

EXERCICE I :

Soit dans $\mathbb{C}$ le polynôme $P(z) = z^3 - 8z^2 + 24z - 32$

- 1) Vérifier que $z_0 = 4$ est une solution de l'équation $P(z) = 0$
- 2) Factoriser $P(z)$ et déterminer les deux autres solutions z_1 et z_2 de l'équation $P(z) = 0$
- 3) Ecrire z_0, z_1 et z_2 sous forme trigonométrique et exponentielle.
- 4) Dans le plan complexe, on donne les points A, B et C d'affixes respectives z_0, z_1 et z_2 .

On pose $Z = \frac{z_2 - z_0}{z_1 - z_0}$

Calculer le module et un argument de Z. En déduire la nature du triangle ABC.

- 5) Linéariser $\sin^3 \theta$, en déduire une linéarisation de $\sin \theta \cos^2 \theta$

EXERCICE II :

Une fonction f est définie par la donnée de tableau de variations ci-dessous :

x	$-\infty$	-1	0	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
f'(x)	+	2	+	-	-	0
f(x)			$+\infty$			

- 1) Donner l'ensemble de définition Df de f et les limites aux bornes de Df.
- 2) Donner les équations des asymptotes et celle de la tangente à (Cf) en $x_0 = -1$.
- 3) Montrer que la restriction g de f à $I = [2, +\infty[$ réalise une bijection de I sur un intervalle J à préciser. Donner les variations de g^{-1} .
- 4) Tracer (Cf) et (Cg^{-1}) dans un même repère orthonormé.

EXERCICE III :

Un artisan fabrique des objets qu'il vend à 3900F l'unité. Le coût de production d'une quantité q d'objets est $C(q) = q^3 - 40q^2 + 400q$ avec $q \in [0; 90]$

- 1) Déterminer la fonction coût moyen $C_M(q) = \frac{C(q)}{q}$ et la fonction coût marginal

$$C_m(q) = C'(q), \quad q \in [0; 90]$$

- 2) Etudier les variations de $C(q)$ et $C_M(q)$ sur $[0; 90]$
- 3) Pour quelle quantité q le coût moyen C_M est-il le plus bas ?
Dans ces conditions, calculer le coût marginal C_m
- 4) Calculer en fonction de q la recette $R(q)$ puis le bénéfice $B(q)$. Etudier les variations de $B(q)$.
- 5) Quels conseils d'économistes donnerez-vous à l'artisan pour minimiser sa perte et maximiser son bénéfice. Illustrer cela par un graphique dans un repère orthogonal.