

RESISTANCE DES MATERIAUX

TRACTION SIMPLE-COMPRESSION SIMPLE- CISAILLEMENT-TORSION SIMPLE-FLEXION SIMPLE

A. TRACTION SIMPLE :

T1-Analyse d'un essai de traction :

Données :Le tableau ci-dessous récapitule les résultats d'un essai de traction effectué sur une éprouvette dont le matériau est inconnu :

F(KN)	0	15	18	23.5	28.5	31.5	34	35	42	45	50	56	52	41	
ΔL (mm)	0	0.2	0.25	0.5	1.1	1.5	2		7.6	10.1	15.3	30.5	40.5	50.8	RU

Le diamètre initial de l'éprouvette est de 15mm et la longueur testée est de 250mm.

Hypothèse : La répartition des contraintes dans les sections droites de l'éprouvette est uniforme.

Travail demandé :

1°) Tracer le graphe des efforts F en fonction de l'allongement ΔL . Placer F_e et F_r

2°) Déduire le graphe des contraintes σ en fonction de l'allongement relatif ϵ
Justifier.

3°) Déterminer le module d'élasticité longitudinal du matériau.

4°) Déterminer la résistance à la rupture R_r , la limite élastique R_e et l'allongement pour cent $A\%$ de cet alliage. Placer R_e et R_r sur le graphe.

5°) Quelle est la famille de ce matériau ?

SOLUTION T1:

1°) graphe (F, ΔL)

$$\sigma = \frac{F}{S_0} \text{ avec } S_0 = \frac{d^2 \times \pi}{4} = \frac{15^2 \times 3.14}{4} = 176,7 \text{ mm}^2$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \text{ avec } L_0 = 250 \text{ mm}$$

2°) graphe (σ, ε)

$$\sigma_1 = \frac{Fe}{S_0} = \frac{2350}{176.71} = 13,3 \text{ daN/mm}^2, \quad \varepsilon_1 = \frac{\Delta L_1}{L_0} = \frac{0.5}{250} = 2 \cdot 10^{-3}$$

$$3^\circ) E = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \varepsilon} = \frac{61 - 60}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}$$

$$\text{Donc: } E = \frac{13,3}{0.002} = 6650 \text{ daN/mm}^2$$

$$4^\circ) R_e = \frac{Fe}{S_0} = 13,3 \text{ daN/mm}^2$$

$$R_r = \frac{Fr}{S_0} = 31,7 \text{ daN/mm}^2$$

$$A \% = 100 \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{100 \times 50,80}{250} \text{ soit } A \% = 20,32 \%$$

5°) c'est un matériel ductile : alliage d'Aluminium

T2 – Un câble d'ascenseur d'un immeuble a une longueur de 30m .Il est soumis à une charge maximale de 10.000N. On négligera le poids propre du câble.

On donne $R_{pe} = 50 \text{ N/mm}^2$ avec un coefficient de sécurité de 10(n)

Le câble est en acier $E = 2.10^5 \text{ N/mm}^2$.

1°) Calculer le diamètre minimal du câble.

2°) Calculer son allongement élastique maximal.

SOLUTION T2 :

1°) d, diamètre minimal

Condition de résistance à l'extension

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{S} \leq R_{pe} = \frac{R_r}{n}$$

$$S \geq \frac{N_{\max}}{R_{pe}} \text{ avec } S = \frac{d^2 \times \pi}{4}$$

$$d \geq \sqrt{\frac{4 \times N_{\max}}{\pi \times R_{pe}}} \Leftrightarrow d \geq 15.96 \text{ mm} \Rightarrow d = 16 \text{ mm}$$

2°) L'allongement élastique maxi ΔL :

$$\sigma = E \cdot \epsilon = E \cdot \frac{\Delta L}{L_0}, \text{ or } \sigma = \frac{N_{\max}}{S} \Rightarrow E \cdot \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{N_{\max}}{S}$$

$$\text{D'où } \Delta L = \frac{N_{\max} \times L_0}{E \times S} = \frac{10^4 \times 310^4}{210^5 \times S}$$

$$S = \frac{16^2 \times 3,14}{4} = 201 \text{ mm}^2$$

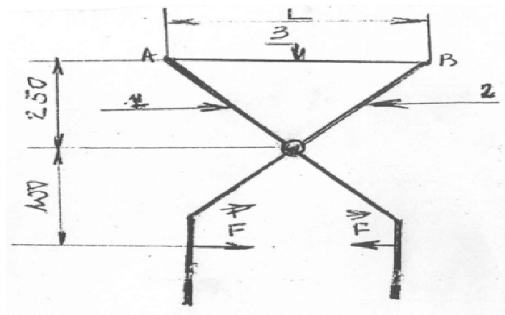
$$\Delta L = 7.5 \text{ mm}$$

T3- L'appareil schématisé ci-dessous représente un appareil de musculature constitué de deux leviers ① et ② en acier, articulés en C. Les extrémités A et B des leviers sont reliées entre elles par une corde en caoutchouc de diamètre d et de longueur au repos L_0 numérotée ③.

L'opérateur exerce sur chaque poignée des leviers une force F horizontale comme l'indique la figure. La longueur de la corde devient alors $L = 1.2L_0$.

- 1- Calculer la contrainte dans la section de la corde.
- 2- Calculer l'effort de traction de la corde.
- 3- Déterminer l'action F exercée par l'opérateur sur la poignée.

On donne : $d = 5 \text{ mm}$ $E_{\text{const}} = 11 \text{ N/mm}^2$



SOLUTION T3 :

1-la contrainte dans la section droite :

$$\sigma = E_{\text{const.}} \cdot \epsilon = \frac{E \times \Delta L}{L_0} = \frac{E(L - l_0)}{L_0} = \frac{E(1,2L_0 - L_0)}{L_0} = 2.2 \text{ N/mm}^2$$

2- l'effort de traction de la corde

$$\sigma = \frac{F}{S}, S = \frac{d^2 \times \pi}{4} = \frac{5^2 \times \pi}{4} = 19.625 \text{ mm}^2 \Rightarrow F = \sigma S = 2.2 \times 19.625 = 43.175 \text{ N}$$

3-l'action F exercée par l'opérateur.

$$F = 43.175 \text{ N.}$$

T4- Une poutre horizontale rigide de longueur L est fixée à deux barres cylindriques élastiques verticales AB et CD de même hauteur h_1 .

Chacune des barres AB et CD a une longueur h_1 , une section constante S_1 , un module d'élasticité E_1 et une résistance R_{e1} .

La barre verticale IJ passe par le milieu de la poutre AC par un orifice réalisé à cet effet. Cette barre possède en J un épaulement dépassant la face inférieure de la poutre AC de 2mm.

La barre IJ a une longueur h_2 , une section constante S_2 , un module d'élasticité E_2 et une résistance R_{e2} .

On néglige les poids propres de AC, AB, CD, et IJ.

On applique une charge P, passant par le milieu de AC, verticale (figure 1). La charge est appliquée sur AC.

1- Calculer la charge P_1 nécessaire pour que la poutre AC vienne toucher simplement l'épaulement de IJ. Déterminer la contrainte normale.

2- Pour une charge P_2 , on constate que IJ s'allonge de Δh_2 .

2.1 Donner la relation existant entre Δh_1 et Δh_2 .

2.2 Calculer P_2 pour $\Delta h_2 = 2.5 \text{ mm}$

3- Quelle charge maximum P_3 doit supporter la poutre AC respectant l'élasticité parfaite des barres AB, CD, et IJ.

Applications numériques :

$$h_1 = 3 \text{ m}$$

$$h_2 = 2.5 \text{ m}$$

$$S_1 = 78 \text{ mm}^2$$

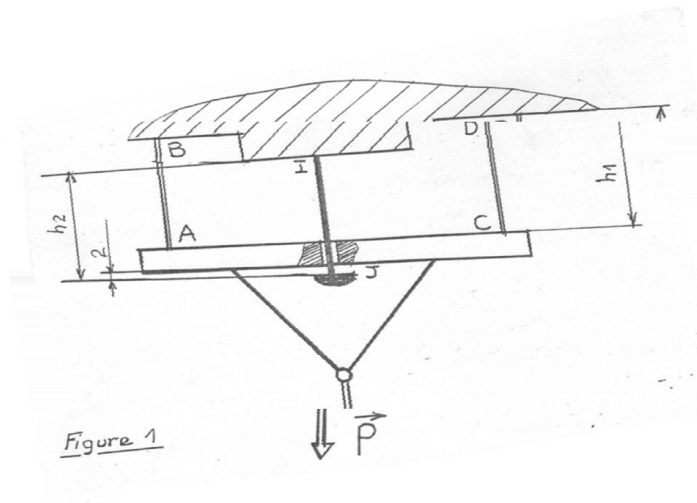
$$S_2 = 175 \text{ mm}^2$$

$$E_1 = 210^5 \text{ N/mm}^2$$

$$E_2 = 810^4 \text{ N/mm}^2$$

$$R_{e1} = 360 \text{ N/mm}^2$$

$$R_{e2} = 260 \text{ N/mm}^2$$



SOLUTION T4:

1. Calcul de la charge P_1

$$\frac{P_1}{2S_1} = \frac{\Delta h_1 E_1}{h_1}$$

$$P_1 = \frac{2S_1 E_1 \Delta h_1}{h_1}$$

$$\text{AN : } P_1 = 10800 \text{ N}$$

La contrainte normale σ

$$\sigma = \frac{P_1}{2S_1} = \frac{E_1 \Delta h_1}{h_1} = 133.33 \text{ N/mm}^2$$

2.1 Relation entre Δh_1 et Δh_2

$$\Delta h_1 = \Delta h_2 + 2$$

2.2 Calcul de la charge P_2

$$P_2 = \frac{E_1 2S_1 \Delta h_1}{h_1} + \frac{E_2 2S_2 \Delta h_2}{h_2}$$

$$\text{AN } P_2 = 60800 \text{ N}$$

3. calcul de la charge maximum P_3 pour que AB et CD soient élastiques

$$\sigma_1 \leq R_{e1}$$

$$P_3 = 2\sigma_1 S_1 + \sigma_2 S_2 \Rightarrow 62 = \frac{(P_3 - 2\sigma_1 S_1)}{S_2}$$

$$2.1 \text{ or } \frac{61h_1}{E_1} = \frac{62h_2}{E_2} + 2$$

$$\frac{(E_1 P_3 H_2 + 2E_1 E_2 S_2)}{(E_2 S_2 h_1 + 2E_1 S_1 h_2)} \leq R_{e1}$$

$$AN : P_3 \leq 75200 \text{ N}$$

$$P_{\max} = 75200 \text{ N}$$

P_3 pour que IJ reste élastique.

$$\sigma_2 \leq R_{e2}$$

$$\sigma_1 = \frac{(P_3 - 62S_2)}{2S_1}$$

$$\frac{(P_3 - 62S_2)h_1}{2S_1 E_1} = \frac{62h_2}{E_2} + 2$$

$$\frac{(P_3 E_2 h_1 - 4E_1 E_2 S_1)}{2E_1 S_1 h_2 + E_2 S_2 h_1} \leq R_{e2}$$

$$P_3 \leq 150800 \text{ N}$$

$$P_{3\max} = 150800 \text{ N}$$

La charge P_3 maxi autorisée respectant les deux conditions est : 75200 N.

