

Module 1 : Etude de fonctions Numériques d'une Variable réelle

Terminale STG (GCO - CF)

Année Scolaire 2013-14

Prof. MR SOUGANE

Lycée Technique de BKO

Exercice 1 :

Le coût moyen de production d'une quantité q est donné par :

$$CM(q) = \frac{C(q)}{q}$$

$C(q)$: le coût total de production

Dans une entreprise le coût total de production en milliers de francs est une fonction du nombre q d'objets fabriqués : $C(q) = q^2 + 8q + 64$, q en centaines d'objets et q est élément de $[1; 30]$.

- 1) Expliciter le coût moyen de production $CM(q)$ puis déterminer le coût moyen minimal.
- 2) Cette entreprise peut supporter jusqu'à 28 000 F de coût moyen, déterminer q tel que $CM(q) \leq 28$.
- 3) On suppose qu'une centaine d'objets est vendue à 31 200 F.
 - a) Déterminer la recette totale $R(q)$ et le Bénéfice $B(q)$.
 - b) Déterminer le bénéfice maximum.

Exercice 2 :

A) Soit $h(x) = \frac{\alpha x^2 + \beta x + \delta}{x-3}$ et (Ch) sa courbe représentative. Déterminer les réels α , β et δ sachant que la courbe (Ch) passe par les points $A(2; 3)$; $B(4; 7)$ et admet au point d'abscisse 2 une tangente horizontale.

B) Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2 - x - 5}{x-3}$

- 1) Déterminer les réels a , b , c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-3}$
- 2) Etudier la fonction f
- 3) a) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = x + 2$ est une asymptote oblique à la courbe (Cf) de f .
b) Etudier la position de (Cf) par rapport à (Δ) .
- 4) Démontrer que le point d'intersection des asymptotes est un centre de symétrie pour la courbe (Cf) .
- 5) Donner une équation de la tangente (T) à (Cf) au point d'abscisse 1.
- 6) Tracer (Cf) dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
- 7) Résoudre et discuter graphiquement suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre de solutions de l'équation : $x^2 - (m+1)x + 3m - 5 = 0$.
- 8) Soit g la restriction de f à l'intervalle $[4; +\infty[$.
 - a) Montrer que g réalise une bijection de $[4; +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.
 - b) Calculer $g(5)$; $g(6)$; $(g^{-1})'(\frac{15}{2})$
 - c) Tracer la courbe (Cg^{-1}) dans le même repère que (Cf)

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie par son tableau de variation et quelques indications

x	-5	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
	$-\infty$	$+\infty$	-1	4

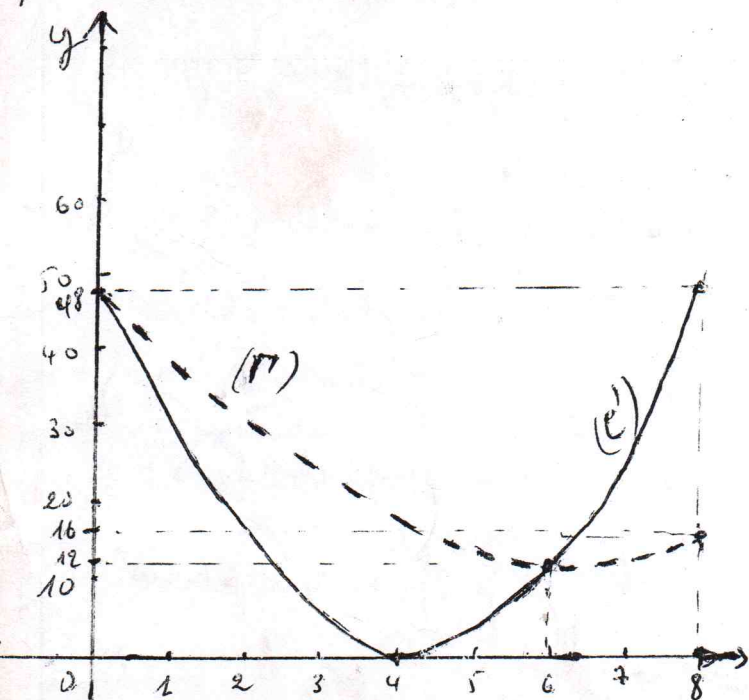
$$f(-2)=0; f(1)=0; f\left(\frac{9}{2}\right)=0$$

$$f'(-2)=1 \text{ et } f'(-5)=0$$

- 1) a) Déterminer le domaine de définition D_f de f et les limites aux bornes de D_f .
- b) Préciser les équations des asymptotes éventuelles.
- c) Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse $x_0 = -2$.
- 2) Soit g la restriction de f à l'intervalle $[-5; 0[$.
- a) Montrer que g réalise une bijection de $[-5; 0[$ sur un intervalle J que l'on précisera.
- b) Calculer $(g^{-1})'(0)$.
- 3) Tracer les courbes (C_f) et $(C_{g^{-1}})$ dans un même repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
- 4) a) Résoudre graphiquement : $f(x) = 0$; $f(x) < 0$
- b) Déterminer le nombre et le signe des solutions de l'équation $f(x) = m$ où m est un paramètre réel.

Exercice 4 :

Les courbes (C') et (C'') représentent respectivement le coût marginal C_m et le coût moyen C_M (en milliers de francs) de fabrication de q pièces (en centaines d'unités)



- 1) a) Dresser le tableau de variations du coût marginal C_m
- b) Pour quelle quantité de pièces produites le coût marginal est minimal.
- 2) Dresser le tableau de variations du coût moyen C_M
- 3) a) Déterminer q_0 tel que $C_m(q_0) = C_M(q_0)$ ($q_0 \neq 0$)
- b) Déterminer l'intervalle sur lequel le coût moyen est supérieur au coût marginal

1 cm pour 100 pièces en abscisse
1 cm pour 100 frs en ordonnée