

Corrections du TD de Physique

11^{ème} année Sciences

Programme du Mali

Solutions complètes et rédigées

Table des matières

1	Mesures et unités	5
2	Champ gravitationnel	9
3	Champ électrostatique	13
4	Condensateurs	17
5	Champ magnétique	21
6	Cinématique et dynamique	23
7	Énergie mécanique	27
8	Ondes mécaniques	29
9	Optique géométrique	31

Chapitre 1

Mesures et unités

Réponses aux questions de cours

1. $m = 150,5 \pm 0,2$ g signifie que la valeur vraie est comprise entre 150,3 g et 150,7 g ; $\Delta m = 0,2$ g est l'incertitude absolue et $0,2/150,5 \approx 0,13\%$ est l'incertitude relative.
2. 1200 est ambigu car on ne sait pas si les zéros sont significatifs (2, 3 ou 4 CS). On lève l'ambiguïté par la notation scientifique : $1,2 \times 10^3$ (2 CS), $1,20 \times 10^3$ (3 CS), etc.
3. La **précision** est la dispersion des mesures (reproductibilité). L'**exactitude** est l'écart entre la valeur mesurée et la valeur vraie.
4. Somme/différence : $\Delta(a \pm b) = \Delta a + \Delta b$. Produit/quotient : $\frac{\Delta(ab)}{ab} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$. Puissance : $\frac{\Delta(a^n)}{a^n} = |n| \frac{\Delta a}{a}$.
5. L'analyse dimensionnelle vérifie qu'une formule est **homogène** (mêmes dimensions des deux membres). Elle permet de retrouver des formules et de détecter des erreurs.

Exercice 1 – Incertitude absolue

a) $\Delta m = \frac{5}{100} \times 150 = \boxed{7,5 \text{ g}}$

b) $m_0 - \Delta m \leq m \leq m_0 + \Delta m \Rightarrow \boxed{142,5 \leq m \leq 157,5 \text{ g}}$

Exercice 2 – Surface d'un cercle

a) $\Delta R = 1,1 \text{ mm} = 0,11 \text{ cm}$. Précision relative : $\frac{\Delta R}{R} = \frac{0,11}{5,5} = 0,02 = \boxed{2\%}$

b) $S = \pi R^2 = \pi \times (5,5)^2 = \boxed{95,03 \text{ cm}^2}$

$$\frac{\Delta S}{S} = 2 \frac{\Delta R}{R} = 4\% \quad \text{donc} \quad \Delta S = 0,04 \times 95,03 = 3,80 \text{ cm}^2$$

$$\boxed{S = 95,03 \pm 3,80 \text{ cm}^2}$$

Exercice 3 – Épaisseur d'un cylindre creux

$$e = \frac{D_e - D_i}{2} = \frac{26,7 - 19,5}{2} = \frac{7,2}{2} = \boxed{3,6 \text{ mm}}$$

Pour l'incertitude (règle de la somme appliquée au numérateur, puis division par 2) :

$$\Delta e = \frac{\Delta D_e + \Delta D_i}{2} = \frac{0,1 + 0,1}{2} = \boxed{0,1 \text{ mm}}$$

$$\boxed{e = 3,6 \pm 0,1 \text{ mm}}$$

Exercice 4 – Volume d'un cube

a) $V = a^3 = (15,2)^3 = \boxed{3511,8 \approx 3512 \text{ mm}^3}$

$$\frac{\Delta V}{V} = 3 \frac{\Delta a}{a} = 3 \times \frac{0,5}{15,2} = 0,0987 \approx 9,9\%$$

$$\Delta V = 0,0987 \times 3512 \approx \boxed{347 \text{ mm}^3}$$

$$\boxed{V = 3512 \pm 347 \text{ mm}^3}$$

b) Précision sur V : 9,9%. Précision sur a : 3,3%. La précision sur le volume est **trois fois** celle sur le côté (règle des puissances, $|n| = 3$).

Exercice 5 – Densité d'un liquide

a) $d = \frac{m - m_1}{m - m_2} = \frac{150,2 - 45,2}{150,2 - 55,0} = \frac{105,0}{95,2} = \boxed{1,103}$

b) En utilisant la formule fournie ($\Delta m = \Delta m_1 = \Delta m_2 = 0,1 \text{ g}$) :

$$\frac{\Delta d}{d} \approx \Delta m \left(\frac{1}{m - m_1} + \frac{1}{m - m_2} \right) = 0,1 \times \left(\frac{1}{105} + \frac{1}{95,2} \right) = 0,1 \times 0,02003 = 0,002$$

$$\Delta d = 0,002 \times 1,103 \approx \boxed{0,002}$$

c)

$$\boxed{d = 1,103 \pm 0,002}$$

Exercice 6 – Analyse dimensionnelle

a) $\left[\sqrt{\frac{F}{\mu}} \right] = \sqrt{\frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}}} = \sqrt{\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}} = \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = [v] \checkmark$

b) $\left[2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \right] = \sqrt{\frac{\text{m}}{\text{m} \cdot \text{s}^{-2}}} = \sqrt{\text{s}^2} = \text{s} = [T] \checkmark$

c) $\left[k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \right] = \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \times \frac{\text{C}^2}{\text{m}^2} = \text{N} = [F] \checkmark$

d) $\left[\frac{1}{2} C U^2 \right] = \text{C}^2 \cdot \text{J}^{-1} \times \text{V}^2 = \text{C}^2 \cdot \text{J}^{-1} \times \frac{\text{J}^2}{\text{C}^2} = \text{J} = [W] \checkmark$

Rappel

$$[V] = [J/C], \text{ donc } [V^2] = [J^2 \cdot C^{-2}].$$

Exercice 7 – Problème synthèse : mesure de g

Données : $T = 1,98 \pm 0,02 \text{ s}$, $L = 97,5 \pm 0,5 \text{ cm} = 0,975 \pm 0,005 \text{ m}$.

a) $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} = \frac{4 \times 9,8696 \times 0,975}{(1,98)^2} = \frac{38,491}{3,9204} = \boxed{9,82 \text{ m/s}^2}$

b) $\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta L}{L} + 2 \frac{\Delta T}{T} = \frac{0,5}{97,5} + 2 \times \frac{0,02}{1,98} = 0,00513 + 0,02020 = 0,02533 \approx \boxed{2,5\%}$

c) $\Delta g = 0,02533 \times 9,82 = 0,249 \approx 0,25 \text{ m/s}^2$

$$g = 9,82 \pm 0,25 \text{ m/s}^2$$

d) Écart : $|g - g_{\text{réf}}| = |9,82 - 9,81| = 0,01 \text{ m/s}^2$. Or $2\Delta g = 0,50 \text{ m/s}^2$.
Comme $0,01 < 0,50$, la mesure est **compatible** avec $g_{\text{réf}} = 9,81 \text{ m/s}^2$. ✓

Remarque

L'incertitude dominante provient de la mesure de T (contribution 2,0% contre 0,5% pour L). Pour améliorer la mesure, on doit mesurer T plus précisément, par exemple en chronométrant N périodes et en divisant par N .

Chapitre 2

Champ gravitationnel

Réponses aux questions de cours

1. **Force gravitationnelle** : force d'attraction entre deux masses $F = Gm_1m_2/r^2$.
Champ de gravitation : $\vec{g}(M) = -GM\vec{u}_r/r^2$, force par unité de masse. **Champ de pesanteur** : champ de gravitation terrestre à la surface, $g_0 \approx 9,8 \text{ m/s}^2$.
2. **Champ radial** : dirigé selon $\vec{r}$, intensité $\propto 1/r^2$ (autour d'un corps sphérique).
Champ uniforme : intensité et direction constantes (approximation locale près de la surface terrestre).
3. Si $m_1 \rightarrow 2m_1$, $m_2 \rightarrow 2m_2$, $r \rightarrow 2r$: $F' = G(2m_1)(2m_2)/(2r)^2 = 4Gm_1m_2/4r^2 = F$. La force reste **inchangée**.
4. Loi de Newton : $F = Gm_1m_2/r^2$. Elle est « universelle » car elle s'applique à tous les corps massifs, à toutes les échelles et à toutes les distances.
5. Le champ est uniforme quand on peut négliger les variations de g avec la position : près de la surface terrestre sur de faibles distances ($\ll R_T$).
6. $g_h = g_0 \left(\frac{R_T}{R_T + h} \right)^2$. Le champ décroît avec l'altitude.