T5 -Pour tout le problème on prendra $g=10$ et $E 2.10^5 \text{ N/mm}^2$

Une grue des chantiers pour soulever de lourdes charges utilise un câble en acier XC70 constitué de plusieurs fils de section 1.5 mm^2 .

On considère une portion de câble AB de longueur $L_0=5\text{m}$. A l'extrémité A du câble est suspendue une charge de 3.6 tonnes.

On néglige le poids propre du câble.

1. Donner le type de sollicitation à laquelle est soumise la portion AB.

Calculer l'effort de sollicitation F.

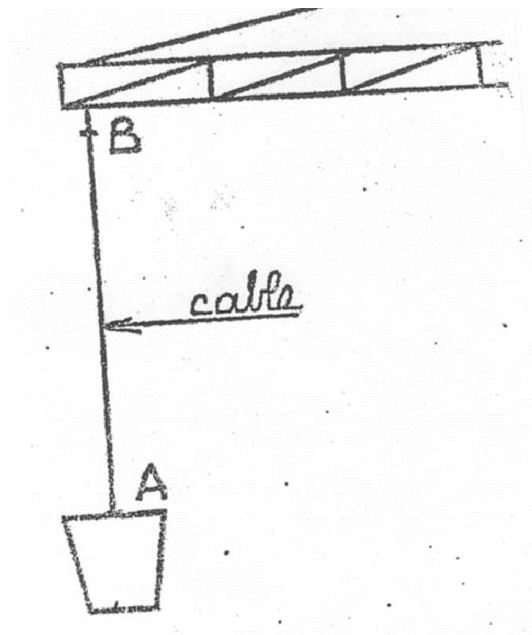
2. Déterminer la contrainte dans une section droite du câble sachant qu'il s'allonge de 1.5mm.

3. Déterminer le nombre de fils constituant le câble.

La charge maximum admissible est de 9.6 tonnes .On considère un câble constitué de 400 fils de 1.5 mm^2 ; on donne $R_e = 80 \text{ daN/mm}^2$

4. Calculer alors le coefficient de sécurité adopté.

5. Calculer l'allongement relatif du câble pour cette charge de 9.6 tonnes.



SOLUTION T5 :

1. La portion AB est soumise à la traction.

L'effort F de traction.

$$F = P = mg = 3.6 \times 10^3 \times 10 = 36000 \text{ N}$$

2. La contrainte dans une section droite.

$$\Delta L = 1.5\text{mm}$$

$$\sigma = \epsilon \cdot E = \frac{\Delta L E}{L_0}$$

$$\sigma = \frac{1.5 \times 200000}{500} = 60 \text{ N/mm}^2$$

3. Le nombre de fils constituant le câble.

$$S = S_0 \times n$$

$$\text{Or } \sigma = \frac{F}{S} \Rightarrow S = \frac{F}{\sigma} = \frac{36000}{60} = 600 \text{ mm}^2$$

$$S_0 \times n = 600 \Rightarrow n = \frac{600}{1.5} = 400 \text{ fils}$$

4. Le coefficient de sécurité

$$F_{\max} = 9.6 \text{ tonnes}$$

$$n = 400 \text{ fils}$$

$$R_e = 80 \text{ daN /mm}^2$$

Condition de résistance

$$\sigma_{\max} \leq \frac{R_e}{s}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{96000}{600} = 160 \text{ N/mm}^2$$

$$s \times 160 \leq R_e \Rightarrow s \leq 800/160 = 5$$

$$s = 5$$

5. L'allongement relatif ΔL

$$\sigma = E \epsilon = \frac{E \Delta L}{L_0}$$

$$\sigma = \frac{F_{\max}}{S}$$

$$\Rightarrow E \Delta L S = L_0 F_{\max} \Rightarrow \Delta L = \frac{F_{\max} L_0}{E S} = 9610^3 \times 510^3 = 6 \text{ mm}$$

T6. Un mouton de Forge de masse 500Kg est soulevé à l'aide d'une courroie en cuir (voir fig.) .Au démarrage la traction doit vaincre à la fois le poids du mouton et l'inertie de sa masse ($F = mY$).On admet que le mouvement de démarrage est uniformément accéléré d'accélération $Y = 3m/s^2$

1. Calculer l'effort de traction nécessaire N en supposant $g = 10m/s^2$

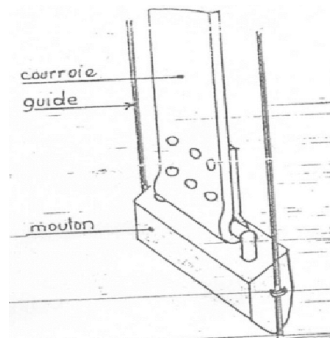
2. La courroie a une section rectangulaire $S = 2600mm^2$ et une largeur $l = 130mm$.Pendant la période de démarrage,

2.1 Déterminer la contrainte normale d'extension.

2.2 Calculer l'épaisseur e de la courroie.

2.3 Quel est le coefficient de sécurité adopté sachant que la résistance à la limite élastique du cuir est de $30N/mm^2$

3. La longueur initiale de la courroie est L_0 ; pendant la période de démarrage est $1.01L_0$.Calculer la longueur de la courroie pour $L_0 = 3m$ et le module d'élasticité longitudinale du cuir.



SOLUTION _T6_:

1. L'effort de traction N :

$$N = F + P$$

$$F = mY = 500 \times 3 = 1500 \text{ N}$$

$$P = mg = 500 \times 10 = 5000 \text{ N}$$

$$N = 1500 + 5000 = 6500 \text{ N}$$

2.

2.1. La contrainte normale d'extension

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{S} = \frac{6500}{2600} = 2.5 \text{ N/mm}^2$$

2.2. L'épaisseur e

$$S = e \times l \Rightarrow e = \frac{S}{l} = \frac{2600}{130} = 20 \text{ mm}$$

2.3. Le coefficient de sécurité s

Condition de résistance

$$\sigma_{\max} \leq \frac{Re}{s} \Rightarrow s = \frac{Re}{\sigma_{\max}} = \frac{300}{25} = 12$$

3.- La longueur L

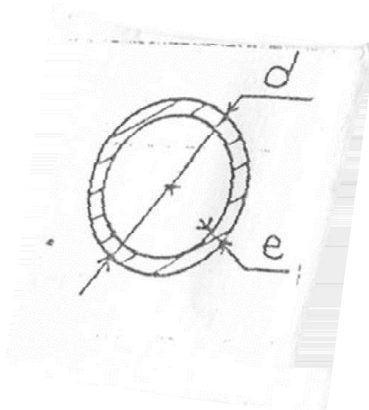
$$L = 1.01 L_0 = 1.01 \times 3 = 3.03 \text{ m}$$

-Le module d'élasticité E

$$\sigma_{\max} = i E \Rightarrow E = \frac{\sigma_{\max}}{i} \quad \text{et} \quad i = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L - L_0}{L_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma_{\max} L_0}{L - L_0} = \frac{2.5}{0.01} = 250 \text{ N/mm}^2$$

T7. Une barre cylindrique creuse en acier de construction a un diamètre extérieur d et une épaisseur e .Elle est soumise à une sollicitation de traction d'effort constant $F_{\max} = 15000 \text{ N}$. On constate que la barre s'allonge de 0.6mm .La barre en acier a les caractéristiques suivantes : $R_e = 240 \text{ N/mm}^2$, $E = 2.10^5 \text{ N/mm}^2$, le diamètre d = 25 mm et la longueur $L_0 = 2 \text{ m}$.

1. Déterminer l'épaisseur e de la barre de section.
2. Calculer la contrainte dans une section droite et l'allongement relatif.
3. Calculer le coefficient de sécurité.



SOLUTION T7 :

1. l'épaisseur e.

$$\sigma_{\max} = \frac{F_{\max}}{S} = i E = \frac{E \Delta L}{L_0}, S = \pi e d \Rightarrow \frac{F_{\max}}{\pi d e} = \frac{E \Delta L}{L_0}, e = \frac{15000 \times 2000}{3.14 \times 0.6 \times 25 \times 200000} = 3.18$$

2. La contrainte dans la section droite.

$$\sigma_{\max} = \frac{F_{\max}}{S} = \frac{E \Delta L}{L_0} = \frac{200000 \times 0.6}{2000} = 60 \text{ N/mm}^2.$$

3. Le coefficient de sécurité s.

Condition de résistance :

$$\sigma_{\max} \leq \frac{R_e}{s} \Rightarrow s \leq \frac{R_e}{\sigma_{\max}} = \frac{240}{60} = 4.$$

T8. 1. Calculer la contrainte normale σ que subit un câble de mine du fait de son enroulement sur une poulie de diamètre D.

On admettra que dans un câble tout se passe comme si chaque fil composant le câble s'enroulait isolément sur la poulie, ce qui est proche de la réalité.

