

COMPOSITION : 1<sup>ère</sup> PERIODE

DATE: 12 Janvier 2026

ÉPREUVE DE : MathématiquesSÉRIE : TERMINALES STI

DURÉE : 4 heures

COEF :04

**EXERCICE 1 : (6 points)**1) On donne  $a = 3k + 2$  et  $b = 7k - 1$  avec  $k \in \mathbb{Z}$ a) Quelles sont les valeurs possibles du  $PGCD(a; b)$  ? **(0,5 pt)**b) Détermine  $k$  pour que  $PGCD(a; b) = 17$ . **(0,5 pt)**c) Pour quelles valeurs de  $k$  les entiers  $a$  et  $b$  sont premiers entre eux. **(0,5 pt)**2) a) Résous l'équation :  $(x; y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; 7x - 3y = 17$ . **(0,5 pt)**

b) Le professeur de mathématiques propose à un étudiant, je te donne 7 000 f à chaque fois que tu résous correctement un problème de mathématiques et dans le cas contraire je te retire 3 000 f. Après résolution de  $N$  problèmes posés ( $35 < N < 50$ ) l'étudiant se retrouve avec 17 000 f.

b<sub>1</sub>) Détermine le nombre de problèmes que l'étudiant a correctement résolus sachant que ce nombre est pair. **(0,5 pt)**b<sub>2</sub>) Détermine le nombre de problèmes posés à l'étudiant. **(0,5 pt)**3) a) 97 est-il un nombre premier ? Justifie votre réponse. **(0,5 pt)**

b) Décompose 2716 et 1144 en produit de facteurs premiers puis détermine l'ensemble des diviseurs positifs de 2716. **(0,75 pt)**

c) Détermine les entiers naturels  $n$  et  $p$  tels que :  $n^2 - p^2 = 2716$ . **(0,75 pt)**d) Quels sont les entiers naturels dont le cube est un diviseur de 1144 ? **(0,25 pt)**e) Détermine les couples  $(a; b)$  d'entiers naturels tels que : $m^3 - 1585d^3 = 1144$  où  $d = a \wedge b$  et  $m = a \vee b$ . **(0,75 pt)****EXERCICE 2 : (4 points)**1) Ecris sous forme trigonométrique puis algébrique :  $z_1 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)^{2026}$  **(1 pt)**2) Soit  $n \in \mathbb{N}$ . On considère le nombre complexe  $z_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$ Détermine les valeurs l'entier naturel  $n$  pour lesquelles  $z_2^n$  est un réel. **(1 pt)**3) A tout nombre complexe  $z = x + iy$  ( $x; y \in \mathbb{R}$ ), on associe le nombre complexe  $U$  défini par :  $U = |z|^2 + iz - 2 - i$ .a) Ecris  $U$  sous forme algébrique. **(1 pt)**b) Détermine l'ensemble  $(\Gamma)$  des points M d'affixe  $z$  tels que  $U$  soit un imaginaire pur. **(0,5 pt)**c) Détermine l'ensemble  $(E)$  des points M d'affixe  $z$  tels que  $U$  soit un réel. **(0,5 pt)**

**PROBLEME : (10 points) (Les parties A) et B) sont indépendantes)**

**A)** Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  d'unité graphique 1 cm. On considère l'équation d'inconnue  $z$ ,

$$(F): z^4 - (1 + 2i)z^3 - z^2 + (1 - 8i)z + 10i - 20 = 0.$$

1) a) Calcule  $(-2 + i)^2$ ,  $(-2 + i)^3$  et  $(-2 + i)^4$  puis montre  $-2 + i$  est une solution de l'équation  $(F)$ . **(1 pt)**

b) Montre que l'équation  $(F)$  admet une solution imaginaire pure  $z_0$  que l'on déterminera. **(1 pt)**

c) Détermine sous forme algébrique les racines carrées du nombre complexe  $-2i$ .

d) Résous dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $(F)$ . **(1 pt)**

2) Soient  $A, B$  et  $C$  les points d'affixes respectives  $z_A = -2i$ ,  $z_B = 1 + 2i$  et  $z_C = -2 + i$  et  $z_D = 2 + i$ .

a) Place les points  $A, B, C$  et  $D$ . **(1 pt)**

b) On pose  $Z = \frac{z_D - z_A}{z_C - z_A}$ . Ecris  $Z$  sous forme algébrique puis calcule le module de  $Z$ . Déduis-en la nature du triangle  $ADC$ .

**(1 pt)**

c) Détermine et construis l'ensemble  $(E_1)$  des points  $M$  d'affixe  $z$  tels que :

$$|z + 2i| = |\bar{z} - 2 + i| \quad \textbf{(0,75 pt)}$$

d) Détermine et construis l'ensemble  $(E_2)$  des points  $M$  d'affixe  $z$  tels que :

$$|z - 1 - 2i| = |\sqrt{3} - i|. \textbf{(0,75 pt)}$$

e) Détermine et construis l'ensemble  $(E_3)$  des points  $M$  d'affixe  $z$  tels que :

$$\arg\left(\frac{z+2i}{z+2-i}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z} \quad \textbf{(0,75 pt)}$$

**B)1)** a) Décompose 476 ; 1078 et 728 en produit de facteurs premiers. **(0,75 pt)**

b) Détermine PGCD (476 ; 1078 ; 728). **(0,5 pt)**

2) Un champ a la forme d'un triangle dont les côtés mesurent respectivement 476 m ; 1078 m et 728 m. Pour la clôture, le propriétaire a besoin des poteaux de support à égale distance mesurée en nombre entier de mètres pour un nombre minimum de poteaux, avec un poteau à chaque sommet.

a) Quelle est la distance entre deux poteaux ? **(0,5 pt)**

b) Détermine le nombre de poteaux nécessaires. **(1 pt)**