Exercice 1 – Champ de pesanteur terrestre

- a) $g_0 = \frac{GM_T}{R_T^2} = \frac{6,67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6,4 \times 10^6)^2} = \frac{4,002 \times 10^{14}}{4,096 \times 10^{13}} = \boxed{9,77 \text{ m/s}^2}$
- b) $P = m g_0 = 75 \times 9,77 = \boxed{733 \text{ N}}$

Exercice 2 – Variation du champ avec l'altitude

- a) $R_T + h = 6,4 \times 10^6 + 3 \times 10^5 = 6,7 \times 10^6 \text{ m}$
 $g_h = 9,77 \times \left(\frac{6,4}{6,7} \right)^2 = 9,77 \times 0,914 = \boxed{8,93 \text{ m/s}^2}$ $P_h = 75 \times 8,93 = \boxed{670 \text{ N}}$
- b) Poids réduit de 20% $\Rightarrow g_h = 0,8 g_0$:
 $\left(\frac{R_T}{R_T + h} \right)^2 = 0,8 \Rightarrow \frac{R_T}{R_T + h} = \sqrt{0,8} \Rightarrow h = R_T \left(\frac{1}{\sqrt{0,8}} - 1 \right) = 6400 \times 0,118 \approx \boxed{755 \text{ km}}$
- c) $g_h = g_0/2$:
 $\left(\frac{R_T}{R_T + h} \right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow R_T + h = R_T\sqrt{2} \Rightarrow \boxed{h = R_T(\sqrt{2} - 1) \approx 2650 \text{ km}}$

Exercice 3 – Force gravitationnelle Terre-Lune

$$\text{a) } F = G \frac{M_T M_L}{d^2} = 6,67 \times 10^{-11} \times \frac{6 \times 10^{24} \times 7,3 \times 10^{22}}{(3,84 \times 10^8)^2} = \boxed{1,98 \times 10^{20} \text{ N}}$$

b) Par la 3^e loi de Newton, la Lune exerce sur la Terre une force de **même valeur** ($1,98 \times 10^{20}$ N) et de **direction opposée**.

$$\text{c) } g_{T \rightarrow L} = \frac{GM_T}{d^2} = \frac{4,002 \times 10^{14}}{(3,84 \times 10^8)^2} = \boxed{2,71 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2}$$

Exercice 4 – Boules de pétanque et champ terrestre

$$\text{a) } F = G \frac{m^2}{r^2} = 6,67 \times 10^{-11} \times \frac{(0,7)^2}{(0,3)^2} = 6,67 \times 10^{-11} \times \frac{0,49}{0,09} = \boxed{3,63 \times 10^{-10} \text{ N}}$$

$$\text{b) } P = mg = 0,7 \times 9,8 = \boxed{6,86 \text{ N}}$$

c) $\frac{F}{P} = \frac{3,63 \times 10^{-10}}{6,86} \approx 5,3 \times 10^{-11}$. La force gravitationnelle est environ 10^{11} fois plus faible que le poids : elle est **totalelement négligeable** entre objets courants. La gravitation n'est significative qu'à l'échelle des masses planétaires.

d) La force gravitationnelle est toujours **attractive**.

Exercice 5 – Satellite géostationnaire

a) Équilibre des forces (centripète = gravitationnelle) :

$$\frac{mv^2}{R_T + h} = G \frac{M_T m}{(R_T + h)^2} \Rightarrow v^2 = \frac{GM_T}{R_T + h} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}}}$$

$$\text{b) } R_T + h = 6,4 \times 10^6 + 3,6 \times 10^7 = 4,24 \times 10^7 \text{ m}$$

$$v = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{4,24 \times 10^7}} = \sqrt{9,44 \times 10^6} = \boxed{3072 \text{ m/s} \approx 3,07 \text{ km/s}}$$

$$\text{c) } T = \frac{2\pi(R_T + h)}{v} = \frac{2\pi \times 4,24 \times 10^7}{3072} = \boxed{86\,700 \text{ s} \approx 24,1 \text{ h}}$$

La période est égale à la période de rotation de la Terre.

d) Sa période de révolution étant égale à la période de rotation terrestre (24 h), il reste en permanence au-dessus du même point du globe : c'est pourquoi il est dit « **fixe** » par rapport à la Terre. Ce type de satellite est utilisé pour les télécommunications.

Exercice 6 – Phobos, satellite de Mars

$$\text{a) } \vec{F} = -G \frac{M_{\text{Mars}} m_{\text{Phobos}}}{R^2} \vec{u}_r \quad (\text{attractive, dirigée vers Mars})$$

$$\text{b) } F = \frac{6,67 \times 10^{-11} \times 6,42 \times 10^{23} \times 9,6 \times 10^{15}}{(9,378 \times 10^6)^2} = \frac{4,109 \times 10^{29}}{8,795 \times 10^{13}} = \boxed{4,67 \times 10^{15} \text{ N}}$$

$$\text{c) } v = \sqrt{\frac{GM_{\text{Mars}}}{R}} = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 6,42 \times 10^{23}}{9,378 \times 10^6}} = \sqrt{4,562 \times 10^6} =$$

$$\boxed{2136 \text{ m/s} \approx 2,14 \text{ km/s}}$$

d) $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \times 9,378 \times 10^6}{2136} = \boxed{27\,580 \text{ s} \approx 7,66 \text{ h}}$

e) Par la 3^e loi de Newton (action-réaction), la force exercée par Phobos sur Mars a la **même valeur** $4,67 \times 10^{15} \text{ N}$ mais est dirigée vers Phobos.

Exercice 7 – Saturne et la Terre

a) $g_{\text{Sat}} = \frac{GM_{\text{Sat}}}{R_{\text{Sat}}^2} = \frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,69 \times 10^{26}}{(5,75 \times 10^7)^2} = \frac{3,795 \times 10^{16}}{3,306 \times 10^{15}} = \boxed{11,5 \text{ m/s}^2 \approx 1,17 g_0}$

b) $g_{\text{Sat} \rightarrow T} = \frac{GM_{\text{Sat}}}{d_{\text{min}}^2} = \frac{3,795 \times 10^{16}}{(1,20 \times 10^{12})^2} = \frac{3,795 \times 10^{16}}{1,44 \times 10^{24}} = \boxed{2,64 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2}$

c) $g_{\odot \rightarrow T} = \frac{GM_{\odot}}{d_{T-S}^2} = \frac{6,67 \times 10^{-11} \times 1,9 \times 10^{30}}{(1,5 \times 10^{11})^2} = \frac{1,267 \times 10^{20}}{2,25 \times 10^{22}} = \boxed{5,63 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2}$

d) $g_{\odot \rightarrow T} / g_{\text{Sat} \rightarrow T} \approx 2,13 \times 10^5$. L'action gravitationnelle du **Soleil** est **largement prépondérante** au niveau de la Terre.

Exercice 8 – Point neutre Terre-Lune

a) En M (distance d de la Terre, $D - d$ de la Lune) :

$$G \frac{M_T}{d^2} = G \frac{M_L}{(D - d)^2}$$

b) $\frac{(D - d)^2}{d^2} = \frac{M_L}{M_T} = \frac{1}{81}$ donc $\frac{D - d}{d} = \frac{1}{9}$

$D = d + \frac{d}{9} = \frac{10d}{9} \Rightarrow \boxed{d = \frac{9D}{10} = \frac{9 \times 3,84 \times 10^8}{10} = 3,456 \times 10^8 \text{ m} \approx 346\,000 \text{ km}}$

c) En M : $\vec{g}_T(M)$ est dirigé vers la Terre (vers gauche), $\vec{g}_L(M)$ vers la Lune (vers droite). Ils s'annulent.

d) La Terre est prépondérante de T jusqu'à M (sur 90% de la distance TL). Au-delà, la Lune est prépondérante.

Exercice 9 – Navette spatiale Terre-Lune

a) $F_T = G \frac{M_T m}{d^2}$ b) $F_L = G \frac{M_L m}{(D - d)^2}$

c) $F_T = F_L$:

$$\frac{M_T}{d_0^2} = \frac{M_L}{(D - d_0)^2} \Rightarrow \frac{D - d_0}{d_0} = \sqrt{\frac{M_L}{M_T}} = \frac{1}{9} \Rightarrow d_0 = \frac{9D}{10}$$

d) $d_0 = \frac{9 \times 3,84 \times 10^8}{10} = \boxed{3,456 \times 10^8 \text{ m}}$ (même résultat que le point neutre – logique !)

e) Au point neutre, $\vec{F}_T$ est dirigée vers la Terre, $\vec{F}_L$ vers la Lune, avec $|\vec{F}_T| = |\vec{F}_L|$. La force résultante sur la navette est **nulle**.

