

EXERCICE 1 : (5points)

A°) On considère le polynôme $P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$

1°) Déterminer les nombres réels a, b tels que $P(x) = (x + 1)(2x^2 + ax + b)$

2°) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^3 + 7x^2 + 2x - 3 = 0$

3°) Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes :

a°) $2e^{3x} + 7e^{2x} + 2e^x - 3 = 0.$

b°) $2(\ln x)^3 + 7(\ln x)^2 + 2\ln x - 3 = 0.$

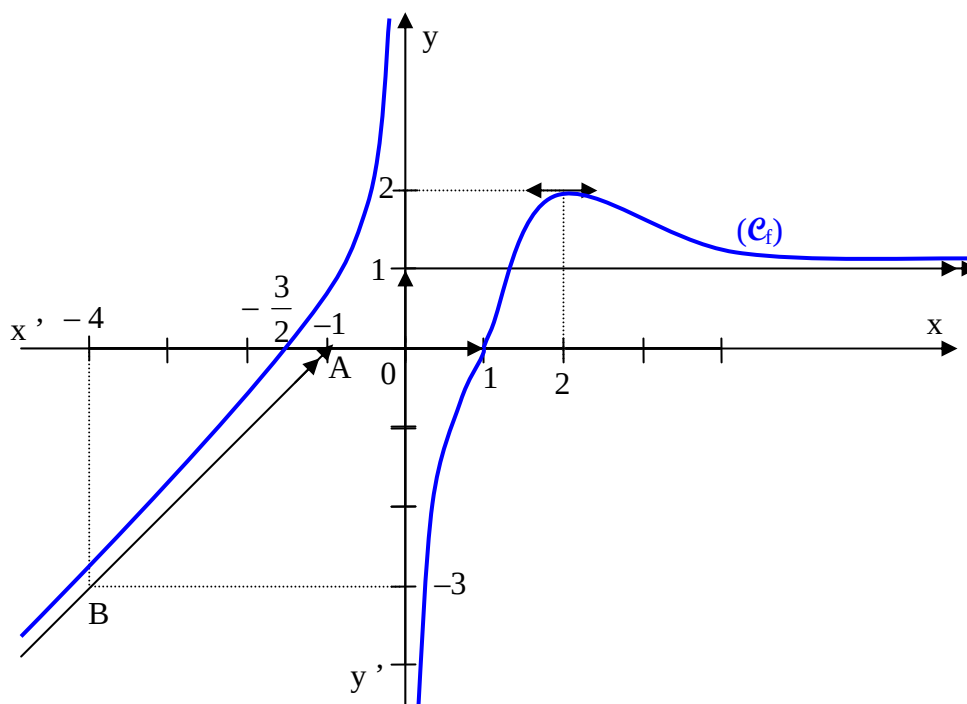
c°) $\ln(2x + 3) + \ln(x^2 + 2x + 2) = \ln(8x + 9).$

B°) Soit la fonction f définie par $f(x) = e^{\ln\left(\frac{2}{x^2 - 1}\right)}$.

Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de f, puis calculer les limites aux de $\mathcal{D}_f$.

EXERCICE 2 : (5points)

On considère la fonction f dont la représentation graphique dans le repère ortho normal est donnée ci-dessous.



1°) a°) par lecture graphique déterminer:

- le domaine de définition de f
- les limites aux bornes du domaine de définition
- le signe de f

b°) Donner la nature et une équation des asymptotes à la courbe ($\mathcal{C}_f$)

c°) Dresser le tableau des variations de f

2°) Soit la fonction h définie par $h(x)=\ln[f(x)]$

a°) Déterminer le domaine de définition $\mathcal{D}_h$ de h et ses limites aux bornes de $\mathcal{D}_h$.

b°) Dresser le tableau des variations de h

PROBLEME: (10 points)

On considère la fonction g définie sur $[0; +\infty[$ par $g(t) = (t - 1)e^{2t} + 2$.

Soit ($\mathcal{C}_g$) sa courbe représentative dans un repère ortho normal d'unité graphique 2cm.

1°) Déterminer les variations de g sur $[0; +\infty[$.

2°) Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe ($\mathcal{C}_g$) au point A d'abscisse 0.

3°) On se propose d'étudier la position de la courbe ($\mathcal{C}_g$) par rapport à (T).

Soit h la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $h(t) = g(t) + t - 1$.

a°) Calculer $h'(t)$ et $h''(t)$.

b°) Etudier le sens des variations de $h'(t)$ et montrer que $h'(t) > 0 \quad \forall t \in [0; +\infty[$.

c°) En déduire les variations de $h(t)$ puis donner le signe de $h(t)$.

d°) Concluez sur la position de ($\mathcal{C}_g$) et (T).

4°) Représenter (T) et ($\mathcal{C}_g$).

5°) a°) A l'aide d'une intégration par partie calculer $\int_0^1 (t-1)e^{2t} dt$.

b°) Calculer en cm^2 l'aire du domaine plan limité par la courbe ($\mathcal{C}_g$), (T), les droites d'équation $t = 0$ et $t = 1$.