Application numérique :

Câble : -6 torons de 6 fils chacun

-diamètre d'un fil $d = 3.9\text{mm}$

- $R_e = 180 \text{ da N/mm}^2$

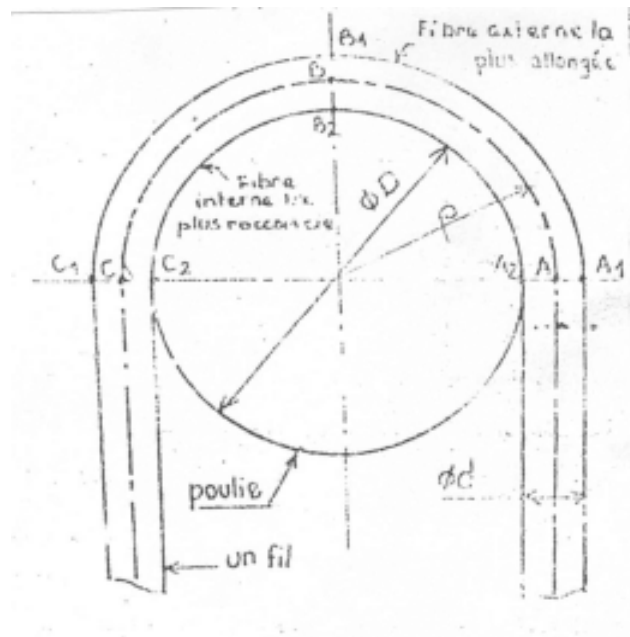
- $E = 2.10^4 \text{ daN/mm}^2$

Poulie $D = 4 \text{ m}$

NB: L'expérience montre que la fibre ABC conserve la même longueur.

2. Calculer la contrainte normale σ dans la partie rectiligne du câble du fait qu'il supporte une charge de 120KN.

3. Que se passe-t-il dans la partie enroulée du câble.



SOLUTION T8:

1. La contrainte normale σ :

$$\sigma = i E \text{ avec } i = \frac{\Delta L}{L_0},$$

$$\Delta L = L - L_0$$

$$L_0 = \frac{2\pi R}{2} = \pi R, \text{ avec } R = \frac{(D+d)}{2} \Rightarrow L_0 = \frac{\pi(D+d)}{2}$$

$$L = \frac{\pi D}{2}$$

$$\Delta L = \frac{\pi d}{2}$$

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \frac{d}{(d+D)}$$

$$\sigma = \frac{Ed}{(D+d)} = \frac{2 \cdot 10^5 \times 3.9}{4000+3.9} = 194.81 \text{ N/mm}^2 \text{ (compression)}$$

$$\sigma = i E \Rightarrow i = \frac{\Delta L}{L_0}$$

$$L = \pi \left(\frac{D}{2} + d \right)$$

$$\Delta L = \frac{\pi D}{2} + \pi d - \frac{\pi D}{2} - \frac{\pi d}{2} = \frac{\pi d}{2}$$

$$\sigma = \frac{Ed}{D+d} = \frac{2.10^5 \times 3.9}{4000+3.9} = 194.81 \text{ N/mm}^2 \text{ (traction)}$$

2. La contrainte normale si $F = 120 \text{ kN}$

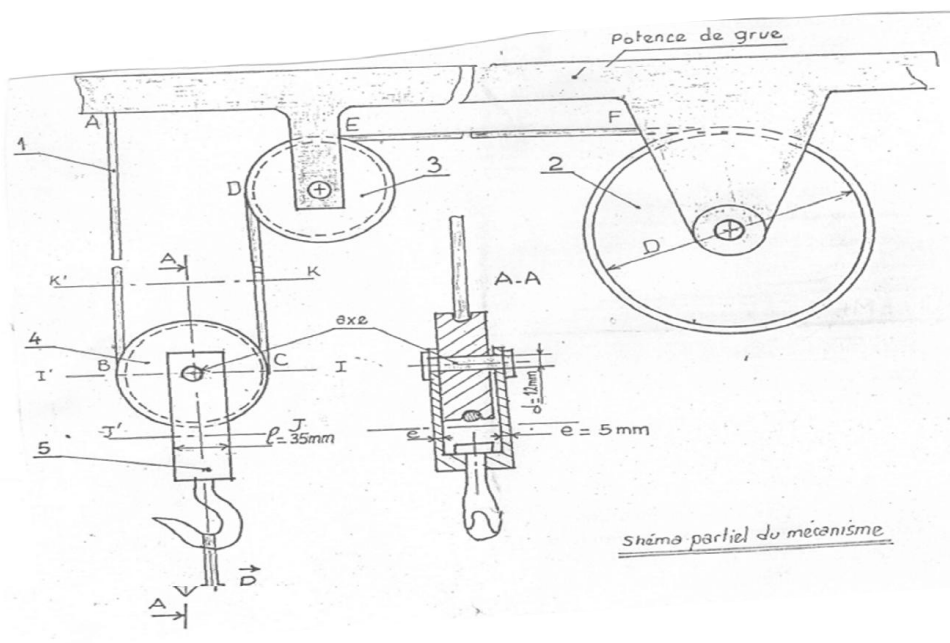
$$\sigma = \frac{F}{S}, \text{ avec } S = \frac{6 \times 6 \times \pi \times d^2}{4} = 9 \pi d^2 = 429.8 \text{ mm}^2$$

$$\sigma = \frac{120.10^3}{429.8} = 279.18 \text{ N/mm}^2$$

3. Parties enroulées :-traction $\sigma_1 > 0$ donc $194.82 + 279.18 = 474 \text{ N/mm}^2$

-compression $\sigma_2 < 0$ donc $-194.82 + 279.18 = 84.36 \text{ N/mm}^2$

T9.



Pour soulever une charge de poids $P = 7500 \text{ N}$ à l'aide d'une grue, on utilise un câble ① dont une extrémité est fixée sur la potence de la grue en A et l'autre extrémité sur un treuil ② de diamètre D ($D = 0.4 \text{ m}$) entraîné par un moteur hydraulique. La poulie intermédiaire 3 tourne librement autour de son axe.

Les portions de câble AB et CD sont verticales, la portion EF est horizontale. Le câble maintient la poulie ④ sur laquelle est fixé le crochet ⑤ supportant la charge P (voir schéma ci-dessus).

Le câble est constitué de 36 fils d'acier de haute résistance de 0.75mm de diamètre chacun. Les caractéristiques de l'acier sont : $R_r=1100\text{N/mm}^2$, $E=220000\text{N/mm}^2$.

Les poids propres du câble, des poulies et du crochet sont négligés. Les frottements dus au contact poulie –câble sont également négligés.

Le mécanisme est étudié dans la position du schéma.

1. Isoler l'ensemble poulie (4) + crochet (5) et la portion du câble délimité K'K puis déterminer la tension T du câble.

Calculer la contrainte normale dans la partie rectiligne AB du câble. Quel est alors le coefficient de sécurité par rapport à R_r du câble.

2. Calculer en Nm le couple développé par le moteur.

Le moteur hydraulique tournant à la vitesse de 300 tr /mn, calculer la puissance du moteur.

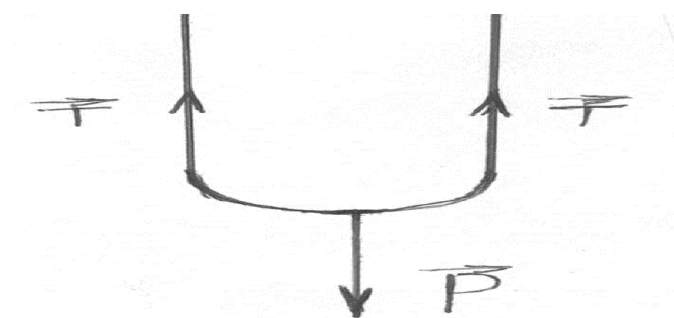
3. On considère qu'il n'y a aucune concentration de contrainte.

Déterminer :

- la contrainte normale dans la chape du crochet au niveau de I'I.
- La contrainte normale dans la chape du crochet au niveau de J'J .
- La contrainte tangentielle dans l'axe de diamètre 12mm de la poulie

(4)

SOLUTION T9:



$$T + T + P = 0$$

$$T + T - P = 0 \Rightarrow 2T = P$$

$$T = \frac{P}{2} = \frac{7500}{2} = 3750 \text{ N}$$

-La contrainte normale σ dans la partie AB.

$$\sigma_{\max} = \frac{T}{S} \quad ; \quad S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3.14 \times 0.75^2}{4} = 15.89 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{\max} = \frac{3750}{15.89} = 236 \text{ N/mm}^2$$

-le coefficient de sécurité.

Condition de résistance

$$\sigma_{\max} \leq \frac{R_r}{s} \Rightarrow s \leq \frac{R_r}{\sigma_{\max}} \Rightarrow s = \frac{1100}{236} = 4.66 \cong 5$$

2.- Le couple moteur C_m

$$C_m = \frac{TD}{2} = \frac{3750 \times 0.4}{2} = 750 \text{ N.m}$$

-La puissance P

$$P = C_m \times \omega$$

$$\omega = \frac{2\pi N}{60} = \frac{\pi N}{30} \Rightarrow P = C_m \times \frac{\pi N}{30} = \frac{750 \times 3.14 \times 300}{30} = 23550 \text{ W} = 23.550 \text{ Kw}$$

La concentration de contrainte

-la contrainte normale $\sigma_{\max}$ dans la chape du crochet au niveau I'I

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{S}, \quad S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3.14 \times 12^2}{4} = 113 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{\max} = \frac{7500}{113} = 66.37 \text{ N/mm}^2$$

-la contrainte $\sigma_{\max}$ dans J'J

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{S}, \Rightarrow S = \pi l e = 3.14 \times 35 \times 5 = 219.8 \text{ mm}^2$$

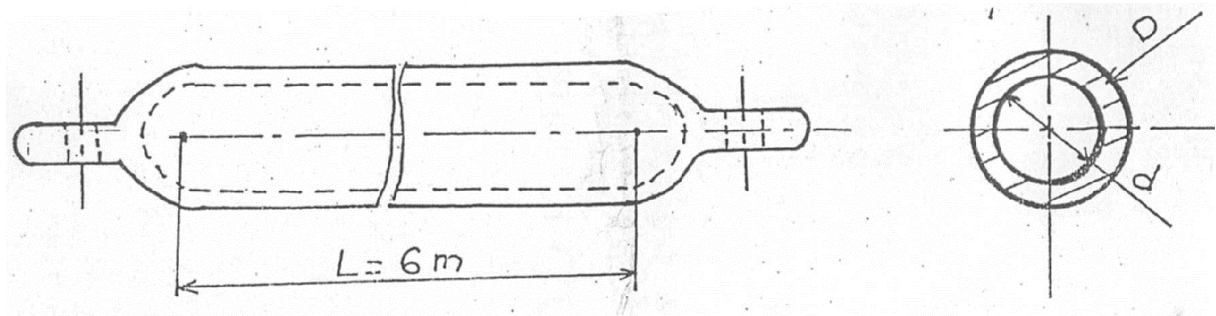
$$\sigma_{\max} = \frac{P}{S} = \frac{7500}{219.8} = 34.25 \text{ mm}^2$$

-la contrainte tangentielle $\tau_{\max}$

$$\tau_{\max} = \frac{P}{S}, S = 2 \times 113 = 226 \text{ mm}^2$$

$$\tau_{\max} = \frac{7500}{226} = 33.18 \text{ N/mm}^2$$

T10.



