

**EXERCICE 1 : (5 points)**

1°) a) Former le système linéaire de matrice complète donnée :

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 5 & 3 & 0 & -1 \\ 2 & 5 & 6 & 22 \end{array} \right)$$

b) Résoudre le système trouvé dans  $\mathbb{R}^3$ .

2°) Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{2x}$  où  $a, b, c$  sont des réels. Déterminer :  $a, b, c$  de façon que  $f$  soit solution de l'équation de l'équation différentielle :

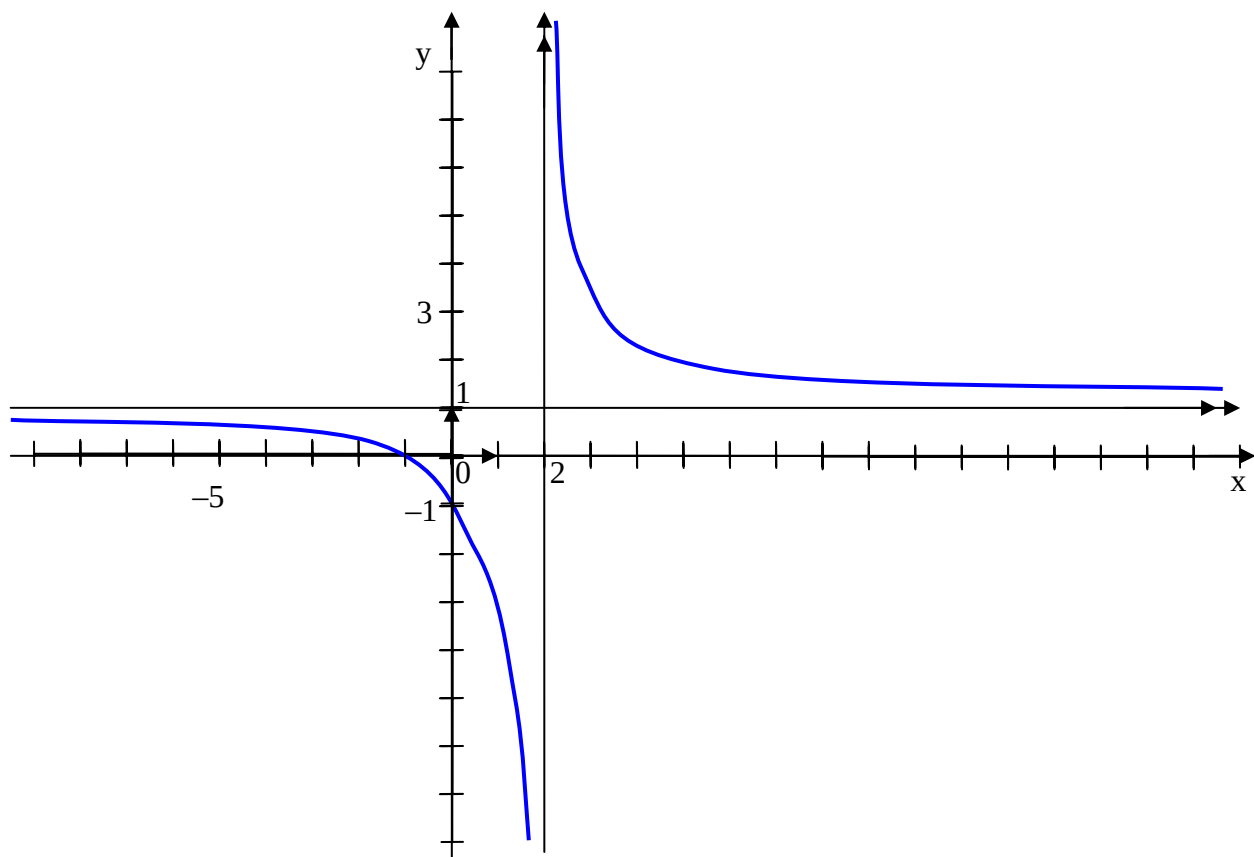
$$y'' + y' = (6x^2 - 2x + 22)e^{2x}$$

3°) a) Etudier le signe de :  $g(x) = x^2 - 2x + 5$ .

b) Calculer :  $I = \int_0^1 (x^2 - 2x + 5)e^{2x} dx$ . Interpréter géométriquement  $I$ .

**EXERCICE 2 : (3 points)**

La fonction  $f$  est donnée par sa représentation graphique dans le plan rapporté à un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .



- 1°) Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .
- 2°) Préciser les asymptotes à la courbe  $(Cf)$  de  $f$ .
- 3°) Donner suivant les valeurs de  $x$  le signe de  $f'(x)$ .

4°) On donne la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $h(x) = e^{f(x)}$ .

Donner le tableau de variation de  $h$  puis l'allure de la courbe  $(Ch)$  de  $h$  dans le plan rapporté à un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

### **PROBLEME : (12 points)**

1°) Soit la fonction  $g$  définie par :  $g(x) = -x^2 - 2 + 2\ln x$ .

a) Etudier les variations de  $g$ .

b) Donner suivant les valeurs de  $x$  le signe de  $g(x)$ .

2°) On considère la fonction  $h$  définie par :  $h(x) = \frac{x^2 + 2\ln x}{2x}$ .

a) Etudier la fonction  $h$ .

b) On désigne par  $(Ch)$  la représentation graphique de  $h$  dans le plan rapporté à un repère orthonormal  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ . Préciser les asymptotes à la courbe  $(Ch)$ . On donnera la position de  $(Ch)$  par rapport à son asymptote oblique  $(\Delta)$ .

c) Déterminer les points de  $(Ch)$  en lesquels la tangente est parallèle à  $(\Delta)$ .

3°) a) Montrer que  $h$  est une bijection de  $\mathbb{R}_+^*$  sur un ensemble  $P$  que l'on précisera.

b) Montrer que l'équation  $x \in \mathbb{R}, h(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$ .

c) Vérifier que :  $\alpha \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$ .

4°) Soit la suite  $(U_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $U_0 = 2$  et  $U_{n+1} = h(U_n)$ .

En utilisant la courbe  $(Ch)$  de  $h$ , construire sur l'axe des abscisses :  $U_0; U_1; U_2; U_3$ . Conjecturer le sens de variation de  $(U_n)$ .