

Exercice 1..... (6 points)

I) Soit la fonction polynôme $P(z) = z^3 - (3 + 5i)z^2 + (10i - 6)z + 8$

1°) Montrer que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure z_0 que l'on précisera.

2°) a) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $U = 2i$.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. Soit z_1 et z_2 les deux autres solutions de $P(z) = 0$ telles que $\text{Re}(z_1) < \text{Re}(z_2)$.

c) Ecrire z_0 , z_1 et z_2 sous forme trigonométrique et exponentielle.

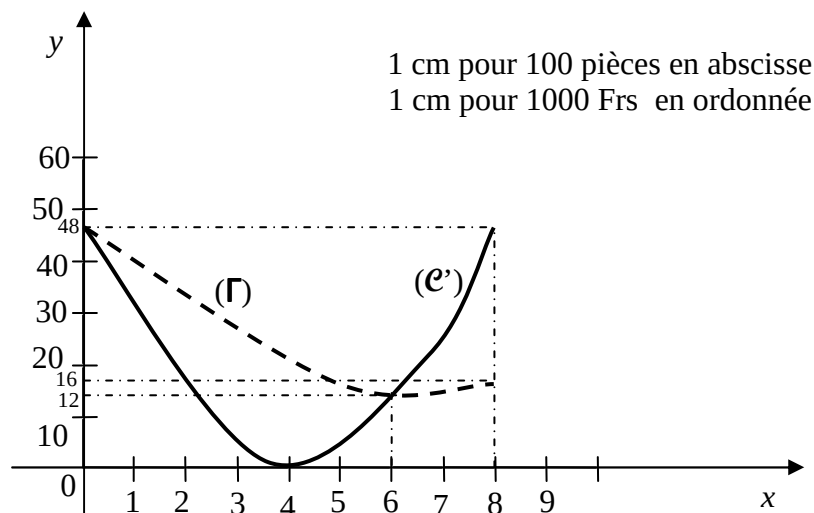
d) Vérifier que $z_1 \times z_2 = 2z_0$

3°) Soit A, B et C les points d'affixes respectives z_0 , z_1 et z_2 . Donner la nature du triangle ABC.

II) Linéariser : $\cos^3 2x$; $\sin^2 x \cos x$.

Exercice 2..... (4 points)

Les courbes $(\mathcal{C}')$ et (Γ) représentent respectivement le coût marginal C_m et le coût moyen C_M (en milliers de francs) de fabrication de q pièces (en centaines d'unités).



1°) a) Dresser le tableau de variations du coût marginal C_m .

b) Pour quelle quantité de pièces produites le coût marginal est minimal ?

2°) Dresser le tableau de variations du coût moyen C_M .

3°) a) Déterminer q_0 tel que $C_m(q_0) = C_M(q_0)$ ($q_0 \neq 0$).

b) Déterminer l'intervalle sur lequel le coût moyen est supérieur au coût marginal.

PROBLÈME :(10 points)

Soit la fonction f définie par son tableau de variations et quelques indications :

x	-5	0	3	$+\infty$
$f'(x)$			0	
	$+$		$-$	$+$
$f(x)$				
	-4	$+\infty$	-1	4

$$f(-2)=0 ; f(1)=0 ; f\left(\frac{9}{2}\right)=0 ; f'(-2)=1 \text{ et } f'(-5)=0$$

1°) a) Déterminer le domaine de définition $\mathcal{D}f$ de f et les limites aux bornes de $\mathcal{D}f$.

b) Préciser les équations des asymptotes éventuelles.

c) Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse $x_0 = -2$.

2°) Soit g la restriction de f à l'intervalle $[-5, 0[$

a) Montrer que g réalise une bijection de $[-5, 0[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Calculer $(g^{-1})'(0)$.

3°) Tracer les courbes $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_{g^{-1}})$ dans un même repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$

4°) a) Résoudre graphiquement : $f(x)=0$; $f(x) < 0$.

b) Déterminer le nombre et le signe des solutions de l'équation $f(x)=m$ où m est un paramètre réel.