Une poutre en tube de diamètres extérieur et intérieur D et d, appartenant à une charpente métallique, est soumise à un essai de traction d'effort constant N.

La poutre de longueur L s'allonge de ΔL .

1. Calculer l'allongement relatif.
2. Calculer la contrainte normale dans une section droite.
3. Déterminer l'effort normal N.

App.N :

$$D = 65 \text{ mm}$$

$$d = 0.6 D$$

$$L = 6 \text{ m}$$

$$\Delta L = 2 \text{ mm}$$

$$E = 2.10^5 \text{ N/mm}^2$$

$$R_e = 36 \text{ N/mm}^2$$

$$R_e = 60 \text{ N/mm}^2.$$

SOLUTION T 10:

1. l'allongement relatif ϵ ou ϵ .

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{2}{6.10^3} = 0.33.10^{-3}$$

2. la contrainte normale dans une section droite.

$$\sigma_{\max} = i \cdot E = 0.33 \cdot 10^{-3} \times 210^5 = 33 \text{ N/mm}^2$$

3. L'effort normal N.

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{S} \Rightarrow S = \pi \frac{D^2 - d^2}{4} = \pi D \frac{1^2 - 0.6^2}{4} = 2123 \text{ mm}^2$$

$$\text{Et } N = S \times \sigma_{\max} = 2123 \times 33 = 70059 \text{ N}$$

T11. Détermination d'une charge de sécurité

Pour soulever de lourdes charges avec un palan on utilise le dispositif représenté schématiquement ci-dessous.

Le câble d'un diamètre extérieur de 22mm, est constitué de 6 torons de 40 fils de 1mm de diamètre, en acier à haute résistance, enroulés sur une âme en textile .La résistance de l'âme est négligeable.

1. Calculer la charge que peut soulever ce câble en toute sécurité

.Caractéristique de l'acier $R_e = 1000 \text{ N/mm}^2$ $E = 2.10^5 \text{ N/mm}^2$ le coefficient de sécurité adopté $s=6$ (par rapport)

2. On suspend à ce câble une charge F. La portion de longueur $AB = L$ s'allonge alors de 3.2mm.

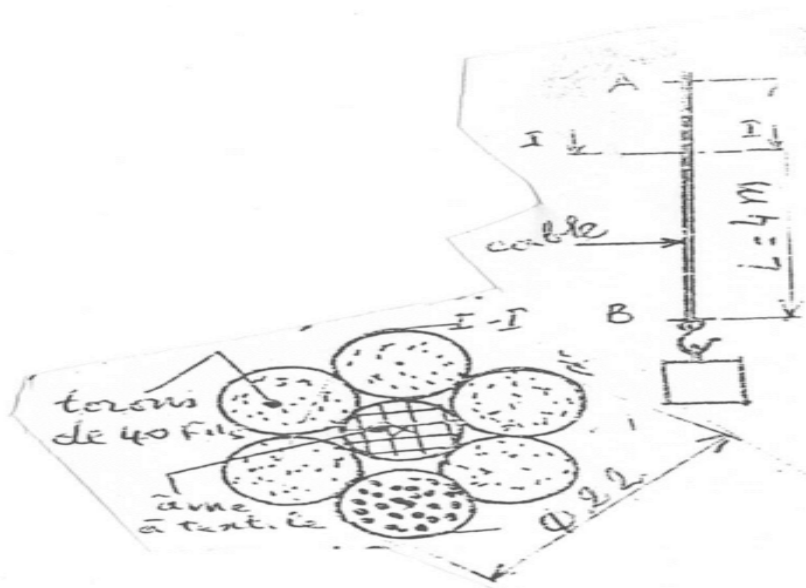
2.1. Calculer l'allongement relatif.

2.2. Calculer la contrainte normale dans une section droite.

2.3. Calculer la charge F.

2.4. La condition de résistance du câble est-elle vérifiée ? – pourquoi ?

NB : Pour tout le problème on suppose qu'il n'y a aucun effet d'inertie .On néglige le poids propre du câble et l'influence de l'angle d'enroulement des fils et des torons.



SOLUTION T11 :

1. La charge P

Condition de résistance :

$$\sigma_{\max} \leq R_{ep} = \frac{Re}{s}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{s} \Rightarrow \frac{P}{s} \leq \frac{Re}{s} \Rightarrow P \leq \frac{Re s}{s}$$

$$s = \frac{40 \times 6 \times 3.14 \times 1}{4} = 188.4 \text{ mm}^2$$

$$P = \frac{1000 \times 188.4}{6} = 31400 \text{ N}$$

$$2. AB = 4 \text{ m} = L \quad \Delta L = 3.2 \text{ mm}$$

2.1. L'allongement relatif

$$l = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{3.2}{4000} = 8.10^{-4}$$

2.2. La contrainte normale dans une section droite.

$$\sigma = l E = 8.10^{-4} \times 2.10^5 = 160 \text{ N / mm}^2$$

2.3. La charge F

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{s} \Rightarrow F = \sigma_{\max} s = 160 \times 188.4 = 30144 \text{ N}$$

2.4. Vérification de la condition de résistance

$$\sigma_{\max} \leq \frac{Re}{S}$$

$$\frac{1000}{6} \leq 166.7 > 160 \text{ N/mm}^2$$

Donc Condition vérifiée.

T12. Le dispositif schématisé à la figure 1 permet de suspendre une charge P ; il est constitué :

- d'un fil d'acier 1

$E_1 = 200000 \text{ N/mm}^2$; $L_1 = 1 \text{ m}$; $R_{e1} = 1200 \text{ N/mm}^2$; sa section est $S_1 = 20 \text{ mm}^2$

- d'un tube en alliage d'aluminium 2.

$E_2 = 80000 \text{ N/mm}^2$; $L_2 = 600 \text{ mm}$; $R_{e2} = 300 \text{ N/mm}^2$; sa section est $S_2 = 120 \text{ mm}^2$

1. Quelle charge P doit-on suspendre pour que le tube vienne toucher le bout du fil .

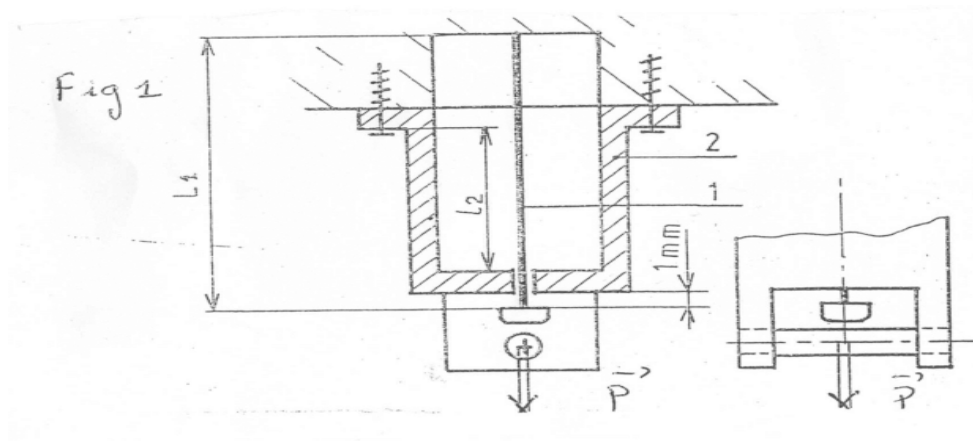
2. On se propose de calculer la charge P limite pour que les deux pièces restent élastiques . Dans ce cas P1 et P2 sont les supportées respectivement par le fil ① et le tube ②.

2.1. Donner la relation existant entre ΔL_1 et ΔL_2 .

2.2. Ecrire la condition pour que ① reste élastique et calculer P.

2.3. Ecrire la condition pour que ② reste élastique et calculer P.

2.4. Conclure.



SOLUTION T12:

1. La charge P

$$\sigma_2 = \frac{P}{S_2}$$

$$\sigma_2 = \epsilon_2 E_2 \Rightarrow P = \epsilon_2 E_2 S_2$$

$$\epsilon_2 = \frac{\Delta l_2}{l_2} \Rightarrow P = \frac{\Delta l_2 E_2 S_2}{l_2} = \frac{8.10^4 \times 120 \times 1}{600} = 16000 \text{ N}$$

2. Calcul de la charge P.

2.1. Relation entre ΔL_1 et ΔL_2 .

$$\Delta L_2 = \Delta L_1 + 1$$

2.2. Calcul de P pour que ① reste élastique.

$$P = P_1 + P_2$$

$$\sigma_1 = \frac{P_1}{S_1} \Rightarrow P_1 = \sigma_1 S_1$$

$$\sigma_2 = \frac{P_2}{S_2} \Rightarrow P_2 = \sigma_2 S_2$$

$$P = P_1 + P_2 = \frac{\Delta l_1 E_1 S_1}{l_1} + \frac{\Delta l_2 E_2 S_2}{l_2}$$

$$\Delta L_1 = \frac{\sigma_1 l_1}{E_1} \quad \text{et} \quad \Delta L_2 = \frac{\sigma_2 l_2}{E_2}$$

