de l'algèbre pour résoudre les équations, rendant ainsi hommage aux techniques d'« Arithmétique » de Diophante, mathématicien grec, considéré comme le père de l'algèbre (vers le III^e siècle apr. J.-C.).

Al Harrani (836-901), astrologue et mathématicien, est le premier à distinguer clairement ces deux méthodes de résolution : une par l'algèbre et l'autre grâce à la géométrie. Il démontre que toutes deux permettent d'atteindre les mêmes solutions.

Shuja Abu Kamil (850-930) développe les travaux sur les équations du deuxième degré et son livre *Kita bat-tara'if l-hisab (Livre des choses rares en calcul)* est entièrement consacré aux systèmes d'équations.



A défaut de représenter Diophante dans sa célèbre fresque L'école d'Athènes, *le peintre italien de la Renaissance Raphaël (1483-1520) a laissé une place à la mathématicienne et philosophe grecque Hypatie d'Alexandrie (vers 370-415) – debout en blanc – qui, en particulier, a apporté de nombreux commentaires à l'œuvre de Diophante.*

Equations

Apprentissages visés

- Résolution de problèmes nécessitant le recours à l'algèbre
- Traduction d'une situation par une ou des équations
- Résolution :
  - d'équations du premier degré à une inconnue à l'aide des règles d'équivalence
  - de systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues à l'aide des méthodes de combinaison linéaire et de substitution
  - d'une équation du deuxième degré à une inconnue par factorisation ou à l'aide de la formule de Viète
- Expression de chacune des variables d'une formule en fonction des autres

Sommaire

- Pour réactiver certaines connaissances 126
- Pour approcher les équations 126
- Résoudre des équations 130
- Résoudre des problèmes à l'aide d'équations 133
- Encore quelques problèmes 135
- Pour réactiver certaines connaissances 136
- Pour consolider et aller plus loin 137
- Systèmes d'équations 142
- Equations du deuxième degré 150
- Encore quelques problèmes 154

FICHIER **Que sais-je ? p. 98**

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER **FA237 et FA238**

FA239 Expressions littérales

Traduis par une écriture littérale, en précisant ce que désigne la lettre que tu as choisie.

a) Je prends le quart d'un nombre, puis j'enlève 16 au résultat.

b) J'enlève 16 à un nombre, puis je prends le quart du résultat.

c) Le triple du carré d'un nombre.

d) Le carré du triple d'un nombre.

e) Un nombre de deux chiffres dont le chiffre des unités est 6.

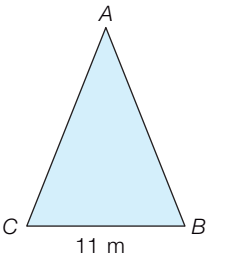
f) Une somme d'argent formée de billets de 10 francs.

g) L'aire d'un triangle dont la mesure d'une des hauteurs est 10 cm.

h) L'âge d'une fille dont la mère a 25 ans de plus qu'elle.

FA240 Isocèle en *A*

Quelle est la mesure des deux côtés isométriques *AB* et *AC* du triangle isocèle *ABC* si son périmètre mesure 42 m ?



FICHIER **FA241**

Pour approcher les équations

FA242 Avec des essais ?

a) La somme de trois nombres naturels consécutifs est 174.
Quels sont ces nombres ?

b) Ricardo pense à un nombre. Il le multiplie par 6, puis ajoute 3 au produit. Il obtient alors le même résultat que s'il avait ajouté 27 au nombre de départ.
A quel nombre a-t-il pensé ?

c) Morgane et Sven affichent le même nombre sur l'écran de leur calculatrice.
Morgane multiplie ce nombre par 8, puis soustrait 2,5 du résultat obtenu.
Sven, lui, ajoute 21,5 au nombre affiché.
Ils obtiennent alors exactement le même résultat.
Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

FICHIER **FA243 et FA244**

FA245 Grâce à des *x*

a) Alice a dépensé *x* francs. Sa cousine a dépensé 35 francs de moins qu'elle.
Ecris en fonction de *x* ce qu'a dépensé sa cousine.

b) Dans un champ, il y a 46 animaux : *x* vaches et des moutons.
Ecris en fonction de *x* le nombre de moutons qu'il y a dans ce champ.

c) Adriana, qui est âgée aujourd'hui de *x* années, est née quand son papa avait 35 ans.
Ecris, en fonction de *x*, l'âge de son papa aujourd'hui.

d) Maxime a parcouru *x* kilomètres de moins que Malika avec la même quantité d'essence dans le réservoir de sa voiture.
Exprime, en fonction de *x*, le nombre de kilomètres effectué par Malika si Maxime a parcouru 362 km.

e) Doris possède *x* pièces de deux francs. Elle a aussi quelques pièces de 1 franc. En tout, cela fait 33 pièces.
Ecris en fonction de *x* le nombre de pièces de 1 franc que possède Doris.

f) Je possède *x* francs, mon frère le triple de ce qui est en ma possession et ma sœur 40 francs de plus que mon frère.
Exprime en fonction de *x* la somme totale en notre possession.

g) Sur le premier rayon d'une bibliothèque, il y a *x* livres. Sur le deuxième, il y en a 12 de moins ; sur le troisième, il y en a trois fois plus que sur le deuxième.
Ecris en fonction de *x* le nombre total de livres.

h) Dans un triangle, le plus petit côté mesure *x* centimètres et le plus grand vaut le double de celui-ci. Le dernier côté mesure les trois quarts du plus grand.
Ecris la longueur de chaque côté en fonction de *x*.

i) Besim possède x pièces de 20 centimes ; exprime, en fonction de *x*, la somme d'argent qu'il possède.

j) Dans un magasin, on accorde un rabais de 30 % sur tous les articles de sport. J'achète une raquette de tennis qui coûte initialement *x* francs.
Ecris en fonction de *x* le rabais accordé et le prix à payer.

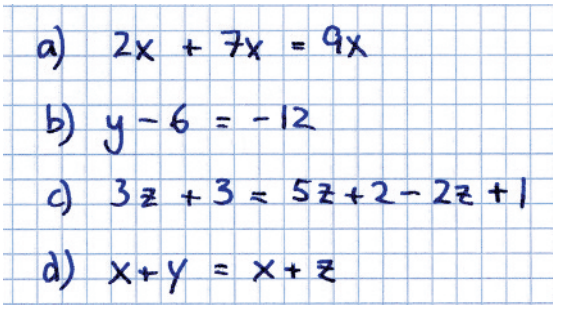
FA246 Le même résultat

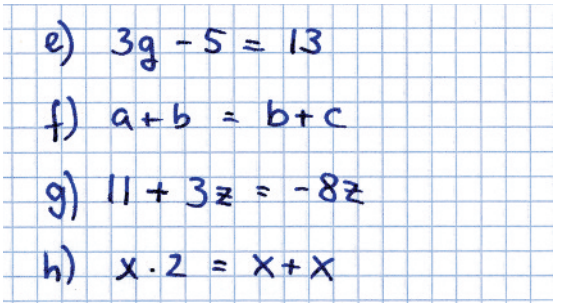
Dans chaque cas, trouve un nombre qui, selon les consignes de l'étiquette de gauche et selon celles de l'étiquette de droite, conduit au même résultat.

a)	enlever 7 de ce nombre, puis ajouter 12 à ce résultat	ajouter 12 à ce nombre, puis enlever 7 de ce résultat
b)	diviser ce nombre par 2, puis ajouter 16 à ce résultat	ajouter 16 à ce nombre, puis diviser ce résultat par 2
c)	multiplier ce nombre par 5, puis ajouter 5 à ce résultat	ajouter 3 à ce nombre, puis soustraire 2 de ce résultat
d)	ajouter 20 à ce nombre, puis soustraire 7 de ce résultat	multiplier ce nombre par 3, puis ajouter 5 à ce résultat
e)	enlever 6 de ce nombre, puis ajouter 27 à ce résultat	multiplier ce nombre par 9, puis enlever 3 de ce résultat

FA247 Etranges égalités

Jonathan a écrit sur une feuille les égalités suivantes :





Sont-elles toujours vraies ?

FA248 Quand est-elle égale à ?

a) Pour quelle valeur de x, l'expression $8x - 5x + 3x$ est-elle égale à 9 ?

b) Pour quelle valeur de c, l'expression $11c - 3c + 2c - 4c$ est-elle égale à 27 ?

c) Pour quelle valeur de y, l'expression $2{,}5y + 7y - y$ est-elle égale à 17 ?

d) Pour quelle valeur de p, l'expression $p + 3p + 9 - 2p - 6$ est-elle égale à 83 ?

e) Pour quelle valeur de x, l'expression $17 - 16x - 14 + 8x - 3x - 1$ est-elle égale à 24 ?

FA249 Des *x* et des *x*

Dans chacun des exemples suivants, par quel(s) nombre(s) peut-on remplacer x pour que l'égalité soit vérifiée ?

a) $13 + x = 35$

b) $36x + 4 = 36 + 4x$

c) $6 + x = x + 8$

d) $x - 21 = 4x$

e) $0x = 131$

f) $5x = 22{,}5$

g) $63 - 21x = 25 - 2x$

h) $6x - 7 = x + 8$

i) $x = -x$

j) $30 = 3x + 21$

k) $\frac{x}{8} = 2{,}5$

l) $42 + 8{,}5x = 1{,}5x - 7$

FA250 Associe

1. Associe chaque équation à son ensemble de solutions.

Equations

a) $x = 5$

b) $-19 + x = -24$

c) $\frac{x}{5} = 1$

d) $0{,}5x = 10x$

e) $x + 5 = 0$

f) $x + 5 = 5$

g) $2x - 6 = x - 1$

h) $x + 5 = x$

i) $4 = x + 9$

j) $x - 5 = x + 5$

k) $5x = 0$

l) $x = -x$

Solutions

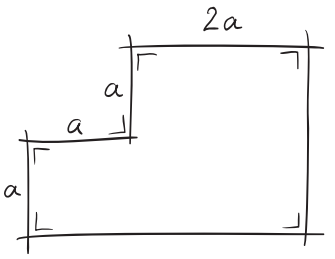
$S_1 = \{0\}$ $S_2 = \{5\}$ $S_3 = \{-5\}$ $S_4 = \varnothing$

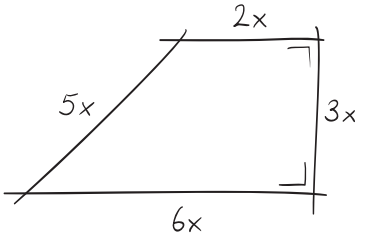
2. Parmi les équations précédentes, détermine celles qui sont équivalentes.

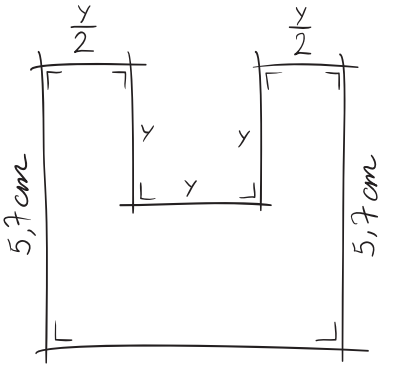
Résoudre des équations

FA251 Toujours 36

Le périmètre de chaque figure est 36 cm. Construis-les en vraie grandeur.

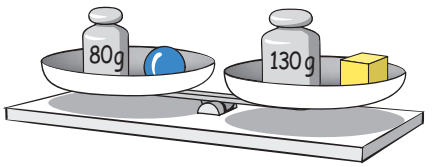






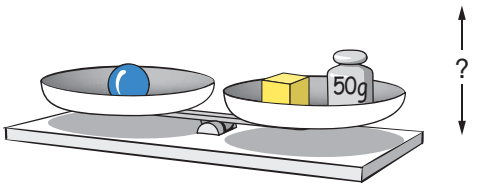
FA252 Toujours en équilibre ?

Cette balance est en équilibre.

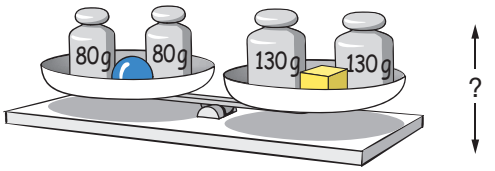


Et celles-ci ?

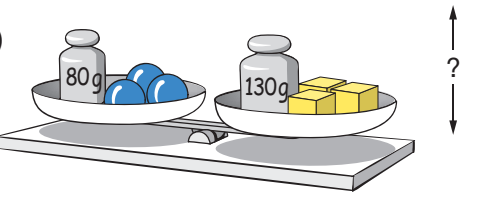
a)



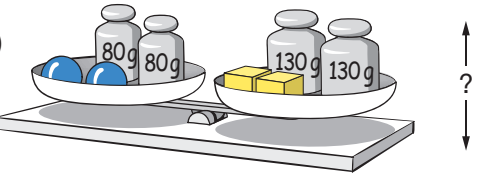
b)



c)



d)



FA254 Dix équations

Résous ces équations.

a) $17x = 153$

b) $5x - 35 = 120$

c) $16x + 11 = 9x + 67$

d) $7{,}5x - 4 = -28 + 1{,}5x$

e) $71{,}1x = 389{,}2 + 1{,}6x$

f) $4x - 48 = 64$

g) $19x = 23x$

h) $x = 31x + 75$

i) $2{,}5x = 250$

j) $72 + 4x = 0$

FA255 Dix équations supplémentaires

Résous ces équations.

a) $4x = 32$

b) $45 = 9{,}5x - 12$

c) $29 - 7{,}8x = 29$

d) $12x + 5 = 29x + 5 - 17x$

e) $6x + 32 - 8x = 58$

f) $10x - 15 = 15$

g) $x - 6 = 4x + 5 - 3x$

h) $30\,000 = 600 + 100x$

i) $2x + x = x - 11$

j) $7x - 15 = (18x + 12) + (2x + 12)$

FA256 De tête !

Résous ces équations mentalement.

a) $12x = 60$

b) $18 = 5x$

c) $4x - 7 = 3x$

d) $19 - 8{,}2x = 19$

e) $3x - 3 = x$

f) $x - 2x = -8$

g) $6x + 22 = 6x + 22$

h) $32x + 7x = 42x - 12$

i) $140 = 8 + x$

j) $19 - 2x = 9$

k) $200 = 360 - 2x$

l) $3x + 4 = 28$

m) $10x + 60 = 88$

n) $7x + 8 = 9x + 5 - 2x$

o) $5x + 19 = -6$

p) $8 - x = 10$

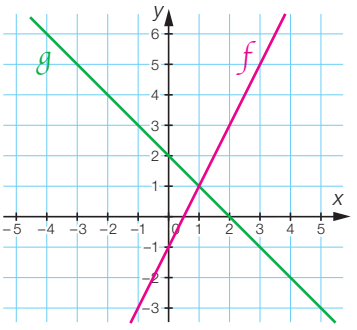
FA258 C'est plus visuel !

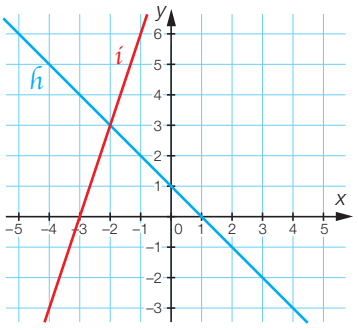
Ces trois graphiques représentent chacun les deux fonctions associées aux deux membres d'une équation.

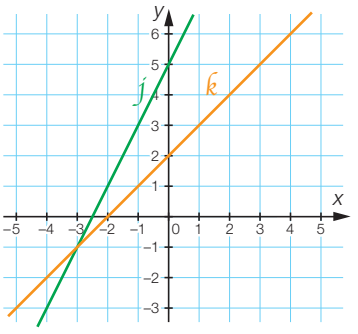
$f : x \longmapsto 2x - 1$
$g : x \longmapsto -x + 2$

$h : x \longmapsto -x + 1$
$i : x \longmapsto 3x + 9$

$j : x \longmapsto 2x + 5$
$k : x \longmapsto x + 2$







Ils permettent de trouver la solution de chacune des trois équations suivantes:

$2x - 1 = -x + 2$
$S = \{1\}$

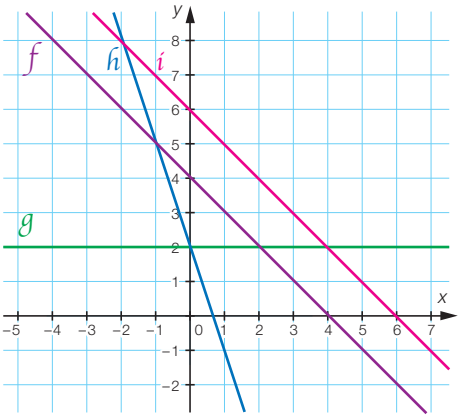
$-x + 1 = 3x + 9$
$S = \{-2\}$

$2x + 5 = x + 2$
$S = \{-3\}$

1. Comment ces solutions peuvent-elles être lues sur le graphique ?

2. Détermine l'ensemble de solutions des équations ci-dessous en te fondant sur cette représentation graphique.

$f : x \longmapsto -x + 4$
$g : x \longmapsto 2$
$h : x \longmapsto -3x + 2$
$i : x \longmapsto -x + 6$



a) $-x + 4 = 2$
b) $-x + 6 = -3x + 2$
c) $-3x + 2 = -x + 4$
d) $2 = -x + 6$

3. Résous ces équations par voie graphique.

a) $2x + 2 = -3 + x$
b) $x = 5 - 2x$
c) $x + 3 = x + 2$
d) $-3 = 4x - 3$

FICHIER **Faire le point p. 104**

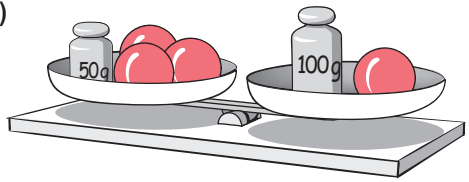
Résoudre des problèmes à l'aide d'équations

FA259 Les masses

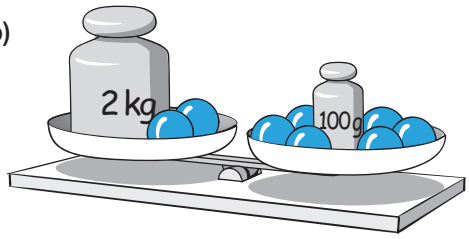
Dans chaque situation, les balances sont équilibrées.

Détermine la masse de chaque boule.

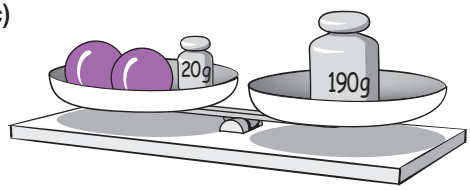
a)



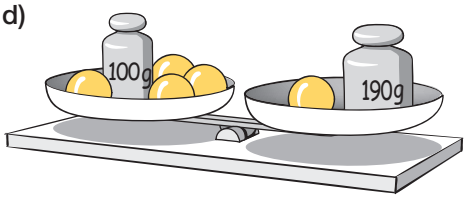
b)



c)



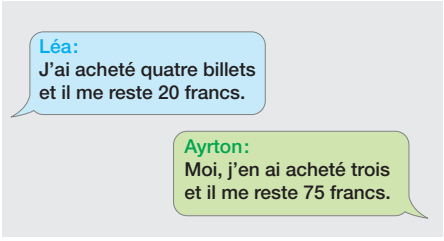
d)



FA260 Le concert de hip-hop

Léa et Ayrton s'envoient des SMS au concert de hip-hop.

Sachant que Léa et Ayrton avaient la même somme d'argent dans leur porte-monnaie, calcule le prix d'un billet.



FA261 La somme vaut 790

La somme de cinq nombres naturels consécutifs est 790.

Quel est le plus petit de ces nombres ?

FA262 Trois angles à déterminer

D'un triangle rectangle, on sait qu'un angle aigu est égal au quadruple de l'autre angle aigu.

Quelle est la mesure de chacun des trois angles ?

FA263 La mesure du petit côté

Le périmètre d'un triangle mesure 25 cm. Le grand côté de ce triangle est trois fois plus long que le petit côté et le moyen côté mesure 3 cm de moins que le grand.

Quelle est la mesure du petit côté de ce triangle ?

FA264 Le nombre de départ

Clémence et Max affichent le même nombre sur leur calculatrice.

Clémence multiplie ce nombre par 5, puis soustrait 7 au produit obtenu.

Max multiplie ce nombre par 3, puis ajoute 19 au produit obtenu.

Ils s'aperçoivent alors que le même résultat apparaît sur l'écran de leur calculatrice.

Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

FA265 Ajouter et soustraire vingt-trois

Lorsqu'on ajoute 23 au quadruple d'un nombre, on obtient le même résultat qu'en retranchant 23 du sextuple du même nombre.

Quel est ce nombre ?

FA266 Nombres entiers consécutifs

Peux-tu trouver trois nombres entiers consécutifs tels que la somme du deuxième et du troisième soit égale au double du premier ?

FA267 120 à partager

Partage 120 en deux parties telles que la première augmentée de 6 soit égale à la deuxième partie.

FICHIER Faire le point p. 105

Encore quelques problèmes

FA268 Et encore dix équations de plus

Résous ces équations.

a) $4x = 55 - x$

b) $x + (x - 1) + (x - 2) = x - 2$

c) $6{,}7 - 2x = -0{,}5x + 3{,}7$

d) $6x + 42 = 7x + 56$

e) $8x + 9 - 3x = 7 + 5x + 2$

f) $1{,}4x + 8{,}4 = 3{,}6 + 3x$

g) $10x + 30 = -2x + 2 + 8x$

h) $x = x + 37$

i) $\frac{x}{4} - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$

j) $\frac{3}{2}x + 35 = 35$

FA269 Minimaison

Cette maisonnette est formée d'un cube de 5 m d'arête surmonté d'un prisme droit à base triangulaire. Son volume est de 155 m^3.

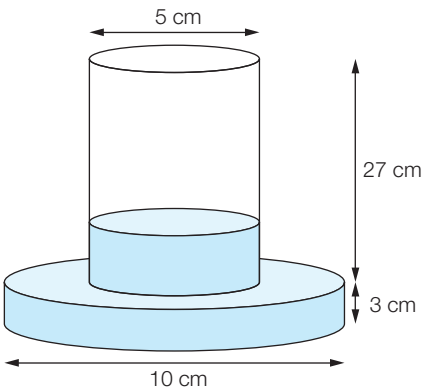
Calcule sa hauteur totale.



FA270 Vase cylindrique

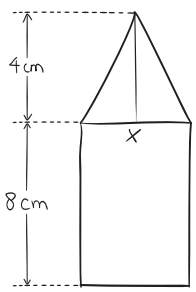
Ce vase est rempli d'eau à la moitié de sa capacité totale.

Quelle hauteur (en cm) atteint le liquide ?



FA271 Le clocher

Quelle doit être la valeur de x pour que l'aire du triangle isocèle soit égale à l'aire du rectangle diminuée de 9 cm^2 ?



FA272 La gymnastique

Après une épreuve de gymnastique, on distribue 120 barres de céréales aux dix participants.

Le premier en reçoit le plus ; le deuxième en reçoit deux de moins que le premier, le troisième deux de moins que le deuxième, et ainsi de suite jusqu'au dernier.

Combien de barres de céréales donne-t-on au septième ?

FICHIER **Que sais-je ? p. 106**

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER **FA273 et FA274**

FA275 Mentalement ?

Résous, si possible, ces équations mentalement.

a) $u + 7 = 2u$

b) $3(v + 1) = 3v + 3$

c) $5z + 5z = -30$

d) $x^2 + 1 = 0$

e) $y + y + 1 = 8$

f) $v - 3 = 12$

g) $t + 4 = 2t - 5$

h) $m^2 = m$

i) $(y - 3)(y + 2) = 0$

j) $\frac{x}{3} = 12$

k) $2x = x^2 + 1$

l) $3z = 12$

FA276 A résoudre

Résous les équations suivantes.

a) $-84x + 84 = 0$

b) $51 - 68x = -63x + 47$

c) $3x - 1 = 19 - (4x - 9)$

d) $\frac{2x + 2}{5} - 1 = 10$

FICHIER **FA277**

FA278 Identifications

Traduis chacune de ces situations par une équation, puis détermine sa ou ses solutions.

a) Si l'on ajoute 5 à mon quadruple, on obtient la moitié de mon triple.

b) Si l'on ajoute 15 à ma valeur, je deviens inférieur de 5 à mon carré.

c) Si l'on m'enlève 6, je deviens égal à ma moitié.

d) Si l'on multiplie par 2 la moitié du quart d'un nombre, on obtient le quintuple du quart de ce nombre.

Pour consolider et aller plus loin

FA279 Graphiques et Cie

Associe chaque équation à la représentation graphique qui convient, puis à son ensemble de solutions.

Equations

a) $3x + 3 = 24 - x$

b) $x^2 = x + 2$

c) $\frac{1}{x} = 4x$

d) $\frac{x}{4} = 2x + 7$

e) $x + 3 = x - 1$

f) $\frac{x^3}{2} = 2x$

Ensembles de solutions

$S_1 = \{-0{,}5 ; 0{,}5\}$

$S_2 = \emptyset$

$S_3 = \{5{,}25\}$

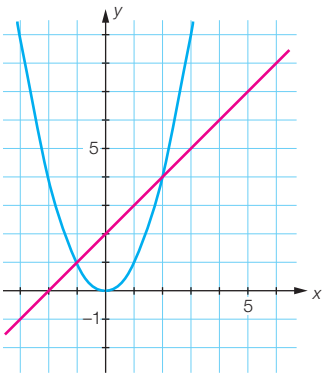
$S_4 = \{-2 ; 0 ; 2\}$

$S_5 = \{-1 ; 2\}$

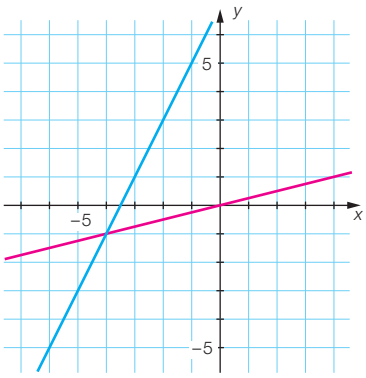
$S_6 = \{-4\}$

Représentations graphiques

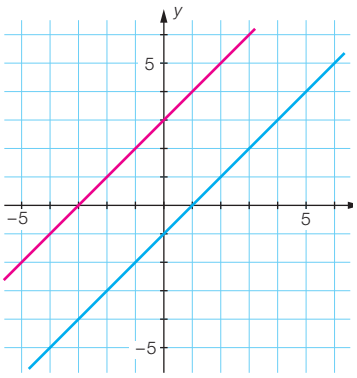
A



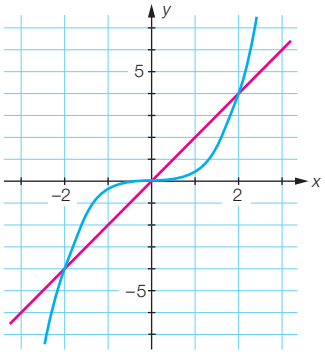
B



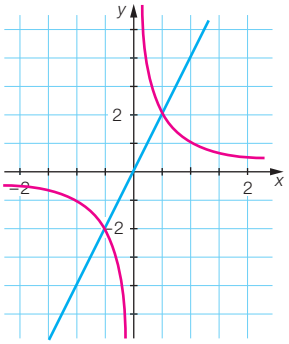
C



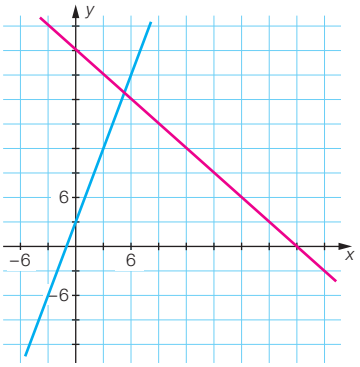
D



E



F



FA280 Un et un seul nombre

Si l'on élève un nombre au carré et qu'on additionne 8 au résultat, on trouve la même valeur que si l'on soustrait 4 à ce nombre et qu'on élève cette différence au carré.

Détermine ce nombre.

FICHIER **FA281**

FA282 Avec attention

Résous ces équations.

a) $7\,(3 + x) - 2\,(4x + 5) = 28 - 2x$

b) $(12 - 15x) + (14x + 12) = 23$

c) $-2\,(5x - 1) = 3\,(x + 1)$

d) $3x - 5 = 4\,(x - 2) - (x - 7)$

e) $5 + (4x - 10) = -5 - 2x$

f) $3\,(x - 1) - (4x + 2) = (6x + 3) - 4\,(3x - 7)$

FA283 Avec des fractions

Résous ces équations.

a) $\frac{3}{4}x - \frac{1}{5} = \frac{2}{5}x + \frac{3}{4}$

b) $\frac{y-3}{3} = \frac{y+3}{5}$

c) $\frac{z-2}{3} = \frac{1-z}{2} + \frac{z}{4}$

d) $\frac{1}{3} - \frac{x+1}{2} = 2x - \frac{3x+1}{4}$

e) $\frac{1}{2}x + \frac{2}{3} = -\frac{5}{4}x + 3$

f) $\frac{x+3}{4} - \frac{x-3}{2} = 3$

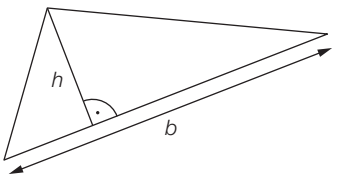
g) $\frac{x}{3} + \frac{13}{6} = \frac{5x+1}{6}$

h) $\frac{5-y}{4} - \frac{y}{2} = y - \frac{2y-1}{3}$

FICHIER **FA284**

FA285 D'une formule à l'autre

a) La formule $A = \frac{b \cdot h}{2}$ permet de calculer l'aire d'un triangle dont on connaît une base b et la hauteur correspondante h.



Parmi les formules ci-dessous, laquelle permet de calculer la base b d'un triangle dont on connaît la hauteur correspondante (h) et l'aire (A) ?

$b \stackrel{?}{=} \frac{A}{2 \cdot h}$

$b \stackrel{?}{=} \frac{A \cdot h}{2}$

$b \stackrel{?}{=} A \cdot h$

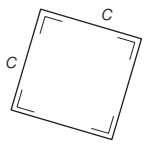
$b \stackrel{?}{=} 2 \cdot A \cdot h$

$b \stackrel{?}{=} \frac{2 \cdot A}{h}$

$b \stackrel{?}{=} 2 \cdot A - h$

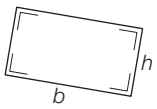
SUITE ➜

b) Pour les formules ci-dessous, exprime chaque variable en fonction des autres (ou de l'autre).



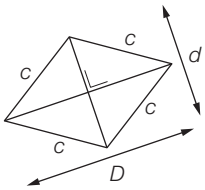
$p = 4c$

$A = c^2$



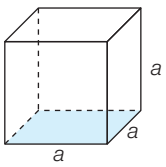
$p = 2(b + h)$

$A = bh$



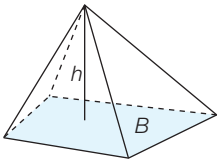
$p = 4c$

$A = \frac{Dd}{2}$

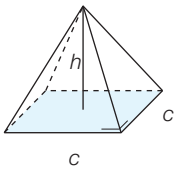


$A = 6a^2$

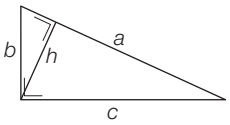
$V = a^3$



$V = \frac{1}{3}Bh$

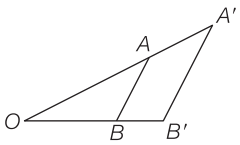


$V = \frac{c^2 h}{3}$



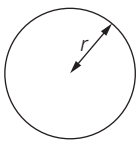
$a^2 = b^2 + c^2$

$ah = bc$



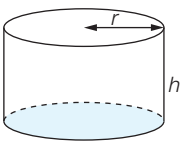
$AB \,//\, A'B'$

$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB}$

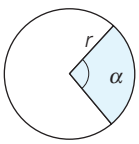


$p = 2\pi r$

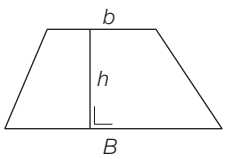
$A = \pi r^2$



$V = \pi r^2 h$



$A = \frac{\pi r^2 \cdot \alpha}{360}$



$A = \frac{(B + b)}{2} \cdot h$

$d = v \cdot t$

$\rho = \frac{M}{V}$

Les formules permettant de déterminer l'aire d'une surface, le volume d'un solide ou toute autre mesure dans des domaines aussi divers que la physique, la chimie, la biologie ou les sciences humaines, ne sont rien d'autre que des fonctions dont les différents paramètres peuvent être appelés variables. Ainsi, lorsqu'on écrit la formule de l'aire du carré ($A = c^2$), cela signifie que l'aire est fonction du côté du carré ; on pourrait l'écrire $A(c) = c^2$ ou $A : c \longmapsto c^2$.

FA286 Ne perds pas la boule !

Tu dois calculer le rayon d'une boule dont tu connais le volume.

Trouve la formule te permettant de le faire quel que soit le volume de la boule.

FA287 Quel prix !

a) Des amis mangent ensemble au restaurant. Au moment de régler l'addition, ils constatent que, si chacun paie 20 francs, il manquera 22 francs 50. Mais si chacun payait 25 francs, il y aurait 7 francs 50 de trop.

Combien sont-ils ?

b) Une bibliothécaire achète 50 exemplaires d'un livre. Pour le même montant, une autre bibliothécaire en achète 5 de plus, car elle obtient un rabais de 2 francs par livre. Quel est le prix d'un livre acheté par la première bibliothécaire ?

FA288 Dans une autre langue

Traduis chacune de ces situations par une équation et détermine quelques-unes de ses solutions.

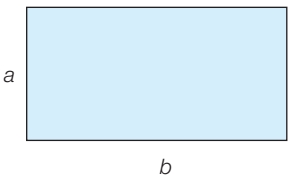
a) La moyenne arithmétique de deux nombres est 0,7.

b) Une somme de 60 € est constituée de pièces de 2 € et de pièces de 5 €.

c) La différence de deux nombres est –3.

d) Le prix d'un article est 90 % du prix d'un autre article.

e) Le périmètre de ce rectangle est 60 mm.



f) Une pyramide régulière à base carrée a un volume de 72 cm^3. La longueur d'un côté de sa base est x (en cm) et sa hauteur est y (en cm).

FA289 Triathlon

D'un triathlon, on sait que :
- sa longueur totale est 22 km ;
- à la nage, les concurrents parcourent 5 km de moins qu'à la course à pied ;
- le parcours à vélo est le triple de celui à effectuer en course à pied.

Le triathlon est une compétition qui enchaîne trois épreuves : la natation, la course cycliste et la course à pied.

a) Lesquelles de ces équations traduisent cette situation ?
(x désigne la distance en kilomètres à parcourir à la nage, y la distance en kilomètres à parcourir à vélo et z la distance en kilomètres à parcourir à pied.)

1. $(z + 5) + 3z + z = 22$

2. $x + 3(x + 5) + (5 + x) = 22$

3. $(3y - 5) + y + 3y = 22$

4. $x + 3x + (x + 5) = 22$

5. $(z - 5) + 3z + z = 22$

6. $\left(\frac{y}{3} - 5\right) + y + \frac{y}{3} = 22$

b) Détermine la longueur de chacun des parcours.

FA290 Comment procéder ?

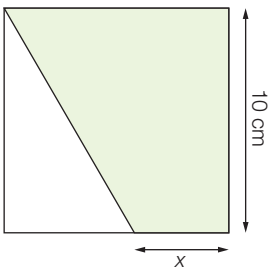
A l'entraînement, Julie parcourt 1 km en 5 min et Léonie 1 km en 6 min. Cette dernière constate : « Aujourd'hui, nous avons couru durant le même intervalle de temps, mais tu as parcouru exactement 1,5 km de plus que moi. »

Quelle a été la durée de leur entraînement ?

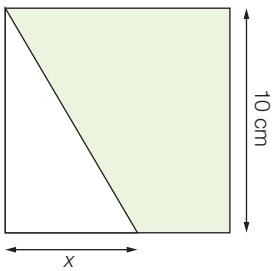
FA291 80 cm²

Pour chacun des carrés suivants, calcule la valeur de x pour que l'aire de la surface colorée soit égale à 80 cm².

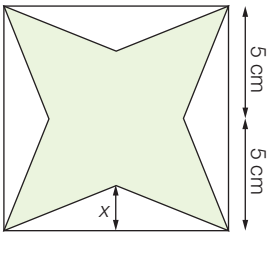
1.



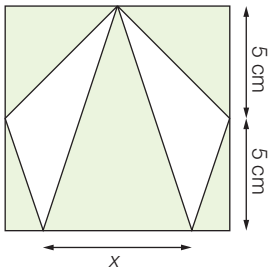
2.



3.



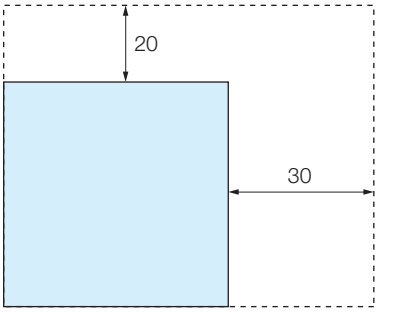
4.



FA292 D'un carré à un rectangle

Marc a un verger de forme carrée. Il décide de l'agrandir de 20 m dans un sens et de 30 m dans l'autre, de façon à obtenir un terrain rectangulaire. Il augmente ainsi la surface de son verger de 2100 m^2.

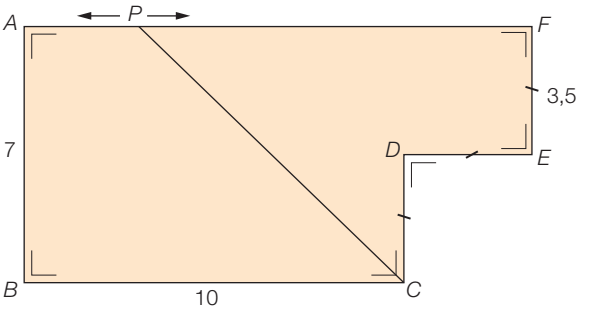
Quelle était la mesure du côté du terrain initial ?



FA293 Au bon endroit

a) Où faut-il placer le point *P*, le long du côté *AF*, pour que les polygones *PABC* et *PCDEF* aient la même aire ?

b) Et pour que ces polygones aient le même périmètre ?



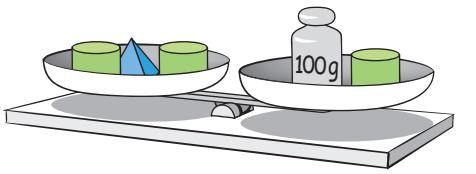
Mesures en cm

Systèmes d'équations

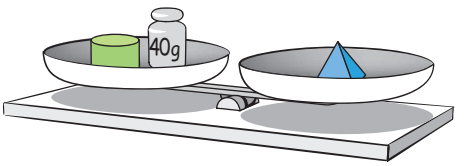
FA294 Balances

a) Cette balance est en équilibre. A l'aide de cette information, peux-tu trouver les masses d'un cylindre et d'une pyramide ?

Justifie et donne des exemples.

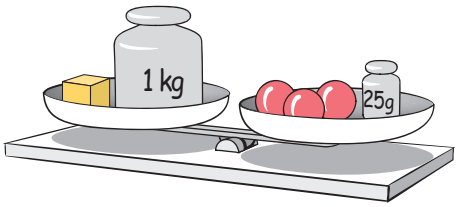


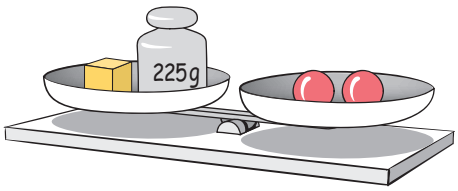
Et en rajoutant cette deuxième information ?



SUITE ➜

b) Ces deux balances sont en équilibre. A l'aide de ces deux informations, détermine la masse d'une boule et celle d'un cube.





FA295 Le paquet

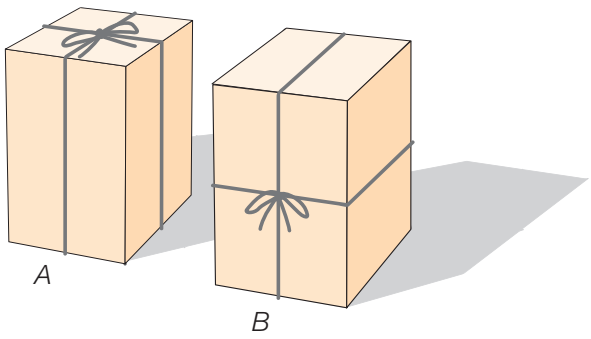
Ce paquet a la forme d'un prisme droit à base carrée.

Pour le ficeler, selon la manière *A*, il faut une ficelle de 220 cm.

180 cm suffisent pour le ficeler selon la manière *B*.

A chaque fois, on compte 20 cm pour le nœud.

Trouve les dimensions de ce paquet.



FA296 A ta manière

Dans chaque cas, peux-tu trouver un couple de nombres qui satisfait ces égalités ?

a) $\begin{cases} y = x \\ 4y + x = 18{,}2 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x + y = 11 \\ x = 3y \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x + y = 0 \\ 9x + y = 5 + 2y \end{cases}$

FA297 Deux et deux

Traduis chacune de ces situations par un système de deux équations et détermines-en les solutions.

a) La somme de deux nombres est 100. La différence de ces deux nombres est 68.
Quels sont ces nombres ?

b) Entendu de bon matin à la terrasse d'un café :
« Deux chocolats et trois croissants : Fr. 8.90. »
« Trois chocolats et cinq croissants : Fr. 13.90. »
Quel est le prix d'un chocolat ? Et celui d'un croissant ?

c) 350 spectateurs ont assisté à un spectacle.
Au parterre, la place revient à Fr. 20.– ; à la galerie, elle revient à Fr. 30.–.
Le montant de la recette des entrées est de Fr. 7850.–.
Combien y avait-il de spectateurs au parterre ? Et à la galerie ?

FA299 A l'aide d'un graphique

Résous graphiquement ces trois systèmes d'équations.

a) $\begin{cases} y = 6x - 1 \\ y = 3x + 2 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} y - 2x = 2 \\ 5x - y = 7 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 4y - 8x - 16 = 0 \\ y - 2x = -16 \end{cases}$

FA300 Substituez !

1. Décris et explique chacune des étapes ci-dessous.

$$\begin{cases} x + 1 = 2y - 5 \\ 3x + 4y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 6 \\ 3x + 4y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 6 \\ 3(2y - 6) + 4y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 6 \\ 6y - 18 + 4y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 6 \\ 10y - 18 = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 6 \\ 10y = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 6 \\ y = 2{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \cdot 2{,}5 - 6 \\ y = 2{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 2{,}5 \end{cases}$$

Vérification :

$-1 + 1 \stackrel{?}{=} 2 \cdot 2{,}5 - 5$

$3 \cdot (-1) + 4 \cdot 2{,}5 \stackrel{?}{=} 7$

La solution du système est : $S = \{(-1 ; 2{,}5)\}$

2. Résous ces systèmes d'équations à l'aide de la même méthode.

a) $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ y = 12 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x = \frac{y}{2} - 3 \\ x + y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y = 2 \\ 5x - 5y = 20 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y = 100 \\ 0{,}15x = 40 - 0{,}2y \end{cases}$

e) $\begin{cases} 4x - 3 = y \\ 5y + 3x = 8 \end{cases}$

f) $\begin{cases} \frac{12x + 4}{3} = 2y \\ 3y - 7x = 0 \end{cases}$

FA301 On substitue encore

Résous ces systèmes d'équations par substitution.

a) $\begin{cases} 2y = 14 - 6x \\ 6x - 9y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 1{,}5x + 0{,}5y = 3{,}5 \\ x - 1{,}5y = 0{,}5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 6x = 8 - (2y + 2x) \\ 3x - 3y + 3 = -6 \end{cases}$

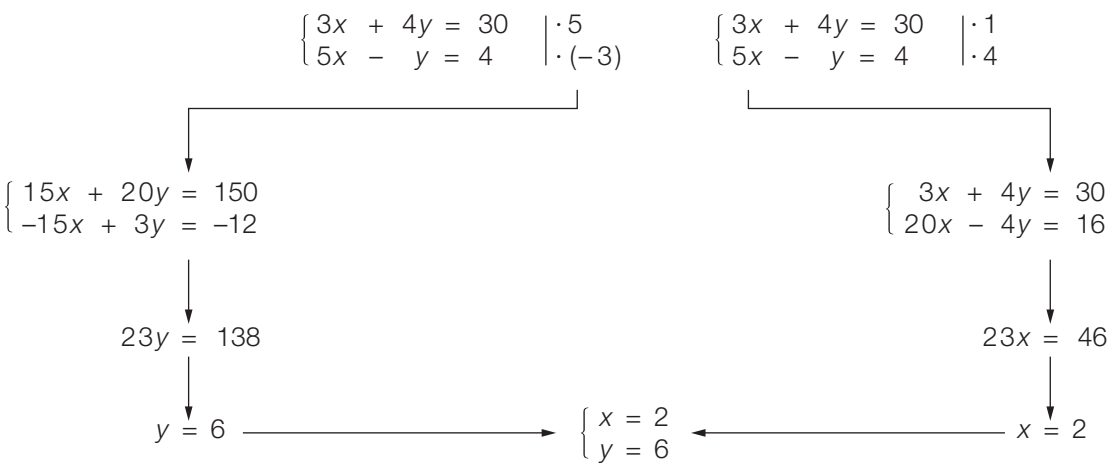
d) $\begin{cases} 2(x - 5y) - (x + 1) = -2 \\ 5 - x + 2y = x + 3 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3x - 9 = \frac{y}{2} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4 \end{cases}$

f) $\begin{cases} \frac{y}{10} - \frac{x - 3}{5} = 0 \\ 8y + 3(5 + x) = 5 \end{cases}$

FA302 Combinez !

1. Décris et explique chacune des étapes ci-dessous.



Vérification : $3 \cdot 2 + 4 \cdot 6 \stackrel{?}{=} 30$
$5 \cdot 2 - 6 \stackrel{?}{=} 4$

La solution du système est : $S = \{(2 ; 6)\}$

SUITE ➜

2. Résous ces systèmes selon la même méthode.

a) $\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ -2x + 5y = 8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 6x + 2y = -18 \\ 5x - 6y = -15 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 6x - 2y = 10 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 6x - 11y = -4 \\ 8x - 2y = 20 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 2y = 7x + 2 \\ 3y = 12 - 5x \end{cases}$

g) $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 4x - 2y = 10 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 0{,}5x + 2y = 5{,}4 \\ 5x - 5y = 49 \end{cases}$

i) $\begin{cases} 4x - 9y = 12 \\ 13x - 15y = 1 \end{cases}$

FA303 On combine encore

Résous ces systèmes d'équations par combinaison linéaire.

a) $\begin{cases} 7x - 3y = 21{,}5 \\ 5y + 10 = 14x \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x + 10y = -32{,}7 \\ 2{,}5x - 12{,}8y = 45{,}06 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 6(0{,}5x - 0{,}5y) = -1 \\ 3y - \left(2x - \frac{2}{3}\right) = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2(x - 1) - 5y = -x + 6 \\ 6x - 2(y - 1) = -4y + 6 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \frac{2x}{5} + \frac{2y}{3} = 2 \\ 1{,}8x - y = 9 \end{cases}$

f) $\begin{cases} \frac{x + y}{8} + \frac{x - y}{6} = 5 \\ \frac{x + y}{4} - \frac{x - y}{3} = 10 \end{cases}$

FA304 Comme bon te semble !

Résous ces systèmes selon la méthode de ton choix.

a) $\begin{cases} 5u - 2v = 13 \\ 17 + 4v = 89 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ x - 5y = 14 \end{cases}$

c) $\begin{cases} (z + t)^2 = 576 \\ 3z = t \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{x}{3} + y = 20 \\ x + \frac{y}{4} = 16 \end{cases}$

e) $\begin{cases} a + b = 5 \\ 3a + 3b = 10 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 1{,}5m + 5n = 45 \\ m = n - 22 \end{cases}$

FA305 Comme il te plaît

Résous ces systèmes selon la méthode de ton choix.

a) $\begin{cases} 4x = 5 \\ x + y = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + y = 12 \\ x - y = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x = y + 1 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x + 4y = 2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x - y = 4 \\ 2x + y = 14 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x + 3y = 1 \\ 2x + 6y = 2 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x + y = 12 \\ y = \frac{x}{2} \end{cases}$

h) $\begin{cases} 17x + 15y = 2 \\ 23x + 20y = 3 \end{cases}$

i) $\begin{cases} 4x - 7y = 13 \\ 3x + 2y = -12 \end{cases}$

j) $\begin{cases} 4x + 5y = 13{,}8 \\ x - y = -0{,}6 \end{cases}$

k) $\begin{cases} x = 2y \\ x + y = 72 \end{cases}$

l) $\begin{cases} \frac{100x + 95y}{2} = -755 \\ 10x + \frac{y}{2} = 11 \end{cases}$

FA306 Ces quelques problèmes...

a) Trouve deux nombres dont la somme est 654 et la différence 456.

b) Trouve deux nombres dont la somme est 123 et la différence 321.

c) Trouve deux nombres dont la somme est 276, l'un étant le triple de l'autre.

d) La somme de deux nombres est 140. La division du premier par le second donne un quotient de 7 et un reste de 4.

Quels sont ces nombres ?

e) Un terrain rectangulaire a un périmètre de 110 m. On diminue sa longueur de 1 m et on augmente sa largeur de 1 m. Son aire augmente ainsi de 4 m^2.

Quelles étaient les dimensions initiales du terrain ?

f) Une boîte contient des billes jaunes et des billes vertes.
Si l'on ajoutait une bille jaune, les billes jaunes représenteraient le quart du nouveau contenu de la boîte.
Si l'on en retirait une, elles n'en représenteraient plus que le cinquième.

Combien cette boîte contient-elle de billes vertes ?

g) Une échelle est dressée verticalement contre un mur.
Le sommet de l'échelle dépasse de 10 cm le sommet du mur.
Si l'on écarte de 70 cm le pied de l'échelle du pied du mur, leurs sommets coïncident.

Quelle est la hauteur du mur ?

FA307 Question de bosses

Dans un troupeau composé de chameaux et de dromadaires, on compte 120 bosses et 75 têtes.

Combien y a-t-il de chameaux ?

Jacques Prévert , « Le dromadaire mécontent » in *Histoires et d'autres histoires.*

« Un jour, il y avait un jeune dromadaire qui n'était pas content du tout.

La veille, il avait dit à ses amis : 'Demain, je sors avec mon père et ma mère, nous allons entendre une conférence, voilà comme je suis moi !'

[...]

Depuis une heure trois quarts un gros monsieur parlait. [...] Le jeune dromadaire souffrait de la chaleur, et puis sa bosse le gênait beaucoup ; elle frottait contre le dossier du fauteuil, il était très mal assis il remuait.

Alors sa mère lui disait : 'Tiens-toi tranquille, laisse parler le monsieur', et elle lui pinçait la bosse ; le jeune dromadaire avait de plus en plus envie de pleurer, de s'en aller...

Toutes les cinq minutes, le conférencier répétait : 'Il ne faut surtout pas confondre les dromadaires avec les chameaux, j'attire, mesdames, messieurs et chers dromadaires, votre attention sur ce fait : le chameau a deux bosses mais le dromadaire n'en a qu'une !' [...]

Et puis le conférencier recommençait : 'Ce qui différencie les deux animaux c'est que le dromadaire n'a qu'une bosse, tandis que, chose étrange et utile à savoir, le chameau en a deux... '

A la fin le jeune dromadaire en eut assez et, se précipitant sur l'estrade, il mordit le conférencier :

'Chameau !' dit le conférencier furieux.

Et tout le monde dans la salle criait : 'Chameau, sale chameau, sale chameau !'

Pourtant c'était un dromadaire, et il était très propre. »

FA308 Et les bases ?

Un trapèze de 57 cm^2 a une hauteur de 8 cm.

La mesure de l'une de ses bases est le double de celle de l'autre.

Quelles sont les mesures des bases ?

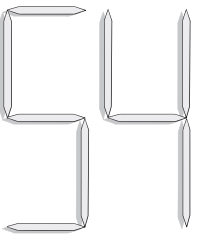
FA309 A la baguette

Ces deux chiffres sont formés avec des baguettes, des petites, horizontales, et des grandes, verticales.

La longueur totale des baguettes du chiffre 5 est de 1 m.

Celle du chiffre 4 est de 87 cm.

Quelle est la longueur de chaque baguette ?



FA310 L'âne et le mulet

Au temps où les animaux parlaient, un âne se plaignant à un mulet lui disait : « Il ne me manque que de prendre un quintal de ta charge pour avoir un fardeau le double du tien. »

« De quoi te plains-tu ? » répondit le mulet. « Si tu me donnais un quintal de ta charge, je porterais le triple de celle qui serait alors la tienne. »

Quelles étaient les charges de l'âne et du mulet ?

FA311 Planche à voile ou catamaran

Un groupe de vingt-quatre adolescents fait un stage de deux jours dans une école de voile. Deux activités sont au programme : planche à voile ou catamaran. Le premier jour, dix jeunes choisissent la planche à voile et les autres le catamaran. La facture totale de ce premier jour s'élève à 560 francs. Le deuxième jour, ils sont douze à choisir la planche à voile et les autres font du catamaran. La facture du deuxième jour s'élève à 540 francs.

Quel est le prix par personne d'une journée de planche à voile et celui d'une journée de catamaran ?

FA312 A la confiserie

Un confiseur répartit des truffes dans des cornets de 200 g. S'il avait réparti ses truffes dans des cornets de 150 g, il y aurait eu 12 cornets de plus.

Quelle quantité de truffes a-t-il préparée ?

FA313 D'un terrain à l'autre

Un terrain rectangulaire a un périmètre de 150 m. Si l'on augmente sa largeur de 5 m et si l'on diminue sa longueur de 3 m, alors son aire augmente de 120 m^2.

Quelles sont les dimensions de ce rectangle ?

FA314 Baisse générale

Céline regarde avec envie un pull et une robe présentés dans la vitrine d'une boutique. Malheureusement, le prix total de ces deux vêtements est de 137.50 francs et dépasse son budget. Quelques temps après, le prix du pull baisse de 20 % et celui de la robe de 30 %. Céline calcule rapidement la dépense totale et constate que le prix total a baissé de 35 francs, ce qui lui permet d'acheter ces deux vêtements.

Quels étaient les prix du pull et de la robe avant la baisse ?

FA315 Deux catégories

Pour un concert, les places debout sont à 37.50 francs et les places assises à 57.50 francs. Il y a 2500 places debout de plus que de places assises. L'organisateur du concert calcule que, si les places sont toutes vendues, la recette sera de 568 750 francs.

Combien y a-t-il de places de chaque sorte ?

FA316 Voyage en car

Pour organiser une sortie de fin d'année, un collège loue des cars. Il y a des grands cars de 56 places et des petits cars de 44 places. Il y a quatre grands cars de plus que de petits. 624 élèves participent à la sortie et tous les cars sont remplis.

Combien le collège a-t-il loué de cars de chaque catégorie ?

Equations du deuxième degré

FA317 Un peu de deuxième degré

1. Je choisis un nombre, je l'élève au carré et j'obtiens 4. Pour quel(s) nombre(s) cette affirmation est-elle correcte ?

2. Soit l'équation $x^2 = 4$.

a) Représente graphiquement les fonctions f et g définies par : $f(x) = x^2$ et $g(x) = 4$.

b) Comment, à l'aide du graphique, retrouver les solutions de l'équation $x^2 = 4$?

3. Trouve l'ensemble de solutions de chacune des équations suivantes.

a) $x^2 = 100$ **b)** $x^2 - 64 = 0$ **c)** $x^2 + 64 = 0$ **d)** $x^2 = 0$

FA318 Toujours plus difficile

1. Françoise choisit un nombre. Elle l'élève au carré et trouve 81. Quel(s) nombre(s) peut-elle avoir choisi(s) ?

2. Claude choisit un nombre et le multiplie par 4. Il soustrait ensuite le double du carré du nombre de départ du résultat qu'il vient d'obtenir et trouve zéro. Quel(s) nombre(s) peut-il avoir choisi(s) ?

3. Michel doit résoudre les trois équations suivantes :

a) $x^2 - 14x + 49 = 0$

b) $x^2 - 36 = 0$

c) $12x^2 + 5x - 3 = 0$

Aide-le, si possible, à effectuer cet exercice.

FA319 Le retour du facteur

1. Pour quelle(s) valeur(s) de x, les égalités suivantes sont-elles vraies ?

a) $(x - 6)(x + 1) = 0$

b) $(x - 8)^2 = 0$

c) $(x + 8)^2 = 0$

d) $3x(x + 7) = 0$

e) $(x + 8)(x - 8) = 0$

f) $x(3x + 1) = 0$

2. Trouve chaque fois une équation du deuxième degré dont les solutions sont :

a) $x = 2$ et $x = -4$

b) $x = -5$ et $x = 5$

c) $x = \sqrt{5}$ et $x = -\sqrt{5}$

d) $x = \frac{2}{7}$ et $x = -\frac{2}{7}$

e) $x = 10$ uniquement

f) $x = 0$ uniquement

g) aucun nombre réel

FA320 Equations produits

1. Résous les équations suivantes et décris la méthode que tu utilises.

a) $-2y(y - 5) = 0$

b) $(x + 9)(x - 9) = 0$

c) $(y - 4)^2 = 0$

d) $y(2y - 1) = 0$

2. Résous ces équations.

a) $y^2 - 8y = 0$

b) $4y^2 - 1 = 0$

c) $x^2 - 10x + 25 = 0$

d) $y^2 + 20y + 100 = 0$

e) $y^2 = -4y$

f) $9 + x^2 = 6x$

g) $16x + 16 + 4x^2 = 0$

h) $-8u - 16 = u^2$

i) $2 = 2z^2$

j) $x^2 - 81 = 0$

k) $10y = 2y^2$

l) $9x^2 - 4 = 0$

FA321 A différents degrés

Résous ces équations.

a) $(x - 1)(x + 1) = (x - 2)^2$

b) $(y - 3)(y + 4) = 0$

c) $2m^2 + 2 = 2(m^2 + 2)$

d) $x^2 - 9 = 0$

e) $10x^2 + 10 + 40x = 60 + 10x^2$

f) $m^2 + 5m = m^2$

g) $0 = 3(y - 7)^2 - 147$

h) $2x^2 = 2(x + 4)^2$

i) $(z + 1)^2 = z^2 + 2z + 1$

j) $5x^2 - 10x + 5 = 0$

k) $13u + 25 = 3u - u^2$

l) $\frac{x^2}{2} + 3x = \frac{x^2}{2} + 1$

FA322 Benoît et son nombre

Benoît pense à un nombre.

Il l'élève au carré, puis multiplie par 2 le résultat obtenu.

Il obtient alors le nombre auquel il avait pensé.

Quel est ce nombre ?

FA323 Avec la formule de Viète

Résous les équations suivantes.

a) $x^2 + 4x - 165 = 0$

b) $3x^2 - x - 10 = 0$

c) $3x^2 + 2x + 5 = 0$

d) $2x^2 + x - 10 = 0$

e) $-2x^2 + 4x - 2 = 0$

f) $4x^2 - 4x - 4 = 0$

g) $\frac{x^2 - 12}{4} = 6$

h) $-3x^2 + 6x - 3 = 0$

i) $(x + 1)^2 = -3$

j) $5x^2 + 14x - 3 = 0$

François Viète, mathématicien français (1540-1603), étudia d'abord le droit à l'Université de Poitiers et fut un avocat renommé ; il s'intéressa également à l'astronomie et se passionna pour les mathématiques, en étudiant, entre autres, le problème de la trisection de l'angle.

François Viète exprima, avec de symboles mathématiques, la formule de résolution de toute équation du deuxième degré, $ax^2 + bx + c = 0$, en se fondant en particulier sur les travaux de deux mathématiciens italiens, Niccolo Tartaglia (1500-1557) et Girolamo Cardano (1501-1576).

FA324 Forme non canonique

Résous les équations suivantes.

a) $26x = 9 - 3x^2$

b) $4x^2 = x + 5$

c) $4x - 10 = 6x^2$

d) $4x^2 + 12x = -9$

e) $-17x + 70 = -x^2$

f) $3{,}5x^2 + 1{,}5 = 6{,}8x$

g) $-x^2 = 1{,}5(x + 1)$

h) $(x + 1)(4x - 5) = 100$

i) $67x^2 + 5 = 80x - 20 + 3x^2$

j) $3x^2 = 9 + 26x$

FA325 Méthodes à choix

Résous ces équations en choisissant la méthode la plus efficace.

a) $5x^2 + 10x = 0$

b) $x^2 + 10x - 56 = 0$

c) $-9 = -4x^2$

d) $x^2 + x = 2$

e) $x^2 + 25 = 10x$

f) $2x^2 - 12x + 38 = x^2$

g) $x^2 = -36$

h) $4x^2 + 6x = 2x + 2x^2$

i) $12 - 12x = -3x^2$

j) $3x^2 = 12x + 36$

FA326 La solution ?

a) L'aire d'un carré double lorsqu'on augmente son côté de 1 m.
Quelle est la mesure du côté de ce carré ?

b) La différence entre le carré d'un nombre et ce nombre est 1980. Quel est ce nombre ?

c) Les fonctions $x \longmapsto -x^2 + 9$ et $x \longmapsto \frac{3x}{2} + 2$ sont représentées dans un même système d'axes.

Détermine les coordonnées des points d'intersection de leurs représentations graphiques.

d) Deux palmiers poussent l'un en face de l'autre sur les berges opposées d'une rivière large de 45 aunes. La hauteur du premier palmier est de 33 aunes, celle du second de 42 aunes.

Au sommet de chacun de ces deux arbres est perché un héron.

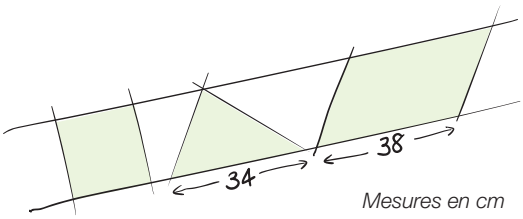
Un poisson apparaît à la surface de l'eau, entre les palmiers. Aussitôt, les deux oiseaux fondent sur lui, à la même vitesse, et l'atteignent en même temps.

A quelle distance du premier palmier le poisson est-il apparu ?

Problème arabe, XIe siècle

e) L'aire du parallélogramme est égale à celle du carré et du triangle réunis.

Quelle est la largeur de la bande dans laquelle ces trois polygones ont été dessinés ?



Mesures en cm

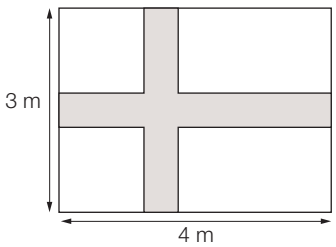
FA327 Carré aux côtés consécutifs

La somme des aires de trois carrés est de 15 125 cm^2.

Trouve les mesures de leurs côtés, sachant que ce sont des nombres entiers consécutifs.

FA328 Le drapeau

Quelle largeur doit-on donner à la croix pour que son aire soit égale à l'aire restante du drapeau ?



FA329 Dimensions à trouver

La largeur d'un rectangle vaut le quart de sa longueur.

Si tu triples sa largeur et que tu diminues sa longueur de 8 cm, tu obtiens un second rectangle dont l'aire mesure 320 cm^2 de plus que celle du premier.

Quelles sont les dimensions du premier rectangle ?

FA330 On augmente et on diminue

Trouve les dimensions d'un rectangle tel que, si l'on augmente chacun de ses côtés de 5 m, l'aire augmente de 125 m^2, tandis que, si l'on diminue chacun de ses côtés de 5 m, l'aire diminue de 75 m^2.

FA331 Longueur et largeur ?

L'aire d'un rectangle est de 72 cm^2. Son périmètre est de 44 cm.

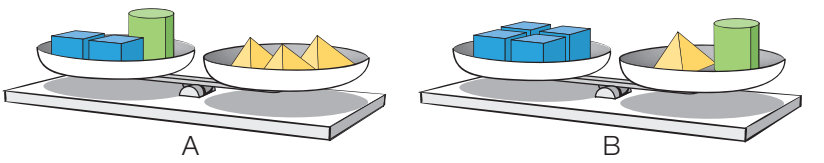
Quelles sont ses dimensions ?

FICHIER **Faire le point p. 112**

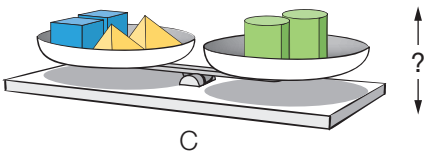
Encore quelques problèmes

FA332 En équilibre ?

Les balances A et B sont en équilibre.



Et la balance C ?



FA333 Encore quelques systèmes

Résous ces systèmes selon la méthode de ton choix.

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 5x - 2y = 23 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y = 2x - 5 \\ y + x = -5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x + 2y = 14 \\ 12x + 6y = 42 \end{cases}$

d) $\begin{cases} (x + y)^2 = 36 \\ 4x = -7y \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = 100 \\ 9x^2 - y^2 = -40 \end{cases}$

f) $\begin{cases} \frac{x}{8} + 5y = \frac{1}{2} \\ x - 10y = -6 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 2x = 3y \\ \frac{2x}{3} - \frac{4}{5}y = \frac{2 + y}{5} \end{cases}$

h) $\begin{cases} \frac{x - 3y}{9} = 5 + y \\ \frac{x}{3} = 15 + \frac{8}{3}y \end{cases}$

FA334 Un peu de tout

Résous ces équations selon la méthode de ton choix.

a) $x^2 + x + 1 = 0$

b) $9x^2 - 30x + 25 = 0$

c) $x^2 + 2{,}5x = 6$

d) $x^2 + 5x - 10 = 0$

e) $x^2 + 4x - 5 = 0$

f) $x^2 + 2 = 0$

g) $x^2 - 5 = 2x$

h) $x^2 - 10x + 16 = 0$

i) $12x^2 + 6x = 0$

j) $x^2 + 12x = -20$

k) $x^2 + 49 = 14x$

l) $7x - 10 = -3x^2$

m) $36x^2 - 100 = 0$

n) $2x^2 + 9x = -7$

o) $2x^2 - 50 = 0$

p) $5x^2 = 25x$

q) $9x^2 + 6x + 1 = 0$

r) $9x^2 + 6x = 1$

s) $x(x + 6) = 3(x + 6)$

t) $4x^2 = 5x - 11$

FA335 Somme et différence

La somme de deux nombres positifs est 15. La différence de leurs carrés est 30.

Quels sont ces deux nombres ?

FA336 Promenade lacustre

Blerina et Aroz partent ensemble d'Estavayer-le-Lac pour une course de 24,5 km. Blerina progresse à la vitesse moyenne de 5,5 km/h, alors que son frère Aroz se contente de 3,5 km/h.

Quand la distance séparant les deux randonneurs sera-t-elle de 1,6 km ?

FA337 Rencontre

Un cycliste parti de Berne roule à la vitesse moyenne de 15 km/h, alors qu'un scootériste parti de Fribourg se déplace à la vitesse moyenne de 40 km/h.

Au bout de combien de temps vont-ils se croiser sachant qu'ils ont choisi la même route, qu'ils sont partis en même temps et que la distance séparant Berne de Fribourg est de 33 km ?

FA338 Permutations

La somme des trois chiffres d'un nombre est 13. On permute les centaines et les unités. On obtient alors un nombre inférieur au premier de 594.

Quels sont ces deux nombres si le chiffre des dizaines de chacun est 3 ?

FA339 A contre-courant

Une rivière a un débit de 50 m^3/s en moyenne. Un batelier met 1 h 20 pour parcourir 4 km dans le sens du courant. S'il remonte le courant, il met 3 h 20.

Quelle est la vitesse du courant ? Quelle est la vitesse propre du bateau ?

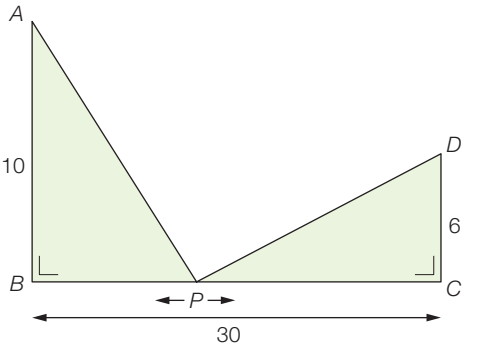
FICHIER **FA340**

FA341 Trouve P !

Où placer le point P le long du segment BC pour que :

a) les triangles ABP et CDP aient la même aire ?

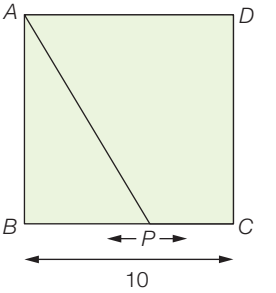
b) l'aire d'un triangle soit le double de celle de l'autre ?



Mesures en cm

FA342 Où est passé P ?

Sur le côté BC de ce carré, où faut-il placer un point P pour que l'aire du triangle ABP soit la moitié de celle du trapèze $APCD$?



Mesures en cm

FA343 Cercles tangents

La distance entre les centres de deux cercles tangents extérieurement est de 6,6 cm. Si l'on déplace le petit cercle jusqu'à ce qu'il soit tangent intérieurement au grand, les centres se rapprochent de 5,8 cm.

Quelles sont les mesures des rayons de ces cercles ?

FA344 Caisse de classe

La caisse de la classe contient exactement Fr. 100.–, en pièces de Fr. 2.– et de Fr. 5.–.
Le caissier compte les pièces et en trouve 30.
Un autre élève les recompte et en trouve 29.

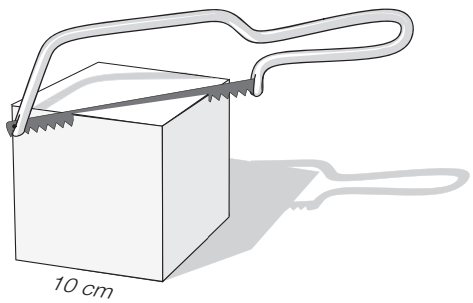
Qui s'est trompé ?

FA345 Différence de volumes

Cherche les dimensions de deux cubes, sachant que la différence de leurs volumes est 39 500 cm^3 et que l'arête de l'un mesure 20 cm de moins que celle de l'autre.

FA346 Découpage isocèle

Où faut-il scier ce cube de manière à obtenir un prisme dont la base est un triangle isocèle et dont le volume est le tiers de celui du reste du cube ?



FA347 Problème chinois

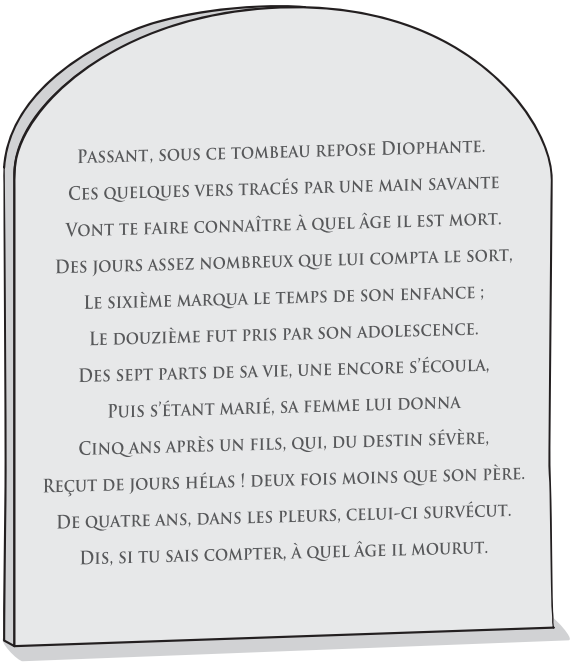
Au milieu d'un étang carré de dix pieds de côté croît un roseau qui s'élève, depuis le fond, à un pied au-dessus du niveau de l'eau. Lorsque l'on tire ce roseau vers le milieu d'un des côtés, il atteint juste le bord de l'étang.

Quelle est la profondeur de l'eau ?

Chine, il y a plus de 2000 ans

FA348 Diophante

Diophante était un remarquable mathématicien grec du IIIe siècle.
On rapporte que sur sa tombe, il était écrit :



Diophante d'Alexandrie, qu'on appelle volontiers le père de l'algèbre, est un mathématicien grec qui vécut aux environs du IIIe siècle apr. J.-C. On ne sait pas grand-chose de sa vie qui ne nous est connue que grâce à deux de ses ouvrages. Le premier traite des nombres polygonaux (voir FA375 Nombres figurés) ; le second, *Arithmétique*, influença les mathématiciens arabes et ceux de la Renaissance.

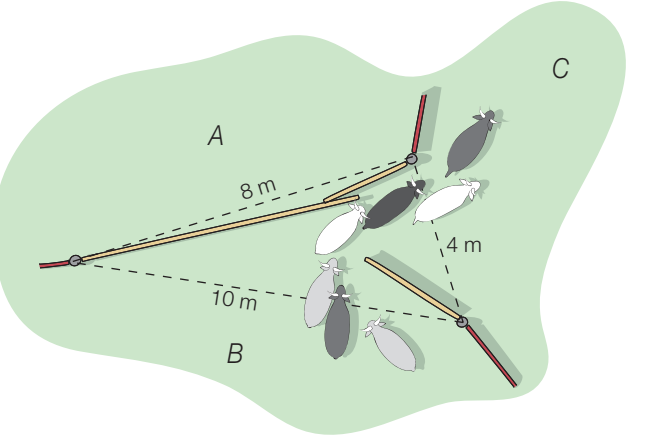
Il s'intéressa particulièrement aux équations dont les coefficients sont des nombres entiers et dont les solutions sont également entières. Ces équations portent son nom : les « équations diophantiennes ».

FA349 Parc au mètre

Pour orienter son troupeau de bovins d'un parc à bestiaux vers l'autre, Calamity Jack réalise un assemblage de portes à trois battants.

Celles-ci peuvent se rabattre tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre. Ainsi, elles ouvrent et ferment, en alternance, l'accès aux différents parcs *A*, *B* et *C*, dont les ouvertures mesurent, respectivement, 8, 10 et 4 m de large.

Quelles dimensions minimales Calamity Jack va-t-il donner à ses portes ?



FA350 Un problème difficile

Le tableau du peintre Bogdanov-Belsky *Un problème difficile* (1895) est très connu.

Peu de gens, par contre, se sont aperçus qu'il pose effectivement un problème difficile.

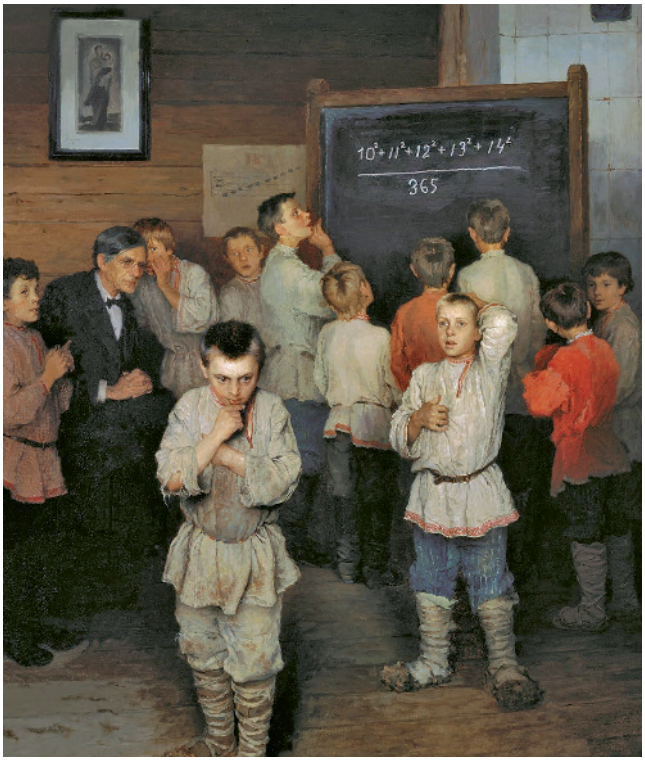
Il s'agit de trouver rapidement, par calcul réfléchi, le résultat de l'opération

$$\frac{10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2}{365}$$

La solution est basée sur l'égalité $10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$.

a) Quel est ce résultat ?

b) La suite (10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14) est-elle la seule suite de cinq nombres entiers consécutifs pour laquelle la somme des carrés des trois premiers termes est égale à la somme des carrés des deux derniers ?



Un problème difficile, *Nicolaï Bogdanov-Belsky, 1895*

Nikolaï Petrovich Bogdanov-Belsky (1868-1945) est un peintre russe. Il fut membre actif de l'Académie des arts dès 1914 ; ses tableaux impressionnistes représentent souvent des scènes de la vie rurale.

FA351 Défi !

Philippe prétend avoir trouvé un nombre exactement supérieur de 1 à son inverse.

Philippe a-t-il raison ?



Traduction de l'inscription en latin sur le côté pile de la médaille :
« Les mathématiciens rassemblés du monde entier ont remis cette récompense en raison de remarquables écrits. »
Dans l'arrière-plan, on peut reconnaître la tombe d'Archimède, avec la gravure de son théorème « De la sphère et du cylindre » derrière un rameau.

Les prix Nobel sont célèbres et mettent en évidence chaque année des représentants de multiples domaines (physique, chimie, médecine, économie, littérature) ainsi qu'une personnalité remarquée pour sa contribution au développement et au maintien de la paix dans le monde (Prix Nobel de la paix).

Souvent désigné comme le « Prix Nobel » pour les mathématiques, la *médaille Fields* est la plus prestigieuse des distinctions en mathématiques, mais la désignation de son destinataire suit des règles bien différentes de celles du Nobel : limite d'âge ; gain en argent relativement modeste (CHF 12 000.– environ, soit 100 fois moins que le Nobel), récompensant un travail exceptionnel d'un jeune chercheur et non toute une carrière.



Sur la face de la médaille Fields se trouve un portrait d'Archimède et une citation en latin : « Transire suum pectus mundoque potiri » – franchir tes limites et te rendre maître de l'Univers (par la connaissance) –. Sur la tranche est gravé le nom du lauréat.

Ce prix a été créé, en 1936, sur proposition du mathématicien John Charles Fields (1863-1932) ; ce dernier, à sa mort, a légué tous ses biens à la science pour le financement du prix. Attribué chaque quatre ans lors du Congrès international des mathématiciens, ce prix récompense, au plus, quatre mathématiciens devant avoir moins de 40 ans au 1er janvier de l'année en cours.

Fields, quant à lui, a laissé son nom dans l'histoire des mathématiques en raison, principalement, de ses travaux sur les fonctions algébriques.

Fonctions, algèbre… et problèmes

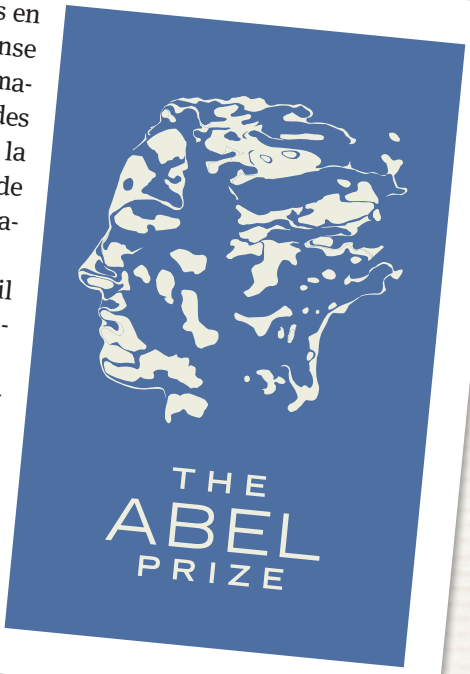


Le *prix Abel* a été récemment mis en place ; il s'agit d'une récompense décernée annuellement à des mathématiciens par l'Académie norvégienne des sciences et des lettres, par suite de la décision du gouvernement norvégien de célébrer la mémoire du grand mathématicien Niels Henrik Abel (1802-1829).

Ce prix se rapproche des prix Nobel dans la mesure où il récompense un chercheur en mathématiques pour l'ensemble de sa carrière, contrairement à la médaille Fields.

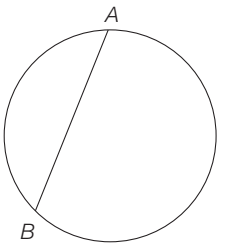
Abel est connu pour ses travaux en analyse mathématique, entre autres, sur les fonctions, les séries numériques, les suites et séries de fonctions, ainsi que, en algèbre, sur la résolution des équations.

Malgré sa très courte vie, il a marqué de son empreinte l'histoire des mathématiques et la résolution de problèmes en lien avec les fonctions et l'algèbre.

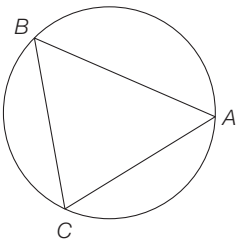


FA352 Un disque dans tous ses états

La corde AB partage ce disque en deux parties.



Les cordes AB, AC et BC le partagent en quatre parties.



En traçant toutes les cordes reliant deux à deux dix points du cercle, combien obtiendras-tu de parties au maximum ?

FA353 Bizarre

Choisis trois nombres consécutifs d'une suite arithmétique.

Calcule la différence entre le carré du nombre du milieu et le produit des deux autres nombres.

Que constates-tu ?

Suite arithmétique
Une suite arithmétique est une suite de nombres également espacés.
Par exemple :
- 5 ; 9 ; 13 ; 17 ; 21 ; 25 ; 29 ; 33 ; ...
- −2,5 ; −1 ; 0,5 ; 2 ; 3,5 ; 5 ; 6,5 ; 8 ; ...

Le nombre constant qui permet de passer, par addition, d'un terme au suivant s'appelle la raison.

FA354 Se coupent-elles ?

Voici deux fonctions : $f : x \longmapsto 5$ $g : x \longmapsto 3x$

a) Représente-les graphiquement dans un même système d'axes.

b) Quelles sont les valeurs de x qui conduisent aux mêmes images par f et par g ?

c) Fais de même pour les couples de fonctions suivants :

1. $h : x \longmapsto 5x$ et $i : x \longmapsto -3x$

2. $j : x \longmapsto 5x + 4$ et $k : x \longmapsto -3x$

3. $l : x \longmapsto 5x + 4$ et $m : x \longmapsto -3x + 12$

4. $n : x \longmapsto 2x$ et $o : x \longmapsto -3x^2$

5. $p : x \longmapsto 5x^2$ et $q : x \longmapsto -3x^2 + 8$

FA356 2013e terme

Prolonge cette suite de nombres et détermine la fonction qui te permet de calculer rapidement la valeur du 2013e terme.

1 ; 3 ; 9 ; 27 ; 81 ; 243 ; …

FA357 A chacun son aire !

On construit des boîtes ouvertes, de forme cubique, mais sans couvercle.

a) Représente graphiquement l'aire totale de ces boîtes en fonction de leur arête.

b) Trouve l'expression fonctionnelle de cette fonction.

c) Quelle doit être la longueur de l'arête d'une boîte pour que son aire totale mesure 20 cm^2 ? 1,20 m^2 ?

FA358 La consommation moyenne

La consommation moyenne de ma voiture est de 5,5 l de diesel aux 100 km.

a) Combien de kilomètres est-il possible de parcourir avec le plein, soit 50 l ?

b) Combien de kilomètres est-il possible de parcourir avec 1 l de carburant ?

c) Cet été, je pars en vacances du côté de Barcelone. Pour l'aller-retour, je prévois de faire environ 1800 km.

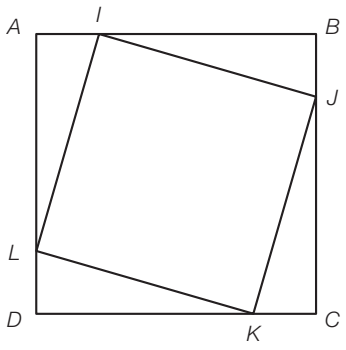
Combien de pleins d'essence cela va-t-il représenter ?

d) Si le prix moyen du carburant est de 1.80 par litre, quelle somme cette escapade me coûtera-t-elle ?

FA359 Aire minimale

ABCD est un carré de côté 5 cm. Soit *I*, *J*, *K* et *L* des points situés respectivement sur *AB*, *BC*, *CD*, *DA* tels que $AI = BJ = CK = DL = x$ cm.

Déterminer pour quelle valeur de x l'aire du quadrilatère *IJKL* est minimale.



FA360 Aude, Damien et Noémie

Aude, Damien et Noémie tentent de résoudre ensemble quatre problèmes.
Voici les thèmes de ces problèmes et des extraits de leurs conversations.
Dans chaque cas, au moins un élève raisonne correctement.

A toi de retrouver les questions posées et l'élève (les élèves) qui a (ont) raison.

Aude
« Il faut multiplier l'arête par 6, puis élever le résultat au carré. »

Damien
« Mais non. Tu calcules tout d'abord le carré de l'arête, puis tu le multiplies par 6. »

THÈME 1
Un cube dont on connaît la longueur de l'arête.

Noémie
« A mon avis, ça revient au même. »

Aude
« Tu prends sa vitesse, tu la multiplies par 3600, puis tu divises le résultat par 1000. »

Damien
« C'est plus facile de chercher combien de kilomètres il parcourt en 1 minute, puis en 1 heure. »

THÈME 2
La vitesse moyenne, en mètres par seconde, d'un coureur de 100 m.

Noémie
« On pourrait tout simplement diviser sa vitesse par 3,6. »

Aude
« Le plus simple, c'est de diviser le prix par cinq. »

Damien
« Ah non, il faut diviser par vingt pour trouver le rabais. »

THÈME 3
« Supersoldes ! »

Noémie
« Moi, je multiplierais tout d'abord par vingt, puis je diviserais ensuite par cent. »

Aude
« Tu additionnes tous les nombres naturels qui sont plus petits que le nombre de personnes. »

Damien
« Oui, mais il ne faut pas oublier de diviser cette somme par deux. »

THÈME 4
Des amis qui se serrent la main.

Noémie
« Moi, je multiplierais simplement le nombre d'amis par deux. »

FA361 Le télésiège

Dans les Préalpes bernoises, un nouveau télésiège présente les caractéristiques suivantes :

Capacité :	**1600 personnes/h** (extensible à 2000 pers./h)
Durée du trajet :	**5 min 30 s**
Vitesse :	**5 m/s**
Dénivellation :	**418 m**
Nombre de pylônes :	**11**
Nombre de sièges à 6 places :	**47**

En utilisant ces informations, réponds aux questions suivantes :

a) Quelle est la longueur du trajet de ce télésiège ?

b) Si l'installation est ouverte de 9 h à 16 h, combien de personnes peuvent être amenées au haut des pistes ?

c) Sur une carte à l'échelle 1 : 25 000, quelle serait la longueur (en cm) du segment représentant ce télésiège ?

d) A plat, et à la vitesse de l'homme au pas (4 km/h), combien de temps mettrais-tu pour parcourir l'équivalent du trajet réel ?

e) Quelle est, approximativement, la distance entre deux sièges ?

f) Si la station de départ du télésiège est située à 1823 m d'altitude, à quelle altitude se situe la station d'arrivée ?

g) Ce télésiège a remplacé un téléski à arbalètes, qui prenait deux personnes toutes les 12 s. Combien de personnes étaient alors transportées de 9 h à 16 h ?

h) Exprime, en pour-cents, l'augmentation du débit, en nombre de personnes par heure, entre l'ancienne et la nouvelle installation.

FA362 A bicyclette

De Silvaplana au col du Julier, un cycliste roule à la vitesse moyenne de 10 km/h.

En sens inverse, il effectue le même trajet à la vitesse moyenne de 45 km/h.

Quelle est, en minutes, la durée des deux trajets ?

Et la vitesse moyenne du cycliste, exprimée en kilomètres par heure, sur l'ensemble des deux parcours ?



1 : 50 000

FA363 Les aéroports suisses

Ce tableau représente les mouvements d'avions (décollages et atterrissages) pour l'ensemble des aéroports suisses, en 2011.

Aéroport	Mouvements	Passagers locaux et en transfert	Passagers en transit	Total des passagers
Bâle-Mulhouse	62 169	5 020 987	22 482	5 043 469
Berne-Belp	7 185	169 288	477	169 765
Genève-Cointrin	133 755	13 003 611	45 349	13 048 960
Lugano-Agno	5 412	165 054	–	165 054
Sion	557	6 315	–	6 315
St-Gall-Altenrhein	3 043	94 834	–	94 834
Zurich-Kloten	238 569	24 313 250	62 892	24 376 142
Total	**450 690**	**42 773 339**	**131 200**	**42 904 539**

Source : Office fédéral de l'aviation civile, Office fédéral de la statistique

Représente, par un diagramme de ton choix, le pourcentage des mouvements d'avion de chacun des huit aéroports suisses par rapport au total de la Suisse.

FA364 Preuves à l'appui

Est-il vrai que :

a) la somme de deux nombres naturels consécutifs est toujours impaire ?

b) le produit de deux nombres naturels consécutifs est toujours pair ?

c) le produit de trois nombres naturels consécutifs est toujours pair ?

d) la somme de deux nombres impairs consécutifs est toujours un multiple de 4 ?

FA365 De la solution à l'équation

Dans chaque cas, invente une équation à une inconnue qui admet :

a) le nombre –2 comme solution ;

b) les nombres 3 et 5 comme solutions ;

c) une infinité de solutions ;

d) aucune solution.

Donne ces équations à résoudre à ton voisin.

Obtient-il les bonnes solutions ?

FA366 Cogito ergo sum

Justine : « Je pense à deux nombres. Leur somme est 12. »

Auguste : « Je manque d'informations pour trouver ces nombres. »

Justine : « Le carré du premier est égal au second. »

Auguste : « J'y suis presque. »

Justine : « Leur produit est négatif. »

Auguste : « J'ai trouvé ! »

Qu'a-t-il trouvé ?

FA367 Est-ce possible ?

Un système de deux équations du premier degré à deux inconnues peut-il avoir exactement deux solutions ?

Justifie.

FA368 Entrée au stade

Gaëlle a dépensé son argent en allant assister à deux matches et en s'achetant chaque fois une limonade à 2 francs. Serge a dépensé la même somme en n'assistant qu'à un seul match et en déboursant 10 francs pour un livre.

Quel est le prix de l'entrée au stade ?

FA369 Poursuite

Deux coureurs automobiles s'entraînent sur un circuit de 20 km. Le premier roule à une vitesse moyenne de 180 km/h. Le second, parti 5 min après, roule à une vitesse moyenne de 200 km/h.

Combien de temps faudra-t-il au second coureur pour rattraper le premier ?

FA370 Solution médiévale

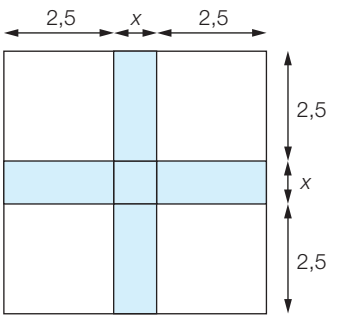
Al Huwarism, mathématicien arabe du IX^{e} siècle, résolvait l'équation $x^2 + 10x = 39$ de la manière suivante :

Autour d'un carré de côté x, il construisait quatre rectangles de côtés x et 2,5 (2,5 est le quart de 10).

Il complétait son dessin comme ci-dessous.

Il écrivait ensuite l'aire du grand carré de deux manières différentes et en déduisait la valeur positive de x.

Comment ?



Le développement des mathématiques prend son essor, du côté de l'Italie, au XV^{e} et XVI^{e} siècles. Les copies d'ouvrages de langue arabe parviennent dans ce pays grâce à de très nombreux marchands ayant besoin de manuels de calculs.

Ainsi, l'Italien Léonard de Pise dit Fibonacci (1170-1250) expose des éléments d'algèbre du passé dans son ouvrage « Liber Abaci » ; il l'enrichit également de nouveaux problèmes et de nouvelles méthodes.

En 1494, Luca Pacioli (1445-1517) énonce une solution générale des équations du premier degré, avec de nombreuses abréviations : il utilise par exemple les lettres p et m pour désigner respectivement une addition et une soustraction.

FA371 Les pots de confiture

Maria a fait des confitures et a placé les pots, petits, moyens et grands, sur trois rayons.

Il y a exactement 5 kg de confiture sur chaque rayon.

Combien pèsent un grand, un moyen et un petit pot ?



FA372 Les deux frères

Deux frères ont hérité d'un terrain triangulaire ABC, rectangle en A.

On sait que le côté $AB = 84$ m.

Ils décident de le partager équitablement, à l'aide d'une barrière MN, parallèlement au côté AC.

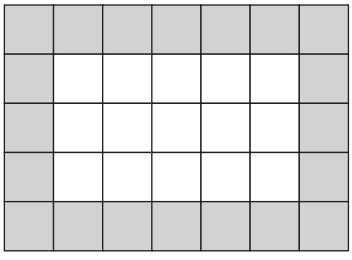
Où faut-il la placer exactement pour satisfaire leur souhait ?

FA373 Le marchand de tapis

Jean-Marie est marchand de tapis. Il aimerait créer un modèle qui ait autant de carrés gris touchant le bord que de carrés blancs à l'intérieur.

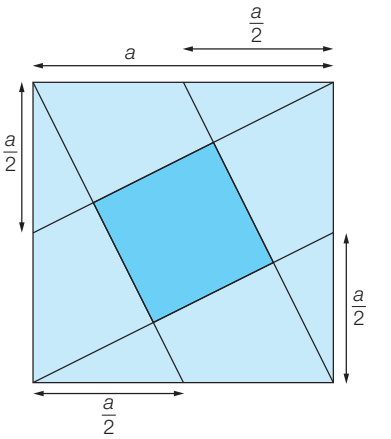
Son apprenti Maurice lui a proposé ce modèle qui, malheureusement, ne convient pas, car il a 15 carrés blancs intérieurs et 20 carrés gris sur la bordure.

Jean-Marie parviendra-t-il à créer des tapis à son idée ?



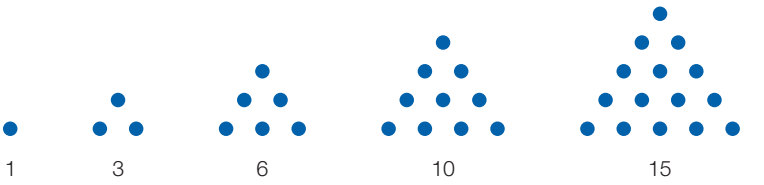
FA374 Carré bleu sur fond bleu

Exprime l'aire du carré bleu foncé en fonction de a.



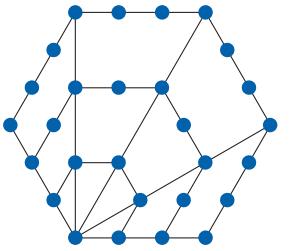
FA375 Nombres figurés

a) Voici les cinq premiers nombres triangulaires :



Que dire de la somme de deux nombres triangulaires successifs ?

b) Quelle relation existe-t-il entre les nombres triangulaires et les nombres hexagonaux ?



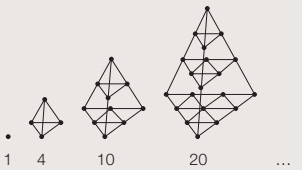
28 est le 4e nombre hexagonal

c) Que dire de la somme des premiers nombres impairs ?

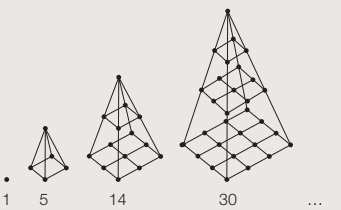
Comment justifier ce résultat à l'aide d'assemblages de points ?

Les nombres pyramidaux

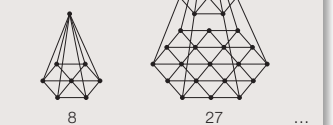
On peut aussi représenter certains nombres par des points disposés selon une pyramide :



Nombres formant un tétraèdre



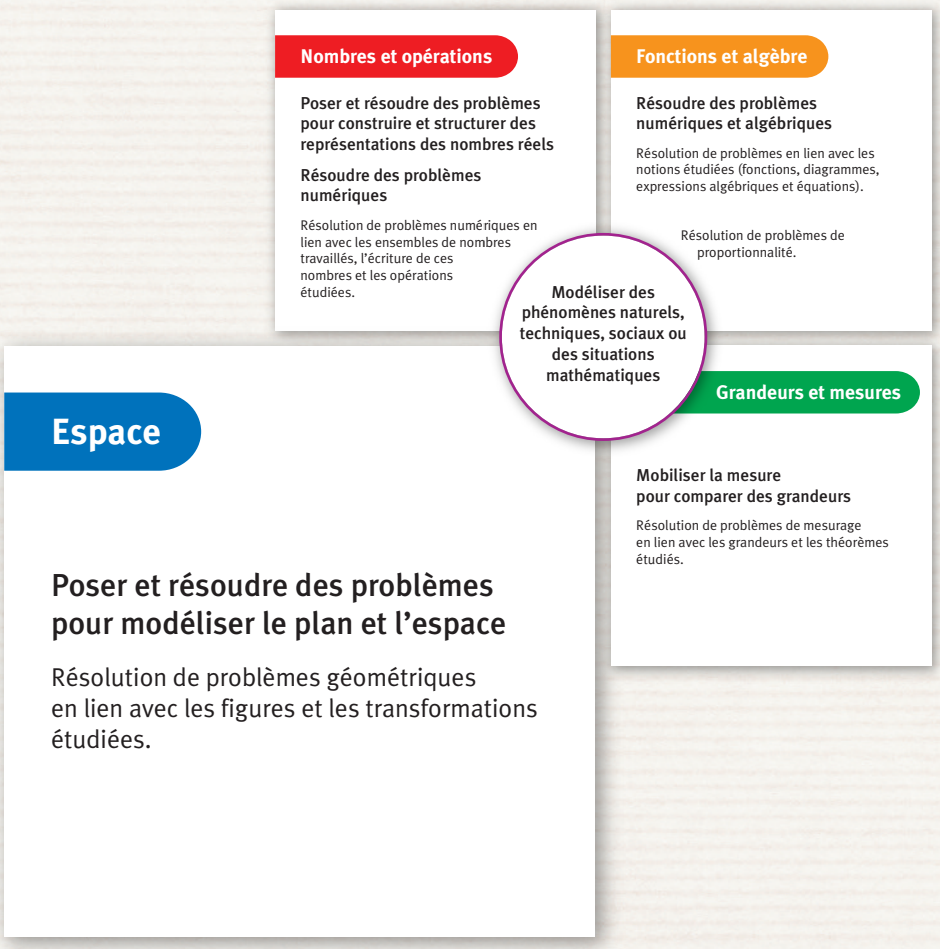
Nombres formant une pyramide à base carrée



Nombres formant une pyramide à base hexagonale

Espace

Figures géométriques planes
Représentations de solides
Transformations géométriques
Espace… et problèmes





Le Vitrail de la Paix à l'école du CO de Romont (canton de Fribourg) réalisé, avec la collaboration des élèves, par Jean-Pierre Demierre, artiste et enseignant de mathématiques à la retraite.

