

Mathématiques et Statistiques juin 2025 BT2

Exercice 1 : (5points)

Le Directeur de l'entité TOURE détient un capital de 10 000 000 F CFA et place à l'intérêt composé au taux de 8% l'an pendant 5 ans.

1. Calcule les intérêts successifs et les valeurs acquises successives (Complétez le tableau ci-dessous).

N B : Tableau à la forme suivante.

Date	Capital, début de période	Intérêt		Capital, fin de période
		Opération	Montant	
1				
2				
3				
4				
5				

2. Montrez que les intérêts successifs forment une progression géométrique dont on déterminera la raison.
3. Montrez que les valeurs acquises successives forment une progression géométrique dont on déterminera la raison.
4. Ce même capital est placé à l'intérêt composé cette fois-ci au taux variables pendant 12 ans :
 - 6% l'an, de la 1^{ère} année à la 5^{ème} année (Capitalisation biannuelle) ;
 - 7% l'an, de la 6^{ème} année à la 9^{ème} année (Capitalisation trimestrielle) ;
 - Et 3% le semestre après (Capitalisation annuelle).

Calcule la valeur acquise des 12 ans de placement.

Exercice 2 (Statistiques) (5 points)

Un stage de formation en informatique a regroupé 120 participants suivant leur âge est la suivante :

Ages	[20 ; 25[	[25 ; 30[	[30 ; 35[	[35 ; 40[	[40 ; 45[	[45 ; 50[
Effectifs	12	18	38	28	15	9

1. Dresse le tableau statistique des effectifs cumulés croissants et décroissants ;
2. Combien de participants ont :
 - a. Moins de 35 ans ?
 - b. Moins de 40 ans ?
3. Sachant qu'une des conditions pour participer au stage est d'avoir moins de 50 ans. Combien de participants de ce groupe pourront dans 10 ans participer au stage ?
4. Calcule la moyenne arithmétique par changement d'origine et d'échelle.
5. Calcule l'écart-type.

Problème : (10 points)

Lors d'un recrutement dans l'entité TOURE, on vous demande de traiter les applications suivantes :

1^{ère} Application : une suite de 12 annuités se présente de la façon suivante :

- ☞ 4 annuités égale chacune à a F CFA.
- ☞ 4 annuités égale chacune à $2a$ F CFA.
- ☞ 4 annuités égale chacune à $3a$ F CFA.

1. La valeur à l'origine de ces annuités évaluées à 9,5% s'élève à 184 704, 04 F CFA.

Calcule le montant de a F CFA.

2. La valeur acquise de ces annuités au taux de 8% l'an s'élève à 682 397, 32 F CFA.

Calculer le montant de a F CFA.

2^{ème} Application : un commerçant est en possession de deux (2) effets de commerce :

- ☞ 5 000 000 F payable dans 4 ans.
- ☞ 4 469 046, 7 F payable dans 5 ans.

1.- Dans le besoin de liquidité, le commerçant décide de négocier les deux effets au taux de 6% l'an. Quelle somme percevra-t-il ?

2.- Il utilise cette somme pour acheter un matériel qu'il met en vente en offrant aux acheteurs les modes de paiement suivants :

1^{er} mode : paiement d'une avance de 1 099 579, 18 F le jour de l'emprunt et paiement de deux (2) traites de même valeur nominale 4 000 000 F payable respectivement dans 2 ans et 4 ans. Taux 9%.

Calcule le prix comptant du matériel.

2^{ème} mode : paiement de 423 462, 19 F aujourd'hui et le reste par trois traites de même valeur nominale échéant d'année en année, la première 3 ans après l'achat. Taux 7% l'an.

Calcule la valeur nominale commune.

3^{ème} mode : de 1 952 710, 6 F le jour de l'achat et le reste par trois traites en progression géométrique de raison 1,5 payable respectivement dans 3 ans, 4 ans et 5 ans.

Calcule les trois valeurs nominales au taux de 7%.

4^{ème} mode : paiement de 5 000 000 F dans 4 ans et une somme de 4 228 026 F dans 2 ans.

Calcule le taux i .