*Composition deuxième période 2007***Epreuve de Mathématiques**Série : M.T.ECoef : 05Durée : 03 heures**Exercice 1 : (5 points)**

1°) Simplifier les expressions Suivantes :

$$A = \ln 16\sqrt{e} + \ln \sqrt[3]{32e^2} + \ln(8e) + 2\ln\sqrt{2e} ;$$

$$B = \ln a^2 b^3 - \ln \sqrt[4]{a^3 b^5} + \ln \frac{a^4}{\sqrt[3]{b^2}} - \ln \sqrt{a^7 b^3} ;$$

2°) Résoudre

$$a) 2(\ln 2x)^2 - 5\ln 2x - 3 \leq 0 ;$$

$$b) \begin{cases} \ln(x^3 y^4) = 6 \\ \ln\left(\frac{x^2}{y^5}\right) = 5 \end{cases} ;$$

$$c) 3^{2x+5} - 3 \times 3^{x+2} - 18 = 0 .$$

Exercice 2 : (3 points)

Dans un repère orthonormé $(O ; i ; j)$ d'unité 1cm, on considère les points A(3 ; 2) et B (0 ; 5) du plan.

1°) Placer les points O ; A et B dans le plan.

2°) Donner une équation des droites (OA) et (AB) ;

3°) En utilisant ces équations et le calcul intégral, calculer en cm², l'aire du triangle (OAB).4°) la fonction affine par morceaux f ayant pour représentation graphique les segments [OA] et [AB] ; en déduire la valeur moyenne de f sur [0, 5].

Problème : (12 points)

Partie A

Soit la fonction g définie par $g(x) = 2x - 2x \ln x$ ou $g(x) = 2x(1 - \ln x)$.

1°) Étudier la fonction g .

2°) Calculer $g(e)$; en déduire le signe de $g(x)$.

3°) Donner une équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe (C_g) de g au point d'abscisse $x_0 = e$.

Partie B

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - x^2 \ln(x)$.

Soit (C_f) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unités graphiques 2 cm.

1°) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de f .

2°) Calculer les limites de f aux bornes de $\mathcal{D}_f$.

3°) Étudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.

4°) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution et une seule ℓ dans $]0 ; +\infty[$

5°) Trouver un encadrement d'amplitude 1 de ℓ .

6°) Déterminer en cm^2 l'aire du domaine plan limité par la courbe (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

NB : On prendra $\frac{e^2}{2} \approx 3,67$. Les parties A et B du problème sont liées.

<i>Lycée Technique</i>	BAC BLANC		
SPÉCIALITÉ	MTE	SESSION :	<i>Mai 2007</i>
ÉPREUVE DE :	MATHÉMATIQUES	DURÉE :	3 heures

EXERCICE 1 :

1°) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation : $z^2 - 4z + 5 = 0$

2°) Ecrire sous la forme trigonométrique chacun des nombres complexes suivants :

$$z_1 = 1 + i\sqrt{3} \quad ; \quad z_2 = 1 - i \quad ; \quad z_3 = \frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i}.$$

3°) On donne $z = 1 - i\sqrt{3}$, calculer z^{18} .

4°) $\forall Z \in \mathbb{C}$, on pose : $f(z) = z^3 - (16 - i)z^2 + (89 - 16i)z + 89i$.

a°) Vérifier que $f(-i) = 0$.

b°) Vérifier que $\forall Z \in \mathbb{C}$, $f(z) = (z + i)(z^2 - 16z + 89)$.

c°) Résoudre l'équation : $Z \in \mathbb{C}$, $f(z) = 0$.

EXERCICE 2 :

La suite numérique (V_n) est définie par :
$$\begin{cases} v_1 = 6 \\ 5v_{n+1} = v_n + 16 ; n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1°) Démontrer que la suite (V_n) est minorée et décroissante.

2°) $\forall n \in \mathbb{N}$, on pose $W_n = V_n - a$, $a \in \mathbb{R}$

a°) Déterminer a tel que la suite (W_n) soit une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison .

b°) On pose $a = 4$. Calculer W_n puis V_n en fonction de n sachant que

$$S_n = W_1 + W_2 + \dots + W_n \quad \text{et} \quad T_n = V_1 + V_2 + \dots + V_n.$$

Calculer S_n puis T_n en fonction de n .

PROBLÈME :

Partie A :

Une entreprise envisage de lancer une nouvelle fabrication. Les études techniques préalable ont montrées que l'investissement total initial s'élève à 900 000 frs. Cet investissement se dévalue chaque année et la fonction de dépréciation cumulée f est donnée par : $f(x) = 900000 - 900000e^{x \ln(1,5)}$ où x est le temps en année.

- 1°) Etudier les variations de la fonction de dépréciation cumulée et faire sa représentation graphique.
- 2°) Au bout de combien d'année l'investissement a-t-il perdu 80% de sa valeur ?

Partie B :

Des études commerciales ont permis d'établir que les recettes cumulées nettes des dépenses, à attendre de ce nouveau produit pourrait être évaluée par la formule suivante : $g(x) = -75000x^2 + 600000x$, où x est le temps en année.

- 1°) Etudier les variations de la fonction recette cumulée.
- 2°) Représenter cette fonction pendant de période où la recette cumulée est positive ou nulle.
- 3°) Déterminer, à la lecture du graphique, l'année la plus profitable pour l'exploitation de produit.
- 4°) Déterminer au bout de combien d'année cette nouvelle fabrication conduit à un déficit.