Des mots connus à glaner en un vitrail

Là-haut, figures géométriques planes
Entre les murs d'une école de la Glâne…

Segments de droites, sécants sinon parallèles
Perpendiculaires, tangents ; cercles et arcs
En ciel !

Triangles, quadrilatères, polygones,
Penta-, hexa-, hepta-, octo-, déca-, ennéa-
Gones ?
Convexes, réguliers, ou non.

Disques et secteurs…
Et puis…
D'autres formes encore, sans nom

Points, lignes, surfaces, en un plan, se répondent
Dessinant mers, terres, airs et êtres du monde

Transparence et lumière en sept couleurs
Esquissant une courbe toute de douceur

Du *Vitrail de la Paix*, ici, glane
En rigueur créative
Toutes ces figures planes !

Figures géométriques planes

Apprentissages visés

- Reconnaissance, dénomination, description et construction de figures planes selon leurs propriétés
- Reconnaissance, dénomination, description des propriétés et construction de :
  - tangente, angle au centre d'un cercle, angle inscrit dans un cercle, angles isométriques
  - cercle de Thalès
- Représentation de figures planes par un croquis et/ou un dessin à l'échelle
- Utilisation de systèmes de repérage

Sommaire

- Pour réactiver certaines connaissances 174
- Encore quelques problèmes 174
- Angles isométriques 177
- Tangente et cercle de Thalès 182
- Encore quelques problèmes 184
- Triangles semblables 186

FICHIER **Que sais-je ? p. 117**

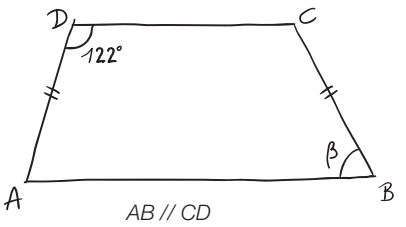
Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER **ES1**

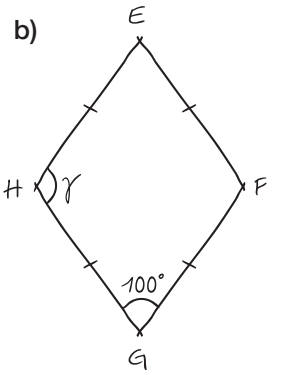
ES2 Chaînons logiques

A l'aide des informations fournies, détermine la valeur des angles demandés des polygones ci-dessous.

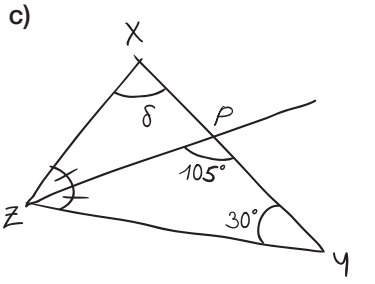
a)



b)



c)



FICHIER **ES3**

Encore quelques problèmes

FICHIER **ES4**

ES5 A louer

Amélie visite un appartement situé au rez-de-chaussée d'une maison campagnarde.

Pourrais-tu l'aider à dessiner un plan de cet appartement en utilisant les informations qui suivent ?

La porte d'entrée, située sur la façade nord de l'habitation, mesure 1 m de largeur.

Elle ouvre sur un couloir de 3 m de longueur, en direction du sud.

Le long de celui-ci, exactement au milieu de la paroi de gauche en entrant, se situe l'entrée dans une cuisine de forme carrée.

La cuisine est illuminée par deux fenêtres de 60 cm de largeur, l'une située dans le mur de la porte d'entrée et l'autre dans la paroi est.

A l'extrémité du couloir, Amélie débouche sur un salon rectangulaire, d'une longueur de 9 m dans la direction ouest-est et d'une largeur de 4 m.

Une grande baie vitrée de 5 m $\times$ 1,60 m laisse entrer le soleil du matin au soir.

SUITE ➜

Le mur, situé au nord du séjour et à l'ouest du couloir, débute et se termine par deux portes de 90 cm :

- *la première donne accès à une chambre à coucher occupant la longueur du couloir, large de 3 m et qui donne, par l'intermédiaire d'une fenêtre de 60 x 60 cm, en direction du nord ;*
- *la seconde permet d'entrer dans la salle de bain de même longueur que la chambre à coucher.*

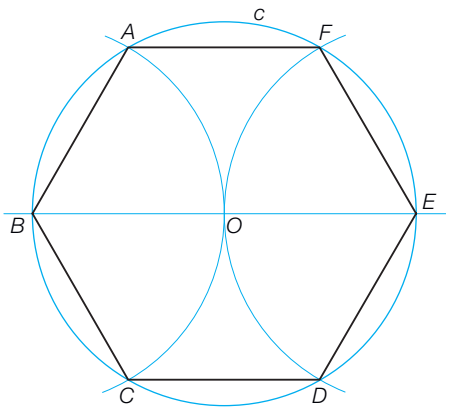
L'appartement forme un rectangle dont l'aire vaut 63 m².

ES6 Etape par étape

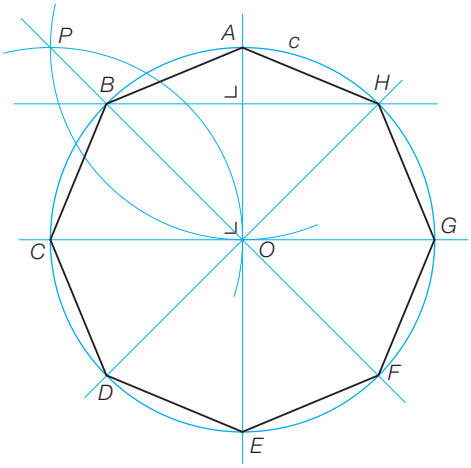
En observant les figures suivantes, cherche la façon dont on a procédé pour les construire.

Note, sur une feuille de papier, la marche à suivre qui décrit précisément cette construction.

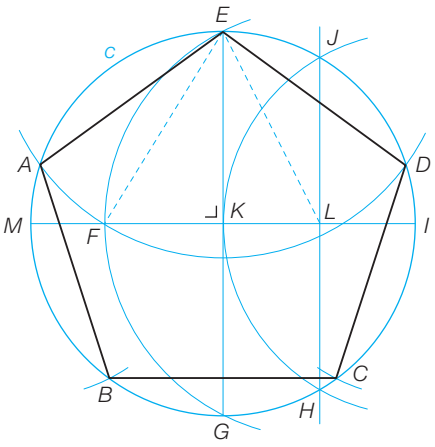
a) Hexagone régulier



b) Octogone régulier

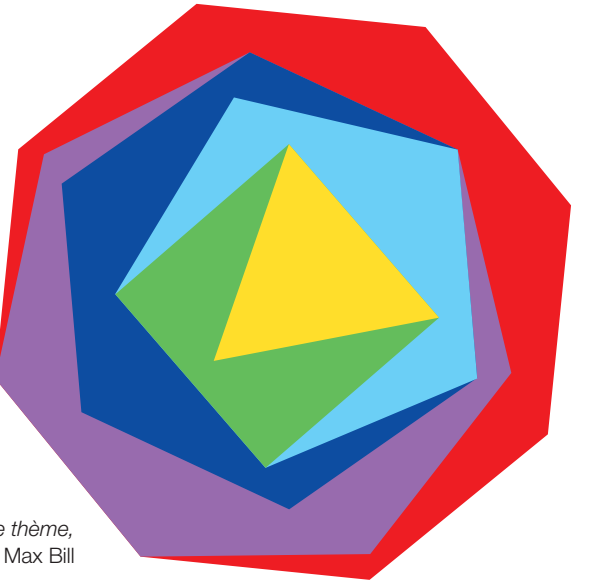


c) Pentagone régulier

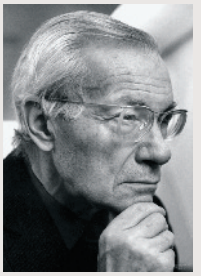


ES7 Clin d'œil à un artiste : Max Bill

Construis la figure ci-contre ; le triangle jaune est équilatéral et son côté mesure 6 cm.



Quinze variations sur un même thème, Variation 01 de Max Bill



Max Bill (1908-1994), peintre, sculpteur, architecte et dessinateur suisse, est l'un des grands représentants de l'art concret, mouvement fondé en 1930 par Theo Van Doesburg qui prône l'utilisation des mathématiques, en particulier de la géométrie, dans la conception et la réalisation des œuvres d'art.

Max Bill a également créé quelques pièces de mobilier dont l'esthétisme se caractérise par la simplicité et la pureté des lignes, à l'image d'une de ses pièces maîtresses, la *Dreibeinstuhl* (chaise à trois pieds).



ES8 Côtés isométriques

Dessine trois segments OA, OB et OC de même longueur tels que :

$\widehat{AOB} = 80°$, $\widehat{BOC} = 40°$ et $\widehat{AOC} = 120°$.

Calcule la valeur des angles du triangle ABC.

Angles isométriques

ES9 Sécante

m et *n* sont deux droites parallèles coupées en *A* et *B* par la sécante *o*.
Les angles ainsi formés sont numérotés de 1 à 8.

Aline affirme que deux angles opposés l'un à l'autre par le sommet sont isométriques.

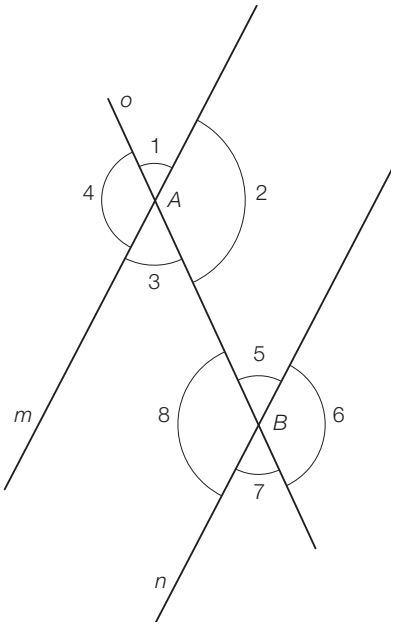
Marine prétend qu'il y a huit paires d'angles adjacents supplémentaires.

Seema pense qu'il y a plutôt quatre paires d'angles correspondants.

Barbara est certaine qu'il y a le même nombre de paires d'angles alternes-internes que de paires d'angles alternes-externes.

Sylvia dit que ses copines ont raison, mais que leurs affirmations ne sont plus valables si l'on modifie la direction de la droite *o*.

Qui a raison ?



ES10 Angles et droites

Trace une droite *d*.

Place un point *P* situé à 6 cm de *d*.

Construis une droite *e*, parallèle à *d*, qui passe par *P*.

Par *P*, trace une droite *f* qui fait un angle de 55° avec *d*.

Mesure les huit angles ainsi formés.

Obtiens-tu les mêmes résultats que ton voisin ?

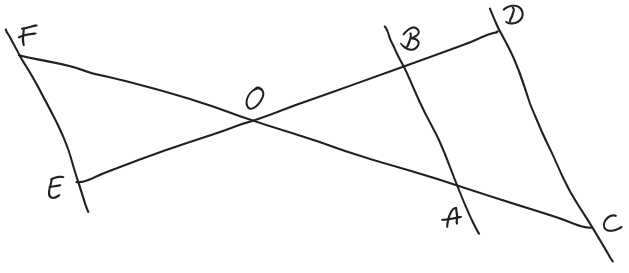
ES11 Isométrie d'angles

F, *O*, *A* et *C* sont alignés, tout comme *E*, *O*, *B* et *D*.

EF // AB // CD

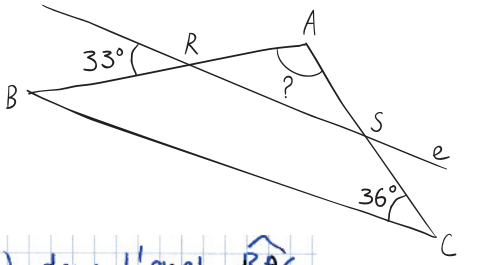
OE = OB

Quels sont les angles isométriques ?



ES13 Discussion autour d'un angle

Sachant que la droite *e* est parallèle à *BC*, calcule la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$. Justifie chacune de tes déductions.



Voici le devoir de trois élèves sur le problème ci-dessus. Qui a raison ?

Alex :

L'angle $\widehat{ABC}$ mesure 33° (alterne-interne), donc l'angle $\widehat{BAC}$ vaut 180 - 36 - 33 = 111°.

Bertrand :

L'angle $\widehat{ABC}$ mesure 36° parce que le triangle ABC est isocèle en A, donc l'angle en A mesure 108°, puisque 36 + 36 + 108 = 180.

Carlos :

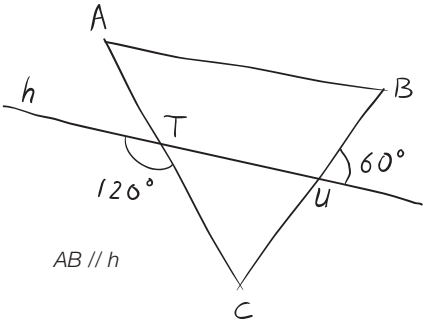
$\widehat{ARS}$ = 33° (opposé par le sommet)

$\widehat{RSA}$ = 36° (correspondant)

$\widehat{RAS}$ = 111° (180 - 36 - 33)

ES14 De quel type ?

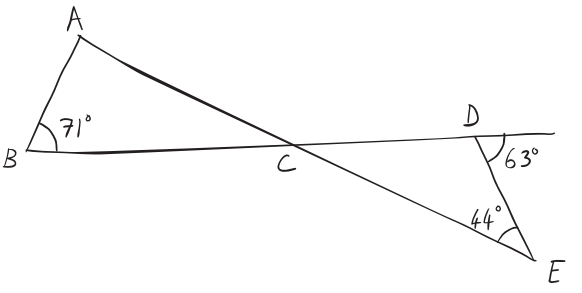
En utilisant les informations données sur le croquis, détermine le type du triangle *ABC*.



ES15 Perpendiculaire ou non ?

BD et *AE* se coupent en *C*.

AB est-il perpendiculaire à *AE* ?



ES18 Angles inscrits et angles au centre

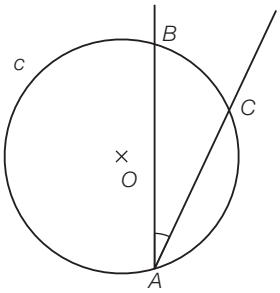
a) Dans les figures **1** et **2**, l'angle $\widehat{BAC}$ est un angle inscrit dans le cercle c.
Dans les autres figures, ce n'est pas le cas.

Quelles sont les caractéristiques d'un angle inscrit ?

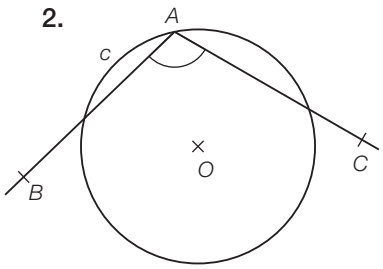
b) Dans la figure **3**, l'angle $\widehat{BAC}$ est un angle au centre, ce qui n'est pas le cas dans les autres figures.

Quelles sont les caractéristiques d'un angle au centre ?

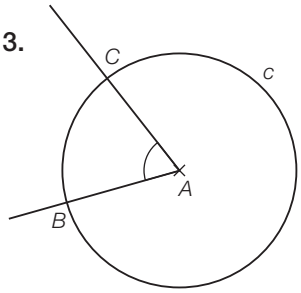
1.



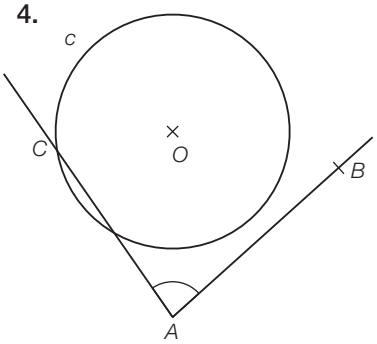
2.



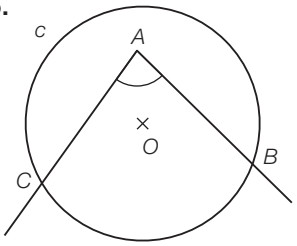
3.



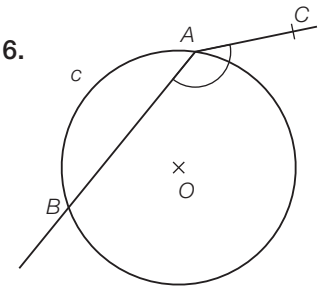
4.



5.



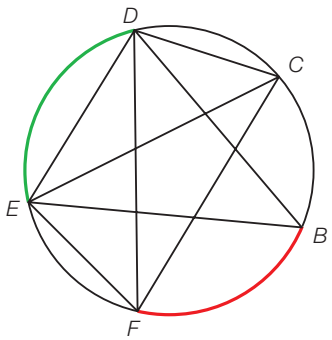
6.



c) Dans les figures **1**, **3** et **5**, l'angle $\widehat{BAC}$ intercepte l'arc $\overset{\frown}{BC}$.
Et dans la figure ci-contre, quels sont les angles inscrits qui interceptent :

– l'arc $\overset{\frown}{ED}$?

– l'arc $\overset{\frown}{BF}$?



ES19 Quel angle de vue ?

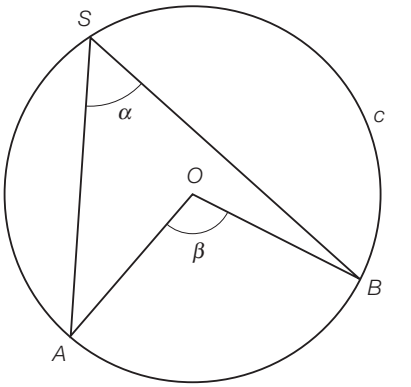
A, B et S sont trois points d'un cercle c de centre O.

Construis une telle figure dans ton cahier en modifiant plusieurs fois la position du sommet S.

Pour chaque nouvel emplacement de S, compare les mesures de l'angle inscrit α et de son angle au centre β.

a) Que constates-tu ?

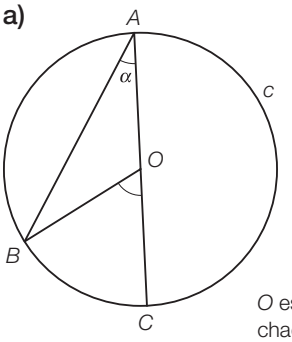
b) Quelle conjecture peux-tu faire sur la base de tes constatations ?



ES20 Théorème de l'angle inscrit

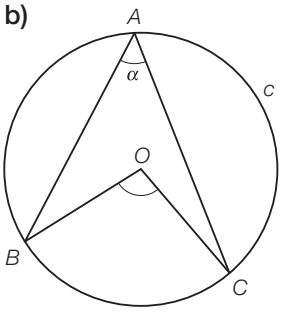
En observant ces figures, justifie pour chacune d'elles la propriété suivante : $\widehat{BOC} = 2\alpha$.

a)

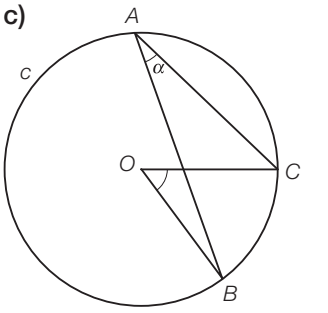


O est le centre de chaque cercle.

b)



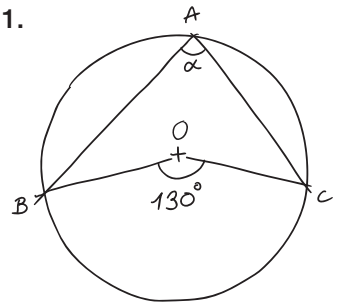
c)



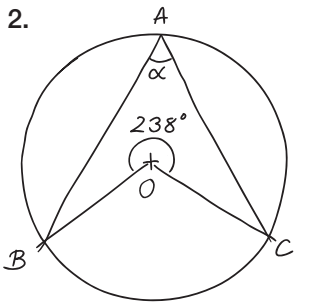
ES21 Cercles et angles

a) Pour chaque figure, les points A, B, C, et D pour la dernière, appartiennent au cercle de centre O. Calcule, dans chaque cas, la valeur de l'angle α.

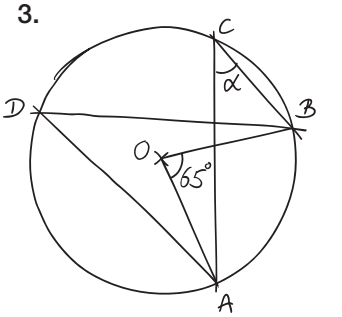
1.



2.



3.



b) Cite tous les angles inscrits isométriques de la figure de l'exercice ES18 c).

ES23 Isométriques ?

Dessine un quadrilatère $TUVW$ inscrit dans un cercle c.

Trace ses deux diagonales TV et UW.

Dans la figure ainsi formée, quelles sont les paires d'angles isométriques ?

ES24 Quadrilatère inscrit

Dessine un quadrilatère $ABCD$, inscrit dans un cercle c de centre O, tel que :

$\widehat{AOB} = 110°$, $\widehat{BOC} = 70°$ et $\widehat{COD} = 100°$.

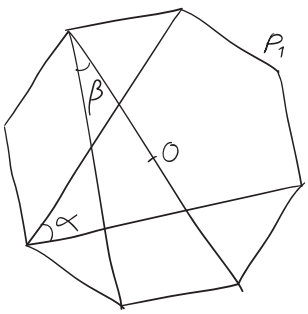
Calcule la valeur des angles du quadrilatère $ABCD$.

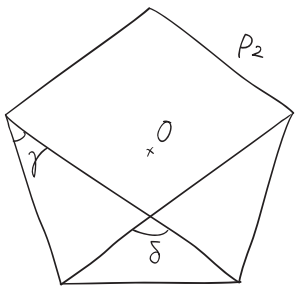
FICHIER **ES25**

ES26 Angles et polygones

Les deux polygones ci-dessous sont réguliers.

Calcule la mesure des quatre angles indiqués.





ES27 Où est-il ?

Trace un triangle isocèle OAB, tel que $OA = OB$.

Où placer un point S tel que l'angle $\widehat{ASB}$ mesure la moitié de l'angle $\widehat{AOB}$?

Tangente et cercle de Thalès

FICHIER **ES28**

ES29 Point de tangence

Trace un cercle c de 3,5 cm de rayon et de centre O.

Place un point T sur le cercle.

Construis la tangente au cercle c qui passe par T.

FICHIER **ES30**

ES31 Pas n'importe quel cercle

Trace un cercle c de centre O et de diamètre AB.

Place trois points P, Q et R sur ce cercle.

Mesure les angles $\widehat{APB}$, $\widehat{AQB}$ et $\widehat{ARB}$.

Quelle conjecture peux-tu faire ? Prouve-la.

ES32 J'affirme !

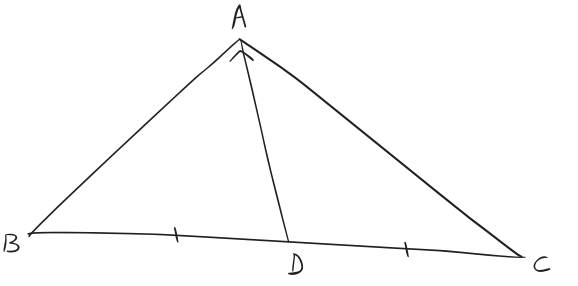
Que dire des affirmations suivantes ?

a) Le centre du cercle circonscrit d'un triangle rectangle se trouve toujours au milieu de l'hypoténuse.

b) Dans un triangle rectangle, la médiane issue du sommet de l'angle droit mesure la moitié de l'hypoténuse.

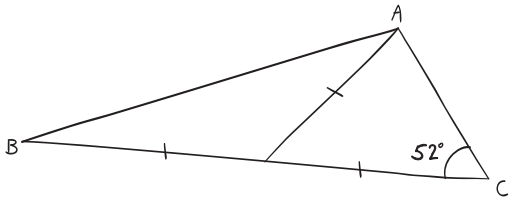
ES33 Le type d'*ABD*

De quel type est le triangle ABD ?



ES34 Le type d'*ABC*

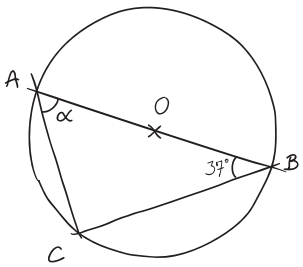
De quel type est le triangle *ABC* ?



ES35 Dans un cercle

A, *B* et *C* appartiennent au cercle de centre *O*.

Calcule la valeur de l'angle $\widehat{BAC}$.

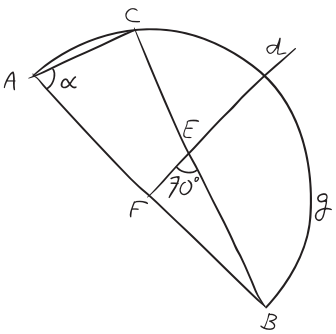


ES36 Dans un demi-cercle

g est un demi-cercle de diamètre *AB*, *C* est un point de ce demi-cercle.

La droite *d* est la médiatrice du segment *AB*.

Détermine la valeur de l'angle α.



FICHIER **ES37** et **ES38**

ES39 Quoi ?

On donne un triangle *QRS*, rectangle en *Q*, ainsi que sa hauteur *QO*.

Le cercle de Thalès du segment *QO* coupe *QR* en *U* et *QS* en *I*.

Que dire du quadrilatère *QUOI* ?

ES40 Surprise

Dessine deux cercles, de rayons différents, qui se coupent en *A* et *B*.

Trace leurs diamètres d'extrémité *A* dont les deux autres extrémités sont, respectivement, *P* et *Q*.

Observe les points *P*, *B* et *Q*.

Que constates-tu ?

ES41 Des tangentes

Trace un cercle *c* de 3,5 cm de rayon et de centre *O*.

Place un point *P*, tel que *PO* = 7,5 cm.

Construis les tangentes au cercle *c* qui passent par *P*.

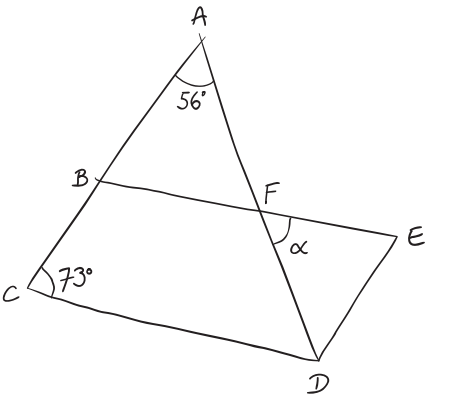
Encore quelques problèmes

FICHIER **ES42**

ES43 La preuve !

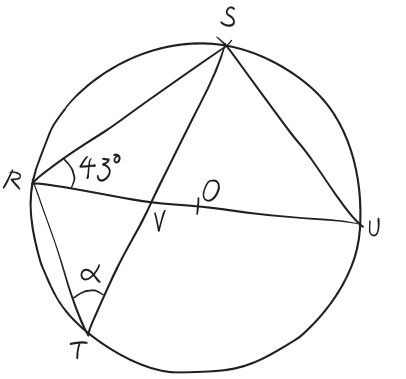
BCDE est un parallélogramme et *ACD* est un triangle.

Détermine la valeur de l'angle α.



ES44 Que vaut α ?

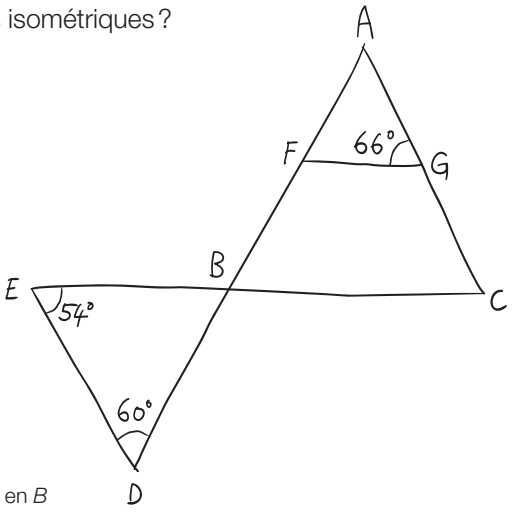
A l'aide des informations fournies, détermine la valeur de l'angle α.



O est le centre du cercle

ES45 *AB* = *AC* ?

Les segments *AB* et *AC* sont-ils isométriques ?



FG // *EC*

AD et *CE* se coupent en *B*

FICHIER **ES46**

ES47 Calculs de mesures

Trace un segment *XY* de 7,3 cm.

Construis la médiatrice *m* de *XY*.

Trace une demi-droite *Xn* qui fait un angle de 64° avec *XY*.

Construis la perpendiculaire *p* à la demi-droite *Xn*, qui passe par *X*.

Celle-ci coupe *m* en *O*.

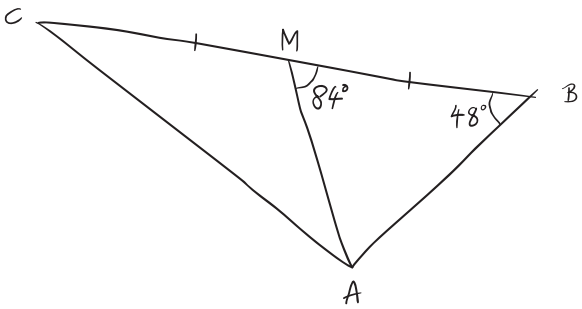
Trace le cercle *c*(*O* ; *OX*) qui coupe *m* en *K* et *L*.

Sur l'arc de cercle $\overset{\frown}{XKY}$, place deux points *R* et *S*.

Quelles sont les mesures des angles $\overset{\frown}{XRY}$ et $\overset{\frown}{XSY}$?

ES48 Quelconque ?

De quel type est le triangle *ABC* ?

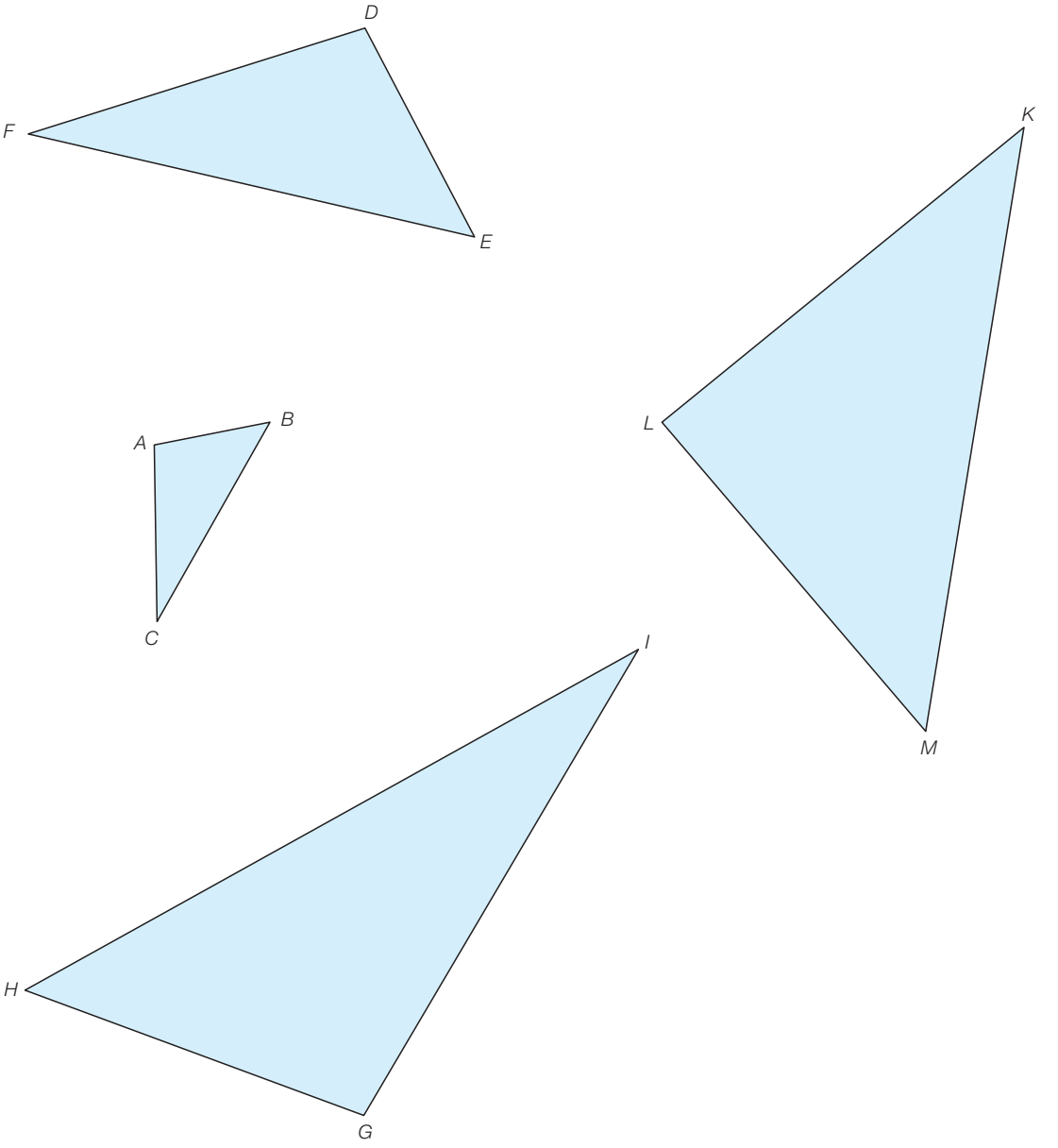


Triangles semblables

ES49 Semblables ou non ?

ABC, *DEF* et *GHI* sont des triangles semblables ; *KLM* n'est pas semblable aux autres triangles.

Comment reconnaître des triangles semblables ?



ES50 Toujours semblables ?

a) Construis un triangle dont les côtés mesurent 5 cm, 8 cm et 9 cm. Construis un agrandissement de ce triangle de telle façon que le côté de 8 cm mesure dorénavant 12 cm.

Mesure les angles de chaque triangle. Que constates-tu ?

b) Construis deux triangles ABC et $A'B'C'$, de grandeur différente, dont les angles mesurent :

$\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'} = 70°$, $\widehat{ACB} = \widehat{A'C'B'} = 50°$ et $\widehat{CBA} = \widehat{C'B'A'} = 60°$

Mesure les côtés de ces triangles, puis calcule les rapports suivants :

$\frac{AB}{BC}$; $\frac{AB}{AC}$; $\frac{BC}{AC}$; $\frac{A'B'}{B'C'}$; $\frac{A'B'}{A'C'}$; $\frac{B'C'}{A'C'}$

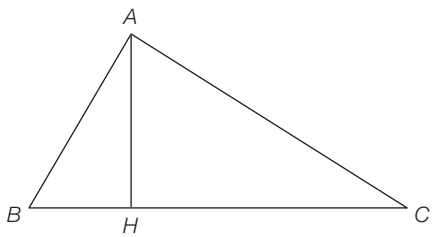
Que constates-tu ?

c) Fais de même pour les rapports : $\frac{AB}{A'B'}$; $\frac{BC}{B'C'}$; $\frac{AC}{A'C'}$

ES51 Trois triangles

Le triangle ABC est rectangle en A ; AH est une de ses hauteurs.

Quels sont les triangles semblables que tu peux trouver dans cette figure ?

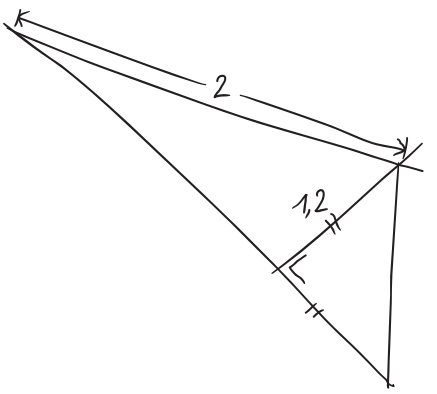


ES52 Tri

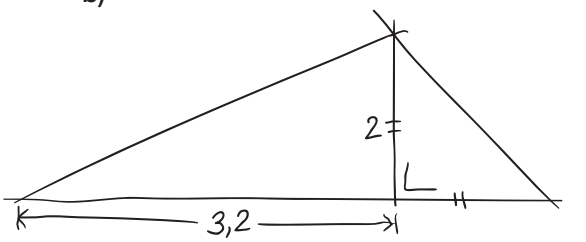
On considère des triangles dont on a tracé une des hauteurs.

Lesquels sont semblables ?

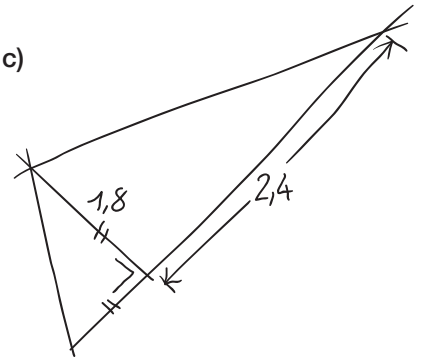
a)



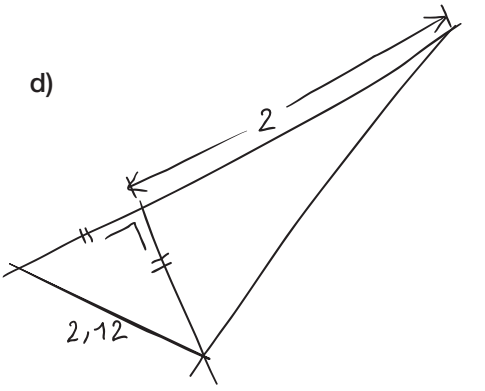
b)



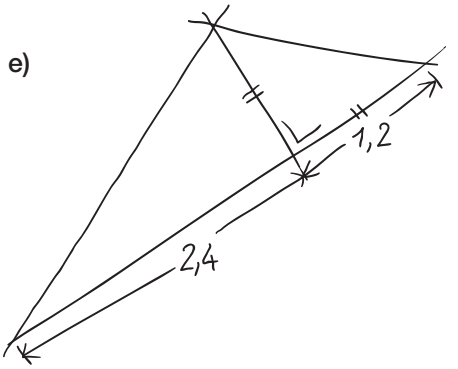
c)



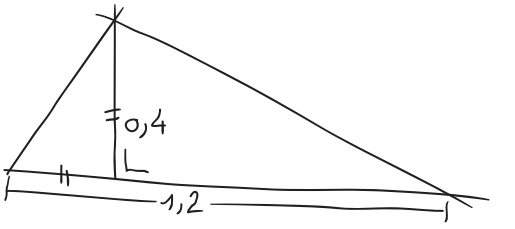
d)



e)



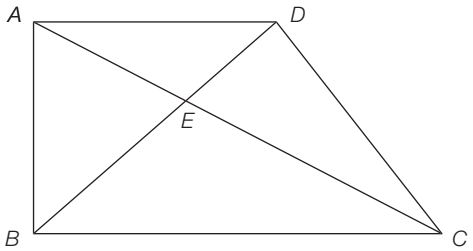
f)



ES53 Diagonales d'un trapèze

Les diagonales du trapèze rectangle *ABCD* se coupent en *E*.

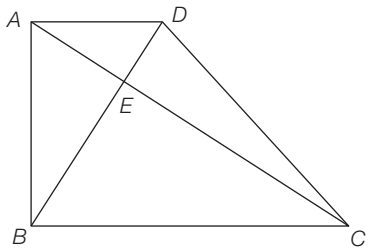
Quels sont les triangles semblables que tu peux trouver dans cette figure ?



ES54 Encore des diagonales

Les diagonales du trapèze rectangle *ABCD* se coupent perpendiculairement en *E*.

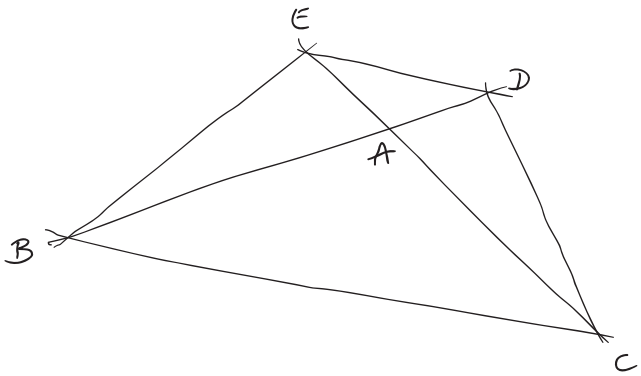
Quels sont les triangles semblables que tu peux trouver dans cette figure ?



ES55 Voilà la question !

Dans cette figure :

- l'angle $\widehat{BAC}$ est obtus ;
- $\widehat{BEC}$ et $\widehat{CDB}$ sont deux angles droits.



a) Les triangles *BAE* et *CAD* sont-ils semblables ?

b) Les triangles *ABC* et *ADE* sont-ils semblables ?

FICHIER **Faire le point p. 127**



Les « maisons dansantes » à Prague (République tchèque).

Né en 1929, Frank O. Gehry est un architecte canadien renommé ; il a dressé en 1996, au cœur de la ville de Prague, un couple de bâtiments aux formes et aux mouvements des plus originaux.

Associant cônes tronqués, cylindres et prismes droits, Gehry, en collaboration avec l'architecte tchèque d'origine croate Vlado Milunic, s'est inspiré des mouvements ondulants de la rivière Moldau, qui coule à proximité.

Cette construction, qui semble danser sous nos yeux, est surnommée également *Ginger & Fred* pour rendre hommage au mythique couple de danseurs du cinéma des années 1930 à 1950 : Fred Astaire et Ginger Rogers.



Fred Astaire et Ginger Rogers.

Représentations de solides

Apprentissages visés

- Reconnaissance, dénomination, description de solides selon leurs propriétés : cylindre, pyramide, cône et sphère
- Réalisation de développements et construction de solides : cylindre, pyramide
- Représentation de solides en perspective
- Utilisation de systèmes de repérage

Sommaire

- Pour réactiver certaines connaissances 192
- Encore quelques problèmes 192
- Pyramide, cylindre, cône, sphère et boule 194

FICHIER **Que sais-je ? p. 130**

Pour réactiver certaines connaissances

ES56 Esquisse et développement

Esquisse une vue en perspective et un développement d'un prisme droit dont la base est un trapèze isocèle.

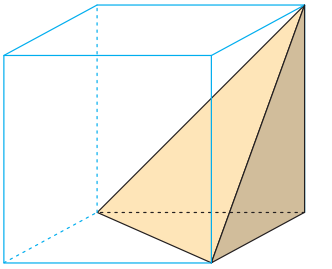
FICHIER **ES57 et ES58**

Encore quelques problèmes

ES59 Polyèdres inscrits

a) Représente quelques polyèdres convexes différents, dont les sommets sont des sommets du cube, comme cet exemple d'un tétraèdre.

b) Donne le nom de ceux que tu connais.



ES60 Tendres regards

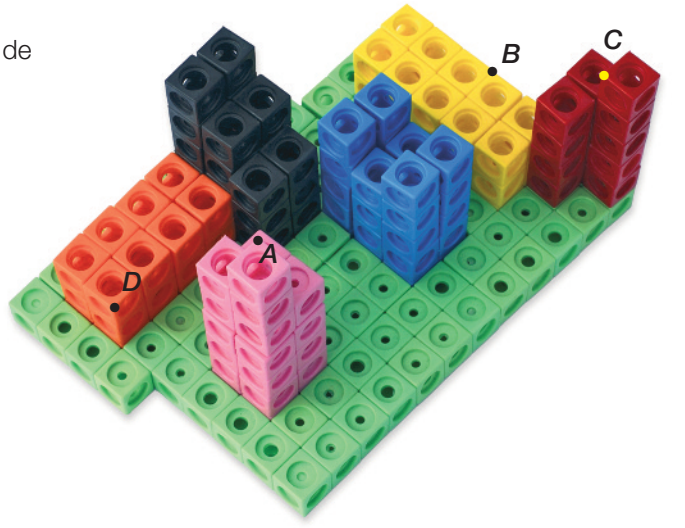
François est amoureux.

a) Ce soir, il a décidé de grimper sur le toit de son immeuble rose. Il se place en A, en espérant apercevoir Lucie, qui se trouve sur le toit de l'immeuble jaune, en B.

Son espoir est-il vain ?

b) La journée, François se languit au bureau (point D), dans la construction orange, alors que Lucie travaille au dernier étage de la tour bordeaux (point C).

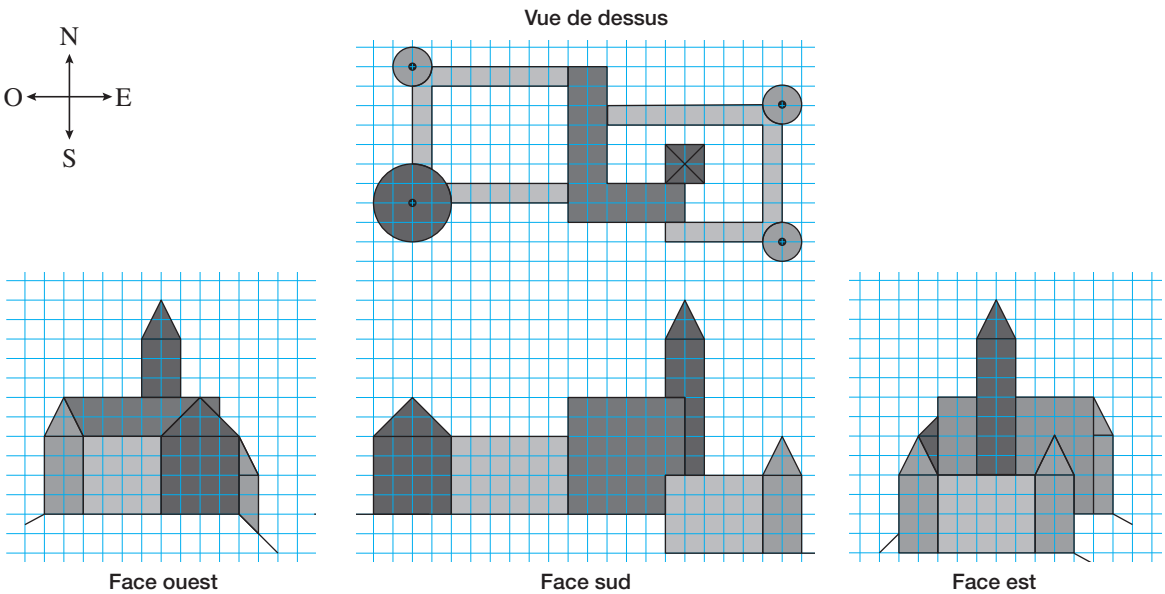
Pourrait-il tendre un fil, pour installer un petit téléphérique entre leurs deux bureaux, sans toucher l'immeuble bleu, afin de lui envoyer des billets doux ?



ES61 Haut-Koenigsbourg

A partir de photos du château du Haut-Koenigsbourg, Maxime réalise quatre dessins : face ouest, face sud et face est du château ainsi que la vue de dessus.

Réalise sur papier quadrillé le dessin de la face nord du château du Haut-Koenigsbourg.



Tiré de Mathématiques sans frontières, *2012.*



Le Haut-Koenigsbourg est un château médiéval qui se situe en Alsace, dans le département du Bas-Rhin. C'est l'un des sites touristiques les plus visités en France, avec près de 550 000 visiteurs par année.

En 1936, le château fut l'un des lieux de tournage du film *La Grande Illusion* de Jean Renoir.

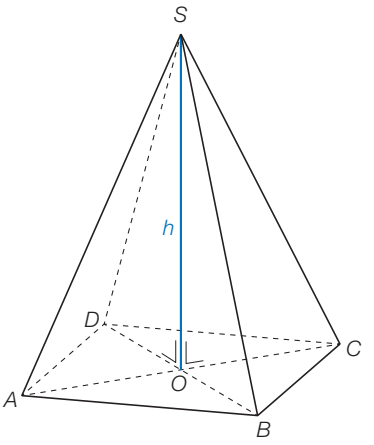
Pyramide, cylindre, cône, sphère et boule

ES64 Régulières ou non ?

Les pyramides **1** et **2** sont régulières, alors que la **3** et la **4** ne le sont pas.
Le segment *h* représente la hauteur de chaque pyramide.

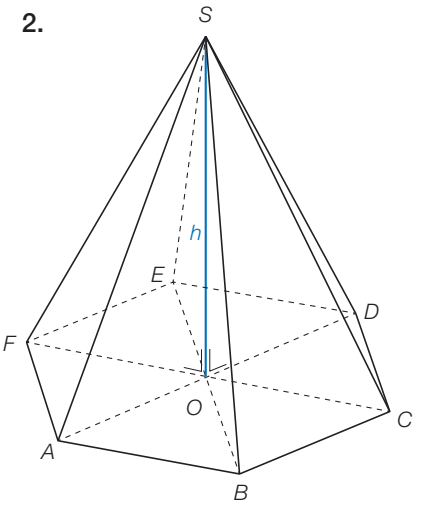
Comment reconnaître une pyramide régulière d'une pyramide non régulière ?

1.



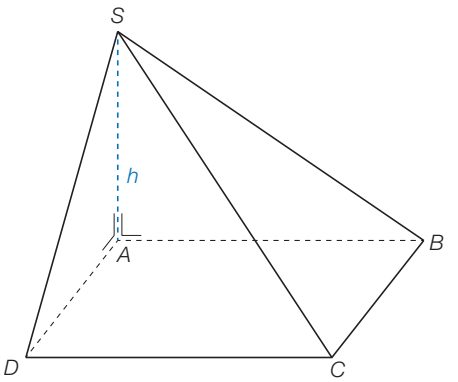
ABCD est un carré

2.



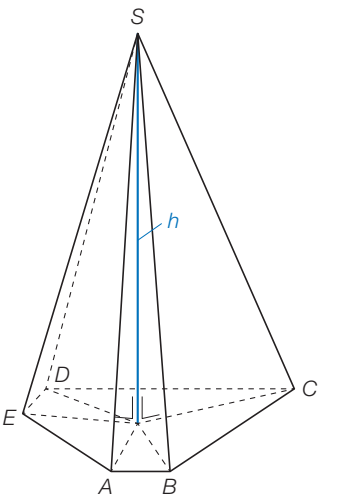
ABCDEF est un hexagone régulier

3.



ABCD est un carré

4.



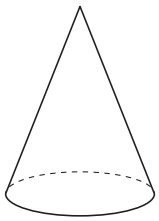
ABCDE est un pentagone non régulier

ES65 Pyramides et autres solides

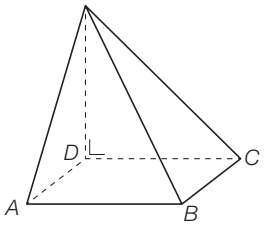
Parmi les figures suivantes, lesquelles représentent des pyramides ?

Précise chaque fois si elles sont régulières ou non.

a)

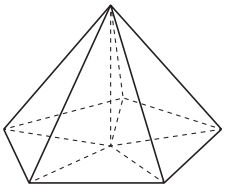


b)

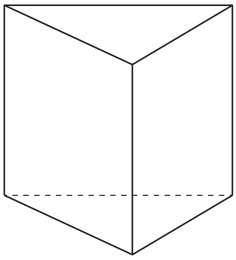


ABCD est un carré

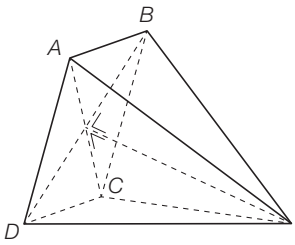
c)



d)

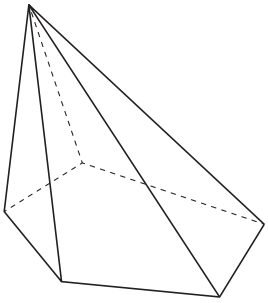


e)

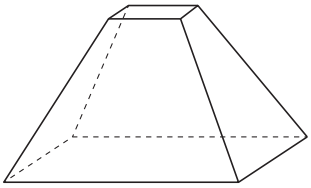


ABCD est un carré

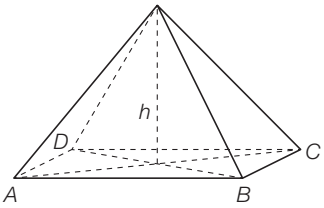
f)



g)

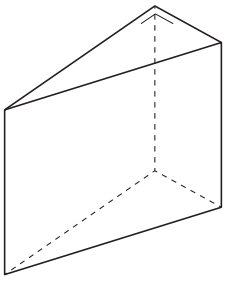


h)

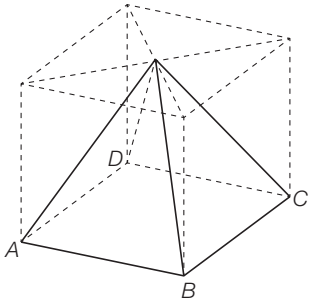


ABCD est un rectangle

i)

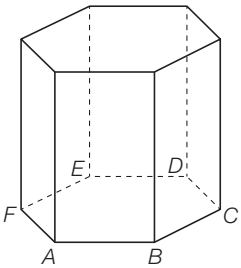


j)



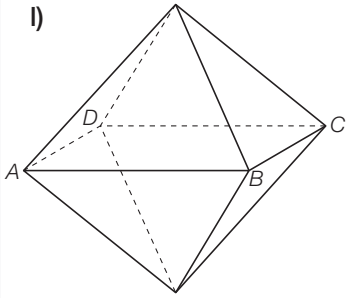
ABCD est un carré

k)



ABCDEF est un hexagone régulier

l)



ABCD est un carré

ES66 A main levée

Trace à main levée et en perspective :

a) une pyramide régulière à base carrée ;

b) une pyramide non régulière à base carrée ;

c) une pyramide non régulière dont la base n'est pas un carré ;

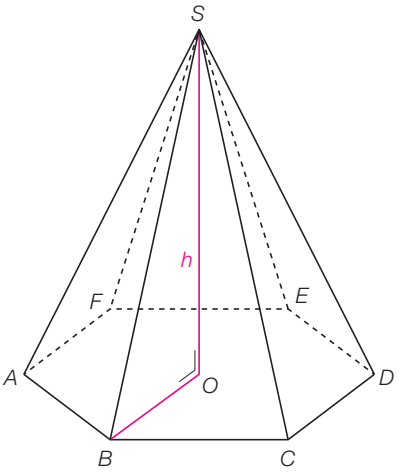
d) une pyramide régulière dont la base n'est pas un carré.

ES67 Tétraèdre développé

Construis deux développements non superposables du même tétraèdre dont la base est un triangle équilatéral de 4 cm de côté ; les autres faces sont des triangles isocèles dont les côtés isométriques mesurent 5 cm.

ES68 A base hexagonale

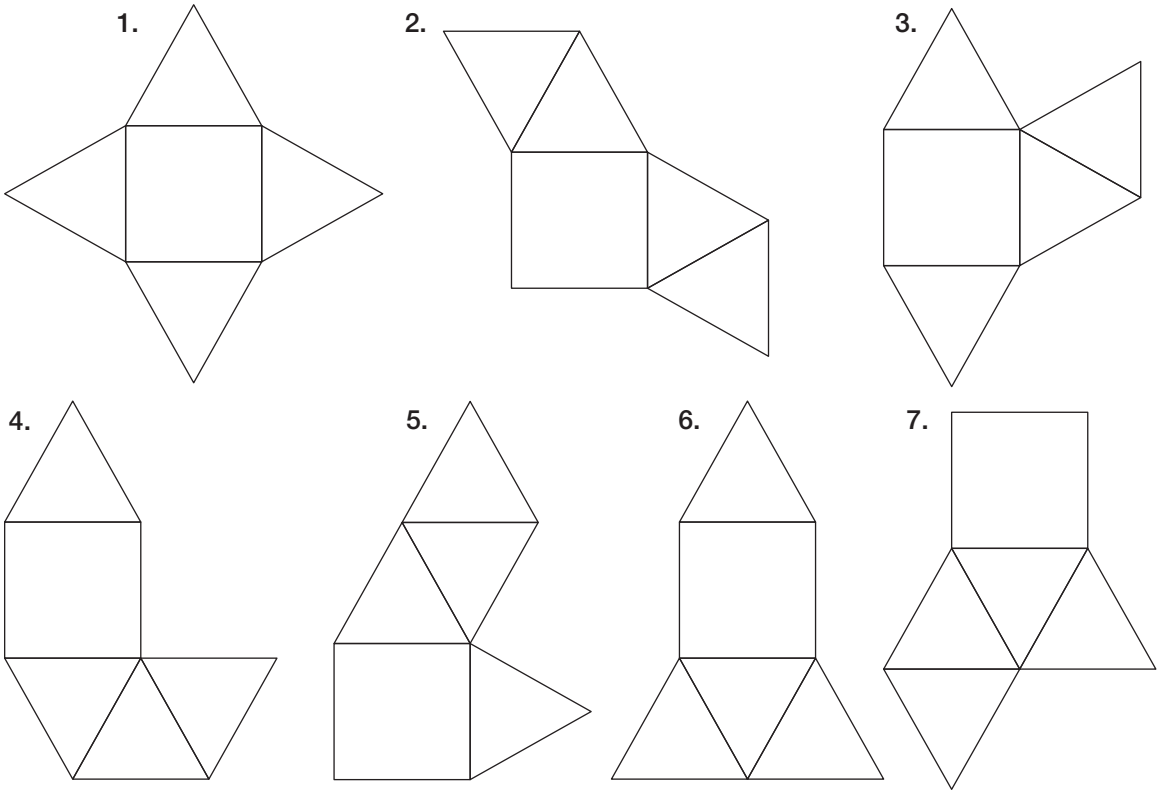
Construis un développement de la pyramide régulière ci-dessous.



$OB = 3$ cm
$OS = 4$ cm

ES69 Jules ou Cléopâtre ?

Jules pense avoir dessiné tous les développements possibles d'une pyramide régulière à base carrée :



Cléopâtre prétend qu'il en a oublié et que, de plus, il a commis plusieurs erreurs.

Et toi, qu'en penses-tu ?



Cléopâtre et César *par Jean-Léon Gérôme, 1866.*

Cléopâtre et Jules César sont un couple mythique qui a inspiré de nombreux films, romans, pièces de théâtre et un des premiers opéras, en 1723 : *Giulio Cesare* de Georg Friedrich Haendel.

En 47 av. J.-C., l'empereur romain Jules César (100-44 av. J.-C.) arrive à Alexandrie, en Egypte. Le roi pharaon Ptolémée XIII lui offre, en guise de cadeau de bienvenue, la tête de Pompée, grand général romain, mais ennemi de Jules César. Loin d'être flatté par ce présent, César estime le temps venu de soumettre l'Egypte et de combattre ce pharaon.

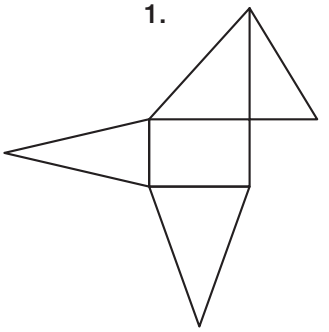
Sœur et épouse de Ptolémée XIII, Cléopâtre VII (69-30 av. J.-C.) séduit César et s'allie à ce dernier pour se débarrasser de son frère. Ensemble, Cléopâtre et César parviennent à vaincre Ptolémée XIII et les derniers partisans de Pompée ; Alexandrie est alors rattaché à l'Empire romain. Le couple aura un fils, Césarion, appelé lui aussi a un grand destin historique.

« Le nez de Cléopâtre : s'il eût été plus court, toute la face de la terre aurait changé. » Par cette pensée, Blaise Pascal soulignait le caractère charmeur et séducteur de la reine égyptienne qui, après que César fut assassiné, s'unit à son successeur, Marc Antoine (83-30 av. J.-C.).

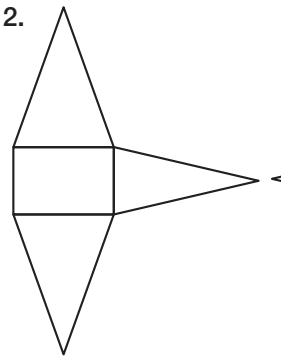
ES70 Développements de pyramides ?

a) Cinq élèves ont dessiné le développement d'une même pyramide. Quels sont les développements corrects ?

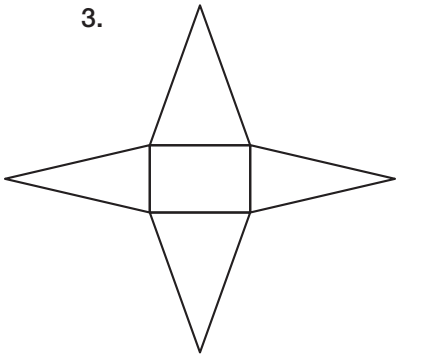
1.



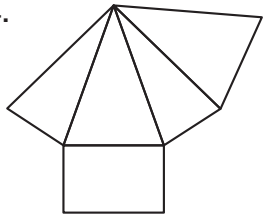
2.



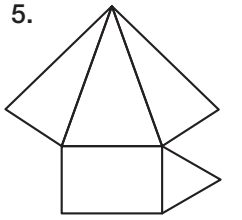
3.



4.

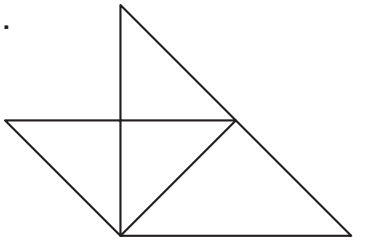


5.

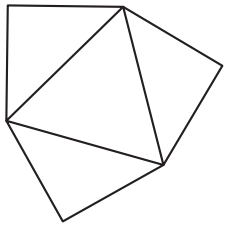


b) Et pour cette pyramide régulière ?

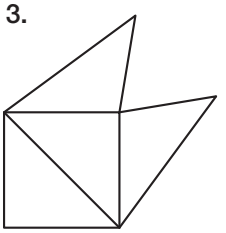
1.



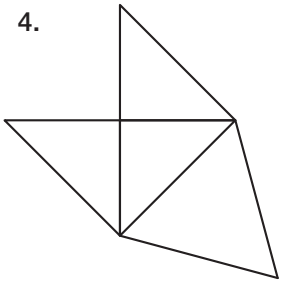
2.



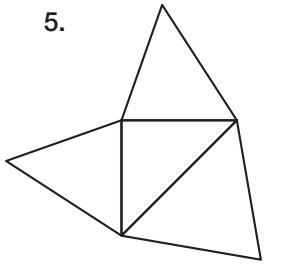
3.



4.



5.



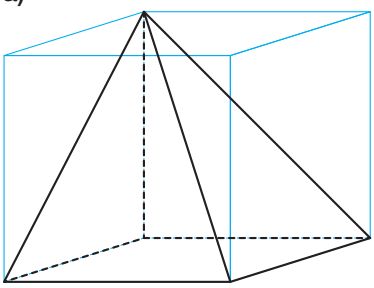
ES71 Pyramides en cube

Dessine un développement de chacune des pyramides suivantes.

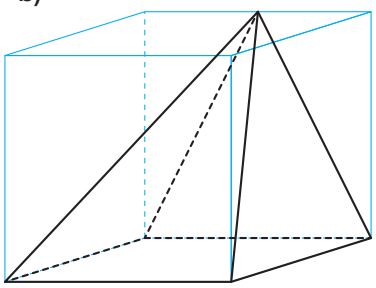
Chacune est située à l'intérieur d'un cube de 5 cm d'arête.

Les sommets des pyramides sont situés soit sur l'un des sommets du cube, soit au milieu d'une de ses arêtes, soit au centre d'une de ses faces.

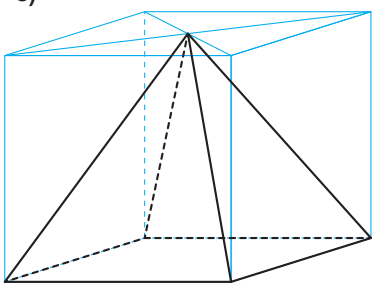
a)



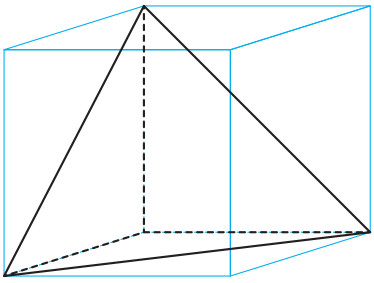
b)



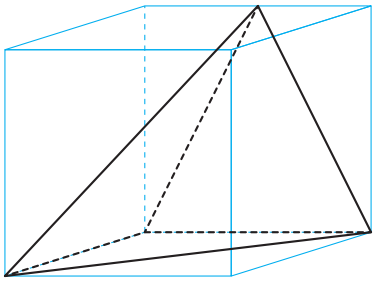
c)



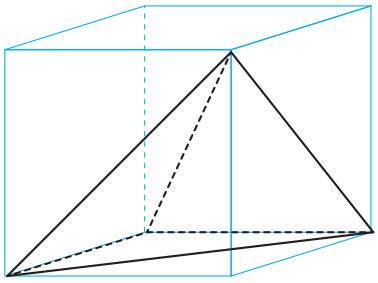
d)



e)



f)



ES72 Cylindre en représentations

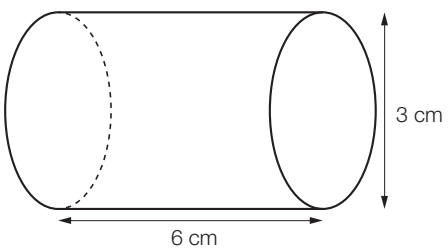
a) Esquisse un cylindre vu en perspective, puis son développement. Sur ce dernier, colorie de la même couleur les lignes qui devraient avoir les mêmes longueurs.

b) Sur une feuille, construis précisément le développement d'un cylindre dont le rayon mesure 2 cm et la hauteur 5 cm.

c) Découpe ton développement et fabrique le cylindre afin de vérifier que ton travail est correct.

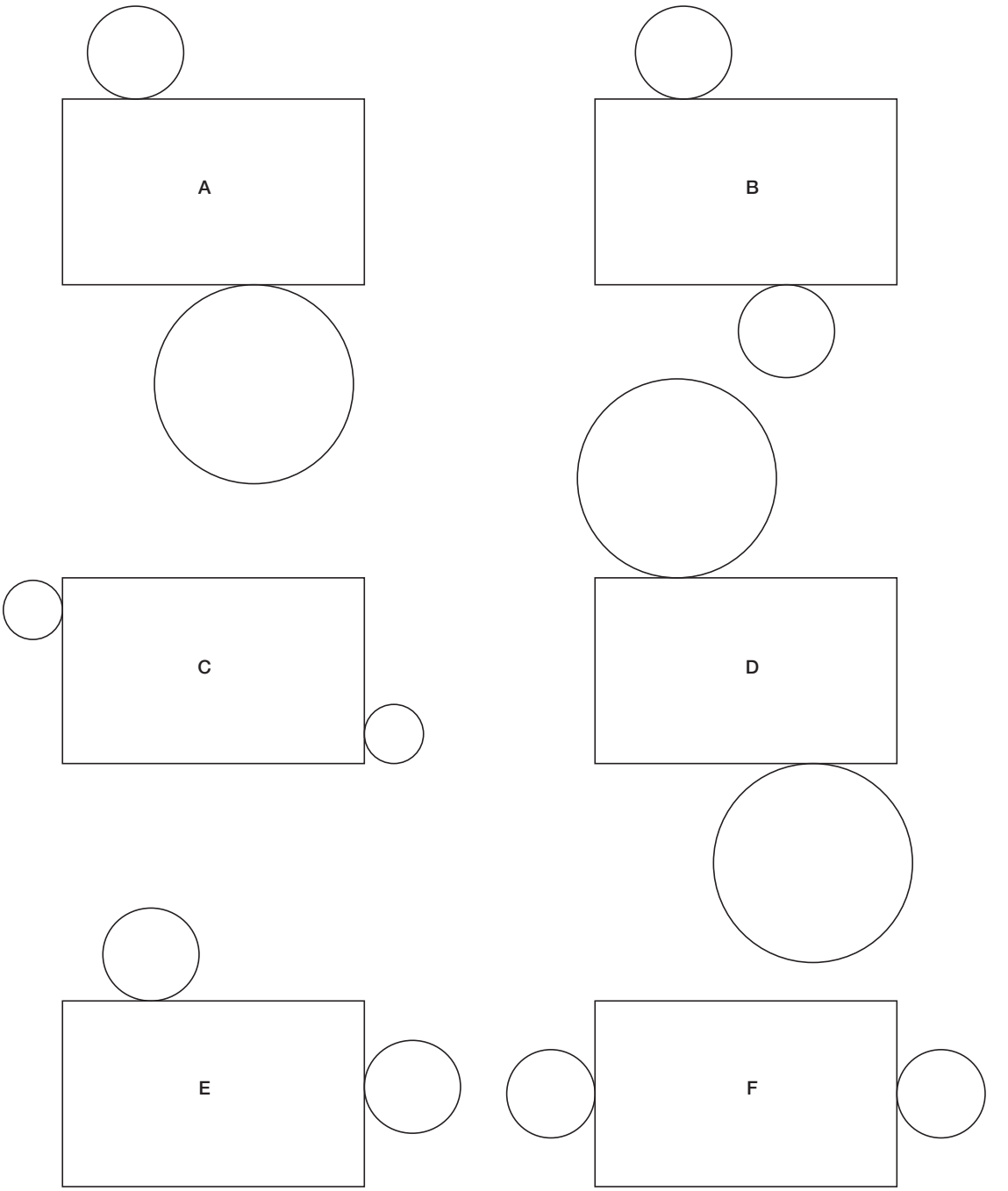
ES73 On développe

Construis le développement de ce cylindre.



ES74 Développements de cylindres ?

Peut-il s'agir de développements de cylindres ?



ES75 Du plan à l'espace

a) Représente l'ensemble des points situés à 3 cm d'un point *O* dans le plan (sur une feuille).

Comment nomme-t-on cette figure ?

b) Sur ta figure, colorie l'ensemble des points dont la distance au point *O* est plus petite ou égale à 3 cm.

Comment nomme-t-on cette figure ?

c) Comment nomme-t-on l'ensemble des points situés à 3 cm d'un point *O*, mais dans l'espace cette fois ?

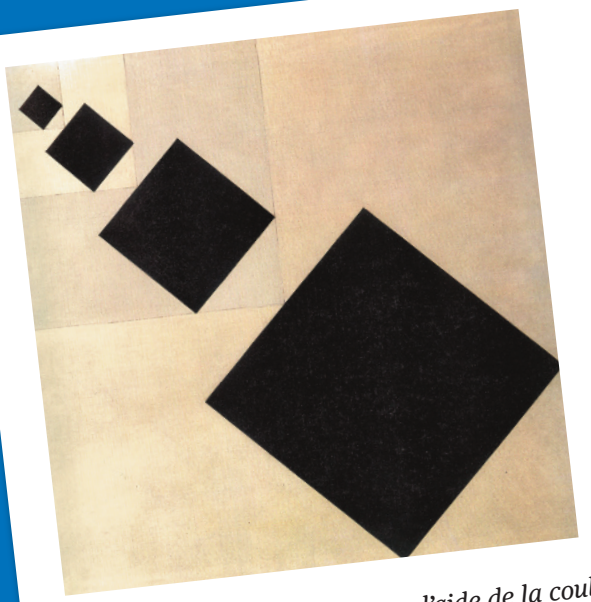
d) Comment nomme-t-on l'ensemble des points dont la distance au point *O* est plus petite ou égale à 3 cm, dans l'espace ?

ES76 Tu me fais tourner la tête

a) Qu'obtiens-tu si tu fais tourner un cercle autour d'un axe confondu avec un de ses diamètres ?

b) Qu'obtiens-tu si tu fais tourner un disque autour d'un axe confondu avec un de ses diamètres ?

FICHIER Faire le point p. 137



Theo Van Doesburg : Arithmetic Composition (1930)

« L'art concret prend forme avec l'aide de la couleur, de l'espace, de la lumière, du mouvement. »

Van Doesburg (1883-1931) – peintre, architecte, poète et théoricien de l'art néerlandais – a proposé, avec d'autres artistes du début du XX^e siècle, une nouvelle approche de l'art pictural expliquée dans leur *Manifeste des bases de la peinture concrète* (1930) : *« Le tableau doit être entièrement construit avec des éléments purement plastiques, c'est-à-dire plans et couleurs. Un élément pictural n'a pas d'autre signification que 'lui-même', en conséquence le tableau n'a pas d'autre signification que 'lui-même'. »*

Par les isométries – translations, rotations, symétries axiales ou centrales – ou, comme dans le tableau ci-dessus, les homothéties, Van Doesburg offre aux figures géométriques les plus simples un mouvement inédit.

A la suite de ce manifeste, d'autres artistes, comme le Suisse Max Bill (1908-1994), reprirent à leur compte ses idées et les développèrent de multiples façons. Par exemple, l'artiste helvétique publia en 1949 un ouvrage intitulé *La Pensée mathématique dans l'art de notre temps.*

Transformations géométriques

Apprentissages visés

- Reconnaissance et dénomination d'isométries, d'homothéties et de similitudes ; description et identification de leurs caractéristiques
- Anticipation de la position d'une figure après une ou plusieurs isométries
- Construction de l'image d'une figure plane par une homothétie, une similitude
- Réalisation de frises ou de pavages à l'aide d'isométries
- Utilisation de systèmes de repérage

Sommaire

- Pour réactiver certaines connaissances 204
- Homothéties 204
- Encore quelques problèmes 206

FICHIER Que sais-je ? p. 139

Pour réactiver certaines connaissances

ES77 Faux ou vrai ?

Faux ou vrai ? Corrige si c'est faux.

a) Toutes les isométries conservent les longueurs, la mesure des angles et le parallélisme.

b) La translation ne conserve ni le sens des vecteurs, ni les directions, ni l'orientation.

c) La symétrie axiale conserve l'orientation et les directions, mais inverse le sens des vecteurs.

d) La rotation ne conserve pas les directions, mais conserve le sens des vecteurs.

e) La symétrie centrale correspond à une rotation de ±180° de même centre.
Elle conserve les directions, mais pas le sens des vecteurs.

FICHIER ES78 à ES80

Homothéties

FICHIER ES81 à ES83

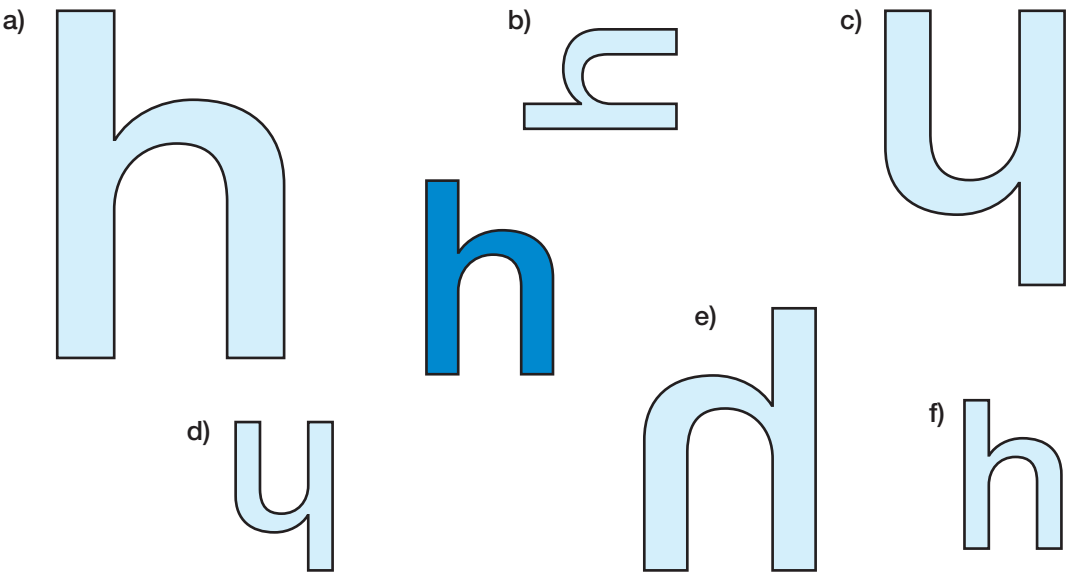
ES84 Y a-t-il un rapport ?

Indique par quelle transformation on peut obtenir les figures **a)** à **f)** à partir de la figure foncée.

H+ homothétie de rapport positif

H– homothétie de rapport négatif

I impossible à l'aide d'une seule homothétie



ES85 Le K

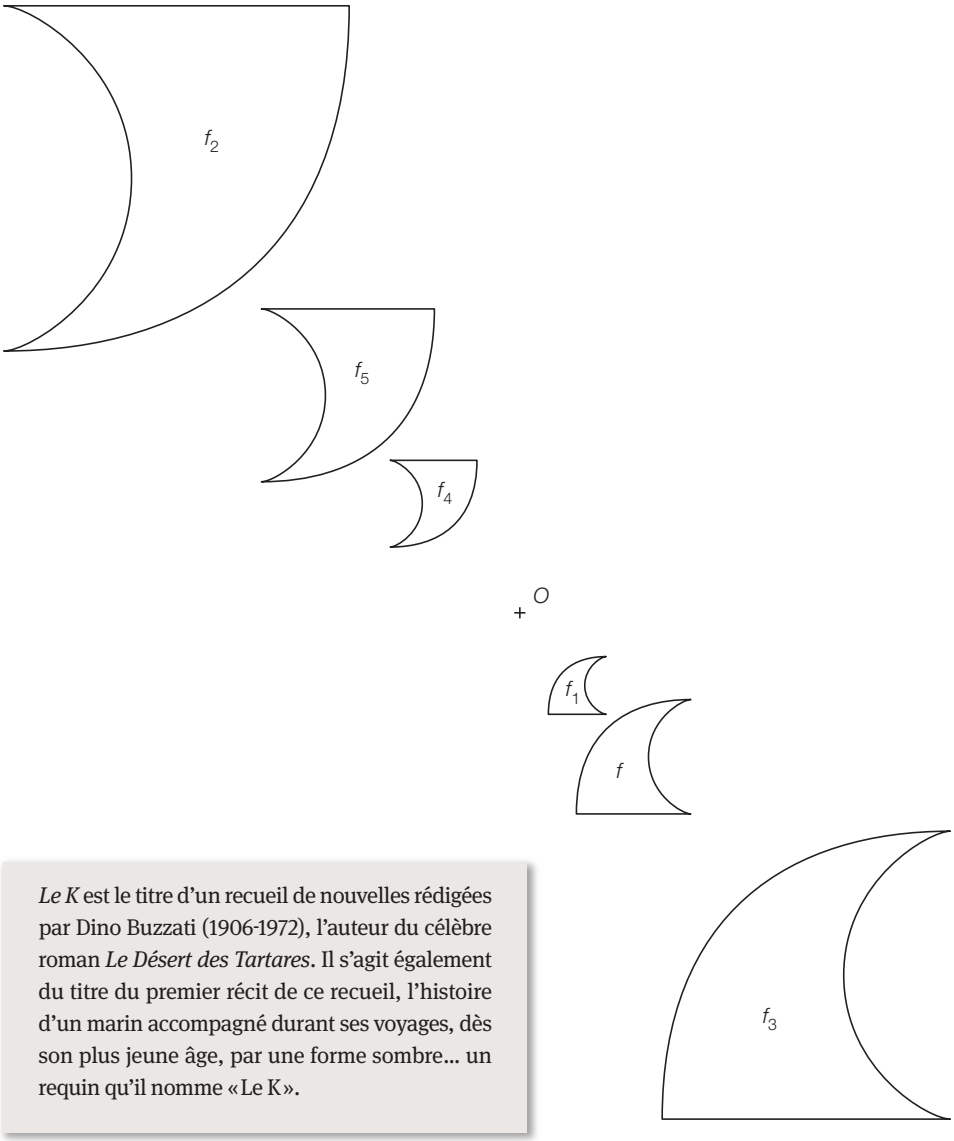
Les figures ci-dessous sont les images de f par des homothéties de centre O.
Pour quelle(s) figure(s) le rapport d'homothétie k est-il :

a) plus grand que 1 ?

b) compris entre 0 et 1 ?

c) compris entre –1 et 0 ?

d) plus petit que –1 ?



Le K est le titre d'un recueil de nouvelles rédigées par Dino Buzzati (1906-1972), l'auteur du célèbre roman *Le Désert des Tartares*. Il s'agit également du titre du premier récit de ce recueil, l'histoire d'un marin accompagné durant ses voyages, dès son plus jeune âge, par une forme sombre... un requin qu'il nomme « Le K ».

Encore quelques problèmes

ES90 Qu'a-t-il trouvé ?

Jacques a construit un rectangle $ABCD$, puis :

– le point A', symétrique de A par rapport à B ;

– le point B', symétrique de B par rapport à C ;

– le point C', symétrique de C par rapport à D ;

– le point D', symétrique de D par rapport à A.

Il compare alors les aires des quadrilatères $ABCD$ et $A'B'C'D'$ et s'étonne du résultat.

Pourquoi ?

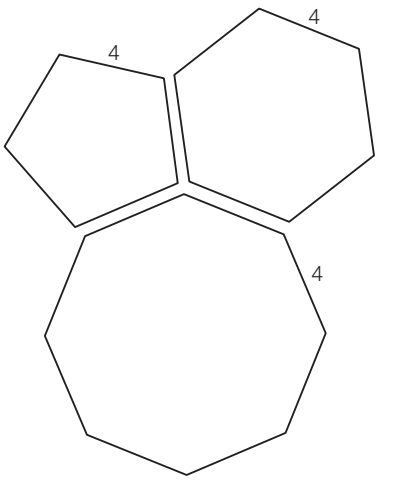
FICHIER **ES91** et **ES92**

ES93 Avec des polygones réguliers

Un carreleur dispose de polygones réguliers de 4 cm de côté : des triangles équilatéraux, des carrés, des pentagones, etc.

Arrivera-t-il à réaliser cet assemblage ?

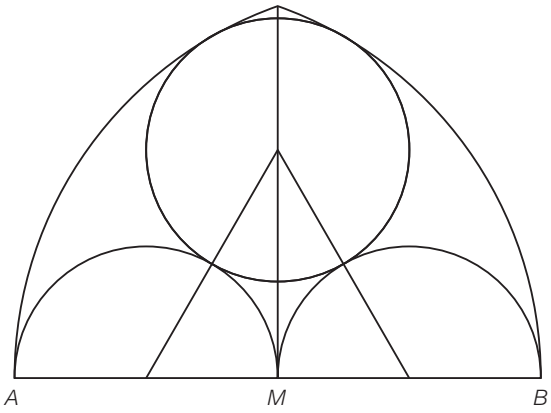
Quels motifs de pavage peut-il proposer à ses clients ?



ES94 Vitrail

a) Reproduis cette figure avec $AB = 8$ cm.

b) Effectue $\mathcal{H}(M\ ;\ 1{,}5)$ et $\mathcal{H}(M\ ;\ -1{,}5)$ à partir de la figure reproduite.





Encore aujourd'hui, les vitraux sont un élément très apprécié de décoration des maisons, des églises et des espaces extérieurs.

La technique du vitrail est très ancienne et n'a guère varié depuis le Moyen-Age, époque où l'on commença à utiliser de petites baguettes de plomb pour y insérer des morceaux de verre, en lieu et place des cadres de bois.

Depuis le XVI^{e} siècle, elle a connu plusieurs innovations techniques. Pour la coupe du verre, le diamant a remplacé la tige chauffée au rouge, de même le plomb est devenu plus fin. Au fil des siècles, les procédés de coloration du verre se sont développés et enrichis, permettant d'augmenter la palette de teintes possibles.

L'amitié, *vitrail sur le* Chemin de Farinet, *Saillon (VS). Robert Héritier pour le graphisme et Théo Imboden pour le travail du verre. Une réalisation des « Amis de Farinet ».*

FICHIER ES95 à ES99

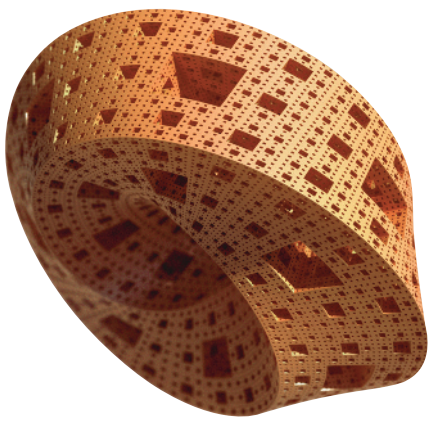
FICHIER Faire le point p. 158



La ville de Hongkong, la nuit.

A chaque fois que nous ouvrons nos paupières, les organes de la vue et notre cerveau produisent un extraordinaire travail pour nous permettre d'observer et d'apprécier l'espace qui nous environne.

Percevoir le monde en trois dimensions nous est habituel ; pourtant, à chacun de nos regards, nos deux yeux, de par leur position, voient deux images différentes que les nerfs optiques conduisent simultanément au cerveau. C'est bien là, dans une zone nommée *cortex visuel*, que la reconstruction en trois dimensions du sujet observé se produit, nous permettant ainsi de distinguer le relief.



Le ruban de Moebius de Matthieu Deltour.

Les objets de l'espace reproduits en deux dimensions sur les photos, dessins, gravures, etc., ne sont pas toujours faciles à se représenter.

D'un cube esquissé en perspective à l'élégant et fractal ruban de Moebius ci-contre, chacun de nos deux yeux perçoit individuellement les rayons de lumière émis par l'image ; instantanément, notre cerveau associe et traduit ces informations pour nous offrir une vision en relief.

Espace… et problèmes



Un graffiti en trompe-l'œil dans les rues de Londres.

Les artistes des temps plus anciens comme ceux des rues d'aujourd'hui profitent du travail d'interprétation de notre cerveau lorsque nous regardons le monde alentour. Habitué à reconstruire le relief, le cerveau peut se laisser abuser en imaginant une troisième dimension là où il n'y a qu'un plan.

Nombre d'artistes ont ainsi joué sur les illusions d'optique qui nous font percevoir des espaces, des reliefs et des profondeurs, là où il n'y a que des surfaces planes.

Sur le grand écran plat du cinéma sont projetées, une à une et à grande vitesse, les images des films ; vingt-quatre images successives par seconde sont ainsi diffusées, dont nos yeux captent lumière et couleurs et que notre cerveau associe en continu.

Pour obtenir des films que notre cerveau va interpréter comme étant en 3D, deux images différentes sont diffusées en même temps pour reproduire la situation habituelle de notre vision nommée *binoculaire*. Les lunettes utilisées permettent de tromper notre cerveau en réunissant ces deux images planes et les lui font interpréter en une seule vue en relief.

Ce système n'est pas nouveau puisque les inventeurs du cinématographe, les frères Lumière, l'avaient déjà expérimenté dans les années 1900. Dans les années 1930, puis dans les années 1950, le cinéma en relief a connu divers développements, avant que la grande mode actuelle du cinéma 3D envahisse les salles.



Première séance publique d'un film long-métrage couleurs en 3D (Hollywood, Californie, 26.11.1952).

Le dernier principe de projection inventé n'a plus besoin de deux projecteurs différents ; il permet de diffuser très rapidement un seul flux de 144 images par seconde et alterne image gauche et image droite, abusant ainsi notre cerveau et nous offrant l'illusion de la troisième dimension.

FICHIER ES100 à ES102

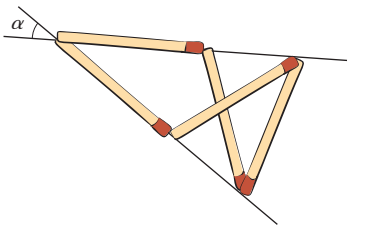
ES103 Etre à la même distance

Construis l'ensemble des points qui sont à la même distance d'une droite *d* fixe et d'un point *P* fixe, hors de cette droite.

ES104 Les allumettes

On a disposé cinq allumettes de longueurs égales, comme sur cette figure.

Que vaut l'angle α ?

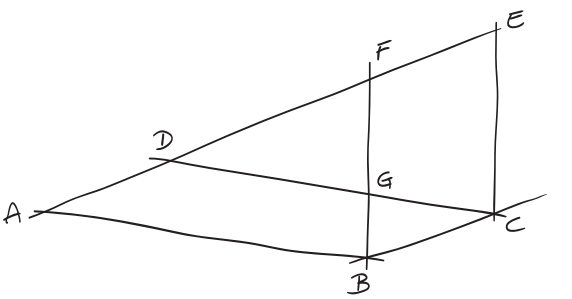


ES105 Lesquels ?

ABCD et *BCEF* sont des parallélogrammes.

A, *D*, *F* et *E* sont alignés.

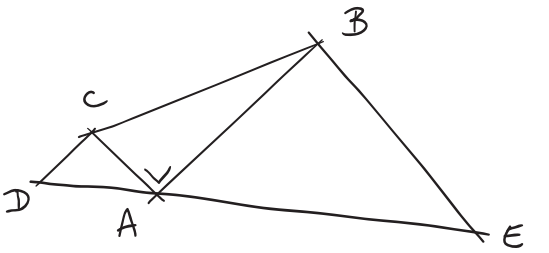
Quels sont les polygones qui ont la même aire ?



ES106 Alignés ?

Les triangles *ABE* et *ACD* sont isocèles : *BA* = *BE* et *CA* = *CD*.

Cette information permet-elle d'affirmer que les points *D*, *A* et *E* sont alignés ?

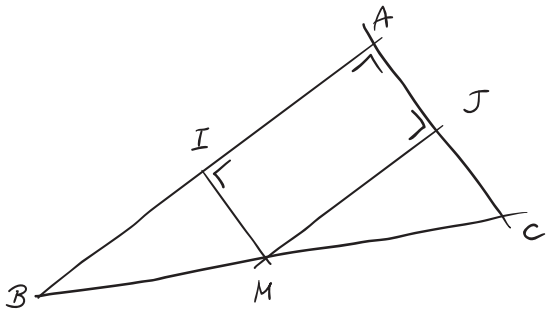


ES107 Mini

Le triangle ABC est rectangle en A.

On projette orthogonalement un point M du segment BC sur les côtés AB et AC, respectivement en I et J.

Où faut-il placer M pour que la longueur du segment IJ soit minimale ?



ES108 En quatre parties

Le maître : « Comment partager un parallélogramme en quatre parties de même aire ? »

Un élève : « Facile, Monsieur, il suffit de tracer les diagonales de ce parallélogramme, et on a ainsi quatre parties de même aire. »

Est-ce vrai ?

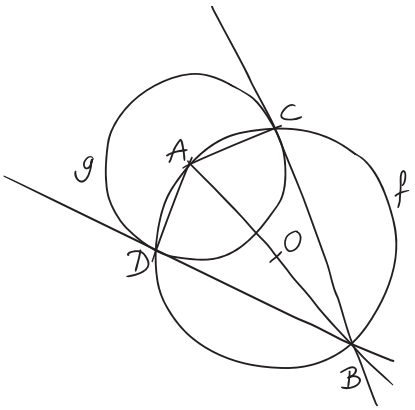
FICHIER **ES109**

ES110 Droites et cercles

Dans cette figure :

- AB est un diamètre du cercle f de centre O ;
- A est le centre du cercle g ;
- D et C sont les intersections des deux cercles f et g.

Que dire des segments BD et BC ?



FICHIER **ES111**

ES112 Quel solide ?

A chaque sommet d'un cube de 6 cm d'arête, tu enlèves une pyramide à base triangulaire dont les sommets d'une des bases sont les milieux de trois arêtes concourantes du cube.

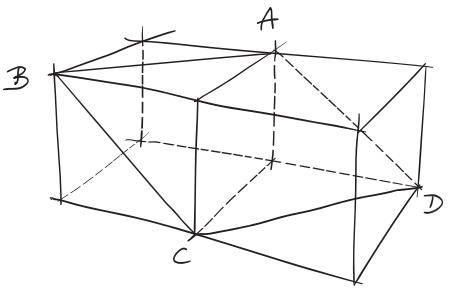
Représente le solide ainsi obtenu en perspective.

FICHIER **ES113 à ES116**

ES117 Ouvrir l'œil, et le bon...

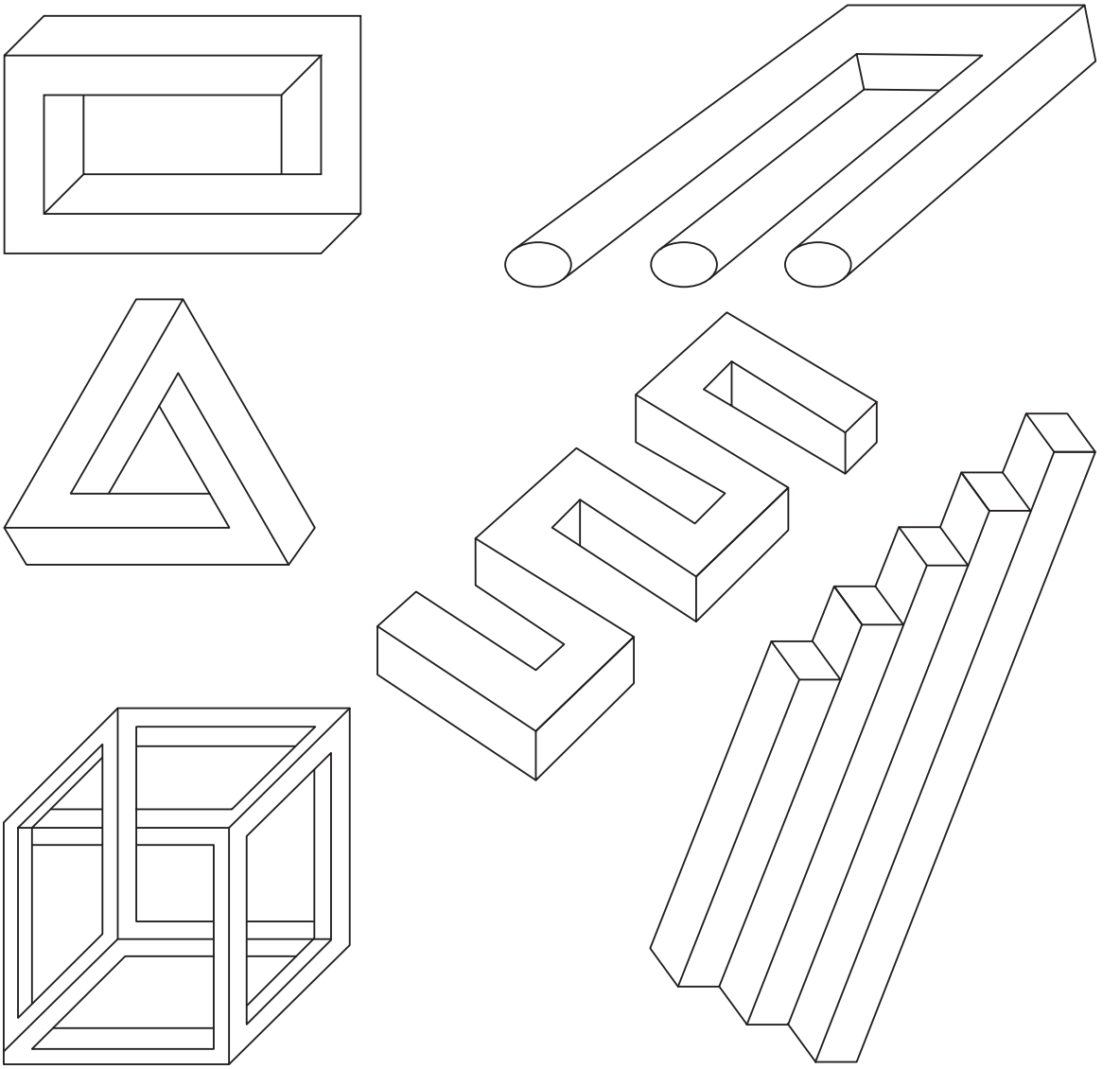
Les points A, B, C et D sont des sommets de deux cubes isométriques, mis côte à côte.

Que dire du quadrilatère $ABCD$?



ES118 Objets insolites

Voici quelques dessins pour le moins étranges ! Observe-les, puis essaie d'en agrandir quelques-uns.



Depuis la 9e, tu as rencontré à plusieurs reprises les décors et les objets insolites d'Escher, artiste néerlandais.

Sam Szafran, né en 1934, est lui un artiste français qui aime également créer l'illusion et jouer avec la perspective, créant ainsi, en particulier, des cages d'escalier bien étranges...



Sans titre (escalier personnage), *2002, pastel sur papier 66,5 x 79 cm.*

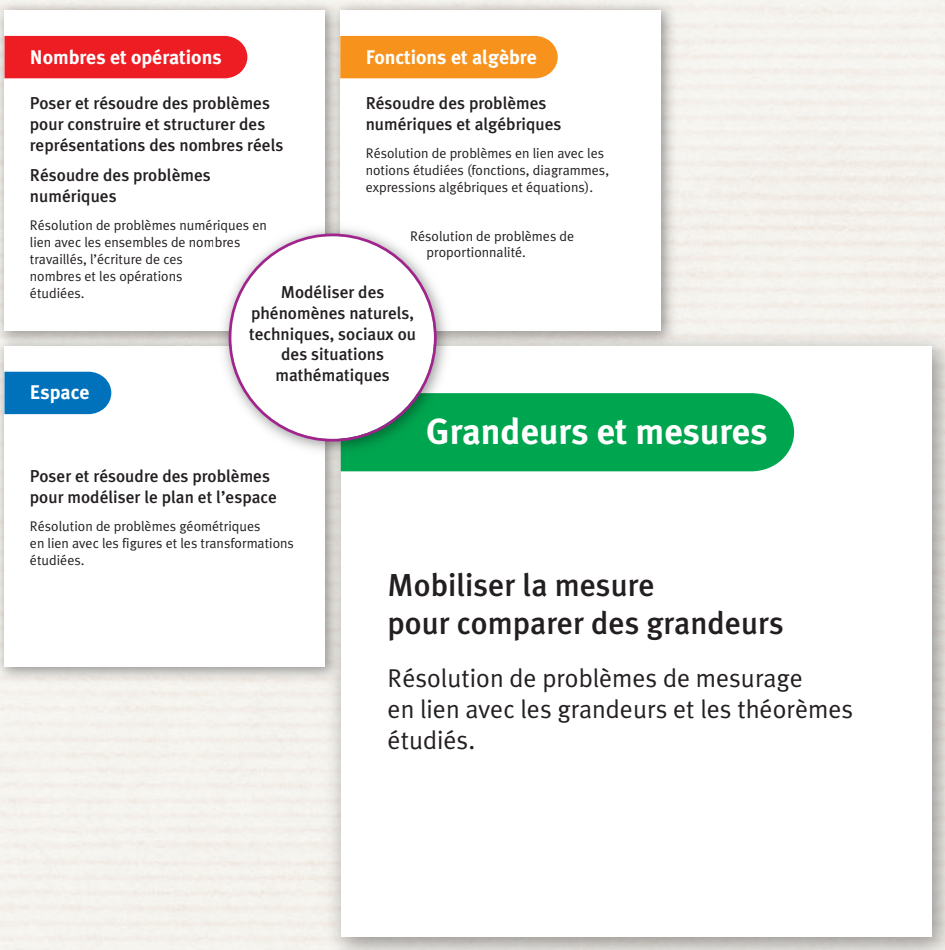
Grandeurs et mesures

Lignes, surfaces et théorèmes

Solides

Diverses mesures

Grandeurs, mesures et… problèmes





la eſpecularia
DE LA PROFVNDIDAD.