Remarque

La navette est en équilibre instable en ce point : tout écart l'entraîne vers l'un des corps.

Chapitre 3

Champ électrostatique

Réponses aux questions de cours

1. **Loi de Coulomb** : $F = k|q_1q_2|/r^2$. **Analogie avec Newton** : même dépendance en $1/r^2$. **Différences** : la force électrique peut être répulsive (même signe) ; $k = 9 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$ vs $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$ (électrique $\sim 10^{36}$ fois plus intense).
2. Le **champ électrique** $\vec{E}$ en un point est la force par unité de charge positive : $\vec{E} = \vec{F}/q$. Unité : $\text{V/m} = \text{N/C}$.
3. Pour $Q > 0$: $\vec{E}$ pointe **en s'éloignant** de Q . Pour $Q < 0$: $\vec{E}$ pointe **vers** Q .
4. **Champ uniforme** : même direction, même sens, même norme partout. Exemple : entre deux plaques parallèles chargées ($E = U/d$).
5. **Principe de superposition** : le champ total en un point est la **somme vectorielle** des champs créés par chaque charge prise isolément.

Exercice 1 – Force de Coulomb

- a) $F = k \frac{|q_1q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{(0,20)^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{15 \times 10^{-12}}{0,04} = \boxed{3,375 \text{ N}}$
- b) Les charges sont de **signes opposés** (+ et -) : la force est donc **attractive**. Les vecteurs $\vec{F}_{1/2}$ et $\vec{F}_{2/1}$ sont colinéaires, de même norme et de sens opposés (3^e loi de Newton).
- c) $\vec{F}_{1/2}$ est dirigé de B vers A (la charge q_2 est attirée vers q_1) ; $\vec{F}_{2/1}$ de A vers B .

Exercice 2 – Champ créé par une charge

$$E = k \frac{|Q|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6}}{(0,50)^2} = \frac{18 \times 10^3}{0,25} = \boxed{7,2 \times 10^4 \text{ V/m}}$$

Orientation : $Q > 0$, donc $\vec{E}$ est dirigé **radialement vers l'extérieur**, en s'éloignant de Q .

Exercice 3 – Condensateur plan (champ uniforme)

- a) $E = \frac{U}{d} = \frac{200}{0,04} = \boxed{5\,000 \text{ V/m}}$
- b) $F = eE = 1,6 \times 10^{-19} \times 5000 = \boxed{8 \times 10^{-16} \text{ N}}$
- c) $W = eU = 1,6 \times 10^{-19} \times 200 = \boxed{3,2 \times 10^{-17} \text{ J}}$

Remarque

Le travail ne dépend que de la tension U (différence de potentiel) et pas du chemin suivi : le champ électrostatique est **conservatif**.

Exercice 4 – Charges en triangle équilatéral

a) $F_{1/3} = F_{2/3} = k \frac{q^2}{a^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{(10^{-6})^2}{(0,10)^2} = \frac{9 \times 10^{-3}}{0,01} = 0,9 \text{ N}$

b) L'angle entre les deux vecteurs en C est 60 (symétrie du triangle équilatéral) :

$$F_R = \sqrt{F^2 + F^2 + 2F^2 \cos 60} = F\sqrt{2+1} = F\sqrt{3} = 0,9\sqrt{3} \approx \boxed{1,56 \text{ N}}$$

c) Par symétrie, la résultante est dirigée selon la **médiane** issue de q_3 , perpendiculairement à q_1q_2 , en s'éloignant du triangle (répulsion).

Exercice 5 – Électron accéléré entre deux plaques

a) $E = U/d = 500/0,02 = \boxed{2,5 \times 10^4 \text{ V/m}}$

b) $F = eE = 1,6 \times 10^{-19} \times 2,5 \times 10^4 = \boxed{4 \times 10^{-15} \text{ N}}$

c) $a = F/m_e = 4 \times 10^{-15}/9,11 \times 10^{-31} = \boxed{4,39 \times 10^{15} \text{ m/s}^2}$

d) Théorème de l'énergie cinétique ($v_0 = 0$) :

$$eU = \frac{1}{2}m_e v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 500}{9,11 \times 10^{-31}}} = \boxed{1,33 \times 10^7 \text{ m/s}}$$

e) $v = at \Rightarrow t = v/a = 1,33 \times 10^7 / 4,39 \times 10^{15} = \boxed{3,03 \times 10^{-9} \text{ s} \approx 3 \text{ ns}}$

Exercice 6 – Superposition de champs

$q_1 = +4 \mu\text{C}$ en A , $q_2 = -4 \mu\text{C}$ en B , $d = 20 \text{ cm}$. Le couple (q_1, q_2) forme un **dipôle électrique**.

a) En M (milieu de $[AB]$, $r = d/2 = 0,10 \text{ m}$) :

$$E_1 = E_2 = k \frac{|q|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6}}{0,01} = 3,6 \times 10^6 \text{ V/m}$$

$\vec{E}_1$ (dû à $q_1 > 0$) est dirigé vers B . $\vec{E}_2$ (dû à $q_2 < 0$) est dirigé vers B également. Les deux champs s'ajoutent :

$$E_{\text{tot}} = E_1 + E_2 = \boxed{7,2 \times 10^6 \text{ V/m, dirigé de } A \text{ vers } B}$$

b) En P (sur la médiatrice, $h = 10 \text{ cm}$ au-dessus de M) :

$$r = \sqrt{(d/2)^2 + h^2} = \sqrt{0,01 + 0,01} = 0,1414 \text{ m}$$

$$E_{1P} = E_{2P} = k \frac{|q|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6}}{0,02} = 1,8 \times 10^6 \text{ V/m}$$

Par symétrie, les composantes verticales se compensent. Les composantes horizontales s'ajoutent ($\alpha = 45$) :

$$E_P = 2E_{1P} \cos 45 = 2 \times 1,8 \times 10^6 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \approx \boxed{2,55 \times 10^6 \text{ V/m, dirigé de } A \text{ vers } B}$$

c) Les vecteurs $\vec{E}_M$ et $\vec{E}_P$ sont parallèles mais $E_M > E_P$: le champ est plus intense en M (plus près des charges).

Exercice 7 – Déviation d'un électron

$L = 5 \text{ cm}$, $d = 2 \text{ cm}$, $U = 100 \text{ V}$, $v_0 = 2 \times 10^7 \text{ m/s}$, $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

a) $E = U/d = 100/0,02 = \boxed{5\,000 \text{ V/m}}$

b) *MRU horizontal* : $x = v_0 t$ *MRUV vertical* :

$$a_y = \frac{eE}{m_e} = \frac{8 \times 10^{-16}}{9,11 \times 10^{-31}} = 8,78 \times 10^{14} \text{ m/s}^2, \quad y = \frac{1}{2} a_y t^2$$

c) Durée de traversée : $t = L/v_0 = 0,05/2 \times 10^7 = 2,5 \times 10^{-9} \text{ s}$

$$y = \frac{1}{2} \times 8,78 \times 10^{14} \times (2,5 \times 10^{-9})^2 = \boxed{2,74 \times 10^{-3} \text{ m} = 2,74 \text{ mm}}$$

d) $v_y = a_y t = 8,78 \times 10^{14} \times 2,5 \times 10^{-9} = 2,195 \times 10^6 \text{ m/s}$

$$|v| = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \sqrt{(2 \times 10^7)^2 + (2,195 \times 10^6)^2} \approx \boxed{2,01 \times 10^7 \text{ m/s}}$$

$\theta = \arctan(v_y/v_0) = \arctan(0,110) \approx \boxed{6,3}$ par rapport à l'horizontale.

e) La déviation maximale admissible est $d/2 = 10 \text{ mm}$. Comme $y = 2,74 \text{ mm} < 10 \text{ mm}$, **l'électron sort sans toucher les plaques.** ✓

Chapitre 4

Condensateurs

Réponses aux questions de cours

1. Un **condensateur** est un système de deux conducteurs séparés par un isolant, capable de stocker des charges. La **capacité** C est le rapport $C = Q/U$; unité : le Farad (F).
2. La charge totale est nulle ($+Q$ sur une armature, $-Q$ sur l'autre) : le condensateur est globalement neutre.
3. $C = \varepsilon_0 \varepsilon_r S/d$. $S \uparrow \Rightarrow C \uparrow$; $d \uparrow \Rightarrow C \downarrow$; diélectrique $\varepsilon_r > 1 \Rightarrow C \uparrow$.
4. **Parallèle** : $C_{eq} = \sum C_i$ (plus grand). **Série** : $1/C_{eq} = \sum 1/C_i$ (plus petit). Le montage en parallèle donne la plus grande capacité.
5. En série : la **charge** Q est identique sur tous. En parallèle : la **tension** U est identique sur tous.
6. En série. 8. En parallèle (plus grande capacité $\Rightarrow$ plus grande énergie $W = \frac{1}{2}CU^2$).