$$\Delta L_2 = \Delta L_1 + 1$$

$$\frac{\sigma_2 l_2}{E_2} = \frac{\sigma_1 l_1}{E_1} + 1$$

$$\sigma_1 = \frac{P E_1 l_2 - E_1 E_2 S_2}{l_1 E_2 S_2} \leq R_{e1}$$

$$P \leq \frac{l_1 E_2 S_2 R_{e1} + E_1 E_2 S_2}{E_1 l_2} = 13600 \text{ N}$$

2.3. Calcul de P si ② reste élastique

$$\sigma_1 S_1 + \sigma_2 S_2 = P$$

$$\frac{E_2 \Delta l_2}{l_2} = \frac{E_1 \Delta l_1}{l_1} + 1$$

$$\sigma_2 \leq R_{E2}$$

$$\sigma_2 = \frac{P l_1 E_2 + E_1 E_2 S_2}{l_2 E_1 S_1} \leq R_{e2}$$

$$P \leq \frac{R_{e2} E_1 S_1 l_2 - E_1 E_2 S_1}{E_2 l_1}$$

$$P \leq 41000 \text{ N}$$

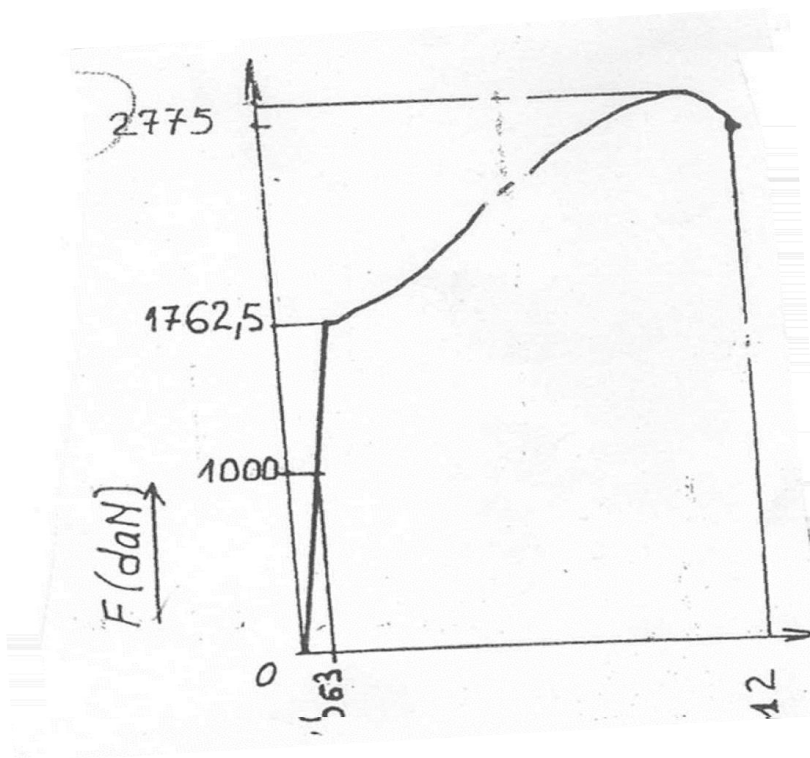
2.4. Conclusion la charge P nécessaire est $P \leq 41000 \text{ N}$.

T13. On soumet une éprouvette de longueur $L_0 = 100 \text{ mm}$ et de section constante $S_0 = 75 \text{ mm}^2$ à un essai de traction simple. L'éprouvette est en acier. La machine enregistre le diagramme $F(\Delta L)$ ci-dessous.

Déterminer les caractéristiques mécaniques suivantes de l'acier considéré :

- le module E

- Les résistances R_e et R_r



SOLUTION T 13:

$$F_{\max} = 2775 \text{ daN}$$

$$\sigma = \epsilon E = \frac{F_{\max}}{S_0} \Rightarrow E = \frac{F_{\max}}{\epsilon_i}$$

$$F_m = 1762.5 \text{ daN}$$

$$- E = \frac{2775}{0.004725} = 0.58 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$$

$$F_e = 1000 \text{ daN}$$

$$- R_e = \frac{F_e}{S_0} = 1762.5 \frac{1762.5}{75}$$

$$S_0 = 75 \text{ mm}^2$$

$$= 23.5 \text{ daN/mm}^2$$

$$\Delta L = 0.063 \text{ mm}$$

$$- R_r = \frac{F_m}{S_0} = \frac{1000}{75}$$

$$L_0 = 100 \text{ mm}$$

$$= 13.33 \text{ daN/mm}^2$$

T14. Une tige en acier, de section droite circulaire, est soumise à une sollicitation de traction d'effort $F=706500 \text{ N}$. Le rapport de diamètres (diamètre extérieur D et diamètre intérieur d) est $\frac{d}{D}=0.5$. La longueur initiale de la tige est $L_0=5\text{m}$. Elle s'allonge alors de $\Delta L=3\text{mm}$

on donne : $E=210^5 \text{N/mm}^2$

1. Calculer l'allongement relatif.
2. Calculer la contrainte normale dans la section droite.
3. Calculer la valeur de la section droite et déterminer les diamètres extérieur et intérieur.
4. Déterminer le coefficient de sécurité adopté.

On donne : $R_e=360 \text{ N/mm}^2$

SOLUTION T14 :

1. L'allongement relatif i :

$$i = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{3}{5.10^3} = 0.6.10^{-3}$$

2. La contrainte normale dans la section.

$$\sigma = i E = 0.6.10^{-3} \times 2.10^5 = 120 \text{N/mm}^2$$

3. La valeur de la section droite.

$$\sigma = \frac{F}{S} \Rightarrow S = \frac{F}{\sigma} = \frac{706500}{120} = 5887.5 \text{mm}^2$$

$$S = \pi \left(\frac{D^2 - d^2}{4} \right) = \frac{D^2 \pi (1 - 0.25)}{4} = \frac{D^2 0.75 \pi}{4}$$

$$D^2 = \frac{4S}{0.75\pi} = \frac{4 \times 5887.5}{0.75 \times 3.14} = 10000 \Rightarrow D = 100 \text{ mm}$$

$$d = 0.5 \times 100 = 50 \text{mm}$$

4. Le coefficient de securité s

Condition de résistance :

$$\sigma_{\max} \leq \frac{R_e}{s}$$

$$s \leq \frac{R_e}{\sigma_{\max}} = \frac{360}{120} = 3$$

T15. Pour soulever des tuyaux avec un palan, on adopte le dispositif représenté schématiquement par la fig ci-dessous.

Chacun des deux brins de l'élingue, d'un diamètre extérieur de 21mm, est constitué de 6torons de 37 fils de 1mm de diamètre, en acier à haute résistance enroulés sur une âme en textile .Calculer :

La charge P maximale qui peut être soulevée en tout sécurité adoptant pour l'angle θ les valeurs suivantes :

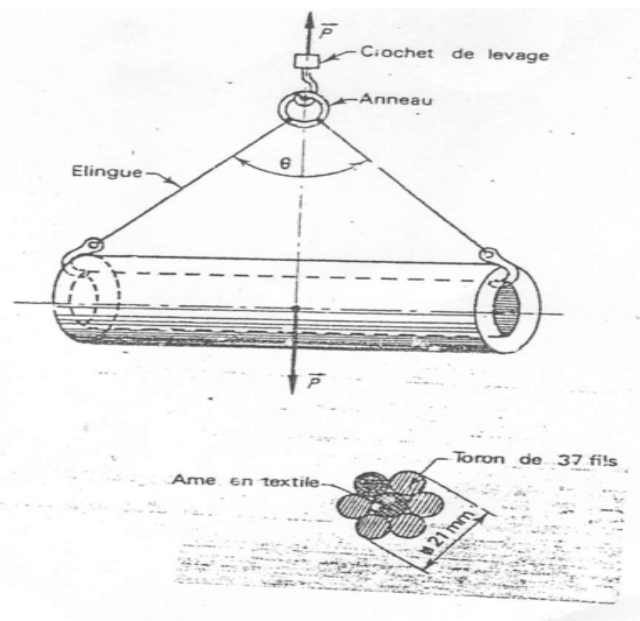
- $\theta = 60^\circ$
- $\theta = 120^\circ$
- Comparer et conclure.

Caractéristiques de l'acier :

$$R = 1600 \text{ N/mm}^2 ; E = 2.10^5 \text{ N/mm}^2$$

Coefficient de sécurité adopté : $s = 6$ par rapport à R.

On suppose qu'il n'y a aucun effet d'inertie .On néglige le poids propre de l'élingue et l'influence de l'angle d'enroulement des fils et des torons.



SOLUTION T15 :

La charge P maxi.

Si on fait la section ;

On a :

$$T \cos \theta + T \cos \theta - P = 0$$

$$2T \cos \theta = P$$

$$P = 2T \cos \theta$$

Condition de résistance :

$$\sigma_{\max} = \frac{T}{S} \leq \frac{Re}{s}$$

$$S = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{6 \times 37 \times 1 \times 3.14}{4} = 174.27 \text{ mm}^2$$

$$T \leq \frac{174.27 \times 1600}{6} = 46472 \text{ N}$$

$$\text{- Si } \theta = 60^\circ, P = \frac{2T}{2} = T = 46472 \text{ N}$$

$$\text{- Si } \theta = 120^\circ, P = \frac{-2T}{2} = -T$$

T16. Une tige en acier d'un diamètre de 12.5mm et d'une longueur de 1m supporte une charge de traction de 1500daN.

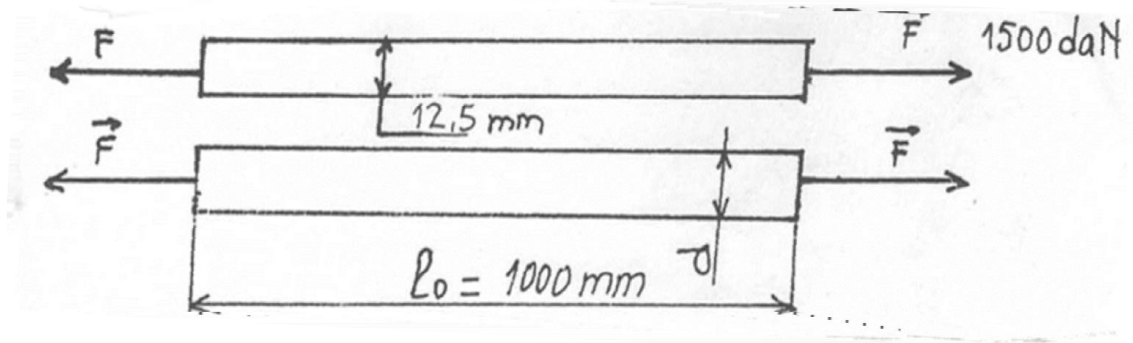
1. Déterminer la contrainte et l'allongement dans la tige d'acier
 $E = 20.000 \text{ daN/mm}^2$.

2. La tige en acier est remplacée par une autre en aluminium .On désire que celle-ci ait le même allongement (sous la même charge F) que la tige précédente .