SEA la profundidad A G, y el eſpejo conuexo A C D, y los rayos viſuales los quales reflecten en los punctos E, G, ſean B D G, B C E, lo demas ſe demueſtre como en los eſpejos pla-

†The. prec. nos. †.

THEOREMA
9

Las longitudines obliquas en los eſpejos planos parecen como eſtá realmente.

SEA el ojo B, y la longitud obliqua D E, y el eſpejo plano A C, y porque el puncto D, ſe vé en el puncto A, por los rayos viſuales reflexos, y el puncto E, en el puncto C, luego parecen como ſon realmẽte, el q̃ eſtá mas cerca, mas cercano, y el que eſta mas lexos, mas apartado.

THEO

de Euclides. 49
THEOREMA
10.

Las longitudines obliquas en los eſpejos conuexos parecen como eſtan realmente.

SEA la longitud obliqua DE, y el ojo ſea B, y el eſpejo conuexo A C, y los rayos viſuales los que reflecten en los punctos D, E, lo demas ſe demueſtre como en la paſſada.

THEOREMA
11.

Las alturas, y las profundidades que eſtan en los eſpejos concauos, dentro del concurſo de los rayos viſuales, parecen al contrario como en los eſpejos planos, y conuexos, y las que eſtan fuera del dicho concurſo parecen como eſtan realmente.

N SEA

Théorèmes extraits des Eléments *d'Euclide, III^e s. av. J.-C. (traduction espagnole).*

Périmètre de figures, aire de surfaces, détermination d'angles et de grandeurs diverses… : ces notions semblent bien connues tant les mathématiciens et géomètres grecs ont élaboré des savoirs, des savoir-faire et des outils de mesures depuis des millénaires. Si les théorèmes de Thalès (625-547 av. J.-C.) et de Pythagore (VI^e s. av. J.-C.) sont particulièrement connus, de nombreux autres, dus en particulier à Euclide (III^e s. av. J.-C.), forment un ensemble de propositions permettant de résoudre de nombreux problèmes.

Un des enjeux des géomètres grecs était la résolution de problèmes à l'aide uniquement du compas et de la règle non graduée ; ces mathématiciens ne sont pas parvenus à répondre pleinement à toutes leurs interrogations. De célèbres problèmes comme la quadrature du cercle, la trisection de l'angle et la duplication du cube ont attendu bien des siècles avant d'être démontrés comme étant… impossibles à effectuer avec règle et compas. Les trois démonstrations reposent sur les mêmes arguments, assez complexes d'ailleurs : c'est l'algèbre du XIX^e siècle qui a permis d'établir ces preuves.

Lignes, surfaces et théorèmes

Apprentissages visés

- Estimation, comparaison, classement et mesure de grandeurs, dans diverses unités, par manipulation de lignes et de surfaces
- Mesure des dimensions adéquates, calcul de la longueur d'un cercle et d'un arc de cercle, de l'aire d'un disque et d'un secteur circulaire, du périmètre et de l'aire d'une surface par décomposition en figures simples
- Calcul d'une grandeur manquante à partir de celles qui sont connues
- Utilisation du théorème de Pythagore
- Utilisation de la proportionnalité des figures semblables et du théorème de Thalès

Sommaire

- Pour réactiver certaines connaissances 218
- Lignes et surfaces 218
- Pour réactiver certaines connaissances 222
- Théorème de Pythagore 223
- Pour consolider et approfondir 229
- Pour réactiver certaines connaissances 231
- Théorème de Thalès 231
- Figures semblables 234
- Encore quelques problèmes 235

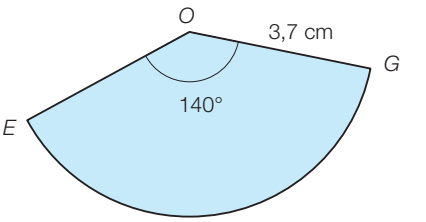
FICHIER **Que sais-je ? p. 169**

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER **GM1**

GM2 Un arc et un secteur

Calcule l'aire et le périmètre de ce secteur circulaire.

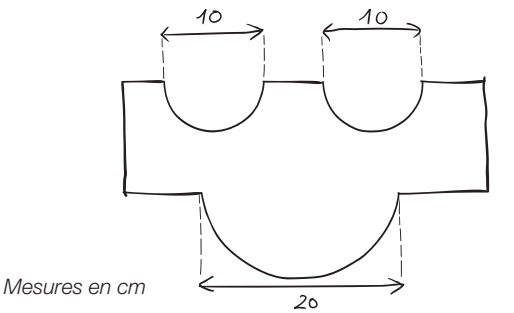


Lignes et surfaces

GM3 Arcs et rectangles

Les deux longueurs d'un rectangle de 40 cm sur 15 cm ont été déformées par trois demi-cercles, comme le montre le croquis ci-contre.

Calcule le périmètre et l'aire de cette figure.

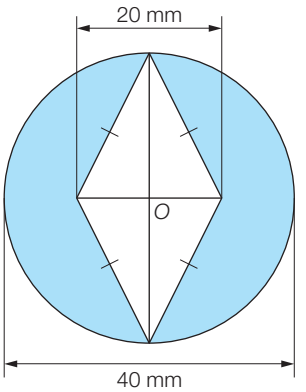


Mesures en cm

GM4 Figures complexes

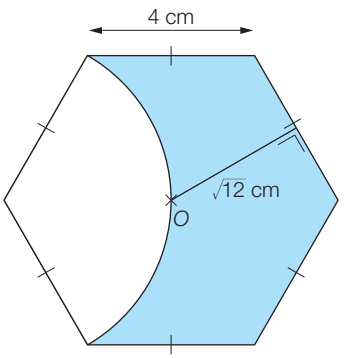
Calcule l'aire de la partie colorée des deux figures ci-dessous.

a)



Cercle de centre O

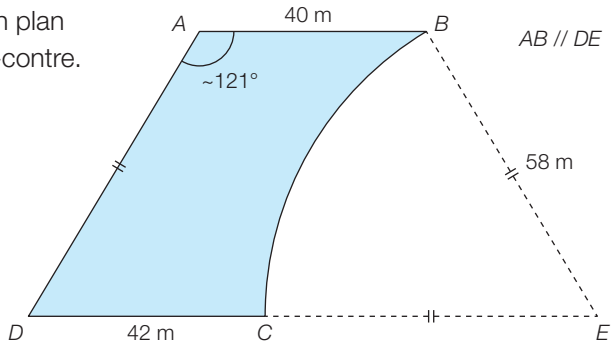
b)



GM5 Plan d'eau

A l'intérieur d'un parc, on décide d'aménager un plan d'eau dont la forme est illustrée par le dessin ci-contre. Un sentier en fera le tour.

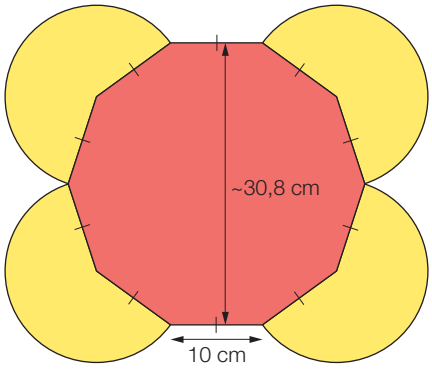
Quelle est la longueur du sentier ?



GM6 Motif

Sur un tapis, tu peux observer le motif brodé ci-contre.

Combien mesure l'aire de la surface brodée ?



GM7 L'horloge

La distance entre le centre de cette horloge et l'extrémité de l'aiguille des minutes est de 30 cm.

Calcule la distance que va parcourir la pointe de l'aiguille des minutes entre 3 h et 4 h 44 min.



GM8 Trouver la mesure

a) Quelle est la mesure de la longueur d'un rectangle dont le périmètre vaut 27 cm et la largeur 4 cm ?

b) Quelle est la mesure de la hauteur d'un triangle dont la longueur de la base correspondante est égale à 6 cm et dont l'aire vaut 16,5 cm^2 ?

c) Quelle est la mesure du rayon d'un cercle dont le périmètre est égal à 5π cm ?

GM9 A partir de la formule

a) Calcule la longueur de la base d'un triangle dont la hauteur correspondante mesure 7 cm et l'aire 4 cm^2.

b) Le périmètre d'un triangle équilatéral est de 10,5 cm. Son aire est d'environ 5,3 cm^2.

Calcule la mesure de sa hauteur.

GM10 Les dimensions du trapèze

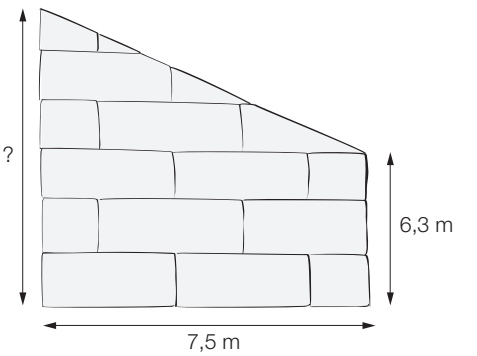
a) Quelle est la hauteur d'un trapèze dont l'aire vaut 95 m^2, la grande base 12 m et la petite base 7 m ?

b) L'aire d'un trapèze vaut 9,3 cm^2 ; sa grande base mesure 6,8 cm et sa hauteur 1,5 cm.

Quelle est la mesure de sa petite base ?

c) L'aire du mur de cette maison est de 52,875 m^2.

Quelle est la mesure de sa hauteur maximale ?



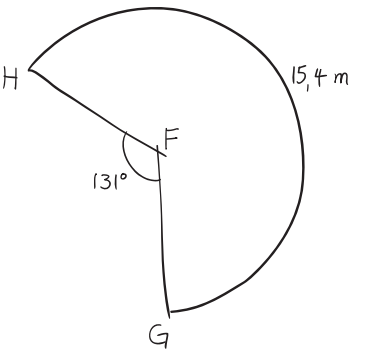
GM11 Autour du disque

a) Peut-on mettre un DVD dont l'aire est de 49π cm^2 dans une pochette carrée de 13,5 cm de côté ?

b) Une place de jeu circulaire est entourée d'une barrière dont la longueur totale est de 86,4 m. Quelle est l'aire de cette place de jeu ?

GM12 A propos d'arc et de secteur

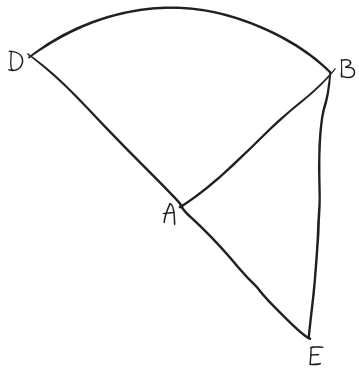
a) Quel est le périmètre de ce secteur circulaire de centre *F* ?



SUITE ➜

b) L'aire du secteur circulaire *ABD* est de 17,5 dm^2.
Les points *D*, *A* et *E* sont alignés. *AB* = 4,8 dm.

Le triangle *ABE* est-il rectangle en *A* ?

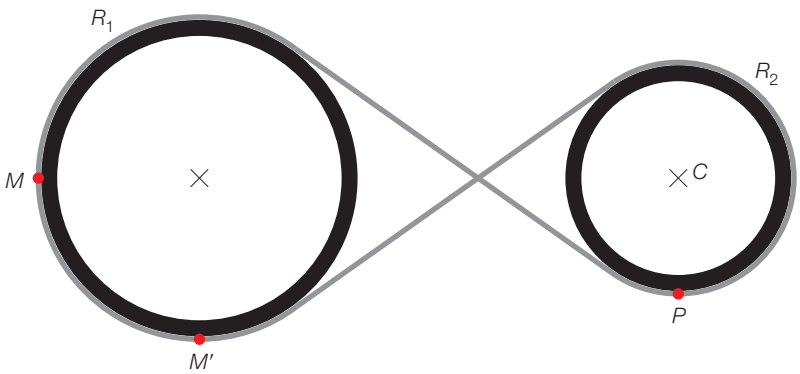


FICHIER **GM13 à GM16**

GM17 Transmission par courroie

Dans un système de transmission par courroie croisée, deux roues tournent en sens inverse l'une de l'autre.

Dans le système illustré ci-dessous, la roue R_1, de 60 cm de rayon, tourne d'un quart de tour de façon que le point *M* se retrouve en *M'*.



a) Calcule la longueur de l'arc de cercle $\overset{\frown}{MM'}$.

b) La roue R_2, entraînée par R_1, a tourné autour de son centre *C*.

Le sens de rotation effectuée par la roue R_2 est-il positif ou négatif ?

c) Le point *P* se retrouve en *P'* (non représenté).

L'angle $\widehat{PCP'}$ mesure 216°.

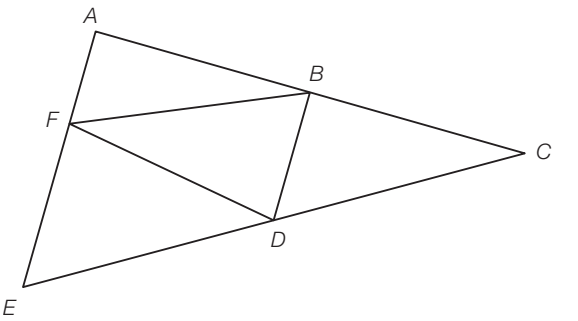
Calcule le rayon de la roue R_2.

FICHIER **Que sais-je ? p. 173**

Pour réactiver certaines connaissances

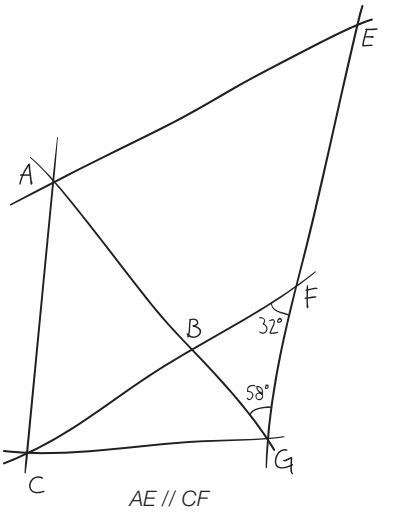
GM18 A vue d'œil !

A vue d'œil, nomme tous les triangles de cette figure qui te paraissent rectangles en précisant pour chacun d'eux quelle serait l'hypoténuse.



GM19 Des triangles rectangles

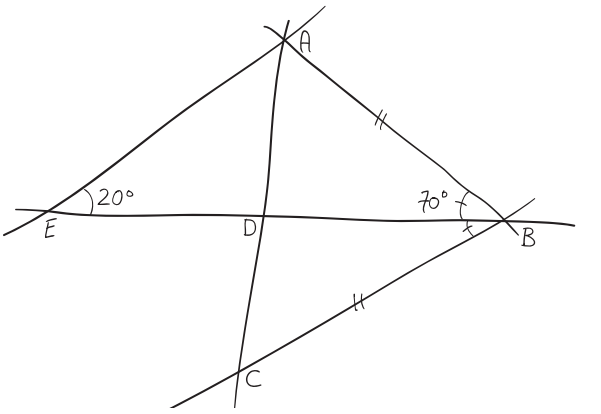
Dans le croquis ci-dessous, nomme tous les triangles tracés dont on est sûr qu'ils sont rectangles.



GM20 Rectangle ou pas ?

Le triangle *ABE* est-il rectangle ?

Et le triangle *ADE* ?



GM21 Diagonales perpendiculaires

a) Existe-t-il un trapèze non losange dont les diagonales sont perpendiculaires ?

b) Que dire d'un parallélogramme qui a ses diagonales perpendiculaires ?

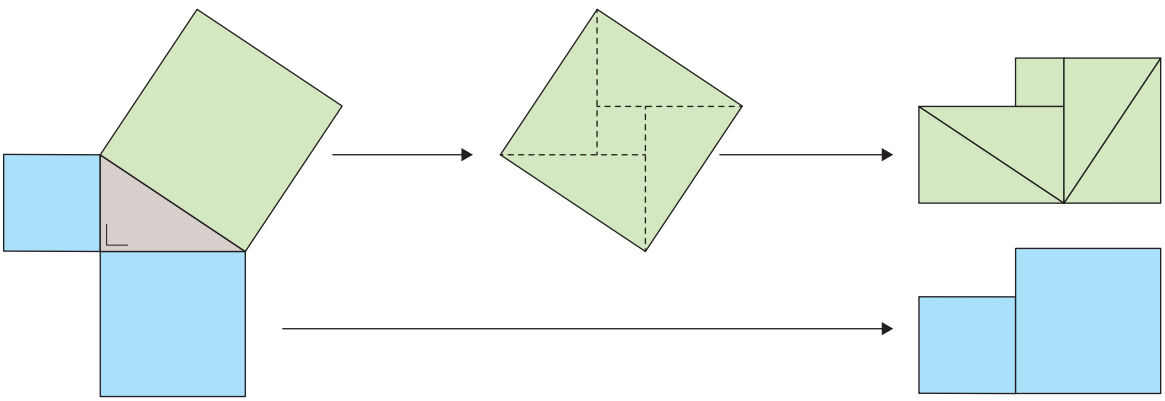
Théorème de Pythagore

GM22 Voyez !

Telle est la seule indication qui accompagne ces figures, imaginées par Bhaskara (école indienne, 1050 apr. J.-C.).

a) Mais qu'y a-t-il à voir ?

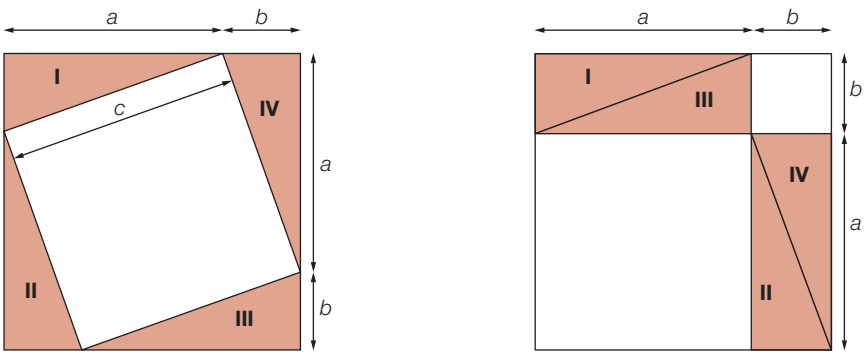
b) Quelle relation peux-tu établir entre les trois côtés d'un triangle rectangle ?



GM23 Tapis de laine

Ces deux mêmes tapis carrés ont été décorés à l'aide de quatre triangles rectangles isométriques.

a) Quel est le motif qui nécessite le plus de laine blanche ?

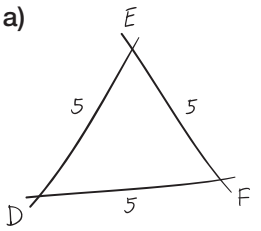


b) Quelle relation mathématique peux-tu établir entre a, b et c ?

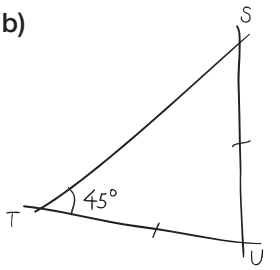
GM24 Le sont-ils ?

Les triangles ci-dessous sont-ils rectangles ?

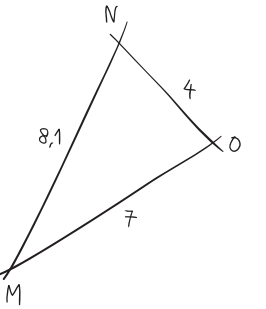
a)



b)



c)



Mesures exprimées en centimètres

GM25 Vérifions !

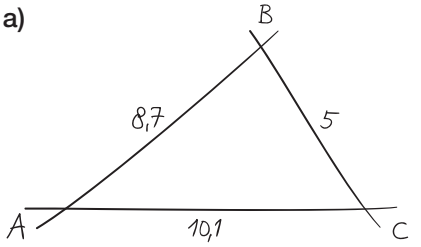
a) Construis un triangle *MNP* tel que les longueurs de ses côtés valent : *MN* = 11,2 cm, *MP* = 6 cm et *NP* = 12,8 cm. A vue d'œil, ce triangle est-il rectangle ?

b) Vérifie ta réponse en utilisant le théorème de Pythagore.

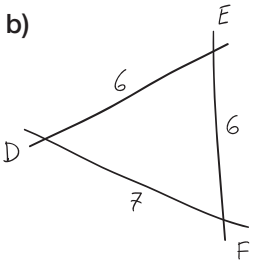
GM26 Six triangles rectangles ?

Les triangles ci-dessous sont-ils rectangles ?

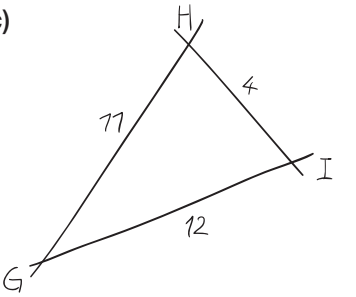
a)



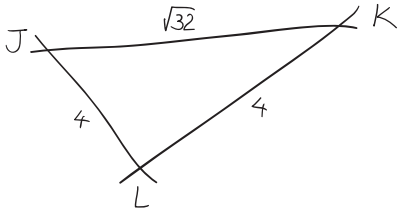
b)



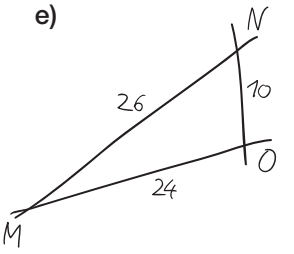
c)



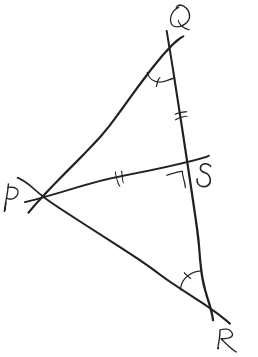
d)



e)



f)



Mesures exprimées en centimètres

GM27 Quel est le troisième ?

ABC est un triangle rectangle en *C*.

Dans chacun des cas suivants, calcule la longueur du côté manquant.

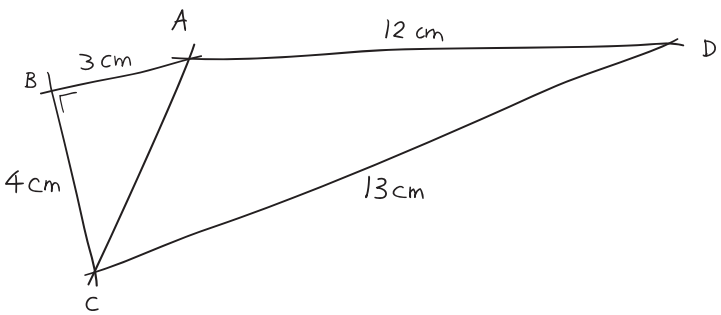
Cas 1 : *AC* = 15 cm et *BC* = 8 cm.

Cas 2 : *AB* = 2,9 m et *BC* = 20 dm.

Cas 3 : *AB* = 8,5 cm et *AC* = 55 mm.

GM28 Encore rectangle ?

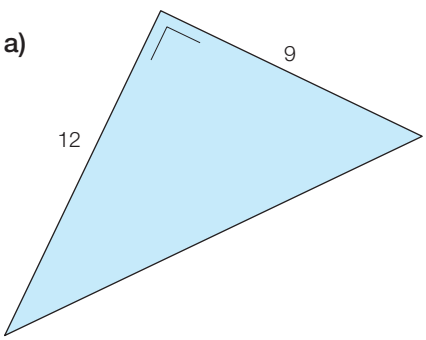
D'après le croquis ci-dessous, le triangle *ADC* est-il rectangle ?



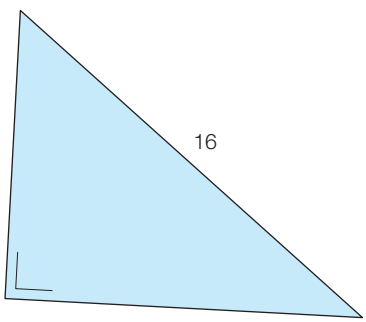
GM29 Si tu peux !

Calcule, si possible, la (ou les) mesure(s) manquante(s) des côtés de chaque triangle.

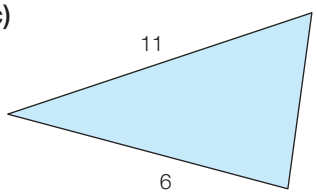
a)



b)



c)



Mesures exprimées en centimètres

GM30 La corde à treize nœuds

Les anciens Egyptiens utilisaient une corde à treize nœuds, régulièrement espacés, pour obtenir des angles droits.



Ils pouvaient, par exemple, facilement vérifier que leurs champs étaient rectangulaires.

Comment s'y prenaient-ils ?

GM31 Le côté manquant

Pour les trois triangles rectangles suivants, calcule la mesure du côté manquant.

a) Triangle *ABC*, rectangle en *B*, avec *AB* = 8 dm et *BC* = 15 dm.

b) Triangle *DEF*, rectangle en *F*, avec *DF* = 8 m et *DE* = 8,2 m.

c) Triangle *GHI*, rectangle en *I*, avec *GH* = 0,85 dam et *HI* = 0,13 dam.

GM32 L'échelle

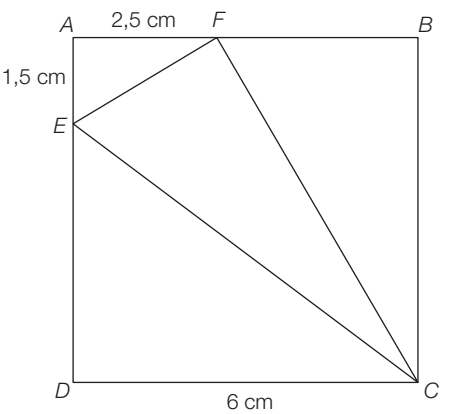
Stéphane veut rendre visite à son amoureuse. Pour y parvenir, il doit passer par la fenêtre de sa chambre. Stéphane positionne une échelle de telle manière que le haut de celle-ci arrive juste au bas de la fenêtre, à 4 m au-dessus du sol. Les pieds de l'échelle se retrouvent alors à une distance horizontale de 1,50 m du bas du mur.

Quelle est la longueur de l'échelle ?

GM33 Un triangle dans un carré

ABCD est un carré de 6 cm de côté.

Le triangle *EFC* est-il rectangle ?



GM34 Le skate

Dans un collège, les élèves disposent de casiers dont les dimensions sont : 40 cm de large, 80 cm de haut et 30 cm de profondeur.

Vladimir peut-il y déposer son skate de 95 cm ?

GM35 Le carton

Une boîte en carton a la forme d'un pavé droit dont les dimensions sont 56 cm x 72 cm x 33 cm. A l'intérieur, une ficelle est tendue d'un sommet à l'autre.

Quelle peut être la longueur maximale de cette ficelle ?

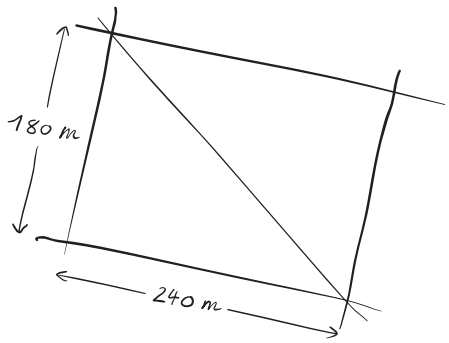
GM36 Drôles de pistes

Corinne s'entraîne sur la piste rectangulaire et Brigitte sur l'une des pistes triangulaires schématisées ici.

Elles courent à la même vitesse et pendant la même durée.

Corinne fait six tours de piste.

Et Brigitte ?



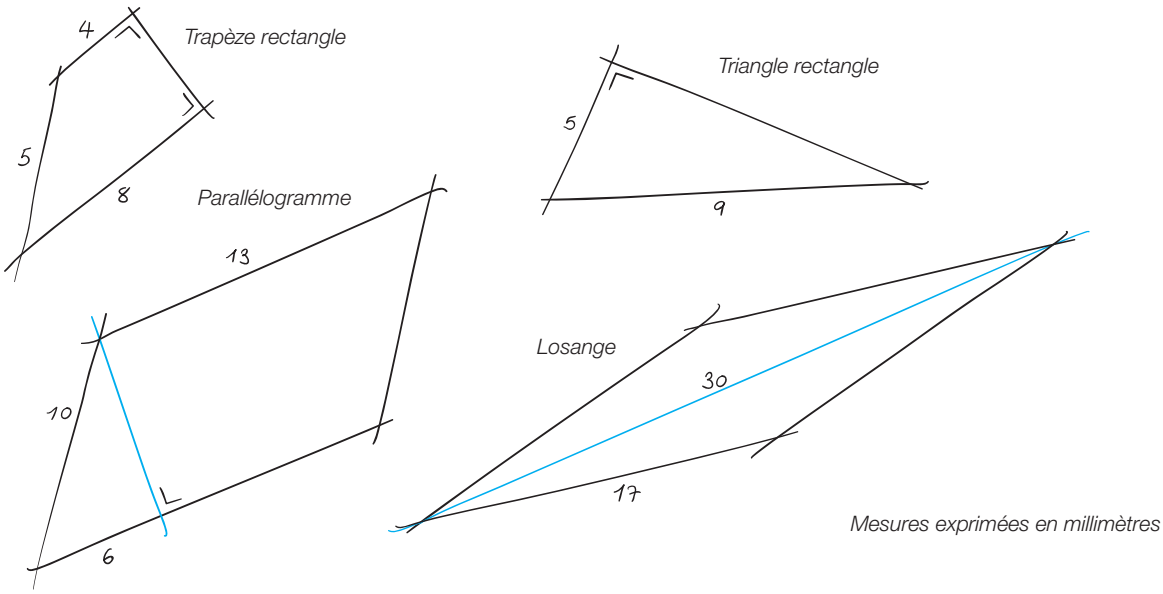
GM37 Le téléviseur

Daniela souhaite s'acheter un nouveau téléviseur au format 16 : 9. Dans ce format, la largeur de l'écran vaut les seize neuvièmes de sa hauteur.

Quelle est la dimension de la diagonale de l'écran si la hauteur vaut 553 mm ?

GM38 Polygones et angles droits

Calcule l'aire de chacun de ces polygones.



Mesures exprimées en millimètres

GM39 Le losange et le carré

a) Les diagonales d'un losange mesurent 12 cm et 16 cm.
Quel est le périmètre de ce losange ? Et son aire ?

b) La diagonale d'un carré mesure 11 cm.
Quel est le périmètre de ce carré ? Et son aire ?

GM40 D'un sommet à une droite

a) Le triangle *DEF*, rectangle en *F*, est tel que *DF* = 12 cm et *DE* = 37 cm.

Quelle est la mesure du côté *EF* ?

b) Les dimensions d'un rectangle sont 10 cm et 24 cm.

Quelle est la distance entre un sommet et la diagonale ne passant pas par ce sommet ?

GM41 Pyramide décorée

La pyramide de Khéops se trouve à proximité du Caire, en Egypte.

C'est une pyramide régulière de 147 m de hauteur, construite sur une base carrée de 230 m de côté.

Un artiste souhaiterait décorer la pyramide de Khéops au moyen de guirlandes lumineuses placées le long de chacune de ses arêtes.

Calcule la longueur totale de guirlandes dont il aurait besoin.

La pyramide de Khéops fait partie des sept merveilles du monde antique ; elle est la seule encore visible de nos jours. La liste décrivant ces sept merveilles fut adoptée après le règne d'Alexandre le Grand (356-323 av. J.-C.) d'après quatorze listes provenant d'auteurs différents. Les monuments sélectionnés devaient répondre à des normes de beauté, de grandeur et de prouesse technique.



Ont été retenus :

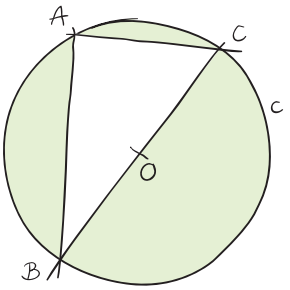
- La pyramide de Khéops
- Les jardins suspendus de Babylone
- La statue de Zeus
- Le temple d'Artémis
- Le mausolée d'Halicarnasse
- Le colosse de Rhodes
- Le phare d'Alexandrie

FICHIER Faire le point p. 175

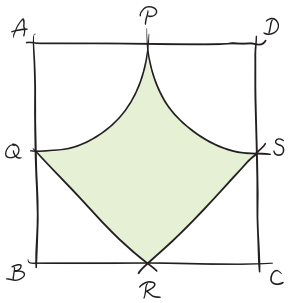
Pour consolider et approfondir

GM42 Aires composées

a) Calcule l'aire de la partie colorée de la figure.
O est le centre du cercle *c*.
AC = 5 cm et *AB* = 12 cm



b) Calcule l'aire et le périmètre de la partie colorée de la figure.
ABCD est un carré de 8 cm de côté.
P, *Q*, *R* et *S* sont les milieux de ses côtés.

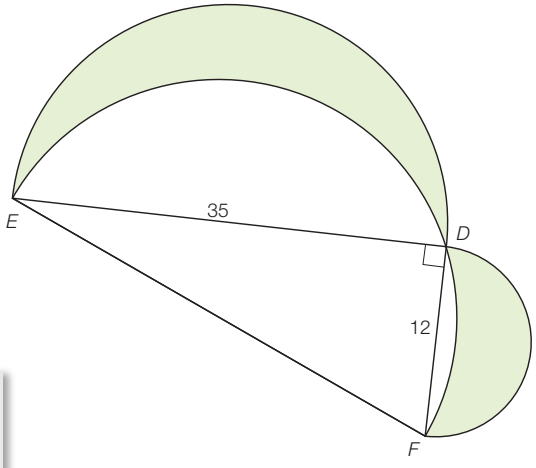


GM43 Lunules

Les trois arcs de cercle $\overset{\frown}{EF}$, $\overset{\frown}{ED}$ et $\overset{\frown}{DF}$ sont des demi-cercles.

a) Calcule la somme des aires des deux lunules et compare-la à l'aire du triangle *DEF*.

b) Le résultat trouvé en a) est-il vrai quelque soit le triangle rectangle de départ ?



Mesures exprimées en centimètres

En géométrie, une lunule est une surface en forme de croissant de lune, délimitée par deux arcs de cercles de rayons différents sous-tendus d'une même corde.



En 500 av. J.-C., Hippocrate de Chios est resté célèbre pour avoir été le premier à démontrer la solution du problème qui t'est proposé.
Il ne faut pas le confondre avec Hippocrate le Grand, médecin grec, à qui l'on doit le fameux serment d'Hippocrate de déontologie médicale que doivent prêter les nouveaux médecins.

GM44 Le milieu du lac

Supposons qu'on tende une corde de 38 km entre les rives du lac de Neuchâtel, de Marin (NE) à Yverdon (VD), de telle manière que ses deux extrémités se situent à la surface du lac.

Comme la Terre est ronde, la corde trempera dans l'eau.

Dans ces conditions, à quelle profondeur se trouvera le milieu de la corde, par rapport au niveau de l'eau ?

GM45 En fonction du côté

a) Exprime la mesure de l'hypoténuse d'un triangle rectangle isocèle en fonction de la mesure de l'un des côtés de son angle droit.

b) Exprime l'aire d'un triangle équilatéral en fonction de la mesure de son côté.

GM46 Bora-Bora

A 350 m au-dessus de la mer, au sommet d'un volcan sur l'île de Bora-Bora, Maurice scrute désespérément l'horizon à la recherche d'un voilier qui viendrait le secourir.

Quelle est la distance maximale à laquelle porte son regard ?

Bora-Bora, surnommée la « perle du Pacifique », est une île située dans l'archipel de la Société, en Polynésie française. En récompense de son action pour la protection de l'environnement, elle a reçu en 2007 une Marianne d'Or, trophée qui honore les communes françaises de métropole et d'outre-mer pour leurs initiatives et leurs actions politiques.

C'est sur cette île que Paul-Emile Victor, célèbre explorateur français né en 1902, s'est installé en 1976 ; il contribua au développement de cette région et y mourut en 1995.



FICHIER Que sais-je ? p. 177

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER GM47

GM48 Comment faire ?

a) Dessine deux triangles semblables et un troisième qui n'est pas semblable aux deux premiers. Indique pour chacun la valeur des angles et des côtés.

b) Comment peut-on déterminer si deux triangles sont semblables ?

GM49 Proportions

Calcule la valeur de x dans chacun des cas.

a) $\frac{x}{36} = \frac{5}{18}$

b) $\frac{10}{7} = \frac{8}{x}$

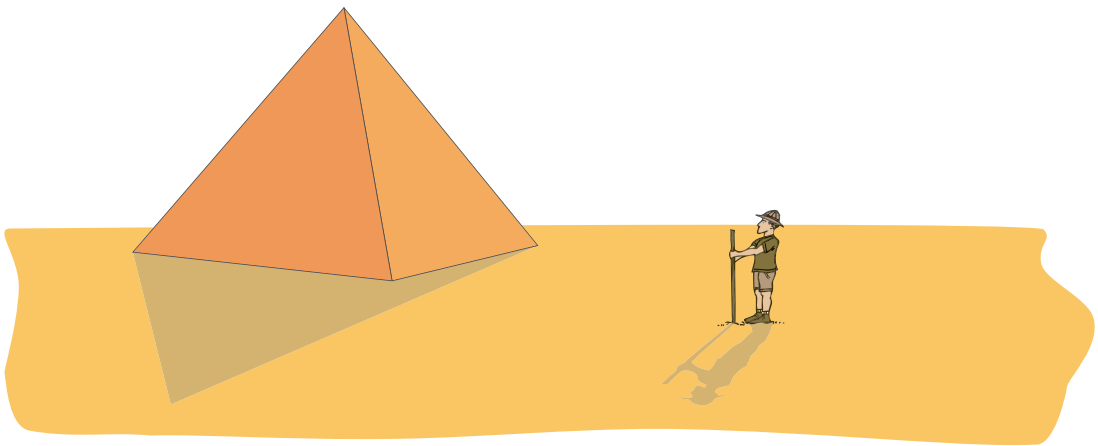
c) $\frac{5}{x} = 1{,}25$

d) $\frac{15{,}8}{5} = \frac{x}{1{,}4}$

Théorème de Thalès

GM50 Hauteur inaccessible

Comment déterminer approximativement la hauteur d'une pyramide un jour de soleil si l'on dispose d'un bâton dont on connaît la longueur ?



GM51 Calculer la hauteur

Comment déterminer la hauteur d'un lampadaire sans y monter, si l'on dispose d'un bâton de 1 m de long et d'une chevillère ?

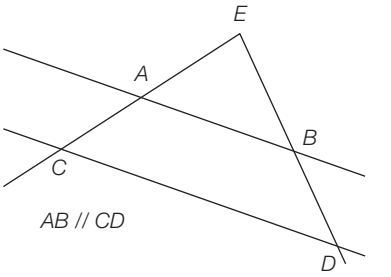
FICHIER **GM52**

GM53 Homothétie et théorème de Thalès

a) A l'aide des lettres du dessin, exprime le rapport de l'homothétie de centre *E* par laquelle l'image de *A* est *C*.

b) Quelle est l'image de *B* par cette homothétie ?

c) Ecris trois rapports de longueurs égaux, à l'aide des lettres du dessin.



Le théorème de Thalès est une propriété de proportionnalité déjà connue des Babyloniens et dont la première démonstration connue est présentée dans l'ouvrage *Eléments* (proposition 2 du livre VI) d'Euclide (vers 325-265 av. J.- C.). Ces rapports fondent les constructions de figures homothétiques et les agrandissements de figures.

Ce théorème est attribué au mathématicien et philosophe grec Thalès de Milet (vers 625-547 av. J.-C.) qui, selon la légende, a calculé la hauteur des pyramides d'Egypte, en comparant la longueur de l'ombre au sol de chaque pyramide et la longueur de l'ombre d'un bâton.

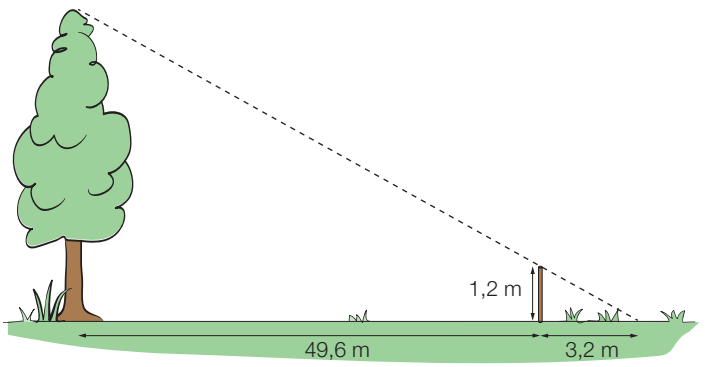
THEOR. 2. PROP. II.
Si on meine vne ligne droicte parallele à l'vn des coſtez d'vn triangle, laquelle couppe les deux autres coſtés ; elle les couppera proportionnellement : & ſi deux coſtés d'vn triangle ſont couppez proportionnellement, la ligne couppante ſera parallele à l'autre coſté.

Extrait des Eléments *d'Euclide.*

FICHIER **GM54 à GM57**

GM58 Dispositif ingénieux

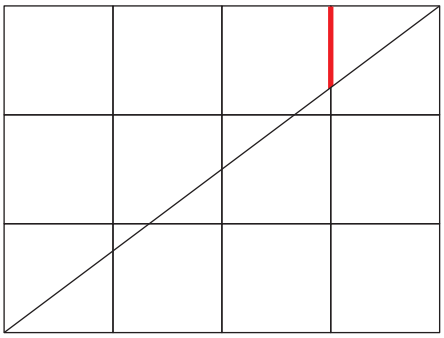
Quelle est la hauteur de cet arbre ?



GM59 Quadrillage

La figure ci-contre est formée de douze carrés de 60 cm de côté.

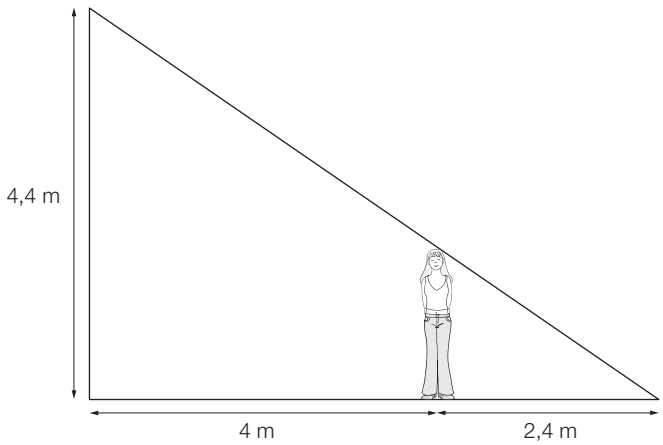
Calcule la longueur du segment rouge.



GM60 Mansardé

Dans sa chambre sous le toit, Elina touche le plafond avec sa tête si elle se trouve à l'endroit indiqué par le croquis ci-contre.

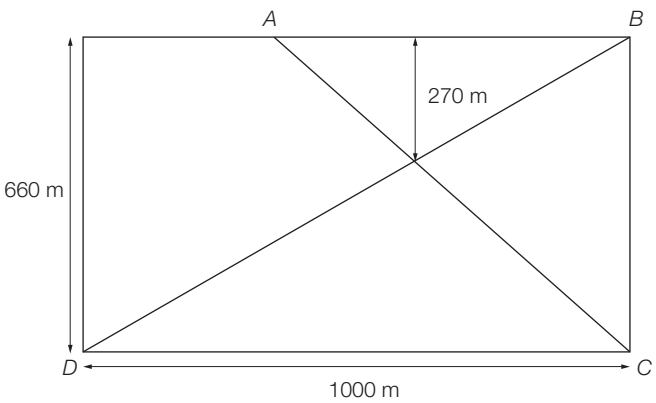
Quelle est sa taille ?



GM61 La longueur des chemins

Dans un parc rectangulaire, deux chemins rectilignes relient les quatre entrées *A*, *B*, *C* et *D*.

Calcule la longueur de chacun des chemins *AC* et *BD*.



GM65 De l'ombre à la lumière

Une fille de 1,50 m se trouve à 6 m d'un lampadaire. Son ombre mesure 2,40 m.

Calcule la hauteur du lampadaire.

GM66 Jessie, Admir et Claire

Sur une route à pente constante, Jessie a 2,4 km d'avance sur Admir qui a 1,4 km d'avance sur Claire. Claire se situe à une altitude de 560 m et Admir à une altitude de 840 m.

A quelle altitude se trouve Jessie ?

Figures semblables

FICHIER **GM67** et **GM68**

GM69 Vraisemblable ou faux-semblant ?

a) Deux rectangles sont-ils toujours semblables ?

b) Et deux carrés ?

c) Deux triangles équilatéraux ?

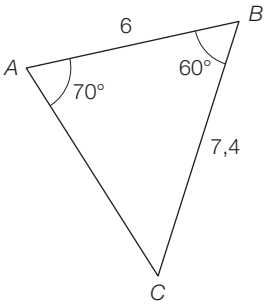
d) Deux triangles isocèles ?

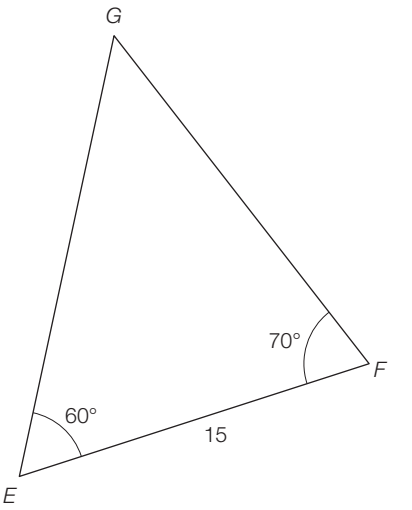
e) Deux polygones réguliers ?

f) Deux cercles ?

GM70 Si possible

A l'aide des deux triangles ci-dessous, calcule, si possible, la mesure des côtés *EG* et *GF*.





Mesures exprimées en centimètres

FICHIER **GM71** à **GM73**

FICHIER **Faire le point p. 187**

Encore quelques problèmes

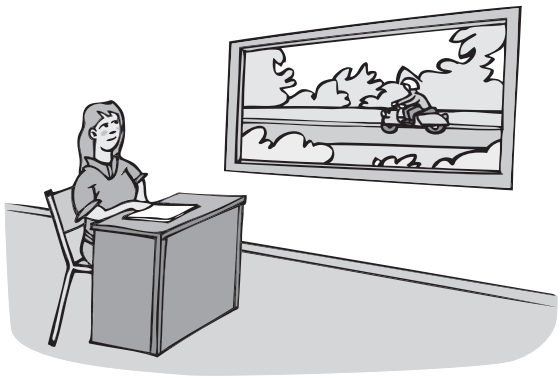
FICHIER GM74 à GM78

GM79 Par la fenêtre

En classe, Marielle est assise à 1 m de la fenêtre ; cette dernière mesure 2 m de large. La route est parallèle à la façade de l'école et située à 15 m de celle-ci.

Marielle voit passer Damien sur son scooter pendant quatre secondes.

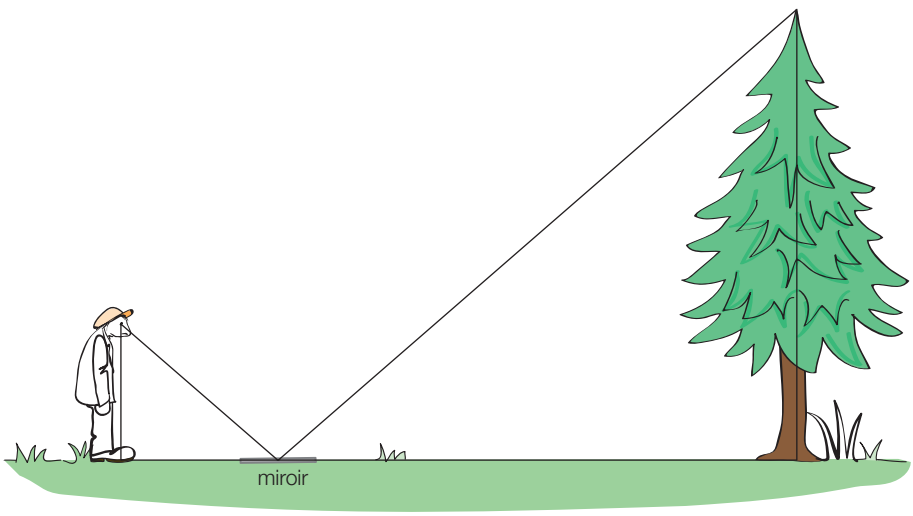
Quelle est la vitesse de Damien ?



GM80 Miroir, mon beau miroir...

Aloys prétend être capable d'évaluer la hauteur de ce sapin.

Comment procède-t-il ?



FICHIER GM81



Crinkly avec disque rouge, *A. Calder, 1973.*

Associés à des figures planes, pyramides et cônes, cylindres et autres solides, réguliers ou non, tronqués ou non, s'élèvent et se combinent avec légèreté et élégance dans les mobiles d'Alexander Calder. Sculpteur et peintre américain, Calder (1898-1976) s'est inspiré au départ de toiles abstraites des peintres Joan Miró et Piet Mondrian ; à partir de la fin des années 1920, il a cherché à les traduire dans un langage formel en trois dimensions :

« Pourquoi l'art devrait-il être statique ? En regardant une œuvre abstraite, qu'il s'agisse d'une sculpture ou d'une peinture, nous voyons un ensemble excitant de plans, de sphères, de noyaux sans aucune signification. Il est peut-être parfait mais il est toujours immobile. L'étape suivante en sculpture est le mouvement », A. Calder, 1932.

Ses œuvres très connues et aisément reconnaissables occupent parfois l'espace public, comme ci-dessus à Stuttgart, ou sont exposées dans des musées. On en trouve dans le monde entier.

Solides

Apprentissages visés

- Estimation, comparaison, classement et mesure de grandeurs, dans diverses unités, par manipulation de solides
- Mesure des dimensions adéquates, calcul du volume et de l'aire de prismes droits, de cylindres, de pyramides, de sphères ainsi que du volume de cônes
- Calcul d'une grandeur manquante à partir de celles qui sont connues

Sommaire

- Pour réactiver certaines connaissances 238
- Encore quelques problèmes 238
- Mesures du cylindre 239
- Pour consolider et approfondir 241
- Pyramide, cône et sphère 244
- Encore quelques problèmes 253

FICHIER **Que sais-je ? p. 191**

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER **GM82 à GM84**

Encore quelques problèmes

GM85 L'aquarium

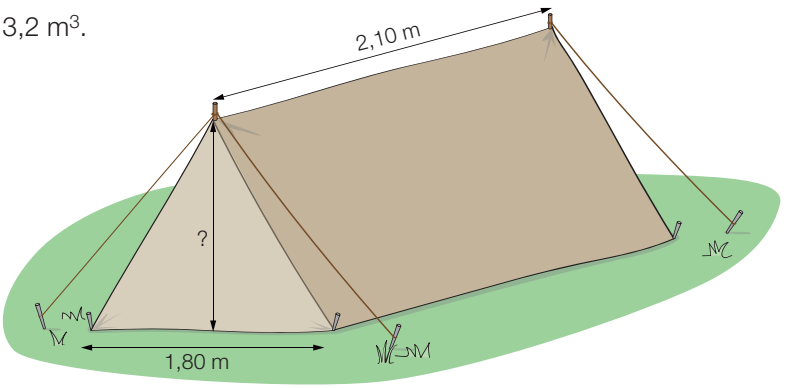
Un aquarium a la forme d'un parallélépipède rectangle. Sa base est un rectangle dont la longueur est de 120 cm et la largeur de 45 cm. On y a mis 126 dm^3 d'eau.

Quelle est la hauteur de l'eau dans l'aquarium ?

GM86 La tente

Le volume de cette tente est de 3,2 m^3.

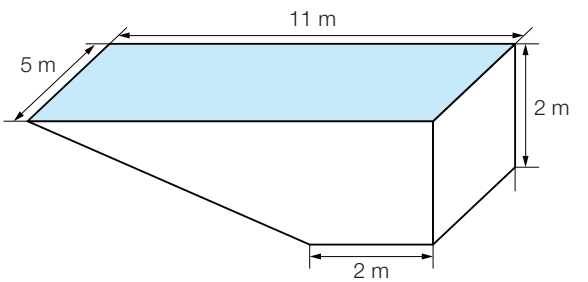
Quelle est sa hauteur ?



FICHIER **GM87**

GM88 La piscine est un prisme !

Calcule le volume de cette piscine en forme de prisme droit dont la base est un trapèze rectangle.



Mesures du cylindre

GM89 Cylindres de papier

a) Découpe deux rectangles de papier de 16 cm sur 25 cm pour en faire deux cylindres droits, sans fond, sans couvercle et sans aucun recouvrement, mais différents.

Ces deux cylindres ont-ils le même volume ? Justifie.

b) Découpe d'autres rectangles de même aire que les deux premiers, mais de dimensions différentes.

Fais-en des cylindres et calcule leur volume.

GM90 Cent DVD

Pour empiler 100 DVD (12 cm de diamètre et 1,2 mm d'épaisseur), une boîte cylindrique de 1400 cm^3 de volume suffit-elle ?

GM91 Plus haut que large

Calcule le volume d'un cylindre droit de 30 cm de rayon et de 80 cm de hauteur.

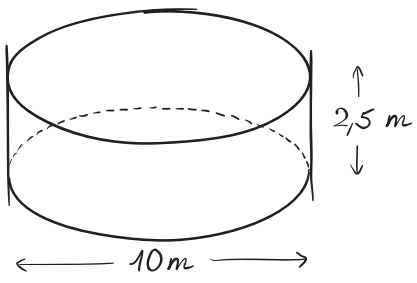
FICHIER **GM92**

GM93 La cuve

a) Quel volume d'eau la cuve cylindrique ci-dessous peut-elle contenir ?

b) Si l'on voulait doubler son volume en conservant le même diamètre, quelle devrait être sa nouvelle profondeur ?

c) Si l'on voulait diviser son volume par deux en conservant la même profondeur, quel devrait être son nouveau diamètre ?

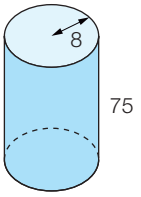


GM94 Toutes sortes de cylindres

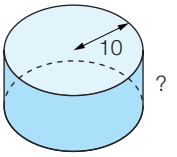
Tous ces cylindres ont le même volume.

Calcule les dimensions qui manquent.

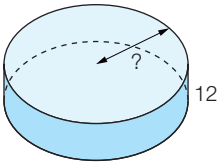
a)



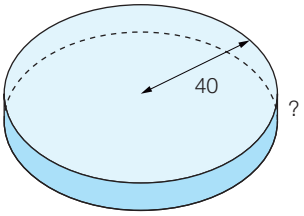
b)



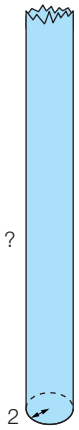
c)



d)



e)



Mesures exprimées en centimètres

GM95 Porte-parapluies

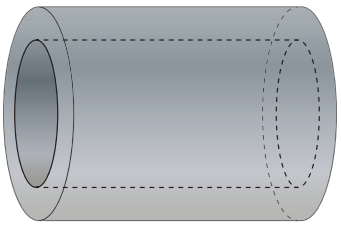
Un porte-parapluies cylindrique en matière synthétique a des parois et un fond de 0,8 cm d'épaisseur. Son volume intérieur est de 19350 cm^3 et sa hauteur extérieure mesure 60 cm.

Quel est son diamètre intérieur ?

GM96 Portion de tuyau

Le rayon intérieur de cette portion de tuyau mesure 6 cm, son épaisseur mesure 1,2 cm et sa longueur mesure 15 cm.

Quel est son volume ?



GM97 Le château d'eau

Une petite ville possède un château d'eau. Il est constitué d'un réservoir cylindrique situé à 15 m du sol. Ce réservoir a un rayon de 4 m et une hauteur de 8 m. Il est rempli d'eau aux trois quarts de sa hauteur.

a) Quel volume d'eau ce réservoir peut-il contenir au maximum ?

b) Quelle quantité d'eau est actuellement contenue dans le réservoir ?

c) Une douche nécessite environ 80 litres d'eau. Combien de douches les habitants de cette petite ville pourraient-ils prendre avec le volume d'eau actuellement contenu dans le réservoir du château d'eau ?

d) De combien le volume du réservoir augmenterait-il si son rayon et sa hauteur étaient triplés ?



FICHIER **Faire le point p. 194**

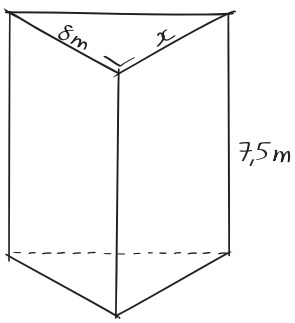
Pour consolider et approfondir

GM98 Le segment *x*

Le volume de ce prisme droit est de 150 m^3.

a) Calcule la longueur du segment *x*.

b) Quelle est l'aire totale de ce prisme ?



GM99 La colonne Morris

Les colonnes Morris, cylindres d'affichage d'un diamètre de 1,20 m, sont utilisées dans certaines villes d'Europe. Elles offrent une surface disponible d'une hauteur de 2,40 m.

Combien d'affiches hautes de 1,20 m et larges de 90 cm peut-on y coller ?

La colonne Morris est un élément que l'on rencontre souvent dans les rues parisiennes, mais également dans d'autres grandes villes européennes comme Genève ; elle est généralement réservée à l'affichage publicitaire des événements culturels (concert, film, pièce de théâtre, etc.).

En 1839, le préfet de la Seine Gabriel Delessert a fait ériger des colonnes à Paris pour servir de support à l'affichage municipal. Les colonnes Morris doivent leur nom à l'imprimeur Gabriel Morris qui en a obtenu la concession à des fins publicitaires en 1868.



Une colonne Morris à Onex (Genève)

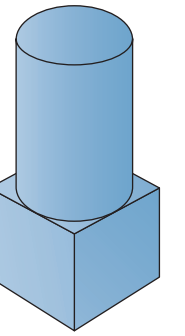
GM100 Vase à fleurs

Quelle est la hauteur d'un vase à fleurs cylindrique de 16 cm de diamètre si sa capacité totale est de 18,1 l ?

GM102 Cylindre sur cube

Ce corps est composé d'un cube surmonté d'un cylindre. L'arête du cube vaut 20 mm, tandis que la hauteur du cylindre vaut 28 mm.

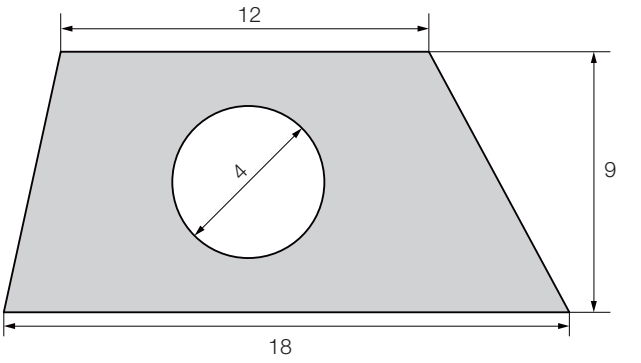
Calcule son volume total et son aire totale.



GM103 Plaque percée

Cette plaque d'acier a une épaisseur de 0,5 cm.

Quel est son volume ?



Mesures en cm

GM104 Gravier

Dans un parc public, sur une largeur de 1,5 m autour d'un bassin circulaire de 11 m de diamètre, on étend du gravier. L'épaisseur de la couche de gravier est de 8 cm.

Quel est le volume de gravier nécessaire ?

GM105 Paquet cadeau

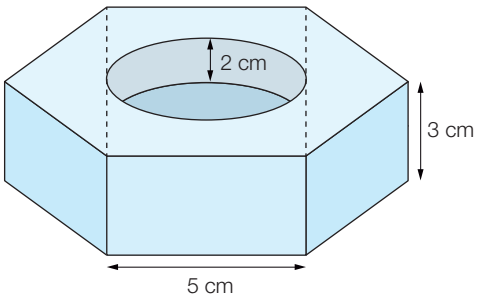
Pour ficeler en croix un paquet cubique, on utilise 2,55 m de ruban, comprenant 15 cm pour le nœud.

Quel est le volume du paquet ?



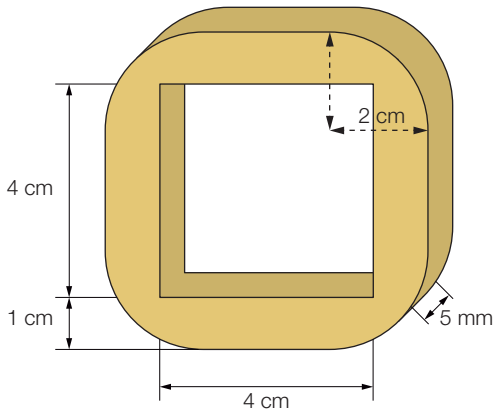
GM106 Bougeoir

Quel est le volume de ce bougeoir en terre cuite, réalisé à partir d'un hexagone régulier ?



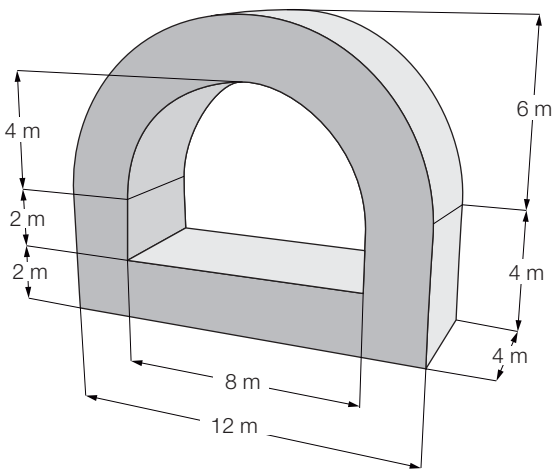
GM107 Boucle de ceinture

Quel est le volume de cette boucle de ceinture ?



GM108 Arche

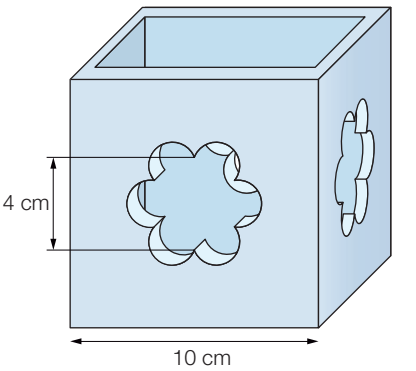
Calcule le volume de ce solide.



GM109 Photophore

On désire réaliser un photophore cubique en terre cuite, dont toutes les faces latérales sont percées selon le schéma ci-contre. Les parois et le fond du cube devront avoir une épaisseur de 5 mm.

Quel est le volume de terre cuite de ce photophore ?



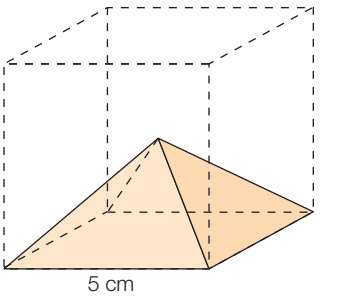
Pyramide, cône et sphère

GM110 Du cube à la pyramide

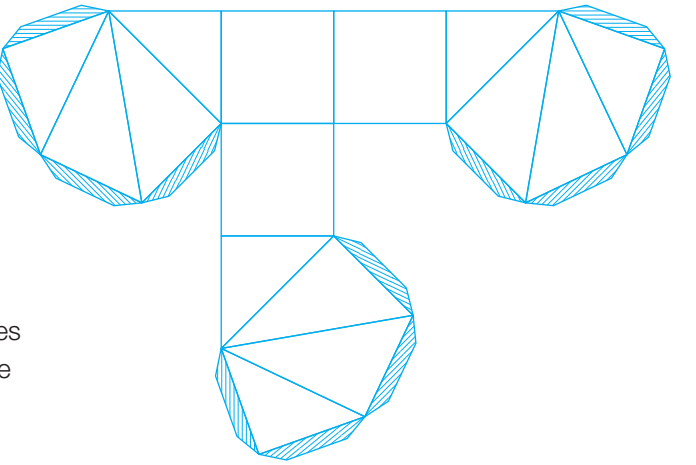
a) Cette pyramide a pour base une face d'un cube et pour sommet le centre de ce même cube.

Dessine un de ses développements, puis construis la pyramide elle-même.

Quel est son volume ?



b) Construis le solide dont voici le développement (auquel on a ajouté des onglets de collage) :



c) En t'appuyant sur les constatations faites aux points **a)** et **b)**, propose une formule générale pour calculer le volume de n'importe quelle pyramide.

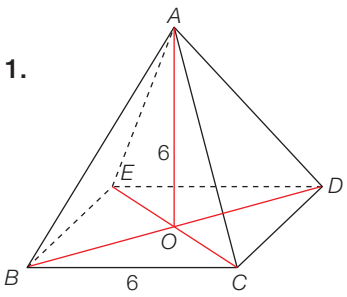
d) Calcule le volume d'une pyramide régulière à base carrée dont la hauteur mesure 12 cm et le côté de la base 7 cm.

GM112 Les trois pyramides

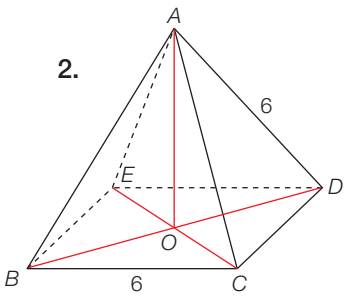
a) En observant les mesures indiquées et sans faire de calculs, classe ces trois pyramides à base carrée en fonction de leur volume.

b) Vérifie ton classement en calculant le volume de chacune d'elles.

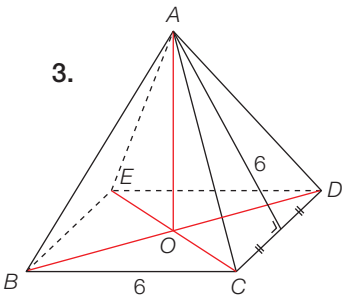
1.



2.



3.



Mesures exprimées en décimètres

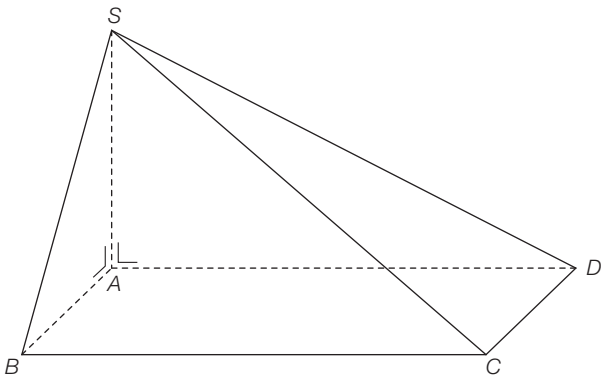
GM113 Pyramide non régulière

Dans cette pyramide à base rectangulaire, on sait que :

- $SA = AB = CD$
- $AD = BC = 2AB$
- l'aire de la base vaut 200 cm^2

Calcule :

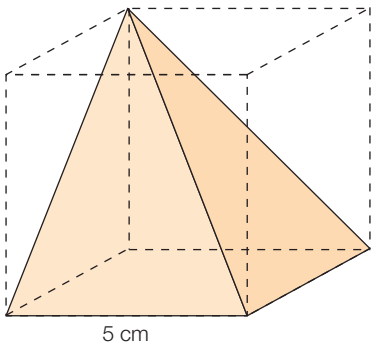
- SB
- SD
- le volume de la pyramide



GM114 Dans un cube

a) Quel est le volume de cette pyramide à base carrée dont les sommets sont aussi des sommets du cube ?

b) Quelle est son aire totale ?



GM115 Chéops et Khéops

La pyramide de Chéops a une hauteur de 147 m. Sa base est un carré dont le côté mesure 230 m.

a) Construis une maquette de cette pyramide à l'échelle 1 : 3000.

b) Calcule le volume de ta maquette et celui de la pyramide de Chéops.

c) Quel est le rapport entre le volume de la pyramide de Chéops et celui de ta maquette ? Fais un pronostic puis vérifie-le par le calcul.

Les trois grandes pyramides de Gizeh se trouvent en Egypte, près du Caire. Chacune d'elles a été édifiée vers le milieu du III^e millénaire av. J.-C., pour servir de sépulture royale à un pharaon, considéré par les Egyptiens comme un dieu vivant. La plus monumentale des trois, la pyramide de Chéops, est formée de plus de deux millions de blocs de calcaire d'environ deux tonnes chacun. Elle abrite un labyrinthe de galeries ainsi que de nombreuses chambres secrètes. La deuxième, moins haute de trois mètres seulement, est celle du pharaon Chéphren. Quant à celle de Mykérinos, elle mesure «seulement» 70 mètres de haut environ.

Ces gigantesques tombeaux ont été construits par des esclaves, mais aussi par des paysans, des maçons, des ingénieurs et des sculpteurs, qui contribuaient ainsi à l'immortalité du pharaon et pensaient être associés à la gloire du royaume. Les pyramides de Gizeh sont les plus anciennes des sept merveilles du monde antique… et les seules à avoir résisté au temps ! Toutes les autres sont des ruines ou ont totalement disparu.

Source : Pyramides éternelles, Gallimard, Paris, 1994



FICHIER **GM116**

GM117 La pyramide du Louvre

La pyramide du Louvre mesure 22 m de hauteur et sa base est un carré de 35 m de côté. Ses faces latérales sont des triangles isocèles en verre.

a) Quelle est l'aire de cette surface de verre ?

b) Calcule le volume de la pyramide.

Au cœur de l'immense palais du Louvre à Paris, abritant l'un des musées les plus visités au monde, l'architecte chinois Ieoh Ming Pei (né en 1917) a réalisé tout à la fois une œuvre élégante et une prouesse technique : sa pyramide régulière est composée de près de huit cents losanges et triangles de verre assemblés sur une charpente d'aluminium soutenue par une structure d'acier de près de 95 tonnes. D'une hauteur de 22 mètres au-dessus d'une base carrée de 35 mètres de côté, elle accueille les visiteurs du Louvre, dans la cour Napoléon, depuis 1986.

L'ancienne résidence royale du Louvre, agrandie et embellie au fil du temps, résumait à elle seule huit siècles d'histoire et d'architecture ; cette pyramide l'a fait entrer dans le XXI^e siècle, tout en la reliant aux splendeurs de l'Egypte ancienne.

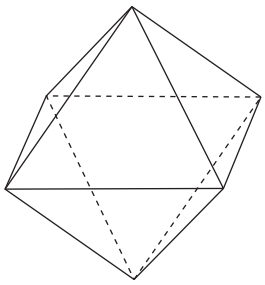


GM118 Octaèdre régulier

Calcule le volume et l'aire totale de cet octaèdre régulier :

a) lorsque l'arête mesure 10 cm ;

b) lorsque la mesure de l'arête est a.



GM119 Section de pyramide

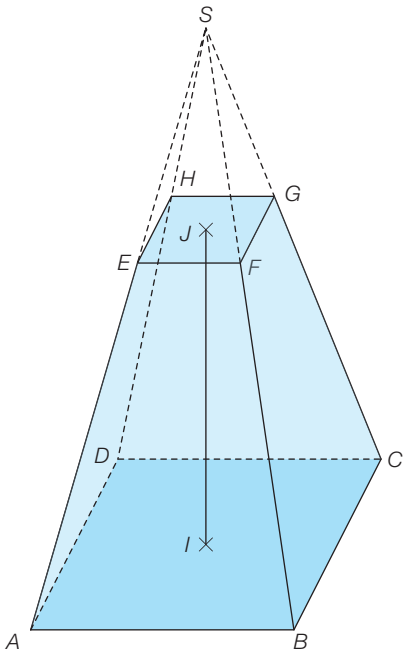
On a coupé la pyramide à base carrée *SABCD* par un plan parallèle à sa base.

Quel est le volume de la partie inférieure ?

$IJ = 10$ cm

$AB = 6$ cm

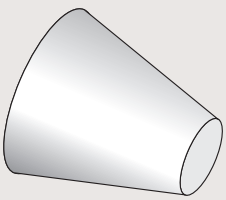
$EF = 2$ cm



Le solide *ABCDEFGH* de la figure de cette activité porte le nom de tronc de pyramide.

En géométrie, un tronc est la partie d'un solide obtenue en le coupant par un plan parallèle à sa base et en enlevant la partie supérieure. Le solide est généralement une pyramide ou un cône.

L'illustration ci-contre montre un tronc de cône.



GM120 A l'aide d'un cône

Pour remplir d'eau un cylindre, on dispose d'un cône de même hauteur et de même rayon.

a) Combien de fois penses-tu qu'il faudra remplir le cône pour que le cylindre soit plein ?

b) Vérifie ton pronostic avec le matériel que te fournit ton enseignant-e.

c) Propose une formule permettant de calculer le volume de n'importe quel cône.

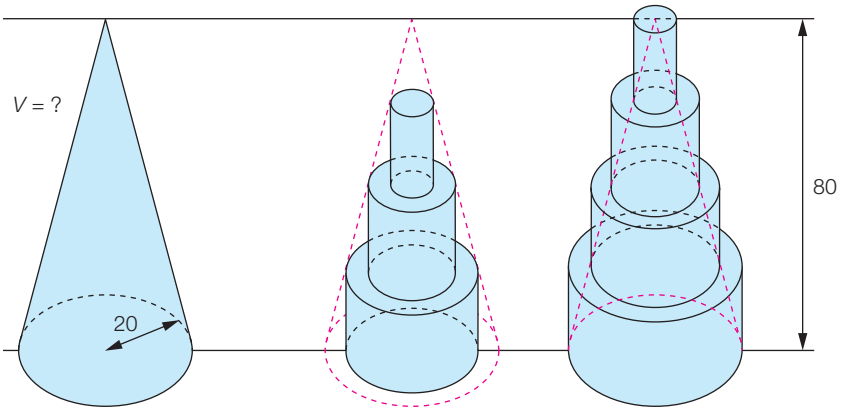
GM121 Du cylindre au cône

Pour déterminer le volume de ce cône, de 20 cm de rayon et de 80 cm de hauteur, on a procédé par des approximations successives.

a) Observe ces dessins (les tranches ont une hauteur de 20 cm) et détermine la fourchette dans laquelle se trouve le volume du cône.

b) Comment procéder pour obtenir un résultat plus précis ?

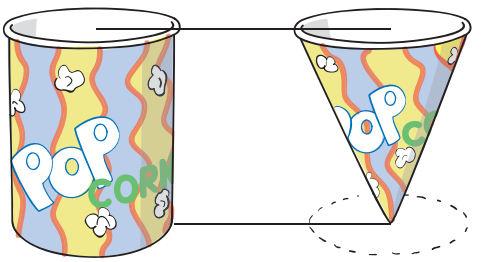
c) Compare le volume obtenu à celui du cylindre de même base et de même hauteur.



GM122 Pop-corn

Le marchand de pop-corn a remplacé ses emballages cylindriques par des emballages coniques, de même hauteur et de même rayon.

Quel prix le marchand devrait-t-il indiquer sur le second emballage ?



Fr. 5.50 Fr. ?

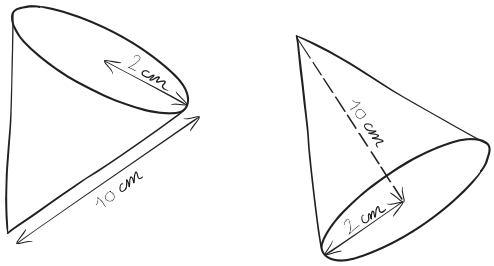
Rois des fêtes foraines, les grains de maïs (*corn* en anglais) qu'on fait gonfler éclatent… d'où le « pop ». Bien à la mode dans les salles de cinéma, le maïs, sous forme de pop-corn, faisait déjà partie de l'alimentation traditionnelle indigène des Indiens d'Amérique bien avant l'arrivée de Christophe Colomb. Dans les annales, on trouve ensuite, par exemple en 1630, la description d'un chef indien qui offre aux colons anglais du pop-corn.
La première vraie machine à pop-corn voit le jour en 1885 et permet alors de mettre en vente le pop-corn dans les salles de théâtre et les magasins.

GM123 Volume identique ?

Les deux cônes ci-contre ont-ils le même volume ?

a) Fais un pronostic.

b) Vérifie-le en calculant le volume de chaque cône.



GM124 Cylindre et cône

Un cône droit de rayon r et de hauteur h repose sur un cylindre droit, de même rayon et de hauteur égale à $2r$.

Que doit valoir h, en fonction de r, pour que :

a) le volume du cône soit égal à celui du cylindre ?

b) le volume du cône soit le double de celui du cylindre ?

c) le volume du cône soit la moitié de celui du cylindre ?

GM125 Couper en deux

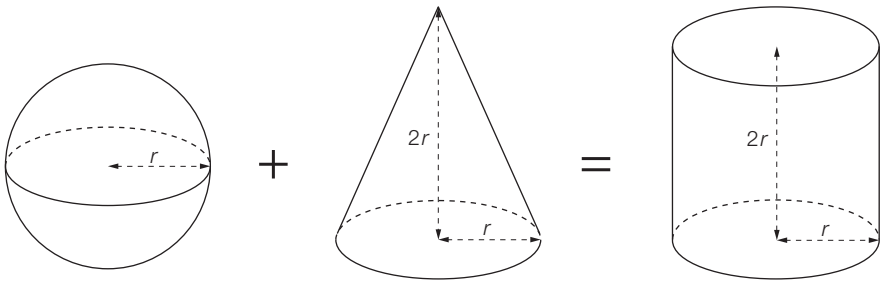
Un cône a une hauteur de 50 cm et un rayon de base de 10 cm.

A quelle hauteur faut-il le couper pour obtenir deux parties ayant le même volume ?

GM126 Drôle d'égalité

L'égalité ci-dessous est vraie du point de vue du volume des différents solides.

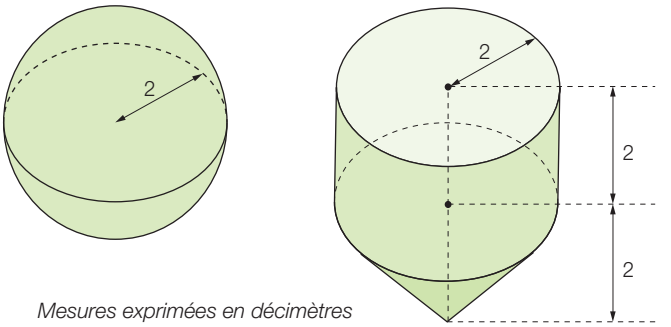
a) Propose une formule te permettant de calculer le volume de n'importe quelle sphère.



b) Calcule le volume d'une sphère dont le diamètre mesure 3 m.

GM127 Volume de solides

Calcule le volume de ces deux solides :



Mesures exprimées en décimètres

GM128 Aire de la sphère

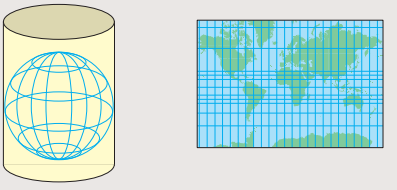
Archimède écrit dans son ouvrage *De la sphère et du cylindre* :
« La surface d'un cylindre qui a une base égale à un grand cercle d'une sphère et une hauteur égale au diamètre de cette sphère, est égale à trois fois la moitié de la surface de cette sphère. »

a) Déduis de cette affirmation la formule permettant de calculer l'aire de n'importe quelle sphère.

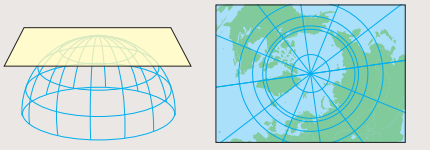
b) Calcule l'aire d'une sphère dont le diamètre mesure 50 cm.

Pour donner une représentation plane de la Terre, il est plus facile d'assimiler sa surface à une sphère, puis d'essayer d'aplatir celle-ci, c'est-à-dire d'en construire un développement. Mais une telle démarche est impossible sans déchirer ou froisser cette sphère, si elle est en papier. Une représentation plane d'une sphère entraîne donc des déformations, que ce soit au niveau des rapports de distance ou de la conservation des angles.
Lorsqu'on observe des cartes terrestres, elles ne donnent pas forcément la même représentation du monde. La forme et la surface des continents et des océans varient de l'une à l'autre. Celles-ci dépendent du type de projection utilisée. Par exemple, une *projection cylindrique*, appelée « projection de Mercator » et datant de 1569, projette les points de la sphère sur un cylindre, une projection azimutale sur un plan.
En 1973, le cartographe allemand Arno Peters propose une nouvelle projection : une représentation qui conserve la proportion entre les surfaces sur la carte et les surfaces réelles.

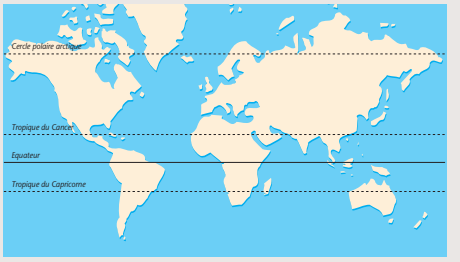
Projection cylindrique



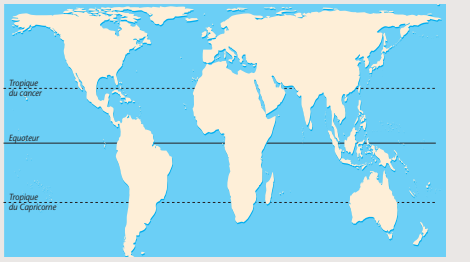
Projection azimutale



Projection de Mercator



Projection de Peters



GM129 Manipulation de formules

a) Exprime le rayon r d'une sphère en fonction de son aire.

b) Exprime le rayon r d'une sphère en fonction de son volume.

GM130 Ballon à gaz

Un ballon à gaz, constitué d'une enveloppe parfaitement sphérique, a un volume de 945 m^3.

Quelle est l'aire de son enveloppe ?

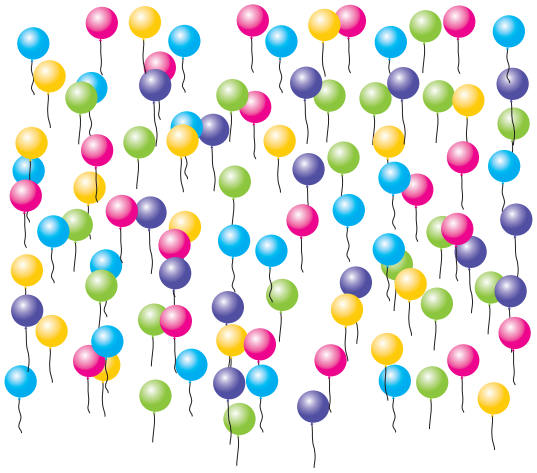


GM131 Gonflés !

a) Dans une kermesse, on doit gonfler 1000 ballons, supposés sphériques, dont le diamètre est de 40 cm.

Quel est le volume de tous ces ballons ?

b) Quel serait le volume d'un seul ballon de 4 m de diamètre ?



GM132 Le diamètre de la sphère

Une sphère a une aire de 78,54 m^2.

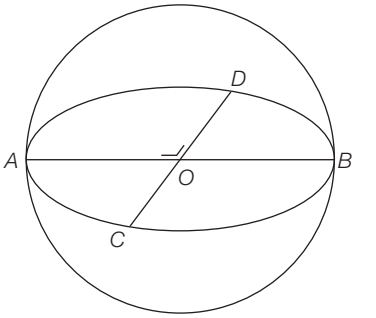
Quelle est la mesure de son diamètre ?

GM133 Volume et corde

Ce dessin représente une boule de centre O et de 10 cm de diamètre.

a) Calcule le volume de la boule.

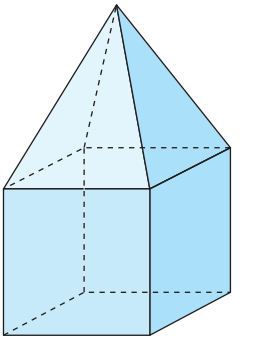
b) Compare les longueurs de la corde AD et de l'arc $\overset{\frown}{BD}$.



GM134 Le cabanon

Ce solide est constitué d'un cube surmonté d'une pyramide de même hauteur. Son volume est de 288 cm^3.

Quelle est la mesure de l'arête du cube ?

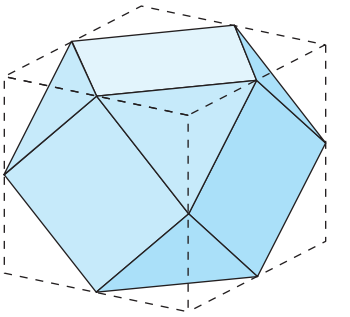


GM135 Le presse-papier

Ce presse-papier a été construit à partir d'un cube de 10 cm d'arête dont on a enlevé huit parties isométriques.

a) Quel est son volume ?

b) L'aire du presse-papier est-elle inférieure à celle du cube ?



FICHIER **Faire le point p. 197**

Encore quelques problèmes

GM136 Dans un réseau

On te donne trois points : $A\,(2\,;0\,;0)$ $B\,(3\,;5\,;1)$ $C\,(1\,;0\,;2)$.

Le triangle ABC est-il rectangle ?

GM137 Mise en boîte

Voici les dimensions de plusieurs boîtes qui ont toutes la forme d'un parallélépipède rectangle.

Dans laquelle arriveras-tu à ranger la plus longue tige, sans la plier ?

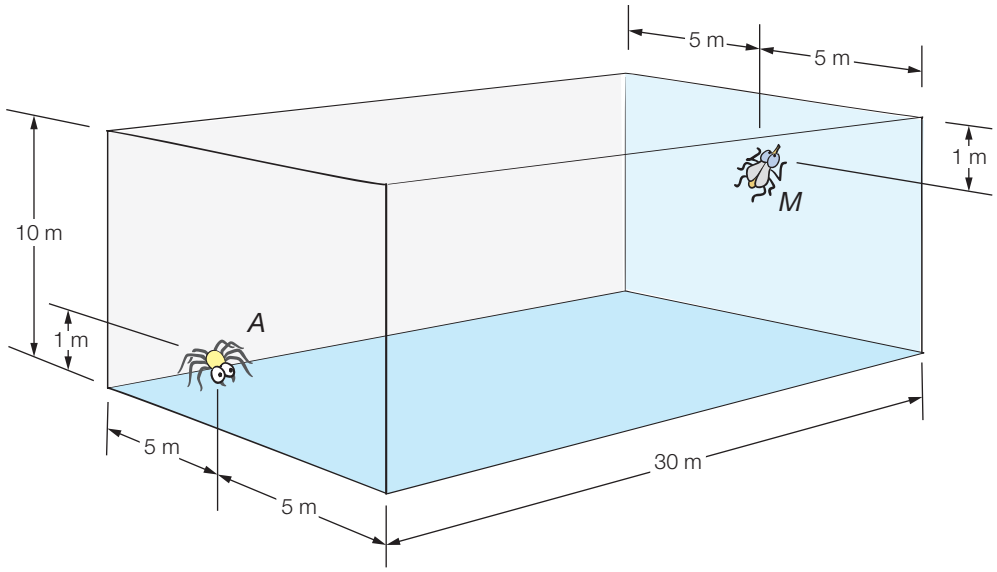
Boîte	Dimensions proposées (dm)
1	5 ; 3 ; 2
2	4 ; 3 ; 3
3	5,5 ; 1,5 ; 1
4	2 ; 2 ; 5,5
5	6 ; 1 ; 1
6	$\sqrt{6}$; $2\sqrt{3}$; $3\sqrt{2}$

GM138 Tisser sa toile

Une araignée (A), qui se trouve sur la paroi de devant de cette salle de gymnastique en forme de parallélépipède rectangle, se met en marche dans le dessein de croquer une mouche (M) qui est prise dans sa toile sur la paroi verticale opposée.

Sans jamais quitter les six faces, elle atteint la mouche en ayant parcouru moins de 40 m.

Quel chemin a-t-elle suivi ?



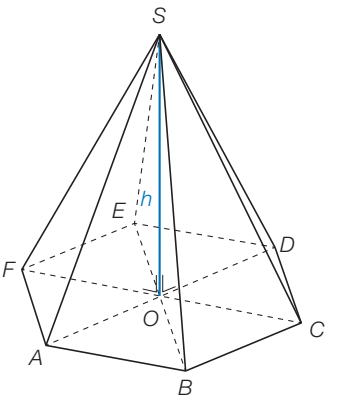
GM139 A base hexagonale

Dans cette pyramide, dont la base est un hexagone régulier de centre O, on connaît :

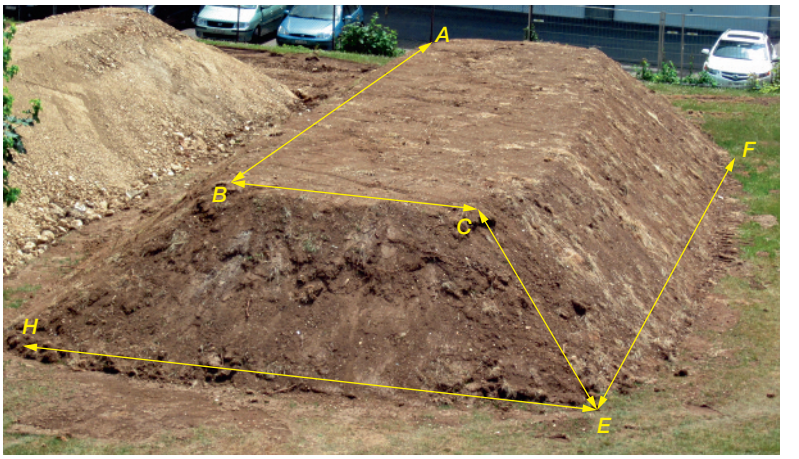
- $OB = 4$ cm
- $SB = 12$ cm

Calcule :

- l'aire de la base de la pyramide
- le volume de la pyramide
- l'aire de la face SCD



GM140 Terre végétale



Agrandissement du Collège de Delémont en 2012.

Les travaux d'agrandissement d'un collège ont commencé. Le conducteur de trax a entreposé la terre végétale de façon très méthodique et régulière comme le montre la photo ci-dessus.

a) Combien de faces possède ce solide ? Et d'arêtes ? Et de sommets ?

Voici les mesures approximatives effectuées :

$AB = 16$ m $\quad$ $BC = 4$ m $\quad$ $EF = 21$ m $\quad$ $EH = 9$ m $\quad$ $CE = 4$ m

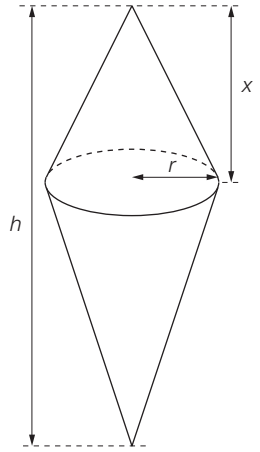
b) Réalise un développement de ce solide à l'échelle 1 : 200.

c) Calcule le volume de ce solide.

GM141 Le bicône

Le solide ci-contre est formé de deux cônes de même rayon *r*. La hauteur *h* ne varie pas.

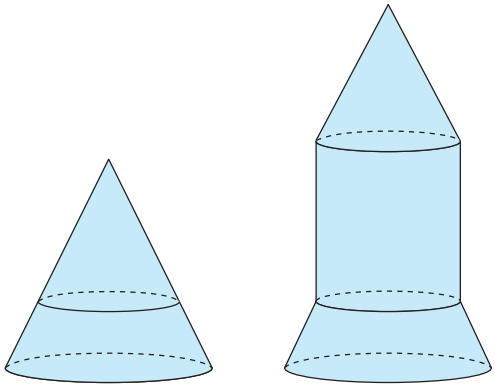
Le volume de ce solide dépend-il de la valeur de *x* ?



GM142 La fusée

Maria veut fabriquer une fusée à partir d'un cône de 785,4 cm^3 de volume et de 5 cm de rayon de base. Elle coupe ce cône au tiers de sa hauteur en partant du bas, puis elle intercale, entre les deux parties ainsi obtenues et à l'endroit de la coupe, un cylindre de volume identique à celui du cône initial. L'aire de base du cylindre correspond exactement à l'aire de la coupe.

Quelle est la hauteur de la fusée ?

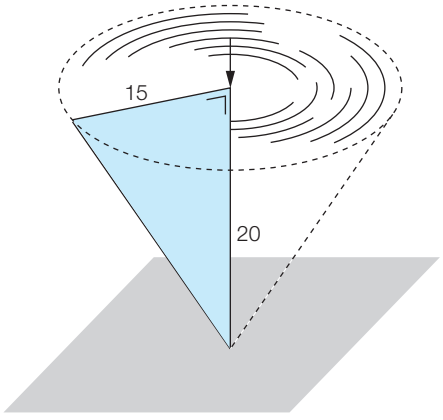


GM143 Triangle en folie

Les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle mesurent 15 cm et 20 cm.

On fait, successivement, tourner le triangle autour de chacun de ses côtés.

Le volume engendré est-il le même dans les trois cas ?



Exemple : rotation autour du côté mesurant 20 cm

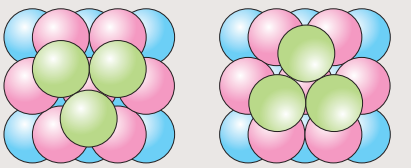
GM144 Un grand sac ?

Un sac contient un million de billes d'acier de 1 mm de diamètre chacune.

S'agit-il d'un grand sac ?

La manière d'agencer des sphères identiques dans l'espace afin d'obtenir la plus grande densité de sphères est appelée un « empilement compact ».

La manière la plus efficace de remplir l'espace, par empilement compact de sphères, permet au maximum d'occuper environ 74 % du volume à disposition. La valeur exacte est de $\frac{\pi}{3\sqrt{2}}$.



GM145 Inscrite et circonscrite

a) Un cube a une arête de 25 cm.

Quelle est la mesure du rayon de la sphère qui le circonscrit ?

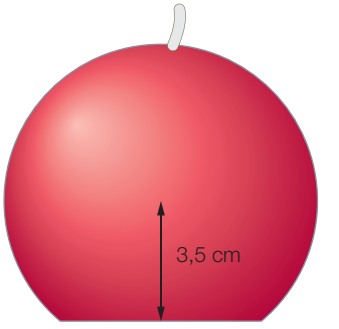
Et celle du rayon de la sphère inscrite ?

b) Quelle est la mesure de l'arête d'un cube inscrit dans une sphère de rayon r ?

GM146 Calotte sphérique

Pour faire tenir à plat une bougie sphérique de 5 cm de rayon, on la sectionne en bas comme montré ci-contre.
Le centre de la sphère est alors à 3,5 cm du pied de la bougie.

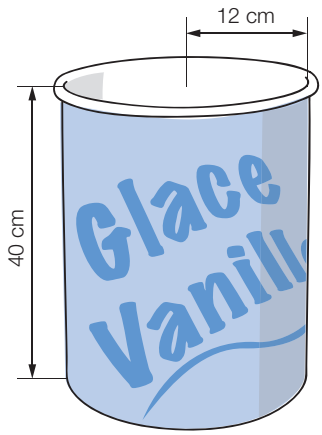
Quelle est l'aire de la surface sur laquelle repose la bougie ?

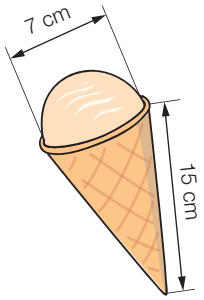


GM147 Cornets de glace

Un bac à glace cylindrique est plein aux quatre cinquièmes.

Combien peut-on faire de cornets de glace, constitué d'un cône qu'on suppose totalement rempli, surmonté d'une demi-boule, avec le contenu de ce bac ?







Parce que, de tout temps, l'Homme a cherché à maîtriser et à organiser son environnement, il a développé de nombreux moyens de le quantifier, de le mesurer et de le borner. Maîtresses de leurs territoires, les différentes puissances désiraient en souligner les frontières et les distances entre les lieux.

Ainsi, dans nos contrées, dès l'époque romaine, des traces visibles de ce mesurage ont été inscrites dans le paysage, par différents moyens. Nombreuses sont encore ces limites et bornes qu'on peut rencontrer au détour d'une promenade, sur les murs des maisons, le long des routes ou, comme ci-contre, au cœur de la ville.

Borne routière en ville de Sion.

Diverses mesures

Apprentissages visés

- Estimations de grandeurs, choix d'une unité adéquate, prise de mesure à l'aide d'un instrument adapté
- Expression d'une grandeur dans diverses unités : volume, capacité, temps, vitesse, débit, masse volumique
- Sensibilisation aux aspects culturels et historiques de la mesure

Sommaire

- Pour réactiver certaines connaissances 260
- Vitesses et autres grandeurs 261
- Encore quelques problèmes 266

FICHIER **Que sais-je ? p. 199**

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER **GM148**

GM149 D'Evian-les-Bains à La Givrine

L'itinéraire d'une voyageuse qui veut se rendre d'Evian-les-Bains (France) à La Givrine (VD) est détaillé ci-après.

