

1-2- Résolution d'un système de trois équations à trois inconnues

2-2-1 Résolution par le pivot de Gauss

Exemple guidé : Résolvons le système suivant : $(S): \begin{cases} x+10y-3z=5 & (a) \\ 2x-y+2z=2 & (b) \\ -x+y+z=-3 & (c) \end{cases}$

Fixons l'équation (a)

Etape 1 :

Éliminons x dans les équations (b) et (c) en utilisant l'équation (a)

On aura $\begin{cases} -21y+8z=-8 & (b') \\ 11y-2z=2 & (c') \end{cases}$

Ecrivons $(S'):$ $\begin{cases} x+10y-3z=5 & (a) \\ -21y+8z=-8 & (b') \\ 11y-2z=2 & (c') \end{cases}$

Etape 2 :

Éliminons y dans (c') en utilisant (b')

$$\frac{46}{21}z = -\frac{46}{21} \quad (c'')$$

Ecrivons $(S''):$ $\begin{cases} x+10y-3z=5 & (a) \\ -21y+8z=-8 & (b') \\ \frac{46}{21}z = -\frac{46}{21} & (c'') \end{cases}$

Application :

Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ les systèmes suivants :

$$\begin{cases} 3x+4y+z=7 \\ x+2y-z=13 \\ 2x-y+2z=5 \end{cases} ; \begin{cases} y+z=3 \\ 2x+y-z=1 \\ 2x-y+4z=8 \end{cases} ; \begin{cases} 2x+3y-2z=2 \\ 4x-3y+z=4 \\ 2x+12y-7z=2 \end{cases}$$

2-Résolution d'un système de deux équations à trois inconnues

Exemple : Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ les systèmes suivants : $\begin{cases} 3x-2y+2z=-1; \\ x-2y+z=-2; \end{cases}$

$$\begin{cases} 2x+3y-2z=2; \\ 9y-5z=0 \end{cases} ; \begin{cases} x+2y+5z=4 \\ y+3z=-2 \end{cases} \text{ on peut poser } z=\alpha; \alpha \in \mathbb{R}$$

3-Résolution des problèmes utilisant les équations les inéquations application à la résolution de problème pratique

Activité :

Seydou dit a Moussa : « j'ai deux fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez. Et quand vous aurez l'âge que j'ai, nous aurons cent vingt-six ans à nous deux ». Quel est l'âge de Seydou, quel est l'âge de Moussa ?

NB: Noter x l'âge de Moussa et y la différent entre l'âge de Seydou et celui de Moussa ?

Synthèse :

Pour résoudre ce genre de problème on peut procéder de la façon suivante :

- Etape 1 : Choisir l'inconnue ou les inconnues
- Etape 2 : Faire une mise en équation
- Etape 3 : Faire la résolution

Application :

On cherche un nombre de trois chiffres dont la somme des chiffres est 6.

- En permutant les deux premiers chiffres, le nombre augmente de 90.
- En permutant les deux derniers chiffres, le nombre augmente de 9.

Trouver ce nombre

Exercice1 : Résolvez les équations suivantes

$$1^{\circ}) x^2 + x + \frac{1}{4} = 0 \quad 2^{\circ}) (x^2 - 5x + 4)(x^2 - 4x + 3) = 0 \quad 3^{\circ}) \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{6}{5}$$

$$4^{\circ}) x^4 - 8x^2 - 9 = 0 \quad 5^{\circ}) x^4 - 13x^2 + 36 = 0 \quad 6^{\circ}) (x^2 - 9)^2 - 4(x^2 - 9) + 3 = 0 \quad 7^{\circ}) x^2 + 2 + \frac{8}{x^2} = 6$$

Exercice2 : Trouver la somme et le produit des racines de chacune des équations suivantes sans les résoudre :

$$a^{\circ}) 10x^2 - 11x - 12 = 0 \quad b^{\circ}) (x-2)(3x-4) = 13 \quad c^{\circ}) (4x+3)^2 - (3x+1)^2 = 0$$

$$d^{\circ}) 7+x = (2x-1)(3x-2)$$

Exercice3 : On désigne par N un nombre entier de deux chiffres. Son chiffre des dizaines est x et le chiffre des unités est y. La somme des chiffres est 14 et le produit de N par le nombre entier obtenu en inversant l'ordre des chiffres est 5605. Déterminer N.

Exercice4 : Montrer que l'équation $-3x^2+5x+7=0$ admet 2 racines distinctes α et β . Sans calculer α et β , déterminer: $\alpha+\beta; \alpha\beta; \alpha^2+\beta^2; \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$

Exercice5 :

1°) Montrer que pour nombres réels x et y, $x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$

2°) Déterminer tous les couples (x ; y) vérifiant :
$$\begin{cases} x^3+y^3=98 \\ x+y=2 \end{cases}$$

Exercice6 : Résoudre dans les inéquations suivantes :

a°) $-5x^2+3x-2>0$ b) $\frac{x^2-x-4}{2x^2-2x-3}>0$ c) $\frac{2x-8}{x^2+5x-6}\leq\frac{1}{x+2}$ d) $(x^2+3x+5)^2>16$

Exercice7 : Etudier les équations irrationnelles suivantes :