Déterminer le diamètre d de cette tige en aluminium . $E_{\text{alu}} = 7500 \text{ daN/mm}^2$

3. Déterminer la contrainte dans la contrainte.

4. Calculer le rapport des poids des deux tiges .La masse volumique de l'acier est de 7800 kg/m^3 et celle de l'aluminium de 2800 kg/m^3 .



SOLUTION T16 :

1.

-la contrainte normale σ .

$$\sigma = F/S, S = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{12.5^2 \times 3.14}{4} = 123 \text{ mm}^2$$

$$\sigma = \frac{15000}{123} = 122 \text{ N/mm}^2$$

-l'allongement ΔL

$$\sigma = \epsilon E = \frac{\Delta L}{l} \Rightarrow \Delta L = \frac{\sigma l}{E} = \frac{122 \times 1000}{2.10^5} = 0.61 \text{ mm}$$

2. acier remplacé par l'aluminium

Le diamètre d.

$$\sigma = \epsilon E = \frac{\Delta L}{l} = \frac{F}{S} \Rightarrow S = \frac{15000 \times 1000}{0.61 \times 75} = 328 \text{ mm}^2$$

$$S = \frac{d^2 \pi}{4} \Rightarrow 4 S = \pi d^2 \Rightarrow d^2 = \frac{4S}{\pi} = \frac{4 \times 328}{3.14} = 418 \Rightarrow d = \sqrt{418}$$

$$d = 20.44 \text{ mm}$$

3. La contrainte normale.

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{15000}{328} = 46 \text{ N/mm}^2$$

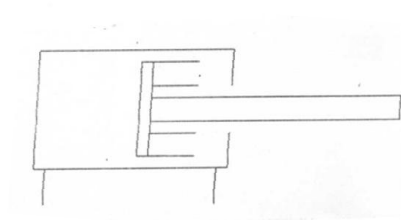
4. Le rapport des poids P_1 et P_2 .

$$P_1 = m_1 g, m_1 = \mu_1 V_1 = \mu_1 S_1 L_1$$

$$P_2 = m_2 g, \quad m_2 = \mu_2 V_2 = \mu_2 S_2 L_2$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\mu_1 S_1 L_1 g}{\mu_2 S_2 L_2 g} = \frac{\mu_1 S_1}{\mu_2 S_2} = \frac{7800 \times 123}{328 \times 2800} = 1.04$$

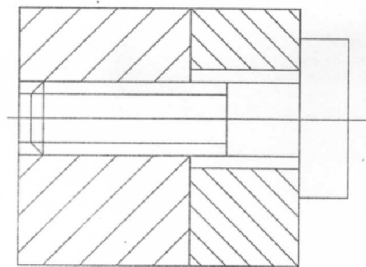
T17 .Sur un centre d'usinage, un vérin pneumatique permet d'assurer le bridage d'une pièce lors de la rentrée de sa tige. Celle-ci est donc sollicitée à la traction. La force ainsi développée a une Intensité $F = 500\text{N}$ La tige a un diamètre $d = 20\text{mm}$, et a été réalisé en acier X 2



- 1) Calculer la valeur de la section S de la tige.
- 2) Calculer la valeur de la contrainte normale s dans une section de la tige.

T18.

Lors de son serrage une vis H, M10-50 est sollicitée à la traction. En effet, l'effort de Serrage provoque l'allongement de la vis. Cette force a pour intensité $F = 500\text{N}$.



- 1) Calculer la valeur de la section S de la vis (prendre en compte le diamètre de la section Où la vis casserait).
- 2) Calculer la valeur de la contrainte normale s dans une section de la vis.

B. COMPRESSION :

C1. Une tige de vérin est constituée d'un arbre évidé (creux) dont les dimensions sont définies telles que : $d_1=20\text{mm}$, $d_2=15\text{mm}$

La longueur de la tige est de 30cm.

Elle est en acier de module de Young : 2.10^5N/mm^2 .

La force de poussée maximale du vérin (sortie de tige) étant de 8000N, calculer :

1. La contrainte normale dans la tige.
2. Le raccourcissement de la tige.
3. La limite élastique du matériau à choisir avec une sécurité de 5.

SOLUTION C1 :

1. La contrainte normale

$$S = \frac{F}{\sigma} ; S = \frac{3.14 \times (20^2 - 15^2)}{4} = 137.4 \text{ mm}^2$$

$$\sigma = \frac{8000}{137.4} = 58.22 \text{ N/mm}^2$$

2. Le raccourcissement ΔL

$$\sigma = \epsilon E = \frac{\Delta L E}{l} \Rightarrow \Delta L = \frac{\sigma l}{E} = \frac{58.22 \times 300}{200000} = 8.710^{-3} \text{ mm}$$

3. La limite élastique R_e

Condition de résistance

$$\sigma \leq \frac{R_e}{s} \Rightarrow R_e \geq \sigma s = 58.22 \times 5 = 291.1 \text{ N/mm}^2$$

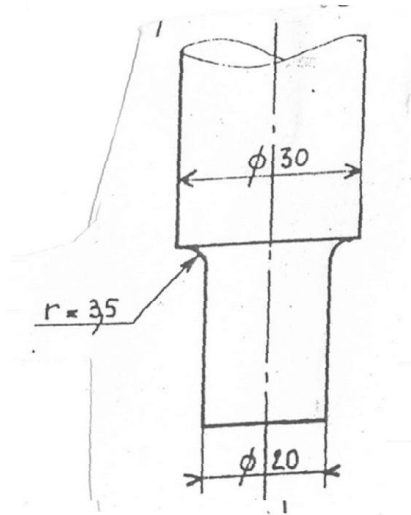
C2. Un poinçon, monté sur une presse hydraulique, peut encaisser un effort de compression maximale de 40000 N.

Le poinçon a été réalisé en acier 20NC6.

Sa limite élastique est de 98 daN/mm².

On adopte un coefficient de sécurité de 4 pour le calcul du poinçon.

1. Calculer la contrainte uniforme σ_0 au niveau de la section dangereuse.
2. Déterminer le facteur de forme k_t .
3. Calculer la contrainte maximale.
4. Vérifier la condition de résistance à la compression du poinçon.



SOLUTION C2.

1. La contrainte σ_0 .

$$\sigma_0 = \frac{F}{S}; S = \frac{d^2}{4} \pi = \frac{20^2}{4} \times 3.14 = 314 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_0 = \frac{40000}{314} = 127.4 \text{ N/mm}^2$$

2. Le facteur de forme k_t

$$\sigma_{\max} \leq k_t \sigma_0$$

Or la condition de résistance est $\sigma_{\max} \leq \frac{Re}{s}$

$$K_t \sigma_0 \leq \frac{Re}{s}$$

$$\Rightarrow K_t \leq \frac{Re}{60s} = \frac{980}{4 \times 127.4} = 1.92$$

3. La contrainte maximale.

$$\sigma_{\max} = k_t \sigma_0 = 1.92 \times 127.4 = 244.608 \text{ N/mm}^2$$

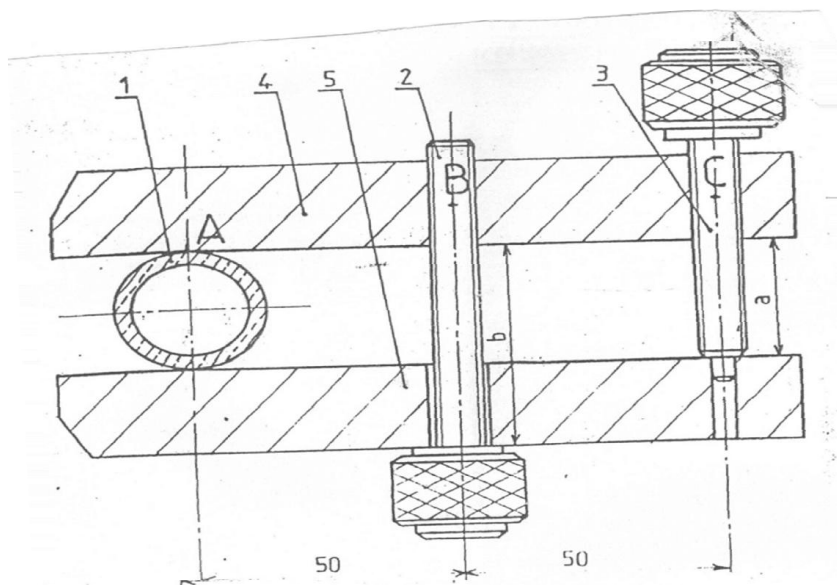
4. Vérification de la condition de résistance.

$$\sigma_{\max} \leq \frac{Re}{s}$$

$$244.608 \leq \frac{980}{4} = 245$$

D'où elle est vérifiée.

C3. Un dispositif à bride est constitué d'une vis de serrage (3), d'une vis de réglage (2) et de deux brides (4) et (5) supposées parfaitement rigides.



1. STATIQUE

En exerçant une force de 600daN au point A, le tube de bronze 1 est de 0.075mm.

Etudier l'équilibre de la bride (4) pour déterminer les efforts exercés par les deux vis (2) et (3) en B et C. (forces d'action verticale)

2. Traction – COMPRESSION

a) Déterminer les contraintes dans les deux vis.

Les vis (2) et (3) ont même diamètre nominal de 10 mm.

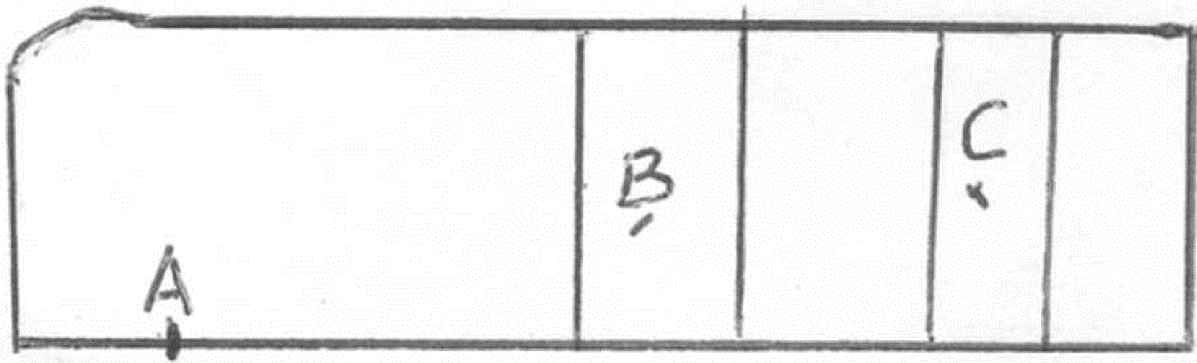
b) La vis (2) se déforme sur la longueur $b = 49\text{mm}$ et la vis (3) se déforme sur la longueur $a = 29\text{mm}$. On prendra $E = 2.10^5 \text{ N/mm}^2$.