Proposition de Correction de Mathématiques Financières et de la Statistique-BT2-2025

Corrigé / Exercice 1 : BT2 juin 2025..... (5points)

1.- Les intérêts successifs et les valeurs acquises successives **2 points**

Date	Capital, début de période	Intérêt		Capital, fin de période
		Opération	Montant	
1	10 000 000	$10\,000\,000 \times 0,08$	800 000	10 800 000
2	10 800 000	$10\,800\,000 \times 0,08$	864 000	11 664 000
3	11 664 000	$11\,664\,000 \times 0,08$	933 120	12 597 120
4	12 597 120	$12\,597\,120 \times 0,08$	1 007 769,6	13 604 889,6
5	13 604 889,6	$13\,604\,889,6 \times 0,08$	1 088 391,168	14 932 80,768

2.- Montrons que les intérêts successifs forment une progression géométrique dont on déterminera la raison : **0,5 point**

$$q = \frac{I_2}{I_1} = \frac{I_3}{I_2} = \frac{I_4}{I_3} = \frac{I_5}{I_4} \Leftrightarrow$$

$$q = \frac{864\,000}{800\,000} = \frac{933\,120}{864\,000} = \frac{1\,007\,769,6}{933\,120} = \frac{1\,088\,391,168}{1\,007\,769,6} = 1,08 \Leftrightarrow q = 1,08$$

3.- Montrons que les valeurs acquises successives forment une progression géométrique dont on déterminera la raison **0,5 point**

$$q = \frac{C_2}{C_1} = \frac{C_3}{C_2} = \frac{C_4}{C_3} = \frac{C_5}{C_4} \Leftrightarrow q = \frac{11\,664\,000}{10\,800\,000} = \frac{12\,597\,120}{11\,664\,000} = \frac{13\,604\,889,6}{12\,597\,120} = \frac{14\,932\,800,768}{13\,604\,889,6} = 1,08$$

$$\Leftrightarrow q = 1,08$$

4.- Calcule la valeur acquise des 12 ans de placement **2 points**

Taux : 6% l'an, de la 1^{ère} année à la 5^{ème} année (Capitalisation biannuelle) ;

$$\text{Taux biannuelle } i_{2a} = (1,06)^2 - 1 = 0,1236 \quad \text{durée } n = 5 \text{ ans} = \frac{5}{2} \text{ bian}$$

Taux : 7% l'an, de la 6^{ème} année à la 9^{ème} année (Capitalisation trimestrielle)

$$\text{Taux trimestriel } i_t = (1,07)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0,0171 \quad \text{durée } n = 4 \text{ ans} = 16 \text{ trimestres}$$

Et 3% le semestre après (Capitalisation annuelle).

$$\text{Taux annuel } i_a = (1,03)^2 - 1 = 0,0609 \quad \text{durée } n = 3 \text{ ans}$$

$$C_{12} = 10\,000\,000 (1,1236)^{2,5} (1,0171)^{16} (1,0609)^3 = 20\,945\,375,88 \text{ F}$$

Corrigé / Statistique :.....(5 points)

1.) Tableau statistique : 2 points

Ages	[20 ; 25[	[25 ; 30[	[30 ; 35[	[35 ; 40[	[40 ; 45[	[45 ; 50[	Total
X_i	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	XXX
Effectif	12	18	38	28	15	9	120
ECC	12	30	68	96	111	120	XXX
ECD	120	108	90	52	24	9	XXX
$Z_i = \frac{x_i - 37,5}{5}$	-3	-2	-1	0	1	2	XXX
$N_i * z_i$	-36	-36	-38	0	15	18	-77
$N_i * x_i^2$	6 075	13 612,5	40 137,5	39 375	27 093,75	20 306,25	146 600

2.) Déterminons le nombre de participants qui ont : **0,5 pt**

☞ Il y a 68 participants qui ont moins de **35 ans.**

☞ Il y a 96 participants qui ont moins de **40 ans.**

3.) Dans 10 ans, le tableau deviendra **0,5 pt**

Ages	[30 ; 35[	[35 ; 40[	[40 ; 45[	[45 ; 50[	[50 ; 55[	[55 ; 60[
Effectifs	12	18	38	28	15	9

$$12 + 18 + 38 + 28 = 96$$

Il y aura 96 participants qui ne pourront pas participer au stage.

4.) La moyenne arithmétique par changement d'origine et d'échelle : **1 pt**

5.)

$$Z_i = \frac{X_i - X_0}{h} \text{ avec } \bar{Z} = \frac{\sum Z_i * n_i}{N} \text{ et } \bar{X} = h * \bar{Z} + X_0$$

$$\text{Prenons } X_0 = 37,5 \text{ et } h = 5 \text{ on trouve } \bar{X} = 5 * \left(\frac{77}{120}\right) + 33,5 = 34,29 \text{ ans}$$

$$\Leftrightarrow \bar{X} = 34,29 \text{ ans}$$

6.) Calculons d'abord la variance de la série : **1 pt**

$$V(X) = \frac{\sum N_i * X_i^2}{N} - (\bar{X})^2 = \frac{146\,600}{120} - (34,29)^2 = 45,8625 \text{ ans}^2$$