Gare/Arrêt	Date	Heure	Durée	Change	Voyage avec Information	Prix
Gare/Arrêt	**Date**	**Heure**		**Voie**	**Voyage avec Occupation**	**Remarques**
Evian-les-Bains CGN	Je, 01.11.12	dép.07:00				Bateau
Lausanne-Ouchy		arr. 07:35			BAT 1104	
Lausanne-Ouchy						4 min.
Lausanne, Ouchy					Parcours à pied	
Lausanne, Ouchy		dép.07:55				Metro Direction: Epalinges, Croisettes
Lausanne, gare		arr. 07:59			Met m2	
Lausanne, gare						4 min.
Lausanne					Parcours à pied	
Lausanne		dép.08:20		7		InterRegio
Nyon		arr. 08:49		1	IR 1408	
Nyon		dép.08:56		NStCM		Regio
La Givrine		arr. 09:38			R 118	2 X

Détermine :

a) la durée totale de son déplacement d'Evian-les-Bains à La Givrine ;

b) le temps passé dans chacun des moyens de transport utilisés (bateau, métro et train) ;

c) en cours d'itinéraire, le temps total passé à attendre le prochain moyen de transport.

GM150 Le jeu de go

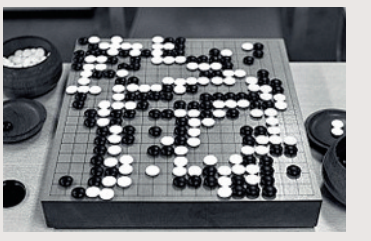
Une boutique vend un jeu de go, qui comprend 180 pierres blanches, 180 pierres noires et un tablier de jeu traditionnel, le goban. Le jeu complet a une masse de 9 kg, tandis que celle du goban est de 720 g.

Quelle est la masse d'une des pierres du jeu ?

Le jeu de go est né en Chine il y a plusieurs milliers d'années. Malgré son ancienneté, il continue à jouir d'une grande popularité en Chine, en Corée et au Japon.

Le but du jeu est la constitution de territoires en utilisant un matériel des plus simples : un plateau sur lequel sont tracées 19 lignes horizontales et 19 lignes verticales, définissant 361 intersections, et des pions que deux joueurs posent à tour de rôle sur les intersections de ce quadrillage.

Le jeu de go ne s'est répandu que récemment en Occident où son succès tient à la simplicité de ses règles, à sa grande richesse combinatoire et aux ressources stratégiques qu'il requiert.



Vitesses et autres grandeurs

FICHIER GM151

GM152 A grande vitesse

a) Quelle est la vitesse, en kilomètres/heure, d'un bolide de Formule 1 qui parcourt 315 m en 3,5 s ?

b) Un satellite en orbite géostationnaire se déplace à la vitesse de 3075 m/s.

Quelle distance, en kilomètres, parcourt-il en 24 h ?

GM153 Les douze plaques tectoniques

La Terre peut être divisée en douze plaques tectoniques. Celles-ci se déplacent très lentement, à des vitesses variables selon les régions du monde.

a) De quelle distance la plaque Eurasie se déplace-t-elle en un siècle ?

b) De quelle distance la plaque Afrique se déplace-t-elle en 1 mois ?

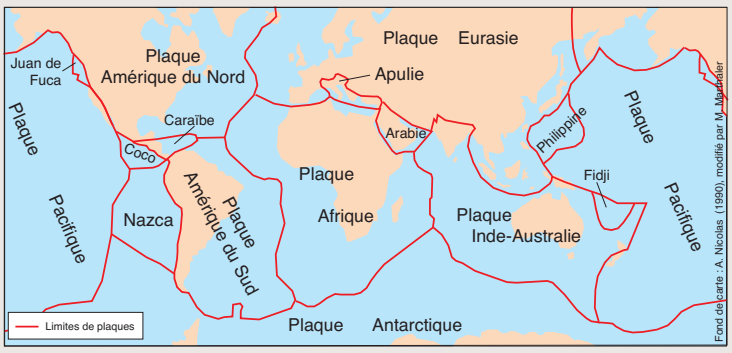
c) En combien d'années la plaque Philippine aura-t-elle parcouru 100 km ?

Les douze plaques tectoniques terrestres principales et leurs déplacements :

1	Pacifique	10 cm/an vers le Nord-Ouest
2	Eurasie	1 cm/an vers l'Est
3	Afrique	2 cm/an vers le Nord
4	Antarctique	Tourne sur elle-même
5	Inde-Australie	7 cm/an vers le Nord
6	Amérique du Nord	1 cm/an vers l'Ouest
7	Amérique du Sud	1 cm/an vers le Nord
8	Nazca	7 cm/an vers l'Est
9	Philippine	8 cm/an vers l'Ouest
10	Arabie	3 cm/an vers le Nord-Est
11	Coco	5 cm/an vers le Nord-Est
12	Caraïbe	1 cm/an vers le Nord-Est

La tectonique des plaques est une théorie scientifique, proposée dans un premier temps par Alfred Wegener, en 1912, puis confirmée dans les années 1970 ; cette théorie décrit l'évolution de la surface de notre globe terrestre.

L'écorce terrestre n'est pas homogène ; elle est constituée de plaques qui dérivent, se frottent ou s'éloignent les unes des autres. On peut distinguer une cinquantaine de pièces dans ce puzzle mobile qu'est la croûte terrestre, et les scientifiques les regroupent parfois en sept, douze, voire quatorze, plaques

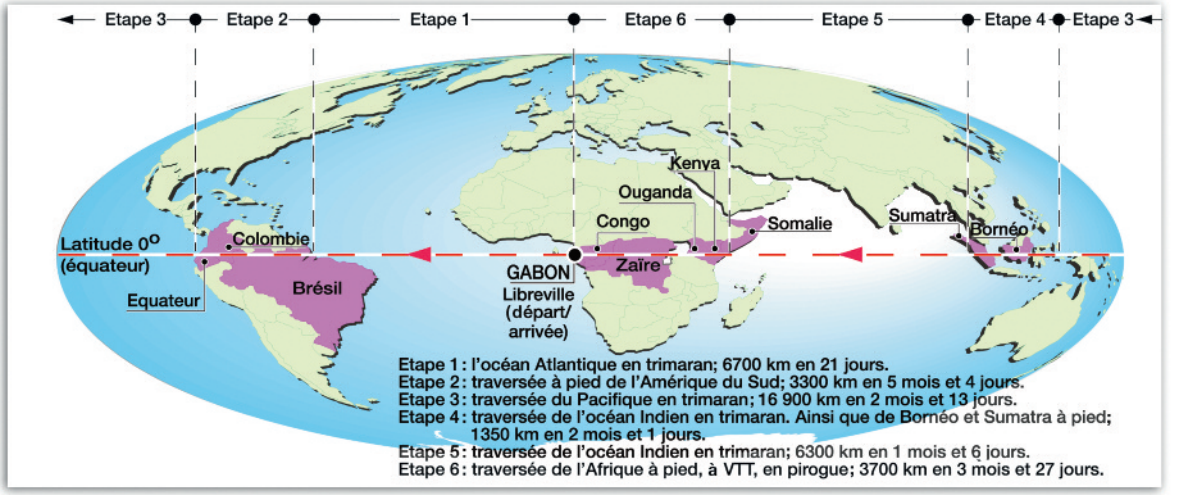


principales. Les mouvements des plaques engendrent la formation des chaînes de montagnes et des étendues océaniques, et provoquent les tremblements de terre et l'activité volcanique.

GM154 Exploits

Voici quelques informations relatives aux périples de Mike Horn (1999-2000), du Vendée Globe (2001) et du *Breitling Orbiter III* (1999) :

Les étapes de « Latitude 0° » (Mike Horn) :



Le tour du globe en moins de 100 jours (Vendée Globe)

Après deux reports dus au mauvais temps, le Vendée Globe, le plus populaire des tours du monde en solitaire est parti. Avec des skippers qui vont tenter de rentrer aux Sables-d'Olonne en moins de 100 jours.

Les 24 bateaux du Vendée Globe ont enfin pris le départ de la course autour du monde à la voile en solitaire, sans escale et sans assistance, jeudi après-midi (à 16 h 22) aux Sables-d'Olonne, après deux reports de date dus aux mauvaises conditions météorologiques.

Rugissants et hurlants

Pour tenter de succéder à Christophe Auguin, vainqueur en 105 jours en 1996/97, des marins de sept pays (Belgique, Espagne, France, Grande-Bretagne, Italie, Russie et Suisse), deux femmes, vingt-deux hommes, vont devoir doubler trois caps, traverser trois océans et effectuer un périple de 25 000 miles.

Parmi les skippers qui partent pour gagner cette quatrième édition, compte tenu de leur expérience, de la qualité de leur préparation et de leur niveau technique, deux noms s'imposent: Marc Thiercelin *(Active-Wear)*, 2e en 1996/97, et l'Anglais Mike Golding *(Groupe-4)* qui vient malheureusement de démâter et qui est rentré au port pour réparer. Deux autres suivent immédiatement, ceux des Français Eric Dumont *(Eurêka)* et Yves Parlier *(Aquitaine-Innovations)*. Dans l'ordre chronologique, pour les départager, ce sera l'océan Atlantique, le cap de Bonne-Espérance (Afrique du Sud), l'océan Indien par les Quarantièmes rugissants et les Cinquantièmes hurlants, avec les icebergs et les growlers. Puis, passé le cap Leeuwin (pointe sud-ouest de l'Australie), l'océan Pacifique, jusqu'au cap Horn, là où le continent américain s'enfonce dans la mer, et enfin la remontée de l'Atlantique.

Ellen MacArthur la benjamine

Derrière Thiercelin, Golding, Dumont et Parlier, il faudra compter avec des skippers ayant l'expérience du sud en solitaire et à qui le sort fut néfaste comme le Franco-Suisse Bernard Gallay *(Voilà.fr)* ou Thierry Dubois *(Solidaires)*. On peut également placer dans cette liste de tête des marins au talent certain, mais n'ayant pas le vécu des mers du sud en solitaire, comme Thomas Coville *(Sodebo)*, Roland Jourdain *(Sill)*, Michel Desjoyeaux *(PRB)*, le Suisse Dominique Wavre *(UBP)* et l'Anglaise Ellen MacArthur *(Kingfisher)*, 24 ans, benjamine de la course, première des monocoques dans la Transat anglaise. Si Catherine Chaubaud *(Whirlpool)* parvient à se hisser quotidiennement à son meilleur niveau, elle aussi pourrait faire partie du paquet de tête. Sixième du dernier Vendée Globe en 140 jours, elle prend là le départ de son dernier tour du monde. D'autres encore, comme Raphaël Dinelli *(Sogal-Extenso)*, naufragé alors qu'il était parti hors course en 1996, Didier Mundutéguy *(DDP)*, qui avait démâté pratiquement au départ, Joé Seeten *(Nord-Pas-deCalais)* ou le Suisse Bernard Stamm *(Superbigou)* peuvent venir jouer les trouble-fête. Enfin, les trois 50-pieds (15,24 m à la flottaison), ceux de l'Italien Pasquale de Gregorio *(Wind)*, du Belge Patrick de Radiguès *(Lightning)* et du Nantais Patrice Carpenter *(VM-Matériaux)* ne paraissent pas en mesure d'inquiéter les meilleurs.

SUITE ➜



Mieux que Jules Verne

Le premier tour du monde en ballon a été réussi par Brian Jones et Bertrand Piccard.

Un exploit fantastique accompli à bord d'un ballon de 55 mètres de haut. Toutes les précédentes tentatives avaient échoué.

Ils n'ont pas eu à tenir cinq semaines en ballon, mais ce qu'ils viennent de réaliser en un peu plus de 19 jours est un remarquable exploit: Brian Jones et Bertrand Piccard sont entrés hier samedi à 9 h 54 GMT dans la légende en réussissant le premier tour du monde en ballon de l'histoire, en 19 jours, 1 heure et 49 minutes. Ils ont parcouru 42 810 km...

Au-dessus du ciel de Mauritanie, leur ballon, le *Breitling Orbiter III*, a bouclé son tour du monde en franchissant le degré 9,27 de longitude ouest, la ligne qu'il avait atteint peu après son départ, le 1er mars, de Château-d'Œx dans les Alpes vaudoises, avant de se laisser emporter vers l'Orient par des vents rapides de très haute altitude.

Le ballon atterrira «dimanche matin» en Egypte, selon le centre de presse de l'expédition. L'un des météorologues a estimé que le vent au sol interdirait un atterrissage dimanche au pied des pyramides. Le ballon va quitter le jet-stream et volera ensuite plus au sud dans un couloir qui vient finir près de Louxor. Il existe aussi une grande oasis juste après l'entrée en Egypte, près de la frontière avec la Libye, qui pourrait permettre un atterrissage en douceur pas trop éloigné des axes de communication.

***Breitling Orbiter III* en chiffres**

55 m de haut, 8,1 t.
Contient 18 500 m^3 d'hélium.
Capsule pressurisée de 5,40 m de long et de 2,85 m de haut (une seule couchette, un coin cuisine, un chauffe-eau et des toilettes).
Propane propulseur dans 28 réservoirs de 100 kg chacun, de 2,35 m de haut, autonomie de 21 jours.
Une semaine de nourriture en produits frais et deux semaines d'aliments déshydratés et 200 l d'eau.

Utilise ces informations pour répondre aux questions suivantes:

a) Quelles ont été les vitesses moyennes respectives du *Breitling Orbiter III*, du voilier de Christophe Auguin et de Mike Horn à pied?

b) Quelle est la différence de vitesse moyenne, exprimée en kilomètres/heure, entre le monocoque de Catherine Chabaud et le trimaran de Mike Horn?

c) Si les voiliers du Vendée Globe avaient mis exactement 100 jours pour réaliser la boucle, quel jour de la semaine et à quelle heure seraient-ils arrivés à bon port?

d) Quelle autonomie fournit l'un des réservoirs à propane du *Breitling Orbiter III*?

e) Si le *Breitling Orbiter III* avait été un ballon sphérique contenant la même quantité d'hélium, quel aurait été son diamètre?

f) Le 13 janvier 1997, l'Américain Steve Fossett battait le record mondial de durée et de distance en ballon en ayant parcouru 16673,81 km en 146 h et 44 min. A-t-il été plus rapide que Piccard et Jones?

GM155 La course de 400 m

Dans une course de 400 m, un coureur réalise les temps de passage suivants :

Distance parcourue (m)	100	200	300	400
Durée de la course (s)	11	25	40	58

Calcule la vitesse moyenne de ce coureur sur chacune des quatre distances.

FICHIER **GM156**

GM157 L'arbre

Le rayon de la Terre est d'environ 6400 km.

Par rapport à l'axe de rotation de la Terre, à quelle vitesse se déplace un arbre situé juste sur l'équateur ?

GM158 La pompe

En combien de temps peut-on remplir une piscine municipale dont les dimensions sont 50 m de longueur, 20 m de largeur et 1,80 m de profondeur ? On dispose d'une pompe dont le débit est de 7500 l/h.

GM159 La météo

Pendant un orage, il est tombé 12 mm d'eau.

Quelle quantité d'eau cela représente-t-il sur un terrain de football ayant pour dimensions 70 m sur 110 m ?

GM160 La cuve et les robinets

Une cuve d'une capacité de 300 litres est alimentée par deux robinets, un d'eau froide dont le débit est de 15 l/min, un autre d'eau chaude.

Quand on remplit la cuve vide avec de l'eau chaude, on a besoin de 10 minutes de plus que si on la remplit avec de l'eau froide.

Combien de temps va-t-il falloir pour remplir la cuve vide si l'on ouvre les deux robinets en même temps ?

GM161 Au bord du Doubs

Le Doubs a un débit moyen d'environ 20 m^3/s dans la région du Saut-du-Doubs.

Il alimente le lac artificiel de Moron (barrage du Châtelot) qui contient, lorsqu'il est plein, environ 16 000 000 m^3 d'eau.

Si on le vidait complètement, combien de jours faudrait-il pour le remplir de nouveau ?

Débit moyen de quelques fleuves à l'embouchure

Amazone	190 000	m^3/s
Zaïre	42 000	m^3/s
Yang-Tseu-Kiang	34 500	m^3/s
Mississippi	18 000	m^3/s
Gange	16 000	m^3/s
Nil	2 500	m^3/s
Rhin	2 250	m^3/s
Rhin à Bâle	1 050	m^3/s
Rhône	1 800	m^3/s
Rhône à Genève	250	m^3/s

GM162 La perfusion

Un infirmier doit perfuser un patient pendant 12 h avec 1 litre de sérum glucosé.

Sachant que 1 ml de sérum correspond à 20 gouttes, quel sera le débit de la perfusion en nombre de gouttes par minute ?

GM163 La connexion internet

Richard remarque que, pour télécharger un film de 37,5 Mo, son ordinateur connecté à Internet a eu besoin de 1 min et 20 s.

Quel est le débit moyen de sa connexion Internet en kilo octets/seconde ?

Un ordinateur connecté à Internet envoie et reçoit en permanence des informations ; ces dernières, codées en langage binaire (0 et 1), sont transmises à travers les câbles à très grande vitesse.

Le débit d'informations peut, par exemple, s'élever à 20 Mo/s, c'est-à-dire qu'à chaque seconde, vingt millions d'octets (unités constituées de huit 0 ou 1) sont transmis.

Lorsqu'on parle de connexion ADSL (Asymmetric Digital Subscriber Line), cela signifie que la transmission ne se fait pas à la même vitesse pour les données reçues (descendant / download) que pour celles envoyées (ascendant / upload).

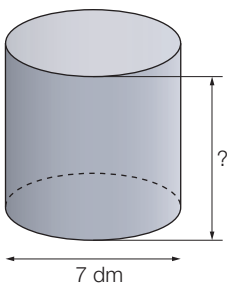
FICHIER **GM164**

GM165 Béton armé

Un bâtiment possède plusieurs grandes colonnes. Leurs bases sont constituées de cylindres en béton armé. Le volume de chacun de ces cylindres est de 250 dm^3 et leur diamètre est de 7 dm.

a) Trouve la hauteur de ces cylindres.

b) Quelle est la masse de chacun des cylindres si la masse volumique du béton armé est de 2,7 kg/dm^3 ?



GM166 Le cube de bois

Un cube de sapin, de 10 cm d'arête, a une masse de 500 g.

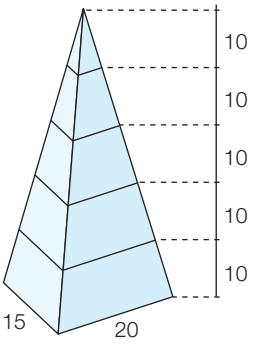
a) Quelle est la masse d'un cube de sapin de 2,5 cm d'arête ?

b) Quelle est la mesure de l'arête d'un cube de sapin d'une masse de 1 kg ?

GM167 Pyramide en tranches

Quelle est la masse de chacune des tranches de cette pyramide en hêtre qui a une masse totale de 4 kg ?

La base de la pyramide est un rectangle.



Unités : cm

FICHIER **Faire le point p. 202**

Encore quelques problèmes

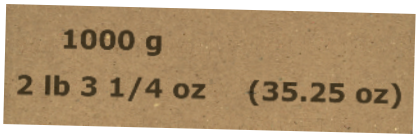
GM168 Etiquetage

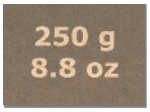
Sur certains emballages, on peut lire le type d'informations suivantes.

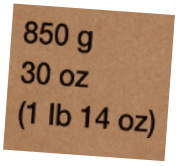
Que signifient ces indications ?

a)









b)





GM169 L'évier et la baignoire

a) Un évier est rempli en 35 s par un robinet dont le débit est de 15 l/min.
Quelle est sa contenance en litres ? Et en centimètres cubes ?

b) Avec le même débit, combien de temps faut-il pour remplir une baignoire de 0,24 m^3 ?

GM170 En tôle !

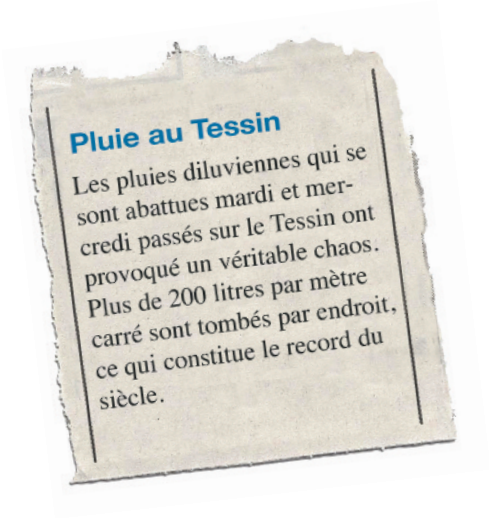
A l'aide de plaques de tôle de même épaisseur, on fabrique des récipients cubiques sans couvercle dont les capacités sont, respectivement, de 1 l, 8 l, $\frac{1}{2}$ l, 5 l et 27 l.

Celui dont la capacité est de 1 l a une masse, à vide, de 200 g.

Quelle est la masse de chacun des autres récipients ?

GM171 Dans le journal

Lu dans un journal :



Pluie au Tessin

Les pluies diluviennes qui se sont abattues mardi et mercredi passés sur le Tessin ont provoqué un véritable chaos. Plus de 200 litres par mètre carré sont tombés par endroit, ce qui constitue le record du siècle.

Lu dans un autre journal, à propos des mêmes intempéries :



SOTTOCENERI

Orages

De violents orages ont douché le Sottoceneri, provoquant de nombreux éboulements et la fermeture du trafic sur une dizaines d'axes routiers. Ainsi, entre 17 h mardi et 14 h hier, il est tombé près de 21 cm d'eau à Stabio.

D'après toi, ces deux informations concordent-elles ?

D'abord, il y a le point et pour lui pas de mesure possible… Ensuite viennent les segments, les droites, les cercles, les courbes, les lignes… Espaces à une dimension pour lesquels le système métrique offre des unités basées sur le mètre, comme le nanomètre, le centimètre, le kilomètre. Ainsi se mesurent les distances.

Puis se construisent les espaces à deux dimensions : plans à la surface infinie ou figures bien délimitées, convexes ou concaves, entières ou trouées… Lorsqu'elles sont régulières, polygones ou disques par exemple, leur aire se laisse calculer à l'aide de formules ; le plus souvent, les surfaces doivent se laisser apprivoiser, décomposer ou, au contraire, être à plusieurs associées, pour qu'on puisse trouver le nombre de mètres carrés, centimètres carrés, kilomètres carrés ou hectares qu'elles couvrent.



Des géomètres utilisant un théodolite *: instrument mesurant des angles dans les deux plans horizontal et vertical, afin de déterminer une direction et des distances.*

Enfin, en profondeur ou en hauteur, c'est-à-dire en trois dimensions, sont les solides dont les volumes sont à déterminer et à calculer en mètres cubes ou en millimètres cubes, kilomètres cubes, etc.

Ainsi, le système métrique permet de quantifier ce qui nous environne dans ses trois dimensions spatiales.



Big Ben, la célèbre horloge *sise au cœur de Londres.*

Reconnu comme étant la quatrième dimension de notre espace-existence, le temps est une grandeur des plus importantes, dans notre vie comme dans les sciences.

La mesure du temps, dont l'unité de base est la seconde, a comme caractéristique principale d'être à la fois décimale (dans ces sous-unités : dixième, centième, millième, etc.) et sexagésimale dans ses unités supérieures (minutes, heures, etc.), gardant ainsi la trace des astronomes babyloniens qui sont à l'origine de cette mesure.



Professeurs d'éducation physique, sportifs, infirmiers ou scientifiques, nombreuses sont les personnes qui utilisent au quotidien un chronographe *pour mesurer des durées.*

Grandeurs, mesures… et problèmes

D'autres caractéristiques de notre Univers nécessitent d'être mesurées et le *Système International (SI)*, adopté en 1960, définit un ensemble de grandeurs et leur unité de mesure privilégiée. En plus du *mètre* et de la *seconde*, on a retenu : le *kilogramme* pour la mesure des masses ; le *kelvin* pour la température ; le *candela* pour la luminosité ; l'*ampère* pour l'intensité d'un courant électrique et la *mole* pour la quantité de matière d'un système.

Toutes les autres unités peuvent être composées à partir de ces sept unités de base et mesurent des grandeurs comme la vitesse (km/h), le débit (m^3/s), la masse volumique (kg/m^3), etc.

Existent enfin également le pixel et l'octet (ou byte), unités issues des technologies binaires. Les multiples de l'octet, comme le kilo octet (Ko), le méga octet (Mo), le giga octet (Go) ou le téra octet (To) traduisent, entre autres, les progrès opérés en matière de développement électronique, pour la capacité de stockage d'informations et la vitesse de travail de nos ordinateurs, lecteurs de musiques et autres téléphones portables.



Utilisée, entre autres, par les chimistes et les pharmaciens, la balance analytique *permet des mesures allant jusqu'au dixième de milligramme.*



Un luxmètre, *utilisé par les photographes en particulier : capteur permettant de mesurer l'éclairement ; cette mesure s'exprime dans une unité appelée « lux », et non en candela.*

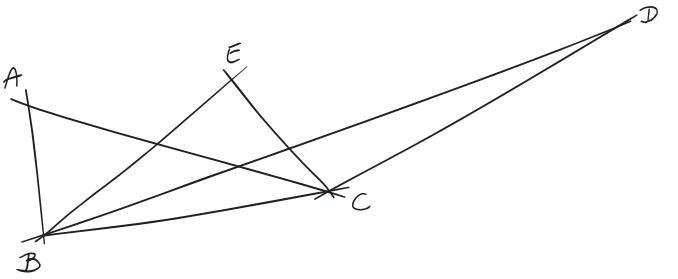


Placés le long des routes et des autoroutes et utilisés par la police, les radars tachymètres *permettent de mesurer la vitesse des véhicules avec une marge d'erreur de ± 3 %.*

GM172 Aire maximale

Les points A, E et D se trouvent sur une droite parallèle à BC.

Lequel des trois triangles ABC, BCE et CDB a la plus grande aire ?



GM173 La plus grande aire

Construis un trapèze rectangle $ABCD$ tel que :

– $AD \,//\, BC$ et $\widehat{DAB} = \widehat{ABC} = 90°$;

– $AB = 6$ cm, $BC = 12$ cm et $AD = 8$ cm.

Place un point P sur le côté AB tel que $AP = 3{,}5$ cm.

Construis le point Q, milieu du segment PC.

Parmi les quatre triangles APD, PBC, DPQ et DQC, lequel a la plus grande aire ?

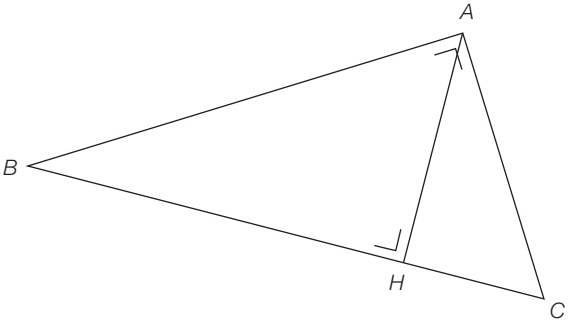
GM174 Les théorèmes métriques

A l'aide de cette figure et de la notion de similitude, essaie de prouver les théorèmes suivants.

Théorème de la hauteur : $AH^2 = BH \cdot CH$

Théorème d'Euclide : $AB^2 = BH \cdot BC$ et $AC^2 = CH \cdot BC$

Théorème de Pythagore : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

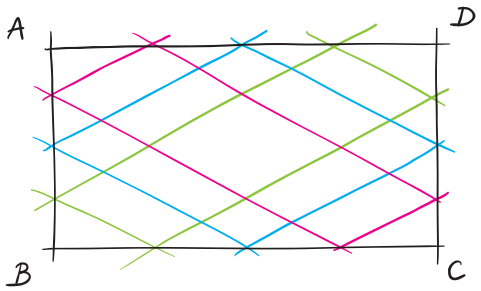


GM176 Quadrillage

Sur ton cahier, construis un rectangle *ABCD* de 8 cm × 12 cm.

Sans effectuer de mesures, divise ses côtés en quatre parties isométriques.

Complète ta construction en traçant des quadrilatères comme sur ce croquis.



a) Compare les périmètres de chacun des quadrilatères.

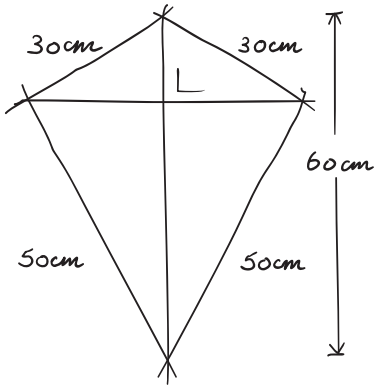
b) Compare leurs aires à celle du rectangle *ABCD*.

GM177 Cerfs-volants

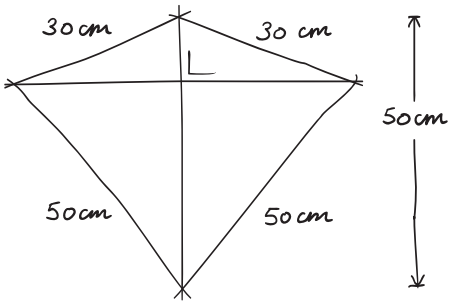
Luce et Martine ont fabriqué chacune un cerf-volant.

Détermine l'aire de la toile utilisée par chacune d'elles.

Cerf-volant de Luce

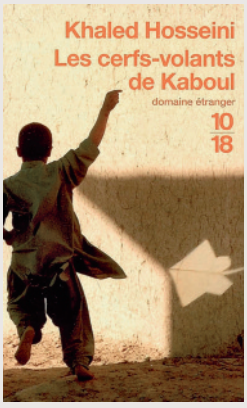


Cerf-volant de Martine



Jeu de plage et sport de plein air, le cerf-volant est aussi, dans de nombreux pays, un sport de combat. Le fil coupant en est la pratique la plus répandue : au Chili, au Pakistan, en Inde comme en Afghanistan, se déroulent de grands rassemblements où l'on peut voir des dizaines de cerfs-volants s'opposer. On utilise des cerfs-volants traditionnels en papier avec une structure en bambou ; le but du jeu est de faire tomber à terre les cerfs-volants des adversaires. La manière la plus courante est de parvenir à en couper le lien grâce au fait que le fil fin de coton ou de lin est enduit d'une matière composée de verre pilé ou de quartz.

Le célèbre roman (2003) de Khaled Hosseini (ci-contre), qui a inspiré un film sorti en 2007, raconte ces combats épiques dans le ciel de la capitale afghane.



GM178 Avec du papier A4

Plie une feuille de papier A4 de manière à superposer deux sommets qui appartiennent à la même diagonale.

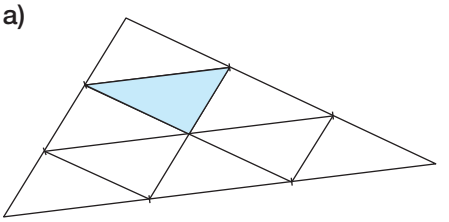
Quelle est l'aire du pentagone ainsi formé ?

GM179 Les triangles colorés

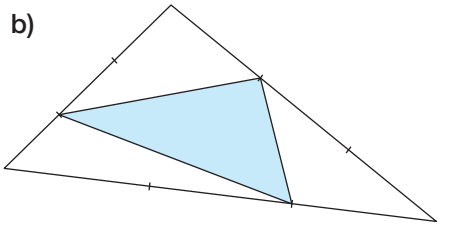
Chaque côté du grand triangle est partagé en trois parties isométriques.

Exprime l'aire des triangles colorés en fonction du grand triangle.

a)



b)



GM180 La quadrature du cercle

Trace un cercle de centre O et de diamètre AE.

Place un point C, dans le prolongement du diamètre AE, tel que $EC = \frac{1}{2}OE$.

Construis le carré $ABCD$.

Le carré $ABCD$ et le disque de centre O ont-ils la même aire ?

En mathématiques, la quadrature du cercle fait partie des trois grands problèmes de l'Antiquité, avec la trisection de l'angle et la duplication du cube.

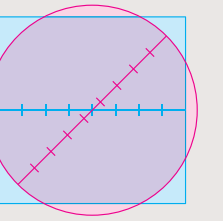
Est-il possible de construire un carré qui a la même aire qu'un disque donné, en utilisant uniquement une règle et un compas ? A priori anodine, cette question a pourtant défié les mathématiciens pendant plus de trois mille ans.

Dans le papyrus Rhind, vers 1700 av. J.-C., le scribe Ahmès proposait une solution du problème.

Pour lui, la quadrature du cercle est possible : c'est le carré de côté 8d/9 où d est le diamètre du cercle. De rapides calculs démontrent pourtant qu'il a tort et qu'il s'agit là d'une solution approchée. Se rapprocher de la quadrature du cercle, c'est aussi se rapprocher de la valeur exacte de π.

De nombreux mathématiciens proposeront des méthodes approchées, et il fallut attendre 1882, année où le mathématicien allemand Lindemann démontra l'impossibilité de « quadraturer un cercle ».

Aujourd'hui, dans le langage courant, l'expression « c'est la quadrature du cercle » désigne une entreprise ou un problème insurmontable et impossible à réaliser.



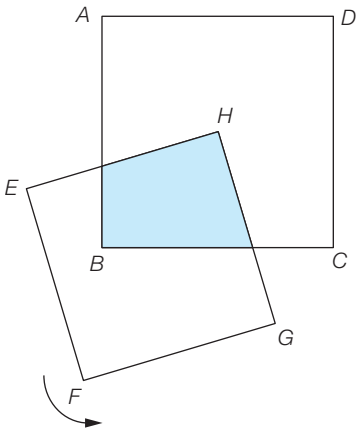
GM181 Le carré tournant

Dans cette figure :

ABCD est un carré fixe ;

EFGH est un carré mobile qui tourne autour du point *H*, centre du carré *ABCD*.

Quelle est l'aire du domaine coloré ?



GM182 Chutes

Tu découpes un hexagone régulier, le plus grand possible, dans un disque en carton de 20 cm de rayon.

a) Quelle est l'aire des chutes (parties perdues après le découpage) ?

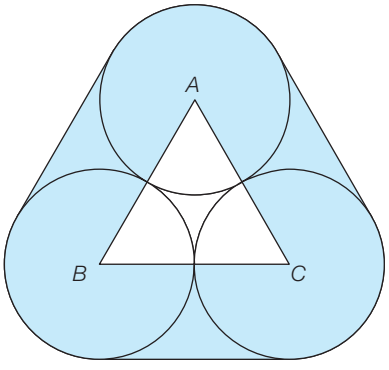
b) Quelle fraction du disque entier représentent ces chutes ?

c) Compare tes résultats avec ceux que tu obtiendrais en prenant un disque de 50 cm de rayon.

GM183 Histoire d'aires

A, *B* et *C* sont, respectivement, les centres des trois disques de la figure ci-dessous.

Calcule l'aire de la partie colorée, lorsque le côté du triangle équilatéral mesure 5 cm.



GM184 Tourner en rond

a) Si l'on pouvait tendre une ficelle autour de la Terre, le long de l'équateur et à 1 m de hauteur, de combien dépasserait-elle la longueur de l'équateur ?

b) Et si on tend une ficelle à 1 m de distance autour d'un ballon de football ?

GM185 Doublement inscrit

Dans un cercle de 3 cm de rayon, inscris un rectangle $ABCD$ dont les milieux des côtés sont, respectivement, I, J, K et L.

Quel est le périmètre du polygone $IJKL$?

GM186 Le troisième sommet

On connaît les coordonnées de deux sommets d'un triangle ABC :
$A\ (4\,;-3)$ et $B\ (-2\,;5)$.

Trouve l'ordonnée du troisième sommet $C\ (-2\,;x)$, de telle façon que :

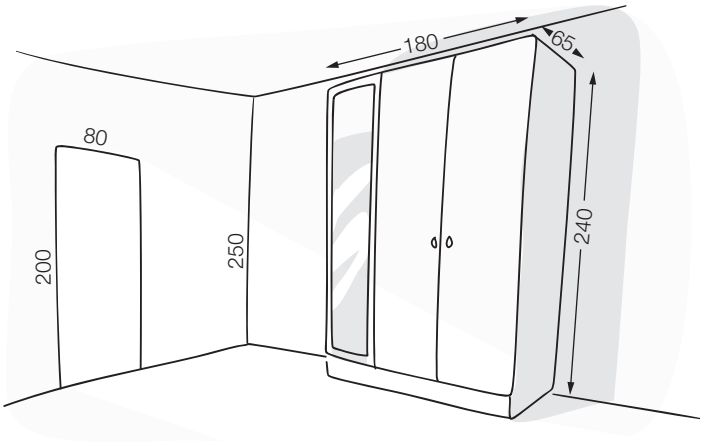
a) l'aire du triangle ABC soit égale à 24 ;

b) l'aire du triangle ABC soit égale à 48 ;

c) le périmètre du triangle ABC soit égal à 24.

GM187 Déménagement

Peut-on sortir cette armoire de la pièce, sans la démonter ?



GM188 La pyramide alimentaire

John veut construire une maquette de la pyramide ci-contre. Il fait les choix suivants :

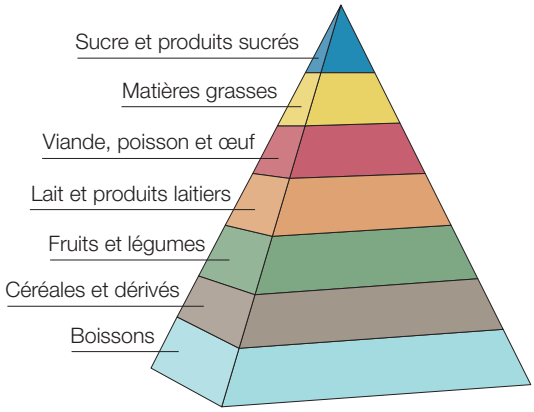
- la pyramide sera régulière et aura une base carrée ;
- la diagonale du carré de base mesurera 8,5 cm ;
- la hauteur de la pyramide vaudra 9,5 cm.

a) Calcule le volume de cette maquette.

b) Dessine, en vraie grandeur, une face latérale de cette pyramide.

c) Quelle catégorie d'aliments devrait être la plus consommée ? La moins consommée ?

d) Pourquoi avoir choisi une pyramide pour cette représentation ?



Une pyramide alimentaire illustre une alimentation équilibrée, qui garantit un apport suffisant en énergie, ainsi qu'en substances nutritives et protectrices, et contribue de façon déterminante à assurer notre bien-être.

Les aliments mentionnés aux étages inférieurs de la pyramide sont à consommer en abondance, ceux des niveaux supérieurs en quantités moindres. Tous les aliments ont leur place dans la pyramide, car l'équilibre alimentaire ne nécessite aucun interdit. Une alimentation saine est le fruit d'une combinaison judicieusement proportionnée des différents aliments.

Suivant les régions et les habitudes alimentaires, ces pyramides peuvent légèrement varier ; celle représentée ci-contre est proposée par la Société suisse de nutrition.



GM189 Parc hexagonal

Un parc a la forme d'un hexagone régulier de 2 km de côté.

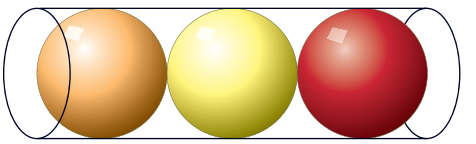
Cynthia part de l'un des sommets de l'hexagone et marche le long de ses côtés.
Elle parcourt 5 km.

Quelle est la longueur du plus court chemin qui la sépare alors de son point de départ ?

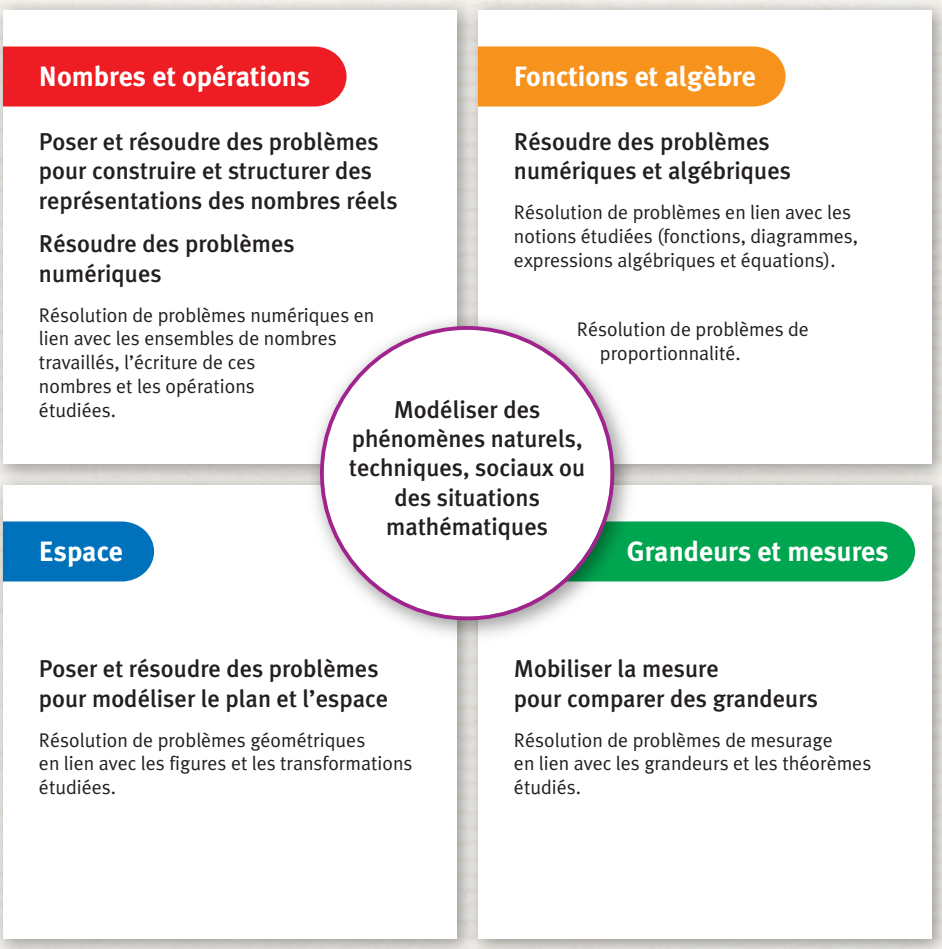
GM190 Boules de billard

Trois boules de billard français sont emballées dans un tube cylindrique, comme dessiné ci-contre. Les boules se touchent et touchent les bords et les extrémités du carton.

Sachant que le tout a une masse de 787 g et que le carton seul pèse 160 g, calcule le volume du tube cylindrique. La masse volumique de la boule vaut 1,71 g/cm^3.



Recherche et stratégies





Gaston Bachelard, 2009, Peinture, 40 x 50 cm, par Livia Alessandrini.
Cette artiste suisse, née en 1945, appelle son style « pétrification », ses images paraissant surgir dans la pierre granitique.

« Pour bien faire valoir le prix d'une idée (...), il faut la replacer dans le halo des illusions immédiates. Il faut errer pour aboutir.

(...) Une vérité n'a son plein sens qu'au terme d'une polémique. Il ne saurait y avoir de vérité première. Il n'y a que des erreurs premières. (...) La première et la plus essentielle fonction de l'activité du sujet est de se tromper. Plus complexe sera son erreur, plus riche sera son expérience. L'expérience est très précisément le souvenir des erreurs rectifiées. »

Extrait de : Gaston BACHELARD, Etudes (Vrin, Paris, 2002).

Recherche et stratégies

Capacités transversales développées

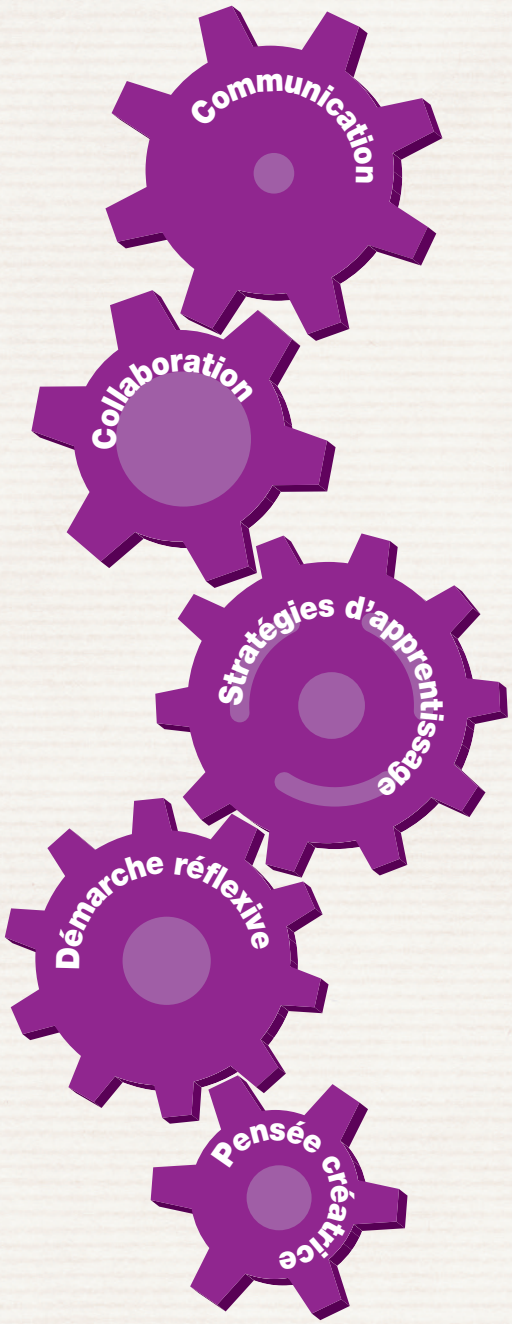
Communication
- mobiliser des informations et des ressources
- s'exprimer à l'aide de divers types de langages mathématiques
- tenir compte du contexte

Collaboration
- développer l'esprit coopératif
- travailler en équipe
- mener des projets collectifs

Stratégies d'apprentissage
- analyser et améliorer ses démarches de recherche et de résolution de problèmes
- se donner des méthodes de travail efficaces

Démarche réflexive
- prendre du recul sur les faits et sur les informations, tout autant que sur ses propres actions
- développer son sens critique

Pensée créatrice
- développer son inventivité et sa flexibilité dans la manière d'aborder toute situation
- expérimenter des associations inhabituelles



Développées tout au long des différents thèmes, ces capacités transversales définies par le Plan d'études romand peuvent être particulièrement entraînées dans les activités de ce chapitre.

FICHIER **RS1**

RS2 La coiffe bigoudène

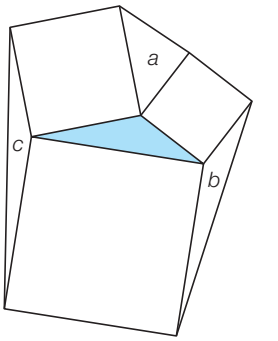
Construis un triangle quelconque et colorie-le.

Sur chacun des côtés de ce triangle, construis un carré.

Relie les sommets de ces carrés de la manière indiquée ci-contre.

Tu obtiens alors trois nouveaux triangles *a*, *b* et *c*.

Compare l'aire de chacun de ces triangles à l'aire du triangle colorié.



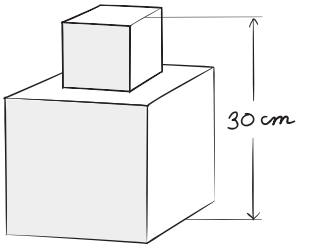


Le pays bigouden est une région de l'ouest de la France, en Bretagne, dans le Finistère sud. Certaines femmes y portent encore de drôles de coiffes blanches, notamment dans la commune de Loctudy. Dans les années futures, cet élément traditionnel de la région ne sera plus guère visible que lors de manifestations folkloriques, aucune bigoudène portant régulièrement cette coiffe n'ayant moins de 80 ans...

RS3 Cubes empilés

Je dispose de deux boîtes cubiques entièrement remplies, à elles deux, de 280 petits cubes identiques. Lorsque je place les deux boîtes l'une sur l'autre, la hauteur est de 30 cm.

Quel est le volume d'un petit cube ?



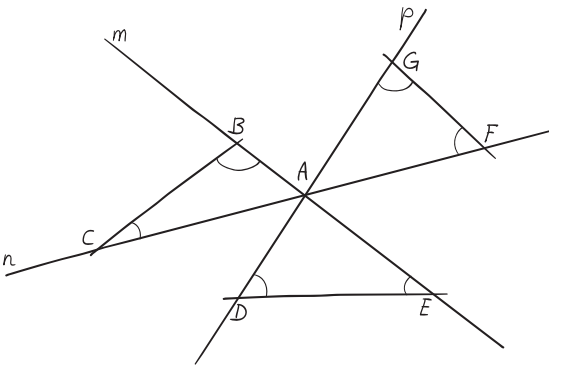
FICHIER **RS4**

RS5 Trois pétales

Trois droites concourantes *m*, *n* et *p* se coupent au point *A*.

Sur chacune des six demi-droites d'origine *A*, on place un point. On relie alors les points, deux à deux, comme montré sur le croquis ci-contre.

Que vaut alors la somme des six angles marqués ?



RS6 La visite de Paris

Tante Julie fait visiter Paris à ses trois neveux. Chacun en fait tour à tour un récit.

Jérôme : « Nous sommes montés à la tour Eiffel, mais pas à la tour Montparnasse, et nous avons visité l'Arc de Triomphe. »

Nathalie : « Nous sommes montés à la tour Eiffel et à la tour Montparnasse, mais nous n'avons visité ni l'Arc de Triomphe, ni le Musée du Jeu de Paume. »

Gilles : « Nous ne sommes pas montés à la tour Eiffel, mais nous avons visité l'Arc de Triomphe. »

Sachant que chaque enfant se trompe une seule fois exactement, qu'ont-ils réellement visité avec leur tante Julie ?



Le Musée du Jeu de Paume, situé dans le jardin des Tuileries, est actuellement un lieu d'exposition pour la photographie et l'image (cinéma, vidéo, installation, etc.) du XIX^e au XXI^e siècle. Il dispose également d'un espace accueillant des cycles de films, des colloques, des activités pédagogiques ou encore des publications.

Son nom vient du fait que le bâtiment a été construit, sous Napoléon III au XIX^e siècle, pour abriter une salle de jeu de paume, l'ancêtre du tennis.

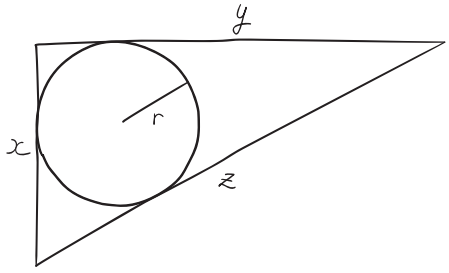


Vue d'un jeu de paume *Estampe de Vodert.*

FICHIER **RS7**

RS8 Le cercle de Séléna

Voici un triangle rectangle de côtés x, y et z et son cercle inscrit de rayon r.



Séléna a pu établir cette relation :

$$r = \frac{x + y - z}{2}$$

Elle ne se rappelle plus son raisonnement.
Reconstitue-le !

RS9 Cité universitaire

A la cité universitaire, quatre étudiantes de nationalités différentes logent dans des chambres voisines.

Elles étudient des disciplines différentes et aucune d'entre elles n'a suivi le même nombre de semestres, ni ne reçoit la même bourse.

1. L'étudiante en chimie en est à son neuvième semestre.
2. L'étudiante en médecine a une chambre voisine de celle de l'étudiante qui est dans son troisième semestre.
3. L'étudiante ghanéenne veut devenir physicienne.
4. L'étudiante logeant à l'extrême droite touche une bourse mensuelle de 900 francs.
5. L'étudiante en biologie est indonésienne.
6. L'étudiante ayant cinq semestres à son actif habite dans une chambre côtoyant celle de la bénéficiaire d'une bourse de 700 francs.
7. La tenante d'une bourse de 850 francs occupe la chambre immédiatement à gauche de celle de l'étudiante tchèque.
8. L'étudiante qui est dans son troisième semestre occupe la chambre à l'extrême gauche.
9. La bénéficiaire de la bourse de 700 francs loge à côté de l'étudiante en biologie.
10. La Ghanéenne occupe la chambre immédiatement à gauche de celle de l'étudiante qui en est à son neuvième semestre.
11. Ce n'est pas l'étudiante turque qui en est à son septième semestre.

De quel pays vient l'étudiante recevant une bourse de 800 francs ?

RS10 Juges et journalistes

Messieurs Andrey, Bodmer, Caramanlis, Delacourt et Erismann sont juges ou journalistes.

Dans cette histoire, les journalistes disent toujours la vérité et les juges mentent toujours, ce qui est tout à fait inhabituel !

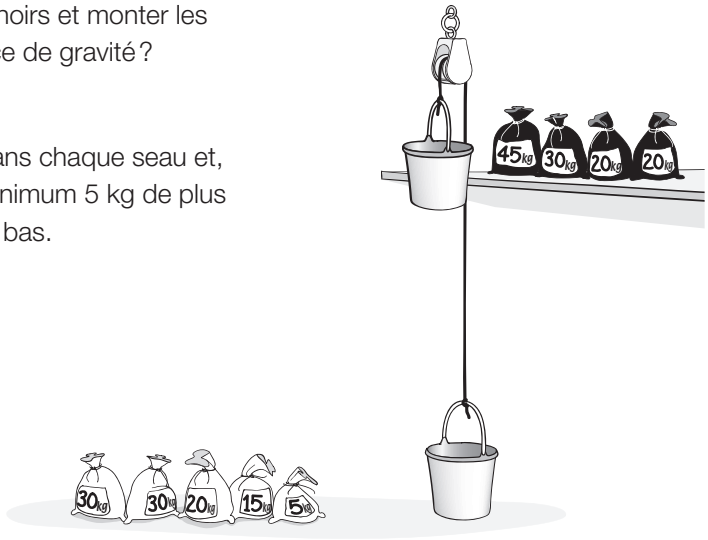
1. Delacourt dit qu'Erismann est journaliste.
2. Bodmer dit qu'Andrey est juge.
3. Caramanlis dit que Delacourt n'est pas juge.
4. Erismann dit que Bodmer n'est pas journaliste.
5. Andrey dit que Caramanlis et Delacourt ont des métiers différents.

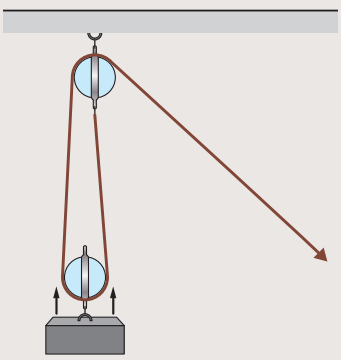
Combien y a-t-il de juges ?

RS12 Poulie

Comment ferais-tu descendre les sacs noirs et monter les sacs blancs, uniquement grâce à la force de gravité ?

On ne peut pas mettre plus de 50 kg dans chaque seau et, pour qu'un seau descende, il faut au minimum 5 kg de plus dans le seau du haut que dans celui du bas.





Une **poulie** est un dispositif mécanique constitué d'une pièce en forme de roue qui sert à la transmission d'un mouvement. Ce dispositif peut être construit avec une courroie, une corde, un câble ou une chaîne. On l'utilise pour soulever une charge : accrochée à une extrémité d'une corde passant par une poulie fixée à un support, la charge peut être déplacée en exerçant une force à l'autre extrémité de la corde.

Une poulie simple fixe offre l'avantage de pouvoir exercer une force dans une direction différente à celle du déplacement de la charge, rendant la manœuvre souvent plus pratique.

Il existe d'autres types de poulies : par exemple, le système de deux poulies représenté ci-contre (poulies composées), qui permet de diviser par deux la force à exercer pour déplacer la charge.

RS13 Où sont passés les mille ?

On écrit les nombres entiers comme ici :

1				
2	3			
4	5	6		
7	8	9	10	
11	12	13	14	15
16	17	18	…	
…				

17 est sur la 6e ligne et dans la 2e colonne.

Où se trouve le nombre 1000 ?

RS14 La chèvre et le chou

Une chèvre est attachée à une extrémité d'une corde de douze mètres de longueur.

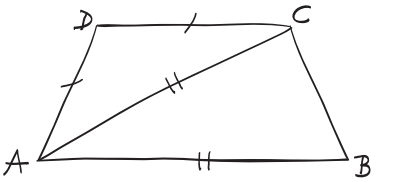
L'autre extrémité est fixée à trois mètres de hauteur contre la paroi d'un silo cylindrique de trois mètres de rayon.

La chèvre peut-elle atteindre un chou situé au sol à trois mètres de la base du silo, complètement à l'opposé du point d'attache ?

RS15 Drôle de trapèze

Voici un drôle de trapèze : il est isocèle et partagé en deux triangles isocèles.

A toi de le construire, connaissant $AB = 12$ cm.



RS16 L'horloge de la gare de Mons

Au moment de pénétrer dans le vaste bâtiment de la gare, Maxime jeta un regard interrogatif sur la grande façade vitrée.

C'est qu'elle était dotée d'une grande horloge au design très simplifié. Douze gros points marquaient les emplacements des heures et deux aiguilles lumineuses se chargeaient de renseigner les voyageurs.

Bien que grossière, la lecture de l'heure pouvait se faire à la minute près.

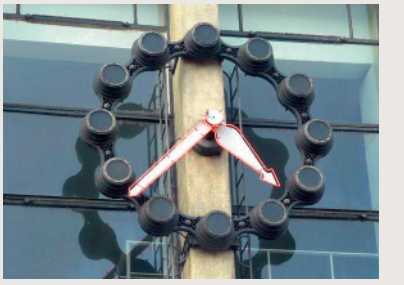
Maxime constata ainsi qu'il disposait encore de six minutes avant le départ de son train.

Tout de suite, il se retrouva dans le hall d'attente où il jeta un coup d'œil vers l'horloge visible par transparence.

« Tiens, se dit-il, si je n'y prenais garde, je croirais disposer maintenant de trois heures et demie d'attente. »

Quelle est l'heure de départ du train dans lequel Maxime va monter ?





Mons est une ville francophone de Belgique située en région wallonne.

RS17 La tarte aux fraises

Luce : « Quel âge ont vos trois enfants ? »

Eva : « Le produit de leurs âges est 36. »

Luce : « Il me faut une autre information. »

Eva : « La somme de leurs âges est le numéro que vous pouvez voir sur la maison d'en face. »

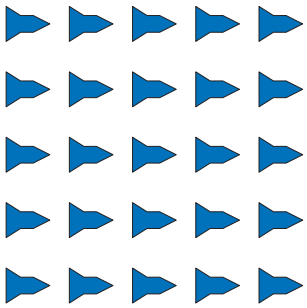
Luce : « Je regrette, mais après réflexion je ne peux pas encore déterminer l'âge de vos enfants. »

Eva : « L'aîné aime la tarte aux fraises. »

Luce : « Maintenant c'est clair ! J'ai trouvé ! »

Quel est l'âge de chacun des enfants ?

RS18 Raymond vs Billy



L'ensemble des forces navales de l'armée de Raymond Black sont toujours composées de vaisseaux disposés en carrés.

Il réunit la flotte A et la flotte B pour former une flotte C. Il attaque l'armée de Billy White qui lui inflige une lourde défaite. Seule subsiste la dernière rangée.

Avec les vaisseaux restants, il peut former une flotte D, qu'il préfère subdiviser en deux flottes E et F.

E et F passent à l'attaque. De nouveau, seules les dernières rangées de E et F échappent au massacre. Il reste alors sept vaisseaux.

Quel était le nombre de vaisseaux de chacune des flottes A et B ?



vs est l'abréviation du terme latin *versus* qui signifie contre, face à.

Elle est souvent utilisée dans le monde sportif, en tennis notamment ou en football, pour désigner deux personnes ou deux équipes qui s'affrontent, comme dans les exemples suivants : Roger Federer vs Rafael Nadal, West Ham United vs Southampton.

Versus désigne aussi une opposition de façon générale (par exemple : cru vs cuit).

RS19 Que de triangles !

Construis un triangle de sommets *A*, *B* et *C*.

Sur le côté *AB*, place deux points régulièrement espacés. Relie chacun de ces deux points au sommet *C*.

Sur le côté *BC*, place également deux points régulièrement espacés. Relie chacun de ces deux points au sommet *A*.

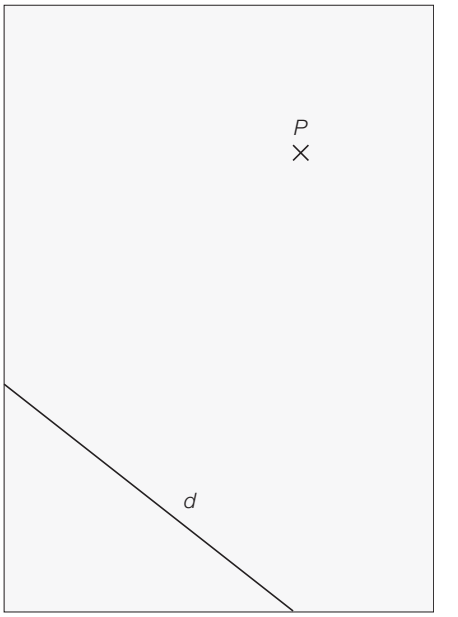
La figure obtenue recèle beaucoup de triangles. Mais combien exactement ?

FICHIER **RS20** et **RS21**

RS22 A plier

Catherine est parvenue, uniquement par pliages de cette feuille, à créer une parallèle au pli *d* et qui passe par le point *P*.

Comment s'y est-elle prise ?



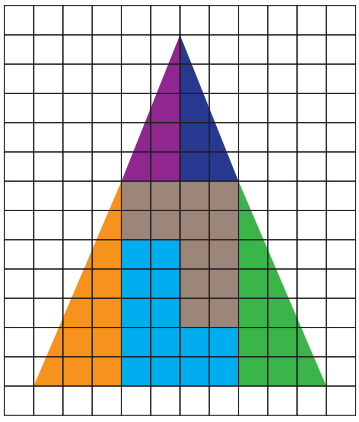
RS23 Les périmètres

Où placer un point *M* sur le côté *BC* d'un triangle *ABC*, de telle sorte que les triangles *ABM* et *AMC* possèdent le même périmètre ?

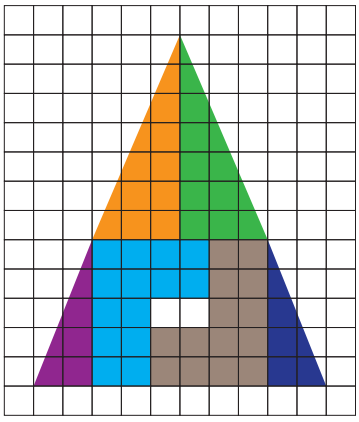
RS24 58 = 59 = 60 ?

Voici trois figures qui s'inspirent du paradoxe de Paul Curry, magicien amateur de New York.

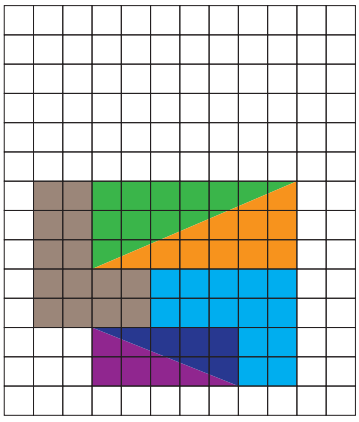
A



B



C



Et voici les calculs de l'aire de chacune d'elles :

$$A_A = \frac{10 \cdot 12}{2} = 60 \qquad A_B = \frac{10 \cdot 12}{2} - 2 = 58 \qquad A_C = 9 \cdot 7 - 4 = 59$$

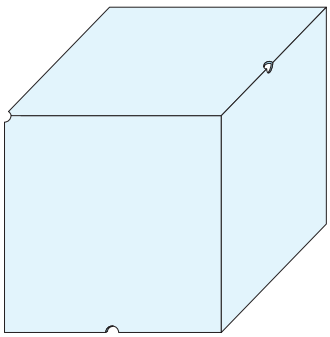
Chacune des figures étant composée des mêmes polygones, on en déduit donc que 58 = 59 = 60.

Où est l'erreur ?

RS25 Versement en liquide

Un récipient cubique en verre, d'arête 60 cm, est percé en trois points : un sommet et deux milieux d'arête.

Est-il possible de transporter 200 litres d'eau à l'aide de ce récipient ?



Crédits photographiques
© Akio Koizumi – Fotolia.com : 208h
© Albert Harlingue / Roger-Viollet : 27
© Alinari / Roger-Viollet : 124
© André Pierre – blogdeshorlogers.canalblog.com : 284b
© Argus – Shutterstock : 18
© Beboy – Fotolia.com : 242
© Bernar Venet, Représentation graphique de la fonction $y = -x^2/4$, 1996 © 2013, ProLitteris, Zürich : 56b
© Bernar Venet, Installation of Equation, 2002 © 2013, ProLitteris, Zürich : 56h
© Bibliothèque Nationale de France : 32, 106
© brian@orbiterballoon.com : 263
© Centre Pompidou, MNAM-CCI, Dist. RMN – Grand Palais / Philippe Migeat : 56b
© Corbisrffancy – Fotolia.com : 38h
© DjiggiBodgi.com – Fotolia.com : 280
© Editions Gallimard : 148
© Editions Robert Laffont, SA, Paris, 1981, 1994 : 24
© Flicr.com/photos/teclasorg : 42h
© Getty Images / Age fotostock / Radek Detinsky – Dancing House, Prague : 190h
© Getty Images / Flickr / Andy Whitmyre – Goban board : 260
© Getty Images / Getty Images News / Dan Kitwood – British Waterways Attempt to Shock Cyclists into Slowing Down : 209h
© Getty Images / NBCUniversal/NBC – Let's make a deal : 40
© Getty Images / Photo Researchers / Charles D Winters – An analytical balance : 269g
© Getty Images / Taxi / Alistair Berg – Surveyors working on building site : 268h
© Getty Images / Time & Life Pictures / J.R. Eyerman – 3D Film Audience : 209b
© Horst Tappe / Fondation Horst Tappe / Roger-Viollet : 176g
© Jacques Boyer / Roger-Viollet : 161g
© Jacques Citles / Roger-Viollet : 15, 47
© Jean-Pierre Couderc / Roger-Viollet : 246b
© Jean-Pol Grandmont : 284h
© KeithAllisonPhoto.com : 23
© Librairie Philosophique J. Vrin, Paris, 1970,2002, http://www.vrin.fr : 278b
© Lucy Clark – Shutterstock : 251
© Lyuba Bunakova – Fotolia.com : 87
© Makemake : 230
© Matthieu Deltour – www.eethan.fr : 208b
© Max Bill, Chaise à trois pieds, 1940 © 2013, ProLitteris, Zürich : 176d
© Max Bill, Quinze variations sur un même thème, Variation 1, 1935-1938 © 2013, ProLitteris, Zürich : 176h
© MHM55 : 241
© Mikael Damkier – Fotolia.com : 268g
© MrJPEG – Shutterstock : 37
© Musée des arts et métiers – Cnam, Paris / photo J.-C. Wetzel : 42b
© Musée Carnavalet / Roger-Viollet : 281d
© NASA / courtesy of nasaimages.org : 21, 26h, 30, 96
© Ovidiu Lordachi – Fotolia.com : 268d
© Palais de la découverte : 10
© Patleem – Fotolia.com : 240
© Picsfive – Shutterstock : 35
© Pierre-Yves Babelon – Fotolia.com : 83b
© PILart – Shutterstock : 43b
© rgvc – Fotolia. com : 43d
© Roger-Viollet : 12, 17, 216
© Sam Szafran, Sans titre (escalier personnage), 2002 © 2013, ProLitteris, Zürich : 213
© Scorcom – Fotolia.com : 269d
© Serge Lohner : 193
© Société Suisse de Nutrition SSN : 275
© Stève Fritschi : 26b
© TCY : 281g
© The Abel Prize / The Norwegian Academy of Science and Letters : 161d
© Ullstein Bild / Roger-Viollet : 190b, 236
© 2009 Byteful Travel-Byteful.com : 42m

Droits réservés : 38b, 44, 46, 92, 271
Libre de droits : 159, 160, 172, 197, 202, 232, 258, 269m
Photo P. Carron : 16, 43g
Photo S. Rudaz : 258
Reproduit avec l'autorisation de Swisstopo (BA 13012) : 88, 102, 166
Source : Des Mondes, un Monde – Editions Loisirs et pédagogie, 1998 : 250b
Source : Denis Odiet : 63, 254, 285
Source : Fabienne Mottet-Roduit : 246h
Source : www.livia-alessandrini.com : 278h

Pour des raisons indépendantes de notre volonté, nous n'avons pu, malgré nos recherches, retrouver les ayants droit de toutes les images de cet ouvrage. Ceux qui, n'ont pu être joints ou n'ont pu donner leur accord, sont invités à prendre contact avec les Editions Loisirs et Pédagogie SA.

Que sais-je ?

Aide-mémoire
- Addition de nombres relatifs
- Soustraction de nombres relatifs
- Multiplication de nombres relatifs
- Division de nombres relatifs
- Priorités des opérations

Activités
- NO1 à NO3

1 Calcule.

a) $(-22) + (-122) =$

b) $-125 - 25 =$

c) $-17 + 17 \cdot 9 + 4^2 =$

d) $49 : 7 + 3 =$

e) $40 - 56 + (-40) - (-96) =$

f) $-100 + 94 - 25 + 5 =$

2 Un ascenseur part de l'étage (-3). Il monte de dix étages, descend de huit, remonte de deux et descend finalement de trois. A quel étage se trouve-t-il à la fin de ces déplacements ?

NO1 Priorités et propriétés

Calcule.

a) $(-7) + 4 =$ _____

b) $162 - (+62) =$ _____

c) $-365 - 65 =$ _____

d) $22 \cdot 11 - 1 =$ _____

e) $(-38) + (-15) + (+38) - (+92) - (-15) =$ _____

f) $-125 + 25 \cdot 12 + 8 =$ _____

g) $(-28) + (-87) - 28 - (-87) =$ _____

h) $163 - 39 + 261 - 63 + 39 =$ _____

NO6 Multiplions des entiers relatifs

Calcule.

a) $(+6) \cdot (-9) =$ _____

b) $(-10) \cdot (-10) =$ _____

c) $(-12) \cdot (+6) =$ _____

d) $(+20) \cdot (-8) =$ _____

e) $(-23) \cdot (+99) =$ _____

f) $(-7) \cdot (-8) =$ _____

g) $(-2) \cdot (+50) \cdot (-6) =$ _____

h) $(-40) \cdot (-60) \cdot (-1) =$ _____

i) $17 \cdot 5 \cdot (-2) =$ _____

NO7 Multiplions des relatifs

Calcule.

a) $(-1{,}5) \cdot (-4) =$ _____

b) $(+0{,}3) \cdot (-30) =$ _____

c) $(-100) \cdot (-0{,}2) =$ _____

d) $(-5)^2 =$ _____

e) $(+2{,}5) \cdot (-0{,}12) \cdot (-4) =$ _____

f) $(+0{,}38) \cdot (-1000) \cdot (+0{,}1) =$ _____

g) $(+40) \cdot (+0{,}2) \cdot (-0{,}5) \cdot (-5) =$ _____

h) $(-2)^5 =$ _____

NO11 Divisons des entiers relatifs

Calcule.

a) $(-350) : (-5) =$ _____

b) $(+64) : (+8) =$ _____

c) $(-63) : (+7) =$ _____

d) $(-99) : (-9) =$ _____

e) $(-125) : (+25) =$ _____

f) $(+1000) : (-4) =$ _____

NO12 Divisons d'autres relatifs

Calcule.

a) $(-35) : (+7) =$ _____

b) $(-6) : (+1{,}5) =$ _____

c) $(-3{,}6) : (-3) =$ _____

d) $(+81) : (-0{,}9) =$ _____

e) $(-8) : (-0{,}1) =$ _____

f) $(+20{,}5) : (-5) =$ _____

NO13 Multiplions et divisons

Calcule.

a) $(-12) : (-4) =$ _____

b) $(-15) \cdot 6 =$ _____

c) $35 : (-7) =$ _____

d) $(-270) : 30 =$ _____

e) $(-4) \cdot (-60) =$ _____

f) $18 \cdot (-3) =$ _____

g) $(-88) : (-4) \cdot (-2) =$ _____

h) $(-10) : (-10) =$ _____

i) $(+110) : (-5) =$ _____

j) $(-9) \cdot (-11) : (+3) =$ _____

k) $39 : (-13) \cdot (+55) =$ _____

l) $(-60) \cdot (+60) : (-36) =$ _____

NO14 Mélange d'opérations

Calcule.

a) $(-30) + (-6) =$ _____

b) $(-30) - (-6) =$ _____

c) $(-30) \cdot (-6) =$ _____

d) $(-30) : (-6) =$ _____

e) $(-40) \cdot (-6) =$ _____

f) $(-5)^1 \cdot 60 =$ _____

g) $(-74) - 74 =$ _____

h) $(-45) : (-3)^2 =$ _____

i) $13^0 - (-13) =$ _____

j) $2^3 \cdot (-5) =$ _____

k) $(-240) : (-12) =$ _____

l) $(-23) + 17^0 =$ _____

m) $(-50) - (-1) =$ _____

n) $48 : (-6) =$ _____

o) $(-11) - 1 =$ _____

p) $(-3)^2 : 9 =$ _____

q) $(+10) : (-5) =$ _____

r) $-4^2 - (-4)^2 =$ _____

NO15 Prioritaire

Calcule.

a) $-2 + 2 \cdot (-4) =$ _____

b) $(-2) \cdot 3 - 3 =$ _____

c) $(-5) \cdot (-2)^3 =$ _____

d) $(-9) \cdot 6 - 6 : (-3) =$ _____

e) $2^1 \cdot [-4 + (-2)] =$ _____

f) $2^1 \cdot (-4) + (-2) =$ _____

g) $(-6) - [2 - (-3)] =$ _____

h) $(-6) - 2 - (-3) =$ _____

NO16 La totale

Complète ou calcule.

a) _____ $+ (-12) = -2$

b) $(-24) -$ _____ $= -10$

c) $(+15) \cdot$ _____ $= -45$

d) _____ $: (-3)^2 = -9$

e) _____ $\cdot (-8) = 56$

f) $(-20)^2 :$ _____ $= -5$

g) $-34^1 + 34 \cdot (-5) =$ _____

h) $-64 : 4 \cdot 2 =$ _____

i) $2{,}5 \cdot (-40) - 60 =$ _____

j) $25{,}5 : (-5) : (-0{,}1) =$ _____

k) $10{,}6 - 4 : (-10) =$ _____

l) $194{,}3 - (-59) - 44{,}3 =$ _____

NO17 Ressentie ou réelle ?

Pour une température identique, nous avons l'impression qu'il fait plus froid lorsque le vent souffle que lorsqu'il ne souffle pas. On parle de température réelle (T), celle qu'indique le thermomètre, et de température ressentie (T_r).

Pour un vent soufflant à 80 km/h, la température ressentie peut se calculer à l'aide de la formule suivante : $T_r = 1{,}4 \cdot T - 10$

Calcule la température ressentie lorsque le vent souffle à 80 km/h et que la température réelle est de :

a) −5 °C _____ **b)** 3 °C _____ **c)** 0 °C _____ **d)** −10 °C _____

Par temps froid, la température ressentie tient compte de l'impact du vent ; ce dernier nous donne l'impression qu'il fait bien plus froid que ce que nous indique le thermomètre.

Plusieurs formules tentent de modéliser ce ressenti, mais aucune n'est véritablement démontrée et exacte ; il s'agit de formules *empiriques*, c'est-à-dire fondées sur l'expérience, et non scientifiquement prouvées.

Faire le point

Aide-mémoire
- Addition de nombres relatifs
- Soustraction de nombres relatifs
- Multiplication de nombres relatifs
- Division de nombres relatifs
- Priorités des opérations

Ressources en ligne

1 Calcule.

a) $(-52) + (-13)$ = _____

b) $(-52) - (-13)$ = _____

c) $(-52) : (-13)$ = _____

d) $-52 - 13$ = _____

e) $(-10)^2 + 100$ = _____

f) $-10^2 + 100$ = _____

g) $109 - 9 \cdot (-2)^3$ = _____

h) $(60 : 3 \cdot 2) \cdot (-12) + 2$ = _____

i) $-2^2 \cdot 17 + 3 \cdot (-5)$ = _____

j) $44^0 + 56 \cdot (-1)$ = _____

2 Trouve toutes les paires de nombres entiers relatifs dont le produit vaut (−16).

3 Trouve, si possible, un nombre qui, élevé au carré, donne un nombre négatif.

Corrigé en fin de fichier

Que sais-je ?

Aide-mémoire
- Transformation d'une écriture fractionnaire en écriture décimale
- Transformation d'une écriture décimale en écriture fractionnaire
- Simplification de fractions
- Amplification de fractions
- ppmc et pgdc
- Addition et soustraction de fractions
- Pourcentage

Activités
- NO21 à NO28

1 Trouve l'écriture décimale de :

a) $\frac{3}{125}$ =

b) $\frac{15}{9}$ =

2 Trouve la fraction irréductible de :

a) 0,68 =

b) $-0,\overline{3}$ =

3 Simplifie les fractions pour les rendre irréductibles.

a) $\frac{12}{18}$ =

b) $\frac{7 \cdot 5}{5 \cdot 14}$ =

c) $\frac{313 + 313}{313}$ =

4 Complète.

a) ppmc (18 ; 24) =

b) pgdc (75 ; 100) =

SUITE ➜

5 Effectue.

a) $\frac{5}{12} + \frac{4}{3} =$

b) $3 - \frac{2}{5} =$

c) $\frac{7}{12} + \frac{11}{18} =$

6 a) Calcule les deux tiers de 120 en indiquant les opérations que tu fais.

b) Fais de même avec les 30 % de 180.

7 Un cultivateur a ensemencé les trois septièmes de son champ en betteraves et les trois dixièmes en maïs. Le reste est ensemencé en colza.

Quelle fraction du champ est occupée par le colza ?

8 Jade a utilisé les deux cinquièmes de son forfait téléphonique, soit 4 heures.

Quel est le nombre total d'heures du forfait de Jade ?

NO21 Egal ou pas ?

Complète avec le signe = ou ≠.

a) 0,46 ___ $\frac{23}{50}$

b) $\frac{1}{3}$ ___ 0,33

c) $\frac{1}{25}$ ___ 0,25

d) $\frac{24}{20}$ ___ 1,2

NO22 A simplifier

Trouve la fraction irréductible.

a) $\frac{16}{28}$ =

b) $\frac{99}{24}$ =

c) $\frac{11 \cdot 2}{4 \cdot 22}$ =

d) $\frac{5 + 2 + 3}{5 + 3}$ =

NO25 On ajoute et on retranche

Calcule.

a) $\frac{8}{9} + \frac{5}{3}$ = ___

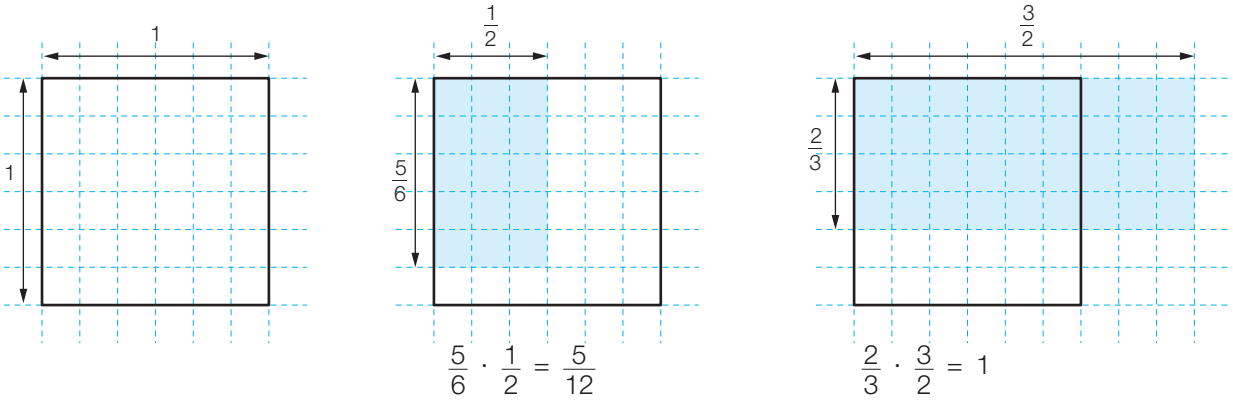
b) $2{,}6 - \frac{4}{7}$ = ___

c) $\frac{3}{4} + \frac{4}{3} - \frac{1}{6}$ = ___

d) $\frac{21}{42} - \frac{11}{33}$ = ___

NO29 Avec des rectangles

On peut représenter ainsi une multiplication de fractions :



$\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{12}$ $\qquad \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$

a) Illustre de la même façon les multiplications suivantes :

$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2}$; $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5}$; $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$; $\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{3}$; $\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{3}$

b) Enonce une règle permettant de multiplier des fractions.

NO31 Tableaux multiplicatifs

a) Complète ces tableaux…

… par des écritures décimales.

·	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,1					
0,2					
0,3					
0,4					
0,5					

… par des écritures fractionnaires.

·	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{10}$					
$\frac{1}{5}$					
$\frac{3}{10}$					
$\frac{2}{5}$					
$\frac{1}{2}$					

b) Complète ce tableau avec les écritures qui conviennent le mieux.

·	$0,\overline{6}$	0,4	2,5	$\frac{2}{3}$	0,7	0,25
0,3						
$\frac{3}{2}$						
$0,\overline{3}$						
1,4						
$\frac{7}{3}$						
0,5						
0,75						

NO32 Multiplications de fractions

Effectue et donne le résultat sous forme de fraction irréductible.

a) $3 \cdot \frac{2}{7} =$ _____

b) $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{7} =$ _____

c) $20 \cdot \frac{1}{20} =$ _____

d) $5 \cdot \frac{4}{3} =$ _____

e) $\frac{7}{9} \cdot \frac{27}{14} =$ _____

f) $\frac{8}{7} \cdot 0{,}\overline{6} =$ _____

g) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} =$ _____

h) $\frac{4}{100} \cdot \frac{3}{4} =$ _____

i) $\frac{6}{7} \cdot \frac{6}{3} =$ _____

j) $\frac{4}{12} \cdot 0{,}9 =$ _____

NO33 Bouche-trou

Complète.

a) $\frac{3}{7} \cdot \frac{\square}{7} = \frac{27}{\square}$

b) $\frac{11}{\square} \cdot \frac{11}{6} = \frac{\square}{48}$

c) $\frac{\square}{\square} \cdot \frac{5}{12} = \frac{5}{36}$

d) $\frac{\square}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{42}{\square}$

NO34 Multiplier simplement

Effectue.

a) $\frac{9}{15} \cdot \frac{4}{6} =$ _____

b) $\frac{7}{18} \cdot \frac{6}{21} =$ _____

c) $\frac{10}{700} \cdot \frac{49}{50} =$ _____

d) $\frac{32}{125} \cdot \frac{45}{40} =$ _____

NO35 Ne pas confondre

Calcule.

a) $\frac{5}{6} \cdot \frac{7}{4} =$ _____

b) $\frac{5}{6} + \frac{7}{4} =$ _____

c) $\frac{15}{7} \cdot \frac{14}{5} =$ _____

d) $\frac{15}{7} + \frac{14}{5} =$ _____

e) $\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} =$ _____

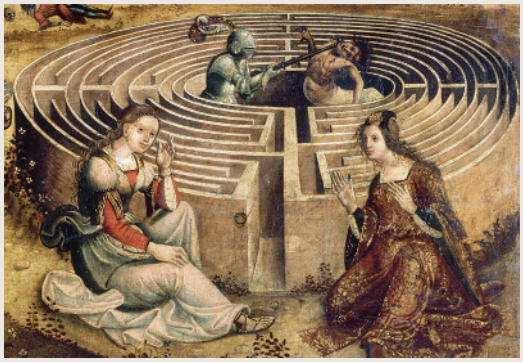
f) $\frac{2}{9} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} =$ _____

NO36 Le fil d'Ariane

Pour atteindre la sortie, effectue l'opération de multiplication de la case sur laquelle tu te trouves, puis cherche la réponse parmi les cases qui l'entourent.

Entrée

$\frac{5}{4}$ $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6}$	 $\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5}$	$\frac{4}{3}$ $\frac{5}{44} \cdot \frac{11}{25}$	$\frac{25}{27}$ $\frac{6}{9} \cdot 2$	$\frac{1}{3}$ $\frac{5}{6} \cdot \frac{10}{9}$	$\frac{3}{50}$ $\frac{3}{40} \cdot \frac{20}{12}$	$\frac{8}{49}$ $\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{10}$	$\frac{3}{2}$ $\frac{11}{4} \cdot \frac{5}{33}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{20} \cdot \frac{1}{3}$
$\frac{2}{5}$ $\frac{3}{11} \cdot \frac{2}{7}$	$\frac{6}{18}$ $\frac{10}{3} \cdot \frac{5}{9}$	$\frac{50}{27}$ $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{77}$	$\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9} \cdot \frac{3}{1}$	$\frac{3}{24}$ $\frac{4}{2} \cdot \frac{2}{8}$	$\frac{25}{49}$ $\frac{1}{13} \cdot \frac{12}{3}$	$\frac{4}{25}$ $\frac{12}{13} \cdot \frac{5}{6}$	$\frac{10}{13}$ $\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3}$	$\frac{5}{12}$ $\frac{3}{8} \cdot \frac{16}{6}$
$\frac{6}{7}$ $\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{3}$	$\frac{6}{77}$ $\frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4}$	$\frac{5}{4}$ $\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{3}$	$\frac{5}{2}$ $\frac{1}{36} \cdot \frac{12}{3}$	$\frac{2}{5}$ $8 \cdot \frac{5}{16}$	$\frac{8}{16}$ $\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{12}{39}$ $\frac{8}{3} \cdot \frac{4}{3}$	0 $\left(\frac{2}{5}\right)^2$	1 $\frac{4}{15} \cdot \frac{5}{8}$
$\frac{1}{9}$ $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{6}$	$\frac{5}{3}$ $\frac{11}{21} \cdot \frac{14}{11}$	$\frac{2}{3}$ $3 \cdot \frac{7}{12}$	$\frac{27}{9}$ $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{3}$	$\frac{10}{11}$ $9 \cdot \frac{3}{4}$	$\frac{32}{9}$ $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5}$	$\frac{1}{15}$ $\frac{7}{4} \cdot \frac{8}{12}$	$\frac{20}{4}$ $\frac{2}{17} \cdot 0$	$\frac{1}{6}$ $\frac{20}{15} \cdot \frac{15}{4}$
$\frac{7}{5}$ $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{6}{9} \cdot \frac{1}{6}$	1 $\frac{9}{3} \cdot \frac{3}{3}$	$\frac{7}{4}$ $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$	$\frac{27}{4}$ $\frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3}$	$\frac{2}{10}$ $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{2}$	$\frac{8}{6}$ $\frac{32}{3} \cdot \frac{1}{3}$	$\frac{1}{1000}$ $\frac{27}{24} \cdot \frac{8}{9}$	1 $\frac{5}{5} \cdot 3$
0 $\frac{1}{9} \cdot \frac{7}{9}$	$\frac{8}{9}$ $2 \cdot \frac{6}{4}$	$\frac{1}{36}$ $\frac{15}{8} \cdot \frac{8}{15}$	1 $\frac{7}{10} \cdot \frac{5}{14}$	$\frac{1}{11}$ $\frac{2}{9} \cdot \frac{21}{20}$	$\frac{1}{6}$ $\frac{9}{5} \cdot \frac{2}{5}$	$\frac{18}{25}$ $\frac{25}{6} \cdot \frac{1}{6}$	$\frac{8}{35}$ $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{100}$	3 → Sortie
$\frac{4}{9}$ $\frac{3}{8} \cdot 0$	$\frac{15}{7}$ $\left(\frac{2}{3}\right)^2$	3 $\frac{6}{7} \cdot \frac{5}{2}$	$\frac{7}{30}$ $\frac{10}{100} \cdot 3$	$\frac{1}{4}$ $\frac{5}{7} \cdot \frac{5}{9}$	$\frac{5}{3}$ $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6}$	$\frac{25}{36}$ $\frac{4}{9} \cdot \frac{21}{20}$	$\frac{7}{15}$ $\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7}$	$\frac{1}{4}$ $\frac{8}{11} \cdot \frac{11}{12}$
$\frac{1}{121}$ $\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{9}$	$\frac{1}{10}$ $\frac{1}{11} \cdot \frac{1}{11}$	$\frac{1}{8}$ $\frac{7}{5} \cdot \frac{2}{7}$	$\frac{3}{10}$ $\frac{3}{9} \cdot \frac{9}{3}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{18} \cdot \frac{8}{1}$	$\frac{25}{63}$ $\frac{4}{2} \cdot \frac{4}{2}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{3}$	0 $\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6}$	$\frac{5}{36}$ $2 \cdot \frac{1}{8}$
$\frac{1}{3}$ $\frac{8}{10} \cdot \frac{4}{5}$	$\frac{14}{35}$ $\frac{7}{9} \cdot \frac{3}{7}$	$\frac{16}{30}$ $\frac{1}{15} \cdot \frac{3}{2}$	$\frac{4}{9}$ $\frac{4}{5} \cdot \frac{4}{6}$	$\frac{8}{8}$ $\frac{13}{12} \cdot \frac{12}{26}$	$\frac{2}{7}$ $\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5}$	4 $\frac{0}{2} \cdot \frac{1}{3}$	$\frac{5}{9}$ $\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$ $\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}$



Dans la mythologie grecque, Dédale était un architecte qui construisit, en Crète, un labyrinthe où était enfermé le Minotaure, un monstre mi-homme mi-taureau, à qui chaque année il fallait offrir en sacrifice sept jeunes filles et sept jeunes garçons.

Dédale montra à la fille du roi Minos, Ariane, comment aider son époux Thésée à sortir de cet immense labyrinthe, simplement grâce à un fil qu'elle tenait à l'extérieur du labyrinthe et auquel Thésée était lié à l'autre extrémité.

Le combat de Thésée et du Minotaure, *Maître des Cassoni Campana, peinture italienne du XVe, début du XVIe siècle, 323 × 250 cm. Collection Campana, musée du Petit Palais, Avignon.*

NO37 Multiplier encore simplement !

Effectue le plus simplement possible.

a) $\frac{4}{13} \cdot \frac{10}{15} =$

b) $\frac{18}{5} \cdot \frac{17}{14} =$

c) $\frac{9}{10} \cdot \frac{18}{7} =$

d) $\frac{19}{17} \cdot \frac{17}{9} =$

e) $\frac{3}{6} \cdot \frac{3}{16} =$

f) $\frac{6}{13} \cdot \frac{16}{4} =$

g) $\frac{9}{18} \cdot \frac{5}{9} =$

h) $\frac{18}{15} \cdot \frac{10}{18} =$

i) $\left(-\frac{3}{9}\right) \cdot \frac{6}{17} =$

j) $\frac{20}{10} \cdot \left(-\frac{14}{5}\right) =$

k) $\left(-\frac{8}{18}\right) \cdot \left(-\frac{6}{15}\right) =$

l) $\left(-\frac{17}{11}\right) \cdot \frac{15}{20} =$

m) $\left(-\frac{3}{16}\right) \cdot \left(-\frac{11}{6}\right) =$

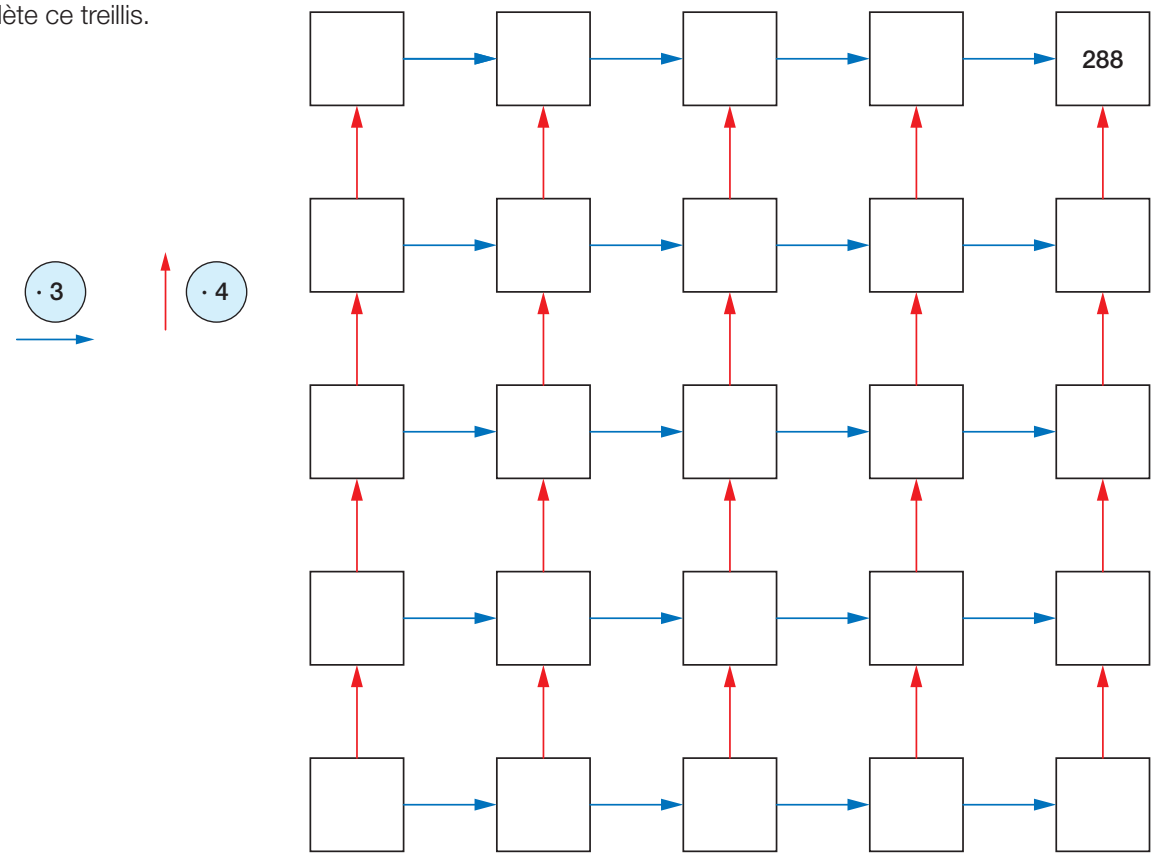
n) $\frac{9}{5} \cdot \left(-\frac{5}{18}\right) =$

o) $\left(+\frac{15}{26}\right) \cdot \left(-\frac{13}{5}\right) =$

p) $\left(-\frac{12}{7}\right) \cdot \left(-\frac{14}{5}\right) =$

NO46 Treillis

Complète ce treillis.



NO47 Avec des fractions négatives

Aide-toi de ces quatre égalités

$\left(+\frac{3}{5}\right) : (+10) = \left(+\frac{3}{5}\right) \cdot \left(+\frac{1}{10}\right) = \left(+\frac{3}{50}\right)$

$\left(+\frac{3}{5}\right) : (-10) = \left(+\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{10}\right) = \left(-\frac{3}{50}\right)$

$\left(-\frac{3}{5}\right) : (+10) = \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(+\frac{1}{10}\right) = \left(-\frac{3}{50}\right)$

$\left(-\frac{3}{5}\right) : (-10) = \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{10}\right) = \left(+\frac{3}{50}\right)$

pour trouver le résultat de ces calculs :

a) $\left(+\frac{3}{5}\right) : (-12) =$ _____

b) $\left(+\frac{7}{8}\right) : (+21) =$ _____

c) $(-9) : (-81) =$ _____

d) $30 : (-0{,}25) =$ _____

e) $\left(-\frac{55}{6}\right) : 11 =$ _____

f) $3 : (-0{,}\overline{6}) =$ _____

NO48 Divisons ces fractions

Effectue.

a) $\frac{4}{3} : \frac{5}{7} =$ _____

b) $\frac{3}{6} : \frac{5}{10} =$ _____

c) $\frac{6}{7} : \frac{7}{6} =$ _____

d) $\frac{6}{7} : \frac{6}{7} =$ _____

e) $\frac{9}{3} : \frac{7}{3} =$ _____

f) $\frac{3}{5} : \frac{6}{8} =$ _____

g) $\frac{15}{14} : \frac{25}{28} =$ _____

h) $\frac{3}{8} : \frac{7}{6} =$ _____

i) $\frac{10}{3} : \frac{4}{5} =$ _____

j) $\frac{18}{15} : \frac{10}{2} =$ _____

NO49 Divisons d'autres fractions

Effectue.

a) $\frac{8}{3} : \frac{7}{6} =$ _____

b) $\frac{5}{6} : \frac{7}{8} =$ _____

c) $\frac{1}{6} : 5 =$ _____

d) $5 : \frac{1}{6} =$ _____

e) $\frac{2}{3} : \frac{8}{12} =$ _____

f) $\frac{9}{21} : \frac{18}{7} =$ _____

g) $\left(-\frac{6}{5}\right) : \frac{9}{8} =$ _____

h) $\frac{7}{10} : \left(-\frac{50}{100}\right) =$ _____

i) $\left(-\frac{7}{5}\right) : \left(-\frac{6}{11}\right) =$ _____

j) $\frac{2}{11} : \frac{10}{33} =$ _____

k) $\left(-\frac{27}{9}\right) : (-5) =$ _____

l) $100 : \frac{5}{6} =$ _____

Faire le point

Aide-mémoire
- Simplification de fractions
- Multiplication de fractions
- Division de fractions
- Inverse d'un nombre
- Priorités des opérations

Ressources en ligne

1 Effectue.

a) $\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{6} =$ _____

b) $\frac{2}{9} : \frac{5}{4} =$ _____

c) $\frac{-11}{24} \cdot \frac{6}{44} =$ _____

d) $\frac{5}{2} : 3 =$ _____

e) $\frac{1}{9} : \frac{3}{5} \cdot 5 =$ _____

f) $\frac{1}{9} : \left(\frac{3}{5} \cdot 5\right) =$ _____

2 Calcule.

a) Trois cinquièmes de 30 _____

b) $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{7}$ _____

3 Pour produire de l'huile d'olive, un fabricant utilise une presse qui parvient à extraire les $\frac{2}{11}$ de la masse des olives sous forme d'huile. Les $\frac{9}{11}$ restants sont des résidus à jeter. Lors d'un pressage, 450 kg de résidus ont été produits.

Quelle masse d'olives a été pressée ?

SUITE ➜

4 Dans une classe, $\frac{9}{24}$ des élèves portent des lunettes. Parmi eux, $\frac{2}{3}$ sont des garçons.

Quelle fraction de la classe représentent les garçons portant des lunettes?

