

Exercice 1:.....(5 points)

1°) Calculer les limites suivantes

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 5x - 3}{x^2 - 3x + 2} ;$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{x - 3} ;$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + x - 1}{2x^2 - 3x + 5}$

2°) Calculer la dérivée de chacune des fonctions définie par :

a) $f(x) = x^5 - 3x^2 + x - 2$; b) $g(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 2}$; c) $h(x) = (x^3 + x - 5)^7$

Exercice 2:.....(5 points)

On donne $A = 5\sqrt{2}(1+i)$; $B = -5(1+i\sqrt{3})$

1°) Déterminer le module et un argument de : A ; B ; $\overline{A}$; $\frac{B}{A}$; $B \times A$; $\frac{A}{B^2}$

2°) Soit Z un nombre complexe tel que $A \times Z = B$

a) Écrire Z sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.

b) En déduire les valeurs de $\cos\left(\frac{13\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\frac{13\pi}{12}\right)$

Problème:.....(10 points)

Une entreprise fabrique une quantité x d'un certain produit. On suppose que x est un nombre réel compris entre 0 et 20 et que le coût de production $f(x)$ exprimé en milliers de francs est donné par : $f(x) = x^3 - 30x^2 + 300x$.

On note C sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (Unités graphiques : 1cm pour deux produits sur l'axe des abscisses ; 1cm pour 100.000F sur l'axe des ordonnées).

Partie A : Étude du coût de production.

1°) Étudier le sens de variation de sur l'intervalle $I = [0 ; 20]$.

2°) Tracer la courbe C, en précisant les tangentes aux quatre points

d'abscisses : 0 ; 10 ; 15 et 20.

Partie B : Étude du bénéfice en fonction de la production.

On suppose que toute la production est vendue à un prix de 84 000F par unité.

La recette totale g (exprimée en milliers de francs) est alors définie sur I par :

$$g(x) = 84x .$$

Le bénéfice total $h(x)$ est donc donné par : $h(x) = g(x) - f(x)$

1°) a) Étudier le signe de la fonction h sur l'intervalle I .

b) Interpréter le résultat en terme de bénéfice.

2°) a) Étudier les variations de la fonction h sur l'intervalle I .

b) En déduire la quantité X_m assurant à l'entreprise un bénéfice maximum.

Calculer alors la valeur exacte de $h(X_m)$. Donner une valeur décimale approchée de X_m à 10^{-2} près et la valeur du bénéfice $h(X_m)$ exprimée en francs, et arrondie à l'unité la plus proche.