

EXERCICE 1 : (7points)

I) On considère les nombres complexes suivants :

$$z_1 = \frac{4-i}{2+i} + \frac{i}{3+i}; \quad z_2 = \frac{2\sqrt{3} + 11 + i(11\sqrt{3} - 2)}{2 + 11i}; \quad z_3 = \frac{2e^{-i\frac{\pi}{6}}}{1-i}$$

- 1) Ecrire sous forme algébrique z_1 ; z_2 ; et z_3 .
 - 2) Ecrire sous forme trigonométrique z_3 .
 - 3) Dédire des questions précédentes les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$.
- II) Linéariser $\cos^3(2x) \times \sin^2(\frac{x}{2})$.

EXERCICE 2 : (7points)

On considère l'équation (E): $z = 4 - \frac{16}{z}$.

- 1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).
- 2) Dans le plan complexe muni du repère orthonormé $(O, \vec{u}; \vec{v})$, on donne les points A, B, C d'affixe respectives $z_A = \frac{z_C - z_B}{2}$; $z_B = 2 + 2i\sqrt{3}$ et $z_C = 2 - 2i\sqrt{3}$
 - a) Calculer z_A et placer A, B et C dans le plan.
 - b) Déterminer OB et OC . Que peut-on en déduire pour les points B et C?
 - c) Déterminer la nature du triangle ABC.

EXERCICE 3 : (6points)

Soit f le polynôme de variable complexe définie par :

$$f(z) = z^3 + (2 - 2i)z^2 + 2z - 4(2i + 1)$$

- 1) Démontrer que l'équation $f(z) = 0$ admet une solution réelle z_0 que l'on déterminera.
- 2) Trouver les trois nombres complexes a , b , et c tels que :
$$f(z) = (z - z_0)(az^2 + bz + c)$$
- 3) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $f(z) = 0$.