5 Une voiture a consommé les cinq huitièmes de son réservoir, ce qui correspond à 32 litres.

Quelle est la capacité totale du réservoir de cette voiture?

6 Une randonnée de 28 km s'est déroulée en deux jours. Le premier jour, les marcheurs ont accompli les quatre septièmes du trajet.

Combien de kilomètres leur restera-t-il à parcourir la seconde journée?

Corrigé en fin de fichier

NO61 Deux ou plus

Effectue.

a) $\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{3} =$

b) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{6}{5} =$

c) $\left(-\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \frac{2}{3} =$

d) $\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot (-0{,}4) =$

e) $\frac{-8}{9} \cdot \frac{18}{2} =$

f) $10 \cdot \left(-\frac{7}{10}\right) \cdot 1{,}\overline{6} =$

NO63 Toujours à propos de fractions

Entoure les nombres correspondant à chacune de ces questions.

a) Quels sont les nombres plus grands que 1 ?

$\frac{25}{30}$ $-\frac{1}{5}$ $\frac{15}{5}$ $\frac{1}{1000}$ $\frac{2000}{2}$

b) Quels sont les nombres plus grands que –1 ?

$\frac{1}{500}$ $\frac{3}{10}$ $-\frac{17}{4}$ $-\frac{7}{4}$ $-\frac{101}{100}$

c) Quels sont les nombres plus petits que –1 ?

$\frac{2}{7}$ $\frac{23}{-23}$ $-\frac{123}{1000}$ $\frac{5}{4}$ $-\frac{100\,001}{10\,000}$

d) Quels sont les nombres qui ne valent ni 0 ni 1 ?

$\frac{-1}{-1}$ $\frac{0}{-1}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{2-1}{1-2}$ $\frac{0}{8}$

NO64 Quotients et produits

Calcule.

a) $\frac{5}{9} : \frac{1}{6} \cdot 6 =$

b) $\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5} : 4 =$

c) $(-2{,}6) : \left(+\frac{8}{3}\right) : \left(-\frac{4}{12}\right) =$

d) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 =$

e) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 : \frac{9}{8} =$

f) $\frac{\frac{5}{9}}{10} =$

g) $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} =$

h) $\frac{\left(-\frac{7}{10}\right)}{\frac{14}{5}} =$

NO70 Incroyable, mais vrai

Complète avec le signe = ou ≠. Justifie ta réponse.

a) $0{,}\overline{3} : 3 \_\_ \frac{1}{9}$ car

b) $\frac{11}{11} \_\_ 0$ car

c) $\frac{1}{9} \_\_ 0{,}\overline{1}$ car

d) $0{,}\overline{9} \_\_ 1$ car

Que sais-je ?

Aide-mémoire
- Puissance
- Puissances d'exposant négatif
- Puissances de dix
- Propriétés des puissances
- Notation scientifique
- Racine

Activités
- NO72 à NO75

1 Calcule.

a) $5^4 - 5^2 =$

b) $\sqrt{100} =$

c) $(-6)^2 =$

d) $\sqrt{-9} =$

e) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 =$

f) $\sqrt[3]{-125} =$

g) $10^{-2} =$

h) $10^6 \cdot 10^{-3} =$

2 Ecris, si possible, sous forme d'une puissance.

a) $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 =$

b) $5^7 \cdot 5^4 =$

c) $(-3)^2 + (-3)^2 =$

d) $3^7 \cdot 2^7 =$

e) $12^8 : 12^4 =$

f) $(25^4)^9 =$

3 Ecris en notation scientifique.

a) $50\,200\,000 =$

b) $85 \cdot 10^8 =$

c) $-100\,000\,000 =$

d) $0{,}000\,000\,63 =$

4 L'être humain cligne des yeux plus de 10 000 fois par jour. Combien de fois dans sa vie une personne aura-t-elle cligné des yeux si elle vit jusqu'à 90 ans?

Donne la réponse en notation scientifique.

NO72 Lacunaire

Calcule ou complète.

a) $4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 =$ _____

b) $\sqrt{} = 9$

c) $23\square = 1$

d) $(-10)^2 =$ _____

e) $\sqrt{-25} =$ _____

f) $()^3 = -\frac{8}{27}$

g) $\sqrt[3]{} = -4$

h) $10\square \cdot 10^7 = 10^5$

i) $10\square = 0{,}00001$

j) $(\sqrt[3]{18})^3 =$ _____

NO73 A toute puissance

Donne, si possible, le résultat sous la forme a^n.

a) $5 + 5 + 5 + 5 + 5 =$ _____

b) $10^6 : 10^4 =$ _____

c) $13^2 + 13^2 =$ _____

d) $2^5 \cdot 5^5 =$ _____

e) $(7^6)^4 =$ _____

f) $2^{15} \cdot 2^9 =$ _____

NO74 Le travail d'Audrey

Audrey devait écrire les nombres proposés par son enseignant en notation scientifique.
Corrige son travail si nécessaire.

a) 1 milliard = 10^9

b) 3800000 = 38^5

c) −100000 = -10^5

d) 0,000005 = $-5 \cdot 10^6$

NO78 Nombres égaux ?

Quels sont les nombres égaux ?

0,001	$\frac{1}{10^2}$	10^0	1000	10^4	10^{-6}	10^2
1	10^3	0,0001	0,1	10^{-2}	$\frac{1}{10^{-2}}$	10^{-3}
$\frac{1}{0{,}01}$	10^{-1}	100	10	100^0	$\frac{100}{10^4}$	−10

NO80 Surtout sans calculatrice

Calcule et donne le résultat en notation scientifique.

a) $12 \cdot 10^{20} + 0{,}8 \cdot 10^{22} =$

b) $\dfrac{4 \cdot 10^{9}}{10^{-3} \cdot 16} =$

c) $\dfrac{6 \cdot 10^{2} \cdot 15 \cdot 10^{9}}{30 \cdot 10^{4}} =$

d) $150\,000\,000 + 50 \cdot 10^{7} - 10^{7} =$

e) $1{,}4 \cdot 10^{-7} - 4 \cdot 10^{-8} =$

NO96 On applique encore

Calcule astucieusement lorsque c'est possible.

a) $\sqrt{16 + 9} =$

b) $\sqrt{\dfrac{16}{9}} =$

c) $\sqrt{16 \cdot 9} =$

d) $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{216}} =$

e) $\sqrt{1600} =$

f) $\dfrac{3\sqrt{20}}{\sqrt{5}} =$

g) $\sqrt{0{,}49} =$

h) $\sqrt[3]{27 \cdot 125} =$

i) $\sqrt{20} + \sqrt{5} =$

j) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{45} =$

k) $\sqrt{100 - 36} =$

l) $\dfrac{\sqrt{30}}{9\sqrt{15}} =$

Faire le point

Aide-mémoire
- Puissance
- Puissances d'exposant négatif
- Puissances de dix
- Propriétés des puissances
- Notation scientifique
- Racine
- Propriétés des racines

Ressources en ligne

1 Calcule mentalement.

a) $6^2 + 4^2 =$ _____

b) $\sqrt{2500} =$ _____

c) $\sqrt{64 + 36} =$ _____

d) $4 \cdot 5^4 \cdot 4^2 \cdot 2^4 =$ _____

e) $(\sqrt{11 \cdot 5})^2 =$ _____

f) $\sqrt[3]{64 \cdot 216} =$ _____

g) $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{72}} =$ _____

h) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} =$ _____

2 Donne le résultat en notation scientifique.

a) $0{,}000\,060\,2 \cdot 5\,000\,000 =$ _____

b) $2{,}5 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^7 =$ _____

c) $\dfrac{72 \cdot 10^8}{10^{-5} \cdot 9} =$ _____

3 Combien y a-t-il d'atomes d'or dans un gramme d'or pur sachant que la masse d'un atome est de $1{,}6749 \cdot 10^{-27}$ kg?

Corrigé en fin de fichier

Que sais-je ?

Aide-mémoire
- Probabilité

Activités
- NO105 à NO107

1 Combien de chances a-t-on :

a) d'obtenir un nombre pair en lançant un dé conventionnel à six faces ?

b) de tomber sur un garçon en cochant un nom au hasard dans la liste d'une classe qui compte onze filles et treize garçons ?

c) de tirer une boule rouge dans un sac contenant des boules rouges, noires et blanches ?

2 Peut-on prévoir à coup sûr si, en lançant une pièce de monnaie, elle va tomber sur le côté pile ou sur le côté face ?

3 Une classe veut organiser un repas pour fêter le début de l'année. Les propositions de menu sont les suivantes :

SALADE	PLAT PRINCIPAL	DESSERT
Salade mêlée	Poulet au curry et riz	Chou à la crème
Salade tomates et oignons	Darne de saumon et riz	Tartelette au citron
	Steak et pâtes	Crème caramel

Sachant qu'un repas se compose d'une salade, d'un plat principal et d'un dessert, combien de menus différents est-il possible de composer à partir de ces propositions ?

NO109 Tableau de fréquences

a) Lance 30 fois une pièce de monnaie et complète le tableau suivant :

	Nombre d'apparitions	Fréquence d'apparition
Pile		
Face		

b) Lance 30 fois un dé à six faces et complète le tableau suivant :

	Nombre d'apparitions	Fréquence d'apparition
1		
2		
3		
4		
5		
6		

c) D'un jeu de cartes, tu tires une carte, tu notes sa couleur, puis tu la remets dans le paquet et tu mélanges les cartes. Effectue à 50 reprises l'expérience et complète le tableau suivant :

Couleur	Nombre d'apparitions	Fréquence d'apparition
Cœur		
Trèfle		
Carreau		
Pique		

d) Que penses-tu de ces résultats ?



Pierre de Fermat (1601-1665) est un juriste et mathématicien français. Féru d'arithmétique, c'est à lui qu'on doit, entre autres, ce théorème :

« Il n'existe pas de nombres entiers non nuls x, y *et* z, *tels que :* $x^n + y^n = z^n$ *dès que* n *est un entier strictement supérieur à 2 ».*

Après avoir été l'objet de recherches intenses pendant plus de 350 ans, la démonstration de ce théorème – appelé également « grand théorème de Fermat » – n'a été publiée qu'en 1995 par Andrew Wiles.

La correspondance entre Fermat et Blaise Pascal durant l'année 1664, et concernant des problèmes de dénombrement, contribua à l'élaboration des bases du calcul des probabilités.

Faire le point

Aide-mémoire
- Probabilité

Ressources en ligne

1 Vrai ou faux? Justifie.

a) On a une chance sur deux qu'une pièce de monnaie tombe sur le côté pile ou sur le côté face ; si en lançant une pièce une première fois elle tombe sur « face », alors elle tombera nécessairement sur « pile » au prochain lancer.

b) Dans une boîte, je mets des cartes à jouer. Il y a des cartes rouges et des noires. La probabilité de tirer une carte rouge est donnée : $\frac{3}{10}$. Cela signifie qu'il y a trois cartes rouges et sept cartes noires dans la boîte.

c) Dans la même situation, la probabilité de tirer une carte noire est de $\frac{7}{10}$.

d) En jouant six dates d'anniversaire différentes de mes proches à la loterie à numéro, j'ai plus de chances de gagner qu'en jouant la série {31 ; 32 ; 33 ; 34 ; 35 ; 36}.

SUITE ➜

2 Dans une urne, on met douze jetons marqués d'un **A** et huit jetons marqués d'un **B**.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir un **A** en tirant un jeton ?

b) Si on effectue un très grand nombre de tirages en remettant, à chaque fois, le jeton dans le sac, quelle fréquence d'apparition va-t-on obtenir approximativement pour un jeton marqué **A** ?

3 Dans un sac, on met quatre cartes rouges et deux cartes noires. Les cartes rouges sont composées d'un as, d'un roi, d'une dame et d'un valet, les noires d'un as et d'une dame.

Quelle est la probabilité :

a) de tirer une carte rouge ?

b) de tirer un valet ?

c) de tirer une dame ?

4 Un dé à six faces est truqué. Comment peut-on déterminer une valeur approchée de la probabilité d'apparition du « cinq » ?

Corrigé en fin de fichier

NO131 Ensembles de nombres

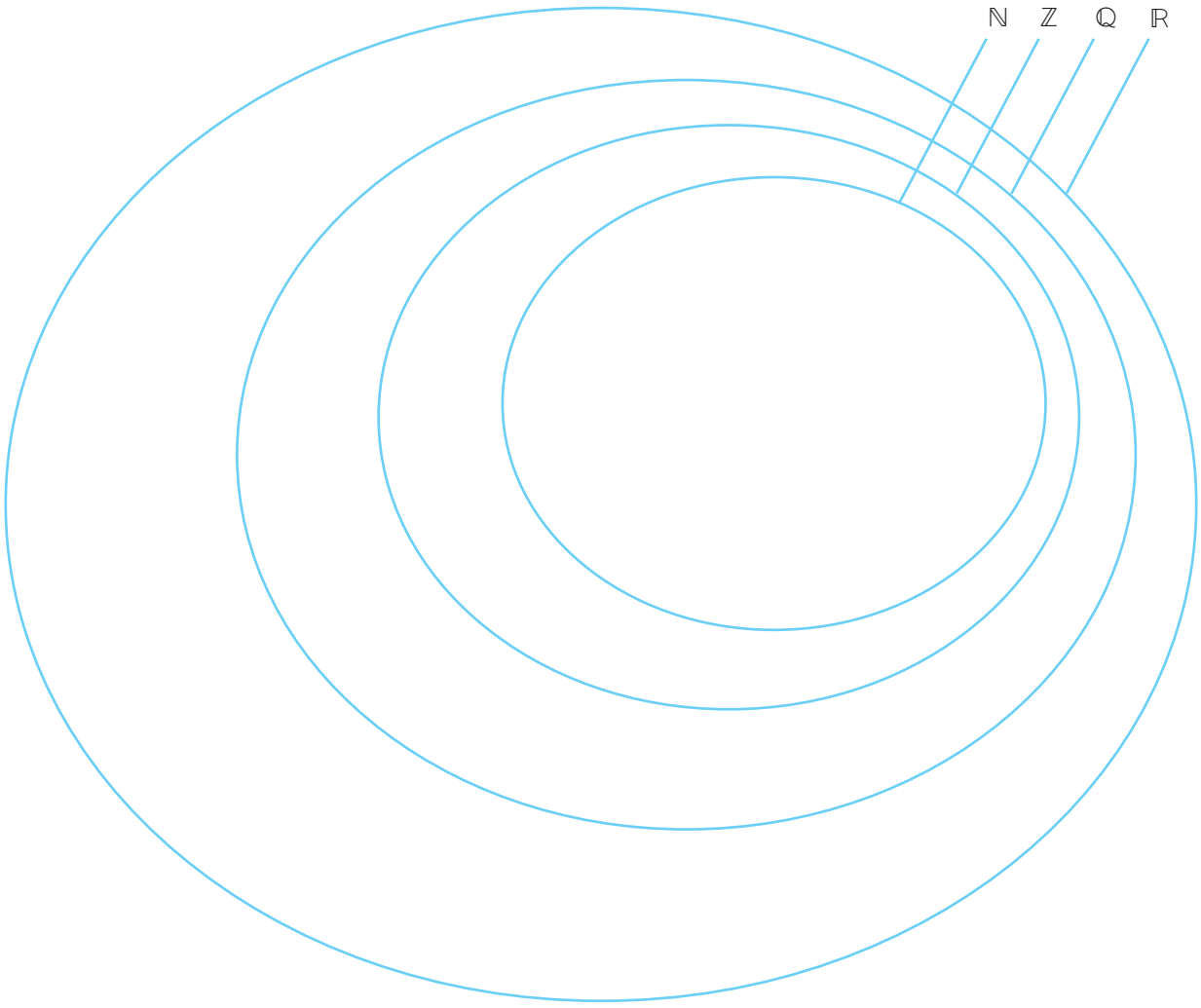
Ecris chacun des nombres ci-dessous dans la bonne plage.

a) $-0{,}01$ $\quad \frac{45}{15}$ $\quad 2-\pi$ $\quad -10^2$ $\quad 0^{10}$ $\quad -0{,}\overline{6}$

$\frac{1}{10}+\frac{1}{1000}$ $\quad 0{,}\overline{9}$ $\quad \sqrt[3]{-64}$ $\quad \sqrt{2}$ $\quad 1{,}234567\cdot 10^6$ $\quad 1^0$

b) $1+\frac{6}{1+\frac{1}{2}}$ $\quad \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}$ $\quad \sqrt{3}\sqrt{12}$ $\quad \sqrt{10^{-2}}$ $\quad \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{100}}$ $\quad -\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$

$100\cdot 10^{-2}$ $\quad \frac{1}{10^{-1}}$ $\quad \pi^3$ $\quad \sqrt[4]{4}$ $\quad \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ $\quad 6\cdot 0{,}\overline{3}$



NO132 A quels ensembles ?

Complète le tableau chaque fois que c'est possible en indiquant par un ✓ si le nombre appartient aux ensembles proposés ou en donnant un exemple de nombre respectant, si possible, les conditions définies par les ✓ déjà inscrits.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
-1				
0				
π				
$\frac{5}{3}$				
$17,\overline{5}$				
$1,234$				
8888				
$\sqrt[3]{-125}$				
$\sqrt{2}$				
10^6				
$\frac{15}{13}$				
$6,6$				
$\sqrt{-4}$				
		✓	✓	✓
	✓	✓	✓	✓
	✓	✓	✓	
		✓		✓
			✓	✓
				✓

NO133 On croise des nombres

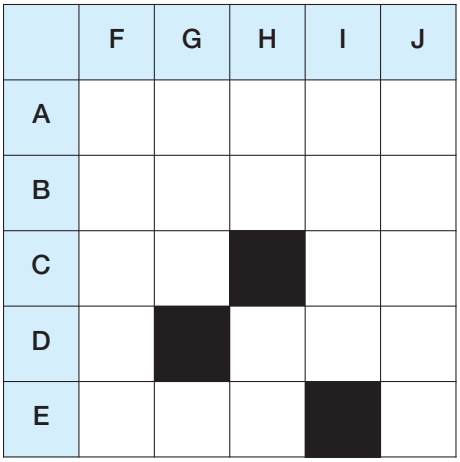
Complète ces grilles, dans lesquelles chaque case comporte exactement un chiffre.

a) Horizontalement

A. Puissance de 5
B. Palindrome dont la somme des chiffres est 39
C. Multiple de 17 / Multiple de 45
D. Carré parfait / Sa racine carrée est comprise entre 20 et 30
E. Se divise par 47 / N'est pas un nombre premier

Verticalement

F. Suite de chiffres consécutifs décroissante
G. ppmc (27 ; 891) / Nombre premier pair
H. Nombre premier / Multiple de 59
I. Plus grand multiple de 9 inférieur à 3000
J. La somme de ses chiffres est 18

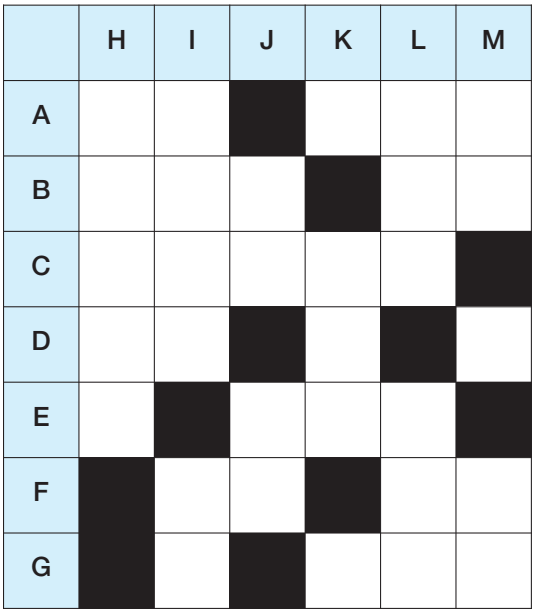


b) Horizontalement

A. Puissance de 3 / Multiple de 23
B. Puissance de 2 / Le seizième nombre premier
C. Puissance de 5
D. Nombre premier formé de chiffres consécutifs croissants / pgdc (27 ; 72) / 1^9
E. Nombre premier / Nombre palindrome
F. Multiple de 9 / Le deuxième nombre parfait
G. Nombre de diviseurs de 64 / Puissance de 2

Verticalement

H. Le produit de ses chiffres vaut 192
I. Multiple de 9 / Nombre premier
J. Diviseur de 264 / Le nombre de poignées de mains échangées lorsque dix personnes se retrouvent, chacune saluant toutes les autres
K. Nombre premier / Son chiffre des unités est égal à son nombre de centaines / Inférieur à 5
L. Le carré du produit de ses chiffres vaut 15 625 / Nombre formé de chiffres pairs
M. Nombre premier / 1537^0 / 1 de moins qu'un nombre premier



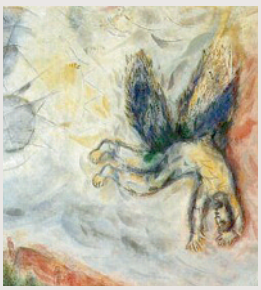
Palindrome, adj. et n. m. : se dit d'un groupe de mots, d'un vers, d'une phrase offrant le même sens quand on les lit de gauche à droite ou de droite à gauche. Ex. : un roc cornu.

Un nombre est dit « parfait » s'il est égal à la somme de ses diviseurs inférieurs à lui-même ; 6 est un nombre parfait.

NO141 Encore un dédale

Pour atteindre la sortie, effectue l'opération de la case sur laquelle tu te trouves, puis cherche la réponse parmi les cases qui l'entourent.

8 $3^2 \cdot 2^3$	**1000** $72 : 3 : 3$	**$-\frac{1}{16}$** $[(2 \cdot 5)^2]^2$	**$-\frac{20}{3}$** $\frac{-2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3}{-2 \cdot 3 \cdot 5}$	**12** $-\frac{43}{6} + \frac{1}{2}$	**$\frac{4}{3}$** $12 - 5 + 5$	**$\frac{16}{3}$** $\frac{21}{4} : \frac{63}{2^4}$	**$\frac{1}{4}$** $4 \cdot \frac{4}{3}$	**8** $\left(4^2 \cdot \frac{1}{32}\right)^2$
$\frac{11}{36}$ $\sqrt[3]{1000}$	**72** $\frac{37}{4} - \frac{5}{4}$	**$\frac{24}{30}$** $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}$	**$\frac{1}{1000}$** $\left(-\frac{\sqrt{169}}{26}\right) : \frac{2^3}{1}$	**6** $[(-12) - (-8)] : 3$	**$-\frac{4}{3}$** $6^2 \cdot \frac{5}{12}$	**15** $-\frac{\sqrt{144}}{15} \cdot \frac{20}{3}$	**0** pgdc (64 ; 24)	**33** $\frac{513}{513} - \frac{1291}{1291}$
10 ppmc (1 ; 149)	**$\frac{35}{3}$** $\frac{5}{6} - \frac{1}{12} - \frac{4}{9}$	**-64** $5 \cdot \frac{7}{12} \cdot 4$	**25** pgdc (24 ; 30)	**$-\frac{24}{30}$** $2 \cdot (-2) \cdot 7 : 3$	**$-\frac{28}{3}$** $-(12 : 2 \cdot 5)$	**$\frac{1}{2}$** $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$	**$-\frac{16}{3}$** $15 - 8 + 7$	**$\frac{12}{43}$** $(-69) : (-3)$
149 $35 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{35}\right)$	**$\frac{105}{70}$** $2^4 + 2^1$	**$-\frac{46}{17}$** $(-4) \cdot (-4) \cdot (-4)$	**$-\frac{3}{2}$** $40 : 8 \cdot 5$	**120** $\frac{4}{5} \cdot \left(\frac{-6}{6}\right)$	**243** $\frac{22}{\sqrt{121}} \cdot \sqrt{\frac{100}{40}}$	**-30** $3^2 \cdot 3^3$	**$\frac{1}{40}$** $1 - \frac{31}{43}$	**14** $\frac{7}{3} + \frac{5}{4}$
9 $-50 - 3 + 80$	**18** $\sqrt{\frac{243}{3}}$	**60** $-\frac{\sqrt{25}}{7} \cdot \frac{21}{10}$	**5** $\frac{6}{5} \cdot 10^2$	**35** pgdc (30 ; 25)	**$\frac{1}{60}$** $\left(\frac{-70}{10}\right) \cdot (-5)$	**-1** $\left(+\frac{8}{9}\right) : \left(-\frac{32}{27}\right)$	**108** $\sqrt{64} \cdot 3 - 5^2$	**$\frac{43}{12}$** $\left(-\frac{3}{8}\right) - \left(-\frac{7}{20}\right)$
Entrée → **3^3**	**33** pgdc (60 ; 160)	**20** $\left(-\frac{99}{23}\right) \cdot \left(-\frac{23}{3}\right)$	**$-\frac{6}{5}$** ppmc (15 ; 20)	**$-\frac{15}{32}$** $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} - \frac{5}{4}$	**3** $(2^2)^3$	**$\frac{3}{4}$** $(+5) \cdot (-3) \cdot (-4)$	**$-\frac{1}{40}$** $4^2 : \frac{32}{3}$	**$\frac{48}{3}$** $3^3 \cdot 2^2$
$\frac{7}{40}$ $2^3 \cdot 7$	**27** $6 + 4 \cdot 2$	**-1** $12 : \left(-\frac{9}{3}\right) - 4$	**-56** $\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(+\frac{8}{5}\right)$	**$\frac{24}{20}$** $\sqrt{5^2 - 4^2}$	**60** $\sqrt{(\sqrt{81})}$	**64** $\left(-\frac{17}{7}\right) + \left(+\frac{16}{14}\right)$	**$\frac{9}{7}$** $-10 - (-17{,}9)$	**$\frac{3}{2}$** ppmc (7 ; 9)
$\frac{13}{3}$ $\frac{3}{8} - \frac{7}{20} + \frac{3}{20}$	**56** $\frac{26}{6} \cdot \frac{\sqrt{81}}{9}$	**14** $(-8) \cdot (+7)$	**15** $11 : 9$	**$\frac{11}{9}$** $\frac{(+11) \cdot (-11)}{4}$	**$\frac{-121}{4}$** $(-5) \cdot (-4)$	**-20** ↓ Sortie	**63** $\frac{5}{8} \cdot (-32)$	**7,9** pgdc (23 ; 17)



Marc Chagall, extrait de *La chute d'Icare* (1975).

Dans la mythologie grecque, lorsque le roi Minos apprit que sa fille Ariane avait aidé son époux Thésée à s'échapper du labyrinthe, il sut tout de suite qu'elle avait été aidée par Dédale, l'architecte de ce labyrinthe.

Pour se venger, Minos emprisonna l'architecte et le fils de celui-ci, Icare, dans ce même labyrinthe ; cette construction était si complexe que, sans indication, même son auteur ne pouvait en découvrir l'issue. Mais le grand architecte eut l'idée de fabriquer deux paires d'ailes, qu'il fixa avec de la cire à ses épaules et à celles de son fils.

Dédale conseilla à Icare de ne pas s'élever trop haut sur la mer ; l'adolescent monta pourtant de plus en plus haut, refusant d'entendre les cris de son père : image de la jeunesse qui n'écoute pas ce que disent les aînés. La cire fondit au chaud soleil crétois, les ailes se détachèrent et Icare chuta pendant que son malheureux père rejoignait, par la voie des airs, la Sicile…

Que sais-je ?

Aide-mémoire
- Fonctions
- Représentations d'une fonction

Activités
- FA1 et FA2

Les fonctions f et g sont définies par les tableaux ci-dessous.

Fonction f

x	-1	0	2
$-4x$	4	0	-8

Fonction g

x	-1	0	2
$x - 5$	-6	-5	-3

a) Représente graphiquement ces fonctions.

b) Chacun de ces points peut-il appartenir à la représentation graphique d'une de ces fonctions ? Laquelle ?

A(6 ; 1) B(-4 ; 9) C(1 ; -4) D(15 ; -60)

c) Complète les coordonnées des points suivants sachant qu'ils appartiennent à la représentation graphique de la fonction g.

E(-5 ;) F(; 0) G(; 50)

FA2 Représentations et tableaux

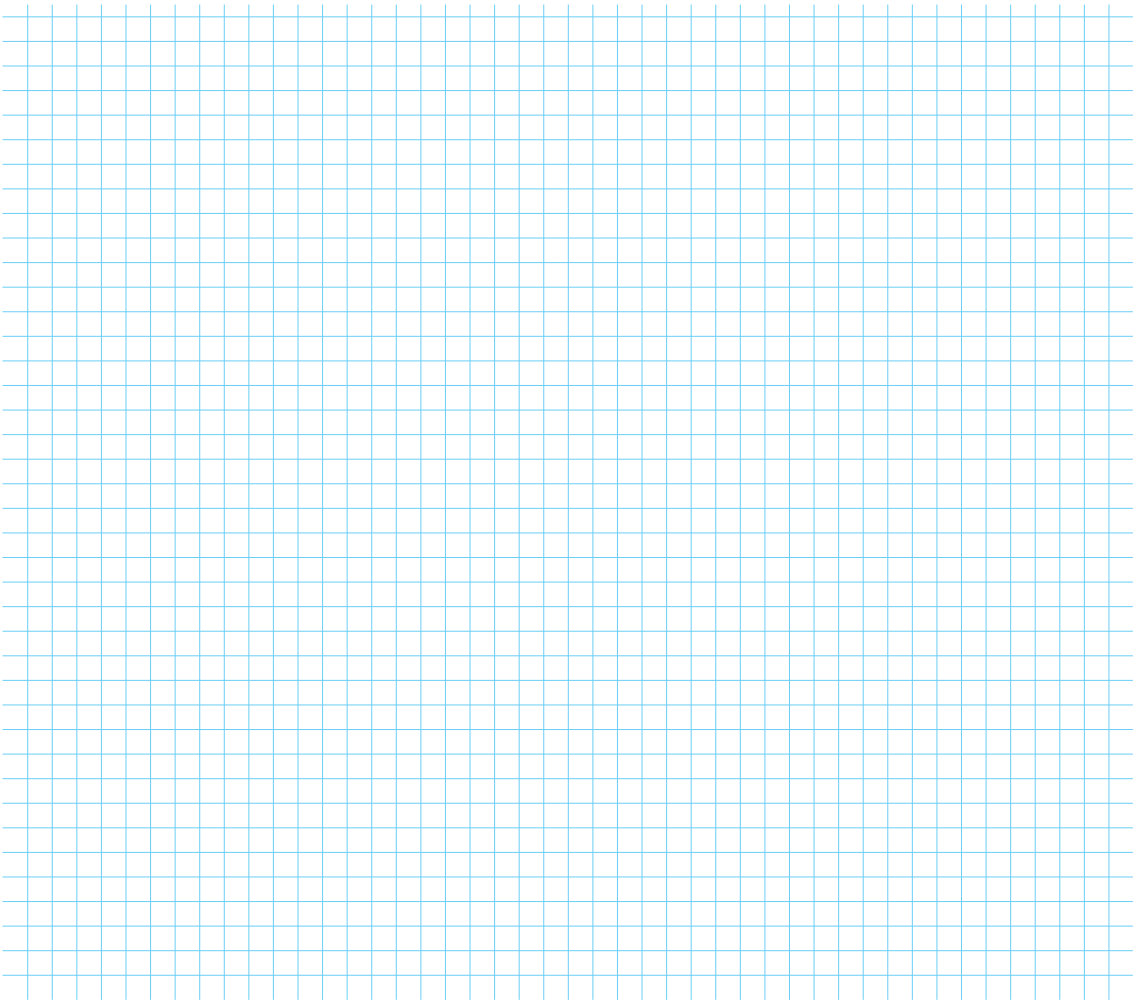
Complète les tableaux de valeurs de ces deux fonctions et représente-les graphiquement.

a) Fonction f

x	-2		
$-x + 4$		3	

b) Fonction g

x	-2		
$5x$		3	



FA4 Encore trois boîtes noires

La première boîte noire est une machine qui, à toute valeur de x, associe $3x - 1$.

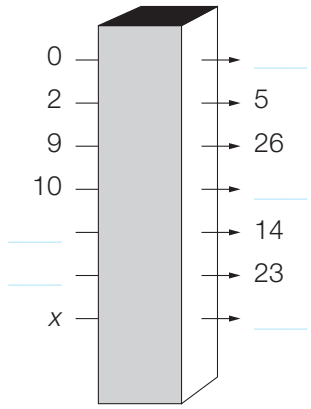
a) Que peuvent bien faire les autres boîtes noires ?

b) Trouve les valeurs manquantes de toutes les boîtes.

c) Représente graphiquement chaque boîte noire.

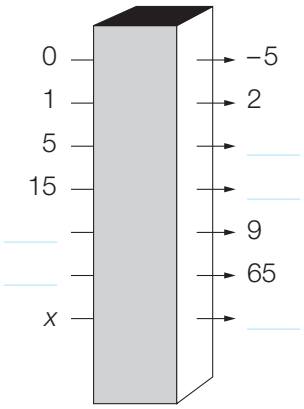
d) Indique celle(s) représentant une situation de proportionnalité.

1.



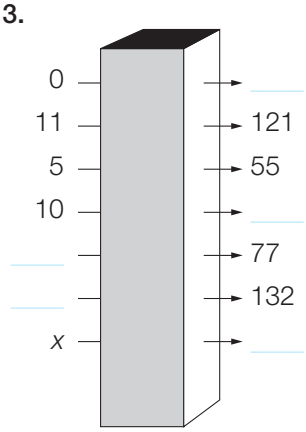
$x \longmapsto 3x - 1$

2.



$x \longmapsto$ _____

3.

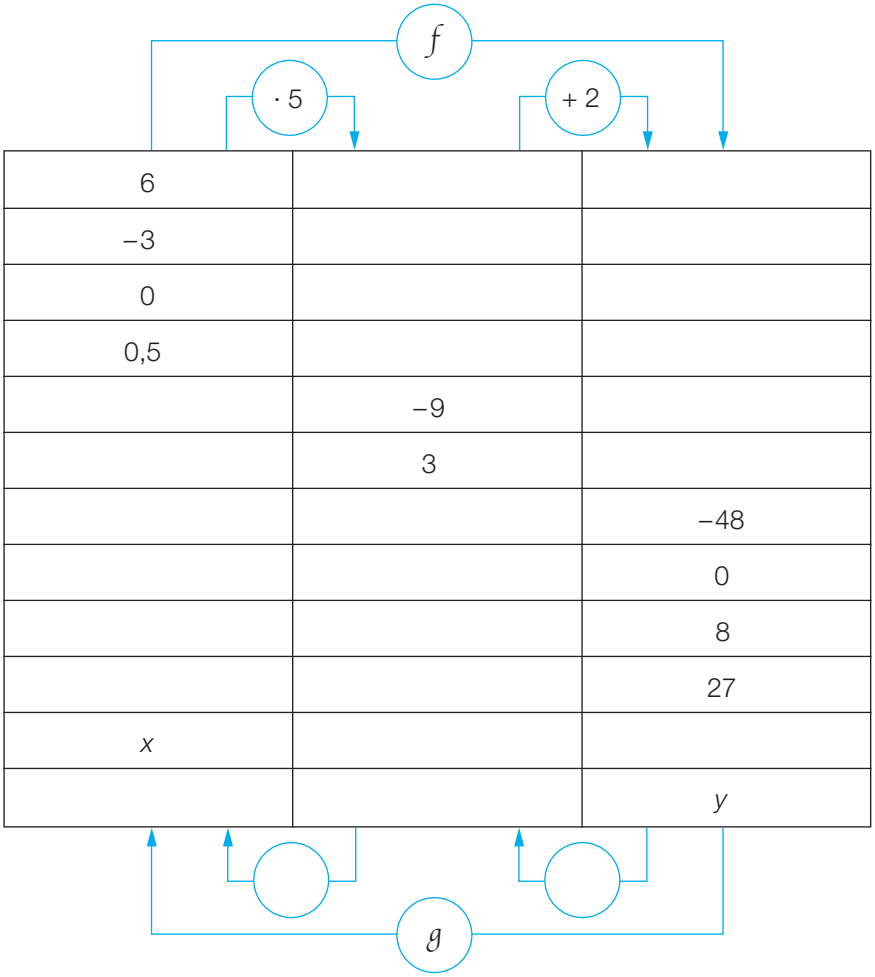


$x \longmapsto$ _____

FA5 Aller – retour

a) Complète le tableau de valeurs.

b) Donne les expressions fonctionnelles des fonctions f et g.



6		
−3		
0		
0,5		
	−9	
	3	
		−48
		0
		8
		27
x		
		y

FA6 Du français à l'expression fonctionnelle

Complète.

	Expression française	Expression fonctionnelle
a)	« tripler »	
b)	« quadrupler, puis retrancher 9 »	
c)		$x \longmapsto \frac{x}{2}$
d)		$x \longmapsto 3x - 7$
e)	« ajouter 1, puis quadrupler »	
f)		$x \longmapsto x^3$
g)	« enlever 2, puis élever au carré »	
h)		$x \longmapsto 5(x + 12)$
i)	« multiplier par 7, puis doubler »	
j)		$x \longmapsto \sqrt{x}$

FA7 Quatre fonctions

Voici quatre fonctions et quatre tableaux de valeurs, chacun associé à l'une d'entre elles :

$f : x \longmapsto x - 10$ $g : x \longmapsto 3x$ $h : x \longmapsto x^2$ $i : x \longmapsto 3 - x$

a) Complète la première ligne de chaque tableau en indiquant de quelle fonction il s'agit.

b) Complète le reste des tableaux.

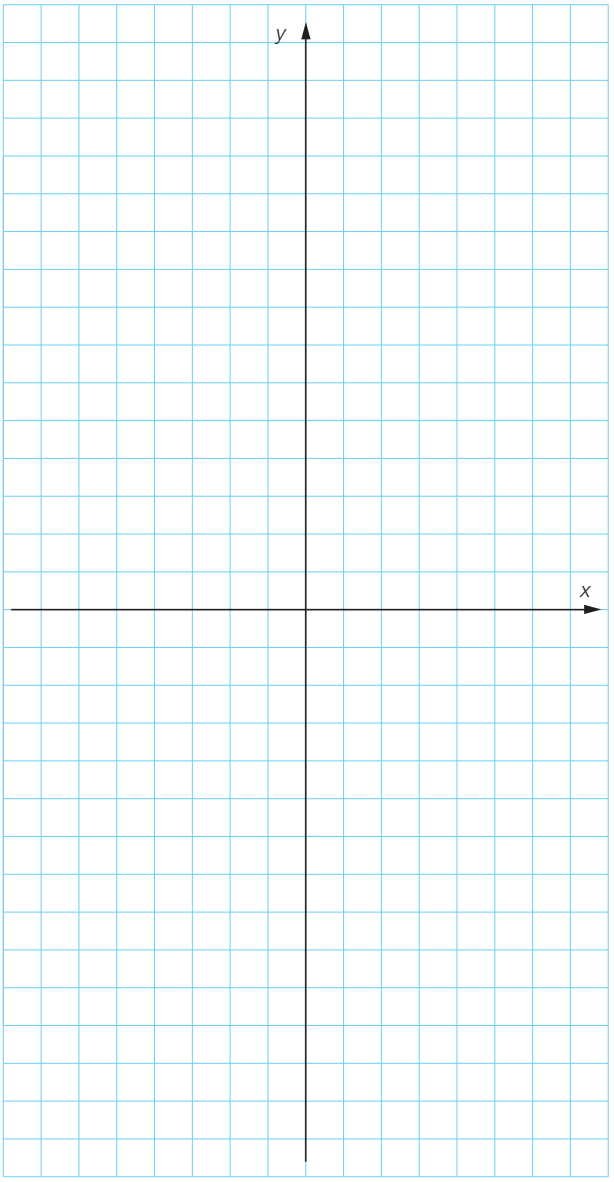
c) Représente graphiquement chaque fonction.

x	
−3	−13
−2	
−1	
0	
1	
2	−8
3	

x	
−3	
−2	5
−1	
0	
1	2
2	
3	

x	
−3	
−2	
−1	
0	0
1	
2	4
3	

x	
−3	
−2	
−1	−3
0	0
1	
2	
3	

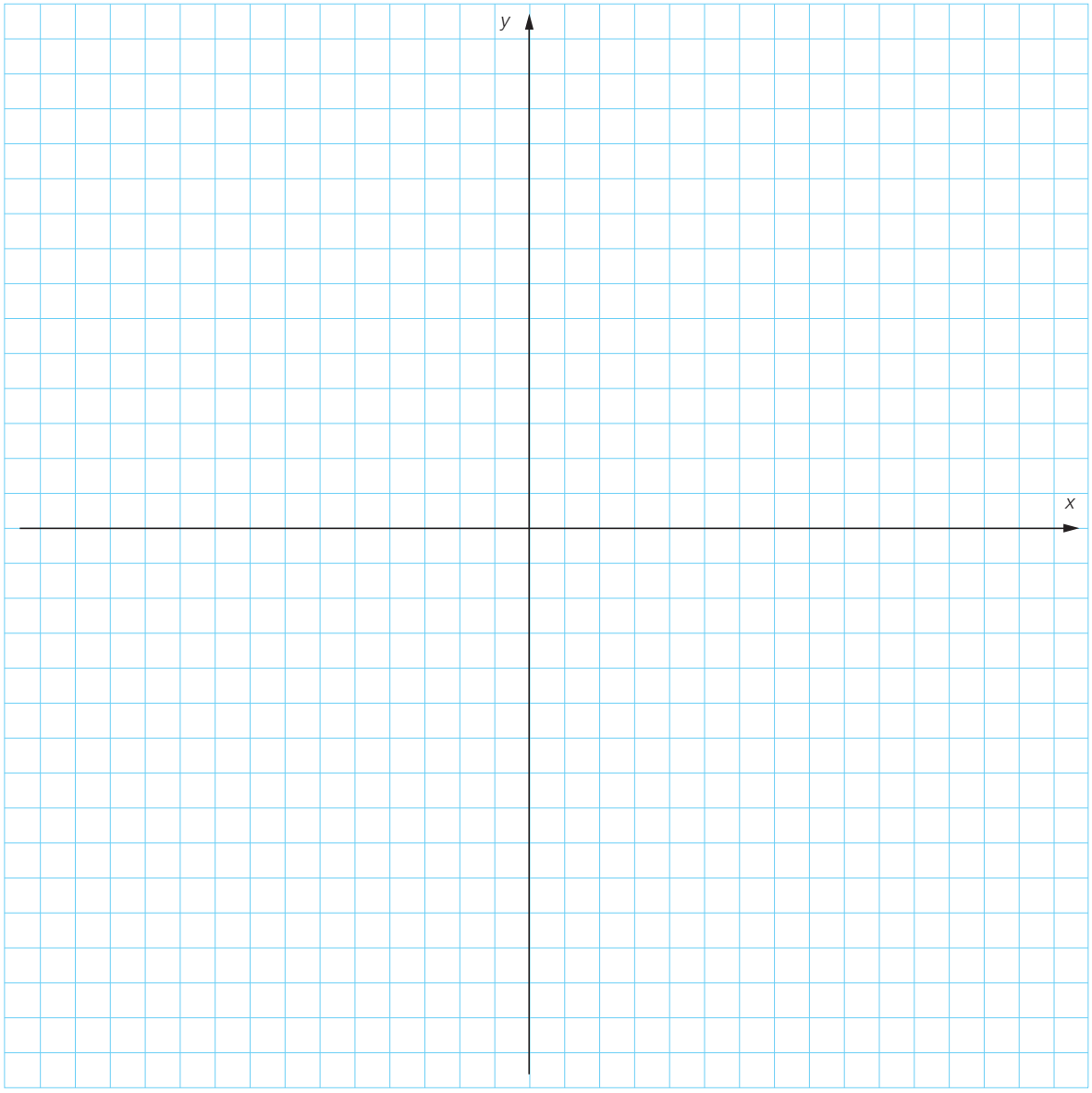


FA8 Il manque des valeurs

a) Voici quatre fonctions. Trouve les valeurs manquantes.

$f(x) = 5x$	$f(4) =$ _____	$f($ _____ $) = 45$
$g(x) = 2x^2$	$g(-4) =$ _____	$g($ _____ $) = 50$
$h(x) = -2 - x$	$h(-4) =$ _____	$h($ _____ $) = 0$
$i(x) = 7$	$i(10) =$ _____	$i($ _____ $) = 7$

b) Représente graphiquement ces fonctions.



FA9 Pour parquer

A l'occasion d'une fête champêtre, l'organisateur doit délimiter un parking rectangulaire, sur un champ mis à sa disposition, à l'aide de 100 barrières métalliques de 2 m de longueur, en les utlisant toutes.

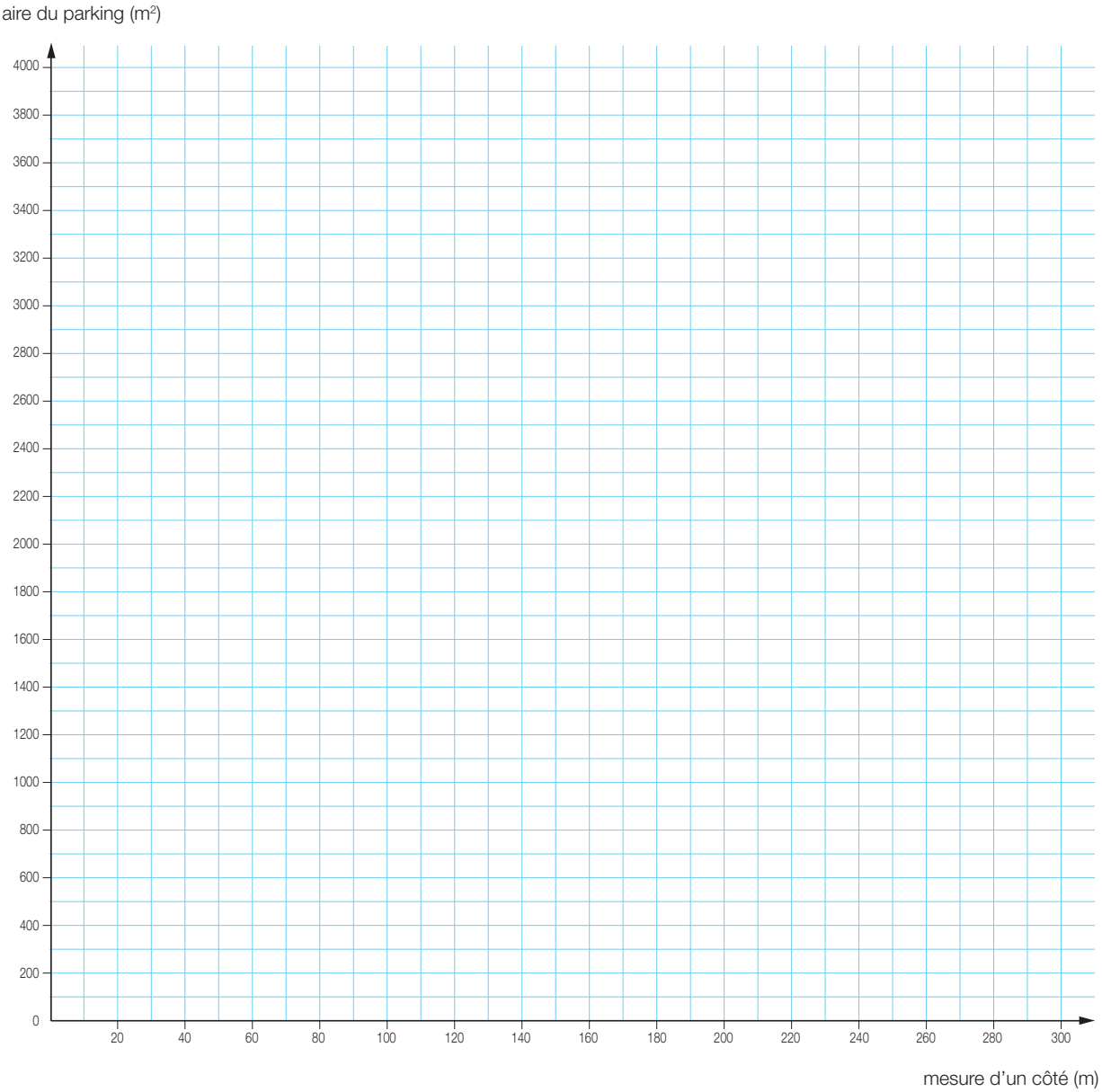
Le graphique ci-dessous permet de représenter l'aire de ce parking en fonction de la mesure d'un de ses côtés.

a) Place un point *A* indiquant l'aire d'un parking ayant 10 barrières de côté et un point *B* pour un parking de 45 barrières de côté.

b) Quelle est la mesure minimale d'un côté de ce parking ?

c) Quelle est la mesure maximale d'un côté de ce parking ?

d) Quelle est l'aire maximale qu'on peut donner à ce parking ?



Faire le point

Aide-mémoire
- Fonctions
- Représentations d'une fonction
- Fonction constante
- Fonction linéaire
- Propriétés d'une fonction linéaire
- Fonction affine
- Fonction quadratique

Ressources en ligne

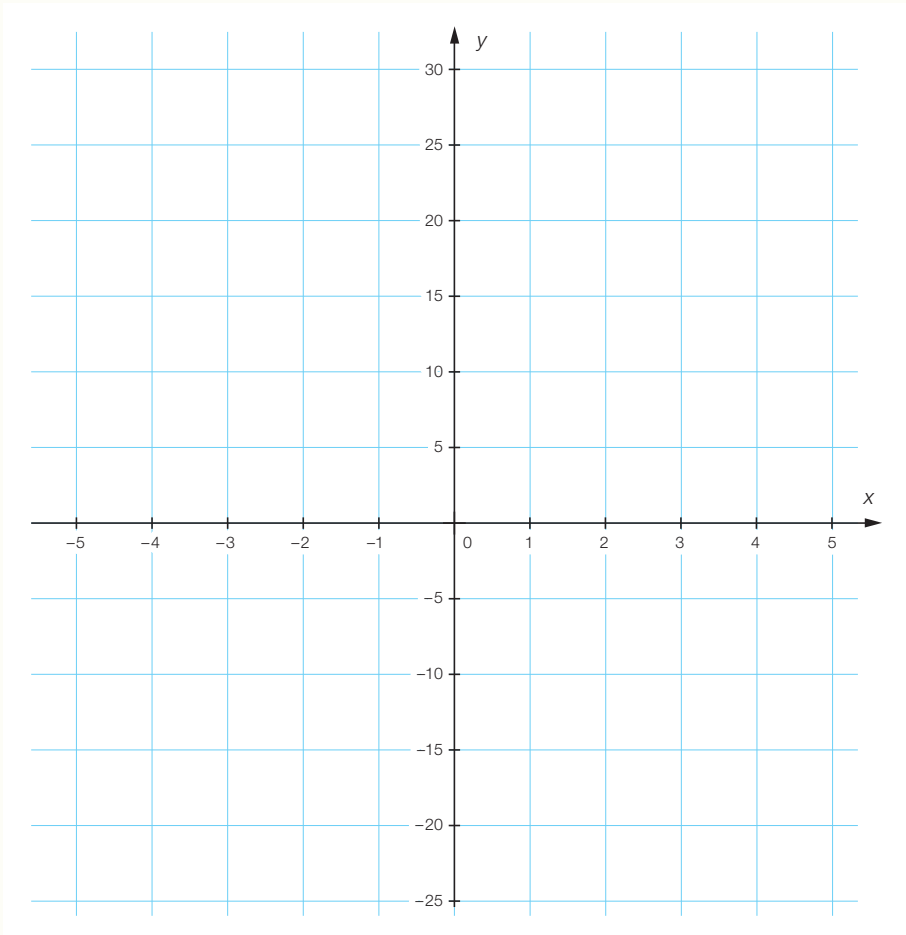
1 Soit la fonction f, telle que $f(x) = -8x$. Complète.

a) $f(5) =$ _____ **b)** $f($ _____ $) = 800$

2 Soit la fonction $g(x) = -6x - 2$.
Complète le tableau de valeurs.

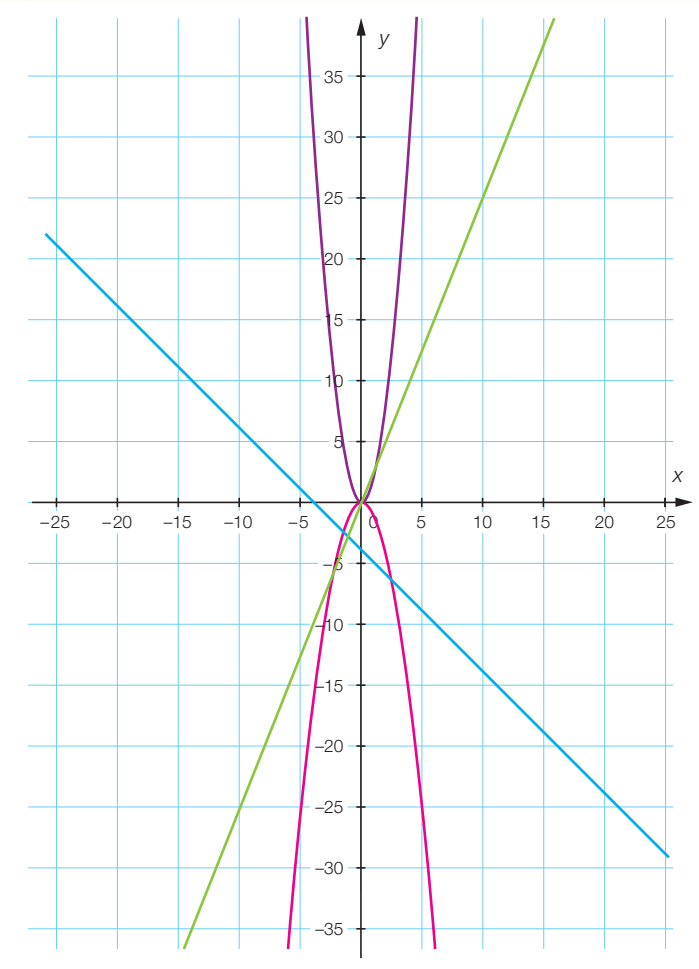
x	$g(x)$
-1,5	
	10
4	
	-8

3 Représente graphiquement la fonction $h(x) = x^2$.



SUITE ➜

4 On a représenté quatre fonctions dans un même système d'axes :



a) Associe chacune des quatre fonctions à sa représentation graphique.

$f : x \longmapsto -x^2$

$g : x \longmapsto 2x^2$

$h : x \longmapsto 2{,}5x$

$i : x \longmapsto -x - 4$

b) Quel est le type de chacune de ces fonctions ?

f : _____

g : _____

h : _____

i : _____

Corrigé en fin de fichier

FA17 Un nombre et son image

Le couple de nombres (7 ; 1) appartient à la représentation graphique d'une fonction linéaire f ; autrement dit, $f(7) = 1$

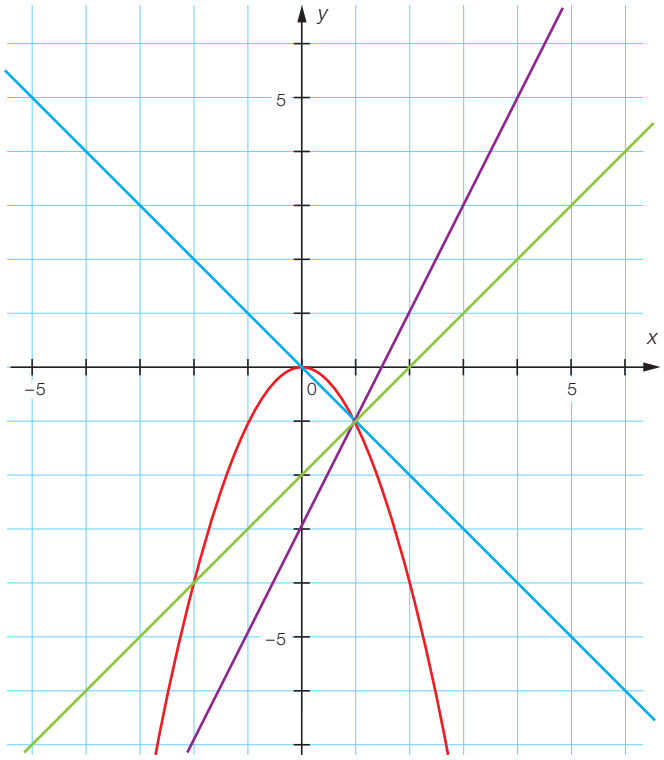
Trouve :

$f(14) =$ _____ $f(3{,}5) =$ _____ $f(0) =$ _____

$f(70) =$ _____ $f(0{,}7) =$ _____ $f(2) =$ _____

FA18 D'un graphique à un tableau

On a représenté quatre fonctions dans un même système d'axes.



Voici quatre tableaux de valeurs, chacun associé à l'une d'entre elles.

a) Indique sur le graphique le nom de chaque fonction grâce aux tableaux ci-dessous.

b) Complète chaque tableau.

x	$f(x)$
−3	−5
−1	
1	−1
3	
5	3
7	

x	$g(x)$
−3	3
−1	
1	−1
3	
5	−5
7	

x	$h(x)$
−2	
1	−1
2	
3	−9
5	
7	−49

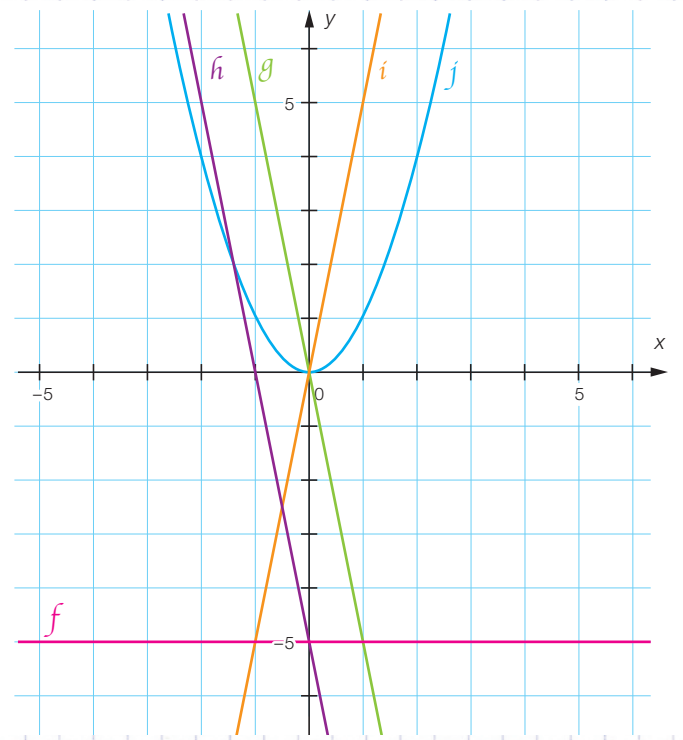
x	$i(x)$
−3	−9
−1	
1	−1
3	
5	7
7	

Que sais-je ?

Aide-mémoire
- Fonction
- Représentations d'une fonction
- Fonction constante, linéaire, affine et quadratique

Activités
- FA19 à FA21

1 **a)** Associe chaque tableau à la fonction à laquelle il se rapporte, puis complète les tableaux.



x	(x)
0	0
1	−5
	−2
−3	

x	(x)
1	−5
0	−5
	−5
−3	

x	(x)
0	0
1	5
	−5
−2	

x	(x)
0	−5
−1	0
	5
−2	

x	(x)
0	0
1	1
4	
−3	

b) Donne le type de chacune de ces fonctions.

f :

g :

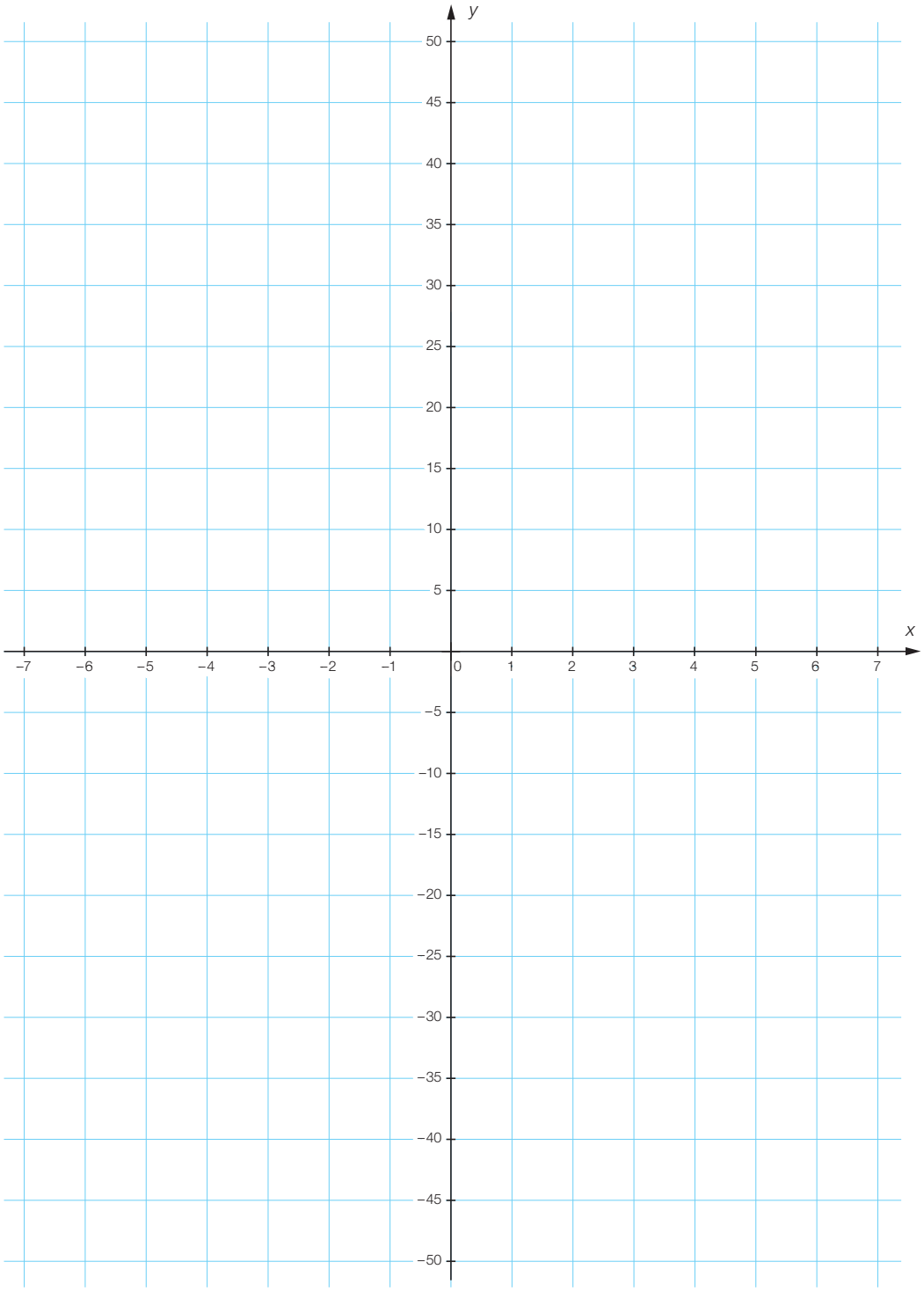
h :

i :

j :

SUITE ➜

2 Représente graphiquement la fonction f définie par $f(x) = -x^2$.

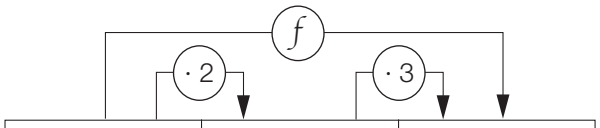


FA19 Simple course

a) Complète les tableaux de valeurs.

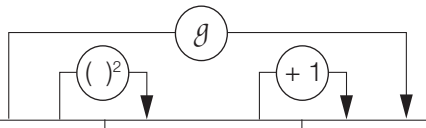
b) Donne l'expression fonctionnelle et le type des fonctions f, g, h et i.

Fonction f : $x \longmapsto$ _____



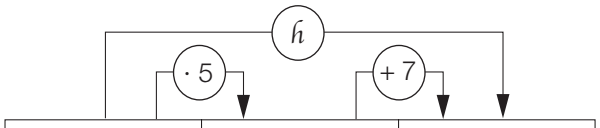
– 3		
– 2		
– 1		
	0	
	10	
	15	
		46
		48
		– 48

Fonction g : $x \longmapsto$ _____



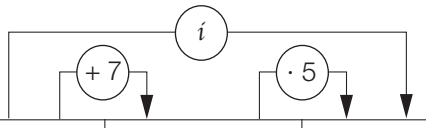
– 3		
– 2		
– 1		
	0	
	9	
	16	
		101
		145
		226

Fonction h : $x \longmapsto$ _____



– 3		
– 2		
– 1		
	0	
	10	
	15	
		37
		42

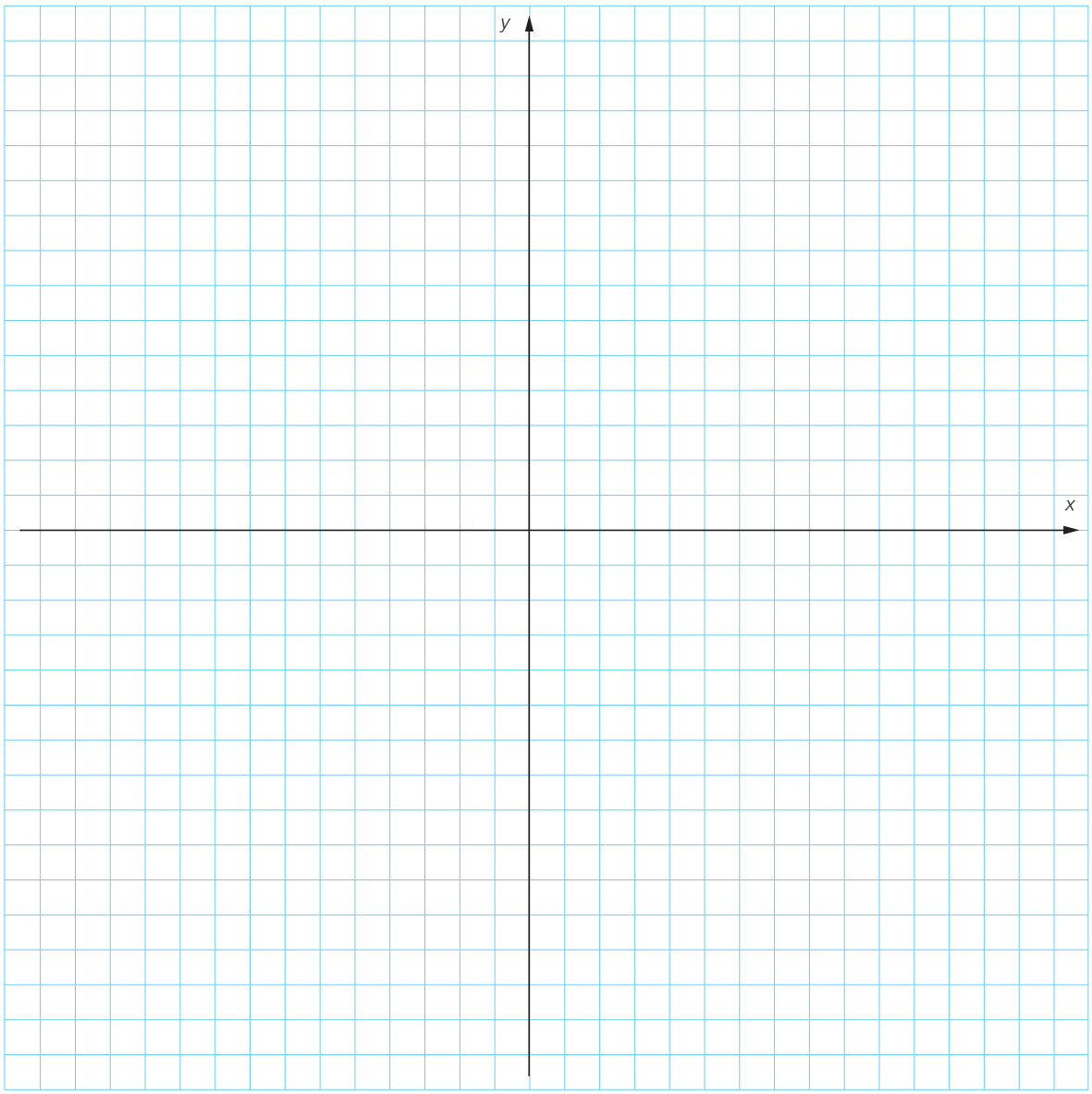
Fonction i : $x \longmapsto$ _____



– 3		
– 2		
– 1		
	0	
	10	
	15	
		37
		42

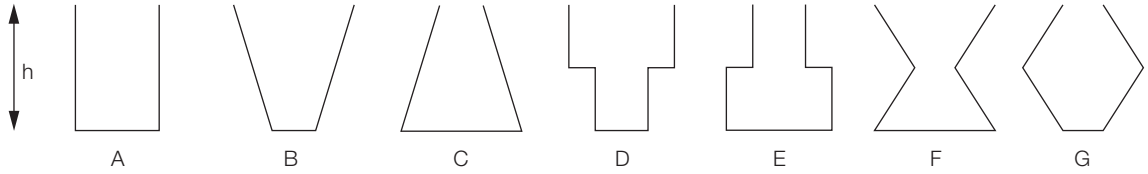
SUITE ➜

c) Représente dans un même système d'axes les quatre fonctions.



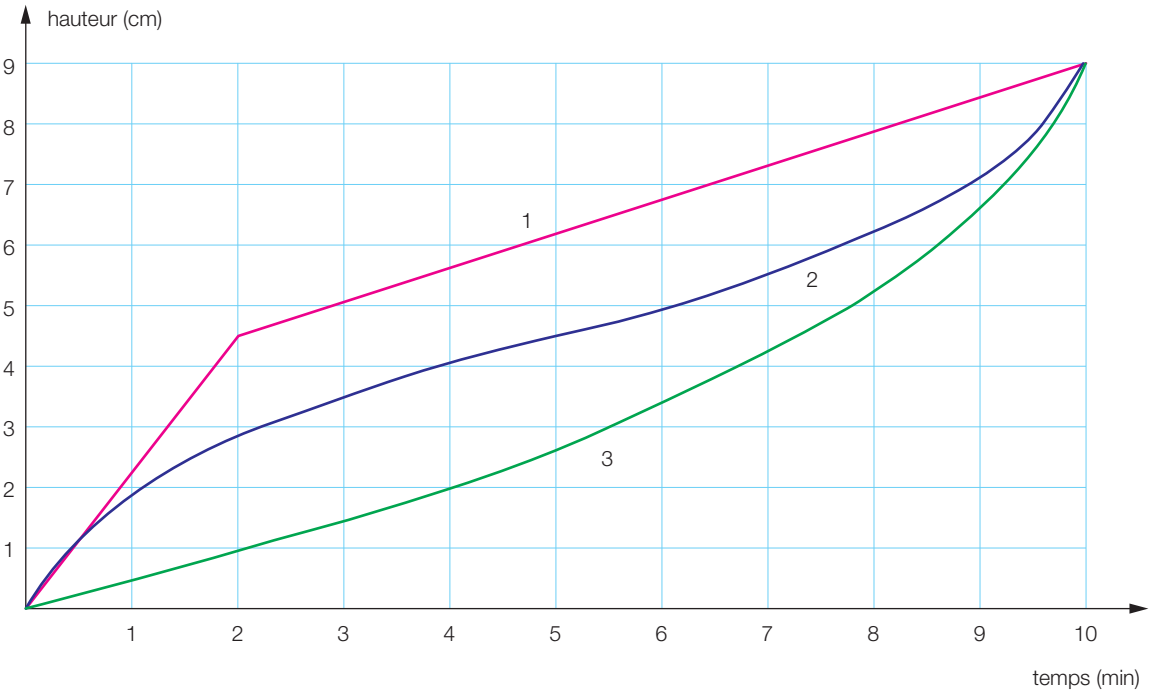
FA27 Récipients de toute forme

Ces sept récipients, à base circulaire, schématisés par une coupe transversale, ont tous la même hauteur et le même volume.



On les remplit, l'un après l'autre, à une fontaine dont le débit ne varie pas.

Sur ce graphique, on a reporté les hauteurs du liquide mesurées en fonction du temps, pour trois récipients :



a) Retrouve à quel récipient correspond chacune des trois représentations graphiques.

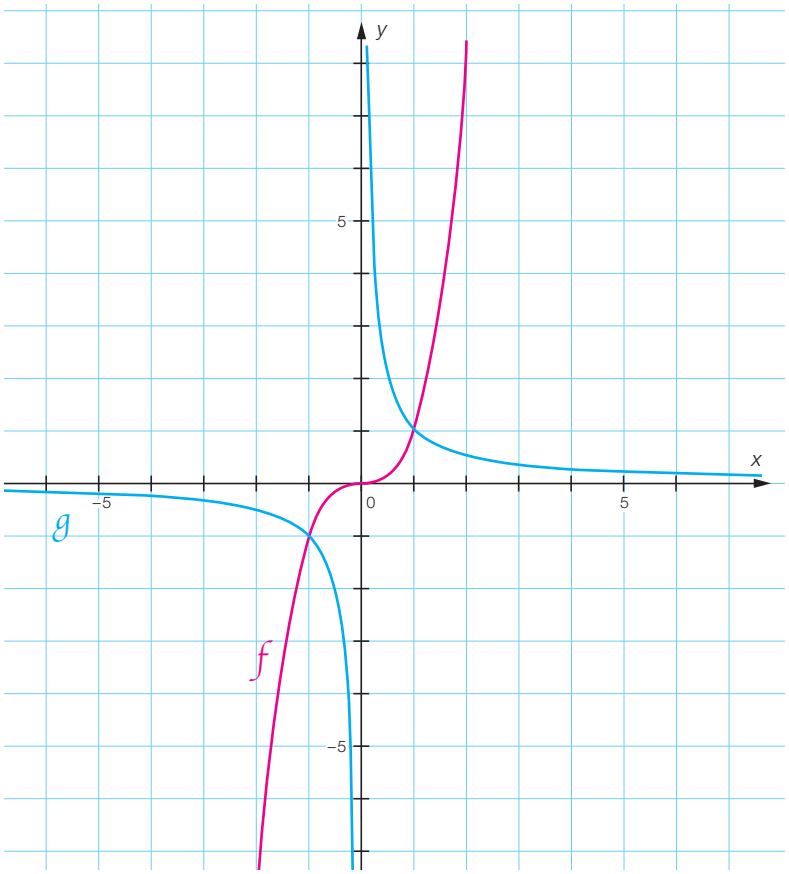
b) Esquisse l'allure des représentations graphiques relatives au remplissage des autres récipients.

c) Pour chaque récipient, indique approximativement :

- après combien de temps le niveau de l'eau se situe à mi-hauteur ;
- la hauteur du niveau de l'eau atteinte au bout de cinq minutes.

FA30 Les deux nouvelles

Voici deux fonctions f et g représentées dans un système d'axes.



a) Complète les tableaux.

x	$f(x)$
−1	
0	
2	
	−8

x	$g(x)$
−1	
0	
2	
	2

b) Retrouve l'expression fonctionnelle de f et g.

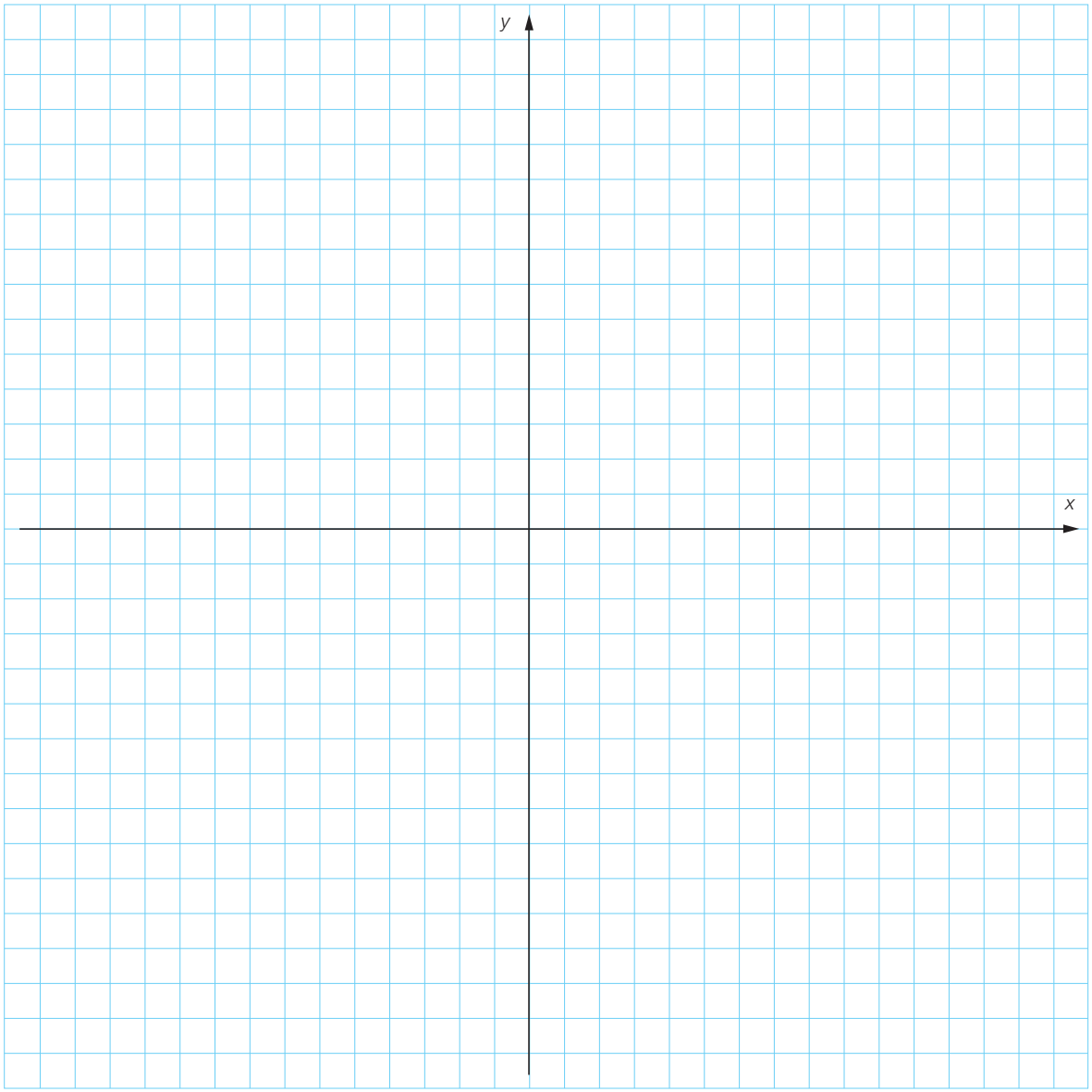
FA32 Les opposées

a) Voici deux fonctions. Trouve les valeurs manquantes.

$f(x) = -x^3$ $\quad f(-1) =$ ____ $\quad f($____$) = -8$

$g(x) = -\frac{1}{x}$ $\quad g(-5) =$ ____ $\quad g($____$) = 6$

b) Représente graphiquement ces fonctions.

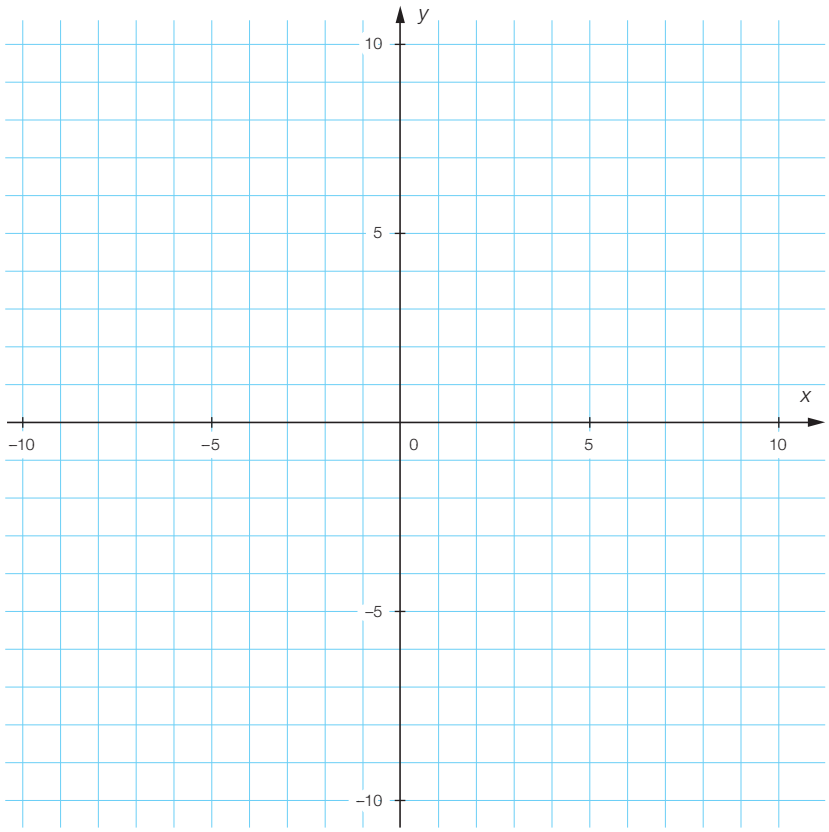


FA36 Fonction racine

A la fonction g définie par $g(x) = \sqrt{x}$ est associé le tableau de valeurs ci-contre :

x	$g(x)$
−4	
−1	
0	
1	
3	
4	
9	

a) Complète le tableau, puis représente graphiquement la fonction.



b) Quel est l'ensemble des valeurs qui ont une image par cette fonction ?

c) Donne l'expression fonctionnelle d'une fonction $h(x)$ pour laquelle le nombre 1 n'a pas d'image.

Pour qu'une relation entre deux ensembles de nombres soit appelée « fonction », il est nécessaire que chaque nombre de l'ensemble de départ possède une image unique dans l'ensemble d'arrivée. Par exemple, les fonctions affines, quadratiques, puissances, permettent à tous les nombres réels d'avoir une et une seule image ; l'ensemble de départ est donc $\mathbb{R}$.

Par contre, pour certaines fonctions, des nombres réels n'ont pas d'image. Par exemple, pour la fonction $x \longmapsto 1/x$, le nombre 0 n'a pas d'image. C'est le seul nombre réel qui n'a pas d'image, donc l'ensemble de départ de cette fonction (appelé « domaine de définition ») est l'ensemble des nombres réels privé de 0 (noté $\mathbb{R}^*$). Pour la fonction $x \longmapsto \sqrt{x}$, seuls les nombres positifs ont une image. Donc, le domaine de définition de cette fonction est l'ensemble des nombres réels positifs ou nul (noté $\mathbb{R}_+$).

FA40 De la droite à l'expression fonctionnelle

Voici quatre fonctions f, g, h et i représentées dans un système d'axes.

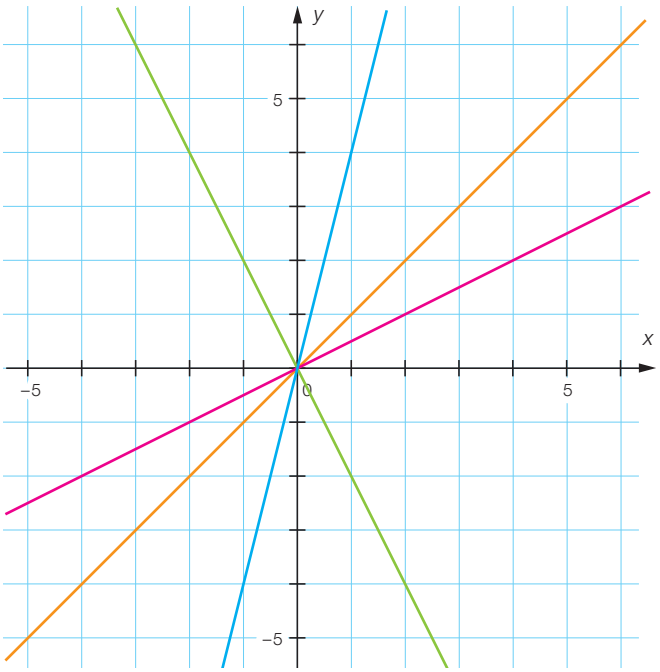
Calcule la pente de chaque droite puis place le nom de chaque fonction sur la droite qui lui correspond.

$f : x \longmapsto -2x$

$g : x \longmapsto x$

$h : x \longmapsto 0{,}5x$

$i : x \longmapsto 4x$



FA44 Fine association

Voici quatre fonctions f, g, h et i représentées dans un système d'axes.

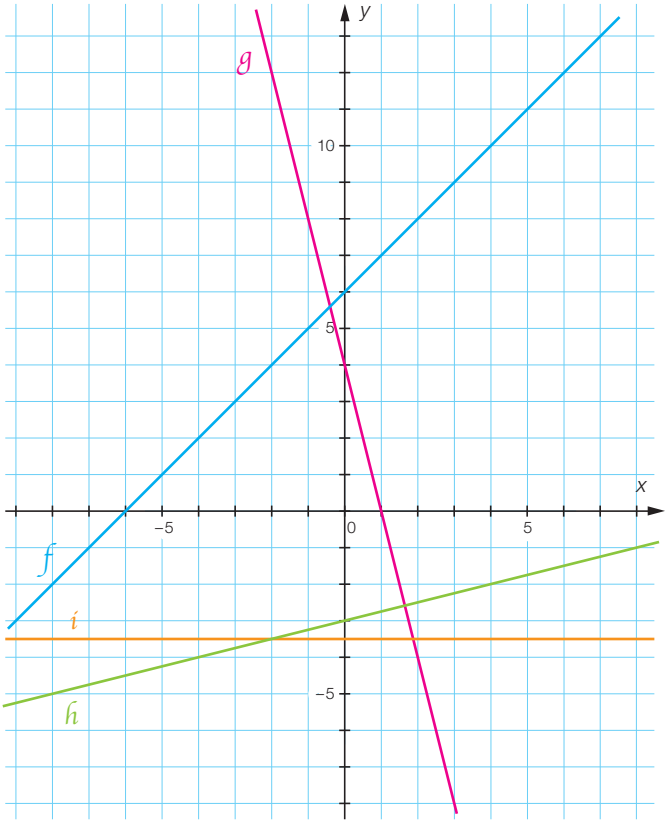
Indique à quelle expression fonctionnelle correspond chacune de ces fonctions.

____ : $x \longmapsto -4x + 4$

____ : $x \longmapsto x + 6$

____ : $x \longmapsto -3{,}5$

____ : $x \longmapsto 0{,}25x - 3$



FA47 Caractéristiques

1. Complète le tableau suivant.

	Type	Pente	Ordonnée à l'origine	Croissance
a) $x \longmapsto 3x - 5$				
b) $x \longmapsto -3x + 5$				
c) $x \longmapsto -8$				
d) $x \longmapsto -\frac{3}{4}x - 8$				
e) $x \longmapsto x\sqrt{2} - 8$				
f) $x \longmapsto \frac{x}{2}$				
g) $x \longmapsto x$				

2. Complète si possible.

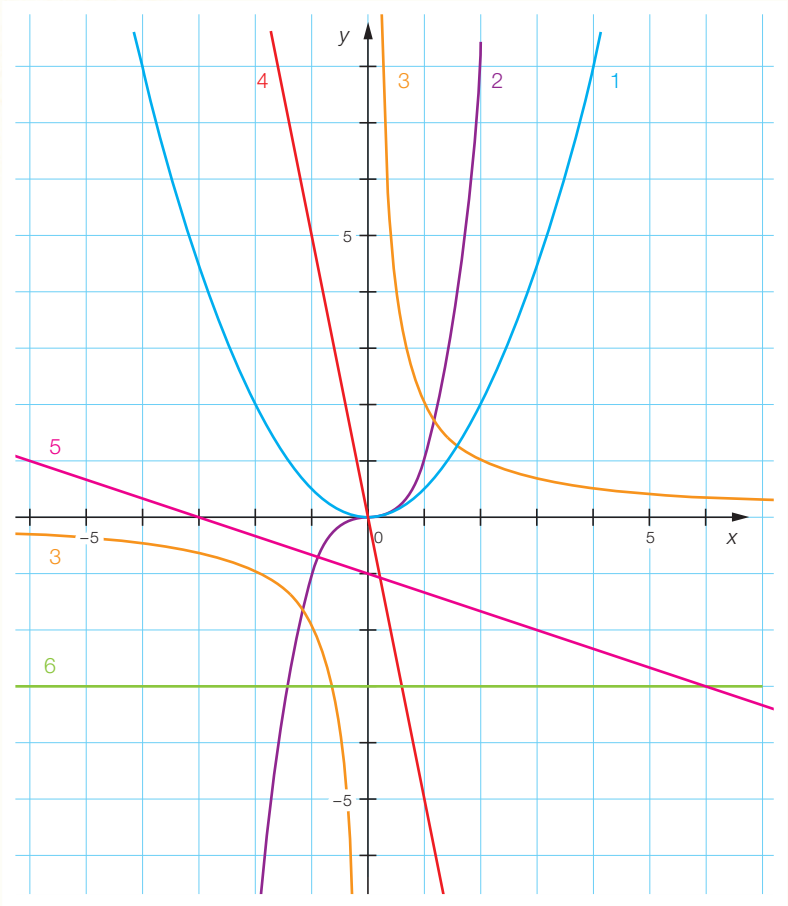
	Type	Pente	Ordonnée à l'origine	Croissance
a) $x \longmapsto -x + 5$				
b) $x \longmapsto \frac{2}{3}x + 6$				
c) $x \longmapsto \frac{12}{11}$				
d) $x \longmapsto 1 - x$				
e) $x \longmapsto x^2 - 5$				

Faire le point

Aide-mémoire
- Fonction
- Représentations d'une fonction
- Fonction constante, linéaire, affine, quadratique, puissance *n*-ième, homographique
- Pente d'une droite

Ressources en ligne

1 **a)** De quel type sont les fonctions dont la représentation graphique est donnée ci-dessous ?



b) Associe les représentations graphiques à chacune des fonctions dont voici les expressions fonctionnelles :

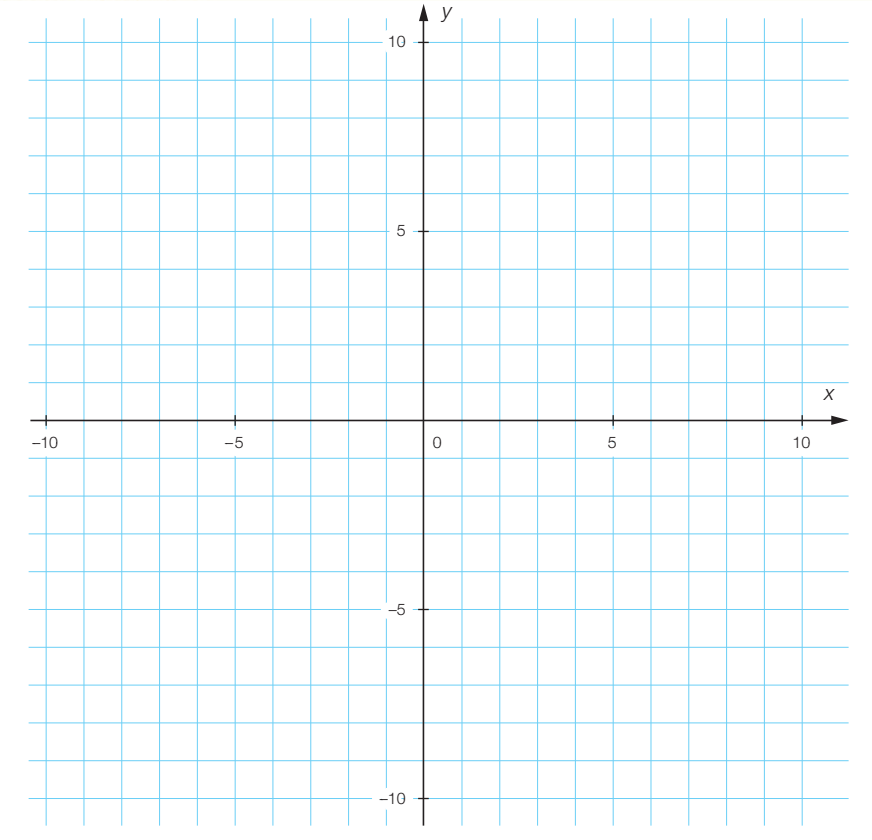
$f(x) = \frac{1}{2}x^2$ $\quad h(x) = x^3$ $\quad j(x) = \frac{2}{x}$

$g(x) = -\frac{1}{3}x - 1$ $\quad i(x) = -3$ $\quad k(x) = -5x$

SUITE ➜

2 **a)** Représente graphiquement ces fonctions.

$f : x \longmapsto \frac{6}{x}$ $\qquad$ $g : x \longmapsto -x^2 - 1$



b) Dans le système d'axes ci-dessus, représente la fonction h telle que $h(x) = -1{,}5x - 5$ en te basant uniquement sur la pente et l'ordonnée à l'origine.

3 Détermine l'expression fonctionnelle des fonctions ayant les caractéristiques suivantes :

a) Sa représentation graphique est une droite qui passe par les points $(-4 ; 1)$ et $(0 ; 0)$.

b) Sa représentation graphique est une droite qui passe par le point $(0 ; -5)$ et dont la pente est de $-0{,}5$.

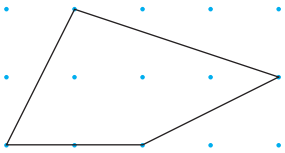
Corrigé en fin de fichier

FA63 Formule de Pick

Pour n'importe quel polygone, dont les sommets sont situés sur des points du réseau, il est possible de calculer l'aire uniquement à l'aide de i et de f (avec i égal au nombre de points intérieurs et f égal à celui des points frontières).

En t'aidant d'autres exemples, retrouve la formule de Pick.

Exemple : $i = 3$; $f = 5$; $A = 4{,}5$



Unité d'aire



Il est à noter que le théorème énoncé ci-contre est valide uniquement pour les polygones, convexes ou non, « sans trou ».

Georg Alexander Pick (1859-1942) était un mathématicien autrichien, qui a donné son nom à ce théorème. Il est mort dans le camp de concentration de Theresienstadt, en République tchèque.

Que sais-je ?

Aide-mémoire
- Fonction linéaire
- Fonction affine
- Propriétés d'une fonction linéaire
- Proportionnalité
- Pourcentage
- Echelle
- Pente d'un terrain

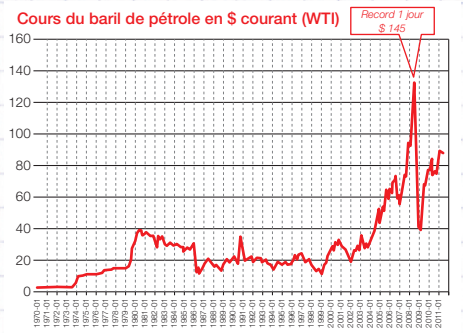
Activités
- FA70 à FA75

1 Note un ✓ **bleu** à côté de chaque graphique qui représente une situation de proportionnalité.

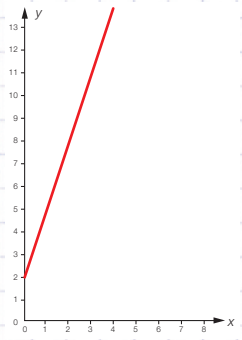
Note un ✓ **rouge** à côté de chaque graphique qui représente une fonction linéaire.

Justifie.

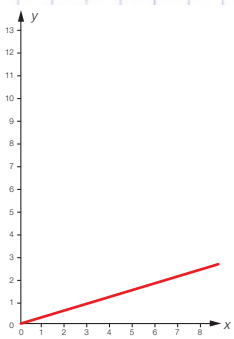
a)



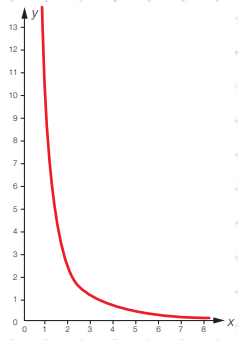
b)



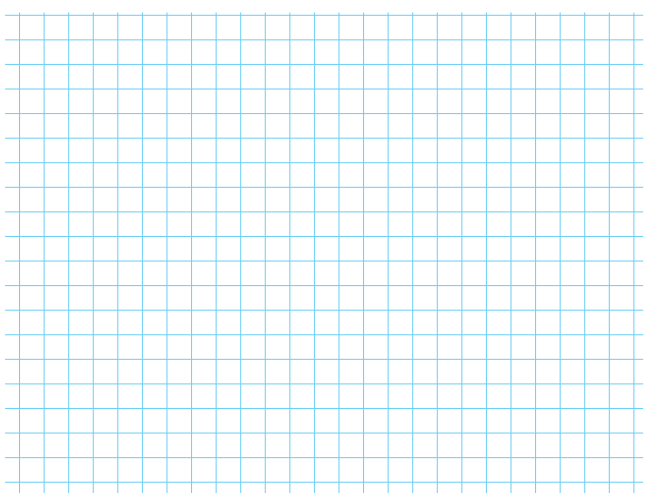
c)



d)



2 Représente une pente de 50 % dans le quadrillage ci-contre.



SUITE ➜

3 Calcule la valeur manquante sachant qu'il s'agit d'un tableau de proportionnalité, puis donne l'expression fonctionnelle correspondant à ce tableau.

Quantité de pêches (en kg)	2,5	4,5
Prix à payer (en CHF)	9.25	

4 Deux clochers sont distants de 22 km à vol d'oiseau.
Par combien de centimètres sera représentée cette distance sur une carte au 1 : 25 000?

5 Un débat politique télévisé devait durer 2 h.
Il a finalement été prolongé de 20 min.
De quel pourcentage le débat a-t-il été prolongé?

6 La distance horizontale entre deux pylônes d'un téléphérique est de 820 m et la distance verticale les séparant est de 738 m.
Quelle est la pente moyenne du câble reliant ces deux pylônes?

FA72 Des tableaux

a) Ce tableau représente une situation de proportionnalité. Calcule les valeurs manquantes, puis donne l'expression fonctionnelle correspondant à ce tableau.

Clémentines (en kg)	1,8	3,4		0,250
Prix à payer (en CHF)	5.40		7.50	

b) Les tableaux ci-dessous décrivent-ils une situation de proportionnalité ? Pourquoi ?