Exercice 1 – Charge et énergie

- a) $Q = CU = 10 \times 10^{-6} \times 100 = 10^{-3} \text{ C} = 1 \text{ mC}$
- b) $W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-5} \times 10^4 = 0,05 \text{ J} = 50 \text{ mJ}$

Exercice 2 – Associations simples

- a) Parallèle : $C_{eq} = 4 + 6 = 10 \mu\text{F}$
- Série : $C_{eq} = \frac{4 \times 6}{4 + 6} = \frac{24}{10} = 2,4 \mu\text{F}$
- b) $W_{//} = \frac{1}{2} \times 10 \times 10^{-6} \times 50^2 = 12,5 \text{ mJ}$
- $W_{\text{série}} = \frac{1}{2} \times 2,4 \times 10^{-6} \times 50^2 = 3,0 \text{ mJ}$

Exercice 3 – Condensateur plan avec diélectrique

- a) $C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} = 8,85 \times 10^{-12} \times 4 \times \frac{200 \times 10^{-4}}{10^{-3}} = 8,85 \times 10^{-12} \times 80 = 7,08 \times 10^{-10} \text{ F} \approx 0,708 \text{ nF}$
- b) $Q = CU = 7,08 \times 10^{-10} \times 500 = 3,54 \times 10^{-7} \text{ C}$
- $W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \times 7,08 \times 10^{-10} \times (500)^2 = 8,85 \times 10^{-5} \text{ J} \approx 88,5 \mu\text{J}$
- c) Sans diélectrique ($\varepsilon_r = 1$) : $C' = C/4 \approx 0,177 \text{ nF}$. À tension constante, $Q' = C'U$ est divisé par 4, et l'énergie $W' = \frac{1}{2}C'U^2$ est également divisée par 4 ($\approx 22,1 \mu\text{J}$).

Exercice 4 – Charge par courant constant

- a) $Q = It = 5,5 \times 10^{-3} \times 20 \times 10^{-3} = 1,1 \times 10^{-4} \text{ C} = 0,11 \text{ mC}$
- b) $U = Q/C = 1,1 \times 10^{-4} / 2,2 \times 10^{-6} = 50 \text{ V}$
- c) $W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \times 2,2 \times 10^{-6} \times 2500 = 2,75 \text{ mJ}$

Exercice 5 – Flash électronique

- a) $Q = CU = 150 \times 10^{-6} \times 500 = 75 \text{ mC}$
 $W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \times 150 \times 10^{-6} \times 500^2 = 18,75 \text{ J}$
- b) $P = W/\Delta t = 18,75/10^{-3} = 18750 \text{ W} = 18,75 \text{ kW}$
- c) Rapport : $P/P_{\text{ampoule}} = 18750/60 \approx 312$. Le flash développe une puissance **312 fois** supérieure à une ampoule de 60 W, mais seulement pendant 1 ms : l'énergie totale est égal à 18,75 J, contre 0,06 J pour l'ampoule pendant la même durée.

Exercice 6 – Association mixte

- a) C_1 et C_2 en parallèle : $C_{12} = C_1 + C_2 = 5 + 20 = 25 \mu\text{F}$.
 C_{12} en série avec C_3 : $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{25} + \frac{1}{10} = \frac{7}{50} \Rightarrow C_{eq} = \frac{50}{7} \approx 7,14 \mu\text{F}$
- b) C_1 et C_2 en série : $\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{20} = \frac{5}{20} \Rightarrow C_{12} = 4 \mu\text{F}$.
 C_{12} en parallèle avec C_3 : $C_{eq} = 4 + 10 = 14 \mu\text{F}$
- c) Montage a), $U = 30 \text{ V}$:
 Charge totale : $Q = C_{eq} \times U = \frac{50}{7} \times 10^{-6} \times 30 = 214,3 \mu\text{C}$.
 En série, C_3 porte la même charge : $Q_3 = Q = 214,3 \mu\text{C}$, $U_3 = Q_3/C_3 = 214,3/10 = 21,4 \text{ V}$.
 Tension sur C_{12} : $U_{12} = U - U_3 = 30 - 21,4 = 8,6 \text{ V}$.
 En parallèle, même tension : $Q_1 = 5 \times 8,6 = 43 \mu\text{C}$; $Q_2 = 20 \times 8,6 = 172 \mu\text{C}$.
 ✓ *Vérification* : $Q_1 + Q_2 = 215 \mu\text{C} \approx Q$ ✓

Exercice 7 – Condensateur chargé et association

- a) $W_1 = \frac{1}{2}C_1U_1^2 = \frac{1}{2} \times 470 \times 10^{-6} \times (24)^2 = 135 \text{ mJ}$
- b) Conservation de la charge : $Q_{\text{tot}} = C_1U_1 = 470 \times 24 = 11\,280 \mu\text{C}$.

$$U = \frac{Q_{\text{tot}}}{C_1 + C_2} = \frac{11\,280 \times 10^{-6}}{1470 \times 10^{-6}} = 7,67 \text{ V}$$
- c) $W_{12} = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)U^2 = \frac{1}{2} \times 1470 \times 10^{-6} \times (7,67)^2 = 43,3 \text{ mJ}$
- d) Perte = $W_1 - W_{12} = 135 - 43,3 = 91,7 \text{ mJ}$. Cette énergie est dissipée en **chaleur** dans la résistance de connexion (même infiniment petite, une résistance non nulle est toujours présente), et en ondes électromagnétiques. C'est une perte inévitable lors de la mise en parallèle.

Exercice 8 – Défibrillateur cardiaque

- a) $Q = CU = 32 \times 10^{-6} \times 2000 = \boxed{64 \text{ mC}}$
 b) $W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \times 32 \times 10^{-6} \times (2000)^2 = \boxed{64 \text{ J}}$
 c) $P = W/\Delta t = 64/(5 \times 10^{-3}) = \boxed{12\,800 \text{ W} = 12,8 \text{ kW}}$
 d) $t = Q/I = 64 \times 10^{-3}/2 = \boxed{32 \text{ ms}}$
 e) $W' = 2W \Rightarrow \frac{1}{2}C'U^2 = 128 \Rightarrow C' = \frac{256}{(2000)^2} = \boxed{64 \mu\text{F}}$. Il faut **doubler la capacité**.

Exercice 9 – Batterie de condensateurs

$C_0 = 100 \mu\text{F}$, $U_{\max} = 50 \text{ V}$.

a) Tous en parallèle : $C_{eq} = 4C_0 = \boxed{400 \mu\text{F}}$, $U_{\max} = \boxed{50 \text{ V}}$ (limité par chaque condensateur).

b) Tous en série : $C_{eq} = C_0/4 = \boxed{25 \mu\text{F}}$, $U_{\max} = 4 \times 50 = \boxed{200 \text{ V}}$.

c) On cherche C_{eq} tel que $\frac{1}{2}C_{eq}U^2 \geq 100 \text{ mJ}$ sous $U = 100 \text{ V}$: $C_{eq} \geq \frac{2 \times 0,1}{100^2} = 20 \mu\text{F}$.

La configuration **4 en série** donne $C_{eq} = 25 \mu\text{F}$ et supporte $U_{\max} = 200 > 100 \text{ V}$. ✓ $W = \frac{1}{2} \times 25 \times 10^{-6} \times (100)^2 = 125 \text{ mJ} \geq 100 \text{ mJ}$. ✓

d) Parallèle : $W_{//} = \frac{1}{2} \times 400 \times 10^{-6} \times 50^2 = \boxed{0,50 \text{ J}}$

Série : $W_{\text{série}} = \frac{1}{2} \times 25 \times 10^{-6} \times 200^2 = \boxed{0,50 \text{ J}}$

Les deux configurations stockent la **même énergie** (logique par symétrie : même énergie totale emmagasinable dans l'ensemble des condensateurs).

