

Compositions Locales **AEBRG** 2^{ème} période 2012- 2013

Session de Mars 2013

Série : MTE

Epreuve de Mathématiques

Durée : 3heures ; coef :5

Exercice 1 :(4points)

1) Résoudre dans IR l'équation :

$$X - 4 = \frac{5}{X}$$

2) En déduire dans l'ensemble des nombres réels les solutions des équations suivantes :

a) $\ln(2x - 7) = 3\ln 3 - \ln(2x - 1)$

b) $e^x = 4 + 5e^{-x}$

3) Résoudre dans IR l'inéquation :

$$e^x \geq 4 + 5e^{-x}$$

Exercice 2 :(4points)

Soit la fonction f définie par

$$f(x) = (10 - x) e^{\frac{-x}{2}}$$

1) Etudier le signe de f(x) sur [0; 10] .

2) Soit F la fonction définie sur [0; 10] par : $F(x) = (ax + b) e^{\frac{-x}{2}}$

a) Déterminer les nombres réels a et b tels que F soit une primitive de f sur [0; 10] .

b) Calculer la valeur exacte puis la valeur arrondie à 0,01 près de l'intégrale : $I = \int_0^{10} f(x) dx$.

Problème :.....(12points)

Partie1 : Etude de fonction

Soit f la fonction numérique définie sur $]0, +\infty[$ par, $f(x) = 5(1 - \ln x)(\ln x - 2)$ de courbe représentative (C) dans le repère ortho normal unité 2cm.

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x)=0$.

2) a) Déterminer le signe de $(1-t)(t-2)$.

b) En déduire le tableau de signe de $f(x)$ sur $]0, +\infty[$

3) a) On note f' la dérivée de f . Calculer $f'(x)$ et montrer que pour tout x de

$$]0, +\infty[\quad f'(x) = \frac{5(3-2\ln x)}{x}$$

b) En déduire les variations de f et dresser son tableau de variation.

4) Calculer la limite de f en 0 et en $+\infty$

5) Tracer la courbe (C) de f .

6) Préciser le nombre de solutions de l'équation $f(x)=1$ puis donner la valeur approchée arrondie à 0,01 près de ces solutions.

Partie 2 : Applications économiques.

Une boulangerie fabrique et revend des baguettes de pains . $f(x)$ représente le résultat (bénéfice ou perte) en centaines de milliers de francs qu'elle réalise lorsqu'elle fabrique x centaines de baguettes de pains, pour x compris entre 1 et 10 . f désignant la fonction étudiée dans la **partie1**

1) Déterminer à une baguette près, les quantités à produire pour ne pas travailler à perte.

Interpréter concrètement le résultat de la question 2 de la partie1.

Comment le lit-on sur le graphique ?

2) Cette boulangerie veut réaliser un bénéfice supérieur ou égal à 100000F. Combien baguettes de pains doit -elle fabriquer ? Justifier sa réponse.