

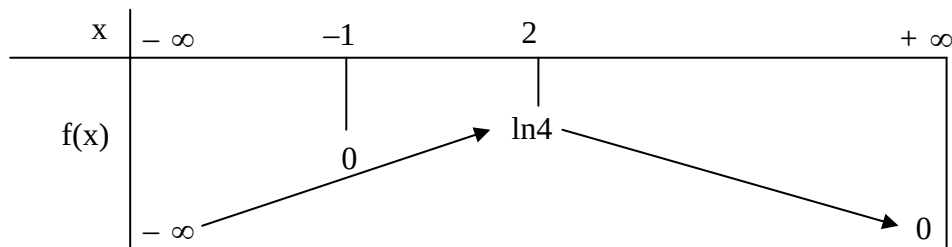
EXERCICE 1 : (6 points)

1°) Calculer la dérivée de la fonction f définie par $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$ et en déduire

$$I = \int_2^3 \frac{(x-2)e^x}{(x-1)^2} dx.$$

2°) Calculer : $J = \int_0^{\ln 2} x^2 e^x dx.$

3°) La fonction f a pour tableau complet de variation ci après et on donne $f(-1) = 0$



a) En déduire les variations de la fonction g définie pour tout x de $\mathbb{R}$,
 $g(x) = e^{f(x)}.$

b) Préciser la valeur de l'extremum local de g .

c) Donner les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$. En donner une interprétation graphique.

d) Dresser le tableau de variation de g .

EXERCICE 2 : (4 points)

Soit (U_n) la suite numérique définie par : $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = \frac{1}{2}(U_n + \frac{1}{U_n}).$

Soit (V_n) la suite définie par : $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 1}, n \in \mathbb{N};$

1°) Démontrer que : $V_{n+1} = (V_n)^2.$

2°) a) Calculer : $V_0; V_1; V_2$ et $V_3.$

b) Calculer V_n en fonction de n , en déduire U_n en fonction de n .

PROBLEME : (10 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$ et (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (Unité graphique 2cm).

1°) Étudier les variations de f ; en déduire les équations des asymptotes.

2°) Donner une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.

3°) a) Montrer que le point $I(0; 1)$ est centre de symétrie pour la courbe (C) de f .

b) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

4°) Utiliser tous les résultats obtenus précédemment pour construire (C) .

5°) a) Démontrer que la fonction F définie par $F(x) = 4\ln(e^x + 1) - x$ est une primitive de f .

b) Calculer en cm^2 l'aire de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses,

la courbe (C) , les droites d'équations $x = 0$ et $x = 3$.