Déterminer les déformations dans les deux vis.

SOLUTION C 3 :

1.

Etude de l'équilibre de ④



$A_{1/4}$ $B_{2/4}$ $C_{3/4}$

$A_{1/4}$ appui plan - direction verticale.

$B_{2/4}$ appui plan -- direction verticale.

$C_{3/4}$ appui plan -- direction verticale.

	•	—	→	
$A_{1/4}$	A	V	↓	6000N
$B_{2/4}$	B	V	?	?
$C_{3/4}$	C	V	?	?

Les actions de contact : $A_{1/4}$ - $B_{2/4}$ - $C_{3/4}$

Les actions à distance : néant

1^{ère} loi : $\sum F_{ex} = 0$

2^{ème} loi : $\sum M = 0$

$-\sum F = 0, A_{1/4} + B_{2/4} + C_{3/4} = 0$

$-\sum M_c = 0, || A_{1/4} || \times 100 - || B_{2/4} || \times 50 = 0 \Rightarrow || B_{2/4} || = 2 \times 6000 = 12000$

NTapez une équation ici.

$$-6000 + 12000 - \|C_{3/4}\| = 0, \Rightarrow \|C_{3/4}\| = 6000 \text{ N}$$

	.	—	→	
$A_{1/4}$	A	V	↓	6000 N
$B_{2/4}$	B	V	↑	12000 N
$C_{3/4}$	C	V	↓	6000 N

2. a) $d_2 = d_3 = 10\text{mm}$

Les contraintes normales.

$$\sigma_2 = \frac{F_2}{S_2}, S_2 = \frac{3.14 \times 100}{4} = 78.5 \text{ mm}^2.$$

$$\sigma_2 = \frac{12000}{78.5} = 153 \text{ N/mm}^2.$$

$$\sigma_3 = \frac{F_3}{S_3}, S_3 = 78.5 \text{ mm}^2.$$

$$\sigma_3 = \frac{6000}{78.5} = 76.43 \text{ N/mm}^2.$$

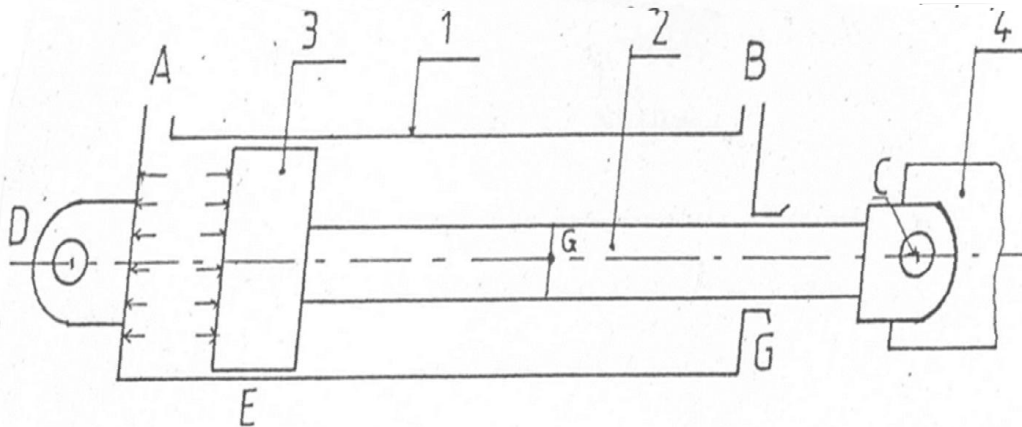
b) $a_0 = 29\text{mm}, b = 49\text{mm}.$

$$\Delta a = \frac{62 a}{E} = \frac{153 \times 29}{200000} = 0.22\text{mm}.$$

$$\Delta b = \frac{63 b}{E} = \frac{76.43 \times 49}{200000} = 0.18\text{mm}.$$

C4. Outils d'évaluation On se propose d'étudier le vérin hydraulique (ci-dessous) à double effet. Il fonctionne sous une pression effective

$$p=5(5\text{N/mm}^2).$$



Le cylindre ① et la tige ② sont en XC32 dont les caractéristiques en traction et en compression sont les suivantes : $E= 200\,000\text{N/mm}^2$; $R_e = 300\text{ N/mm}^2$.

On néglige la résistance passive due à l'étanchéité au niveau du piston 3 et de la tige ②.

1. on isole la tige ② et le piston ③ .Dans le cas d'une admission en A (tige sortant),

1.1 donner le type de sollicitation à laquelle l'ensemble isolé est soumis (on as simule l'ensemble isolé à une poutre).

1.2 déterminer l'action en C sachant que la résultante de l'effort dû à la pression passe par l'axe et vaut $F=p.s$; F en N ; s section en mm^2 . On donne le diamètre du piston $D=110\text{mm}$.

2. Calculer à la compression la contrainte normale dans la section G .On donne $F=47500\text{ N}$ et le diamètre de la tige $d=20\text{mm}$.

On considère qu'il n'y a aucune concentration de contrainte .La poutre est-elle dans la zone de déformation élastique ?

Pourquoi ?

3. Calculer la variation de longueur correspondant à cette contrainte, sachant que la longueur initiale de la tige $l=400\text{mm}$.

4. En réalité il y a concentration de contrainte au niveau de l'épaulement ($k=2.2$)

Calculer la contrainte maxi.

Que constate-t-on ?

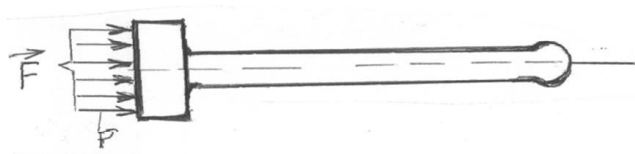
5. On se propose de calculer une nouvelle valeur de d pour que la tige résiste. Aussi on prend un coefficient de sécurité de 3 pour prévenir les accidents. k ne change pas (2.2).

5.1 Ecrire la condition de résistance.

5.2 Calculer la valeur de d (diamètre de la tige).

SOLUTION C4 :

1.2 et 3 isolés



1.1 type de sollicitation : compression

1.2 La compression au point C

$$F=F' =p.s$$

$$S=\frac{d^2 \times \pi}{4} = \frac{110^2 \times 3.14}{4} = 9498.5 \text{ mm}^2$$

$$F=F'=5 \times 9498.5 = 47492.5 \text{ N}$$

$$2. F=47500 \text{ N} \quad d=20 \text{ mm}$$

La contrainte à la compression

$$\sigma = \frac{F}{S}; S = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{20^2 \times 3.14}{4} = 314 \text{ mm}^2$$

$$\sigma = \frac{47500}{314} = 151.3 \text{ N/mm}^2$$

La poutre n'est pas dans la zone de déformation élastique car $\sigma_{\max} \leq R_e$

3. La variation de longueur ΔL

$$\sigma = E \frac{\Delta L}{l} \Rightarrow \Delta L = \frac{l \sigma}{E} = \frac{16 \times 151.3 \times 400}{200000} = 0.303 \text{ mm}$$

$$4. \sigma_{\max} = k \sigma = 2.2 \times 151.2 = 332.86 > R_e$$

La zone élastique est dépassée.

$$5. s=3 \quad k=2.2$$

5.1 Condition de résistance

$$\sigma_{\max} \leq \frac{R_e}{s} \quad \text{ou} \quad k \sigma \leq \frac{R_e}{s}$$

5.2 La valeur de d

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

$$\frac{KF}{S} \leq \frac{R_e}{s}$$

$$KF s \leq R_e S$$

$$\text{Avec } S = \pi d^2 / 4$$

$$S \geq \frac{KF s}{R_e} = \frac{2.2 \times 47500 \times 3}{300} = 1045$$

$$\text{Et } S = \frac{d^2 \times \pi}{4} = 1045, d^2 \geq \frac{1045 \times 4}{3.14} = 1331.21 \Rightarrow d = \sqrt{1331.21}$$

Et $d = 37$ ou 38mm

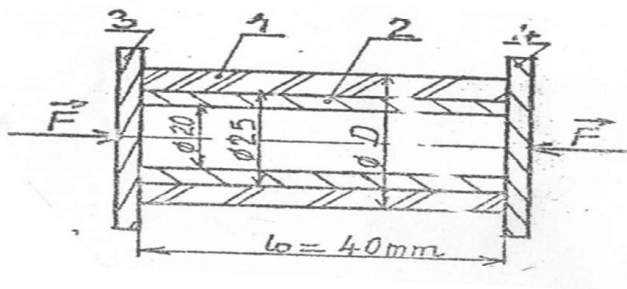
C 5

Deux tubes ① et ② ajustés de même longueur L_0 sont soumis en compression simple. Les plateaux ③ et ④ répartissent les efforts F sur les deux tubes.

1. Déterminer les efforts F_1 et F_2 supportés par les tubes ① et ② sachant que leur raccourcissement est ΔL .

2. Calculer le diamètre D du tube ①.

AN. $E_1 = 7.10^4 \text{N/mm}^2$ $E_2 = 2.10^5 \text{N/mm}^2$ $F = 65000 \text{N}$ $\Delta L = 6.10^{-3} \text{mm}$



SOLUTION C 5:

1. détermination de F_1 et F_2

$$F = F_1 + F_2$$

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{S_1} = \epsilon_1 E_1 = \frac{\Delta L E_1}{l_1} \Rightarrow F_1 = \frac{\Delta L \times E_1 \times S_1}{l_1}$$

$$\sigma_2 = \frac{F_2}{S_2} = \epsilon_2 E_2 = \frac{\Delta L E_2}{l_2} \Rightarrow F_2 = \frac{\Delta L \times E_2 \times S_2}{l_2}$$

$$S_2 = \pi \frac{25^2 - 20^2}{4} = 176.625 \text{ mm}^2$$

$$F_2 = \frac{0.006 \times 200000 \times 176.625}{40} = 5298.75 = 5299 \text{ N}$$

$$F = F_1 + F_2 \Rightarrow F_1 = F - F_2 = 65000 - 5299 = 59701 \text{ N}$$

2. Le diamètre D

$$F_1 = \frac{\Delta L \times E_1 \times S_1}{l_1} \Rightarrow S_1 = \frac{F_1 \times l_1}{\Delta L \times E_1} = \frac{59701 \times 40}{0.006 \times 70000} = \frac{2388040}{420} = 5685.81 \text{ mm}^2$$

$$S_1 = \pi \frac{D^2 - 25^2}{4} \Rightarrow D^2 - 25^2 = \frac{4S_1}{\pi} \Rightarrow D^2 = 7243.06 + 25^2 = 7868.06$$

$$D = \sqrt{7868.06} = 88.70 \simeq 89 \text{ mm}$$

C 6.

