

EXERCICE 1 : (5 points)

1) Soit : $A = \frac{2n+18}{n+3}$, $n \in \mathbb{N}$

a) Pour quelles valeurs de n , A est-il un entier naturel ?

b) Pour quelles valeurs de n , A est-il irréductible ?

2) On considère l'entier naturel représenté en base b par $n = \overline{342x}$.

Déterminer le chiffre x pour que ce nombre soit :

a) divisible par 5 quand $b = 6$.

b) On donne $x = 1$. Trouver la plus petite valeur de b sachant n est divisible par 3.

EXERCICE 2 : (5 points)

Soit ABC un triangle rectangle en A tels que $AB = 4$; $BC = 6$ et I le milieu de $[AB]$.

1) a) Construire le barycentre G des points pondérés $(A, 5)$; $(B, -3)$; $(C, 2)$.
 Construire I .

b) Calculer GA^2 ; GB^2 ; GC^2 .

2) Déterminer et construire l'ensemble (E_1) des points M du plan tels que :

$$\|5\vec{MA} - 3\vec{MB} + 2\vec{MC}\| = 2\|\vec{MA} + \vec{MB}\|.$$

3) Déterminer et construire l'ensemble (E_2) des points M du plan tels que :

$$\|5\vec{MA} - 3\vec{MB} + 2\vec{MC}\| = \|\vec{MA} - \vec{MB}\|$$

4) a) Déterminer et construire l'ensemble (E_3) des points M du plan tels que :

$$5MA^2 - 3MB^2 + 2MC^2 = 24$$

b) Déterminer et construire l'ensemble (E_4) des points M du plan tels que :

$$5MA^2 - 3MB^2 - 2MC^2 = -72$$

PROBLEME : (10 points)

I– Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = \frac{1}{1 + \sqrt{1-x}}$

- a) Déterminer l'ensemble de définition de f
- b) Etudier la variation de f .
- c) Tracer la courbe C_f représentative de f dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(On étudiera la dérivabilité de f en 1).

II– Soit g la fonction numérique définie par $g(x) = \frac{1}{1 - \sqrt{1-x}}$.

- a) Déterminer l'ensemble de définition de g .
- b) Etudier la variation de g .
- c) Etudier la dérivabilité de g en 1.
- d) Tracer la courbe (C_g) représentative de g dans le même repère qu'à la question I)

III– A tout nombre réel α , on associe l'équation $(E_\alpha): \alpha z^2 - 2z + 1 = 0$.

- a) Pour quelles valeurs de α l'équation (E_α) n'a-t-elle pas de racine dans $\mathbb{R}$?

Exprimer alors en fonction de α les racines de (E_α) dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes.

- b) Résoudre les équations $E_0; E_1$ ($\alpha=0; \alpha=1$).

- c) Déterminer l'ensemble S des valeurs de α pour lesquelles E_α a deux racines réelles, distinctes ou confondues z_1 et z_2 (On supposera que :

$$\alpha z_2 \leq \alpha z_1).$$

- d) Vérifier que l'application $\alpha \mapsto z_1$ de S dans $\mathbb{R}$ est identique à l'application g du II).

En est-il de même pour l'application f du I) ?

IV– Soit h la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $h(x) = \frac{2x-1}{x^2}$

- a) Etudier la variation de cette fonction h .
- b) Tracer sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

V– Montrer que la restriction de h à l'intervalle $]0; 1[$ admet une fonction réciproque et montrer que cette fonction réciproque est la fonction f du I).