Chapitre 5

Champ magnétique

Réponses aux questions de cours

1. Le **champ magnétique** $\vec{B}$ représente l'interaction magnétique en un point. Unité : le Tesla ($T = \text{kg} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$).
2. Expérience d'Ersted (1820) : un fil parcouru par un courant fait dévier une boussole. Cela démontre qu'un **courant électrique crée un champ magnétique**.
3. Règle de la **main droite** (ou du tire-bouchon) : pouce dans le sens du courant, les doigts enroulés indiquent le sens du champ.
4. Loi de Laplace : $\vec{F} = I\vec{\ell} \wedge \vec{B}$, $F = BIl \sin \alpha$. Sens donné par la règle des trois doigts (ou la main gauche).
5. **Laplace** s'applique à un conducteur parcouru par un courant. **Lorentz** $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ s'applique à une charge ponctuelle en mouvement.

Exercice 1 – Champ d'un fil rectiligne

$$\text{a) } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10}{2\pi \times 0,05} = \frac{4 \times 10^{-6}}{0,1} = \boxed{4 \times 10^{-5} \text{ T} = 40 \mu\text{T}}$$

$$\text{b) } B' = \frac{\mu_0 I}{2\pi r'} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10}{2\pi \times 0,20} = \boxed{10^{-5} \text{ T} = 10 \mu\text{T}}$$

Le champ est 4 fois plus faible quand r est 4 fois plus grand : $B \propto 1/r$.

Exercice 2 – Solénoïde

$$\text{a) } n = N/L = 500/0,20 = 2500 \text{ spires/m}$$

$$B = \mu_0 n I = 4\pi \times 10^{-7} \times 2500 \times 2 = \boxed{2\pi \times 10^{-3} \approx 6,28 \text{ mT}}$$

b) $N' = 2N$, $I' = 2I$, $n' = 2n$, donc $B' = \mu_0 n' I' = \mu_0 \times 2n \times 2I = 4\mu_0 n I = 4B$. Le champ est **quadruplé** : $B' = 4 \times 6,28 = \boxed{25,1 \text{ mT}}$.

Exercice 3 – Force de Laplace

$$\text{a) } F = BIl \sin 90 = 0,2 \times 5 \times 0,30 \times 1 = \boxed{0,30 \text{ N}}$$

$$\text{b) } F = BIl \sin 45 = 0,30 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,30 \times 0,707 \approx \boxed{0,212 \text{ N}}$$

Exercice 4 – Interaction entre deux fils parallèles

$$\text{a) } B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 20}{2\pi \times 0,10} = \boxed{4 \times 10^{-5} \text{ T} = 40 \mu\text{T}}$$

$$\text{b) } \frac{F}{L} = B_1 I_2 = 4 \times 10^{-5} \times 20 = \boxed{8 \times 10^{-4} \text{ N/m}}$$

- c) Même sens : force **attractive**. Sens contraires : force **répulsive**.
 d) Ancienne définition de l'ampère : “L’ampère est le courant qui, dans deux fils parallèles infiniment longs et distants de 1 m, produit une force de 2×10^{-7} N par mètre de fil.” C’est cohérent : avec $I = 1$ A et $d = 1$ m, $F/L = \mu_0/(2\pi) = 2 \times 10^{-7}$ N/m.

Exercice 5 – Force de Lorentz

- a) $F = qvB = 1,6 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^6 \times 0,3 = \boxed{9,6 \times 10^{-14} \text{ N}}$
 b) La force est toujours **perpendiculaire** à $\vec{v}$: elle ne modifie pas $|\vec{v}|$ mais courbe la trajectoire. L’équation du mouvement donne un cercle de rayon :

$$r = \frac{m_p v}{qB} = \frac{1,67 \times 10^{-27} \times 2 \times 10^6}{1,6 \times 10^{-19} \times 0,3} = \frac{3,34 \times 10^{-21}}{4,8 \times 10^{-20}} = \boxed{6,96 \text{ cm}}$$

c) $T = \frac{2\pi m_p}{qB} = \frac{2\pi \times 1,67 \times 10^{-27}}{1,6 \times 10^{-19} \times 0,3} = \boxed{2,19 \times 10^{-7} \text{ s} \approx 219 \text{ ns}}$

- d) $W = \vec{F} \cdot \vec{v} = 0$ car $\vec{F} \perp \vec{v}$. La force magnétique **ne travaille pas** : elle ne modifie pas l’énergie cinétique du proton.

Exercice 6 – Bobine plate

- a) $B = \frac{\mu_0 NI}{2R} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 200 \times 1,5}{2 \times 0,08} = \frac{1,2\pi \times 10^{-4}}{0,16} = \boxed{2,36 \times 10^{-3} \text{ T} \approx 2,36 \text{ mT}}$
 b) $B/B_0 = 2,36 \times 10^{-3} / 2 \times 10^{-5} = 118$. Le champ de la bobine est **118 fois** le champ terrestre : il est très significatif et dévierait fortement une boussole.
 c) Pour tripler B , on peut : tripler N (600 spires), ou tripler I (4,5 A), ou diviser R par 3 ($R \approx 2,7$ cm). Ces options sont équivalentes physiquement.

Exercice 7 – Moteur électrique simple

$a = 5$ cm, $b = 8$ cm, $I = 2$ A, $B = 0,4$ T.

- a) Dans la position de couple maximal (plan de la spire contenant $\vec{B}$) :

— 2 côtés de longueur b (perpendiculaires à $\vec{B}$) : $F = BIb = 0,4 \times 2 \times 0,08 = \boxed{0,064 \text{ N}}$ chacun, en sens opposés $\rightarrow$ couple.

— 2 côtés de longueur a (parallèles à $\vec{B}$) : $F = BIa \sin 0 = \boxed{0 \text{ N}}$.

b) $\Gamma = NIAB = 1 \times 2 \times (0,05 \times 0,08) \times 0,4 = 1 \times 2 \times 4 \times 10^{-3} \times 0,4 = \boxed{3,2 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} = 3,2 \text{ mN} \cdot \text{m}}$

- c) Quand la spire est perpendiculaire à $\vec{B}$ (position d’équilibre stable), $\Gamma = 0$. Problème : le moteur s’arrête dans cette position et ne peut repartir seul.

d) Le **collecteur** (commutateur) inverse le sens du courant dans la spire chaque fois qu’elle passe par la position d’équilibre, assurant un couple toujours dans le même sens et permettant ainsi la rotation continue.

Chapitre 6

Cinématique et dynamique

Réponses aux questions de cours

1. **Cinématique** : étude du mouvement (trajectoire, vitesse, accélération) sans considérer les causes. **Dynamique** : étude des forces qui provoquent et modifient le mouvement.
2. **1^{re} loi (inertie)** : si $\sum \vec{F} = \vec{0}$, le corps est en MRU ou au repos. **2^e loi (PFD)** : $\sum \vec{F} = m\vec{a}$. **3^e loi** : $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$.
3. La **force d'inertie** (ou pseudo-force) n'existe que dans un référentiel non-inertiel (accéléré) ; elle vaut $-m\vec{a}_{\text{entr}}$.
4. On projette le PFD selon le plan incliné : $ma = mg \sin \alpha - f$ avec $f = \mu N = \mu mg \cos \alpha$.
5. Le mouvement parabolique résulte de la composition d'un MRU horizontal et d'un MRUV vertical sous l'effet de la pesanteur.

Exercice 1 – MRU et MRUV

- a) $v = at = 3 \times 4 = \boxed{12 \text{ m/s}}$ $x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 16 = \boxed{24 \text{ m}}$
b) $t = v/a = 30/3 = \boxed{10 \text{ s}}$

Exercice 2 – Freinage d'un véhicule

- $v_0 = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$, $a = -5 \text{ m/s}^2$.
a) $v^2 = v_0^2 + 2ad \Rightarrow 0 = 625 - 10d \Rightarrow d = \boxed{62,5 \text{ m}}$
b) $v'_0 = 180 \text{ km/h} = 50 \text{ m/s}$: $d' = v_0'^2 / (-2a) = 2500/10 = \boxed{250 \text{ m}}$

Remarque

En doublant la vitesse, la distance d'arrêt est **quadruplée** ($d \propto v_0^2$). C'est pourquoi la limitation de vitesse a un impact majeur sur la sécurité routière.

Exercice 3 – Lancer vertical

- $v_0 = 20 \text{ m/s}$, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.
a) $h_{\text{max}} = v_0^2 / (2g) = 400/19,6 = \boxed{20,4 \text{ m}}$
b) $t_{\text{montée}} = v_0/g = 20/9,8 = \boxed{2,04 \text{ s}}$
c) Par conservation de l'énergie mécanique (sans frottement), la vitesse de retour au sol est égale à v_0 : $v_{\text{retour}} = 20 \text{ m/s}$ (dirigée vers le bas). La symétrie du mouvement s'impose car le poids est le seul moteur et son travail *aller* = *-retour*.