Corrigé / Problème : BT₂ – juin 2025 10 points

1^{ère} Application : 4 points

1. Calculons le montant le montant de a F CFA: **2 points**

$$V_0 = a \frac{1 - (1,095)^{-4}}{0,095} + 2a \frac{1 - (1,095)^{-4}}{0,095} (1,095)^{-4} + 3a \frac{1 - (1,095)^{-4}}{0,095} (1,095)^{-4} (1,095)^{-4} = 184\,704,04$$

$$3,204\,481a + 4,457\,903a + 4,651\,210a = 184\,704,04 \Leftrightarrow a = \frac{184\,704,04}{12,313\,594} = 15\,000 \text{ F} \Leftrightarrow$$

$$a = 15\,000 \text{ F}$$

2. Calculons le montant le montant de a F CFA **2 points**

$$V_n = a \frac{(1,08)^4 - 1}{0,08} (1,08)^8 + 2a \frac{(1,08)^4 - 1}{0,08} (1,08)^4 + 3a \frac{(1,08)^4 - 1}{0,08} = 682\,397,32$$

$$8,340\,498a + 12,26\,103a + 13\,518\,336a = 682\,397,32 \Leftrightarrow a = \frac{682\,397,32}{34,119\,864} = 20\,000\,F$$

$$\Leftrightarrow a = 20\,000\,F$$

2^{ème} Application : 6 points

1.- Trouvons la somme perçue par le commerçant : **2 points**

$$V_0 = 5\,000\,000(1,06)^{-4} + 4\,469\,046,7(1,06)^{-5} = 7\,300\,000\,F \Leftrightarrow V_0 = 7\,300\,000\,F$$

2.- Calculons :

✍ **Le prix comptant du matériel : 1 point**

$$PC = SA + V_1(1+i)^{-n1} + V_2(1+i)^{-n2} \Leftrightarrow$$

$$PC = 1\,099\,579,18 + 4\,000\,000(1,09)^{-2} + 4\,000\,000(1,09)^{-4} = 7\,300\,000$$

$$\Leftrightarrow PC = 7\,300\,000\,F$$

✍ **Calculons la valeur commune dans le 2^{ème} mode : 1 point**

$$7\,300\,000 = 423\,462,19 + V(1,07)^{-3} + V(1,07)^{-4} + V(1,07)^{-5}$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{6\,8537,81}{2,292\,179} = 3\,000\,000\,F$$

$$\Leftrightarrow V = 3\,000\,000\,F$$

✍ **Calculons les 3 valeurs nominales dans le 3^{ème} mode : 1 point**

$$\Leftrightarrow PC = SA + V_1(1+i)^{-n1} + V_2(1+i)^{-n2} + V_3(1+i)^{-n3} \Leftrightarrow$$

$$1\,952\,7100,6 + V_1(1,07)^{-3} + 1,5V_1(1,07)^{-4} + 2,25V_1(1,07)^{-5} = 7\,300\,000\,F$$

$$\Leftrightarrow V_1 = \frac{5\,347\,289,4}{3,564\,859} = 1\,500\,000\,F$$

$V_1 = 1\,500\,000\,F$	$V_2 = 1\,500\,000 * 1,5 = 2\,250\,000\,F$	$V_3 = 2\,250\,000 * 1,5 = 3\,375\,000\,F$
------------------------	--	--

Taux i dans le 4^e mode : 1 point

$7\,300\,000 = 5\,000\,000(1+i)^{-4} + 4\,228\,026(1+i)^{-2} \Leftrightarrow$ Alors on pose : $X = (1+i)^{-2}$ et on simplifie toutes l'équation par 1 000 000 ; on trouve ainsi :

$$5X^2 + 4,228\,026X - 7,3 = 0$$

$$\text{On calcule } \Delta = (4,228\,026)^2 - 4 \times 5 \times (-7,3)$$

$$\Leftrightarrow \Delta = 163,876\,204 \text{ et } \sqrt{\Delta} = 12,801\,414^2$$

$$\text{On trouve } X = \frac{-4,228\,026 + 12,801\,414}{2 \times 5} = 0,857\,338 \Leftrightarrow \boxed{X = 0,857\,338}$$

$$X = (1+i)^{-2} \Leftrightarrow (1+i)^{-2} = 0,857\,338 \text{ et } i = \sqrt[2]{0,857\,338} - 1 = 0,08$$

$$\Leftrightarrow i = 0,08 \text{ soit } 8\%.$$