

EXERCICE I :

1°) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$\log^2 x - 10 \log x + 9 = 0 \quad ; \quad 2^x - 12 + 32 \times 2^{-x} = 0$$

2°) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système
$$\begin{cases} e^x \times e^y = 3 \\ e^{x-y} = 2 \end{cases}$$

EXERCICE II :

Résoudre chacune des équations différentielles puis déterminer la solution y vérifiant les conditions initiales.

1°) $\frac{y'}{\pi} - y = 0$ avec $y'(0) = \sqrt{\pi}$;

2°) $y'' - 9y = 0$ avec $y(0) = 2$ et $y'(0) = 0$;

3°) $y'' - 10y' + 25y = 0$ avec $y(0) = 3$ et $y'(0) = 1$

Problème :

Soit la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = x^2 - 3 \ln x$. Soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité graphique 2cm.

1°) Calculer la limite de f en 0 puis en $+\infty$.

2°) Calculer $f'(x)$ et résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations : $f'(x) > 0$; $f'(x) < 0$.

3°) En déduire le sens de variation de f sur $]0 ; +\infty[$; puis dresser son tableau de variation.

4°) Tracer la courbe $(\mathcal{C}_f)$

5°) L'équation $f(x) = 0$ admet-elle des solutions ? Justifier votre réponse.

6°) Soit g la fonction définie par $g(x) = x \ln x - x$

a) Calculer la dérivée g' de la fonction g

b) Calculer alors l'ensemble des primitives F de f .

c) En déduire l'aire A de la partie du plan comprise entre $(\mathcal{C}_f)$, l'axe $(x'ox)$ des abscisses et les droites d'équations : $x = 1$; $x = e$.