Exercice 4 – Application du PFD

a) Forces : poids $P = mg = 98 \text{ N}$ ($\downarrow$), réaction normale $N = 98 \text{ N}$ ($\uparrow$), force appliquée $F = 50 \text{ N}$ ($\rightarrow$), frottement $f = 15 \text{ N}$ ($\leftarrow$).

b) PFD (horizontal) : $F - f = ma \Rightarrow a = (50 - 15)/10 = 3,5 \text{ m/s}^2$

c) $v = at = 3,5 \times 3 = 10,5 \text{ m/s}$ $x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 3,5 \times 9 = 15,75 \text{ m}$

Exercice 5 – Plan incliné sans et avec frottement

$m = 5 \text{ kg}$, $\alpha = 30^\circ$, $L = 4 \text{ m}$.

a) Sans frottement : $a = g \sin 30 = 9,8 \times 0,5 = 4,9 \text{ m/s}^2$

$v = \sqrt{2aL} = \sqrt{2 \times 4,9 \times 4} = \sqrt{39,2} = 6,26 \text{ m/s}$

b) $N = mg \cos 30 = 5 \times 9,8 \times 0,866 = 42,4 \text{ N}$; $f = \mu N = 0,2 \times 42,4 = 8,49 \text{ N}$.

PFD : $ma = mg \sin 30 - f \Rightarrow a = (24,5 - 8,49)/5 = 3,20 \text{ m/s}^2$

$v = \sqrt{2 \times 3,20 \times 4} = 5,06 \text{ m/s}$

c) Équilibre : $mg \sin \alpha = \mu_{\text{lim}} mg \cos \alpha \Rightarrow \mu_{\text{lim}} = \tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0,577$

Exercice 6 – Chute libre depuis une tour

$h = 78,4 \text{ m}$, $v_0 = 0$, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

a) $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 78,4}{9,8}} = \sqrt{16} = 4 \text{ s}$

b) $v = gt = 9,8 \times 4 = 39,2 \text{ m/s}$

c) À $t = 2 \text{ s}$: $x = \frac{1}{2} \times 9,8 \times 4 = 19,6 \text{ m}$ en dessous du sommet (soit $58,8 \text{ m}$ au-dessus du sol); $v = 9,8 \times 2 = 19,6 \text{ m/s}$ (vers le bas).

Exercice 7 – Mouvement parabolique : balle de tennis

$H = 2 \text{ m}$, $v_0 = 30 \text{ m/s}$ (horizontal), $g = 10 \text{ m/s}^2$. Axe y vers le bas, origine au point de frappe.

a) $x(t) = v_0 t = 30t$ $y(t) = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2$

b) À l'impact, $y = H$: $5t^2 = 2 \Rightarrow t = \sqrt{0,4} = 0,632 \text{ s}$.

Portée : $x = 30 \times 0,632 = 19,0 \text{ m}$

c) $v_x = 30 \text{ m/s}$; $v_y = gt = 10 \times 0,632 = 6,32 \text{ m/s}$.

$|v| = \sqrt{900 + 39,9} = 30,7 \text{ m/s}$; $\theta = \arctan(6,32/30) \approx 11,9^\circ$ par rapport à l'horizontale.

d) La balle doit être à hauteur $\geq h_f = 0,9 \text{ m}$ du sol soit $\leq H - h_f = 1,1 \text{ m}$ en dessous de l'origine quand $x = 12 \text{ m}$.

$y(t_f) = 5 \left(\frac{12}{v_0} \right)^2 \leq 1,1 \Rightarrow \frac{720}{v_0^2} \leq 1,1 \Rightarrow v_0 \geq \sqrt{\frac{720}{1,1}} \approx 25,6 \text{ m/s}$

Exercice 8 – Satellite en orbite basse (ISS)

$h = 400 \text{ km}$, $R_T + h = 6,8 \times 10^6 \text{ m}$.

$$\text{a) } v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}} = \sqrt{\frac{4,002 \times 10^{14}}{6,8 \times 10^6}} = \sqrt{5,885 \times 10^7} = \boxed{7670 \text{ m/s} \approx 7,67 \text{ km/s}}$$

$$\text{b) } T = \frac{2\pi(R_T + h)}{v} = \frac{2\pi \times 6,8 \times 10^6}{7670} = \boxed{5568 \text{ s} \approx 92,8 \text{ min}}$$

$$\text{c) } a_c = v^2/(R_T + h) = (7670)^2/6,8 \times 10^6 = \boxed{8,65 \text{ m/s}^2 \approx 0,88 g_0}$$

d) L'impesanteur ne signifie pas que $g = 0$ (en fait $g \approx 0,88 g_0$ à cette altitude). Les astronautes et la station sont en **chute libre permanente** ensemble : dans ce référentiel, il n'y a plus de réaction du support, d'où la sensation d'apesanteur.

e) Satellite géostationnaire ($T = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s}$) :

$$(R_T + h)^3 = \frac{GM_T T^2}{4\pi^2} = \frac{4,002 \times 10^{14} \times (86\,400)^2}{39,48} = 7,57 \times 10^{22} \text{ m}^3$$

$$R_T + h = (7,57 \times 10^{22})^{1/3} \approx 4,23 \times 10^7 \text{ m} \Rightarrow \boxed{h \approx 35\,900 \text{ km}} \checkmark$$

Chapitre 7

Énergie mécanique

Réponses aux questions de cours

1. $W = F \cdot d \cdot \cos \alpha$. **Moteur** si $W > 0$ ($\alpha < 90$). **Résistant** si $W < 0$ ($\alpha > 90$). **Nul** si $\alpha = 90$ (force perpendiculaire au déplacement).
2. $\sum W_{\text{ext}} = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$.
3. $E_m = E_c + E_p$ est conservée quand les seules forces qui travaillent sont **conservatives** (poids, force élastique), sans frottement.
4. Le frottement **dissipe** de l'énergie mécanique : E_m diminue. L'énergie est convertie en chaleur (énergie thermique) et en déformations.
5. Puissance : $P = W/t$ (en watts). Rendement : $\eta = P_{\text{utile}}/P_{\text{absorbée}}$.

Exercice 1 – Travail du poids

$W(\vec{P}) = mgh = 4 \times 9,8 \times 10 = \boxed{392 \text{ J}}$ (travail **moteur** car la descente et le poids sont dans le même sens)

Exercice 2 – Conservation de l'énergie mécanique

- a) Au sol : $E_c = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (15)^2 = \boxed{225 \text{ J}}$; $E_p = 0$; $E_m = \boxed{225 \text{ J}}$
- b) Au sommet ($E_c = 0$) : $E_m = E_p = mgh_{\text{max}} \Rightarrow h_{\text{max}} = \frac{225}{2 \times 9,8} = \boxed{11,5 \text{ m}}$
- c) À mi-hauteur ($h = 5,74 \text{ m}$) : $E_p = mgh = 2 \times 9,8 \times 5,74 = 112,5 \text{ J}$. $E_c = E_m - E_p = 112,5 \text{ J}$.
- $v = \sqrt{2E_c/m} = \sqrt{2 \times 112,5/2} = \sqrt{112,5} \approx \boxed{10,6 \text{ m/s}}$

Exercice 3 – Plan incliné avec frottements : bilan énergétique

$m = 3 \text{ kg}$, $\alpha = 30$, $\ell = 5 \text{ m}$, $\mu = 0,2$.

a) $W(\vec{P}) = mg\ell \sin 30 = 3 \times 9,8 \times 5 \times 0,5 = \boxed{73,5 \text{ J}}$

$W(\vec{N}) = 0$ (perpendiculaire au déplacement).

$N = mg \cos 30 = 3 \times 9,8 \times 0,866 = 25,45 \text{ N}$; $f = \mu N = 5,09 \text{ N}$.

