

Composition de la 2^e Période 2017-2018

Epreuve : Mathématiques

Durée : 3 heures

Série : STG (GCo/CF)

Coefficient : 3

Exercice 1.....(6 points)

1) a) Mettre sous forme trigonométrique puis sous forme exponentielle les nombres complexes suivants: $Z_1 = -\sqrt{3} + i$, $Z_2 = 1 - i\sqrt{3}$, Z_1^3 et $\frac{Z_1}{Z_2}$.

b) Mettre sous forme algébrique Z_1^3 et $\frac{Z_1}{Z_2}$.

2) Soit l'équation $(E): z \in \mathbb{C}, z^3 - (5+i)z^2 + 2(5+3i)z - 8(1+2i) = 0$.

a) Montre que $z_0 = 2i$ est solution de (E) .

b) Détermine trois nombres réels a, b et c tels que $(E): (z - 2i)(az^2 + bz + c) = 0$.

c) Résous l'équation (E) .

Exercice 2.....(6 points)

Soit le polynôme $p(x)$ définie par $p(x) = x^3 - 5x^2 - 12x + 36$.

1) a) Calcule $p(2)$.

b) Factorise $p(x)$.

c) Résous dans $\mathbb{R}$, $p(x) = 0$ et $p(x) \leq 0$.

2) En déduis la résolution des équations et inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$:

a) $\ln^3 x - 5 \ln^2 x - 12 \ln x + 36 = 0$

b) $\ln x + \ln(x^2 - 5x - 4) = \ln(4x + 18) + \ln 2$

c) $\log_3^3 x - 5 \log_3^2 x - 12 \log_3 x + 36 = 0$

d) $e^{3x} - 5e^{2x} - 12e^x + 36 = 0$

e) $2^{3x} - 5 \cdot 2^{2x} - 12 \cdot 2^x + 36 = 0$

f) $\ln^3 x - 5 \ln^2 x - 12 \ln x + 36 \leq 0$

g) $e^{3x} - 5e^{2x} - 12e^x + 36 \leq 0$.

Problème.....(8 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x - 1 + (x^2 + 2)e^{-x}$. On note (C) la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, unité graphique 2 cm.

Partie A

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 1 - (x^2 - 2x + 2)e^{-x}$.

- 1) Etudie les variations de g .
- 2) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ puis justifie que $0,35 \leq \alpha \leq 0,36$.
- 3) En déduis le signe de $g(x)$.

Partie B

- 1) Etudie les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
- 2) A l'aide de la partie A dresse le tableau de variation de f .
- 3) a) Démontre que $f(\alpha) = \alpha(1 + 2e^{-\alpha})$.
b) Détermine un encadrement de $f(\alpha)$ à l'aide de l'encadrement de α .
- 4) Démontre que la droite (Δ) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$. Précise la position de (C) par rapport à (Δ) .
- 5) Donne une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.
- 6) Trace (C) , (T) et (Δ) dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.