

EXERCICE 1 : (5points)

1°) a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 4z + 16 = 0$.

b) Vérifier que pour tout nombre complexe z : $(z+4)(z^2-4z+16) = z^3+64$

c) En déduire les solutions de l'équation : $z^3+64 = 0$.

2°) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(o; \vec{i}, \vec{j})$ on désigne par A, B et C les points d'affixes respectives $z_1 = 2 + 2i\sqrt{3}$; $z_2 = -4$ et $z_3 = 2 - 2i\sqrt{3}$

a) Ecrire z_1 , z_2 et z_3 sous forme trigonométrique et exponentielle.

b) Placer les points A, B, C dans le plan.

c) Calculer les longueurs AB, AC et BC. En déduire la nature du triangle ABC.

3°) a) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $z = -5 + 12i$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 + (2 - 3i)z - 6i = 0$.

EXERCICE 2 : (5points)

1°) Déterminer les racines cubiques de $Z = -i$ sous forme trigonométrique et algébrique.

2°) On donne les nombres complexes $z_1 = \frac{7-3i}{5+2i}$; $z_2 = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$

Ecrire z_1 et z_2 sous forme algébrique.

3°) Calculer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 4x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$ b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{7-x} - 3}{x+2}$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{4\sin^2 x}$

PROBLÈME : (10points)

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{-x^2 + x + 2}{x - 3}$; (C_f) sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1°) Trouver l'ensemble de définition de f .

2°) a) Déterminer les réels a ; b et c tels que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 3}$. En déduire que (C_f) admet une droite une asymptote oblique (D) que l'on précisera.

b) Etudier la position de (C_f) par rapport à (D) .

3°) Etudier les variations de f .

4°) Montrer que le point $I(3; -5)$ est un centre de symétrie de (C_f) .

5°) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 2$.

6°) Tracer (C_f) .

7°) Résoudre et discuter graphiquement suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre de solution de l'équation $-x^2 + (1 - m)x + 3m + 2 = 0$.

8°) Soit g la restriction de f à l'intervalle $[5; +\infty[$

a) Montrer que g réalise une bijection de $[5; +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Calculer $g(6)$; $g(7)$; $(g^{-1})'(-10)$.