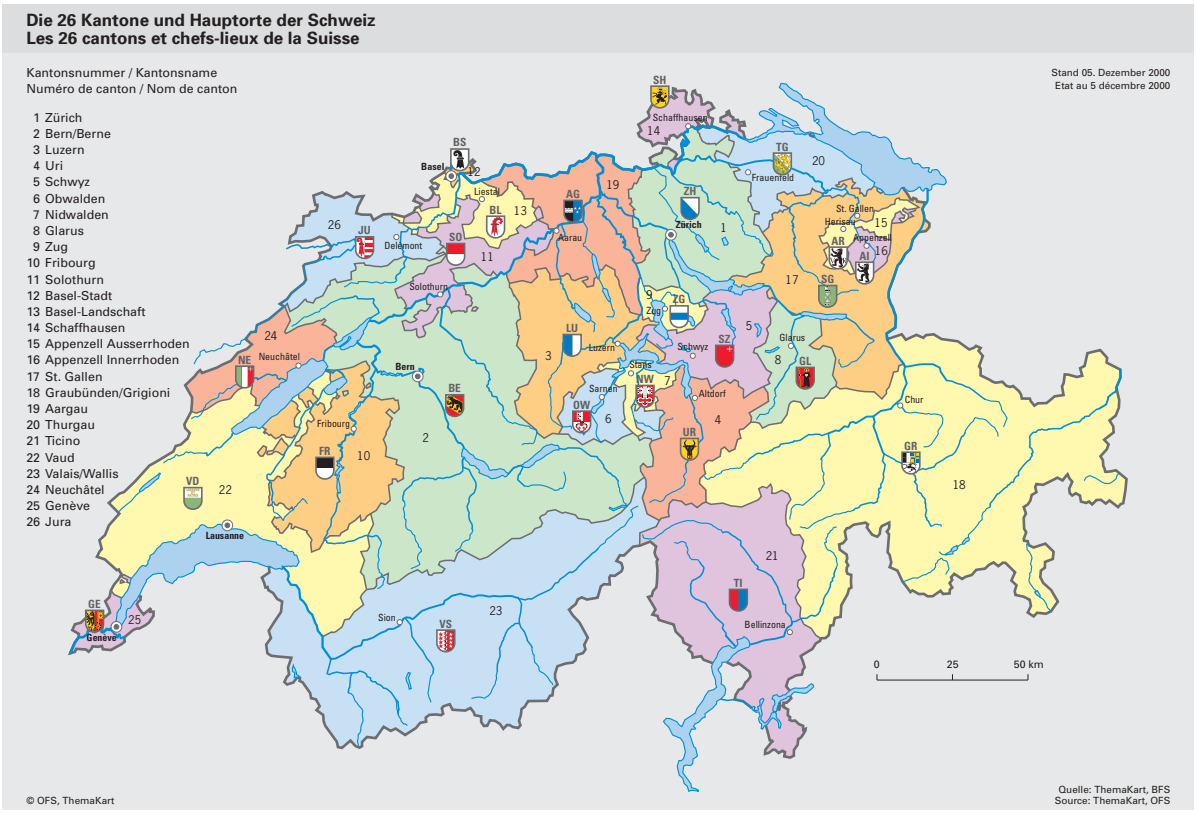
1.

x	5	10	12	36
y	1	6	8	32

2.

x	3	−4	0,2	−0,5
y	−13,5	18	−0,9	2,25

FA76 Les chefs-lieux des cantons suisses



Calcule les distances réelles, à vol d'oiseau, entre les chefs-lieux des cantons suivants :

a) Sion et Frauenfeld _____

b) Bellinzone et Delémont _____

c) Appenzell et Genève _____

d) Neuchâtel et Altdorf _____

e) Lausanne et Aarau _____

FA77 C'est plus petit

Complète ce tableau.

Distance sur la carte (cm)	Echelle	Distance réelle (km)
64,2		321
	1 : 100 000	12,1
30,7	1 : 250 000	

FA81 Le tout et la partie du tout

Complète ce tableau selon l'exemple.

Pour-cent	Tout	Partie
25 %	***800***	***200***
25 %	240	
70 %		182
	300	6

FA84 Ça grimpe

Complète ce tableau.

Distance horizontale (m)	Dénivellation (m)	Pente (en %)
94	81	
	27	150
66		140

FA85 La musique téléchargée

a) Complète le tableau ci-dessous sachant qu'il s'agit d'une situation de proportionnalité.

Nombre de morceaux téléchargés	5	35		
Prix payé en CHF	4		23.20	29.60

b) Combien faut-il payer pour télécharger onze morceaux de musique ?

Musique, films, feuilletons TV, clips vidéo... De nombreuses ressources peuvent être téléchargées sur Internet. Cependant, nombre de ces éléments sont protégés par la loi et les droits d'auteur (LDA, loi sur les droits d'auteur du 9 octobre 1992 – état le 1er janvier 2011). Lorsqu'on achète une chanson ou un DVD, une partie de la somme payée va être transmise au compositeur, au chanteur, au réalisateur du film ; s'approprier gratuitement ces éléments, c'est se mettre hors la loi et ne pas respecter les droits de celui qui les a créés.

Cependant, en Suisse, il existe une restriction au droit d'auteur, celle de l'« utilisation de l'œuvre à des fins privées » ; il est ainsi permis de copier une œuvre si c'est dans le but d'en faire un usage privé, pour soi-même, ses proches ou ses amis.

Ce qui est interdit, en revanche, c'est de mettre à disposition des œuvres sur Internet, sur un site, un réseau social ou un réseau de partage, appelé « peer to peer », sans payer ces droits d'auteur ; on ne peut non plus revendre ou diffuser à un large public les œuvres qu'on s'est procurées. En cas de violation des droits d'auteur, on risque de grosses amendes, voire la prison.

FA89 Les rectangles

a) Le tableau ci-dessous représente les dimensions de trois rectangles semblables. Complète-le.

	Rectangle 1	Rectangle 2	Rectangle 3
Largeur (cm)	3	4,5	
Longueur (cm)	4		
Périmètre (cm)			28
Aire (cm^2)			

b) Le périmètre est-il proportionnel à la longueur ?

c) L'aire est-elle proportionnelle à la longueur ?

FA102 Les capitaux

Complète ce tableau.

Capital	Taux annuel	Intérêt annuel
Fr. 1400.–	5 %	
Fr. 3450.–		Fr. 138.–
	5 %	Fr. 720.–

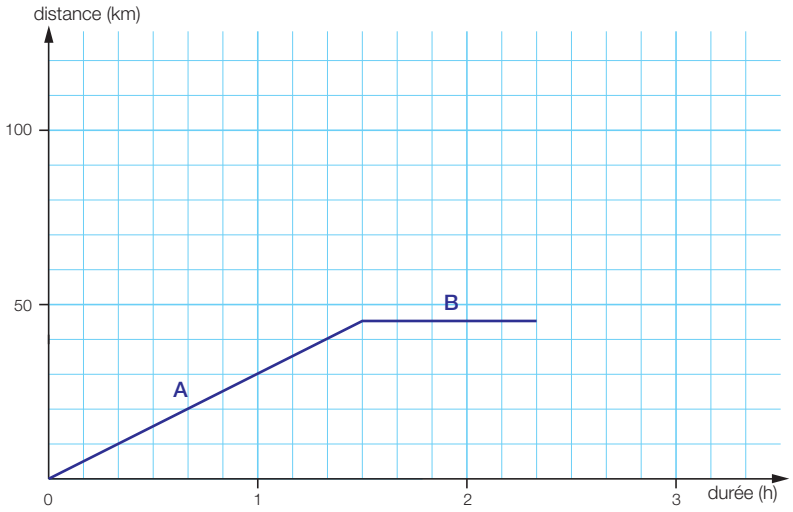
FA103 Le placement

Complète ce tableau.

Capital	Taux annuel	Durée du placement	Intérêt rapporté
Fr. 25 000.–	4 %	6 mois	
Fr. 1400.–		3 mois	Fr. 17.50
Fr. 600 000.–	1 %		Fr. 2500.–
	2,5 %	8 mois	Fr. 2000.–

FA112 Bernard le cycliste

Ce graphique représente la distance parcourue par Bernard le cycliste en fonction du temps écoulé depuis son départ.



a) Quelle est la vitesse moyenne de Bernard sur la première partie de son parcours (A sur le graphique) ?

b) Petite pause pour Bernard (B sur le graphique) ! Combien de temps dure-t-elle ?

c) La durée de la balade de Bernard est de 3 heures au total. Complète le graphique par une partie C, afin que la vitesse de Bernard soit de 25 km/h sur la dernière partie de son parcours.

d) Quelle est la vitesse moyenne sur l'ensemble de sa balade ?

FA113 La vitesse moyenne

Complète le tableau.

	Distance parcourue	Temps	Vitesse moyenne (km/h)	Vitesse moyenne (m/s)
a)	135 km			12,5
b)		15 s		12
c)	48 km		192	
d)	90 km	1,5 h		
e)	5 m			10
f)		2 min		300 000 000

La vitesse de la lumière a été calculée pour la première fois en 1676 par le savant danois Ole Christensen Rømer (1644-1710), en observant le mouvement des satellites de Jupiter. Il avait obtenu environ 200 000 km/s, ce qui est nettement moins que les 299 792,458 km/s que les scientifiques déterminèrent plus tard. La lumière fait donc environ 7,5 fois le tour de la Terre en 1 s.

Cette vitesse, désignée par la lettre minuscule *c*, représente la vitesse maximale de la lumière dans le vide ; suivant le milieu (air, eau, verre, etc.), la lumière sera ralentie.

Dans le modèle de la physique actuelle, appelé « mécanique relativiste », rien ne peut se déplacer à une vitesse supérieure à celle de la lumière dans le vide.

Ainsi, par exemple, la vitesse de propagation de la lumière projetée par les phares d'une voiture roulant à 100 km/h est la même que celle de la lumière émise par un spot immobile.

FA124 Les masses volumiques

a) Complète le tableau.

Matière	Masse (en kg)	Volume (en cm^3)	Masse volumique (en kg/m^3)	Masse volumique (en g/cm^3)
Glace	4,6	5000		
Eau de mer	10,3		1030	
Chêne		200		0,80
Caoutchouc	0,7			0,92
Diamant	0,21	60		
Eau douce		500	1000	
Essence	37,8		750	
Mercure	20,325	1500		

b) Indique quelles matières flottent sur l'eau douce.

La **masse volumique** d'une substance est le rapport de sa masse à son volume.

La masse de 1 cm^3 d'eau est égale à 1 g : la masse volumique de l'eau est donc de 1 g/cm^3, soit 1000 kg/m^3.

La masse volumique de l'aluminium est de 2700 kg/m^3.

La **densité** d'une substance est, pour les solides et les liquides, le rapport de la masse volumique de cette substance à celle de l'eau. La densité s'exprime par un nombre sans unité.

Par exemple, la densité de l'aluminium est de

$$\frac{2700\ kg/m^3}{1000\ kg/m^3} = 2{,}7.$$

Faire le point

Aide-mémoire
- Proportionnalité
- Pourcentage
- Vitesse
- Masse volumique

Ressources en ligne

1 Une somme de Fr. 8 000.– a été placée à un taux d'intérêt annuel de 2 % pendant 8 mois. Quel est le montant des intérêts rapportés ?

2 Un capital a été placé, pendant 9 mois, à un taux d'intérêt annuel de 2,5 %. Ce placement a rapporté Fr. 18.75. Quel était le capital de départ ?

3 Une voiture roule pendant 45 min et parcourt 60 km.
Quelle est sa vitesse moyenne ?

4 Une voiture roule à une vitesse moyenne de 105 km/h.
a) Quelle distance parcourt-elle en 36 min ?

b) Combien de temps lui faut-il pour parcourir 147 km ?

5 20 dm^3 de blé pèsent 15,4 kg.
Quelle est la masse volumique (ρ) du blé ?

6 La masse volumique de l'or est de 19,3 kg/dm^3.
Quel est le volume d'une statuette en or dont la masse est 9,65 kg ?

7 Le débit moyen de la Venoge, une rivière vaudoise, est en temps normal de 4,3 m^3/s.
Quel volume d'eau passe sous un de ses ponts en 1 h ?

8 Un robinet de jardin, qui a un débit de 16 dm^3/min, est utilisé pour remplir une petite pataugeoire. Celle-ci a une capacité de 800 l.
En combien de temps sera-t-elle complètement remplie ?

Corrigé en fin de fichier

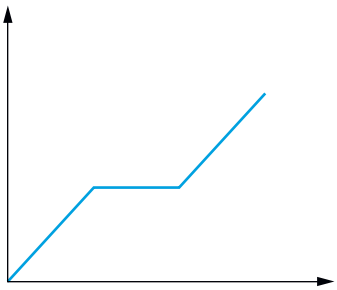
FA129 Numérote !

Voici quelques situations. Les graphiques correspondants sont dessinés ci-dessous.

A toi de les numéroter correctement et d'indiquer sur les axes les grandeurs représentées en précisant les unités choisies (par ex. : distance en km, temps en h, etc.).

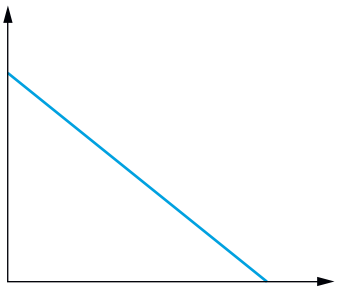
1. Notre train Lausanne – Genève est arrêté en raison de travaux sur la voie.
2. La compagnie de Taxi « Rapid » demande une prise en charge de Fr. 8.– et Fr. 3.– le kilomètre parcouru.
3. Le tarif dégressif d'un parking dépend de la durée de stationnement : Fr. 2.– la première heure, puis Fr. 1.50 / h les deux suivantes, puis Fr. 1.– / h dès la quatrième heure.
4. Lors de mon trajet à vélo Morat – Yverdon, j'ai roulé à vitesse constante et effectué une pause à mi-chemin.
5. Mon pneu doit être crevé. En effet, il se dégonfle régulièrement.
6. C'est le temps des cerises ! 9 francs le kilo, Mesdames et Messieurs !

a)



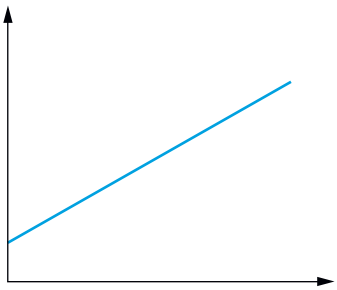
Situation n° _____

b)



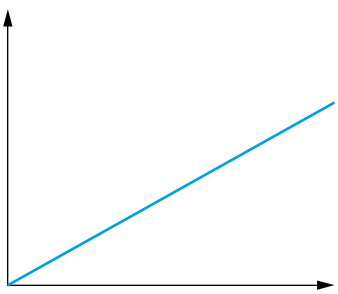
Situation n° _____

c)



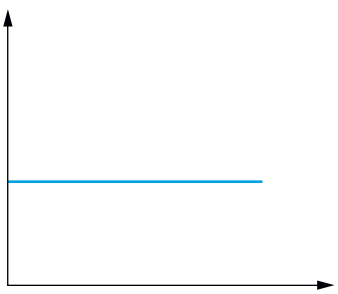
Situation n° _____

d)



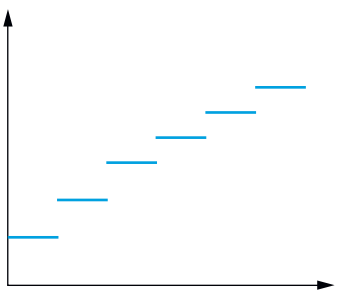
Situation n° _____

e)



Situation n° _____

f)



Situation n° _____

FA134 Les huit planètes du Système solaire

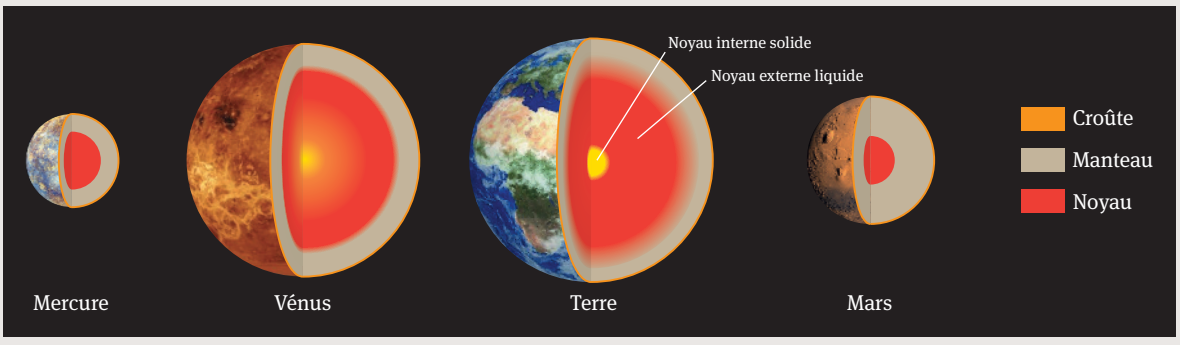
Complète le tableau en utilisant la notation scientifique.

Planètes	Masse (en kg)	Volume (en m^3)	Masse volumique (en kg/m^3)
Mercure	$3{,}310 \cdot 10^{23}$	$6{,}077 \cdot 10^{19}$	
Vénus	$4{,}870 \cdot 10^{24}$	$9{,}285 \cdot 10^{20}$	
Terre	$5{,}976 \cdot 10^{24}$	$1{,}084 \cdot 10^{21}$	
Mars	$6{,}420 \cdot 10^{23}$	$1{,}642 \cdot 10^{20}$	
Jupiter	$1{,}899 \cdot 10^{27}$	$1{,}525 \cdot 10^{24}$	
Saturne	$5{,}686 \cdot 10^{26}$	$9{,}048 \cdot 10^{23}$	
Uranus	$8{,}689 \cdot 10^{25}$	$6{,}995 \cdot 10^{22}$	
Neptune	$1{,}024 \cdot 10^{26}$	$6{,}358 \cdot 10^{22}$	

Il existe deux sortes de planètes dans le Système solaire : les *planètes telluriques* et les *géantes gazeuses*.

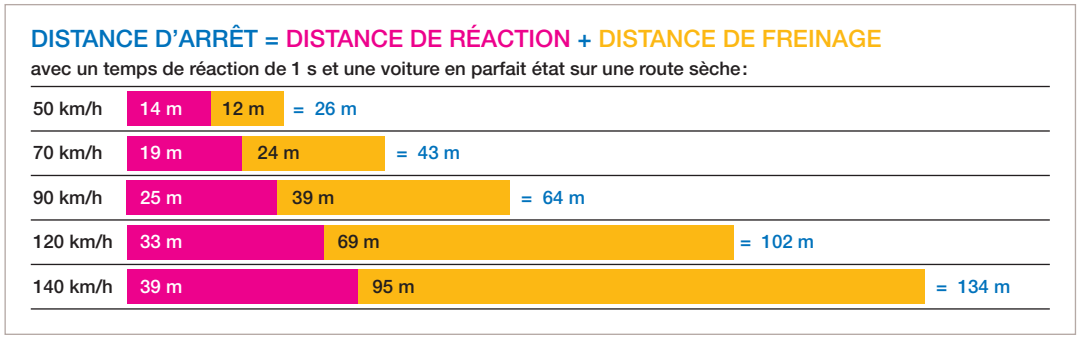
Les planètes telluriques, semblables à la Terre, désignent les planètes rocheuses. Dans notre système solaire, on en compte quatre : Mercure, Vénus, la Terre et Mars ; ce sont les plus proches du Soleil et elles sont toutes constituées d'un noyau métallique en leur centre, entouré d'une épaisse couche de roches en fusion qu'on appelle le « manteau », le tout cerclé par une fine épaisseur de roche solide qu'on appelle croûte.

Les quatre planètes géantes gazeuses sont les plus éloignées du Soleil : Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune. Elles ne possèdent pas de croûte solide à leur surface. Le seul endroit solide est le noyau dont elles sont constituées, mais la majeure partie de ces planètes est composée de gaz (ammoniac, méthane, hydrogène, hélium, etc.), une sorte d'énorme atmosphère.



FA142 Distance d'arrêt

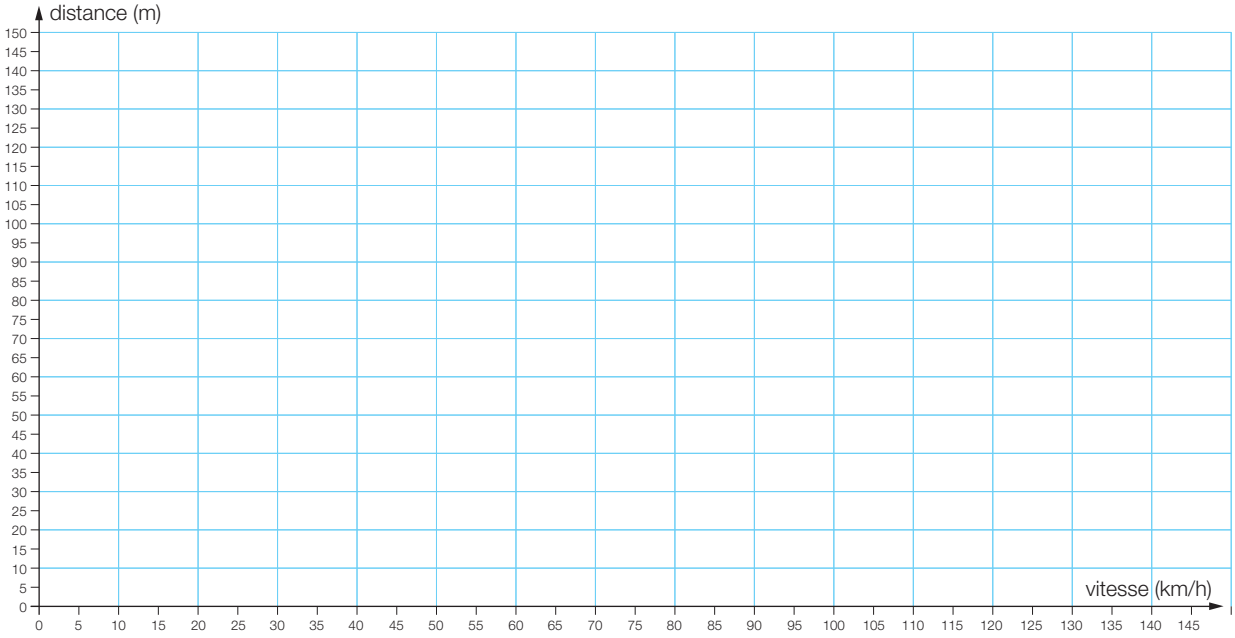
Voici un diagramme illustrant la distance d'arrêt d'une voiture en parfait état, sur une route sèche.



a) Peut-on dire que la distance d'arrêt est proportionnelle à la vitesse du véhicule ? Justifie ta réponse.

b) Peut-on dire que la distance de réaction est proportionnelle à la vitesse du véhicule ? Justifie ta réponse.

c) En te fondant sur le diagramme ci-dessus, représente la distance de réaction, la distance de freinage et la distance d'arrêt d'un véhicule en fonction de sa vitesse.



d) Estime la distance d'arrêt pour une voiture qui roule à 80 km/h.

Et pour une voiture qui roule à 110 km/h ?

Que sais-je ?

Aide-mémoire
- Expression littérale
- Expression littérale « en fonction de *x* »
- Conventions d'écriture d'une expression littérale

Activités
- FA149 à FA151

1 Traduis les expressions suivantes par une écriture littérale.

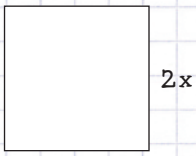
a) Le triple d'un nombre n :

b) Les trois quarts d'un nombre z :

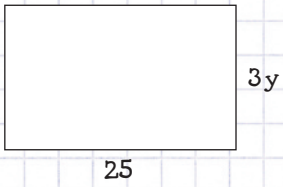
c) Je choisis un nombre x, je le multiplie par 12, puis j'ajoute 28 :

d) Je choisis un nombre y, je lui ajoute 28, puis je multiplie le résultat par 12 :

2 Exprime le périmètre et l'aire de ce carré en fonction de x.



3 **a)** Exprime le plus simplement possible le périmètre et l'aire de ce rectangle en fonction de y.



b) A l'aide des formules obtenues, calcule le périmètre et l'aire de ce rectangle si y = 5.

4 Réduis les expressions suivantes.

a) $b + b + b + b + b =$

b) $5 \cdot a \cdot 5 =$

c) $c \cdot c \cdot c =$

d) $7y + 4y =$

e) $15 \cdot d - d \cdot 5 =$

f) $9 + 11 \cdot x =$

g) $5x - x =$

FA149 Traduire

Traduis les expressions suivantes par une écriture littérale.

a) Le quintuple d'un nombre n : _____

b) Les six cinquièmes d'un nombre z : _____

c) Je choisis un nombre y, je le multiplie par 2, puis j'ajoute (–5) : _____

d) Je choisis un nombre x, je lui ajoute (–5), puis je multiplie le résultat par 2 :

_____

FA151 Faire réduire

Réduis les expressions suivantes.

a) $z + z + z + z =$ _____

b) $3 \cdot a \cdot (-2) =$ _____

c) $a \cdot a \cdot a \cdot a =$ _____

d) $15a + 8a =$ _____

e) $(-10) \cdot y + y \cdot 3 =$ _____

f) $5 + 5 \cdot x =$ _____

g) $17y - y =$ _____

FA154 Un peu de vocabulaire

a) Entoure en vert le coefficient et en rouge la partie littérale des monômes ci-dessous.

$8z$ $\quad -6x$ $\quad 0{,}4p$ $\quad 7{,}9$ $\quad r$

b) Associe les monômes semblables.

$3y$ $\quad -x$ $\quad y$ $\quad 14$ $\quad -10y$ $\quad 3$ $\quad 14z$

FA155 Réduisons !

Réduis ces expressions littérales.

a) $4b \cdot 5b$ =

b) $(7p)^2$ =

c) $(-b)^2$ =

d) $p \cdot 8p^2$ =

e) $a \cdot (ab)$ =

f) $6p \cdot 5p$ =

FA159 On réduit

Réduis ces expressions littérales.

a) $2p + 12$ =

b) $9n - 9n$ =

c) $3 + p - 4$ =

d) $5n + 5 + 0{,}3n$ =

e) $5 + 6p$ =

f) $8p + 2 + p + 8$ =

g) $4n - n$ =

h) $7n - 6n$ =

i) $0{,}5m + 3{,}5m$ =

j) $2m + 6m - 7m$ =

k) $-7m - 4m + 9$ =

l) $p + p$ =

FA160 On réduit toujours

Ecris ces expressions littérales sous leur forme réduite.

a) $h + 9h =$

b) $4h - h =$

c) $-20x + 25x =$

d) $121x^2 - 11x =$

e) $48 - 18x + 28 - 12x =$

f) $7h + 7h =$

g) $3x \cdot 3x \cdot 3x =$

h) $15h - 3h \cdot 5 =$

i) $-9hx + h + 9hx - 13h =$

j) $x^2 \cdot 13 + 7 \cdot h^2 =$

FA163 Par analogie

Voici trois égalités vraies :

$(8x + 9) + (17x - 4) = 25x + 5$

$(11x + 6) - (3x + 12) = 8x - 6$

$(12y - 2) - (8y - 4) = 4y + 2$

L'analogie, du latin *analogia* issu du grec ancien ἀναλογία, désigne le fait que des choses, des situations ou des idées présentent des caractères communs ; travailler par analogie, ce peut être, par exemple, se souvenir d'un problème qu'on a déjà fait et qui ressemble à celui qu'on est en train de résoudre. Ainsi, on peut s'en inspirer afin d'élaborer une stratégie.

1. Observe ces trois égalités afin d'établir une règle te permettant d'additionner et de soustraire un polynôme.

2. Effectue et réduis les expressions littérales suivantes.

a) $(55x - 60) - (15x + 40) =$

b) $(39w + 48) - (11w - 18) =$

c) $(4x - 10) + (23 - 6x) =$

FA166 Ajouter pour obtenir

1. Quel polynôme faut-il ajouter à $10x$ pour obtenir $17x - 5$?

2. Fais de même avec les expressions littérales suivantes.

a) $x + 3$ + _____ = $x - 5$

b) $5y - 3$ + _____ = $y + 8$

c) 12 + _____ = $x + 4$

d) $-7c + 4d$ + _____ = $-4c + 7d$

e) $-6z + 1$ + _____ = z

f) $-y - 8$ + _____ = $y - 7$

g) $y + 1$ + _____ = $-9y$

h) $-3x$ + _____ = $3x$

FA167 Différences en tous genres

Effectue et réduis.

a) $(8y + 2) + (5 - 7y) =$ _____

b) $(8y + 2) - (5 - 7y) =$ _____

c) $(90a - 65b) + (150a - 135b) =$ _____

d) $(90a - 65b) - (150a - 135b) =$ _____

e) $28x + 36 + (-43x + 48) =$ _____

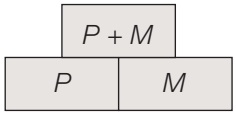
f) $28x + 36 - (43 - 48x) =$ _____

g) $(9a - 30b) + (16a - 18b) =$ _____

h) $9 - 30b - (16 - 18b) =$ _____

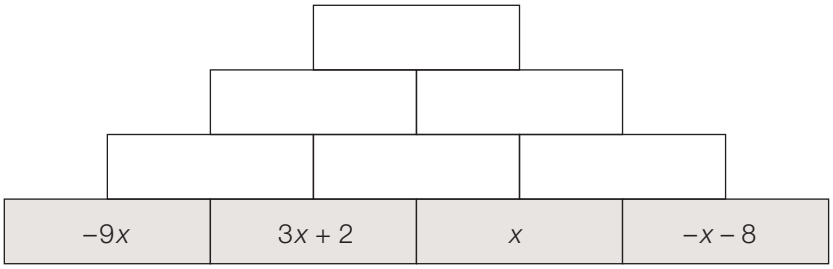
FA168 Construire le mur

On passe d'un étage à l'autre du mur, en appliquant la règle d'addition suivante :

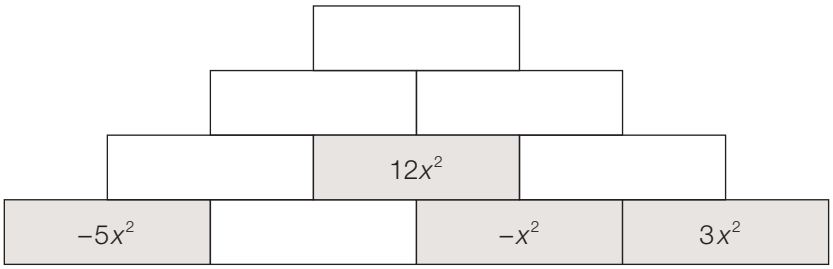


Complète ces murs de briques.

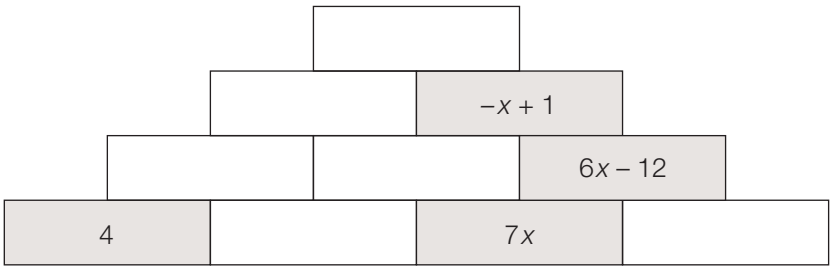
a)



b)



c)



Faire le point

Aide-mémoire
- Coefficient, partie littérale et degré d'un monôme
- Addition et soustraction de monômes semblables
- Opposé d'un polynôme
- Addition de polynômes
- Soustraction de polynômes

Ressources en ligne

1 Entoure en vert le coefficient et en rouge la partie littérale des monômes ci-dessous.

$5a$ $\quad -12$ $\quad 2r^2$

2 Donne l'opposé des polynômes ci-dessous.

a) $173c + 48d$ _____

b) $62x - 39y$ _____

c) $-14y + 81x$ _____

3 Réduis, si possible, ces expressions littérales.

a) $3x + 3x + 3x + 3x + 3x =$ _____

b) $5m - 3n - 10m + 6n =$ _____

c) $10y - y =$ _____

d) $(2a) \cdot (-3b) =$ _____

e) $y^2 \cdot 6y =$ _____

f) $(10c)^3 =$ _____

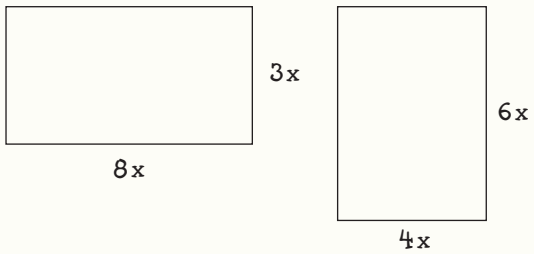
g) $x^2 \cdot 5 + 5 \cdot y^2 =$ _____

h) $(6a - 5b) + (8a + 15b) =$ _____

i) $12p - 2 =$ _____

j) $(-34x + 28y) - (16x - 72y) =$ _____

4 Les deux rectangles ci-contre ont-ils le même périmètre et la même aire quelle que soit la valeur de x?



_____

_____

_____

Corrigé en fin de fichier

FA171 Monômes semblables

a) Entoure en vert le coefficient et en rouge la partie littérale de chacun des monômes ci-dessous.

b) Associe les monômes semblables.

$-8\,xy^2$	$x\,(8\,x)$	$\frac{1}{5}x$	$-2\,yx$
$5 \cdot 2\,yx$	$0{,}5\,y$	18	$(5\,y)\,(6\,x)$
$(1{,}5\,y)^2$	$-x$	$(xy)^2$	
$4\,y$	$2\pi r$	$3 \cdot 3\,x^2$	

FA173 Repérer les différences

Effectue et réduis.

a) $(90a^2 - 65b^2) + (150a^2 - 135b^2) =$ _____

b) $(90a^2 - 65b^2) - (150a^2 - 135b^2) =$ _____

c) $28x^2 + 36x^2y + (-43x^2 + 48x^2y) =$ _____

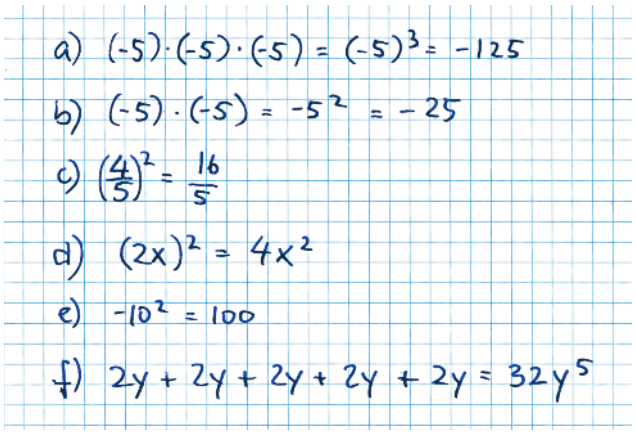
d) $28x^2 + 36x^2y - (43x^2 - 48x^2y) =$ _____

e) $(9a^2 - 30ab + 25b^2) + (16a^2 - 18ab + 4b^2) =$ _____

f) $9a^2 - 30ab + 25b^2 - (16a^2 - 18ab + 4b^2) =$ _____

FA174 Toutes puissances

Corrige cette production d'élève.



FA175 Produits, sommes et différences

Effectue et réduis.

a) $3x + 4x =$ _____

$3x \cdot 4x =$ _____

b) $8a - 3a =$ _____

$8a \cdot (-3a) =$ _____

c) $y + y =$ _____

$y \cdot y =$ _____

d) $2x^2 + 9x^2 =$ _____

$2x^2 \cdot 9x^2 =$ _____

e) $x - x^3 =$ _____

$x \cdot x^3 =$ _____

f) $x^2 - x^2 =$ _____

$x^2 \cdot (-x^2) =$ _____

g) $6x + 10 =$ _____

$6x \cdot 10 =$ _____

h) $5x^3 + x^3 =$ _____

$5x^3 \cdot x^3 =$ _____

i) $-3x^2 + 5x^2 =$ _____

$-3x^2 \cdot 5x^2 =$ _____

j) $5x - x =$ _____

$5x \cdot (-x) =$ _____

k) $3x + x^2 =$ _____

$3x \cdot x^2 =$ _____

l) $4x + 3x^2 =$ _____

$4x \cdot 3x^2 =$ _____

Que sais-je ?

Aide-mémoire
- Monômes semblables
- Opposé d'un polynôme
- Addition et soustraction de monômes semblables
- Multiplication de monômes
- Addition de polynômes
- Soustraction de polynômes
- Multiplication de polynômes

Activités
- FA178 à FA182

1 Calcule la valeur numérique des expressions suivantes.

$A = x^2$ $B = 2x^2 - x$ $C = -x^2 - 2x + 15$

a) si $x = 10$

b) si $x = -3$

2 Ecris ces expressions littérales sous forme réduite.

a) $5y + 3x - 12y - 2x + 7 =$

b) $a^2 \cdot a^3 =$

c) $2x^2 - 2x =$

d) $(-2b^2)^3 =$

e) $2x(10x - 9) =$

f) $-12y + 12y \cdot 5 =$

g) $(-8x \cdot 7y) \cdot 2 =$

h) $(5x - 6y)(2x + 3y) =$

i) $(5x - 6y) + (2x + 3y) =$

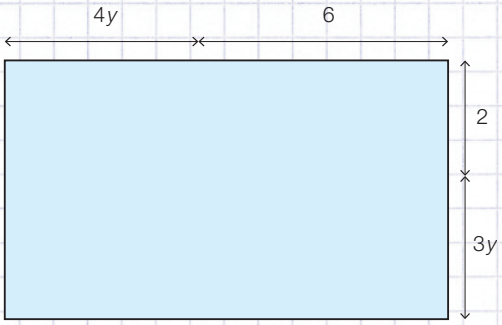
j) $(5x - 6y) - (2x + 3y) =$

SUITE ➜

3 Un match de tennis s'est joué en trois sets. Le premier set a duré x min, le deuxième 15 min de moins que le premier et le troisième le double du deuxième.

Exprime le plus simplement possible la durée totale du match en fonction de x.

4 Exprime le plus simplement possible l'aire et le périmètre du rectangle ci-dessous en fonction de y.



FA179 Sous forme réduite

Ecris ces expressions littérales sous forme réduite.

a) $9a^4 - 8a^3 =$ _____

b) $(37y - 4) + (9 - 26y) =$ _____

c) $(-14x + 27) - (16x - 27) =$ _____

d) $8y^2 + 2y^2 \cdot 5 =$ _____

e) $(x^2 \cdot y)^3 =$ _____

f) $16x^2 \cdot 2x^3 =$ _____

g) $(-2b)^3 =$ _____

h) $(-2y^3)^4 =$ _____

FA180 Correctes ou non ?

Ces égalités sont-elles correctes ? Si oui, mets un ✓ ; sinon, corrige la réponse.

a) $5(3x+4) = 15x+4$

b) $(2x-3)(-5) = 10x+15$

c) $3x(13-x) = 39x-3x^2$

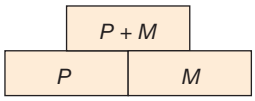
d) $(10x \cdot 7) \cdot (-2) = -140x$

e) $(x-50)(x+3) = 2x-150$

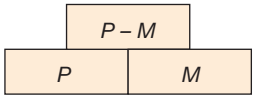
FA187 Faire le mur

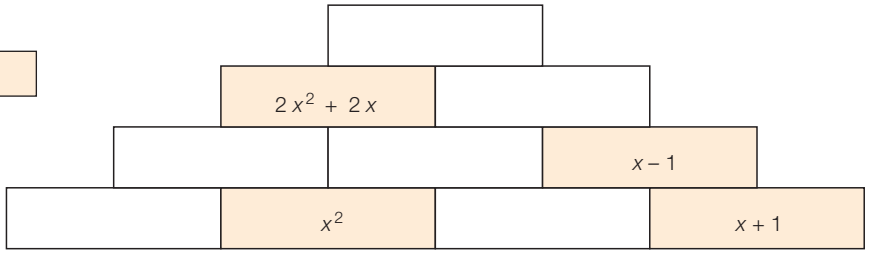
Complète les briques vides de ces différents murs en respectant la règle indiquée.

a) On passe d'un étage à l'autre en appliquant la règle suivante :

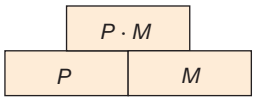


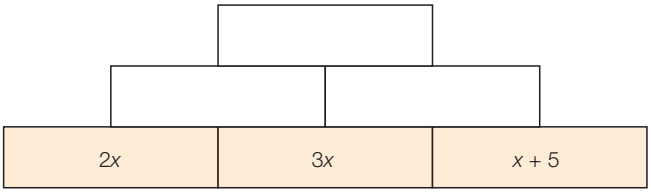
b) Ici, la règle devient :

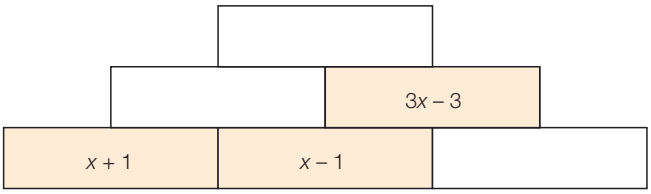


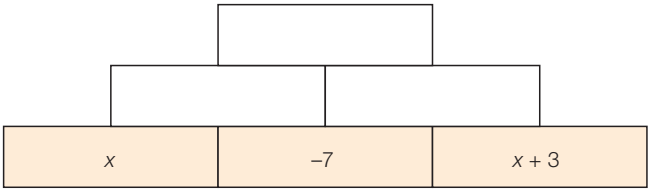


c) On passe d'un étage à l'autre en appliquant la règle de multiplication suivante :









FA188 Réductions en tous genres

Effectue et réduis les expressions suivantes.

a) $(-2x^3 - 8x^2 + 12) - (-5x^3 + 12x^2 - 39) =$

b) $(-2x^2 - 8y) \cdot (-5x + 12y) =$

c) $6x \cdot (2y \cdot x^2) =$

d) $(-4x) \cdot (y - 2x^2) =$

e) $5y^3 - (12y^3 - 5) + 15 =$

f) $5y^2 - 4y^2 \cdot (14y - 30) =$

g) $4x + 6x \cdot (5x - 3) =$

h) $-(5x^3 + 20xy) - 10x\,(-8x^2 - 12y) =$

i) $61 - (x - 1)\,(2x - 37) =$

j) $(4x + 7) - (3x - 7)\,(2x + 2) =$

FA189 Avec des coefficients rationnels

Effectue et réduis les expressions suivantes.

a) $\left(3{,}4x^2 - 2{,}5x + \frac{1}{4}\right) - \left(2{,}1x^2 - 3{,}5x - \frac{1}{2}\right) =$

b) $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot a^2\right) =$

c) $-0{,}25 \cdot (3x - 1) =$

d) $\left(\frac{4}{5}y + 1\right) \cdot \left(2y - \frac{1}{4}\right) =$

e) $5{,}5x - 0{,}5x\,(6x - 0{,}1) =$

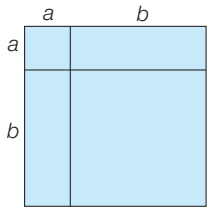
f) $3\left(\frac{4}{3}y + 0{,}25\right) + \frac{1}{7}\left(14 - 7y\right) =$

FA190 A priori

a) Effectue cette opération.

$(a + b)^2 =$

b) Exprime d'au moins deux manières différentes l'aire du carré ci-contre en fonction de a et de b.



c) Effectue et réduis : $(a + b)\,(a + b) =$

d) Compare les résultats obtenus pour ces trois questions ; que constates-tu ?

e) En t'inspirant de tes résultats précédents, effectue les deux multiplications suivantes :

$(x + 1)^2 =$

$(2x + 5)^2 =$

f) Comment t'y prendrais-tu pour trouver la réponse aux deux calculs ci-dessous ?

$(a - b)^2 =$

$(a + b)\,(a - b) =$

FA192 Produits remarquables

Effectue et réduis.

a) $(a + 2)^2$ =

b) $(2x + 1)^2$ =

c) $(3y - 5)^2$ =

d) $(8x - 7y)^2$ =

e) $(4x - y)(4x + y)$ =

f) $(5a + 3b)^2$ =

g) $(6a + 9b)(6a - 9b)$ =

h) $(3x + 5)(3x + 5)$ =

i) $(10x + 7y)(10x - 7y)$ =

j) $(12a - 12b)^2$ =

FA193 Toujours remarquables ?

Effectue et réduis.

a) $(4y^2 - 5)^2$ =

b) $(4y^2 + 5)^2$ =

c) $(4y^2 \cdot 5)^2$ =

d) $(4y^2 + 5)(4y^2 - 5)$ =

e) $(4y^2 + 5)(5 - 4y^2)$ =

f) $(4y^2 + 5)(5y^2 - 4)$ =

g) $(12x^2 - 5y)^2$ =

h) $(8x - 5y)(5y - 8x)$ =

i) $(9x - 10y)(9x + 10y)$ =

j) $(5a \cdot 3b)^2$ =

k) $(3a^2 - 2)(2 + 3a^2)$ =

l) $(6b + 7c)^2$ =

FA194 Mélange

Effectue et réduis.

a) $2a(a+b) =$

b) $10y - y =$

c) $(2x-y)^2 =$

d) $(3x-2)(y+1) =$

e) $(3a-2b)-(3a+2b) =$

f) $(x+y+1)^2 =$

g) $(4x^2 \cdot 5y)^2 =$

h) $(4u-2)(v+3) =$

i) $(2m-2n)^2 =$

j) $x^2(x-y)(x+y) =$

k) $(a+b+c)^2 =$

l) $(3x-5y)(5x+3y) =$

m) $(25x+10y)(10y-25x) =$

n) $0{,}5(2a+b)^2 =$

o) $(a-1+b)^2 =$

p) $(6x-1)^2-(x+8)^2 =$

q) $15x-5x \cdot (9-11x) =$

r) $(4-3x) \cdot (7x+6)+(14x-2) \cdot (1-x) =$

FA195 Pas toujours remarquables !

Effectue et réduis.

a) $\left(\frac{1}{2}x+5\right)^2 =$

b) $\left(\frac{3}{2}x\cdot\frac{3}{4}y\right)^2 =$

c) $\left(\frac{3}{8}x+\frac{3}{5}y\right)^2 =$

d) $\left(\frac{2}{9}x+\frac{1}{9}y\right)\left(\frac{2}{9}x-\frac{1}{9}y\right) =$

e) $\left(\frac{4}{7}x-\frac{1}{6}y\right)-\left(\frac{4}{7}x+\frac{1}{6}y\right) =$

f) $\left(\frac{2}{3}x+5y\right)\left(\frac{2}{3}x+5y\right) =$

g) $\left(\frac{2}{3}x+3y\right)^2 =$

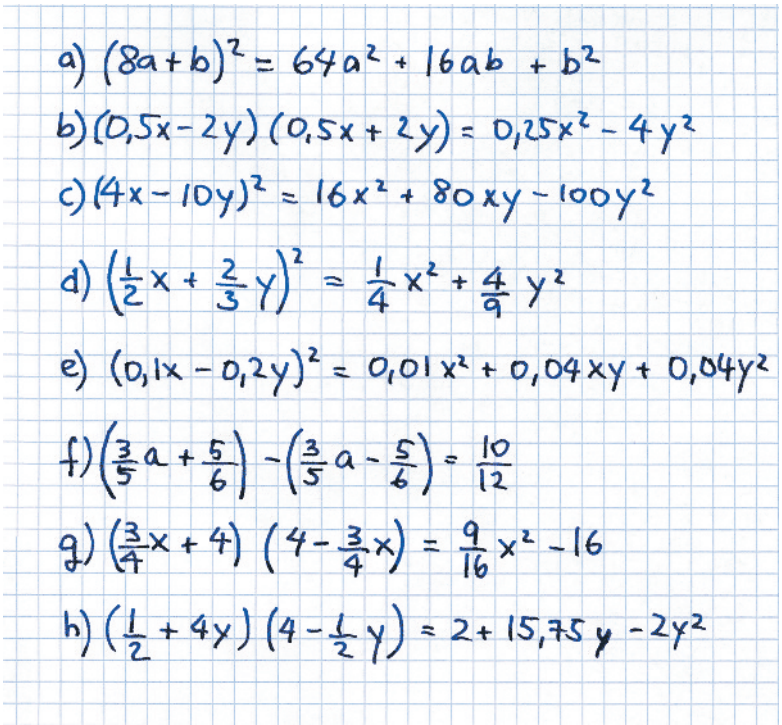
h) $\left(\frac{1}{6}x-3\right)-\left(3x+\frac{1}{6}\right) =$

i) $(1,\bar{6}x^2-0,\bar{6}y)^2 =$

j) $\left(\frac{1}{4}x-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}x\right) =$

FA196 Tâche à erreurs

Voici le devoir d'un élève. Corrige-le.



Faire le point

Aide-mémoire
- Monômes semblables
- Addition et soustraction de monômes semblables
- Multiplication de monômes
- Addition de polynômes
- Soustraction de polynômes
- Multiplication de polynômes
- Quelques identités remarquables

Ressources en ligne

1 Effectue et réduis.

a) $-250xy^2 - 75x + 95y^2x - 65x + 200x^2y =$ _____

b) $(12x^2 + 9x - 3) - 3x(-12x + 64) =$ _____

c) $(2x - 3)(5x + 7) =$ _____

d) $(10x - 8)^2 =$ _____

e) $(6ax - 4)(6ax + 4) =$ _____

f) $(6a^2 \cdot 5y)^2 =$ _____

g) $(5xy + 6) + (5xy - 6) =$ _____

h) $(4a + 5b)(5a - 4b) =$ _____

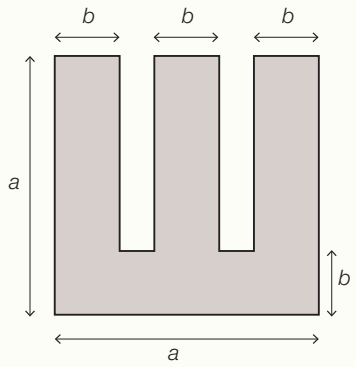
i) $17x - 7x \cdot (2x - 5) =$ _____

j) $(9x^3 - 40x) - x(8x^2 - 7x) =$ _____

k) $82x - (50x - 1)(x - 10) =$ _____

l) $(5x + 5)^2 + (3x - 3)^2 =$ _____

2 Exprime le plus simplement possible le périmètre et l'aire de la figure ci-dessous.



Corrigé en fin de fichier

FA202 Labyrinthe littéral

Deux cases consécutives du chemin qui mène du départ à l'arrivée contiennent deux expressions équivalentes : l'une est un produit et l'autre une somme. Bonne route !

Départ

x^2+x-2 $(x+2)^2$	x^2+1 $(x-1)(x+2)$	$(x+1)^2$	$2x+2$ $(x+3)(x+1)$	x^2+4x+1 $(-x-5)^2$	$x^2+10x+25$ $(2-x)^2$
x^2+4x+4 $(2x+1)^2$	x^2+3x+2 $(x-2)^2$	x^2+2x+1 $(x+2)(x+1)$	x^2+4x+3 $(-x+5)(x-5)$	$-x^2+10x-25$ $(x-2)(2-x)$	$-x^2+4x-4$ $(x+5)^2$
$4x^2-4x+1$ $(x-3)(2x+3)$	x^2-4x+4 $(2x-1)(2x-1)$	x^2+2 $(x+2)(x-2)$	x^2-25 $(-x-2)(x+2)$	$-x^2-4x-4$ $(5-x)(5-x)$	$x^2-10x+25$ $(x+4)(x+2)$
$2x^2-3x-9$ $(x-1)(x-2)$	$4x^2-1$ $(x+3)(2x-3)$	$2x^2+9x-9$ $(3x+1)^2$	$9x^2-6x+1$ $(x-5)(x+5)$	$x^2+10x+25$ $(3x-1)(3x+1)$	x^2+6x+8 $(x-5)(5-x)$
x^2-3x+2 $(1-x)(1+x)$	$1-x^2$ $(-x+2)^2$	x^2-4x+4 $(2x-3)(x-3)$	$2x^2-9x+9$ $(3x-1)^2$	$9x^2+6x-3$ $(x+4)^2$	$-x^2+10x-25$ $(9x-3)(x+1)$
$-x^2-2x+1$ $(x+2)(x-2)$	x^2-4 $(x+3)(2x+3)$	$2x^2+9x+9$ $(3x-1)(3x+1)$	$9x^2-1$ $(x+2)(x+6)$	$x^2+8x+16$	$9x^2+6x+3$ $(x+4)(x-4)$

Arrivée

FA207 Faire la paire

Associe chaque polynôme avec sa forme factorisée.

a) $4x + xy$

b) $3x + 12$

c) $xy^2 + 5y^2z$

d) $21y - 14$

e) $-4x - 2y$

f) $8x^2z + 4z$

g) $-18xy - 12x$

h) $6x^2y + 15xy^3$

i) $16x + 24y + 8$

j) $x^3 + 3x^2z + 4x^2$

k) $-5xyz - 10z - 15$

1. $3xy(2x + 5y^2)$

2. $x^2(x + 3z + 4)$

3. $7(3y - 2)$

4. $-2(2x + y)$

5. $8(2x + 3y + 1)$

6. $y^2(x + 5z)$

7. $3(x + 4)$

8. $-5(xyz + 2z + 3)$

9. $4z(2x^2 + 1)$

10. $x(4 + y)$

11. $-6x(3y + 2)$

FA208 On factorise

Factorise.

a) $2x + 2 =$ _____

b) $3x + x^2 =$ _____

c) $4xy - 2y =$ _____

d) $5x^3 + 5x^2 + 5x =$ _____

e) $5xy^2 + 20x^2y - 10xy =$ _____

f) $-8a^2b - 16a^2 =$ _____

FA209 On factorise encore

Factorise.

a) $25 - 10x =$ _____

b) $2x^2 + 2x^3 =$ _____

c) $y^2 - 3y =$ _____

d) $9mn - 81m + 27m^2 =$ _____

e) $6a^2b - 3ab - 9ab^2 =$ _____

f) $-12xyz + 7xy - xz =$ _____

FA211 On complète, s.v.p.

Complète ces égalités le plus simplement possible.

a) $(x + \_\_\_\_\_)^2 = \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + 9$

b) $(\_\_\_\_\_ - 2)^2 = 4x^2 - \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_$

c) $(x + \_\_\_\_\_)^2 = \_\_\_\_\_ + 10x + \_\_\_\_\_$

d) $(\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_)^2 = \_\_\_\_\_ + 80x + 25$

e) $(\_\_\_\_\_ - 1{,}5)^2 = \_\_\_\_\_ + 6x + \_\_\_\_\_$

f) $(\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_)^2 = x^2 - \_\_\_\_\_ + 0{,}25$

g) $\left(\_\_\_\_\_ + \frac{1}{3}\right)^2 = \_\_\_\_\_ + 6x + \_\_\_\_\_$

h) $\left(\frac{x}{4} - \_\_\_\_\_\right)^2 = \_\_\_\_\_ - x + \_\_\_\_\_$

FA212 Le chaînon manquant

Il manque chaque fois un seul monôme pour que les polynômes ci-dessous soient des produits remarquables. Retrouve le monôme manquant et son signe, puis donne la forme factorisée de ce polynôme.

a) $49x^4 + 42x^2y$ _____ _____

b) $144a^2 + 36y^2$ _____ _____

c) $9a^2 + 4c^2$ _____ _____

d) $64x^2 - 32xy$ _____ _____

e) $25x^2 -$ _____ _____

FA213 Le facteur sonne toujours deux fois

Factorise si possible.

a) $a^2 + 2ab + b^2 =$ _____

b) $9x^2 + 36 + 36x =$ _____

c) $16x^2 - 8xy + y^2 =$ _____

d) $25x^2 + 9y^2 - 30xy =$ _____

e) $a^2 - 81 =$ _____

f) $64x^2 - 36y^2 =$ _____

g) $a^2 - 25 + 10a =$ _____

h) $100a^2 - 144b^2 + 240ab =$ _____

i) $\frac{4}{9}x^2 + xy + \frac{9}{16}y^2 =$ _____

j) $144a^2 + 25y^2 =$ _____

k) $4x^2 + 24x - 36 =$ _____

l) $-36c^2 + 81d^2 =$ _____

m) $50x^2 - 200y^2 =$ _____

n) $145a^2 + 60ab + 20b^2 =$ _____

o) $49x^2 + 21x + 9 =$ _____

FA214 Factorisation de toutes sortes

Factorise si possible.

a) $5x + 5y =$ _____

b) $xy + xz =$ _____

c) $15mn - 20n =$ _____

d) $2x^2 - 2x^2y =$ _____

e) $12x^3 - 15x^2 + 18x =$ _____

f) $4 + 10x + 25x^2 =$ _____

g) $4x^2 + 9 =$ _____

h) $12a^2b - 36ab^2 + 24ab =$ _____

i) $16x^2 - 25 =$ _____

j) $u^2 + 4y^2 - 4uy =$ _____

k) $30x^2y^2 - 10xy + 20xy^2 =$ _____

l) $2x^2 - 2 =$ _____

m) $20x^2 - 20x + 5 =$ _____

n) $x^4 - 1 =$ _____

Faire le point

Aide-mémoire
- Monômes semblables
- Addition et soustraction de monômes semblables
- Multiplication de monômes
- Addition de polynômes
- Soustraction de polynômes
- Multiplication de polynômes
- Quelques identités remarquables
- Factorisation de polynômes

Ressources en ligne

1 Factorise.

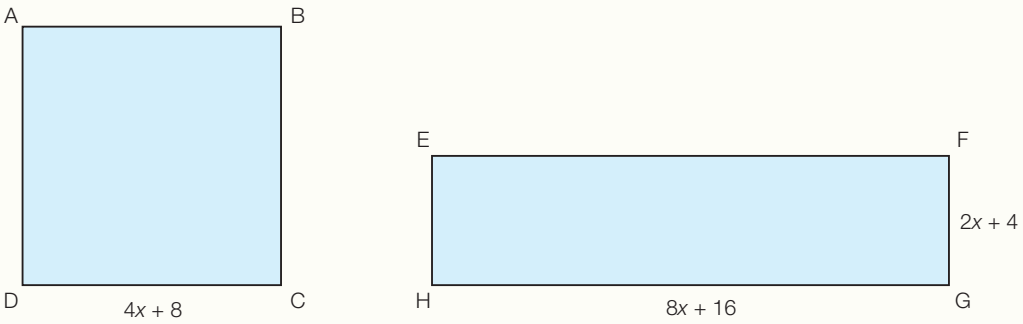
a) $-150x^2y^2 - 50xy + 50xy^2 =$ _____

b) $25y^2 + 1 - 10y =$ _____

c) $16c^2 - 121a^2 =$ _____

d) $36x^2 + 24x + 4 =$ _____

2 Le carré ABCD a-t-il toujours la même aire que le rectangle EFGH?



_____

_____

3 L'affirmation suivante est-elle vraie quel que soit le nombre de départ?

Soit trois nombres entiers consécutifs. Le carré du deuxième diminué de 1 est égal au produit des deux autres.

_____

_____

Corrigé en fin de fichier

FA221 Expressions équivalentes

Entoure de la même couleur les expressions équivalentes.

$(u + v) + w$ $\quad (5v)^2$ $\quad (9u)(9x)$ $\quad \frac{u}{3 + 4}$

$y^2 - z^2$

$(u + v)w$ $\quad \frac{u + x}{3}$ $\quad uv + uw$

$(u - v) + w$ $\quad \left(\frac{y}{5}\right)^2$ $\quad u - (v - w)$ $\quad x - y$

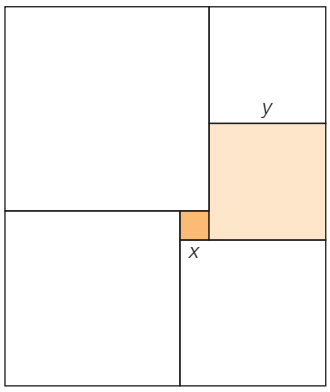
$u^2 + w^2$ $\quad (y - z)(y + z)$ $\quad (u + w)^2$

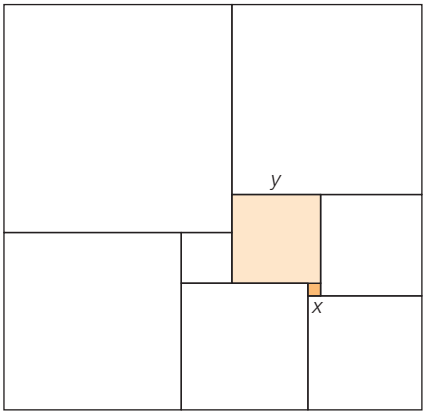
$9(ux)$ $\quad u + (v + w)$ $\quad 10v^2$ $\quad \frac{y^2}{5^2}$

$\frac{u}{3} + \frac{u}{4}$ $\quad \frac{u}{3} + \frac{x}{3}$ $\quad y - x$ $\quad (y - z)^2$

FA222 Rectangles et carrés

a) Exprime, en fonction de x et de y, le périmètre de ces deux grands rectangles qui ne sont construits qu'avec des carrés.





b) Exprime le périmètre de chacun de ces deux rectangles uniquement en fonction de x.

FA224 Jeu littéral

A deux, trois ou quatre personnes, voici un jeu te permettant d'entraîner le calcul mental.

Matériel
1 pion ayant une couleur différente pour chaque joueur
1 dé à jouer

Règles du jeu
Chaque joueur pose son pion sur la case *Départ*.

Chaque joueur, à son tour, jette le dé. Celui qui obtient le plus grand nombre commence.

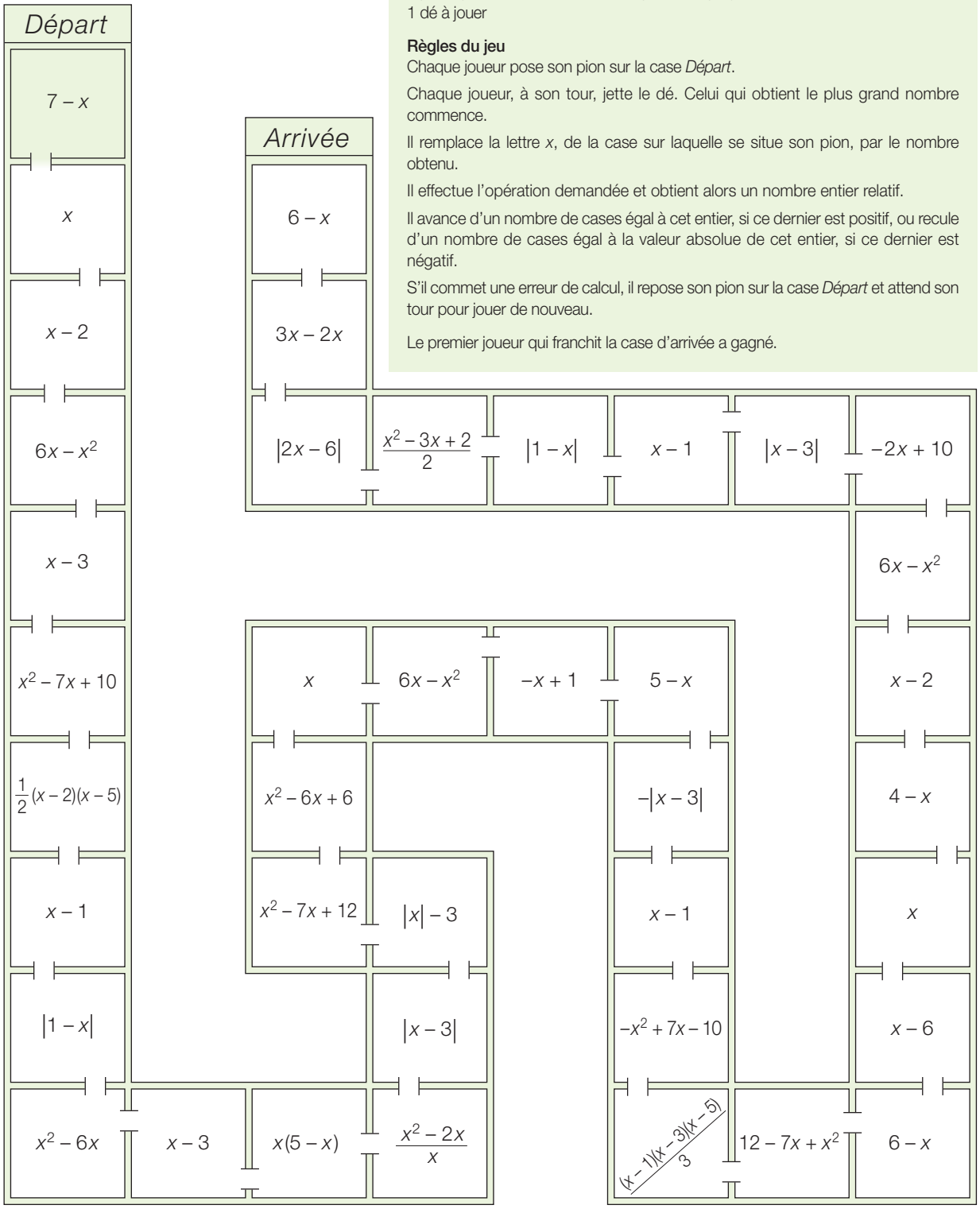
Il remplace la lettre x, de la case sur laquelle se situe son pion, par le nombre obtenu.

Il effectue l'opération demandée et obtient alors un nombre entier relatif.

Il avance d'un nombre de cases égal à cet entier, si ce dernier est positif, ou recule d'un nombre de cases égal à la valeur absolue de cet entier, si ce dernier est négatif.

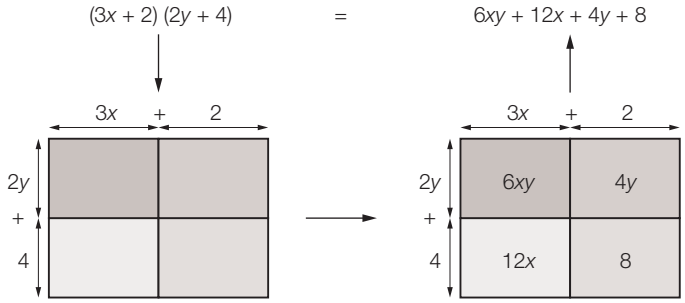
S'il commet une erreur de calcul, il repose son pion sur la case *Départ* et attend son tour pour jouer de nouveau.

Le premier joueur qui franchit la case d'arrivée a gagné.



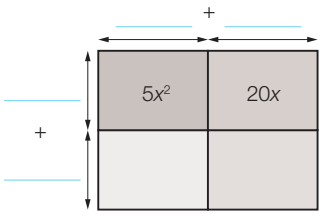
FA229 A l'aide d'un rectangle

Tu as peut-être déjà utilisé le modèle du rectangle pour travailler le produit de deux binômes :



Un tel dessin peut t'aider à factoriser des polynômes à quatre termes.

Complète le dessin ci-contre et l'égalité ci-dessous.



$5x^2 + 20x + 3xy + 12y$ = (_____) (_____)

Tu peux t'inspirer de cette méthode pour factoriser ces cinq polynômes.

a) $xy + xz + 2y + 2z$ = _____

b) $4ab + 4ac + 3bc + 3c^2$ = _____

c) $x^2y^2 + x^2 + y^2 + 1$ = _____

d) $2a^2b - a^2c + 4b^2 - 2bc$ = _____

e) $x^2y^2 - x^2z^2 - y^4 + y^2z^2$ = _____

FA231 Mission parfois impossible

Factorise.

a) $13xy + 65x - 26y$ = _____

b) $8cx + 9dy + 8cy + 9dy$ = _____

c) $1000x - 100x^2$ = _____

d) $80x(3y^2 - 5y) + (3y^2 - 5y)x^2$ = _____

e) $25x^3 + 10x + 3$ = _____

f) $2(x + y) + 4(x + y)$ = _____

g) $6bx + 7bz + 6dx + 7dz$ = _____

h) $250ab^2 + 25ab - 100a^2b$ = _____

SUITE ➜

i) $3x(9x^2 - 7y) + (9x^2 + 7y)x^3 =$ _____

j) $81y^3 - 36x + 8 =$ _____

k) $3x(2x^2 - 6) + (2x^2 + 6)3x =$ _____

l) $13ax - ay + 13bx - by =$ _____

m) $2a(a - 2) - 3b(a - 2) =$ _____

n) $50ax + 6cx + 25ab + 3bc =$ _____

FA234 On factorise de nouveau

Factorise.

a) $y^2 - 6y + 9 =$ _____

b) $4m^2 - 4m + 1 =$ _____

c) $9 + 18x + 9x^2 =$ _____

d) $y^2 + 5y + 6 =$ _____

e) $u^2 - 3u - 10 =$ _____

f) $x^4 - 1 =$ _____

g) $x^2 - 5x + 4 =$ _____

h) $m^2 - n^2 =$ _____

i) $x^4 - 2x^2y + y^2 =$ _____

j) $3ax - 2cx + 3ab - 2bc =$ _____

FA235 On factorise toujours

Factorise.

a) $p^2 + p - 20 =$ _____

b) $t^2 - 2t - 3 =$ _____

c) $x^2 + 3x + 2 =$ _____

d) $x^2 - 2x - 35 =$ _____

e) $y^2 + 8y + 15 =$ _____

f) $x^2 + 8x + 16 =$ _____

FA236 Le palais de Knossos

Pour atteindre la sortie, cherche l'expression factorisée du polynôme de la case sur laquelle tu te trouves parmi les cases qui l'entourent.

Entrée

$(x + 8)(x - 1)$ $x^2 + 20x + 100$	**$2x^2(5x - 1)$** $x^2 - 7x - 8$	**$(x - 9)^2$** $10x^3 - 2x^2$	**$x^2 - 18x + 81$**	**$(x + 3)^2$** $4x^2 - 4$	**$4(x - 1)(x + 1)$** $3x(2x^2 - 6) + (2x^2 + 6)3x$
$(x - 8)^2$ $y(9x - 13) + 3(9x - 13)$	**$(x - 8)(x + 1)$** $x^2 - 64$	**$2x(5x^2 - x)$** $x^2 + 18x + 81$	**$(x + 9)^2$** $x^2 - 4$	**$(x + 2)(x - 2)$** $x^2 + 3x - 4$	**$12x^3$** $x^2 - 81$
$(y + 3)(9x - 13)$ $144x^2 - 121y^2$	**$(x - 8)(x + 8)$** $y(9x - 13) - 3(9x - 13)$	**$(y + 3)(9x + 13)$** $4x^2 - 16$	**$(x - 2)(x - 2)$** $x^2 - 8x + 16$	**$(x + 4)(x - 1)$** $4x^2 - 45$	**$(x + 9)(x - 9)$** $x^2 - 10x + 25$
$8(3x - 2y)(3x - 2y)$ $12x^2 + 64x + 80$	**$(y - 3)(9x - 13)$** $72x^2 - 32y^2$	**$8(3x + 2y)(3x - 2y)$** $27x^2y + 45xy - 72x^2$	**$9x(3xy - 5y - 8x)$** $x^2 + 6x - 40$	**$(4x - 5)(x - 9)$** $4x^2 + 12x^2$	**$(x - 5)^2$** $4x^2 - 41x - 45$
$4(3x + 10)(x + 2)$ $13xy + 65x - 26y$	**$8(9x^2 + 4y^2)$** $27x^2y - 45xy + 72x^2$	**$9x(3xy + 5y - 8x)$** $x^2 - 6x + 9$	**$(4x + 5)(x + 9)$** $3x^2(x^2 - 6) - 11(x^2 - 6)$	**$(x^2 - 6)(3x^2 - 11)$** $64x^2 + 16y^2$	**$(8x + 4y)^2$** $x^2 - 10x + 25$
$13(xy + 5x - 2y)$ $x^2 - x - 2$	**$(x - 2)(x + 1)$** $x^2 - 6x + 9$	**$(x - 3)^2$** $4x^2 + 4xy + y^2$	**$(2x + y)^2$**	**$16(4x^2 + y^2)$** $64x^2 - 32xy + 4y^2$	**$4(16x^2 - 8xy + y^2)$** $64x^2 + 16y^2$

Sortie

Construit en Crète à partir de 1700 ans avant notre ère environ, le palais de Knossos (ou Cnossos) avec ses innombrables pièces est souvent identifié comme le labyrinthe ayant abrité le Minotaure et la légende d'Icare.

Mis au jour, étudié et restauré à la fin du XIXe siècle sous la direction d'archéologues anglais, ce palais très étendu possède une architecture complexe et de très nombreuses pièces, souvent richement décorées de fresques et de sculptures. Parmi celles-ci, nombreuses sont celles qui représentent un taureau, alimentant ainsi l'identification du palais de Knossos au labyrinthe du Minotaure.



Que sais-je ?

Aide-mémoire
- Monômes semblables
- Addition et soustraction de monômes semblables
- Réduire un polynôme
- Addition et soustraction de polynômes

Activités
- FA237 à FA241

1 Complète.

a) 2025 + _____ = 3000

b) 60 = _____ · 1,5

c) _____ : 0,5 = 100

d) 28 = 17 − _____

e) 0,25 · _____ = 80

2 Effectue et réduis.

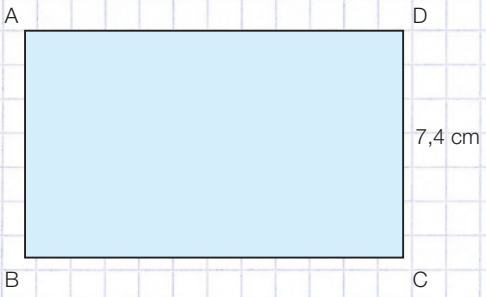
a) $25x - x =$

b) $55 \cdot x + 44 - 14 \cdot x - 54 =$

c) $(8x + 5) + (9x - 14) =$

d) $(8x + 5) - (9x - 14) =$

3 Détermine la mesure de AD sachant que le périmètre du rectangle ABCD mesure 35 cm.



4 Traduis chaque situation par une expression littérale.

a) Je choisis un nombre n, je le multiplie par 6,5 et je lui ajoute 3,5.

_____

b) J'achète x bonbons à 20 centimes et je paie avec une pièce de 5 francs.

Le vendeur me rend : _____

FA237 On bouche les trous

Complète.

a) _____ – 55 = 50

b) 69 – _____ = –19

c) _____ : 20 = 50

d) _____ : 0,1 = 10

e) _____ · 0,5 = 100

f) 237 – _____ = –10

g) 16 = 0,5 · _____

h) 500 = 250 – _____

FA238 On réduit si possible

Effectue et réduis.

a) $27y - y$ = _____

b) $14a - 4a \cdot 5$ = _____

c) $12{,}5 - 5{,}5x + 0{,}5x - x + 7{,}5$ = _____

d) $(84x - 39) + (48 - 100x)$ = _____

e) $(4{,}3y + 6{,}9) - (0{,}3y - 6)$ = _____

FA241 Réduire

Effectue et réduis.

a) $z + z + z + z$ = _____

b) $0{,}5 \cdot a \cdot (-2)$ = _____

c) $a \cdot a \cdot a \cdot a$ = _____

d) $(-10) \cdot y + y \cdot 3$ = _____

e) $5{,}5 \cdot x + 4{,}5$ = _____

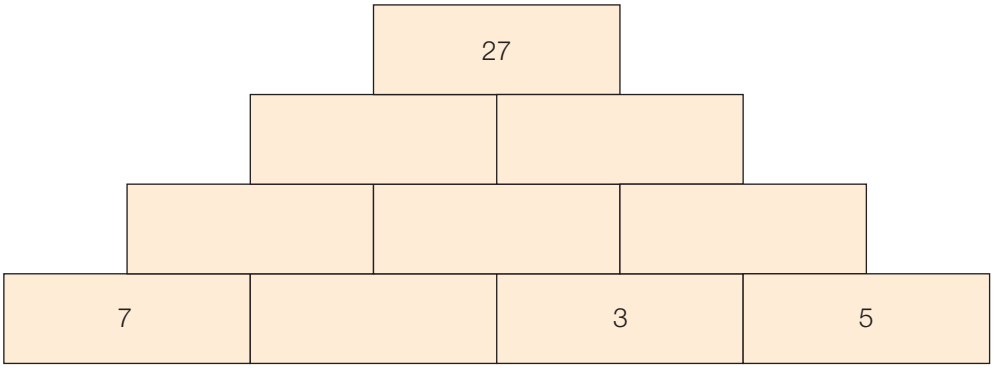
FA243 Pyramides

Ces pyramides sont construites selon les mêmes règles :

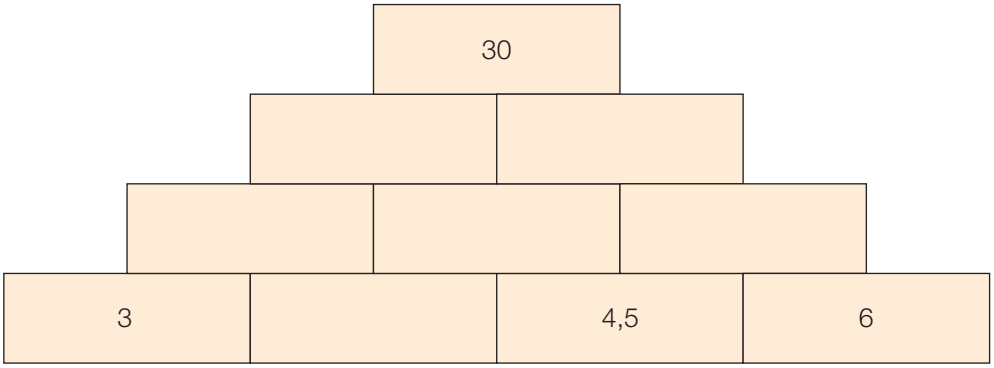
- chaque brique porte un nombre ;
- le nombre qui figure sur une brique est la somme des nombres écrits sur les deux briques sur lesquelles elle repose.

Complète ces pyramides.

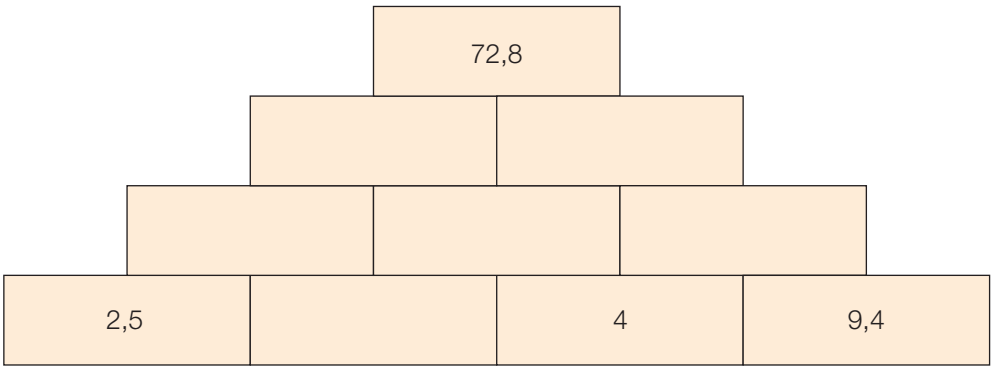
a)



b)

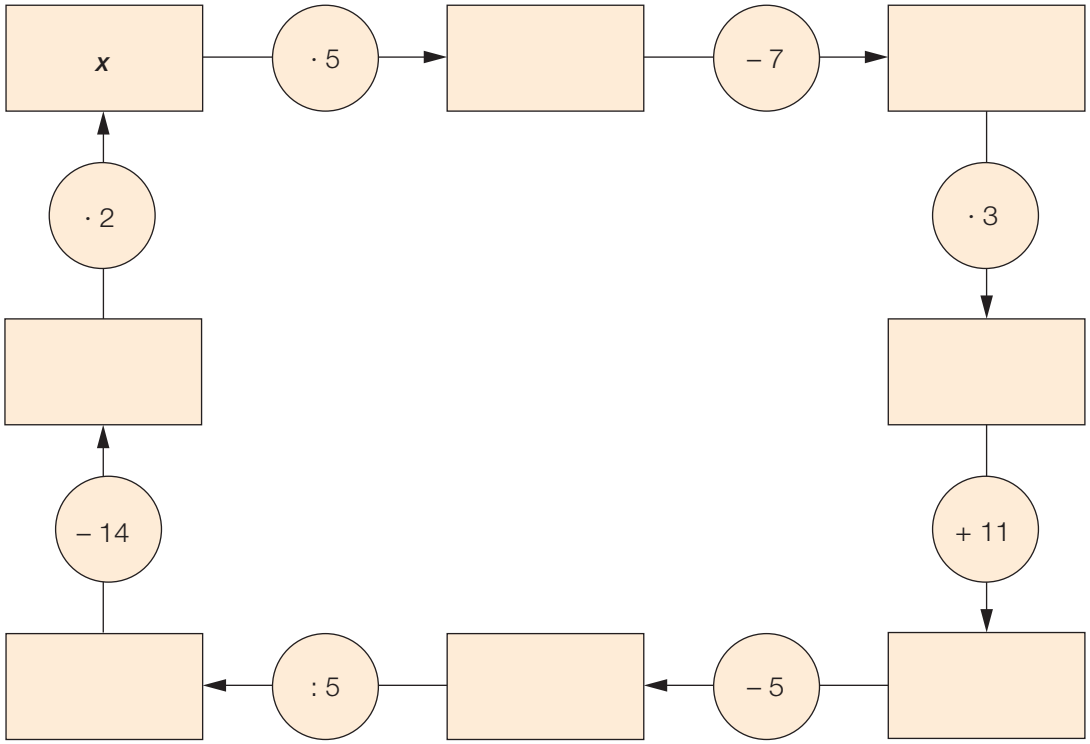


c)

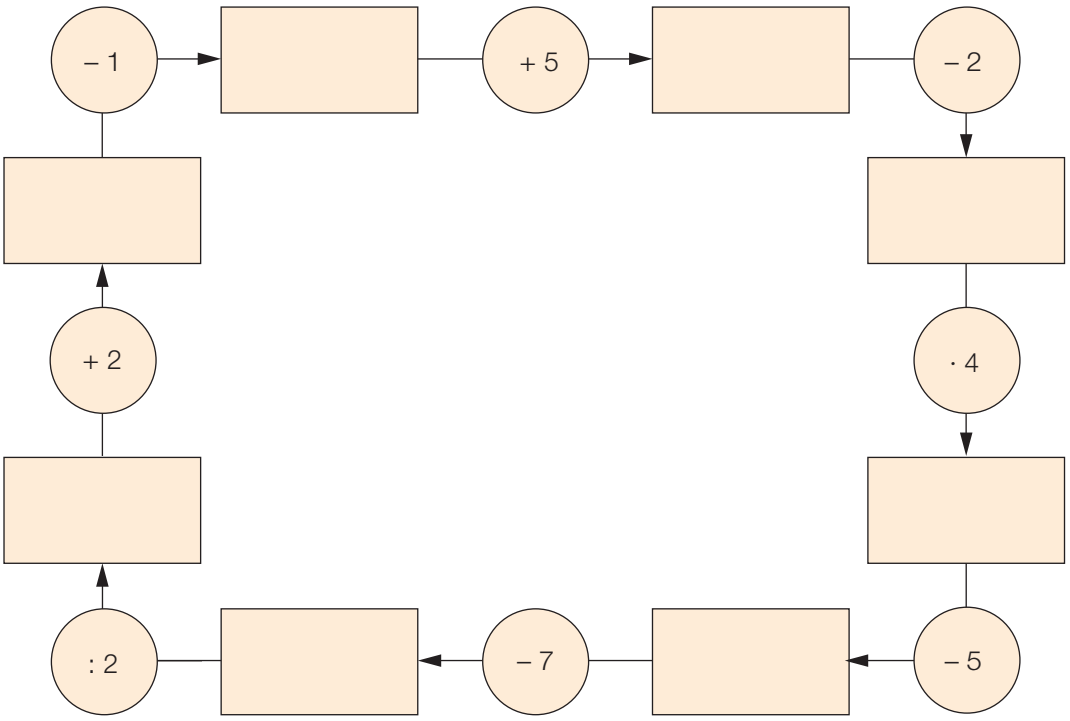


FA244 Terminer la boucle

a) Pour quelle valeur de x ce parcours est-il réalisable ?



b) Comment vas-tu compléter cette boucle ?



FA253 De haut en bas

Voici cinq séries d'équations équivalentes.

1. Explique, pour chaque série, comment on peut passer d'une ligne à la suivante.

	Equations	Explications
a)	$5x + 3 = 18$ $5x = 15$	
b)	$0 = 2x - 10$ $10 = 2x$	
c)	$13x = 8$ $x = \frac{8}{13}$	
d)	$0{,}4 = \frac{x}{2}$ $0{,}8 = x$	
e)	$18x - 6 = 12x - 11$ $6x - 6 = -11$ $6x = -5$ $x = -\frac{5}{6}$	

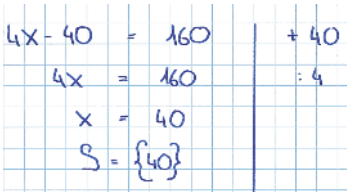
2. Résous les équations suivantes.

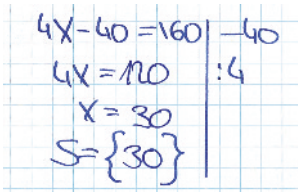
a) $9x - 2 = 16$ **b)** $24x - 15 = 16x + 33$ **c)** $28x + 20 = 22x - 4x + 4$

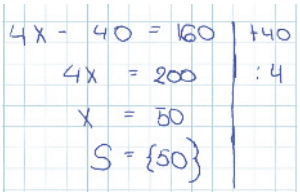
FA257 Cherche la résolution correcte

Dans chaque groupe de trois équations, détermine celle qui est résolue correctement.

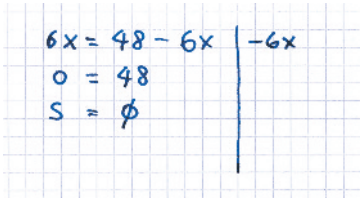
a)

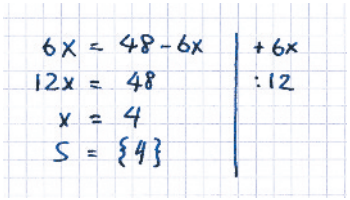


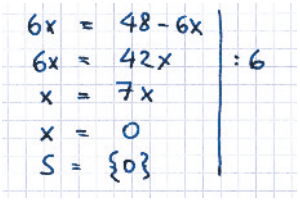




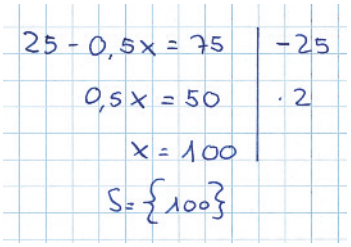
b)

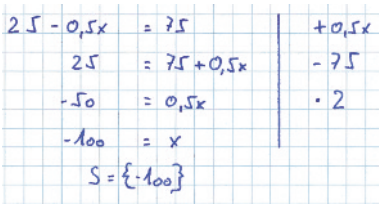


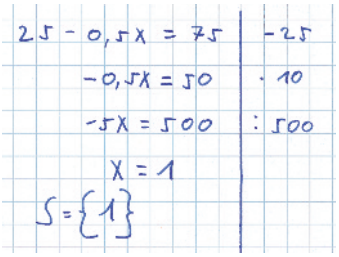




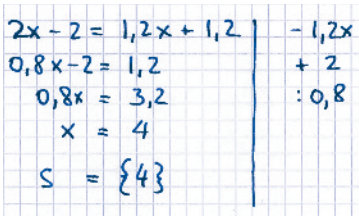
c)

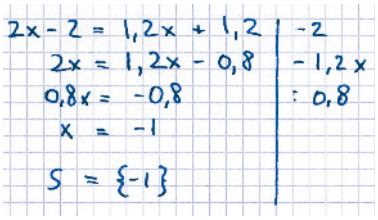


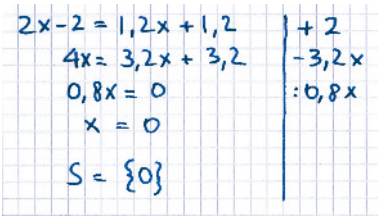




d)







Faire le point

Aide-mémoire
- Equation
- Inconnue
- Résoudre une équation
- Solution(s) d'une équation
- Equations équivalentes
- Equations – règles d'équivalence
- Résolution d'une équation du premier degré à une inconnue

Ressources en ligne

1 Ecris la phrase suivante sous la forme d'une expression littérale :
« On multiplie ma valeur par 7 et on soustrait 4. »

2 Lequel de ces nombres est la solution de l'équation $4x + 6x - 18 = 5x - 3x + 30$?

40 56 6 24

3 Ecris trois équations équivalentes à l'équation $6x - 3x - 27 = 2x + 9x - 3$.

4 Résous les équations.

a) $12x + 8 = 20x - 32$

b) $-2x = 37{,}4 + 1{,}4x$

c) $10x = 100x$

d) $27 + 9x = 0$

Corrigé en fin de fichier

Faire le point

Aide-mémoire
- Equation
- Inconnue
- Résoudre une équation
- Solution(s) d'une équation
- Equations équivalentes
- Equations – règles d'équivalence
- Résolution d'une équation du premier degré à une inconnue

Ressources en ligne

1 Traduis ces deux énoncés par une équation.

a) Si je multiplie un nombre par 8 et que j'ajoute 15 à ce résultat, j'obtiens ce nombre augmenté de 64.

b) Dans une boîte de 42 chocolats tous enveloppés de papier, il y en a x qui sont enveloppés dans du papier rose et il y en a deux fois plus qui sont enveloppés dans du papier bleu.

2 Résous ces deux problèmes à l'aide d'une équation.

a) Une mère de 38 ans a une fille de 13 ans. Dans combien d'années l'âge de la fille sera-t-il la moitié de l'âge de la mère ?

b) Soraya a économisé une somme trois fois plus importante que celle de sa sœur Natacha. Leur frère Cyril a 12 francs de plus que Soraya. A eux trois, ils possèdent 376 francs.

Calcule ce que chacun a réussi à économiser.

Corrigé en fin de fichier

Que sais-je ?

Aide-mémoire
- Equation
- Inconnue
- Résoudre une équation
- Solution(s) d'une équation
- Equation équivalentes
- Equations – règles d'équivalence
- Résolution d'une équation du premier degré à une inconnue

Activités
- FA273 à FA278

1 Les paires d'équations suivantes sont-elles équivalentes ?

a) $29x - 45 = 18$ et $29x = 63$

b) $2x + 27 = 20$ et $\frac{2x}{3} + 9 = 20$

c) $30x - 60 = 20$ et $30x - 80 = 0$

d) $12x - (5x + 15) = 40x + 30$ et $7x + 15 = 40x + 30$

e) $4x - 50 = 2x - 50$ et $4x = 2x$

f) $-24x + 40 = -24x - 230$ et $40 = -230$

2 Parmi les nombres ci-dessous, y en a-t-il qui sont la (les) solution(s) de l'équation $x^2 - 5x + 9 = 15$?

Si oui, entoure-le(s).

-6 -1 0 2 6

SUITE →

3 Résous les équations suivantes.

a) $12{,}5x - 7 = 5{,}5$

b) $95x - 45 = 5x + 9$

c) $700x - (120x - 350) = 80x - 50$

d) $\frac{4x + 2}{3} = 6$

4 Amélie et Pierre choisissent un même nombre. Amélie retranche 1 à ce nombre et multiplie le résultat par 4. Pierre multiplie ce nombre par 7 et ajoute 2.
Ils constatent qu'ils trouvent le même résultat.

Quel nombre ont-ils choisi ?

FA273 Vraiment équivalentes ?

Dans chaque couple d'équations, la seconde est-elle équivalente à la première ?

Si ce n'est pas le cas, modifie-la afin qu'elle le soit.

a) $5x + 3 = 8$ et $-10x + 6 = -16$

b) $7x - 5 = 2x$ et $28x - 20 = 8x$

c) $\frac{x}{2} - 1 = 8$ et $\frac{3}{2}x - 1 = 24$

d) $9x - 12 = 5x + 1$ et $-63x + 84 = -35x - 7$

e) $x + 3 = 0$ et $2x + 6 = 2$

f) $12x - 1 = x^2$ et $0 = x^2 - 12x + 1$

g) $x^2 + x = 0$ et $x(x + 1) = 0$

h) $x^2 + x = 0$ et $x + 1 = 0$

FA274 Solutions ?

Parmi les nombres ci-dessous, y en a-t-il qui sont la (les) solution(s) de l'équation $2x^2 - x - 10 = 0$?

Si oui, entoure-le(s).

-3 -2 $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{2}$ 3

FA277 Traduction correcte ?

Voici, pour chaque expression française, deux traductions sous forme d'expressions littérales.

Entoure celle qui est correcte.

Expression en français	Expression littérale 1	Expression littérale 2
La somme de deux multiples de 5 consécutifs	$5x + 5y$	$5x + 5x + 5$
La différence de deux nombres élevés chacun au carré	$(x - y)^2$	$x^2 - y^2$
Le produit de deux nombres naturels consécutifs	$x(x + 1)$	xy
La somme de deux nombres impairs consécutifs	$(2x + 1) + (2x - 1)$	$(2x + 1) + (2y + 1)$
Le cube d'un nombre, diminué de son carré	$x^3 - x^2$	$(x - x^2)^3$

La traduction d'une expression en français en une expression mathématique symbolique a été également une préoccupation des mathématiciens durant la longue histoire de cette science. Par exemple, l'Italien Bombelli, au XVIe siècle, désigne une inconnue par le symbole 1 souligné d'un demi-cercle $\underset{\frown}{1}$, le carré de cette inconnue par le symbole $\underset{\frown}{2}$, etc.

On ne sait pratiquement rien de la vie de Bombelli, sinon qu'il est né à Bologne en 1526 et qu'il est mort en 1573. Il est un des premiers grands mathématiciens à apporter une importante contribution à la notation symbolique et à la syntaxe algébrique moderne que développa par la suite, entre autres, François Viète (1540-1603).


L'ALGEBRA
OPERA
Di RAFAEL BOMBELLI da Bologna
Diuisa in tre Libri.
Con la quale ciascuno da se potrà venire in perfetta cognitione della teorica dell'Arimetica.
Con vna Tauola copiosa delle materie, che in essa si contengono.
Posta hora in luce à beneficio delli studiosi di detta professione.
IN BOLOGNA,
Per Giouanni Rossi. MDLXXIX.
Con licenza de' Superiori.

FA281 Permis ?

Dans chacun des cas suivants, Martin prétend que les équations 1) et 2) sont équivalentes.

A-t-il raison ?

a) 1) $8x+12=16x$
2) $2x+3=4x$

b) 1) $4x^2=20x$
2) $4x=20$

c) 1) $4t+2=12$
2) $4t=14$

d) 1) $10a=12$
2) $a=1,2$

e) 1) $3y+y=7$
2) $4y=7$

f) 1) $2x^2-x^2=100$
2) $x^2=100$

g) 1) $v+3=6v$
2) $3=5v$

h) 1) $z^2=49$
2) $z=7$

i) 1) $x^2=25$
2) $x=12,5$

j) 1) $0,1w=1,5$
2) $w=15$

k) 1) $10(w+1)=90$
2) $10w+10=90$

l) 1) $9x-30=-3x$
2) $12x-30=0$

FA284 Paradoxe ou erreur ?

Simon se prétend capable de prouver que 2 = 4.

Voici ci-dessous l'essentiel de sa démonstration :

$4-12=16-24$	$+9$
$4-12+9=16-24+9$	identité remarquable
$(2-3)^2=(4-3)^2$	$\sqrt{\ }$
$2-3=4-3$	$+3$
$2=4$	

Est-ce un paradoxe ou une erreur ?

Un paradoxe (du grec *paradoxos*, παράδοξος, de *para*, contre et *doxa*, opinion) est une pensée, une proposition qui s'écarte de l'opinion commune, de l'intuition première, et paraît défier la logique.

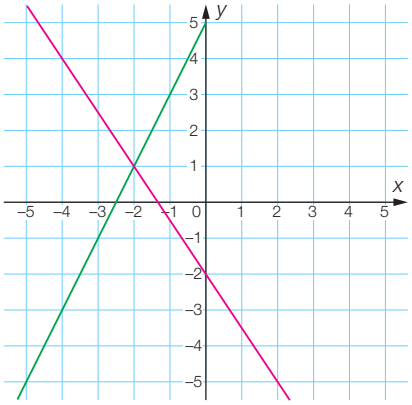
Dans une classe, par exemple, quelle est la probabilité que deux élèves fêtent leur anniversaire le même jour ? Trois cent soixante-cinq jours par an, vingt-trois élèves dans la classe, on se dit qu'il n'y a pas beaucoup de chances. Et pourtant, le calcul des probabilités montre que, pour cet exemple, il y a une chance sur deux que le cas se présente au moins une fois. C'est ce qu'on appelle le paradoxe des anniversaires.

Dans la collection *Mathématiques 9-10-11*, d'autres paradoxes te sont présentés : le paradoxe de Simpson (10e NO186), celui de Monty Hall (11e NO124) et celui de Paul Curry (11e RS24).

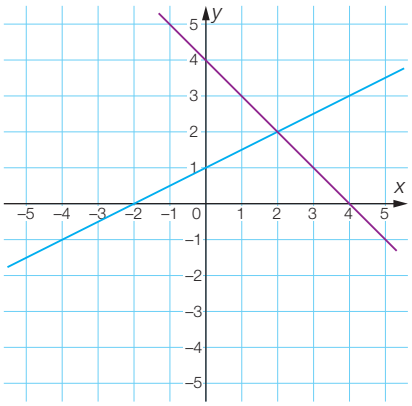
FA298 Graphiquement

Relie chaque représentation graphique au système d'équations qu'il représente.
Pour chaque paire ainsi formée, donne l'ensemble de solutions du système d'équations.