$W(\vec{f}) = -f\ell = -5,09 \times 5 = \boxed{-25,45 \text{ J}}$

b) Théorème de l'énergie cinétique (part du repos) : $\Delta E_c = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) = 73,5 - 25,45 = 48,05 \text{ J}$

$v = \sqrt{2\Delta E_c/m} = \sqrt{2 \times 48,05/3} = \sqrt{32,03} = \boxed{5,66 \text{ m/s}}$

c) Fraction dissipée : $|W(\vec{f})|/W(\vec{P}) = 25,45/73,5 \approx \boxed{34,6\%}$

Exercice 4 – Puissance et rendement

$m = 200 \text{ kg}$, $h = 15 \text{ m}$, $t = 12 \text{ s}$.

a) $P_{\text{utile}} = mgh/t = 200 \times 9,8 \times 15/12 = \boxed{2450 \text{ W} \approx 2,45 \text{ kW}}$

b) $\eta = P_{\text{utile}}/P_{\text{absorbée}} = 2450/3500 = \boxed{0,70 = 70\%}$

c) $t' = mgh/P_{\text{absorbée}} = 29\,400/3500 = \boxed{8,4 \text{ s}}$

Exercice 5 – Chute sur ressort

$m = 0,5 \text{ kg}$, $h = 2 \text{ m}$, $k = 1000 \text{ N/m}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

a) $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 2} = \sqrt{40} = \boxed{6,32 \text{ m/s}}$

b) En prenant l'origine (énergie potentielle nulle) au point de premier contact et en notant x l'écrasement maximal, la conservation de l'énergie totale (depuis la hauteur h en dessus du contact, vitesse nulle) jusqu'à l'arrêt avec compression x :

$$\underbrace{mg(h+x)}_{\text{énergie libérée par la pesanteur}} = \underbrace{\frac{1}{2}kx^2}_{\text{énergie stockée dans le ressort}}$$

$$\Leftrightarrow 500x^2 - 5x - 10 = 0$$

$$\Delta = 25 + 4 \times 500 \times 10 = 20\,025 \Rightarrow \sqrt{\Delta} \approx 141,5$$

$$x = \frac{5 + 141,5}{1000} \approx \boxed{0,147 \text{ m} \approx 14,7 \text{ cm}}$$

Exercice 6 – Problème synthèse : montagne russe

$m = 500 \text{ kg}$, $H = 30 \text{ m}$, $R = 8 \text{ m}$, $h_f = 10 \text{ m}$, $\mu = 0,05$, $L_{\text{tot}} = 120 \text{ m}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

a) Sans frottement (bas) : $\frac{1}{2}mv^2 = mgH \Rightarrow v = \sqrt{2 \times 10 \times 30} = \boxed{24,5 \text{ m/s}}$

b) Avec frottements ($L_{\text{bas}} = 40 \text{ m}$) : $\Delta E_c = mgH - \mu mgL_{\text{bas}} = 500 \times 10 \times 30 - 0,05 \times 500 \times 10 \times 40 = 150\,000 - 10\,000 = 140\,000 \text{ J}$

$$v = \sqrt{2 \times 140\,000/500} = \sqrt{560} = \boxed{23,7 \text{ m/s}}$$

c) À hauteur $h_f = 10 \text{ m}$ (frottements sur $L_{\text{tot}} = 120 \text{ m}$) : $\Delta E_c = mg(H - h_f) - \mu mgL_{\text{tot}} = 500 \times 10 \times 20 - 0,05 \times 500 \times 10 \times 120 = 100\,000 - 30\,000 = 70\,000 \text{ J}$

$$v = \sqrt{2 \times 70\,000/500} = \sqrt{280} = \boxed{16,7 \text{ m/s}}$$

d) Condition minimale au sommet de la boucle ($h_b = 2R = 16 \text{ m}$, contact : $mg = mv^2/R$) :

$$v_{\text{min}} = \sqrt{gR} = \sqrt{10 \times 8} = \boxed{8,94 \text{ m/s}}$$

e) En utilisant la conservation depuis le bas (vitesse $v_b = 23,7 \text{ m/s}$) jusqu'au sommet de la boucle, sans prise en compte des frottements sur la boucle : $v_{\text{sommet}}^2 = v_b^2 - 4gR = (23,7)^2 - 4 \times 10 \times 8 = 561,7 - 320 = 241,7 \Rightarrow v_{\text{sommet}} \approx 15,5 \text{ m/s}$.

Comme $15,5 > 8,94 \text{ m/s}$, la condition est largement satisfaite. ✓ Le wagon reste bien en contact avec le rail.

Chapitre 8

Ondes mécaniques

Réponses aux questions de cours

1. Une **onde mécanique** est la propagation d'une perturbation dans un milieu matériel sans transport de matière. Exemples : son, vagues, ondes sismiques.
2. **Transversale** : la perturbation est perpendiculaire à la direction de propagation (corde, houle). **Longitudinale** : la perturbation est parallèle à la propagation (son, onde de compression).
3. **Célérité** v : vitesse de propagation (m/s). **Longueur d'onde** λ : distance entre deux points en phase. **Fréquence** f : nombre d'oscillations par seconde. **Période** $T = 1/f$.
4. **Retard** : $\tau = d/v$ (temps mis pour parcourir la distance d). Déphasage : $\varphi = 2\pi\tau/T = 2\pi d/\lambda$.
5. **Interférences constructives** : les deux ondes sont en phase, les amplitudes s'ajoutent. **Destructives** : en opposition de phase, les amplitudes se soustraient.

Exercice 1 – Longueur d'onde du son

- a) $\lambda = v/f = 340/680 = 0,5 \text{ m}$
- b) Grave ($f = 20 \text{ Hz}$) : $\lambda = 340/20 = 17 \text{ m}$
- Aigu ($f = 20\,000 \text{ Hz}$) : $\lambda = 340/20\,000 = 0,017 \text{ m} = 1,7 \text{ cm}$

Remarque

Le domaine audible (20 Hz – 20 kHz) correspond à des longueurs d'onde de quelques cm à 17 m. La diffraction (quand $\lambda \sim$ taille de l'obstacle) explique pourquoi le son contourne facilement les obstacles courants.

Exercice 2 – Ondes sur une corde

- a) $\mu = m/L = 0,020/2 = 0,01 \text{ kg/m}$. $v = \sqrt{F/\mu} = \sqrt{80/0,01} = \sqrt{8000} = 89,4 \text{ m/s}$
- b) $\lambda = v/f = 89,4/100 = 0,894 \text{ m}$
- c) $v = 100 \text{ m/s}$: $\mu' = F/v^2 = 80/10\,000 = 8 \times 10^{-3} \text{ kg/m}$. Masse requise : $m' = \mu'L = 8 \times 10^{-3} \times 2 = 16 \text{ g}$
- (il faut alléger la corde de 4 g par rapport aux 20 g initiaux)

Exercice 3 – Retard et déphasage

$f = 200 \text{ Hz}$, $v = 340 \text{ m/s}$, $d = 5,1 \text{ m}$.

a) $\lambda = v/f = 340/200 = 1,70 \text{ m}$

$\tau = d/v = 5,1/340 = 15 \text{ ms}$

$$\varphi = 2\pi f\tau = 2\pi \times 200 \times 0,015 = 6\pi \approx \boxed{18,85 \text{ rad}}$$

b) $d/\lambda = 5,1/1,7 = \boxed{3}$ longueurs d'onde exactement. L'onde en R est **en phase** avec la source (déphasage multiple de 2π).

c) $y_R(t) = A \cos(2\pi f(t - \tau)) = A \cos(2\pi \times 200(t - 0,015))$. Comme $\tau = 3/f = 3T$, on a $y_R(t) = A \cos(2\pi \times 200 t)$ (même phase que la source).

Exercice 4 – Ondes stationnaires et modes propres

$L = 0,6 \text{ m}$, $v = 120 \text{ m/s}$. Condition aux limites (nœuds aux deux extrémités) : $L = n\lambda_n/2$.

a) $f_n = nv/(2L)$:

$$\text{— } f_1 = 1 \times 120/(2 \times 0,6) = \boxed{100 \text{ Hz}}$$

$$\text{— } f_2 = 2 \times 120/1,2 = \boxed{200 \text{ Hz}}$$

$$\text{— } f_3 = 3 \times 120/1,2 = \boxed{300 \text{ Hz}}$$

b) $f_2/f_1 = 2$. Un rapport de fréquences de 2 correspond à une **octave** en musique.

c) f_1 est appelé le **fondamental** (ou premier harmonique). Les autres fréquences ($f_2, f_3, \dots$) sont les **harmoniques**.

