

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES

EXERCICE1

- 1) Soit (V_n) une suite géométrique vérifiant $V_1 = 54$ et $V_4 = 16$.
Calculer la raison q et la somme $S_5 = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5$
- 2) Soit $((U_n))$ la suite définie par
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{1+U_n} \end{cases}$$
 - a) Calculer $U_0; U_1; U_2$ et U_3
 - b) Démontrer par récurrence que $U_n > 0$
 - c) On pose $v_n = \frac{1}{U_n}$; montrer que V_n est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme
 - d) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n
 - e) Calculer $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n$

EXERCICE2

- 1) Soit $((U_n))$ la suite définie par
$$\begin{cases} U_0 = 9 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - 3 \end{cases}$$
 et on pose $V_n = U_n + 6$
 - a) Montrer (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme
 - b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n
 - c) Calculer $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$
 - d) Déterminer $T_n = U_0 + U_1 + U_3 + \dots + U_n$
 - e) Déterminer la limite de S_n et de T_n
- 2) On pose $w_n = \ln v_n; n \in \mathbb{N}$
 - a) Montrer (W_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - b) Calculer $A_n = W_0 + W_1 + W_2 + \dots + W_n$
 - c) Calculer la limite de A_n
 - d) Calculer le produit $P_n = V_0 \times V_1 \times V_2 \times \dots \times V_n$