

Lycée Technique	Devoir en Commun		
SÉRIES	MTE	DATE: 31/05/2012	
ÉPREUVE DE:	MATHÉMATIQUES	DURÉE:	

Exercice 1 :(4 points)

1°) Écrire à l'aide d'un seul logarithme népérien:

a) $A = \ln 9 + \ln 50 - \ln 5$; (0,5pt)

b) $B = 3\ln 10 + \ln(10^{-2}) + \ln 4$. (0,5pt)

2°) Simplifier les écritures suivantes

$$C = e^{2x-1} \times e^{-x+3} \quad (0,5pt) \quad ; \quad D = \frac{e^{x-\ln 2} \times e^{-x}}{e^{2\ln 2}} \quad (0,5pt)$$

3°) a) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} 2x + y = 10 \\ -x + 3y = 9 \end{cases}$ (1pt)

b) En déduire la résolution du système: $\begin{cases} e^x \times e^{x+y} = e^{10} \\ \frac{e^{2y}}{e^{x-y}} = e^9 \end{cases}$ (1pt)

Exercice 2 :(6 points)

1°) Soit P la fonction polynôme définie par $P(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$.

a) Calculer P(1) puis déterminer les réels a, b et c tels que : $P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$ (2pts)

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ $P(x) = 0$ et $P(x) \geq 0$ (2pts)

2°) En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de :

a) $e^{3x} + 2 = 2e^{2x} + e^x$ (1pt)

b) $(\ln x)^3 - 2(\ln x)^2 - \ln x + 2 \geq 0$ (1pt)

TSVP $\Rightarrow$

PROBLÈME :(10 points)

On considère la fonction g définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = x - \ln x$.

1°) Dresser le tableau de variations de g et en déduire le signe de $g(x)$. (1 pt)

2°) On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = x + \frac{2 \ln x}{x^2}$.

On désigne par $(\mathcal{C}_f)$ la courbe de f dans un repère ortho normal.

a) Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$ puis interpréter les résultats. (1

pt)

b) Calculer $f'(x)$. (1 pt)

c) Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ et dresser le tableau de variations de f . (2

pts)

3°) a) Montrer que la droite $(\mathcal{D})$ d'équation $y = x$ est asymptote à $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $+\infty$. Préciser la position de $(\mathcal{D})$ par rapport à $(\mathcal{C}_f)$. (2 pts)

b) Résoudre l'équation $x \in]0 ; +\infty[\quad f'(x) = 1$. Interpréter ce résultat. (1 pt)

4°) Construire $(\mathcal{D})$ et $(\mathcal{C}_f)$. (2 pts)

Bonne Chance à toutes et tous