

LT-Ség	Fiche de Synthèse : Module – 12 STG STT02 : Probabilité	A-E de Ségou
Classe :	Élève :	M. Dembélé

I. VOCABULAIRE

a. Expérience aléatoire

C'est une expérience (ou épreuve) dont on connaît parfaitement les conditions de déroulement mais dont les résultats dépendent du hasard.

Exemple :

Lancer un dé à 6 faces non pipé constitue une expérience aléatoire.

b. Univers

C'est l'ensemble des résultats possibles d'une expérience aléatoire. On le note Ω

Exemple :

$\Omega = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 \}$.

c. Événement

C'est une partie de l'univers.

Si cette partie ne contient qu'un seul élément, on parle d'**événement élémentaire**.

Exemple :

$A = \text{« J'obtiens un nombre pair »} = \{ 2 ; 4 ; 6 \}$.

$\emptyset$ = événement **impossible**.

$\Omega = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 \}$ = événement **certain**.

d. Événements incompatibles

Deux événements n'ayant aucun élément en commun sont dits **incompatibles** (ou **disjoints**).

Exemple :

$A = \text{« J'obtiens un nombre pair »}$ et $B = \text{« J'obtiens un nombre impair »}$ sont incompatibles.

e. Événement contraire

Si A est un événement, on note $\overline{A}$ l'événement **contraire** de A formé de tous les éléments de Ω qui n'appartiennent pas à A .

Exemple :

Si $A = \{ 3 \}$ alors $\overline{A} = \{ 1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 6 \}$.

f. Intersection d'événements : « A et B »

Si A et B sont deux événements, on note $A \cap B$ (« A inter B ») l'ensemble de tous les éléments qui appartiennent à la fois à A et B .

Exemple :

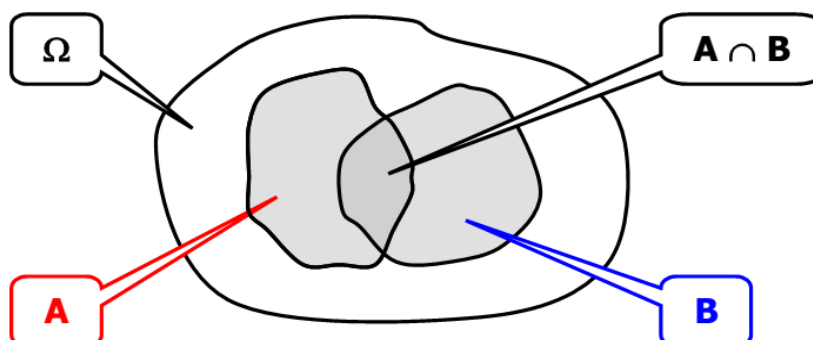
Si $A = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 \}$ et $B = \{ 3 ; 4 ; 5 ; 6 \}$ alors $A \cap B = \{ 3 ; 4 \}$.

g. Union d'événements : « A ou B »

Si A et B sont deux événements, on note $A \cup B$ (« A union B ») l'ensemble de tous les éléments qui appartiennent à A ou à B (ou aux deux à la fois).

Exemple :

Si $A = \{ 2 ; 4 ; 6 \}$ et $B = \{ 4 ; 5 ; 6 \}$ alors $A \cup B = \{ 2 ; 4 ; 5 ; 6 \}$.



II. PROBABILITES SUR LES ENSEMBLES FINIS

On ne s'intéresse ici qu'à des expériences ayant un **nombre fini de résultats possibles**.

Donc Ω a aussi un nombre fini d'éléments (et à fortiori tous les événements, qui sont des parties de Ω) : on peut donc les compter.

a. Probabilité

A chaque événement A on associe un **nombre** appelé **probabilité de A**, noté **P(A)** tel que :

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

$$P(\Omega) = 1$$

$$P(\emptyset) = 0$$

b. Propriétés

Soit A et B deux événements :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Remarque :

Si A et B sont incompatibles, alors $A \cap B = \emptyset$, donc $P(A \cap B) = 0$ et donc $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Une formule utile :

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B})$$

III. EQUIPROBABILITE

On dit qu'il y a équiprobabilité si tous les événements élémentaires qui constituent l'univers ont la même probabilité. Dans ce cas, on a :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'éléments de } A}{\text{nombre d'éléments de } \Omega}$$

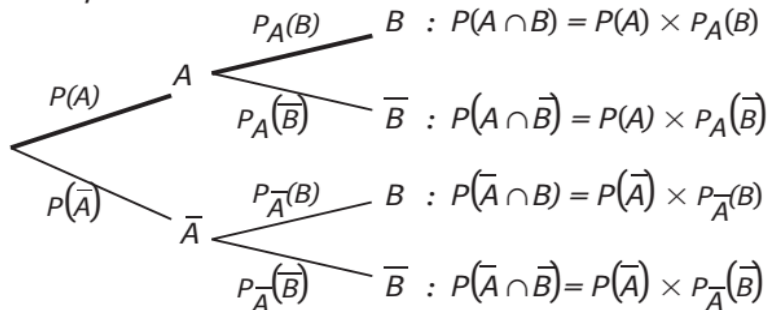
Exemple :

Si $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, alors $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6) = \frac{1}{6}$.

L'arbre pondéré

C'est un outil qui nous permet de modéliser ou de décrire une expérience aléatoire qui se déroule en deux temps ou un jeu en trois étapes etc...

Arbre pondéré



Règles de construction d'un arbre pondéré

- On indique sur chaque branche la probabilité du chemin correspondant (c'est éventuellement une probabilité conditionnelle).
- La somme des probabilités inscrites sur les branches issues d'un même événement (on dit aussi « d'un même noeud ») est égale à 1. Cette règle est parfois appelée « la loi des nœuds ». Elle est une conséquence de la propriété 2 :

$$P_A(\bar{B}) = 1 - P_A(B).$$

Règles d'utilisation d'un arbre pondéré

- On obtient la probabilité d'une intersection en multipliant les probabilités des branches du chemin correspondant.
- La probabilité d'un événement est égale à la somme des probabilités des chemins qui y aboutissent.

M. Dembele'