

EXERCICE 1 : (5 points)

1°) Simplifier $A = \ln(e\sqrt{e}) + \ln 32 - 3\ln 108 - \ln(0,1) + \ln 10 - \ln e^{\frac{3}{2}} + \ln 3^9$

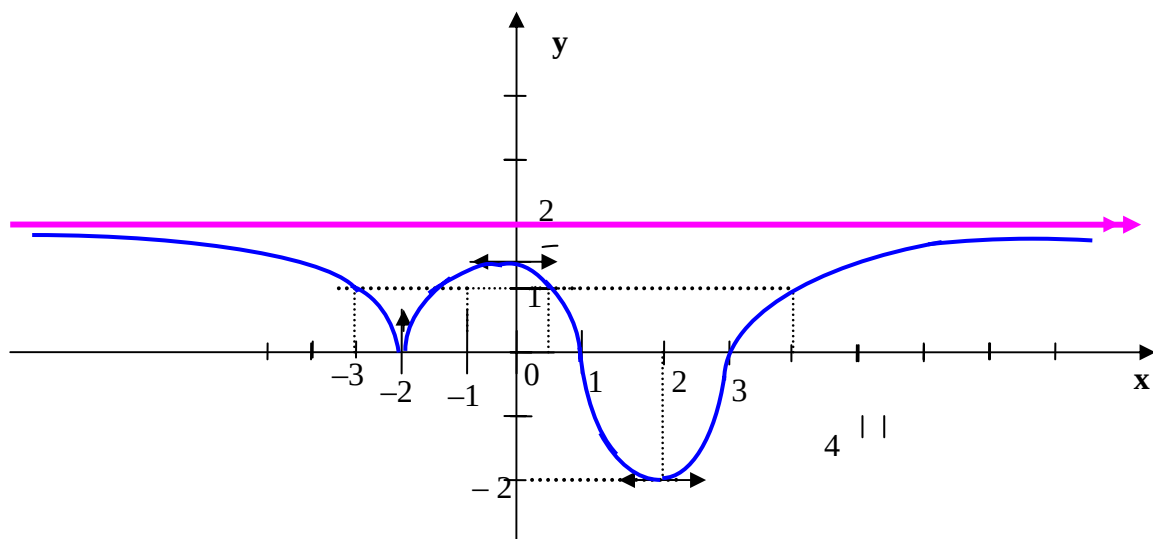
2°) Résoudre $x \in \mathbb{R}$, $\ln(\sqrt{2x-3}) = \ln(6-x) - \frac{1}{2}\ln x$

3°) Calculer :

a) $\int_0^1 \frac{2}{x+1} [\ln(x+1)]^2 dx$ b) $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 2x \sin^2 2x dx$ c) $K = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$.

EXERCICE 2 : (4 points)

La fonction g définie sur $\mathbb{R}$ est donnée par sa représentation graphique ci-dessous.



1°) La fonction g est-elle continue en $x_0 = -2$? Est-elle dérivable en $x_0 = -2$?
On justifiera les réponses.

2°) f est la fonction définie par $f(x) = \ln[g(x)]$.

a) Résoudre $x \in \mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \leq 0$

b) Déterminer l'ensemble de définition de f .

c) Dresser le tableau de variation de f .

PROBLEME : (11 points)

Ce problème est divisé en deux parties **A** et **B** indépendantes.

A]- La fonction h est donnée par son tableau de variation :

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
$h'(x)$	-	0	+	-	0	+
$h(x)$	$+\infty$	5	6	6	-5	10

1°) Peut-on prolonger h par continuité en $x_0 = 2$? Si oui préciser ce prolongement t .

2°) Donner les asymptotes à la courbe (Ch) de h que son tableau de variation vous permet de trouver.

3°) Quel est le nombre de solutions de l'équation $x \in \mathbb{R}, h(x) = 6$? Justifiez.

4°) On sait de plus que :

$$h(1) = 5; h(3) = -5; h(4) = -1; h(5) = 2; h'(1) = 0; h'(3) = 0; h'(5) = 7.$$

Montrer que la restriction r de h à $[3 ; +\infty[$ réalise une bijection de $[3 ; +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera. Calculer $(r^{-1})'(2)$.

B]- Soit la fonction f définie par : $f(x) = \ln(x - \ln x)$ que l'on veut étudier.

1°) Soit la fonction g définie par : $g(x) = x - \ln x$.

a) Etudier les variations de g ;

b) En déduire le signe de $g(x)$ et celui de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

c) Déterminer l'ensemble de définition de f .

2°) Etudier les variations de f et tracer sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère Orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.