

EXERCICE 1 : (4 points)

On place le 1^{er} janvier 1998 un capital $C_0 = 10\,000\text{F}$ à intérêts composés à la Bank of Africa au taux de 8% l'an.

- 1) Calculer C_1 ; C_2 ; C_3 .
- 2) Soit C_n le capital au bout de n années. Déterminer l'année pour laquelle on verra pour la première fois le capital doublé.
- 3) En quelle année doit-on retirer le capital pour ne pas dépasser 50 000F.
- 4) Exprimer C_n en fonction de C_0 et n ; puis calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} C_n$.

EXERCICE 2 : (4 points)

1°) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $3^{2x+5} - 3 \times 3^{x+2} - 18 = 0$;

b) $2\log^2 x - 5\log x - 3 = 0$.

2°) a) Montrer que le polynôme $P(x) = x^3 - 4x^2 - 29x - 24$, admet le nombre (-1) comme racine.

b) Déterminer les réels a ; b et c tels que $P(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c)$.
En déduire la résolution de l'équation $P(x) = 0$.

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $(\ln x)^3 - 4(\ln x)^2 - 29\ln x - 24 = 0$.

3°) Déterminer trois nombres réels a ; b et c tels que la fonction F soit une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

$$F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{3x} \text{ et } f(x) = (-x^2 + x + 7)e^{3x}.$$

PROBLEME : (12 points)

Soit f_k la famille de fonctions définie sur $\mathbb{R}$ par : $f_k(x) = (x + 2)e^{kx}$.

On appelle (C_k) ($k \in \mathbb{R}$) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère

orthonormé (unité graphique : 1cm).

1°) Montrer que toutes les courbes (C_k) de f_k passent par deux points fixes A et B dont on déterminera les coordonnées.

2°) Etudier les variations de f_{-1} .

3°) a) Déterminer une équation de la droite D_1 tangente à (C_{-1}) au point d'abscisse $x = -2$.

b) Déterminer une équation de la droite D_2 tangente à (C_{-1}) au point $x = 0$.

c) Calculer les ordonnées des points d'abscisse 1 de (C_{-1}) et D_2 .

Tracer (C_{-1}) ; D_1 et D_2 .

4°) Soit $\mathcal{D}$ la droite dont une équation est $y = 2x + 4$. Calculer les coordonnées des points d'intersection de (C_{-1}) et $\mathcal{D}$.

5°) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre m , le nombre et le signe des solutions de l'équation $f(x) = m$.

6°) Déterminer les réels a et b tels que $F(x) = (ax + b)e^{-x}$ soit une primitive de f . En déduire l'aire, en cm^2 , de la portion du plan, comprise entre les droites d'équations $x = -2$ et $x = 0$, limitée par (C_{-1}) et la droite (Δ) dont une équation

est : $y = x + 2$.