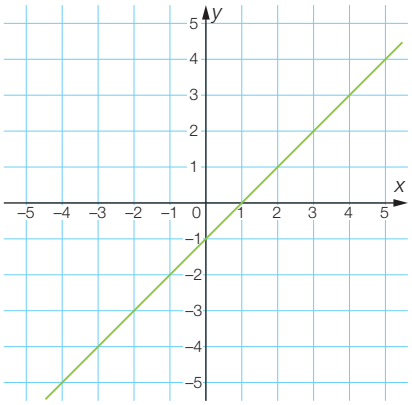
a)



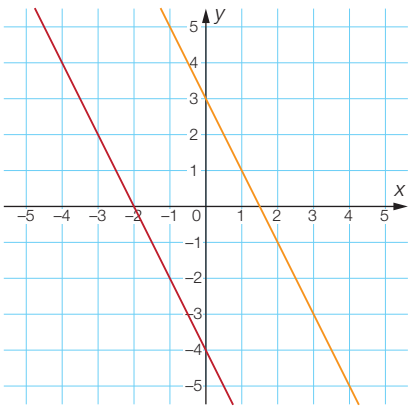
b)



c)



d)



1. $\begin{cases} 3y = 3x - 3 \\ y = x - 1 \end{cases}$

2. $\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x - 2 \\ y = 2x + 5 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ y = -2(x + 2) \end{cases}$

4. $\begin{cases} x - 2y = -2 \\ x + y = 4 \end{cases}$

Faire le point

Aide-mémoire
- Equations – règles d'équivalence
- Résolution d'une équation du premier degré à une inconnue
- Résolution d'une équation du deuxième degré à une inconnue
- Système d'équations
- Résolution d'un système du premier degré de deux équations à deux inconnues

Ressources en ligne

1 Par quelle valeur faut-il remplacer x pour que l'égalité soit correcte ?

a) $0{,}5x\,(x + \frac{1}{6}) = 0$

b) $(x - \frac{2}{7})\,(x + 1{,}3) = 0$

c) $(2x + 5)^2 = 0$

2 Résous le système suivant par substitution.

$$\begin{cases} y = -3x - 17 \\ 5x + 9y = 1 \end{cases}$$

3 Résous le système suivant par combinaison linéaire.

$$\begin{cases} -6x - 8y = -12 \\ 2x + 9y = -15 \end{cases}$$

SUITE ➜

4 Résous ces équations.

a) $x^2 - 64 = 0$

b) $x^2 + \frac{5}{6}x = 0$

c) $(2x - 1)(2x + 1) = 10x$

d) $121 + x^2 = 22x$

e) $6x + 2x^2 = -5$

5 Lors d'une fête villageoise, on organise une course de bicyclettes et de tricycles.
Cinquante enfants y ont participé ; un spectateur a compté 117 roues.
Combien y avait-il de véhicules de chaque sorte ?

6 Le périmètre d'un triangle rectangle est 30 cm.
Un des côtés de l'angle droit mesure 6 cm.
Combien mesurent les autres côtés ?

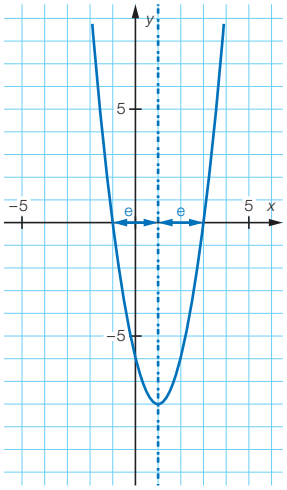
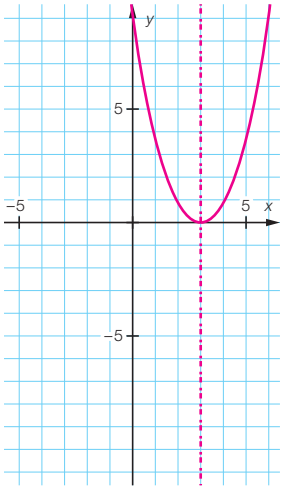
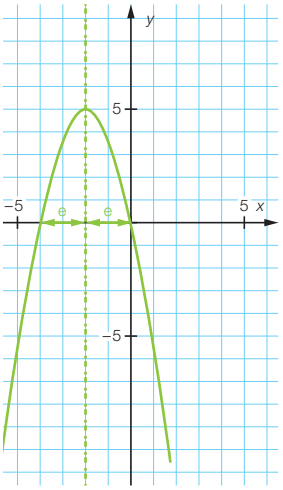
Corrigé en fin de fichier

FA340 Plus ou moins

La formule F de résolution des équations du deuxième degré de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ peut aussi s'écrire à l'aide des deux termes F_1 et F_2 : $F = F_1 \pm F_2$.

$$F = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad F_1 = \frac{-b}{2a} \qquad F_2 = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

a) Complète ce tableau présentant trois équations du deuxième degré et différents éléments liés à celles-ci.

Equation	$2x^2 - 4x - 6 = 0$	$x^2 - 6x + 9 = 0$	$-x^2 - 4x = 0$
F_1			
Discriminant			
F_2			
Solution 1 ($F_1 + F_2$)			
Solution 2 ($F_1 - F_2$)			
Représentation graphique des paraboles			
Abscisse de l'axe de symétrie			
Ecart			

SUITE ➜

b) En observant les représentations graphiques et les valeurs de ce tableau, explique le rôle des différentes parties de la formule de résolution des équations du deuxième degré.

c) Tes constatations te permettent-elles d'expliquer pourquoi certaines équations n'ont qu'une solution ?

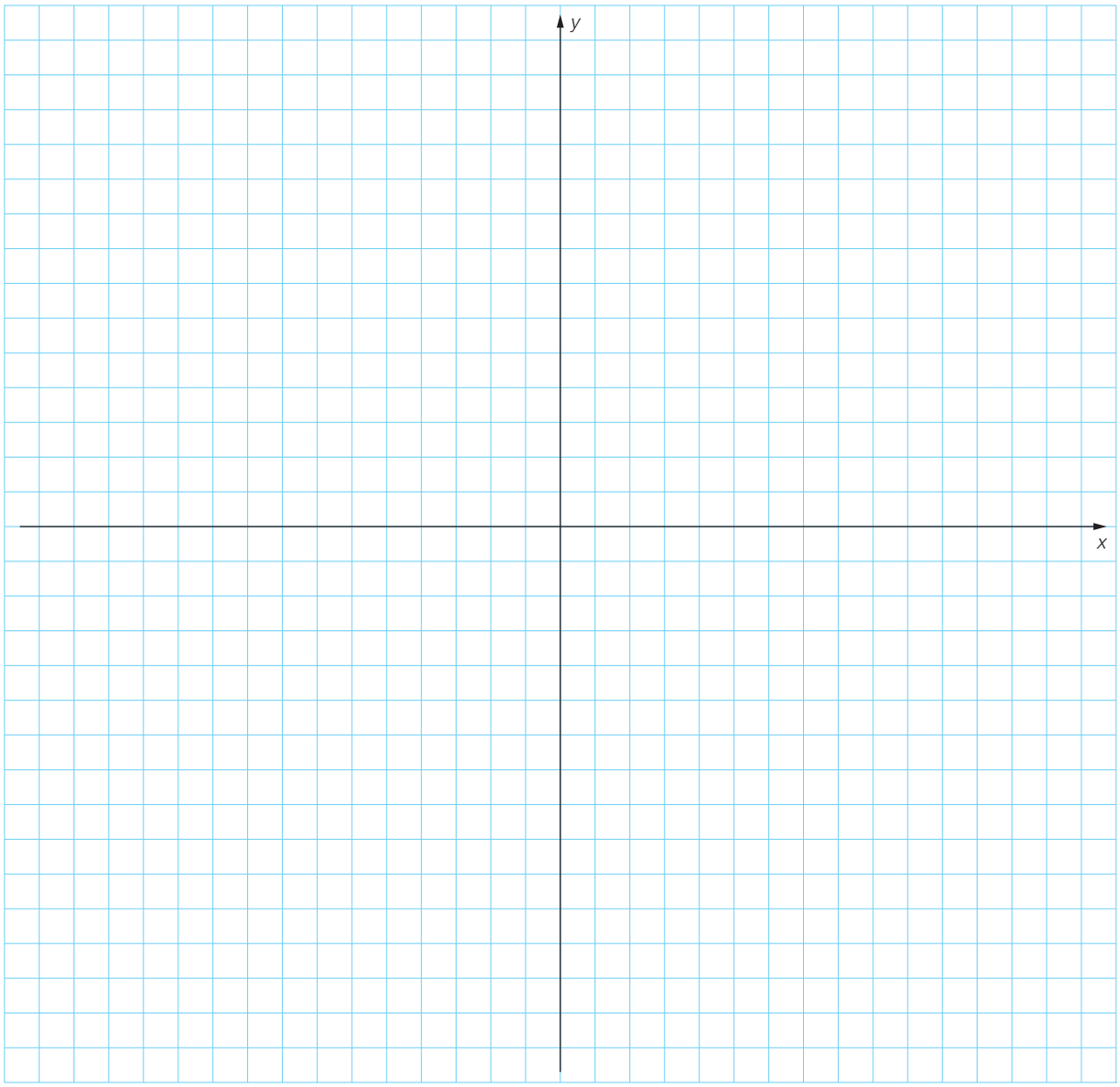
d) Quelle serait la position de la parabole si le discriminant est négatif ?

FA355 Opposée

a) Trouve les valeurs manquantes.

$f(x) = -\sqrt{x}$ $\quad f(16) =$ ____ $\quad f($ ____ $) = -8$

b) Représente graphiquement cette fonction.



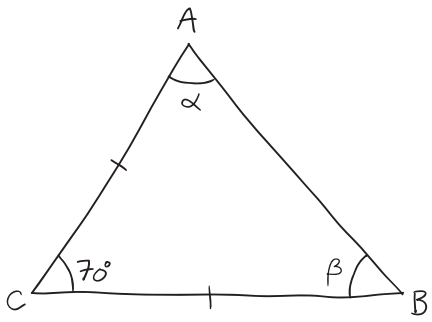
Aide-mémoire
- Polygone régulier
- Quadrilatères remarquables
- Somme des angles d'un triangle, d'un polygone
- Angles supplémentaires
- Bissectrice d'un angle
- Médiatrice d'un segment

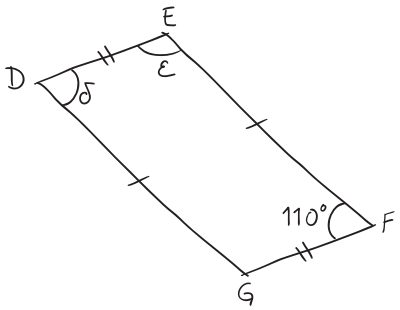
Activités
- ES1 à ES3

Que sais-je ?

1 Construis un octogone régulier inscrit dans un cercle de 4 cm de rayon.

2 Calcule la mesure des angles demandés pour chaque figure.





α =

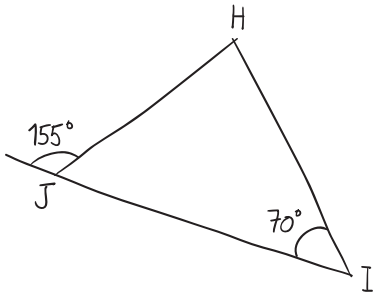
β =

δ =

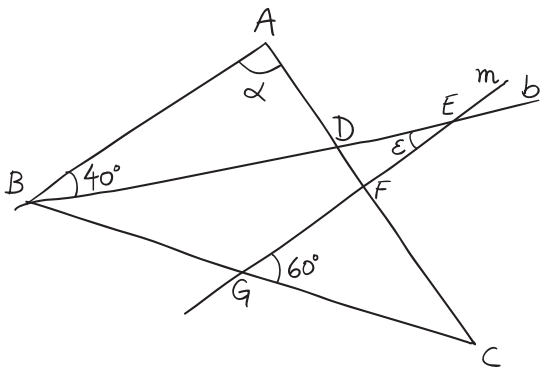
ε =

SUITE ➜

3 Le triangle HIJ est-il rectangle en H?



4 Calcule la mesure des angles α et ε, sachant que b est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ et m est la médiatrice du segment AC.



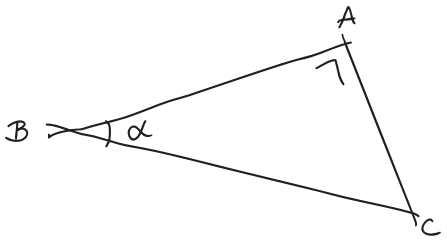
ES1 Ennéagone

Construis un polygone régulier à neuf côtés.

ES3 Calculs d'angles

Calcule la valeur des angles demandés de chaque figure.

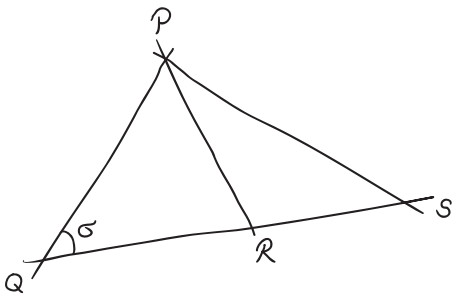
a) $\alpha = 47°$



$\widehat{ACB}$ = _____

b) $\sigma = 37°$

$RP = RQ = RS$

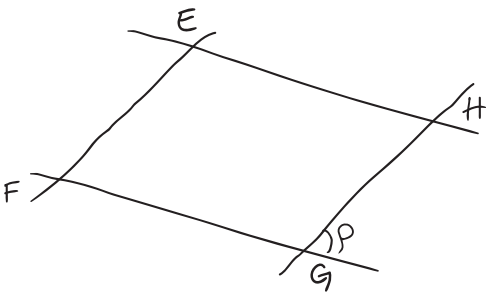


$\widehat{PRQ}$ = _____

$\widehat{PSR}$ = _____

SUITE ➜

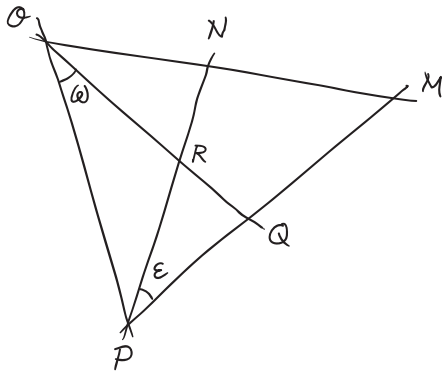
c) $\rho = 58°$ et $EFGH$ est un parallélogramme.



$\widehat{HEF}$ = _____

$\widehat{EFG}$ = _____

d) $\omega = 30°$ et $\varepsilon = 16°$
PN et OQ sont deux hauteurs du triangle MOP.

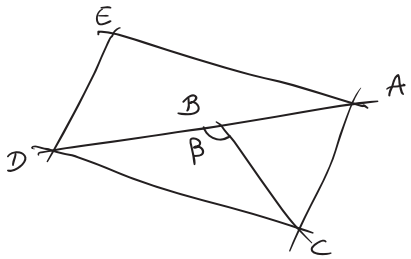


$\widehat{OPN}$ = _____

$\widehat{OMP}$ = _____

$\widehat{MOP}$ = _____

e) $\beta = 94°$ et $BD = BC$
Le triangle ABC est isocèle de sommet B.
$ACDE$ est un parallélogramme.



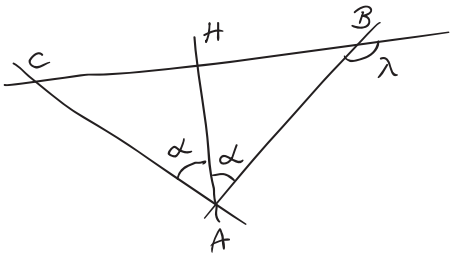
$\widehat{BDC}$ = _____

$\widehat{BCD}$ = _____

$\widehat{EAC}$ = _____

$\widehat{AED}$ = _____

f) Le triangle ABC est rectangle en A et isocèle.
AH est une médiane.



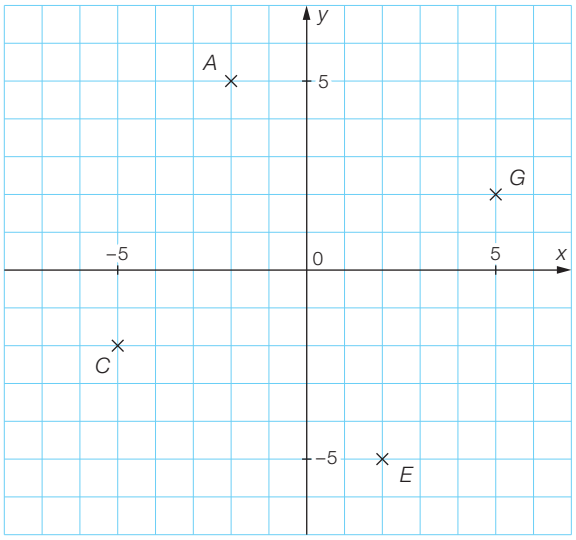
$\widehat{ABC}$ = _____

λ = _____

ES4 Octogone régulier ?

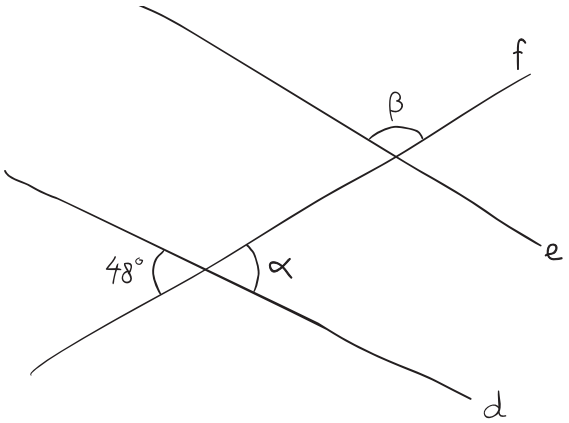
a) Dessine le polygone *ABCDEFGH* avec *B* (–5 ; 2), *D* (–2 ; –5), *F* (5 ; –2) et *H* (2 ; 5).

b) Le polygone *ABCDEFGH* est-il régulier ? Justifie.



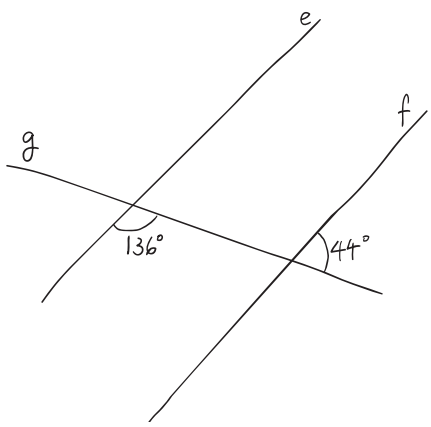
ES12 α et β

Sachant que *d* est parallèle à *e*, détermine la valeur des angles α et β.



ES16 Parallèles ?

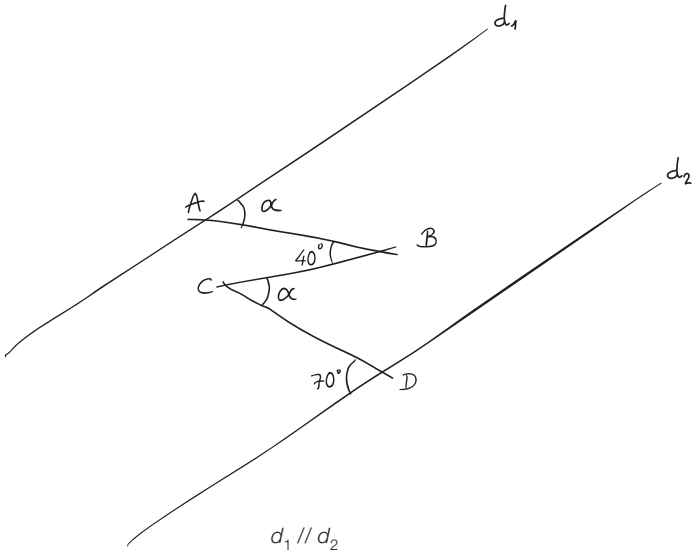
Les droites *e* et *f* sont-elles parallèles ?



ES17 Haute tension

Observe ce croquis.

Que vaut α ?

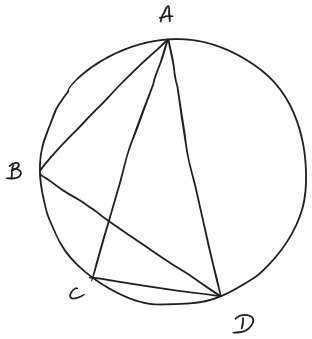


ES22 Déductions dans un cercle

Sachant que :

- A, B, C et D appartiennent au cercle
- $\widehat{BAD} = 56°$
- $\widehat{ADB} = 53°$
- AC est la bissectrice de $\widehat{BAD}$

Détermine la valeur de l'angle $\widehat{ACD}$.

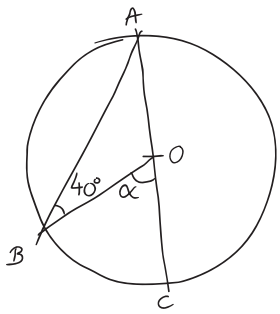


ES25 Cercles et polygones

Pour chaque figure, les points A, B, C et D appartiennent au cercle de centre O.

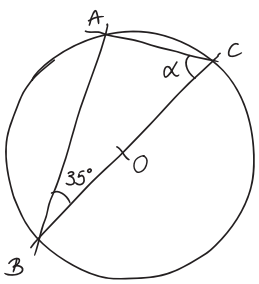
Détermine la valeur de l'angle α.

a)



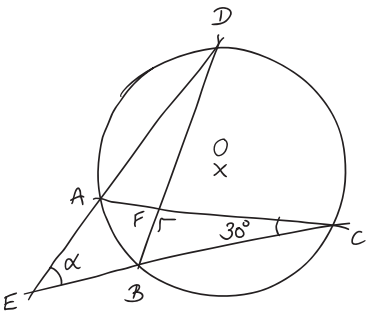
$\alpha =$ _____

b)



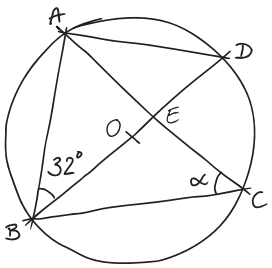
$\alpha =$ _____

c)



$\alpha =$ _____

d)



$\alpha =$ _____

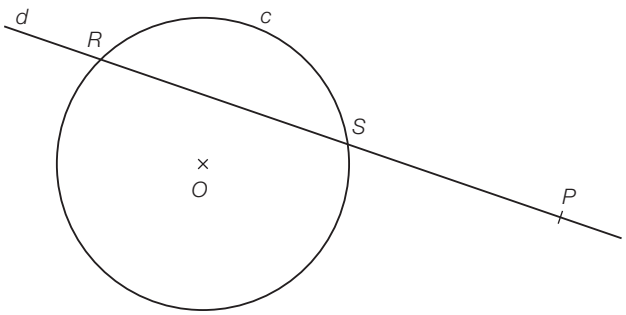
ES28 Super position !

S est un point qui se balade sur le cercle c de centre O, alors que P est un point fixe.

La droite d, qui passe par P et S, coupe le cercle c en R.

a) Pour quelle(s) position(s) de S la distance de O à d est-elle maximale ?

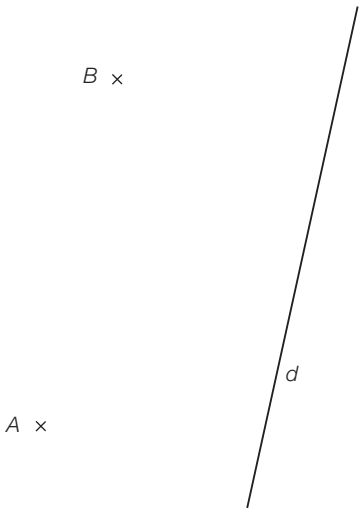
b) Place un point A sur le cercle. Propose une méthode pour construire la droite t qui a le point A comme seul point commun avec le cercle c.



ES30 Cercle tangent

La droite AB est parallèle à la droite d.

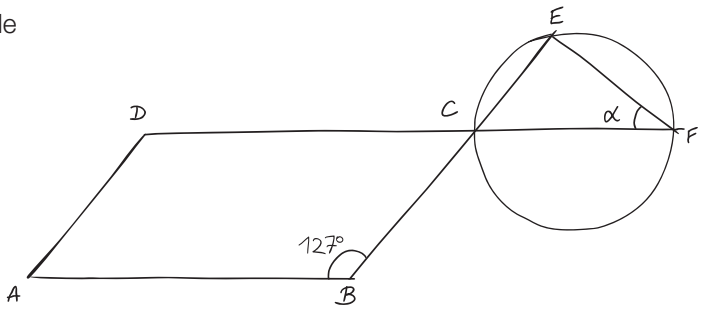
Construis un cercle tangent à la droite d et qui passe par A et B.



ES37 Propriétés multiples

Les points *C*, *E* et *F* appartiennent au cercle de diamètre *CF*. *ABCD* est un parallélogramme. *BE* et *DF* se coupent en *C*.

Détermine la valeur de l'angle α.



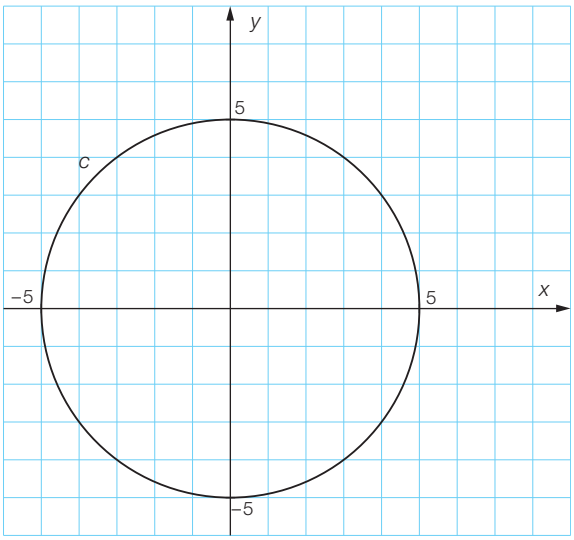
ES38 Cerf-volant

Construis un cerf-volant *DEFG* dont l'aire vaut 20 cm^2 et qui possède exactement deux angles droits.



ES42 Tangente au cercle ?

La droite passant par les points A (7 ; 1) et B (–1 ; 7) est-elle tangente au cercle c ?



ES46 Alignés ?

Sachant que :

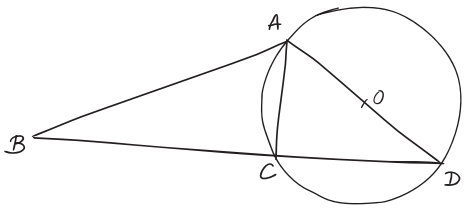
$\widehat{ABC} = 35{,}5°$

$\widehat{BAD} = 102°$

$\widehat{ADC} = 43{,}6°$

O est le centre du cercle.

B, C et D sont-ils alignés ?



Faire le point

Aide-mémoire
- Somme des angles d'un triangle
- Tangente à un cercle
- Angles isométriques
- Angle au centre d'un cercle
- Angle inscrit dans un cercle
- Cercle de Thalès d'un segment
- Cas de similitude de triangles

Ressources en ligne

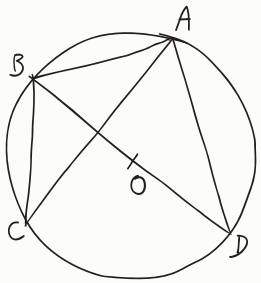
1 Dessine un cercle de 3 cm de rayon.
Place un point A à l'extérieur du cercle.
Construis les tangentes à ce cercle passant par A.

2 Détermine la valeur des angles $\widehat{BCA}$ et $\widehat{BAC}$ sachant que :

A, B, C et D appartiennent au cercle de centre O

$\widehat{ABD} = 50°$

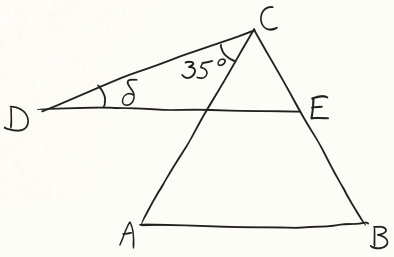
$\widehat{CBD} = 46°$



SUITE ➜

3 A l'aide des informations données sur le croquis, détermine, pour chaque figure, la valeur de l'angle δ.

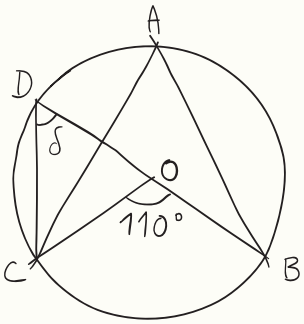
Figure 1



DE//AB
Le triangle ABC est équilatéral.

δ = _____

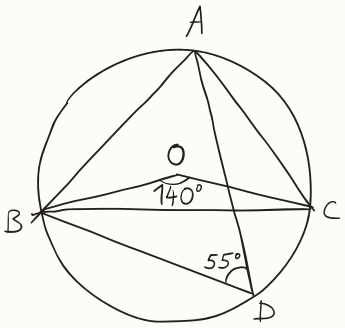
Figure 2



Les points D, O et B sont alignés.
Le point O est le centre du cercle.

δ = _____

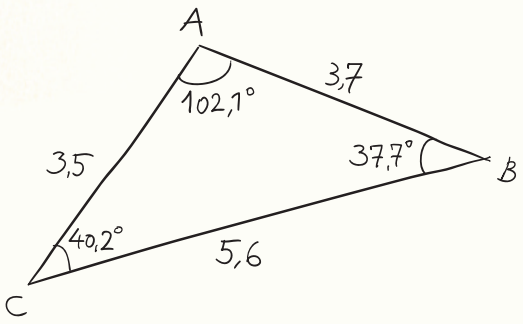
4 A l'aide des informations données sur le croquis, prouve que le triangle ABC est isocèle.

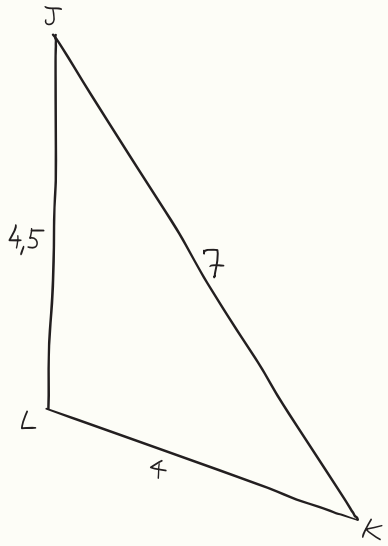


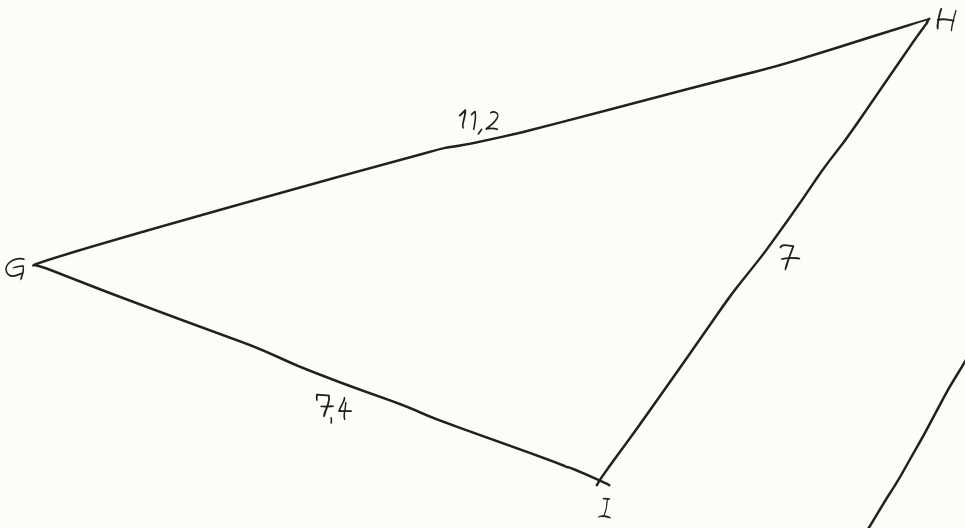
O est le centre du cercle

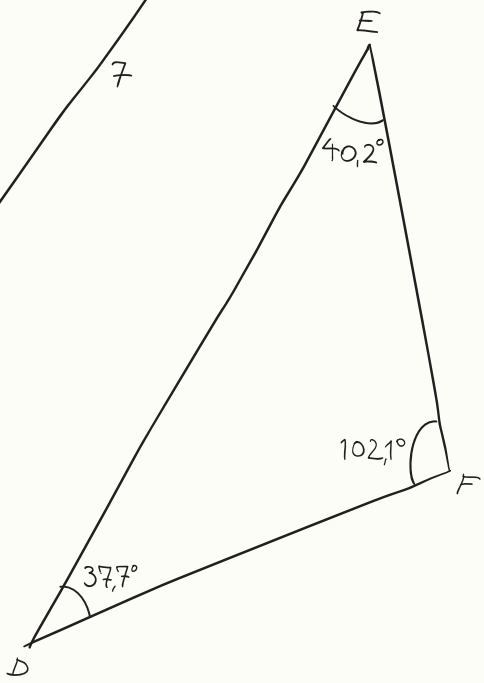
SUITE ➜

5 Parmi les triangles ci-dessous, lesquels sont semblables ?









Corrigé en fin de fichier

Aide-mémoire
- Représentations dans l'espace
- Quelques polyèdres
- Autres solides

Activités
- ES56 à ES58

Que sais-je ?

1 Esquisse en perspective les solides suivants :

a) un prisme droit à base triangulaire ;

b) un parallélépipède rectangle ;

c) un cylindre ;

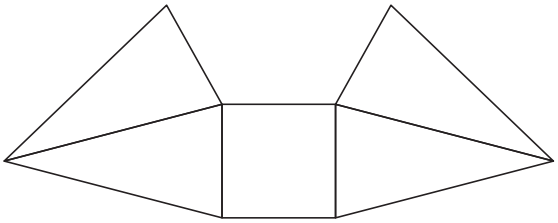
d) une pyramide à base carrée ;

e) un cône.

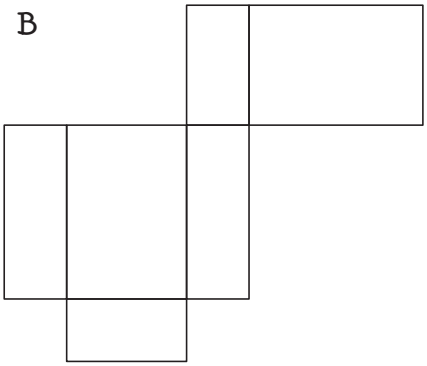
SUITE ➜

2 Parmi les développements suivants, lesquels sont corrects ?
S'ils le sont, quels solides permettent-ils de construire ?

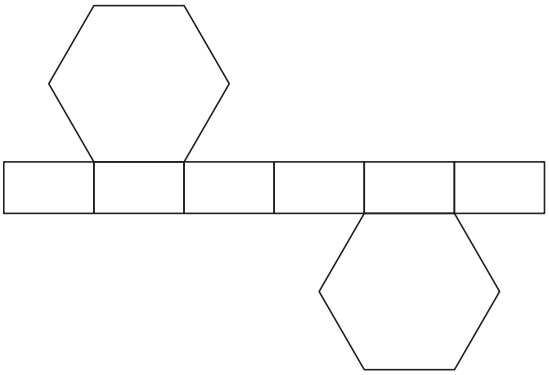
A



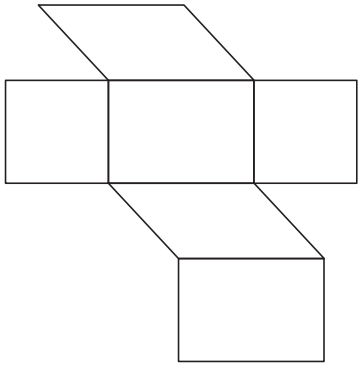
B



C



D

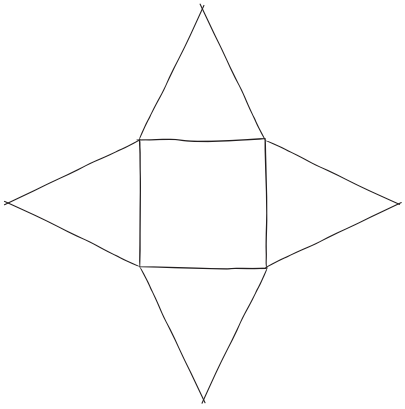
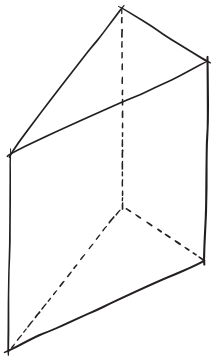


SUITE ➜

3 Construis un développement d'un prisme droit de 4 cm de hauteur dont la base est un losange ; les diagonales de ce losange mesurent 3 cm et 5 cm.

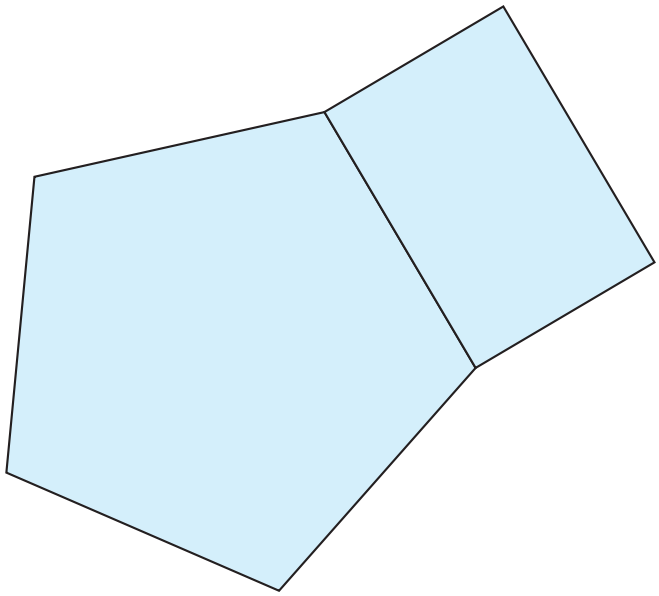
ES57 Esquisses

Complète le tableau.

Nom du solide	Esquisse en perspective	Esquisse d'un développement
Prisme droit dont la base est un trapèze rectangle		
		
		
Cylindre		

ES58 Pentagonal

Complète le dessin ci-dessous afin d'obtenir un développement d'un prisme droit.



ES62 On cherche les coordonnées

Le sommet *C* de ce cube a pour coordonnées (4 ; 4 ; 4)

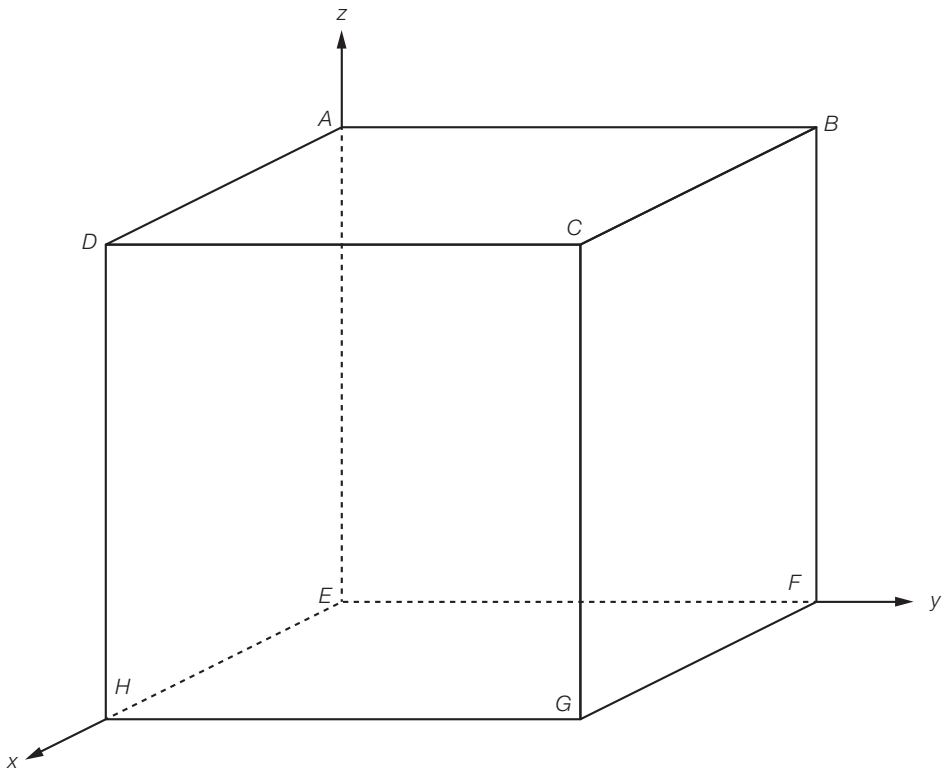
a) Quelles sont les coordonnées du point *B* ?

b) Quelles sont les coordonnées du milieu de l'arête *CD* ?

c) Quelles sont les coordonnées du centre de la face *CBFG* ?

d) Quelles sont les coordonnées du centre du cube ?

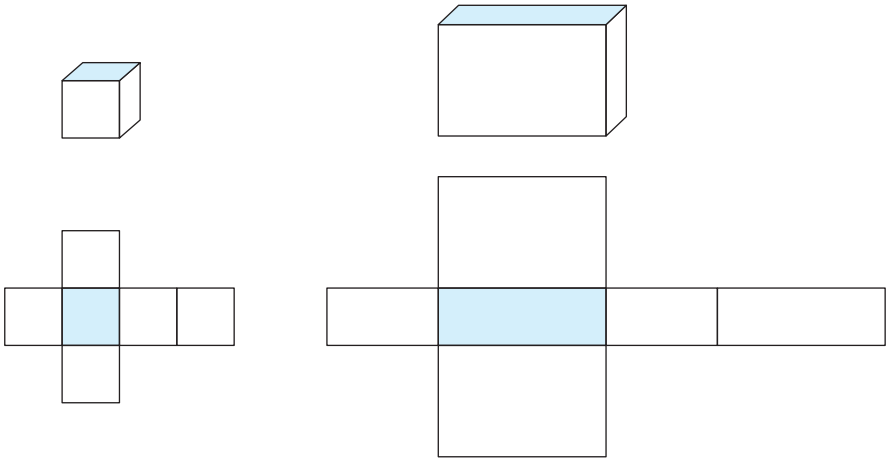
e) Place le point *P* dont les coordonnées sont (2 ; 2 ; 4).



ES63 Sur le même modèle

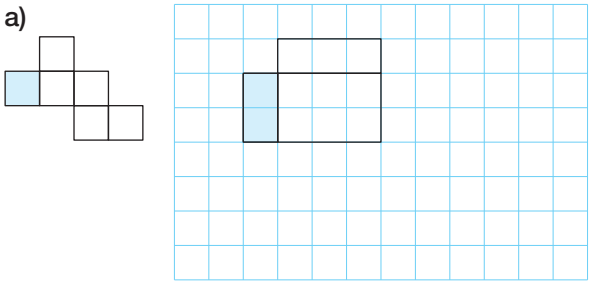
Un cube et un parallélépipède rectangle ont été développés de manière similaire.

Exemple :

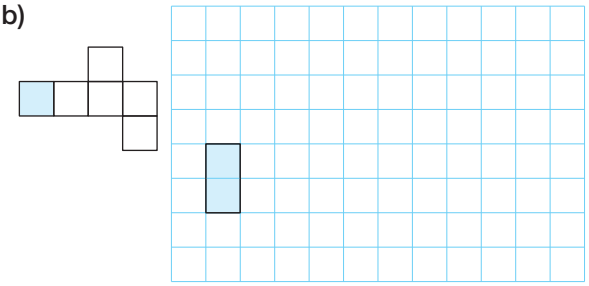


Complète pour chacun des six cas le développement du parallélépipède rectangle :

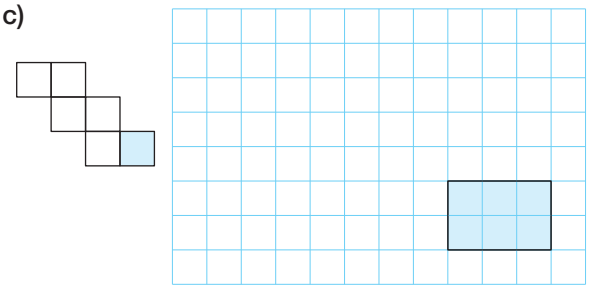
a)



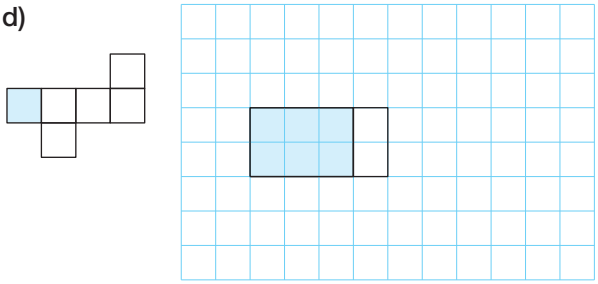
b)



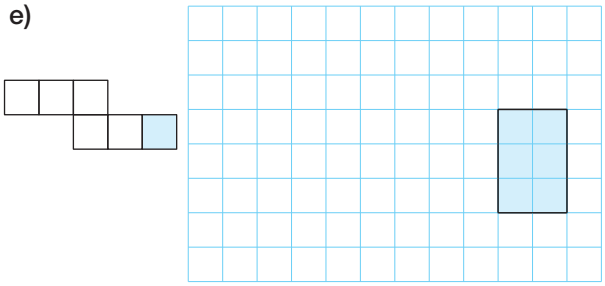
c)



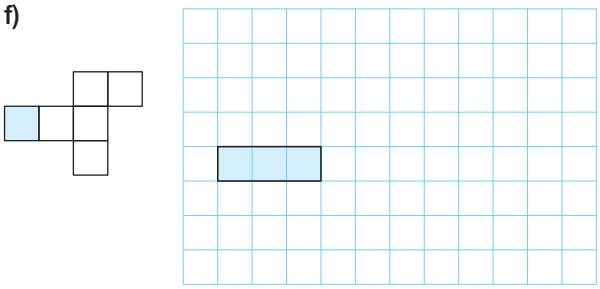
d)



e)



f)

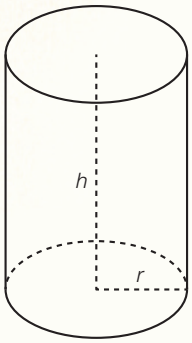


Faire le point

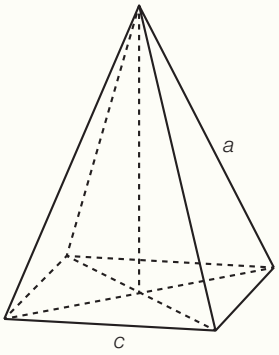
Aide-mémoire
- Représentations dans l'espace
- Quelques polyèdres
- Autres solides

Ressources en ligne

1 Construis un développement de chacun des solides suivants.



Cylindre
r = 2 cm
h = 3 cm

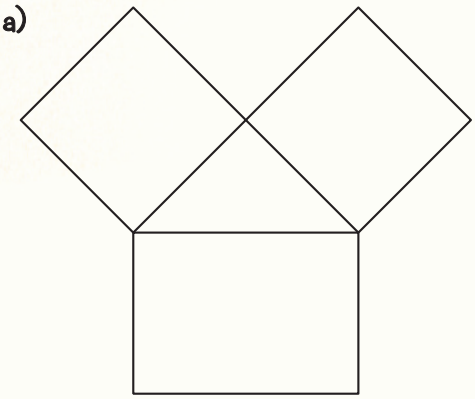


Pyramide à base carrée
c = 2 cm
a = 3 cm

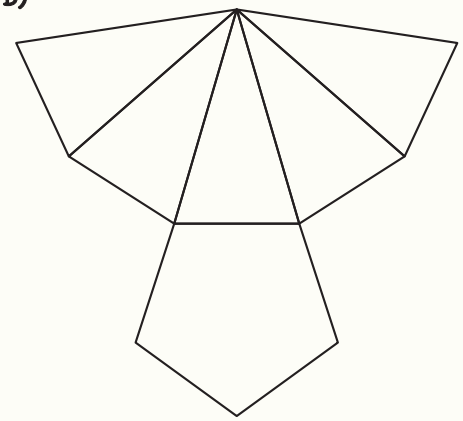
SUITE ➜

2 Les développements ci-dessous sont-ils corrects ?
Corrige-les lorsqu'ils sont faux, puis donne le nom précis des solides représentés.

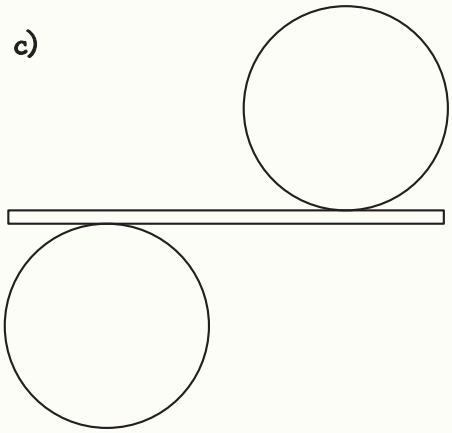
a)



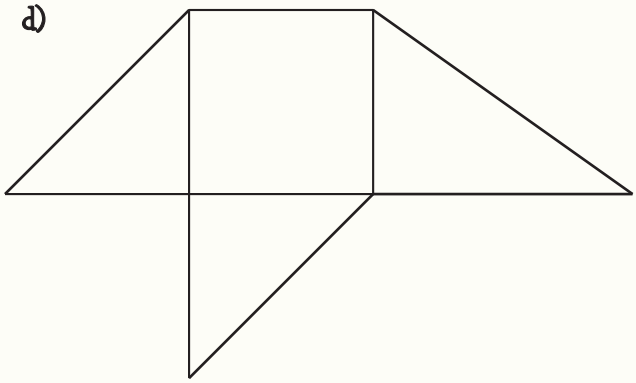
b)



c)



d)



Corrigé en fin de fichier

Que sais-je ?

Aide-mémoire
- Isométries
- Propriétés des isométries du plan
- Agrandissement d'une figure

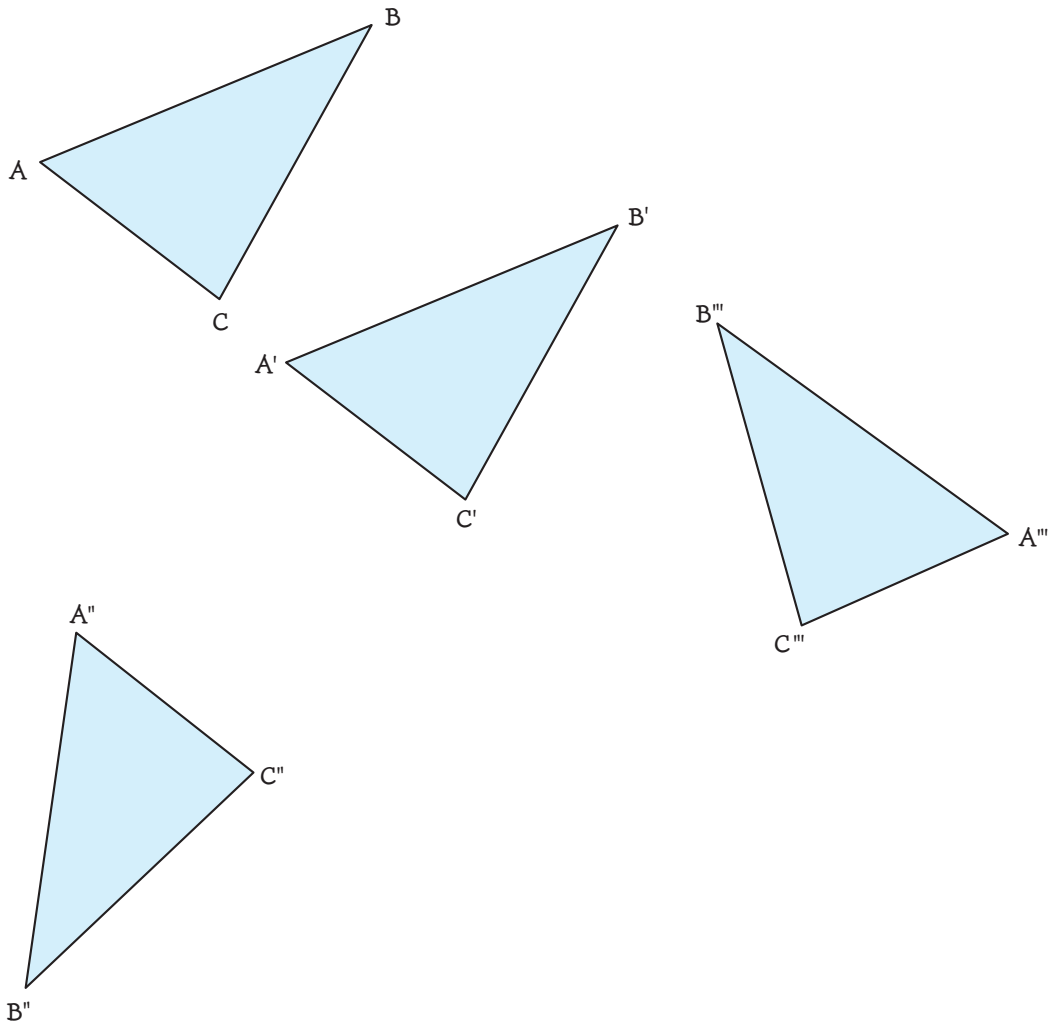
Activités
- ES77 à ES80

1 On a effectué successivement trois isométries dans l'ordre suivant :

ABC → A'B'C' → A"B"C" → A"'B"'C"'

a) Définis chaque transformation et construis ses éléments caractéristiques ;

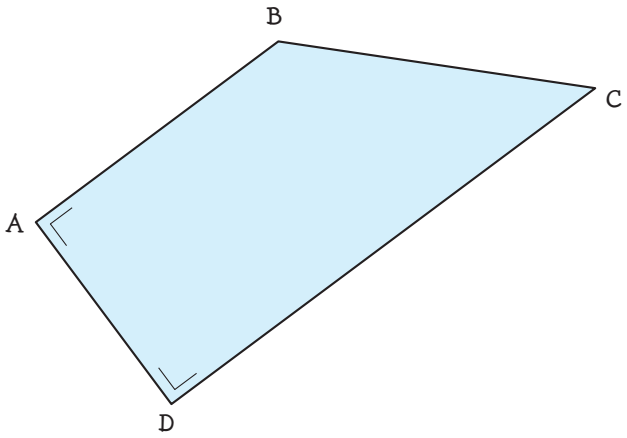
b) Complète le tableau ci-dessous.



	Nom de l'isométrie	Complète par oui ou par non : cette transformation conserve…				
		Longueurs	Angles	Orientation	Directions	Sens
ABC → A'B'C'						
A'B'C' → A"B"C"						
A"B"C" → A"'B"'C"'						

SUITE ➜

2 Le quadrilatère A'B'C'D' est l'image de ABCD par un agrandissement.
Complète la figure A'B'C'D'.



A' ×

B' ×

ES78 Isométries

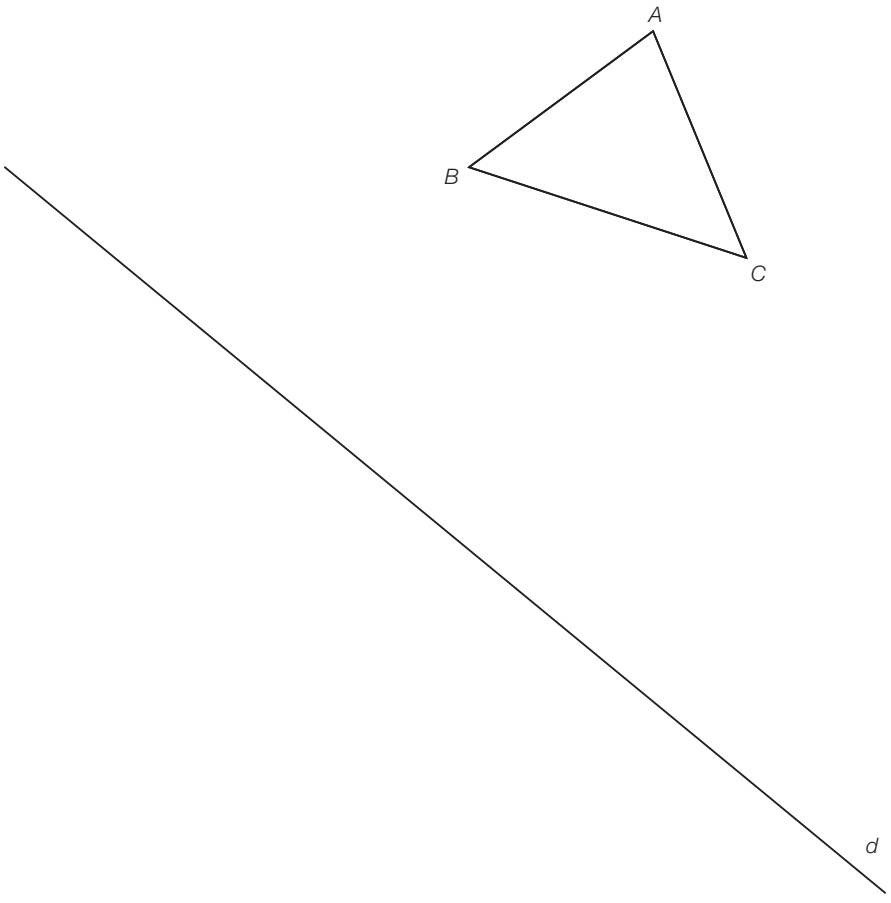
Construis les images du triangle ABC par les isométries suivantes :

$\mathcal{T}'(\overrightarrow{AB})$: $ABC \longrightarrow A_1B_1C_1$

$\mathcal{R}(C\ ; -120°)$: $ABC \longrightarrow A_2B_2C_2$

$\mathcal{S}(A)$: $ABC \longrightarrow A_3B_3C_3$

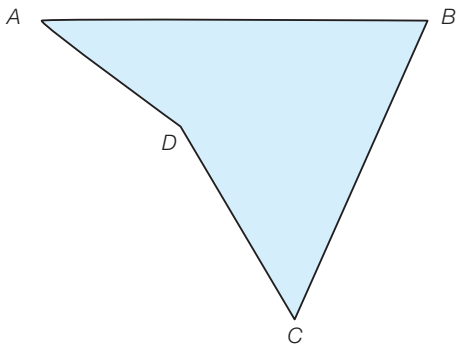
$\mathcal{S}(d)$: $ABC \longrightarrow A_4B_4C_4$

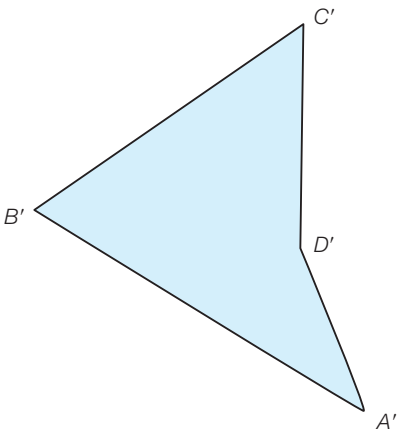


ES79 Vue globale

Le quadrilatère *ABCD* a pour image *A'B'C'D'*.

a) De quelle transformation s'agit-il ?

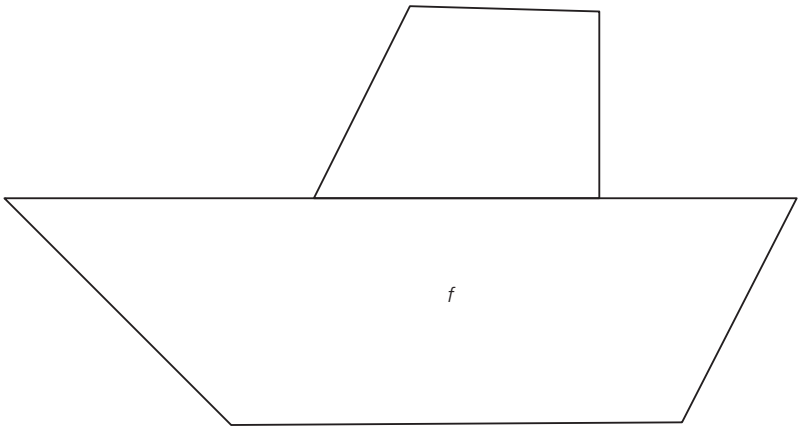


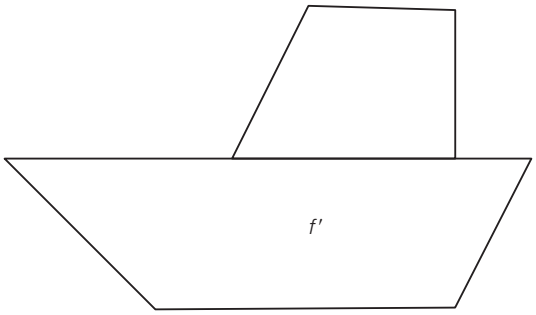


b) Construis les éléments caractéristiques de cette transformation et définis-la précisément.

ES80 Figures semblables ?

La figure f' est-elle une réduction de la figure f ?



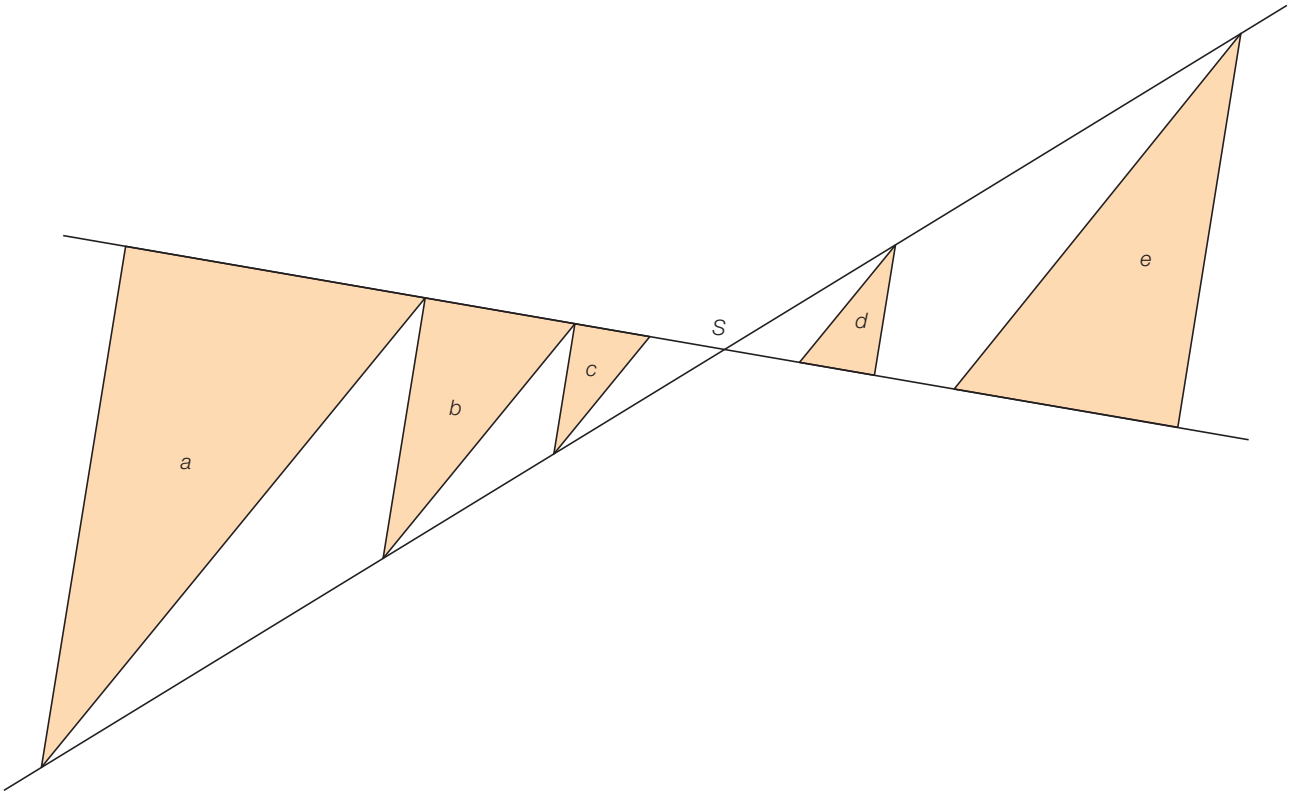


ES81 Tomber à la renverse

Les triangles *a*, *b*, *c*, *d* et *e* sont semblables.

a) Quelles sont les transformations qui permettent de passer du triangle *b* aux quatre autres triangles ?

b) Et du triangle *e* aux quatre autres triangles ?



c) De telles transformations sont appelées « homothéties ».
Quels sont les éléments permettant de définir une homothétie ?

Quelles sont les propriétés de cette transformation ?

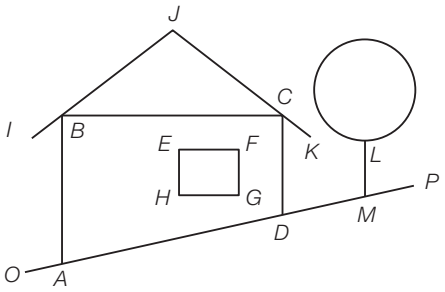
d) Complète ce tableau.

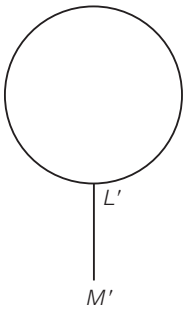
→	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*
b	$\mathcal{H}(S\,;\,2)$				
e				$\mathcal{H}(S\,;\,\frac{1}{3})$	

ES82 Double vue

Voici deux dessins d'un même paysage.

Complète le second qui représente un agrandissement du premier.





ES83 Homothétique

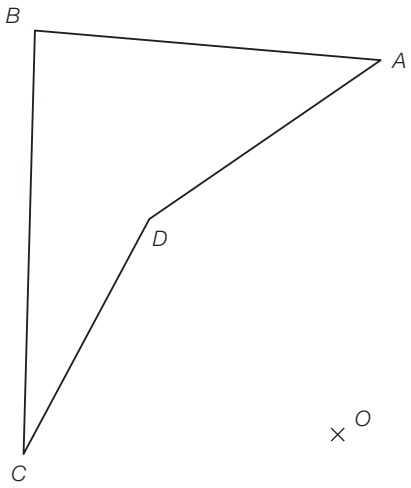
Effectue les homothéties suivantes :

$\mathcal{H}(O\,;2)$: $ABCD \longrightarrow A_1B_1C_1D_1$

$\mathcal{H}(O\,;\frac{1}{2})$: $ABCD \longrightarrow A_2B_2C_2D_2$

$\mathcal{H}(O\,;-1{,}5)$: $ABCD \longrightarrow A_3B_3C_3D_3$

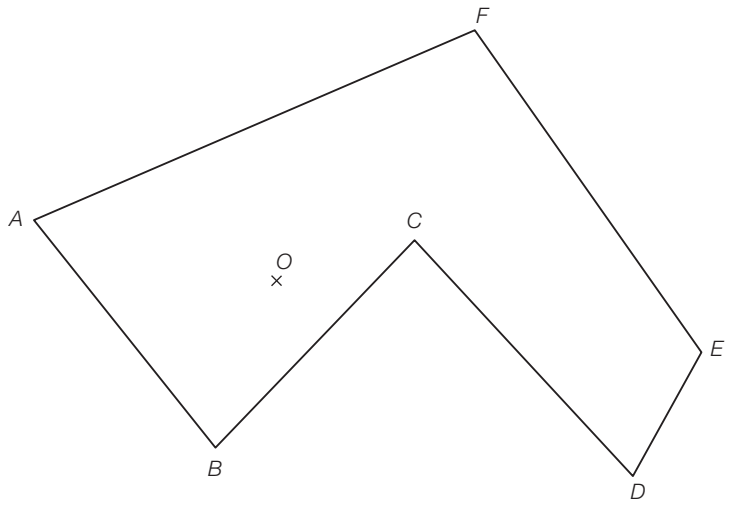
$\mathcal{H}(O\,;-1)$: $ABCD \longrightarrow A_4B_4C_4D_4$



ES86 Polygones irréguliers

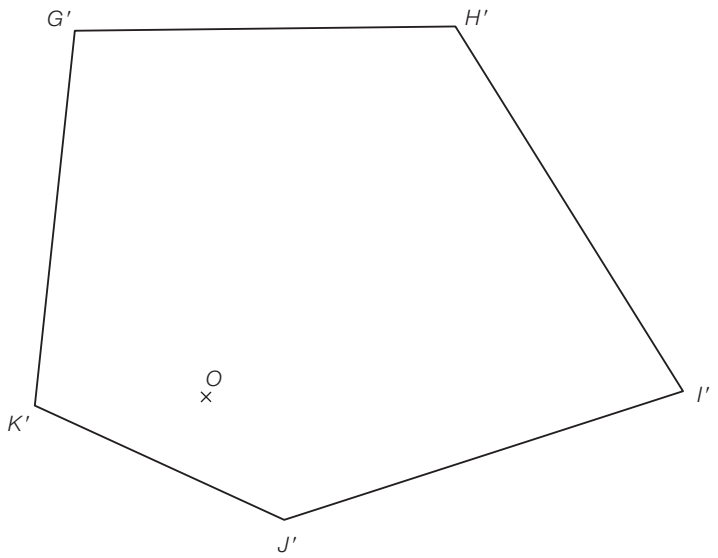
a) L'hexagone $ABCDEF$ a pour image $A'B'C'D'E'F'$ par l'homothétie de centre O et de rapport $-\frac{2}{3}$.

Construis $A'B'C'D'E'F'$.



b) Le pentagone $GHIJK$ a pour image $G'H'I'J'K'$ par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{3}{2}$.

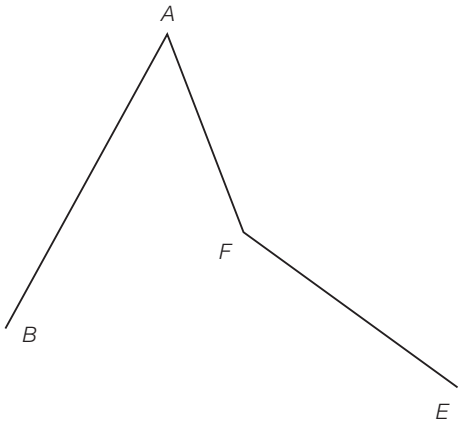
Construis $GHIJK$.

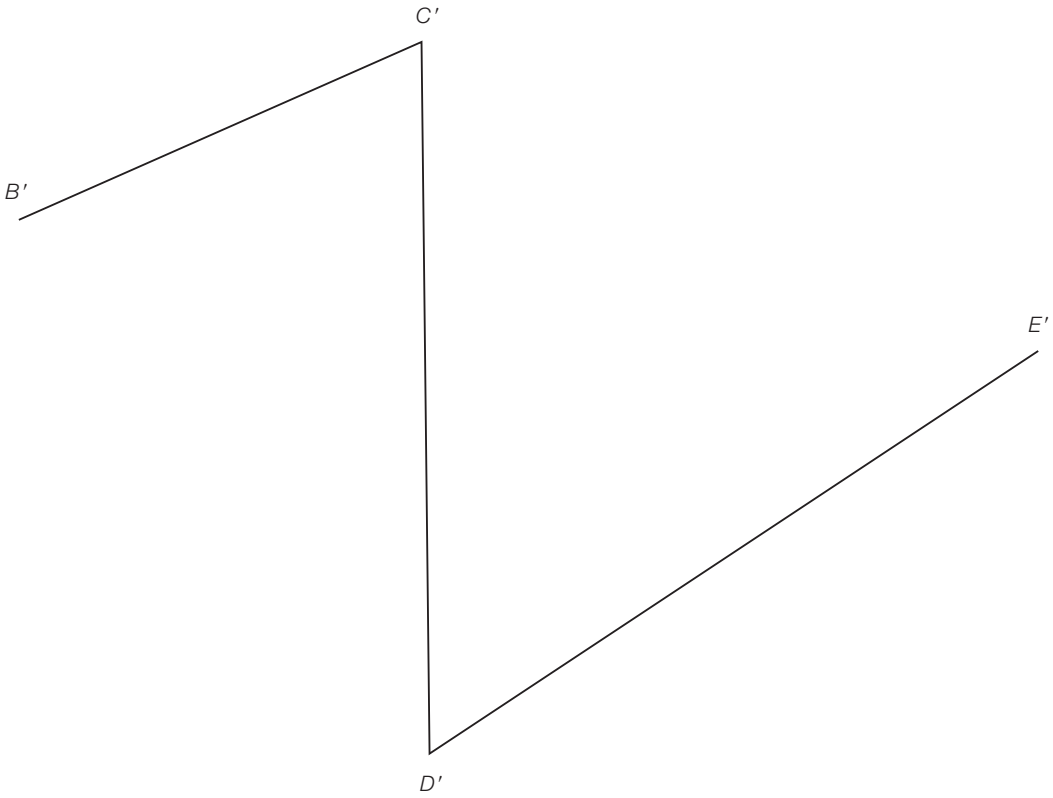


ES87 Zig-zag

Par une homothétie, la figure *ABCDEF* a pour image *A'B'C'D'E'F'*.

A toi de compléter ces deux figures et de définir les caractéristiques de l'homothétie qui permet de passer de la première à la seconde.

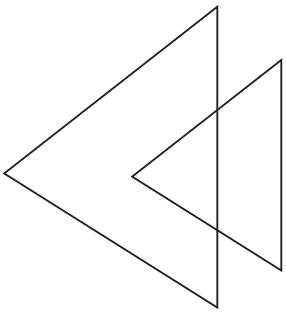




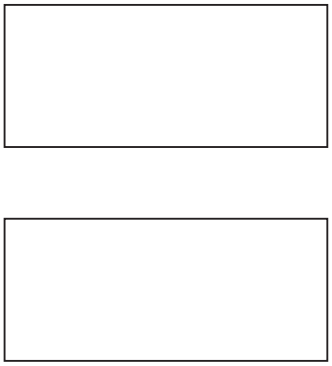
ES88 Plus grand ou plus petit ?

Par quelle(s) transformation(s) passe-t-on d'une figure à l'autre ?

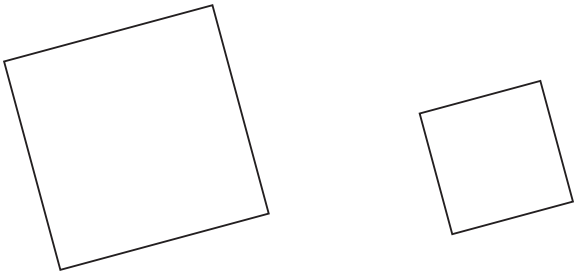
a)



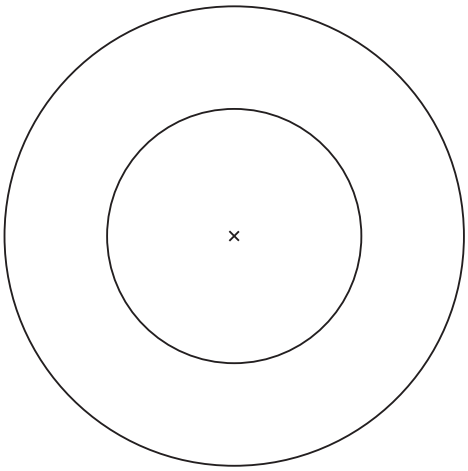
b)



c)

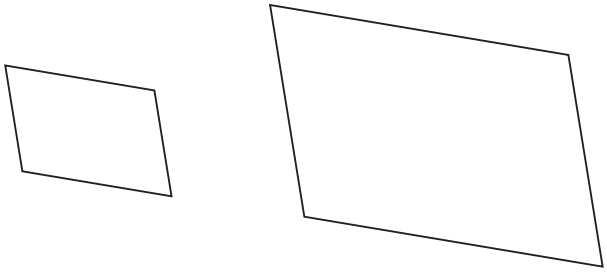


d)



e)

f)



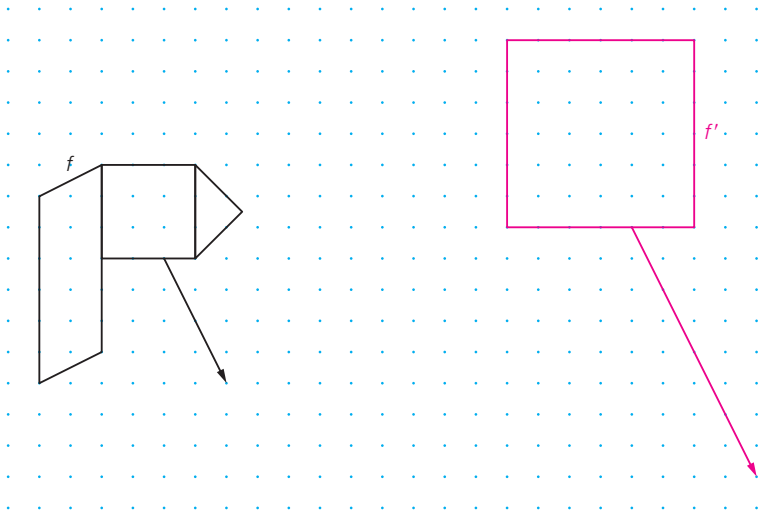
ES89 Des transformations

a) Nomme ou décris la transformation qui permet de construire la figure f', en partie déjà dessinée en rouge, image de la figure f.

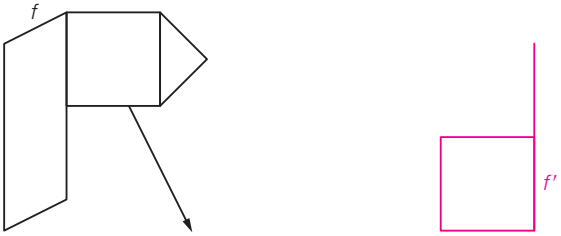
b) Termine la construction de la figure f'.

c) Examine les propriétés de chacune de ces six transformations.

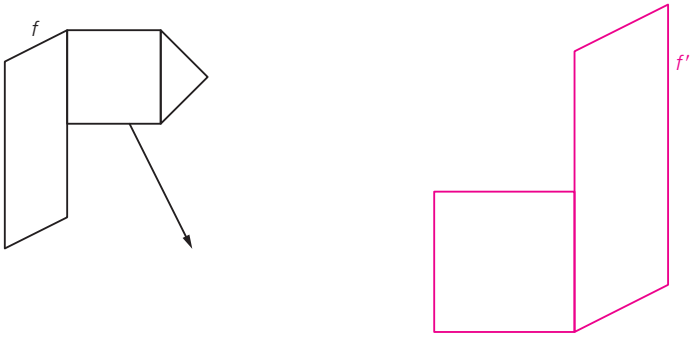
1.



2.

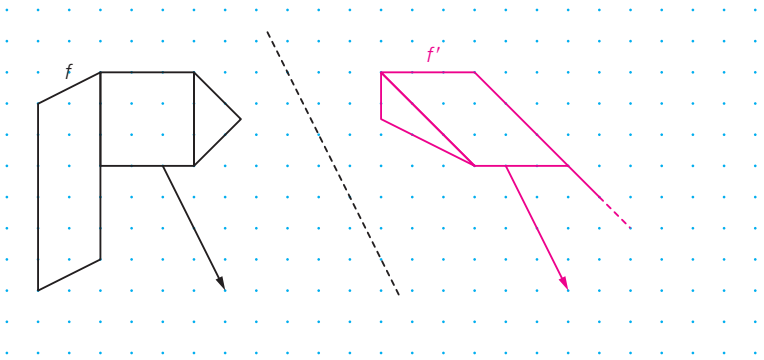


3.

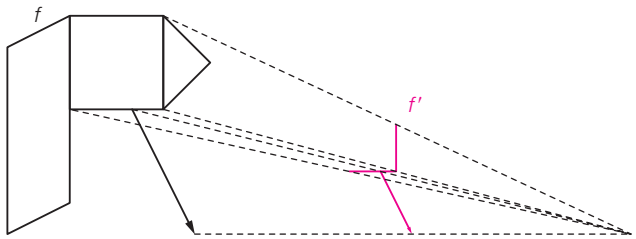


SUITE ➜

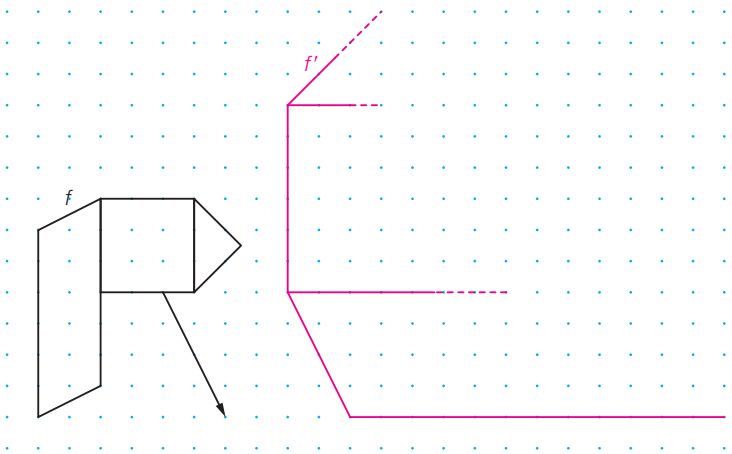
4.



5.



6.



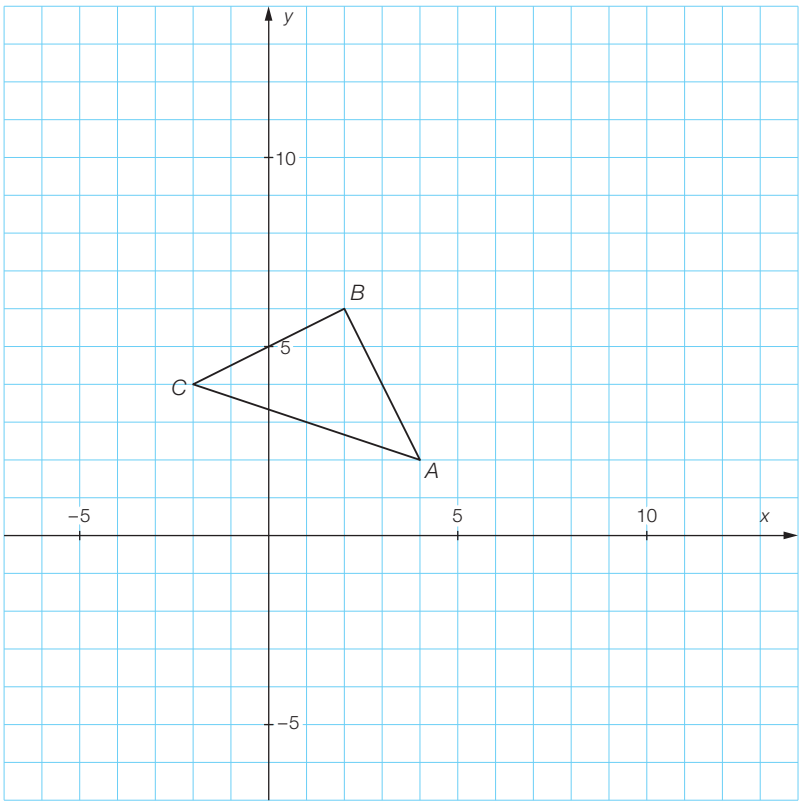
ES91 Transformations en tous genres

a) Double les coordonnées de chacun des points *A*, *B* et *C*, puis place ces nouveaux points dans le système d'axes et dessine le triangle qu'ils définissent.

b) Définis précisément la transformation qui permet de passer du triangle donné à cette première image.

c) Divise les coordonnées de chacun des points *A*, *B* et *C* par 2 et change leur signe, puis place ces nouveaux points dans le système d'axes et dessine le triangle qu'ils définissent.

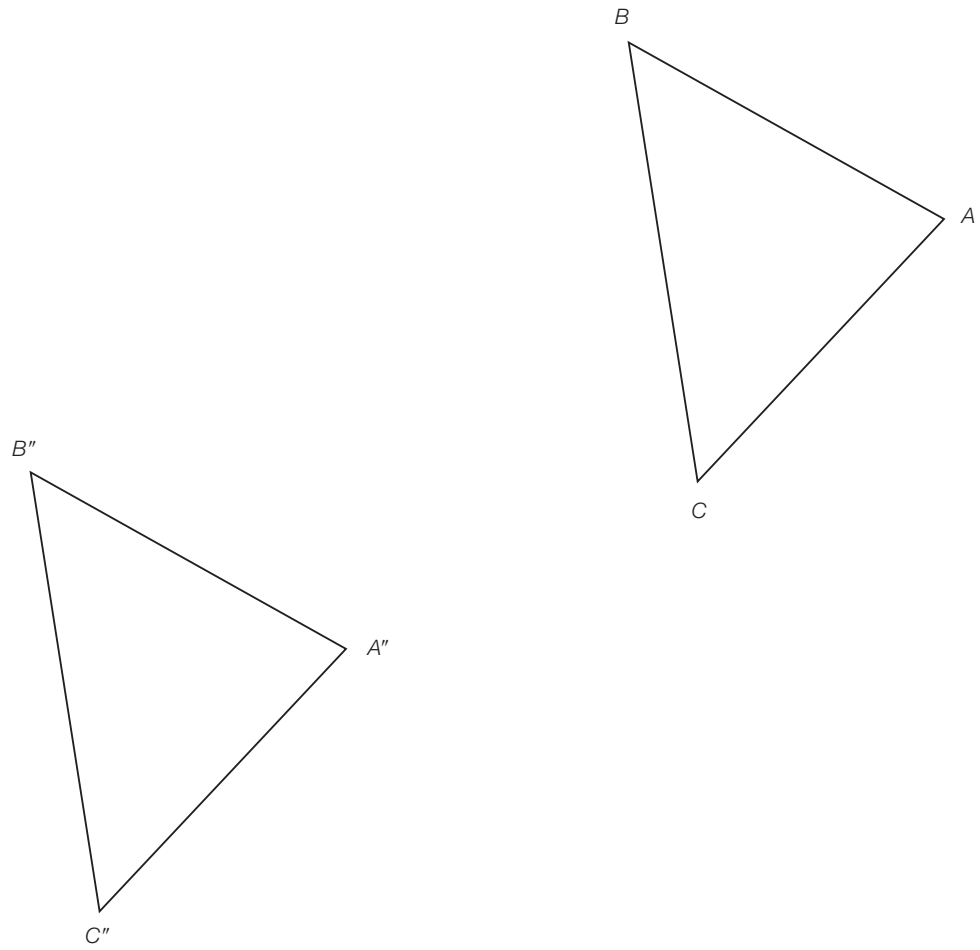
d) Définis précisément la transformation qui permet de passer du triangle donné à cette deuxième image.



ES92 Bonnet blanc et blanc bonnet

En partant du triangle *ABC*, Aldo a obtenu par deux symétries axiales successives le triangle *A″B″C″*.

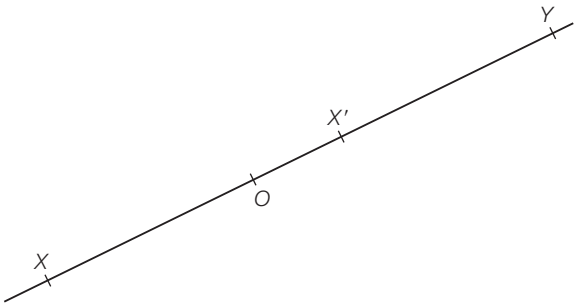
Où se situent les deux axes de symétrie ?



ES95 *OXY*

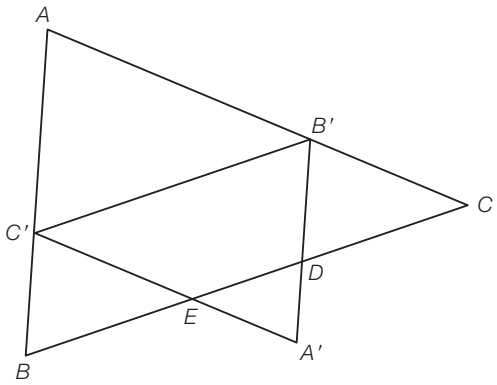
Le point X a pour image X', par une homothétie de centre O.

Quelle sera, par cette même homothétie, l'image du point Y ?

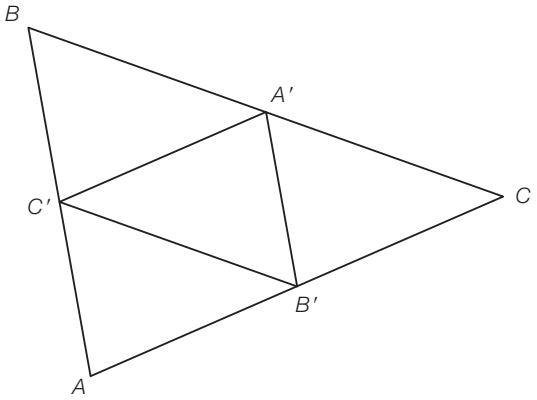


ES96 A la recherche

a) $A'B'C'$ est l'image de ABC par une homothétie $\mathcal{H}$; où se cachent D' et E' ?



b) A', B' et C' sont les milieux des côtés du triangle ABC.
Par quelle homothétie passe-t-on de ABC à $A'B'C'$?

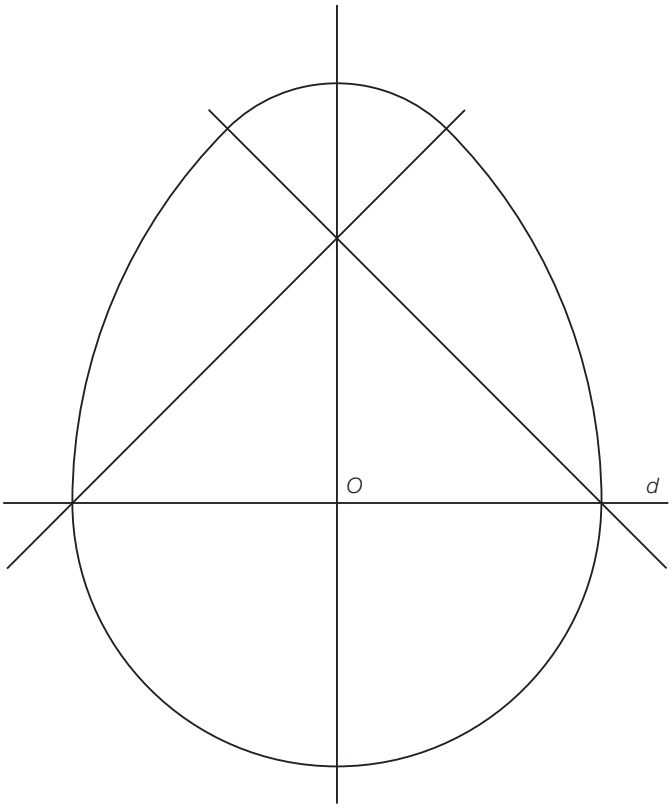


ES97 L'œuf de Colomb

a) Construis l'image de cet œuf par $\mathcal{H}(O\,;\frac{3}{4})$.

b) Construis ensuite l'image par $S\,(d)$ de la figure obtenue en a).

c) Comment peux-tu revenir à l'œuf de départ ?





Colomb cassant l'œuf, gravure de William Hogarth, 1753.

L'expression « œuf de Colomb » est parfois utilisée pour qualifier une idée simple et ingénieuse. Elle proviendrait d'une anecdote :

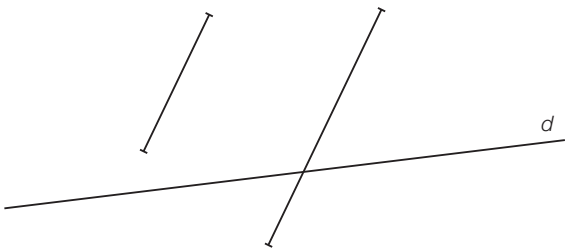
Lors d'un banquet, au retour de sa première expédition, vers 1493, un des invités aurait voulu minimiser l'importance de la découverte du Nouveau Monde en apostrophant Christophe Colomb : « Il suffisait d'y penser. ».

Pour répondre à cette provocation, le navigateur proposa un défi à ses convives : faire tenir debout un œuf dur dans sa coquille. Personne évidemment ne réussit, sauf Christophe Colomb, qui, écrasant simplement l'extrémité de l'œuf, s'écria alors : « Il suffisait d'y penser ! »

ES98 Images

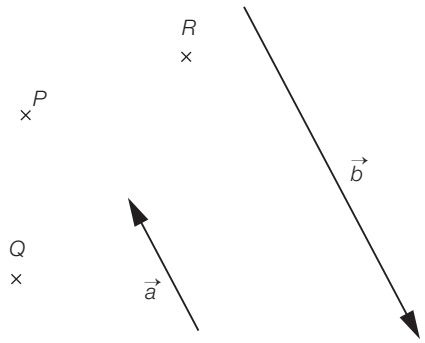
a) Par une homothétie, le petit segment a pour image le grand segment.

Sauras-tu construire l'image de la droite d par cette homothétie ?



b) Par une homothétie, la flèche $\vec{a}$ a pour image la flèche $\vec{b}$.

Trouve les images respectives des points P, Q et R par cette homothétie.

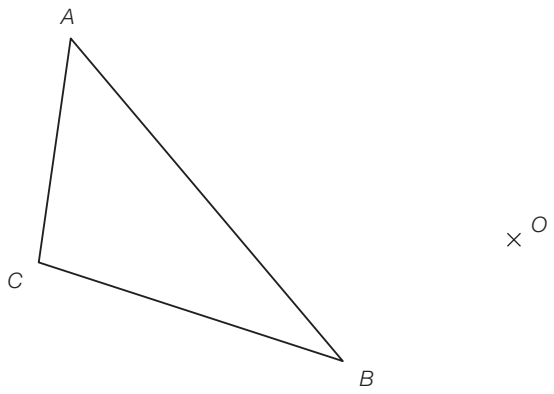


ES99 Composition

a) Construis l'image $A'B'C'$ du triangle ABC par $\mathcal{R}(O\,;\,120°)$.

b) Construis maintenant l'image $A''B''C''$ de $A'B'C'$ par une homothétie $\mathcal{H}(O\,;\,-2)$.

c) Les triangles ABC et $A''B''C''$ sont-ils semblables ?

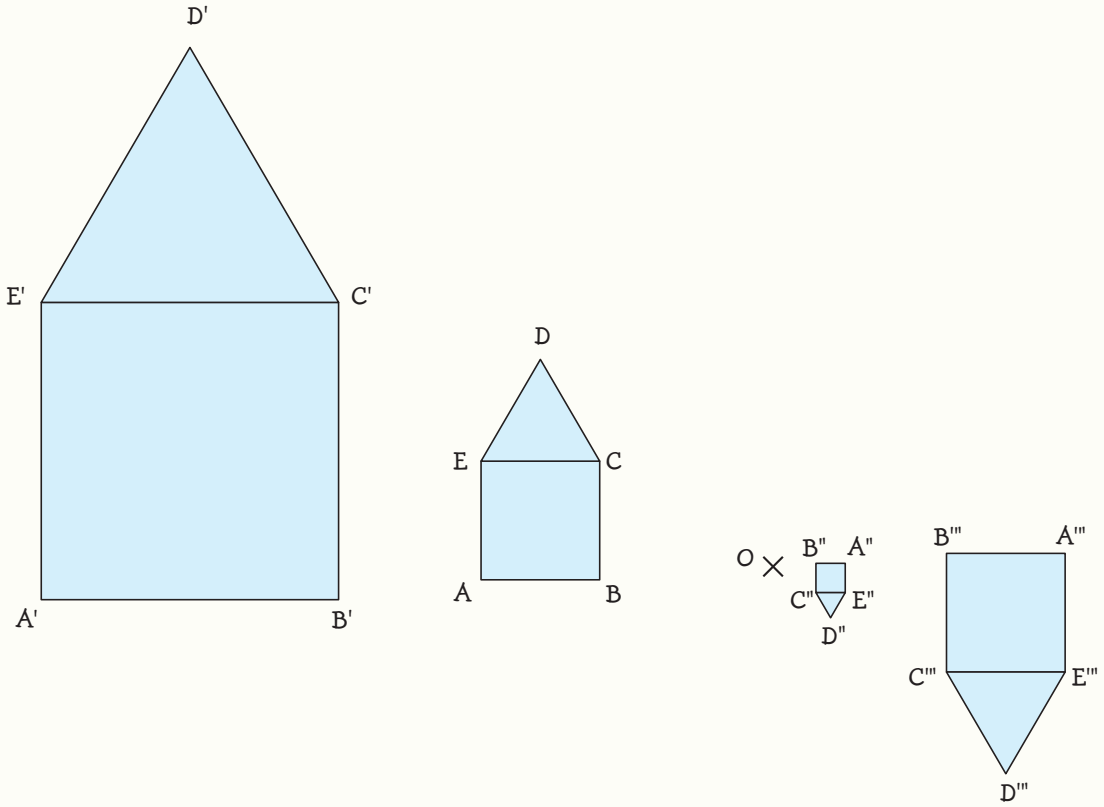


Faire le point

Aide-mémoire
- Homothétie
- Similitude
- Propriétés des isométries et des homothéties du plan
- Construction de l'image d'une figure par une rotation et par une homothétie
- Rapport d'homothétie

Ressources en ligne

1 Définis les transformations permettant d'obtenir les images $A'B'C'D'E'$, $A''B''C''D''E''$ et $A'''B'''C'''D'''E'''$ du pentagone $ABCDE$.

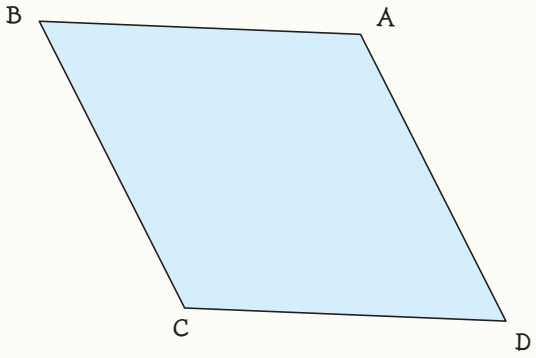


SUITE ➜

2 Effectue les transformations suivantes :

$\mathcal{H}(O ; -0{,}5)$: ABCD → A'B'C'D'

$\mathcal{R}(C ; -60°)$: A'B'C'D' → A"B"C"D"



× O

Corrigé en fin de fichier

ES100 La chèvre de Seguin

Une chèvre broute dans un pré de 80 m sur 55 m.

Elle est attachée par une corde de 18 m au piquet A, comme sur ce dessin à l'échelle.

Où pourrais-tu placer le piquet demain, pour que la chèvre dispose de la même quantité d'herbe qu'aujourd'hui ?