Exercice 5 – Problème synthèse : séisme et ondes sismiques

$v_P = 8 \text{ km/s}$, $v_S = 4,5 \text{ km/s}$, $\Delta t = 20 \text{ s}$.

a) Les ondes P arrivent en $t_P = d/v_P$ et les ondes S en $t_S = d/v_S$. Le retard est :

$$\Delta t = t_S - t_P = \frac{d}{v_S} - \frac{d}{v_P} = d \left(\frac{1}{v_S} - \frac{1}{v_P} \right)$$

$$d = \frac{\Delta t}{\frac{1}{v_S} - \frac{1}{v_P}}$$

$$\text{b) } d = \frac{20}{\frac{1}{4,5} - \frac{1}{8}} = \frac{20}{0,2222 - 0,1250} = \frac{20}{0,0972} = \boxed{206 \text{ km}}$$

$$\text{c) } \lambda_P = v_P/f = 8000/1 = \boxed{8 \text{ km}}; \quad \lambda_S = v_S/f = 4500/1 = \boxed{4,5 \text{ km}}$$

d) Les ondes P (longitudinales, plus rapides) arrivent en premier et permettent une alerte précoce. Les ondes S (transversales, plus destructrices) arrivent ensuite. En mesurant Δt sur plusieurs sismographes, on peut **localiser l'épicentre** par triangulation, ce qui est essentiel pour la prévention des risques sismiques.

Chapitre 9

Optique géométrique

Réponses aux questions de cours

1. **Snell-Descartes (réfraction)** : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$. L'angle se mesure par rapport à la normale à l'interface.
2. **Réflexion totale interne** : quand $n_1 > n_2$ et $i_1 > i_\ell$ avec $\sin i_\ell = n_2/n_1$. Le rayon ne se réfracte plus.
3. $f' > 0$: lentille convergente. $f' < 0$: lentille divergente. f' est la distance OF' .
4. $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$ (avec les distances algébriques).
5. **Image réelle** : les rayons convergent effectivement, elle peut être reçue sur un écran ($\overline{OA'} > 0$). **Image virtuelle** : prolongements des rayons seulement ($\overline{OA'} < 0$).
6. Quand $|\overline{OA}| < f'$ (objet entre F et O) : l'image est virtuelle, droite et agrandie (effet loupe).

Exercice 1 – Réfraction air/verre

- a) $\sin i_2 = \frac{n_1 \sin i_1}{n_2} = \frac{1 \times \sin 45}{1,5} = \frac{0,7071}{1,5} = 0,4714 \Rightarrow i_2 = \boxed{28,1}$
- b) $i_2 < i_1$: le rayon se **rapproche** de la normale en passant dans un milieu plus dense ($n_2 > n_1$).

Exercice 2 – Réflexion totale interne

- a) Verre ($n = 1,5$) $\rightarrow$ air ($n = 1$) : $\sin i_\ell = 1/1,5 = 0,667 \Rightarrow \boxed{i_\ell = 41,8}$
- b) Verre $\rightarrow$ eau ($n = 1,33$) : $\sin i_\ell = 1,33/1,5 = 0,887 \Rightarrow \boxed{i_\ell = 62,5}$
- c) L'angle limite verre/eau (62,5) est supérieur à verre/air (41,8), donc la fibre optique reste fonctionnelle dans l'eau pour des angles d'incidence entre 41,8 et 62,5.
Cependant, si la surface verre/eau est mouillée en continu sur toute la fibre, l'angle limite augmente et le guidage reste assuré tant que les courbures restent limitées.

Exercice 3 – Lentille convergente : position d'image

- $f' = 15 \text{ cm}$, $\overline{OA} = -45 \text{ cm}$.
- a) $\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{15} + \frac{1}{-45} = \frac{3-1}{45} = \frac{2}{45}$
 $\overline{OA'} = \frac{45}{2} = \boxed{+22,5 \text{ cm}}$ (image réelle, $\overline{OA'} > 0$)
- b) $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{22,5}{-45} = \boxed{-0,5}$

L'image est **réelle** ($\overline{OA'} > 0$), **renversée** ($\gamma < 0$), **réduite de moitié** ($|\gamma| < 1$).

Exercice 4 – Lentille divergente

$$f' = -20 \text{ cm}, \overline{OA} = -10 \text{ cm}.$$

$$\text{a) } \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{-20} + \frac{1}{-10} = -\frac{3}{20} \Rightarrow \overline{OA'} = \boxed{-6,67 \text{ cm}} \quad (\text{image virtuelle})$$

$$\gamma = \frac{-6,67}{-10} = \boxed{+0,667}$$

b) Taille image = $2 \times 0,667 = \boxed{1,33 \text{ cm}}$. Image **virtuelle** (du même côté que l'objet), **droite** ($\gamma > 0$), **réduite**.

Exercice 5 – Loupe

$$f' = 4 \text{ cm}, \overline{OA} = -3,5 \text{ cm}.$$

$$\text{a) } \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{-3,5} = \frac{3,5 - 4}{14} = \frac{-0,5}{14} \Rightarrow \overline{OA'} = -28 \text{ cm} \quad (\text{image virtuelle})$$

$$\gamma = \frac{-28}{-3,5} = \boxed{+8}$$

b) Taille image = $0,5 \times 8 = \boxed{4 \text{ mm}}$ (8 fois plus grand)

$$\text{c) } G = \frac{D_A}{f'} = \frac{25}{4} = \boxed{6,25} \quad (\text{grossissement commercial})$$

Remarque

$\gamma = 8$ est le grandissement linéaire, $G = 6,25$ est le grossissement angulaire. Ils diffèrent car l'image virtuelle se forme à $28 \text{ cm} \neq 25 \text{ cm}$.

Exercice 6 – Cas spéciaux

$$f' = 10 \text{ cm}.$$

a) Objet à l'infini ($\overline{OA} \rightarrow -\infty$) : $1/\overline{OA'} = 1/f' + 0 = 1/10 \Rightarrow \overline{OA'} = f' = \boxed{+10 \text{ cm}}$ (image au foyer image F'). L'image est un **point** (objet à l'infini $\Rightarrow$ image au foyer image).

b) Objet au foyer objet ($\overline{OA} = -f' = -10 \text{ cm}$) : $1/\overline{OA'} = 1/10 - 1/10 = 0 \Rightarrow \overline{OA'} = \pm\infty$. L'image se forme à l'**infini** (rayons réfractés parallèles).

c) $\overline{OA} = -5 \text{ cm}$ ($< f'$, objet entre F et O) : $1/\overline{OA'} = 1/10 - 1/5 = -1/10 \Rightarrow \overline{OA'} = \boxed{-10 \text{ cm}}$ (virtuelle) $\gamma = -10/(-5) = \boxed{+2}$: image droite, agrandie, virtuelle (effet loupe).

Exercice 7 – Problème synthèse : appareil photo

$$f' = 50 \text{ mm} = 5 \text{ cm}.$$

$$\text{a) } \overline{OA} = -100 \text{ cm} : \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{5} - \frac{1}{100} \dots$$

$$\text{Attention aux signes : } \overline{OA} = -100 \text{ cm} \Rightarrow \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{-100} = \frac{20 - 1}{100} = \frac{19}{100}$$

$$\overline{OA'} = \frac{100}{19} \approx \boxed{5,26 \text{ cm} = 52,6 \text{ mm}}$$

b) $\gamma = \overline{OA'}/\overline{OA} = 5,26/(-100) = -0,0526$. Taille image = $1,8 \times 0,0526 \approx \boxed{0,095 \text{ m} = 9,5 \text{ cm}}$. Image réelle, renversée, réduite.

c) Objet à l'infini : capteur à $\overline{OA'} = f' = \boxed{50 \text{ mm}}$ du centre optique.

d) Déplacement pour $d = 2 \text{ m}$ ($\overline{OA} = -200 \text{ cm}$) : $1/\overline{OA'_2} = 1/5 + 1/(-200) = (40 - 1)/200 = 39/200 \Rightarrow \overline{OA'_2} = 200/39 \approx 5,128 \text{ cm}$.

Déplacement depuis la mise au point à l'infini ($\overline{OA'}_\infty = f' = 5 \text{ cm}$) : $\Delta = 5,128 - 5,000 =$

1,28 mm

e) Téléobjectif $f' = 200 \text{ mm} = 20 \text{ cm}$, $\overline{OA} = -1000 \text{ cm}$ (10 m), taille objet 1,8 m. $1/\overline{OA'} = 1/20 - 1/1000 = (50 - 1)/1000 \Rightarrow \overline{OA'} = 1000/49 \approx 20,41 \text{ cm}$. $\gamma = 20,41/(-1000) = -0,02041$. Taille image = $1,8 \times 0,02041 = 3,67 \text{ cm} = 36,7 \text{ mm}$

Remarque

Avec le téléobjectif (200 mm), l'image est environ **4 fois plus grande** qu'avec l'objectif standard (50 mm) à la même distance : c'est bien l'effet "zoom" attendu (rapport des focales = $200/50 = 4$).