

EXERCICE 1 : (5points)

1°) On donne $P(x) = 2x^2 - x - 1$. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.

En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ des équations et inéquations suivantes :

a°) $2(\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0$; b°) $2(\ln x)^2 \leq \ln x + 1$; c°) $\ln x + \ln(2x-1) > 0$

2°) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant:
$$\begin{cases} x + y = 4e \\ \ln x + \ln y = 2 + \ln 3 \end{cases}$$

EXERCICE 2 : (5points)

A) Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x^2 + x - 13}{x^2 - x - 2}$

1°) Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f .

2°) Trouver trois réels a , b et c tels que $f(x) = a + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{x+1}$, $\forall x \in D_f$.

3°) Déterminer les primitives F de la fonction f sur $] -1 ; 2[$.

4°) En déduire $A = \int_0^1 f(x) dx$.

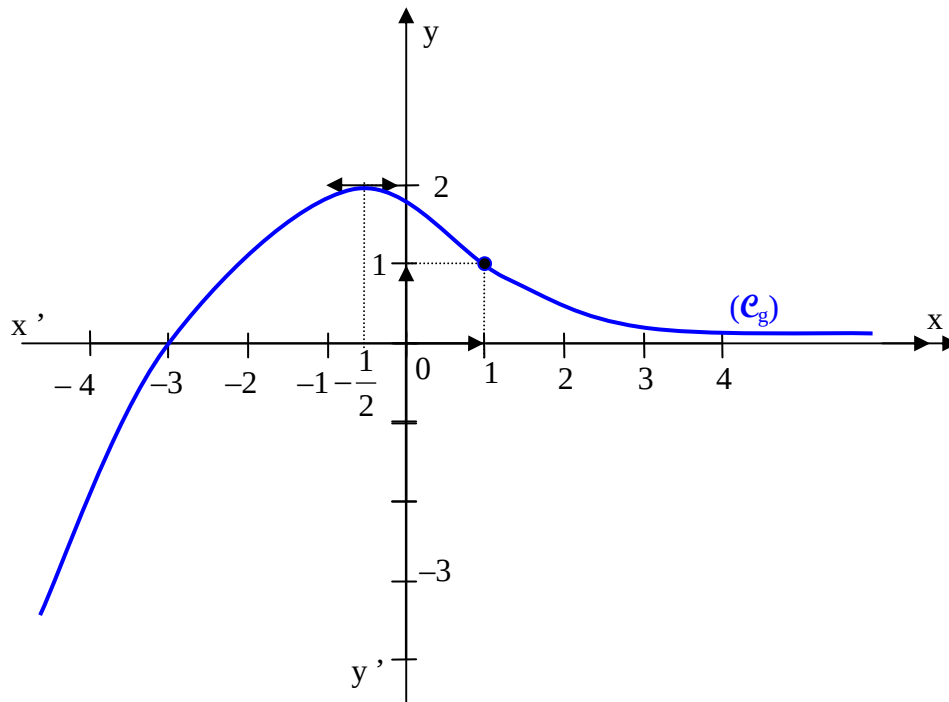
B) On donne $I = \int_0^{\ln 16} \left(\frac{e^x + 3}{e^x + 4} \right) dx$ et $J = \int_0^{\ln 16} \left(\frac{1}{e^x + 4} \right) dx$

1°) Calculer $I - 3J$ et $I + J$

2°) En déduire les valeurs exactes de I et J .

Problème : (10 points)

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par sa représentation graphique ci-dessous



1°) Déterminer graphiquement les limites de g en $+\infty$; en $-\infty$ puis dresser le tableau des variations de la fonction g . On donne $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 2$

2°) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{g(x)}$.

- a) Déterminer les limites de f en $+\infty$; en $-\infty$
- b) Calculer $f'(x)$ en fonction de $g'(x)$ et dresser le tableau de variation de f

3°) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes : $f(x) = e^2$; $f(x) \geq 1$