ES101 Ne pas perdre le nord

A bord de la *Licorne*, les marins viennent de faire le point.

Ils ont relevé : le Cap Nègre à 30°, Fort Héliopolis à 150°, le Cap Blanc à 298°, et marqué leur position sur la carte ci-dessous.

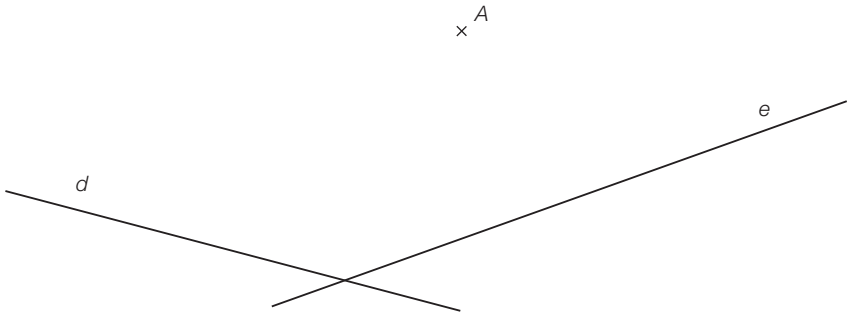


Ils poursuivent leur route et, quelques instants plus tard, relèvent : Pointe de la Chappe à 0°, Phare du Titan à 165°, Pointe de la Galère à 224°.

Où se trouvent-ils alors ?

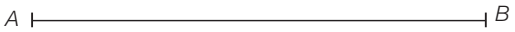
ES102 Quelles médiatrices ?

Construis tous les triangles ABC qui admettent les droites d et e comme deux de leurs médiatrices.



ES109 Où est C ?

Où peut se trouver C pour que le triangle ABC soit rectangle en C et que $AC = 3$ cm ?



ES111 Cogitations

Les hauteurs *BR* et *CP* du triangle *ABC* se coupent en *Q*.

Sébastien suppose que les triangles *BQP* et *CQR* sont semblables.

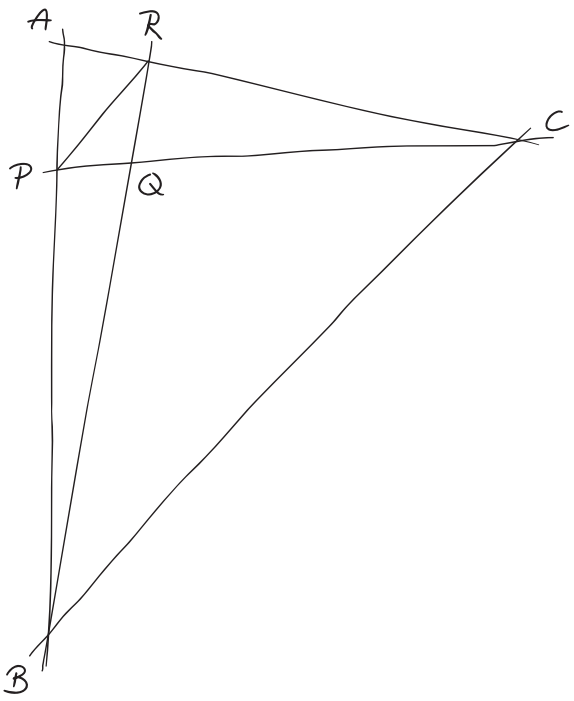
Nicolas pense, lui, qu'il s'agit des triangles *APR* et *QPR*.

Alexandre penche plutôt pour la similitude des triangles *QPR* et *QBC*.

Mathieu est certain que le triangle *APR* est semblable au triangle *QBC*.

Quant à Amélie, elle croit qu'il s'agit des triangles *BRA* et *CPA*.

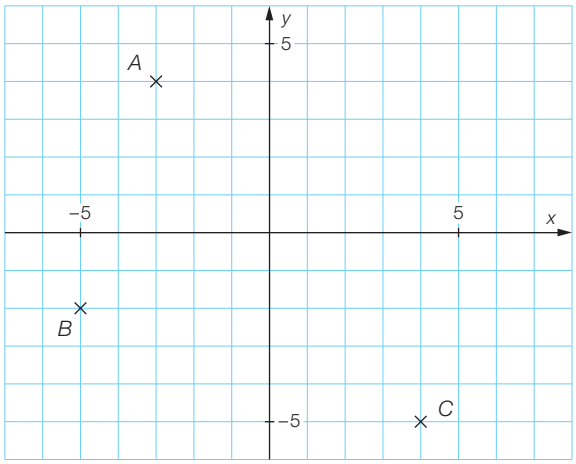
Qui a raison ?



ES113 Quadrilatères et coordonnées

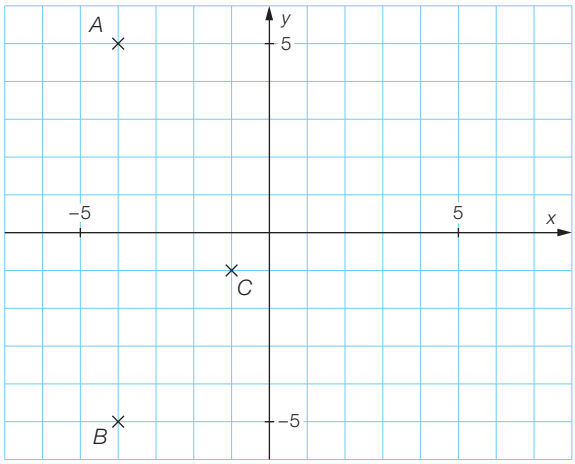
Les deux quadrilatères *ABCD* ci-dessous ont leurs sommets sur des nœuds du quadrillage. Dessine-les, puis donne les coordonnées du sommet *D*.

a) *ABCD* est un rectangle



D (_____ ; _____)

b) *ABCD* est un fer de lance



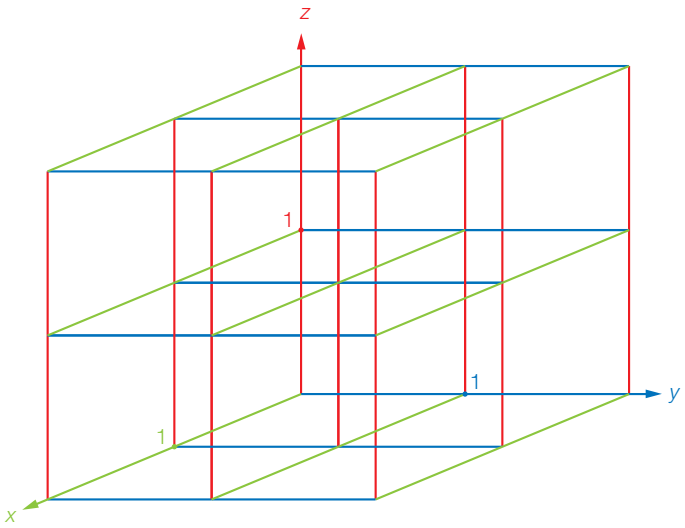
D (_____ ; _____)

ES114 Dans un réseau

Place dans ce réseau les points suivants:

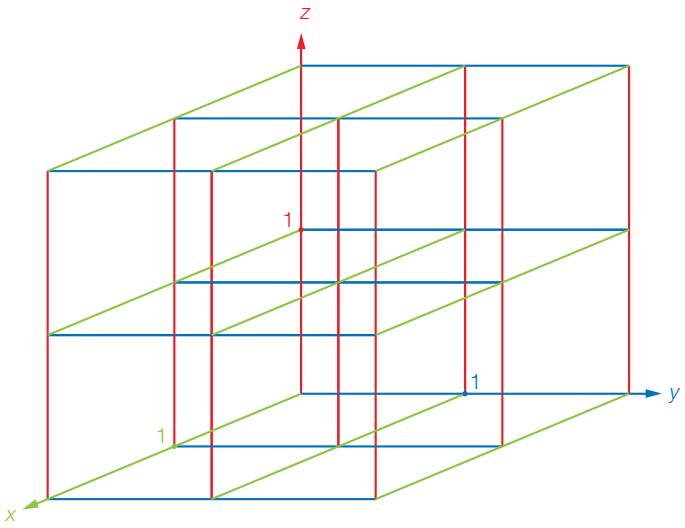
A (1 ; 0 ; 0) *B* (2 ; 2 ; 0) *C* (0 ; 2 ; 0) *D* (1 ; 1 ; 2)

Ces quatre points sont les sommets d'un solide. Lequel ?



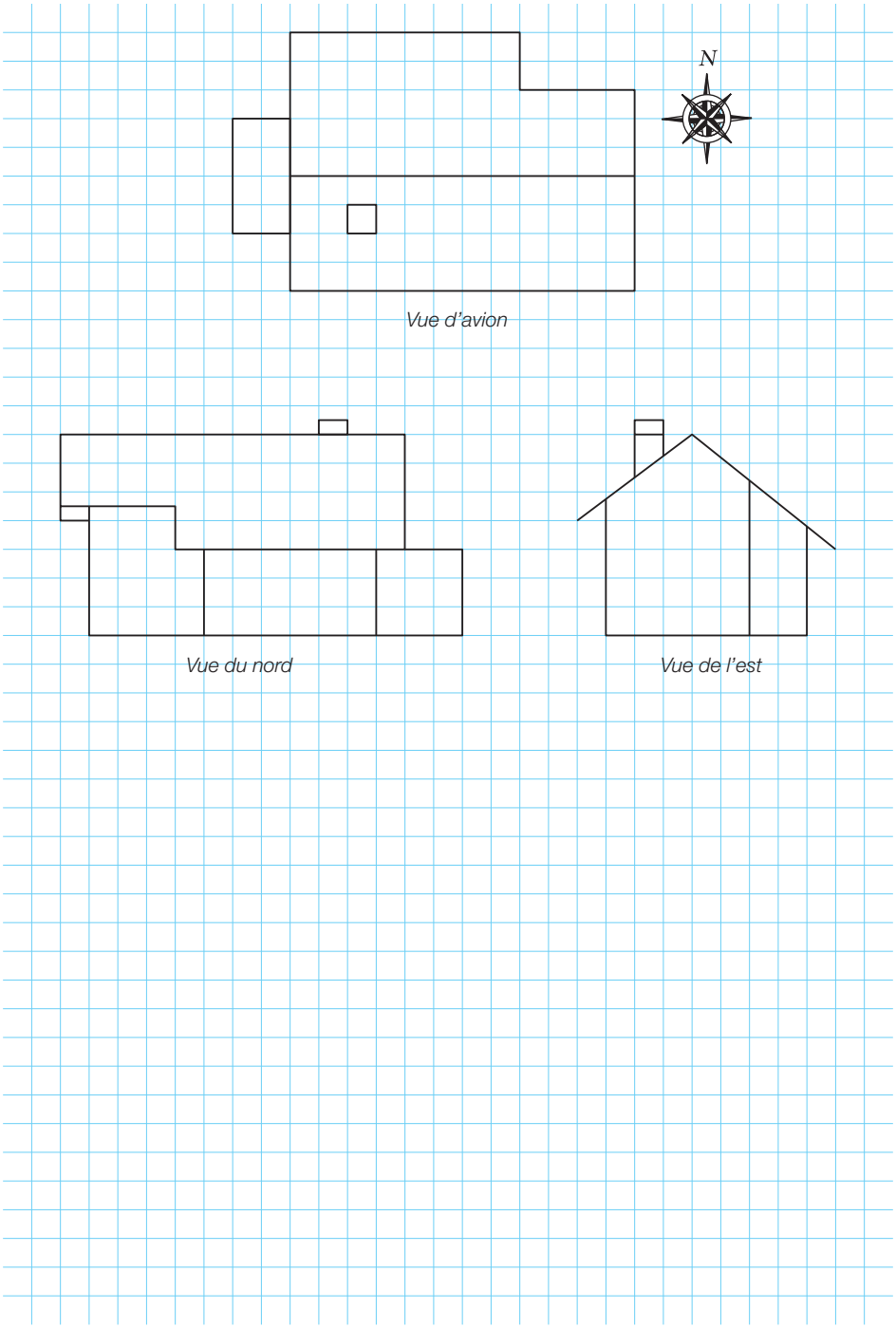
ES115 Nœuds du réseau

Dessine un octaèdre régulier dont les sommets sont des nœuds de ce réseau, puis donne les coordonnées de chaque sommet.



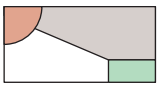
ES116 Vues de l'ouest et du sud

Dessine précisément cette maison vue de l'ouest et du sud.



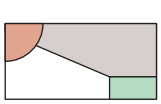
ES119 Motif minimal

Le motif d'origine ci-contre permet de paver le plan par une succession d'isométries.

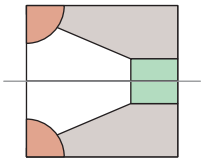


motif d'origine

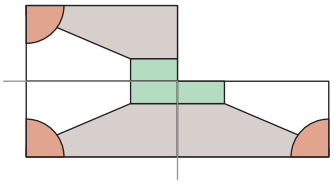
On pourrait par exemple débuter ainsi :



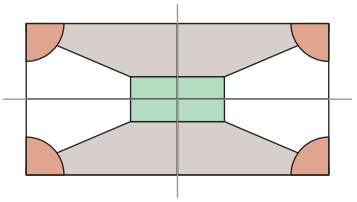
Etape 1



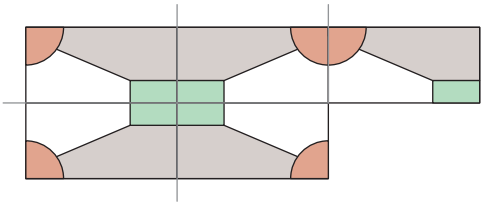
Etape 2



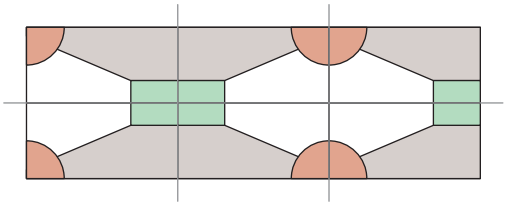
Etape 3



Etape 4



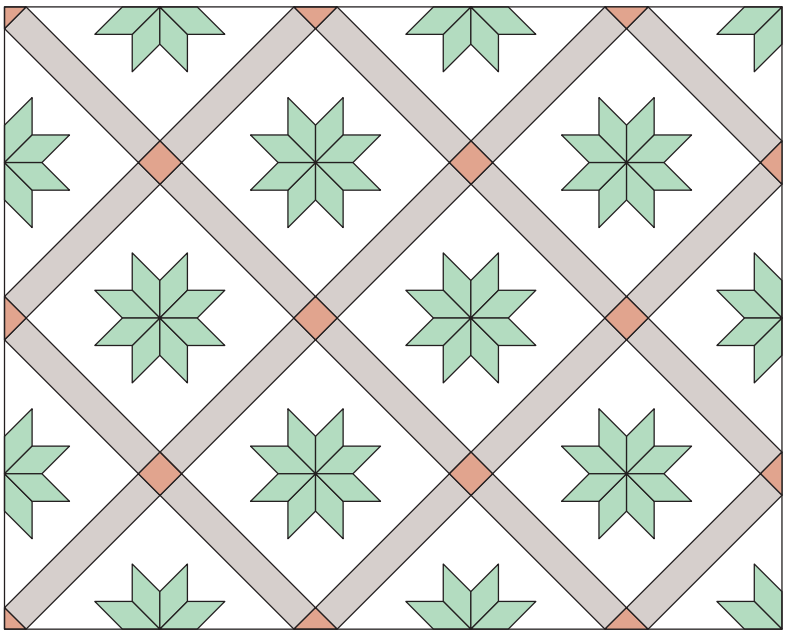
Etape 5



Etape 6

etc.

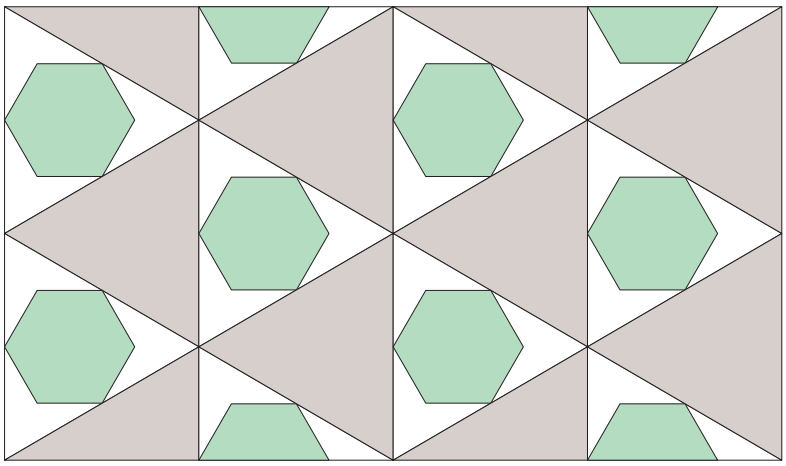
a) A toi de chercher le plus petit motif permettant de reconstituer le pavage suivant par des isométries, en veillant toutefois à éviter les superpositions.



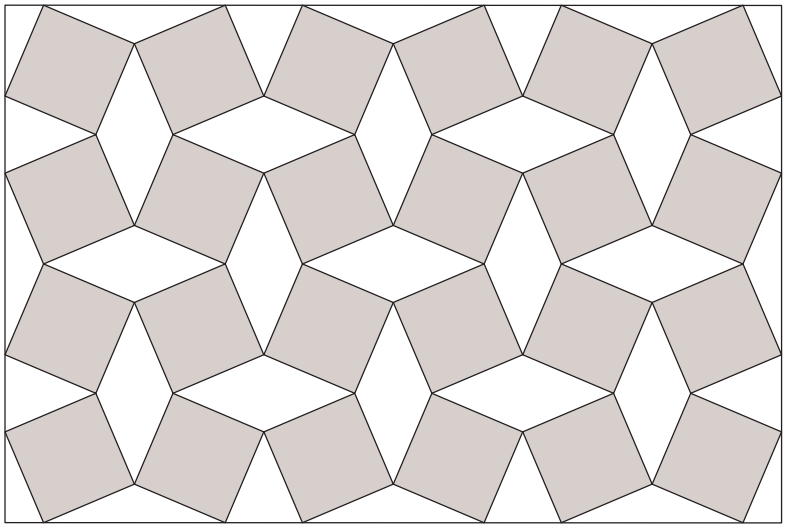
SUITE ➜

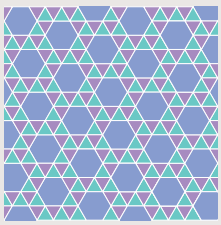
Et dans chacun des exemples suivants, comment procéderais-tu ?

b)

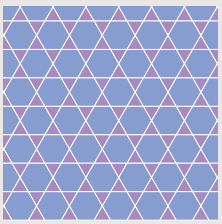


c)

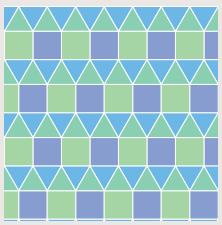




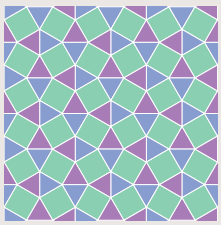
Pavage hexagonal adouci



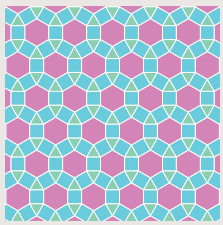
Pavage trihexagonal



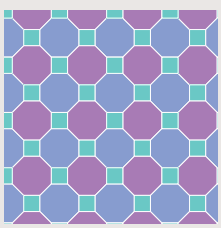
Pavage triangulaire allongé



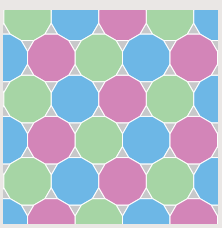
Pavage carré adouci



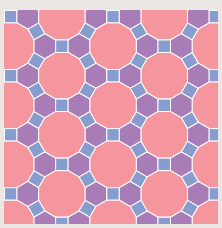
Pavage petit rhombitrihexagonal



Pavage carré tronqué



Pavage hexagonal tronqué



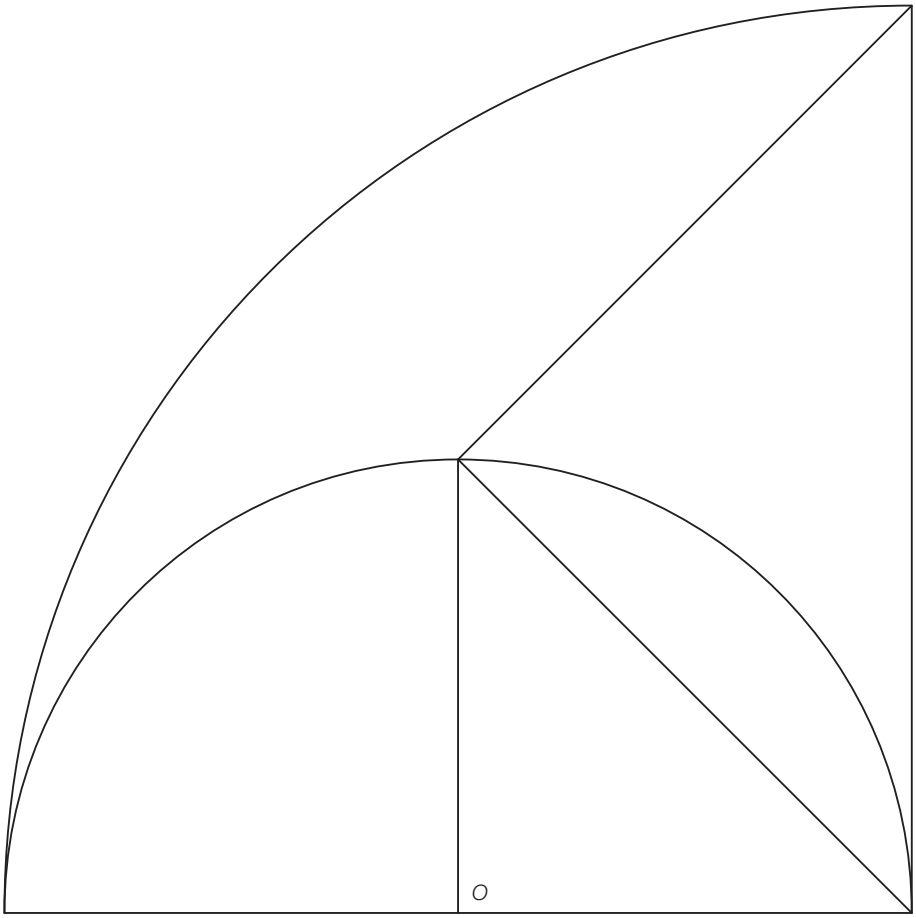
Pavage grand rhombitrihexagonal

Pour information, il existe huit manières différentes de paver le plan avec des polygones réguliers différents, de telle sorte que deux polygones qui se touchent aient en commun un sommet ou un côté « entier » et que les sommets du pavage possèdent la même « configuration ».

Deledicq A., Le monde des symétries, *ACL Edition, tome 2, 1993.*

ES120 Demi-vitrail

Construis l'image de cette figure par l'homothétie $\mathcal{H}(O\ ;\ \frac{-3}{4})$.



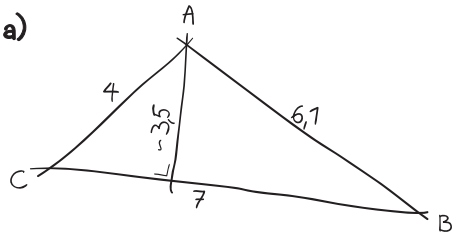
Que sais-je ?

Aide-mémoire
- Périmètre et aire du rectangle
- Périmètre et aire d'un trapèze
- Périmètre et aire d'un triangle
- Périmètre et aire d'un disque
- Longueur d'un arc de cercle et aire d'un secteur circulaire

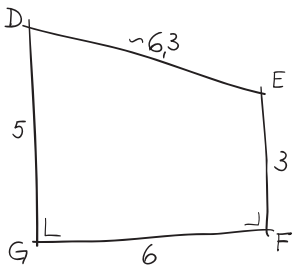
Activités
- GM1 et GM2

1 Calcule l'aire des figures suivantes (mesures en cm) :

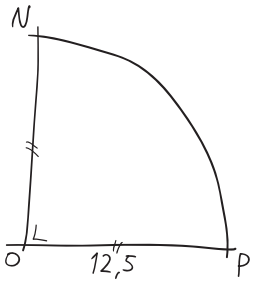
a)



b)



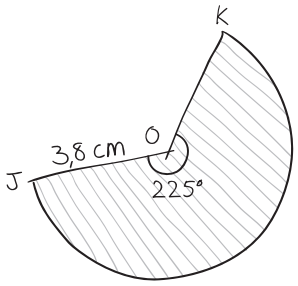
c)



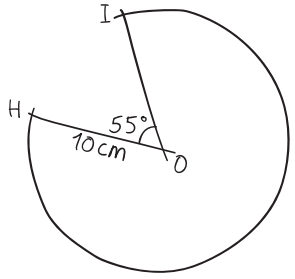
2 Calcule l'aire d'un disque dont le diamètre mesure 15 cm.

SUITE ➜

3 Que vaut le périmètre de la figure hachurée ?

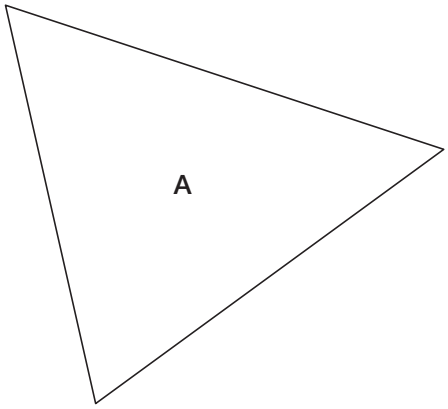


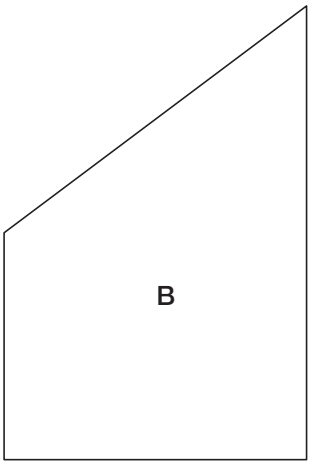
4 Calcule l'aire de ce secteur circulaire.

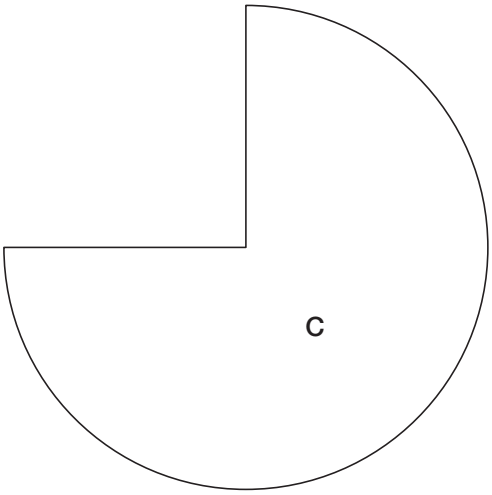


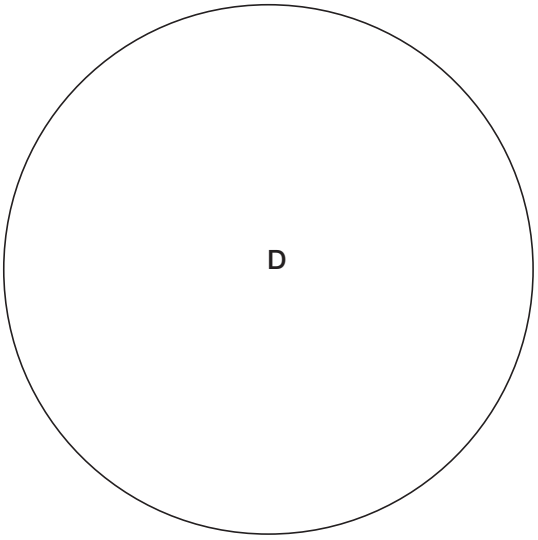
GM1 Divers périmètres et aires

Prends les mesures nécessaires et calcule le périmètre et l'aire des figures suivantes :









p_A = _____ A_A = _____

p_B = _____ A_B = _____

p_C = _____ A_C = _____

p_D = _____ A_D = _____

GM13 On recherche pour un triangle

Complète le tableau.

Aire	Base	Hauteur correspondante
14 cm^2	4 cm	
54,12 m^2		8,8 m
2,07 dm^2	1,8 dm	

GM14 On recherche pour un trapèze

Complète le tableau.

Aire	Grande base	Petite base	Hauteur
165 mm^2	18 mm	15 mm	
29,58 cm^2		4,9 cm	5,1 cm
0,9 km^2	1 km	0,5 km	
259,35 m^2	23,4 m		13,3 m

GM15 On recherche pour un disque

Complète le tableau.

Aire	Rayon	Périmètre
100π dm^2		
		7π cm
3761 m^2		
		341,8 cm

GM16 On recherche pour un arc ou un secteur

Complète le tableau.

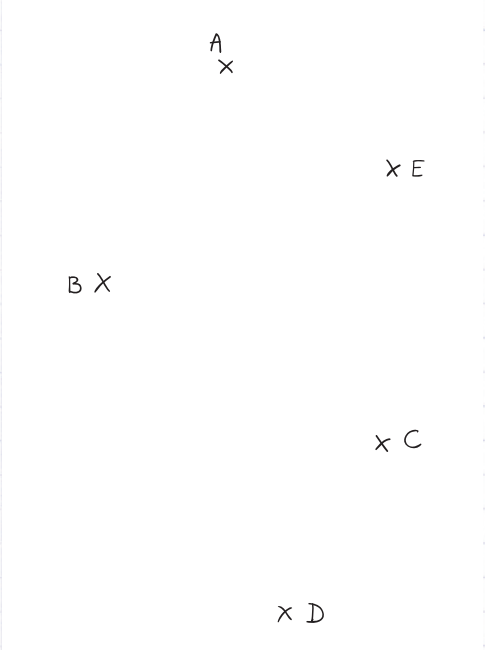
Aire	Longueur de l'arc	Rayon	Angle
80π mm^2			72°
	$3,5\pi$ dm	4,5 dm	
727 cm^2		17,9 cm	
	28,36 m		28°

Que sais-je ?

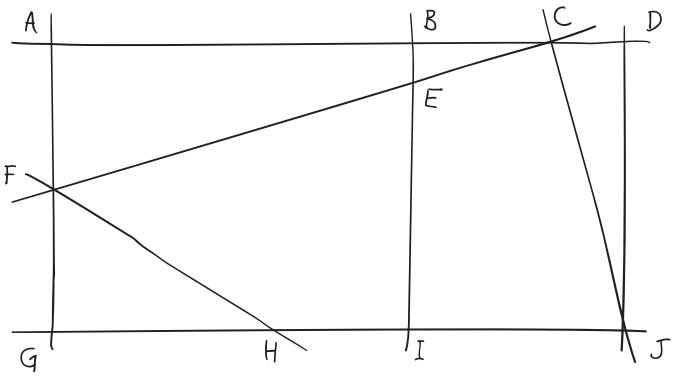
Aide-mémoire
- Triangles remarquables
- Triangle rectangle - vocabulaire
- Somme des angles d'un triangle

Activités
- GM18 à GM21

1 Cite tous les triangles qui te paraissent rectangles dont les sommets peuvent être les points A, B, C, D et E.



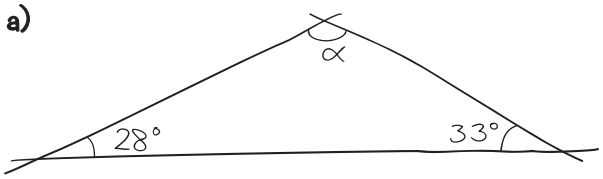
2 Nomme tous les triangles rectangles tracés dans le rectangle ADJG et justifie tes propositions. Colorie en rouge leur hypoténuse.



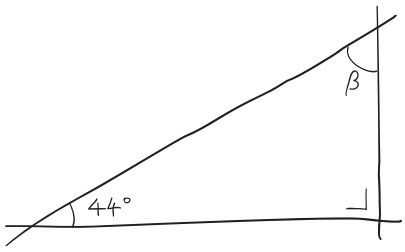
SUITE ➜

3 Quelles sont les mesures des angles α, β et γ des croquis ci-dessous?

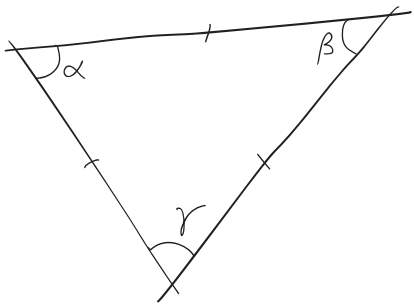
a)



b)



c)



4 En traçant les diagonales d'un quadrilatère, on le divise en quatre parties. Pour quels quadrilatères ces parties sont-elles toujours des triangles rectangles?

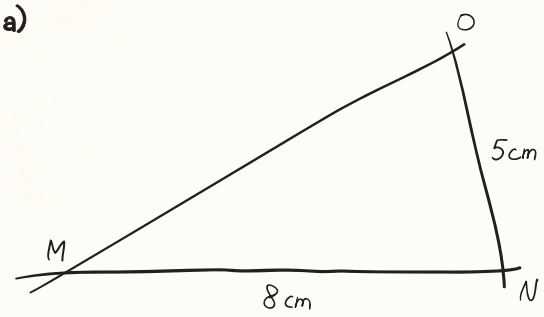
Faire le point

Aide-mémoire
- Triangles remarquables
- Triangle rectangle - vocabulaire
- Somme des angles d'un triangle
- Théorème de Pythagore
- Quadrilatères remarquables

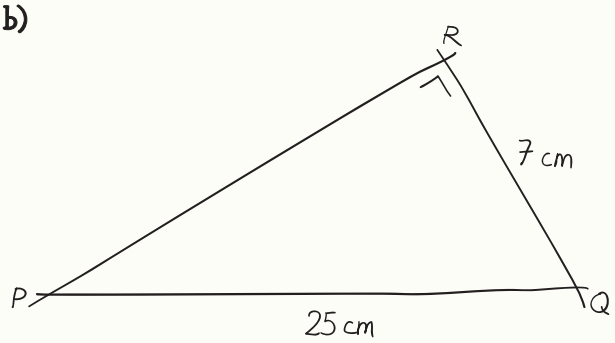
Ressources en ligne

1 Calcule, si possible, la mesure manquante des côtés des triangles suivants :

a)



b)



2 Des deux triangles suivants, y en a-t-il un qui soit rectangle ?

- ABC tel que AB = 2 cm, BC = 3 cm et AC = 2,2 cm
- DEF tel que DE = 8,4 cm, EF = 8,5 cm et DF = 1,3 cm

SUITE ➜

3 Le triangle GHI possède un angle droit en H. Le côté GH vaut 3 cm et le côté HI en vaut le double. Quelle est la longueur du côté GI?

4 Quels sont les quadrilatères dont les diagonales se coupent toujours à angle droit?

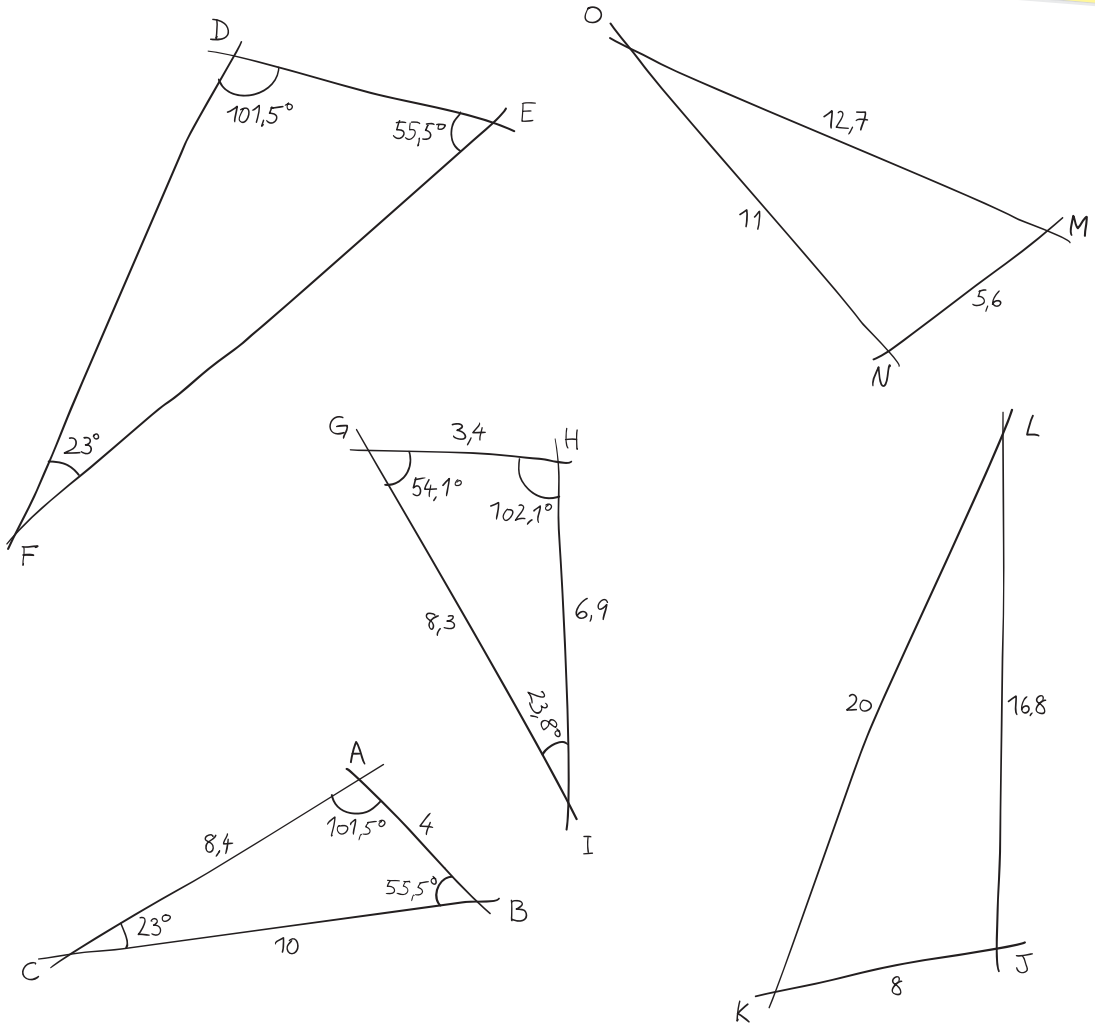
Corrigé en fin de fichier

Que sais-je ?

Aide-mémoire
- Homothétie
- Homothétie – quelques observations
- Cas de similitude des triangles
- Proportionnalité
- Equations – règles d'équivalence

Activités
- GM47 à GM49

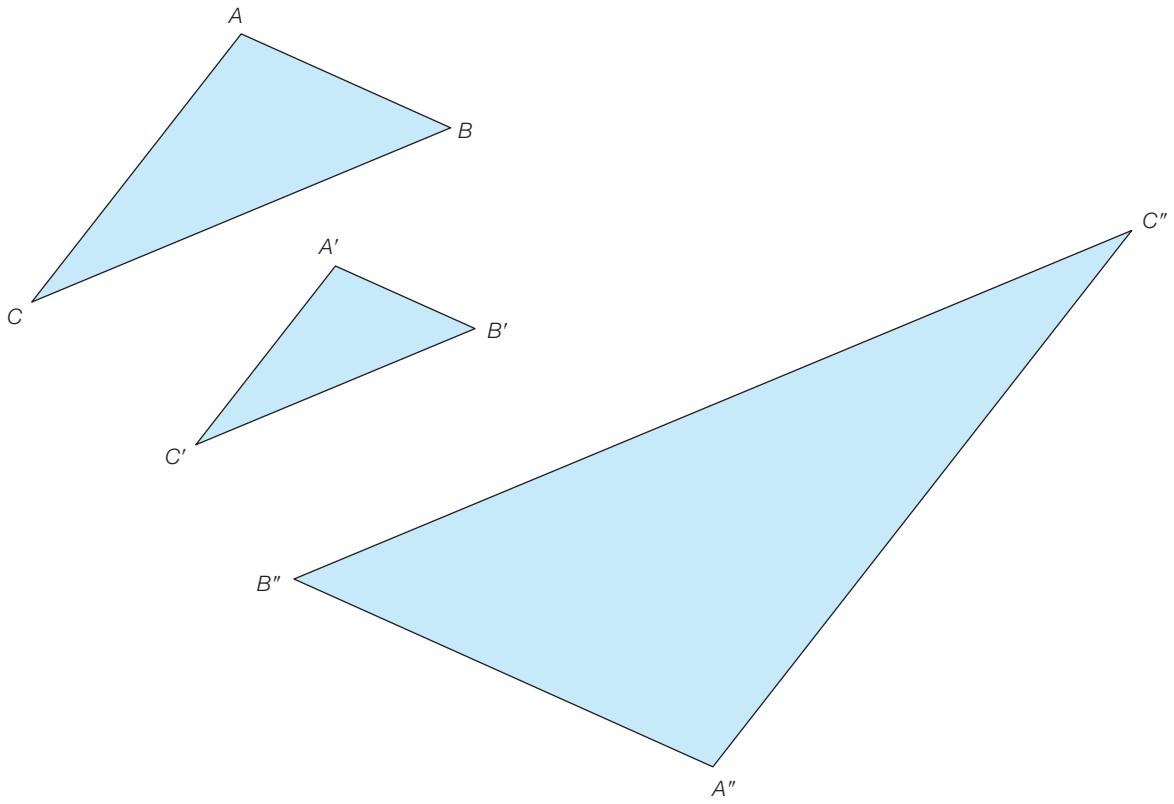
1 Parmi les triangles ci-dessous, lesquels sont semblables ?



Mesures exprimées en centimètres

SUITE ➜

2 Les figures A′B′C′ et A″B″C″ sont les images de ABC par deux homothéties.
Définis pour chaque cas le rapport d'homothétie.



3 Calcule la valeur de x dans chacun des cas.

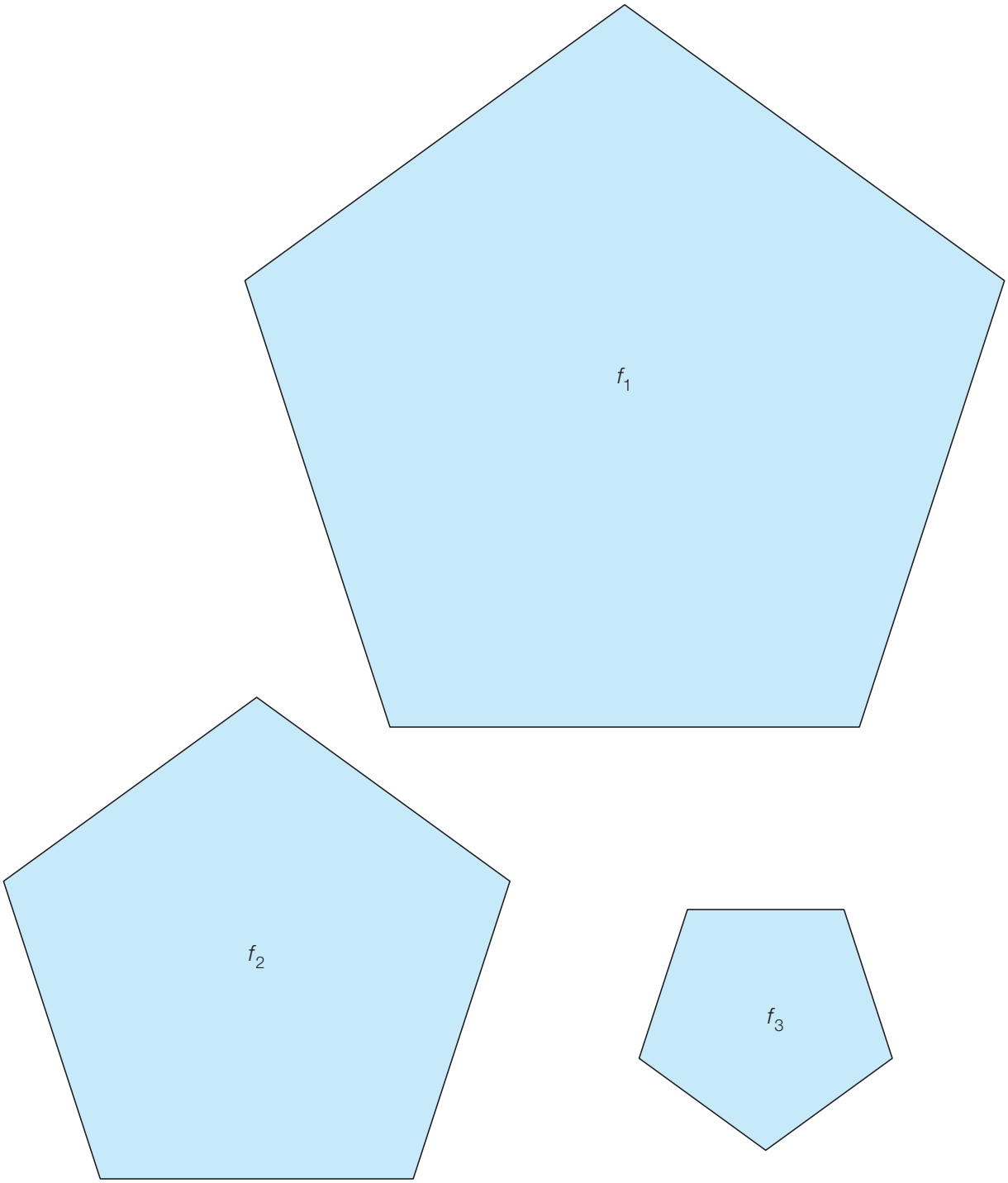
a) $\frac{8}{3} = \frac{x}{6}$

b) $\frac{9}{x} = \frac{6}{11}$

GM47 Homothéties de pentagone

Voici trois figures qui sont l'image l'une de l'autre par une homothétie.

Définis pour chaque cas le rapport d'homothétie.



GM52 Rapports égaux ?

a) Dans chaque cas, prends les mesures nécessaires et complète le tableau.

Rapports des longueurs	$\frac{OA}{OB}$	$\frac{OC}{OD}$	$\frac{AC}{BD}$
Figure 1			
Figure 2			
Figure 3			
Figure 4			

Figure 1

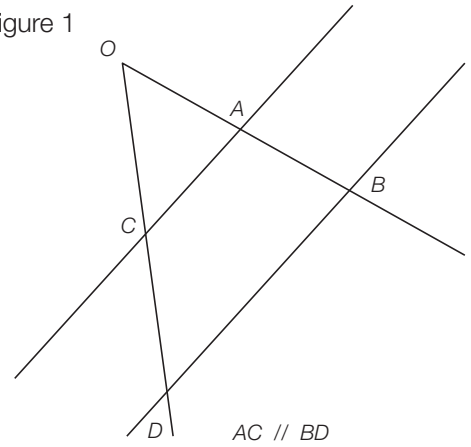


Figure 2

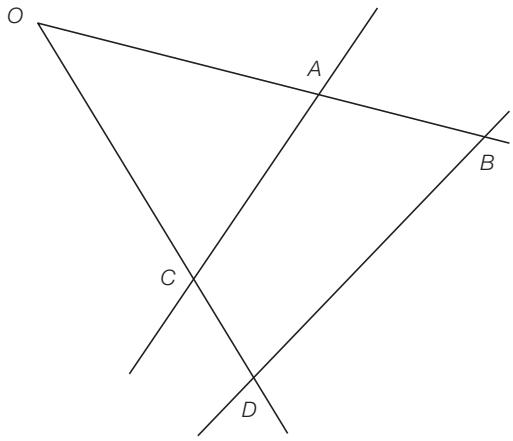


Figure 3

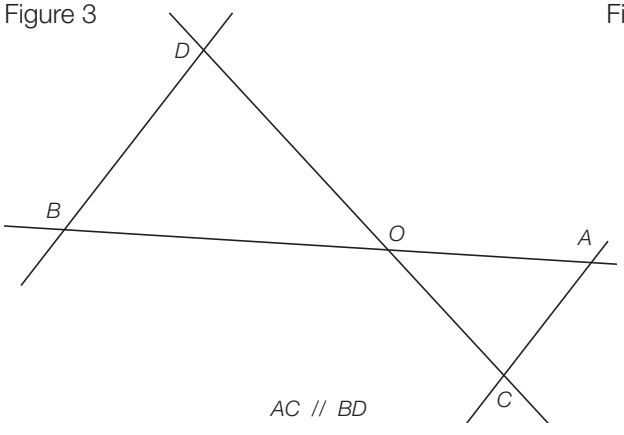
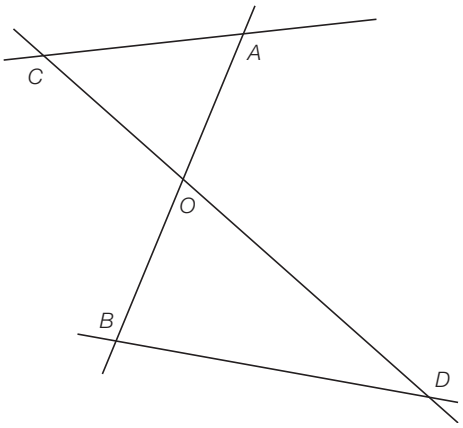


Figure 4

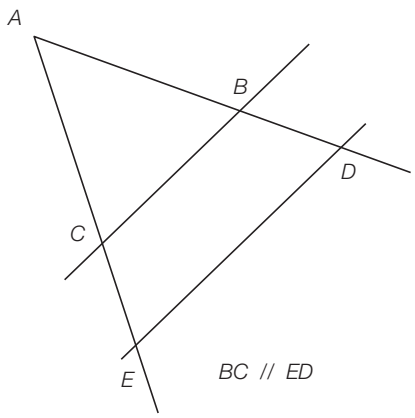


b) Sur la base de tes résultats, quelle(s) conjecture(s) peux-tu émettre ?

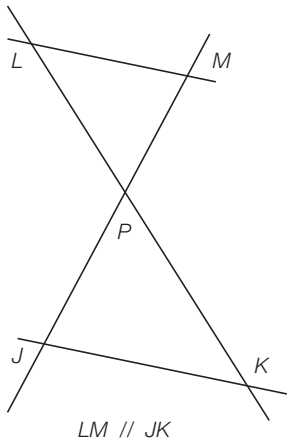
GM54 Uniquement des rapports égaux

Avec les points donnés, écris tous les rapports de longueurs égaux que tu peux trouver à l'intérieur des figures ci-dessous.

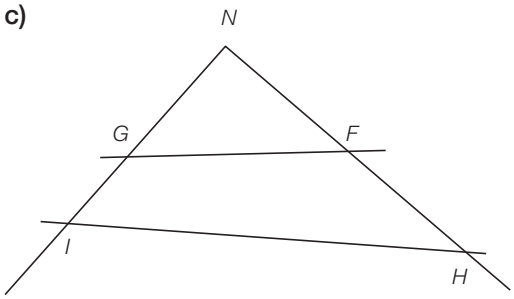
a)



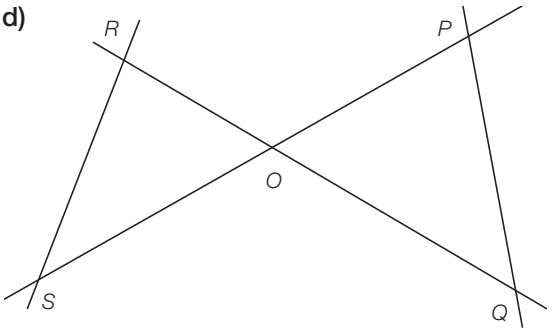
b)



c)



d)



GM55 La mesure comme illustration

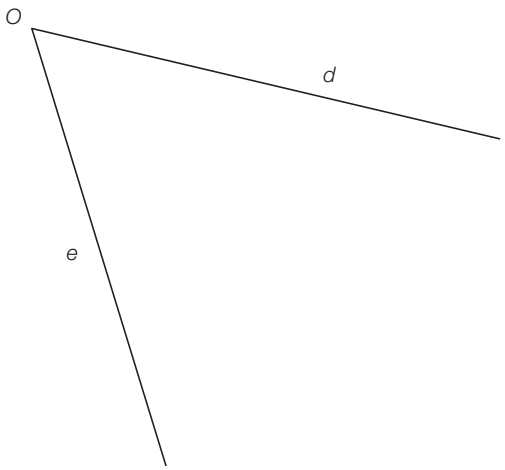
Sur la demi-droite Od, place un point A tel que $OA = 3$ cm et un point B tel que $OB = 4{,}5$ cm.

Place un point C sur la demi-droite Oe tel que $OC = 2$ cm.

Trace la droite AC.

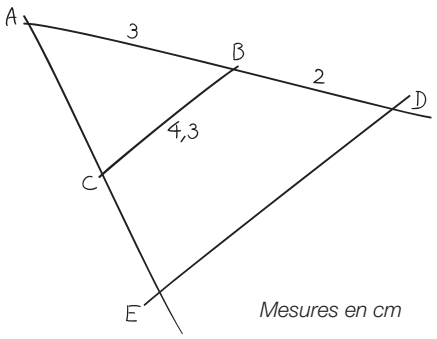
Trace une droite BD // AC avec D sur la demi-droite Oe.

Calcule OD, puis compare le résultat avec la mesure de la longueur sur le dessin.



GM56 Triangles imbriqués

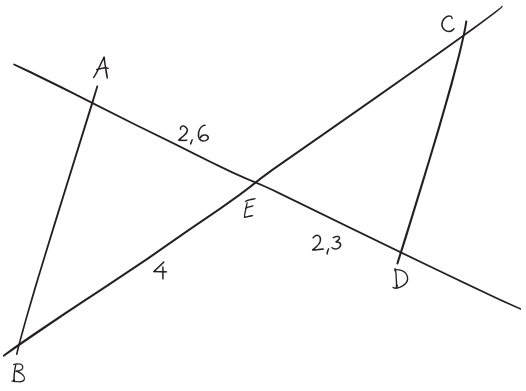
Calcule *DE*.



Mesures en cm
BC // DE

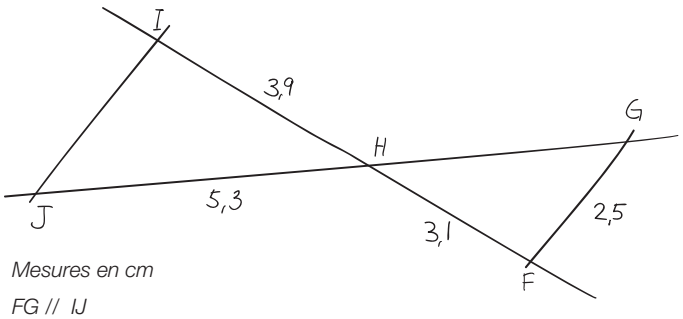
GM57 Nœuds papillons

a) Calcule *EC*.



Mesures en cm
AB // CD

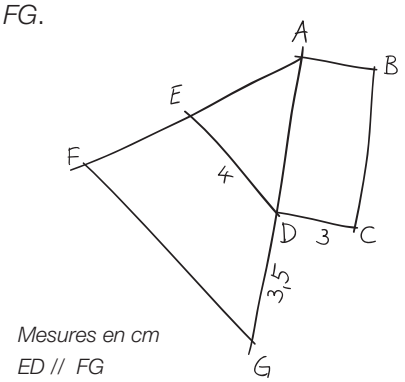
b) Calcule *GH* et *IJ*.



Mesures en cm
FG // IJ

GM62 En passant par l'aire

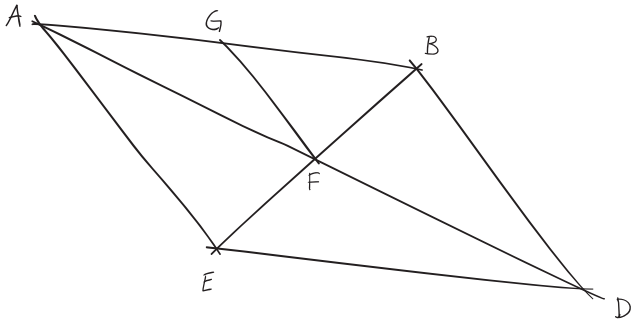
Sachant que l'aire du rectangle *ABCD* mesure 12,3 cm^2, calcule *FG*.



Mesures en cm
ED // FG

GM63 Le côté *BD*

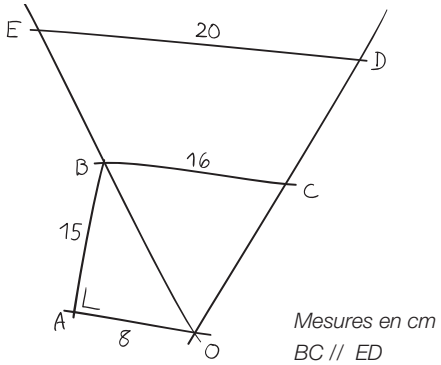
Calcule la mesure du côté *BD* du parallélogramme *ABDE* sachant que : *AD* = 10,4 cm et *FG* = 2,4 cm.



FG // AE

GM64 La longueur de *EB*

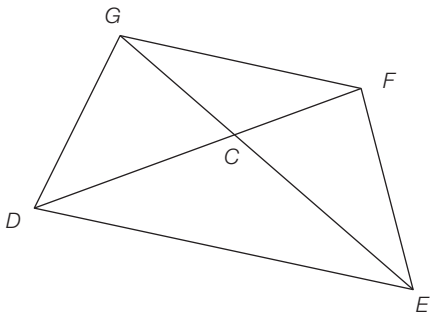
Calcule *EB*.



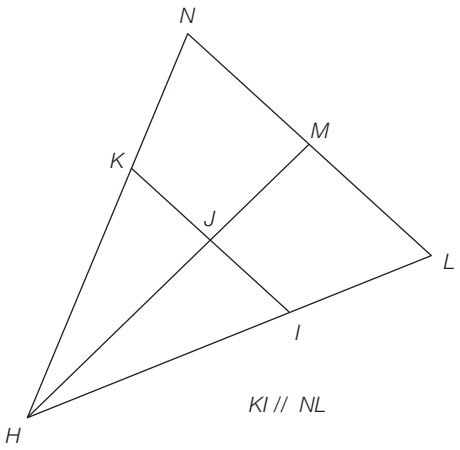
Mesures en cm
BC // ED

GM67 Ressemblance

a) Nomme les triangles semblables que tu peux repérer dans le trapèze *DEFG*.

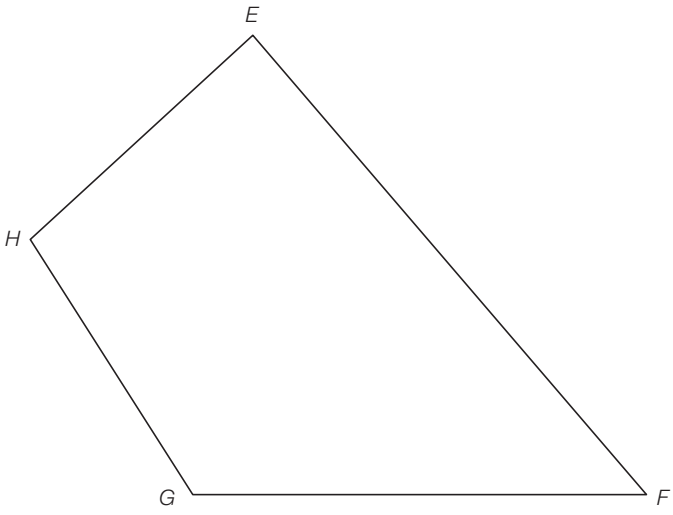


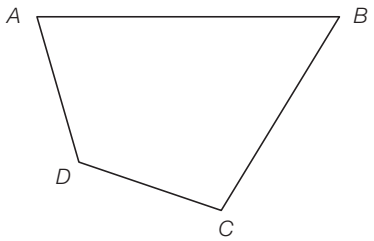
b) Fais de même pour la figure *HLN*.



GM68 Semblables ?

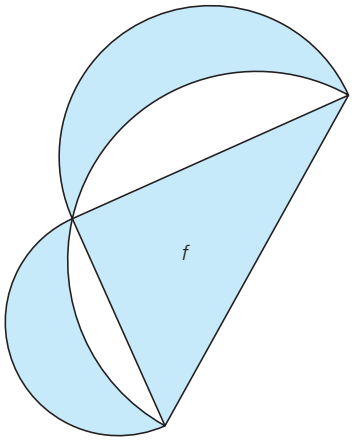
Ces deux quadrilatères sont-ils semblables ?



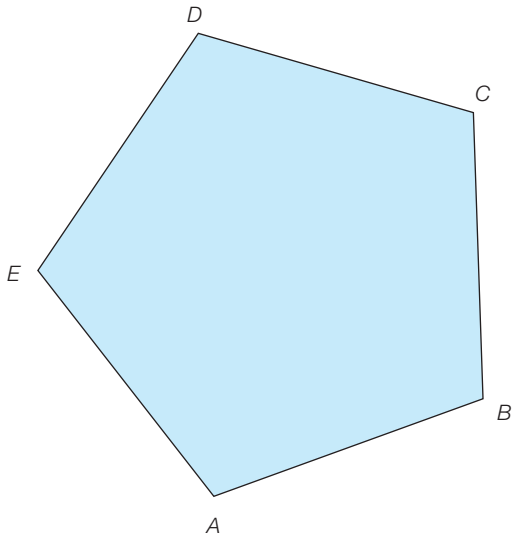


GM71 Méthode d'agrandissement

a) Construis un agrandissement de la figure *f* pour que le petit côté de l'angle droit du triangle rectangle mesure 4,5 cm.



b) Termine la réduction de la figure ci-dessous sans recourir à une quelconque mesure.



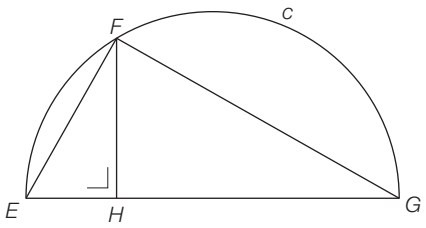


GM72 Arc en cercle

Calcule la longueur du demi-cercle *c*.

EF = 5 cm

EH = 3 cm

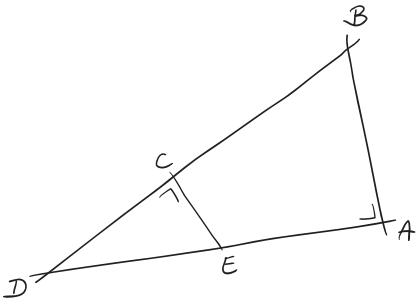


GM73 Le périmètre de *CDE*

L'aire du triangle *ABD* est égale à 1350 cm^2.

AB = 45 cm et *BC* = 55 cm.

Calcule le périmètre du triangle *CDE*.

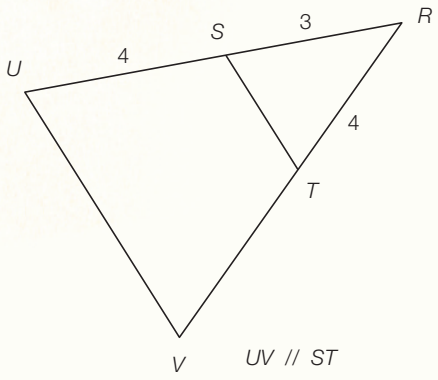


Faire le point

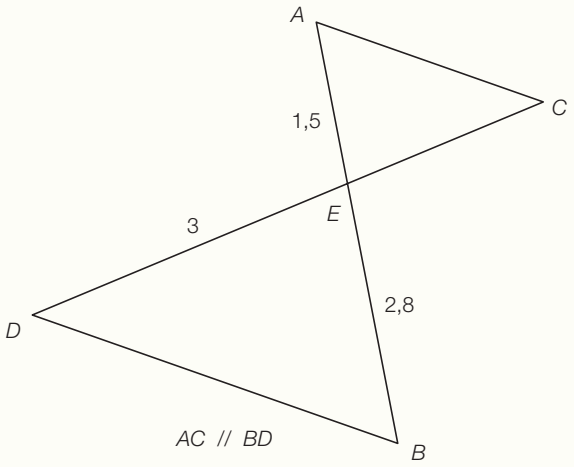
Aide-mémoire
- Théorème de Pythagore
- Théorème de Thalès
- Figures semblables

Ressources en ligne

1 **a)** Calcule TV.



b) Calcule EC.



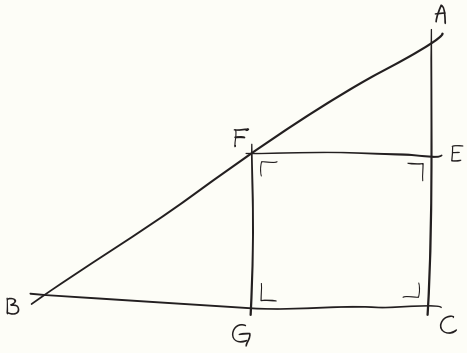
Mesures exprimées en centimètres

2 La figure EFGC est-elle un carré ?

BC = 8 cm

AC = 6 cm

BF = 6 cm

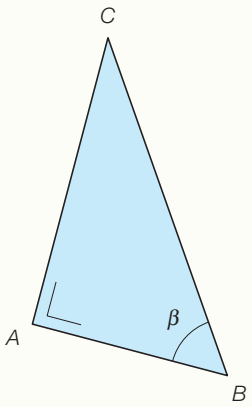


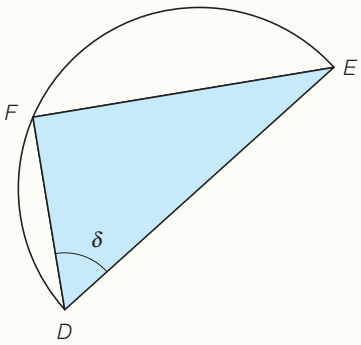
SUITE ➜

3 Au-dessus d'une armoire de 2 m de haut et de 60 cm de profondeur, on a placé un spot lumineux contre le mur. L'ombre de l'armoire s'étend au sol sur 1,2 m depuis le pied de l'armoire.

Calcule la hauteur à laquelle est placé le spot.

4 Calcule, si possible, le périmètre du triangle DEF si : BC = 17 cm, AC = 8 cm, FE = 27 cm, DE est un diamètre du demi-cercle et $\beta = \delta$.



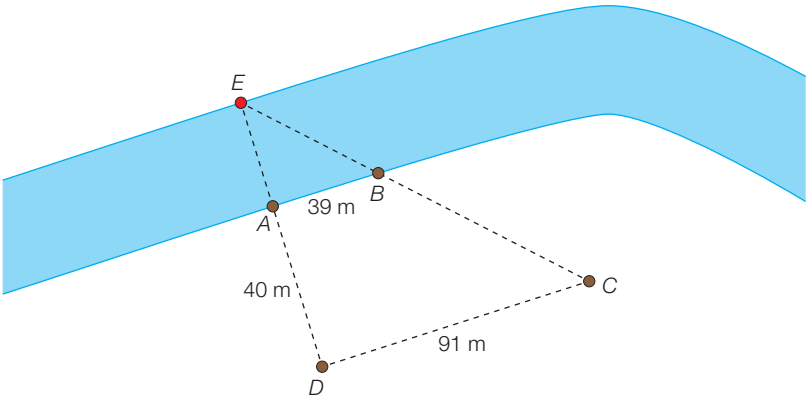


Corrigé en fin de fichier

GM74 Largeur de rivière

Pour mesurer la largeur d'une rivière infranchissable, un géomètre a placé quatre piquets aux points *A*, *B*, *C* et *D* en fonction du point de repère *E* et a mesuré les distances indiquées sur ce plan (*AB* // *DC*).

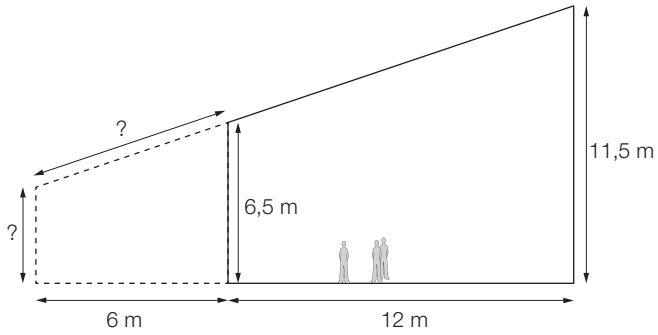
Quelle est la largeur de la rivière ?



GM75 A l'usine

Une usine va être agrandie comme le montre le croquis ci-contre.

Calcule les dimensions manquantes.

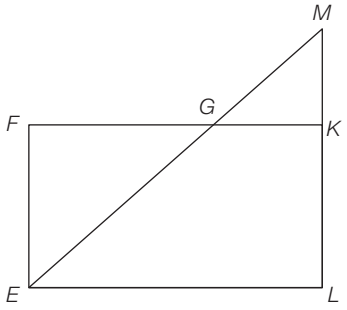


GM76 De l'aire à *EM*

Sur le dessin, *EFKL* est un rectangle dont l'aire vaut 6 cm^2.

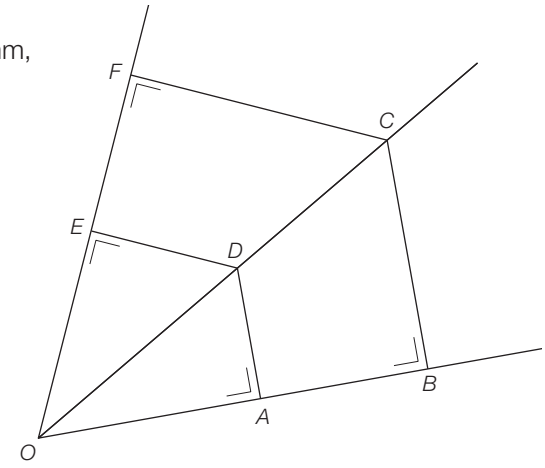
EL = 4 cm et *GK* = 1 cm.

Calcule *EM*.



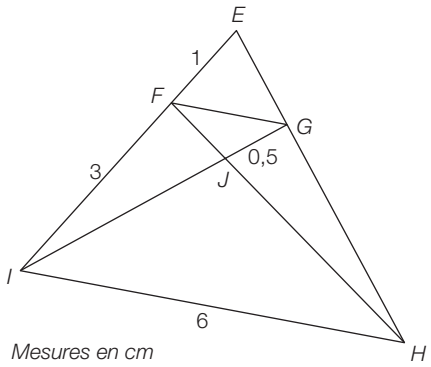
GM77 Sur la toile

Sachant que
OA = 189 mm, *OB* = 252 mm, *OE* = 180 mm et *AD* = 48 mm,
calcule *BC*, *OD*, *OC*, *OF* et *ED*.



GM78 La mesure de *IJ*

Calcule *IJ*.

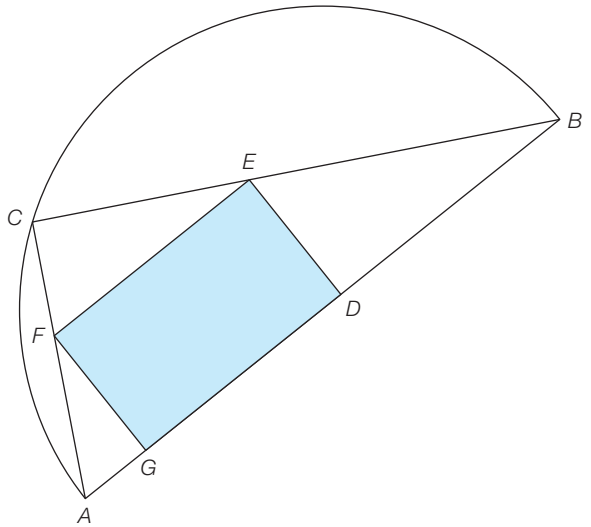


Mesures en cm
FG // IH

GM81 Figures imbriquées

Calcule le périmètre du rectangle *DEFG* si :

FC = 3,6 cm, *EC* = 4,5 cm, *AG* = 1,2 cm et *AB* est un diamètre.



Que sais-je ?

Aide-mémoire
- Unités de volume
- Volume d'un prisme droit

Activités
- GM82 à GM84

1 Transforme.

a) 2,6 dm^3 = cm^3

b) 80 l = m^3

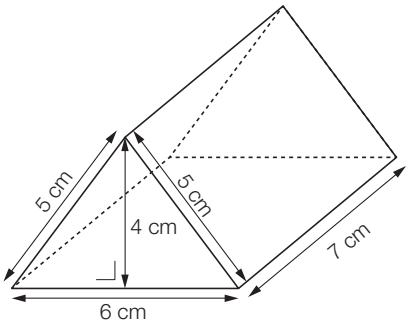
c) 504 l = hl

d) 0,5 l = dm^3

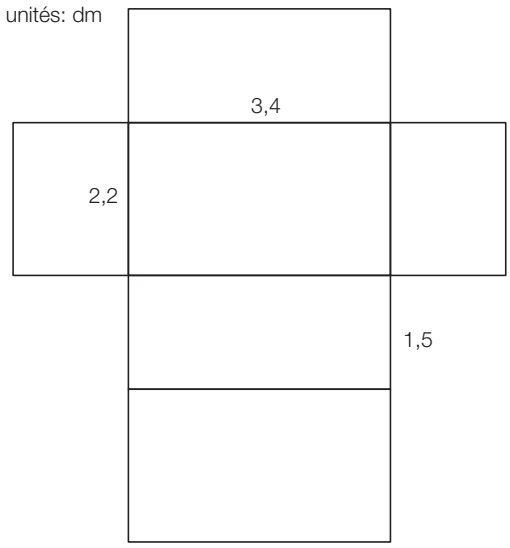
e) 1700 dm^3 = hl

f) 31 mm^3 = cl

2 Colorie en bleu une base de ce prisme droit, puis calcule son aire totale et son volume.



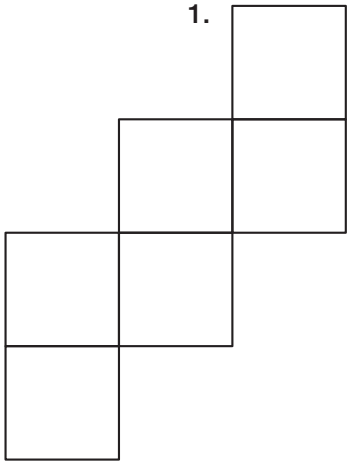
3 Voici le développement d'un parallélépipède rectangle.
Calcule son volume et son aire totale.



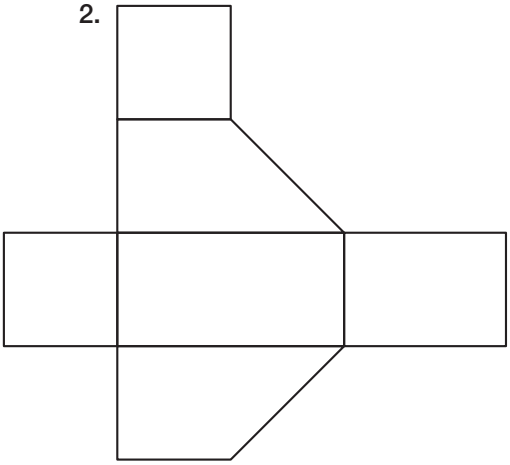
GM82 Quatre développements

Calcule, le plus précisément possible, le volume de ces quatre solides, après avoir mesuré les dimensions nécessaires.

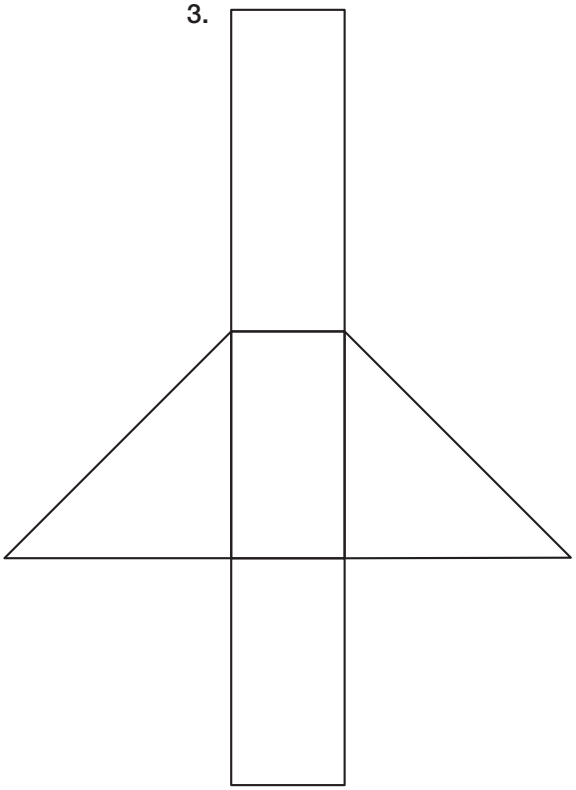
1.



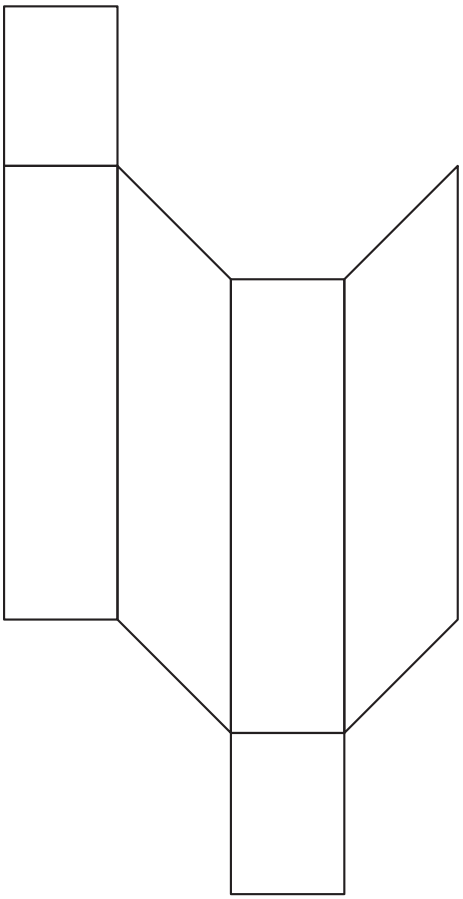
2.



3.



4.



GM83 Volume et capacité

Transforme.

a) 7 dl = _____ cm^3

b) 0,008 m^3 = _____ cm^3

c) 3000 l = _____ hl

d) 19,6 mm^3 = _____ ml

e) 9 m^3 = _____ hl

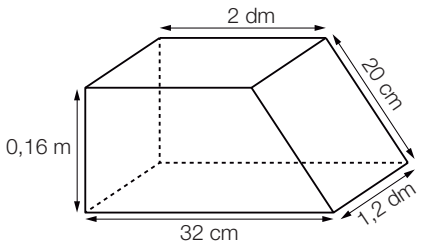
f) 121 dm^3 = _____ m^3

g) 520 hl = _____ l

h) 25 cl = _____ cm^3

GM84 Un pavé de plus

Colorie en bleu une base de ce prisme droit, puis calcule son aire totale et la longueur totale des arêtes.



GM87 Trois prismes droits

Calcule les grandeurs manquantes de ces trois prismes droits.

Aire de la base	Hauteur	Volume
23,4 dm^2	3,5 cm	
34 m^2		193,8 dm^3
	6 dm	4,32 m^3

GM92 Quatre cylindres

Complète les dimensions de ces quatre cylindres.

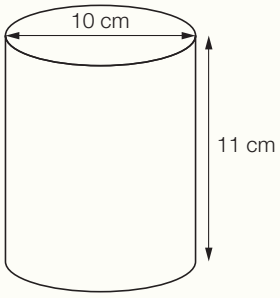
Rayon (dm)	Hauteur (dm)	Aire de la base (dm^2)	Volume (dm^3)
26	15		
		50,3	603,6
	6,5		1654,0
8,2			2112,4

Faire le point

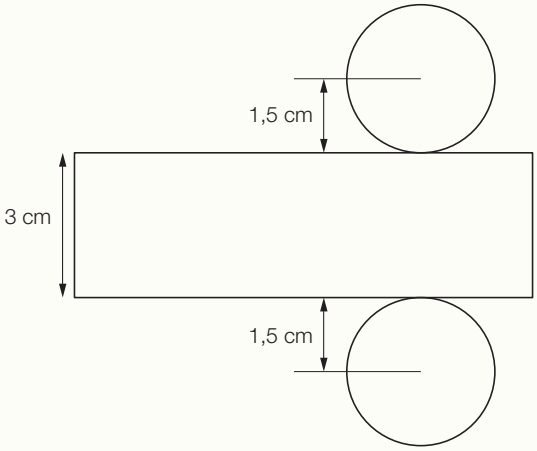
Aide-mémoire
- Aire et volume d'un cylindre
- Aire et volume d'un parallélépipède rectangle ou pavé droit
- Unités de volume

Ressources en ligne

1 Quel est le volume de ce cylindre?



2 Quel est le volume de ce cylindre?



3 Un gratte-ciel, en forme de prisme droit à base carrée, a un volume de 5 000 000 m^3. Sa hauteur est de 500 m.
Quelle est la mesure d'un côté de sa base?

4 Une citerne, de forme cylindrique, a une capacité de 3000 litres.
Quel est son rayon sachant que sa longueur est de 2 m?

Corrigé en fin de fichier

GM101 Quatre cylindres de plus

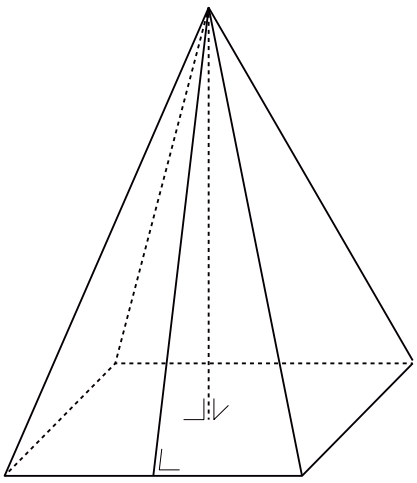
Complète les dimensions de ces quatre cylindres.

Rayon (cm)	Hauteur (cm)	Aire latérale (cm^2)	Aire totale (cm^2)
8	12		
7	7		
5		125,66	
	9	1130,97	

GM111 Vocabulaire de la pyramide

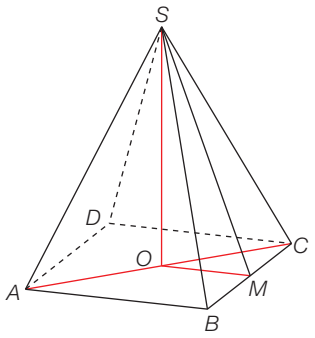
Sur la pyramide à base carrée ci-dessous, place les noms suivants :

Hauteur d'une face latérale – Hauteur de la pyramide – Base de la pyramide – Arête – Sommet de la pyramide



GM116 Dans une pyramide

Complète le tableau ci-dessous, sachant qu'il se réfère chaque fois à une pyramide régulière à base carrée. *SO* est sa hauteur et *SM* la hauteur d'une de ses faces.



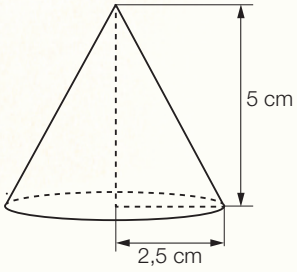
	Pyramide 1	Pyramide 2	Pyramide 3	Pyramide 4
AB (cm)	4			
AC (cm)		8		
Aire$_{ABCD}$ (cm^2)			42,5	
OM (cm)				2,3
SO (cm)	7			
SM (cm)		16		9,5
SC (cm)				
Aire totale (cm^2)				
Volume (cm^3)			823,9	

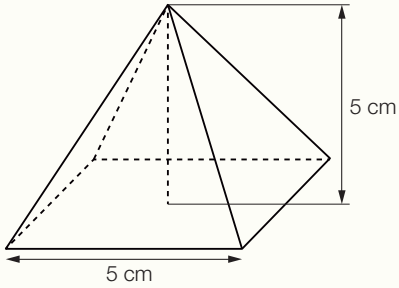
Faire le point

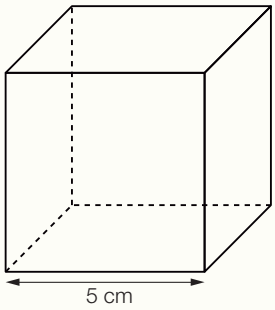
Aide-mémoire
- Volume d'une pyramide
- Volume d'un cône
- Aire et volume d'une boule

Ressources en ligne

1 Classe ces trois objets dans l'ordre décroissant de leur volume sans faire de calcul. Contrôle ton classement en calculant le volume de chaque objet.







2 La pyramide de Mykérinos, la plus petite des trois pyramides de Gizeh, est une pyramide régulière à base carrée dont la hauteur mesure 66 m et le côté de la base 54 m.

Calcule l'aire totale de ses faces latérales.

SUITE ➜

3 Le volume d'un cône est de $320\,\pi$ cm^3.

Quelle est la mesure de son rayon si sa hauteur vaut 15 cm?

4 Le diamètre de ce ballon de gymnastique mesure 75 cm.

Calcule son aire.



5 Le volume d'une boule est de 179,6 dm^3.

Quelle est la mesure de son rayon?

Corrigé en fin de fichier

Que sais-je ?

Aide-mémoire
- Unités de volume
- Unités de temps
- Unités de masse

Activités
- GM148 à GM150

1 Transforme :

a)	822 dm^3	=	hl	**d)**	0,7 l	=	dm^3
b)	1,5 h	=	min	**e)**	9000 sec	=	h min
c)	2,22 g	=	mg	**f)**	1200 kg	=	t

2 Combien de canettes de 3,3 décilitres peut-on remplir avec une cuve contenant 1000 litres ?

3 Selon l'Office fédéral de la statistique, dans les familles avec trois enfants à la maison, les hommes consacrent chaque semaine, en moyenne, deux heures et quarante-huit minutes à préparer les repas.

a) Combien d'heures cela représentera-t-il par mois ?

b) Et par jour ?

4 On peut estimer qu'un emballage de 1 kg de riz contient environ 80 000 grains.

Quelle est, approximativement, la masse d'un grain de riz ?

GM148 Transformations entre volumes et capacités

Transforme.

a) 450 l = _____ m^3

b) 1,07 dm^3 = _____ dl

c) 8 mm^3 = _____ ml

d) 0,0061 dal = _____ mm^3

e) 5 m^3 = _____ hl

f) 900 cl = _____ dm^3

GM151 Passages

Transforme.

a) 10 m/s = _____ km/h

b) 20 km/h = _____ m/min

c) 50 km/h = _____ m/s

d) 0,1 m/s = _____ km/h

e) 0,72 km/h = _____ m/s

f) 1 800 000 m/min = _____ km/h

GM156 Le livreur

Chaque jour, un livreur note quelques informations sur sa journée de travail.
Complète ce tableau qui correspond à une de ses semaines.

	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi
Heure de départ	11 h		9 h 50 min	13 h 15 min	
Heure d'arrivée	15 h	9 h 27 min		17 h 03 min	19 h 29 min
Durée du parcours		1 h 12 min	1 h 40 min		6 h 54 min
Distance parcourue	120 km		100 km		690 km
Vitesse moyenne		55 km/h		45 km/h	

GM164 Mesures réalistes ?

Entoure les mesures les plus réalistes.

Débit d'un robinet	14 ml/s	14 l/min	140 l/s	1400 l/s
Vitesse d'un marcheur	5 m/s	0,5 km/h	0,05 km/s	5 km/h
Débit d'un grand fleuve	1000 m^3/h	100 m^3/s	10000 m^3/s	100 km^3/h
Masse volumique de la glace	917 kg/dm^3	917 g/dm^3	917 g/km^3	917 kg/mm^3
Vitesse d'un escargot	5 km/h	5 m/s	5 mm/h	5 cm/min
Vitesse d'un avion de ligne	850 m/s	850 km/h	850 km/min	850 m/h
Masse volumique du bois de hêtre	80 kg/dm^3	80 kg/m^3	800 kg/m^3	8 g/m^3
Débit d'une connexion Internet privée	8 Mo/s	800 Mo/s	8 Ko/s	8 To/s

Faire le point

Aide-mémoire
- Unités de volume
- Unités de temps
- Unités de masse
- Vitesse
- Masse volumique

Ressources en ligne

1 Transforme :

a) 108 km/h = _____ m/s

b) 300 m/s = _____ km/h

c) 1900 m^3/s = _____ l/min

d) 7200 l/h = _____ dm^3/s

e) 20 000 kg/m^3 = _____ kg/dm^3

f) 150 g/dm^3 = _____ kg/m^3

2 Le compteur de mon vélo indique que j'ai parcouru 49,5 km à une vitesse moyenne de 22 km/h. Combien de temps ai-je roulé ?

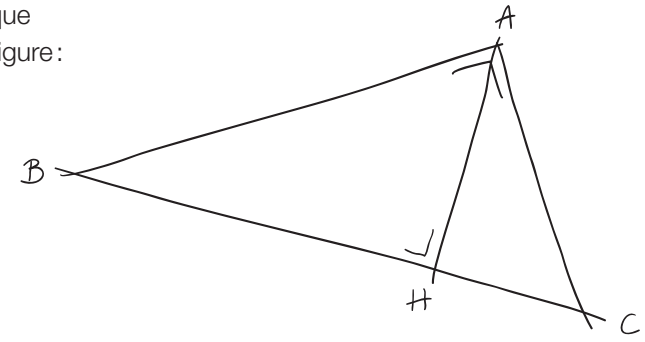
3 Un gros orage provoque une inondation dans une cave de 30 m^2. L'eau atteint une hauteur de 20 cm. Avec une pompe qui permet un débit de 580 litres/min, en combien de temps sera-t-il possible de vider complètement l'eau qui s'est déversée dans la cave ?

4 Un camion-citerne d'une masse de 8 tonnes à vide contient 20 m^3 de mazout. Détermine la masse totale du camion, sachant que la masse volumique du mazout est de 840 g/dm^3.

Corrigé en fin de fichier

GM175 Que des triangles semblables

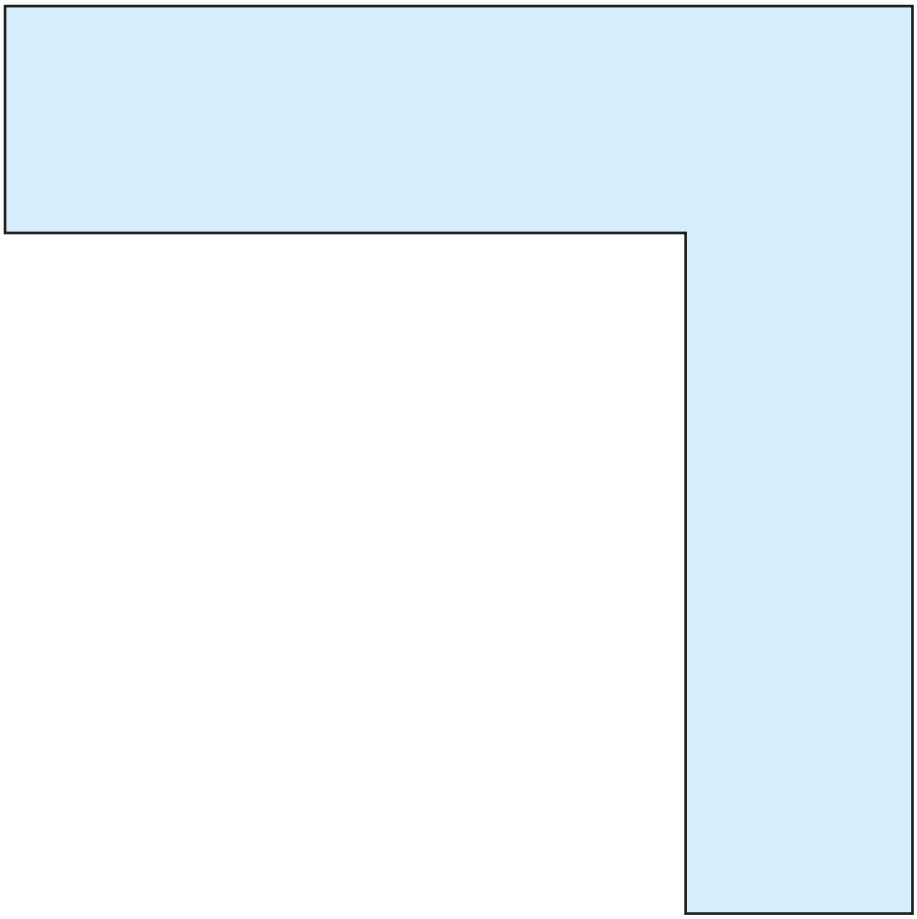
Complète ce tableau afin de déterminer, dans chaque cas, les mesures des côtés des triangles de cette figure :



	a)	b)	c)	d)
BC (cm)				
AB (cm)	15		2	
AC (cm)	8			
CH (cm)		25		4
BH (cm)			1	9
AH (cm)		60		

RS1 Le L

Au moyen d'une seule droite, comment partager la figure dessinée ci-dessous en trois parties de même aire ?



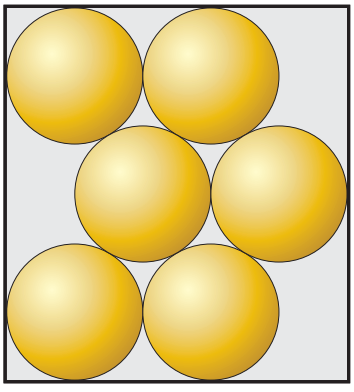
RS4 Les boules de Noël

Mellie possède six boules de Noël, toutes isométriques, de 9 cm de diamètre.

Elles sont rangées et bien calées dans une boîte en forme de parallélépipède rectangle, comme le montre l'illustration ci-contre.

La hauteur de la boîte vaut 9 cm exactement, de façon que les boules ne se cassent pas si la boîte est secouée.

Calcule les deux autres dimensions de cette boîte.



Boîte ouverte vue de dessus

RS7 Hôtel Ubus

A l'Hôtel Ubus, les seize clients présents de vendredi à lundi changent de chambre chaque matin, en suivant les indications écrites sur la porte, à l'intérieur de leur chambre.

Derrière chaque porte de chambre est indiqué le numéro de la chambre où passer la nuit suivante. Par exemple, derrière la porte de la chambre nº 4 il est écrit : « Demain, allez dormir dans la chambre nº 5. »

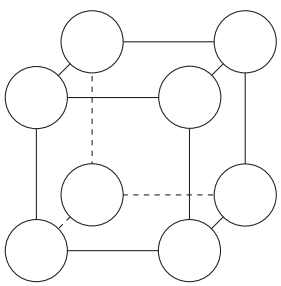
Les clients de cet hôtel portent chacun le nom de mathématiciens – dont deux mathématiciennes (Sophie Germain et Maria Agnesi) – célèbres nés entre le XIIIe siècle et le XIXe siècle.

Complète le plan d'occupation des chambres ci-dessous.

Chambre	Occupant vendredi soir	Occupant samedi soir	Occupant dimanche soir
1	Agnesi		Riemann
2	Bernoulli		Pascal
3	Cauchy		Agnesi
4	Descartes		Monge
5	Euler	Descartes	Neper
6	Fibonacci		Gauss
7	Gauss		Lebesgue
8	Hermite		Euler
9	Jordan		Hermite
10	Kronecker		Descartes
11	Lebesgue		Bernoulli
12	Monge		Germain
13	Neper		Jordan
14	Pascal		Fibonacci
15	Riemann		Cauchy
16	Germain		Kronecker

RS11 Cube magique

Place les nombres naturels de 1 à 8 sur les sommets du cube, de telle manière que la somme des nombres de chaque face soit la même.

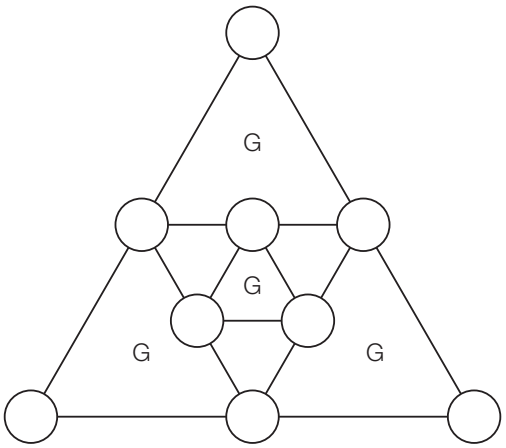


RS20 La prison

Cette prison est composée de neuf cellules circulaires. Quatre gardiens (G) sont chargés de la surveillance des 45 prisonniers de l'établissement.

- Chaque gardien surveille les cellules situées autour de la pièce dans laquelle il se trouve.
- Chaque gardien surveille exactement 17 prisonniers.
- Aucune cellule n'est vide.
- Deux cellules distinctes ne contiennent pas le même nombre de prisonniers.

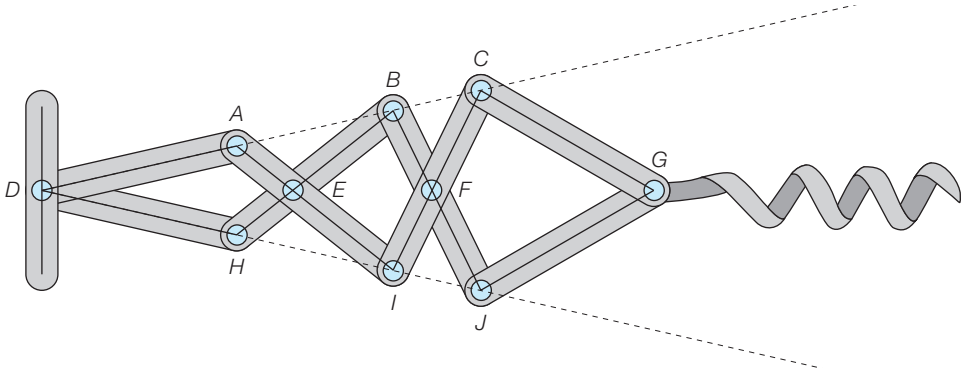
Comment sont répartis les 45 prisonniers ?



RS21 Drôle de tire-bouchon

Ce prototype de tire-bouchon est constitué de huit tiges métalliques de même longueur, s'articulant autour de tous les points indiqués.





Si les deux tiges arrivant à la vrille forment entre elles un angle de 60° ($\widehat{CGJ}$), calcule la mesure de l'angle formé par les deux tiges partant de la poignée ($\widehat{ADH}$).