

EXERCICE 1 : (4 points)

Soit la fonction g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ telle que : $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$.

1°) Etudier les variations de g .

2°) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]1 ; 2[$.

EXERCICE 2 : (4 points)

f est la fonction définie sur $] -3 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x}{x+3}$.

1°) Ecrire $f(x)$ sous la forme $f(x) = a + \frac{b}{x+3}$ où a, b sont des nombres réels à déterminer.

En déduire la primitive F de f sur $] -3 ; +\infty[$ qui s'annule en zéro.

2°) a) Etudier les variations de F sur $] -3 ; +\infty[$. En déduire le signe de $F(x)$ sur $] -3 ; +\infty[$.

b) Soit g la fonction définie sur $] -3 ; +\infty[$ par $g(x) = F(x) - x$. Démontrer que la fonction g est décroissante sur $] -3 ; +\infty[$. En déduire que si $x > 0$ alors $F(x) < x$.

PROBLEME : (12 points)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $] 0 ; e^{\frac{5}{2}}]$ par $f(x) = (\ln x)^2 - 2 \ln x$.

Soit (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (unité 1 cm).

1°) a) Montrer que la droite d'équation $x = 0$ est une asymptote à la courbe (C) .

b) Calculer : $f(e^{\frac{5}{2}})$.

2°) Etudier les variations de f sur $] 0 ; e^{\frac{5}{2}}]$.

3°) a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe (C) avec l'axe des abscisses.

b) Etudier la position de la courbe (C) par rapport à l'axe des abscisses.

c) Déterminer la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1.

4°) Tracer (C) et (T) .

5°) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $(\ln x)^2 - 2 \ln x = \frac{5}{4}$.

b) à l'aide de la représentation graphique de f , déterminer le nombre de solutions dans

$] 0 ; e^{\frac{5}{2}}]$ de l'équation : $(\ln x)^2 - 2 \ln x = m$, suivant les valeurs du réel m .

NB : On prendra : $e^{\frac{5}{2}} = 12$; $e^2 = 7$; $e = 2,7$.