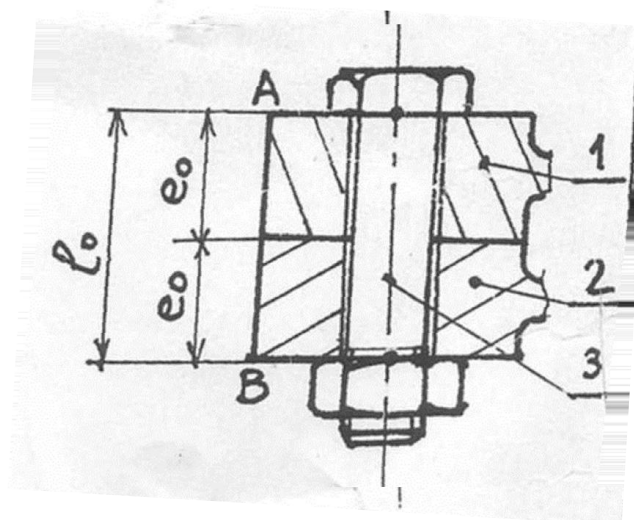
On réalise l'assemblage des tubes ① et ② à l'aide d'un boulon constitué d'une vis H.M10 et d'un écrou H.M10. Les deux tubes sont identiques en dimensions et sont de même matériau. Chaque tube a une épaisseur e_0 et une section S_t .

Au montage, avant d'exercer aucun serrage, l'épaisseur des tubes est $2 \times e_0$ correspondant à la longueur AB entre tête et écrou du boulon qui sont juste en contact avec ① et ② en A et B. $AB = l_0 = 2 \times e_0$

On serre l'écrou d'un demi-tour, le pas étant $p=1\text{mm}$.

1. Donner le type de sollicitation exercée sur la tige du boulon 3.

Quel est le type de déformation qui en résulte ?



2. Donner le type de sollicitation exercée sur les tubes.

Quel est le type de déformation qui en résulte ?

3. Donner la relation existant entre les deux déformations.

4. En appliquant la loi de Hooke et sachant que $\frac{6t}{6b} = \frac{Sb}{St}$, calculer : la contrainte σ_b dans le boulon, la contrainte σ_t dans les tubes et la nouvelle longueur l entre la tête et l'écrou

AN :

Boulon : $S_b = 78 \text{ mm}^2$

tubes : $S_t = 358 \text{ mm}^2$

$L_0 = 60 \text{ mm}$

$e_0 = 30 \text{ mm}$

$E_b = 2.10^5 \text{ N/mm}^2$

$E_t = 1000 \text{ N/mm}^2$

SOLUTION C6 :

1. type de sollicitation : traction

- type de déformation : allongement $\Delta L = L - l_0$

2. type de sollicitation : compression

- type de déformation : raccourcissement $\Delta e = e_0 - e$

3. Relation entre les deux déformations :

$$\Delta L = L - l_0 ; \Delta e = 2 e_0 - e ; 2 e_0 = l_0$$

$$\Delta e = l_0 - e = L - \Delta L - e$$

4. Loi de Hooke

$$\frac{6t}{6b} = \frac{Sb}{St}$$

$$\text{Ou } \Delta L = 0.5 \times 1 = 0.5 \text{ mm}$$

$$\sigma_b = i_b E_b = \frac{\Delta L}{l_0} E_b = 0.5 \frac{2.10^5}{60} = 1667 \text{ N/mm}^2$$

$$\Delta e = 0.5 \text{ mm}$$

$$e = 30 - 0.5 = 29.5 \text{ mm}$$

$$\frac{\Delta e}{e_0} = \frac{0.5}{30} = 16,7 \cdot 10^{-3}$$

$$\sigma_t = i_t E_t = 16,7 \cdot 10^{-3} \times 1000 = 16,7 \text{ N/mm}^2$$

C 7. Un élément de machine est constitué de deux pièces cylindriques coaxiales

-un cylindre plein ① en acier, de section constante S_1 et de module d'élasticité E_1 ;

-un cylindre creux ② en alliage d'aluminium, de section constante S_2 et de module d'élasticité E_2

Leur longueur commune est L . Une charge $\vec{F}$ est appliquée à cet ensemble entre les plateaux P_1 et P_2 . Le flambement n'est pas possible. Le poids propre des cylindres et des plateaux est négligeable devant les autres forces.

1. Calculer les contraintes normales σ_1 dans le cylindre ① et σ_2 dans le cylindre ②.

2. Calculer le raccourcissement de l'ensemble de la longueur L .

3. On adopte les coefficients de sécurité 4 et 3 respectivement pour les cylindres ① et ②.

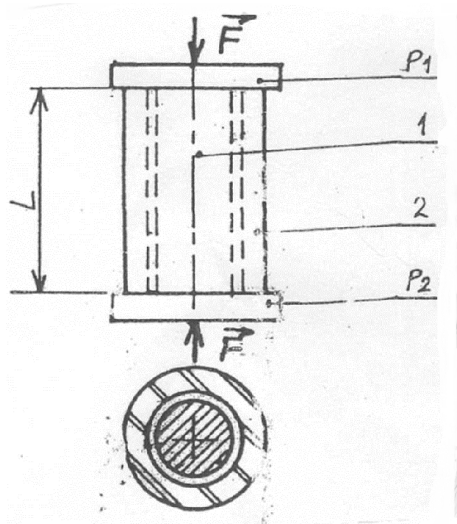
Vérifier la condition de résistance pour chaque cylindre.

AN :

-cylindre ① acier $E_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ $S_1 = 500 \text{ mm}^2$ $R_{e1} = 400 \text{ N/mm}^2$

-cylindre ② alliage $E_2 = 7 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$ $S_2 = 200 \text{ mm}^2$ $R_{e2} = 260 \text{ N/mm}^2$

- $L = 250 \text{ mm}$ $F = 50 \cdot 10^3 \text{ N}$



SOLUTION C7:

1. Les contraintes

$$\sigma_1 = \frac{F}{S_1} = \frac{50.000}{500} = 100 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{F}{S_2} = \frac{50.000}{200} = 250 \text{ N/mm}^2$$

2. Le raccourcissement ΔL

-cyl plein:

$$\sigma_1 = i_1 E_1 = \frac{\Delta L}{L} \times E_1 \Rightarrow \Delta L = \frac{\sigma_1}{E_1} \times L = \frac{100 \times 250}{200000} = 0.125 \text{ mm}$$

-cyl creux:

$$\sigma_2 = i_2 E_2 = \frac{\Delta L}{L} \times E_2 \Rightarrow \Delta L = \frac{\sigma_2}{E_2} \times L = \frac{250 \times 250}{70000} = 0.89 \text{ mm}$$

3. Vérification de la condition de résistance

Condition de résistance :

$$\sigma_{\max} \leq \frac{Re}{S}$$

-cyl plein :

$$\sigma_1 \leq \frac{400}{4} = 100 = \sigma_1 \Rightarrow \text{la condition est vérifiée}$$

$$\text{-cyl creux : } \sigma_2 \leq \frac{260}{3} = 87 < \sigma_2 \Rightarrow \text{la condition n'est pas vérifiée}$$

C. CISAILLEMENT SIMPLE :

CI1.

Deux plaques de tôle ① et ② , d'épaisseur e , sont raccordées par des couvres joints ③ et ④ de même épaisseur (voir fig) . La liaison est assurée par des rivets

L'ensemble est soumis à une sollicitation de traction $\vec{F}$.

Le diamètre d des rivets est défini en fonction de e , par une formule semi-expérimentale : $d = \frac{45e}{15+e}$ e et d en mm

1. Déterminer le diamètre d du rivet

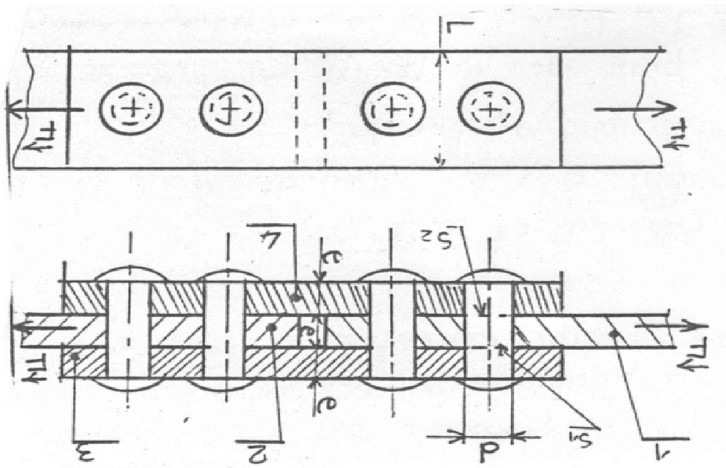
2. Chaque rivet présente deux sections au cisaillement (S_1 et S_2) .

Calculer S_1 et S_2 .

3. Calculer le nombre total de rivets nécessaires pour assurer la liaison.

On donne la contrainte pratique au cisaillement R_{pg}

$F=12.000\text{daN}$ $e=12\text{mm}$ $R_{pg}=100\text{N/mm}^2$



SOLUTION CI1:

1. Détermination du diamètre d

$$d = \frac{45e}{15+e} = \frac{45 \times 12}{15+12} = 20 \text{ mm}$$

2. Calcul des surfaces S_1 et S_2

$$S_1 = S_2 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3.14 \times 20^2}{4} = 314 \text{ mm}^2$$

3. Calcul du nombre total de rivets

Chaque rivet a deux surfaces cisailées S_1 et S_2 , et on isole la tôle 1, il y a $\frac{n}{2}$ rivets sollicités.

$$\frac{F}{nS} \leq R_{pg}$$

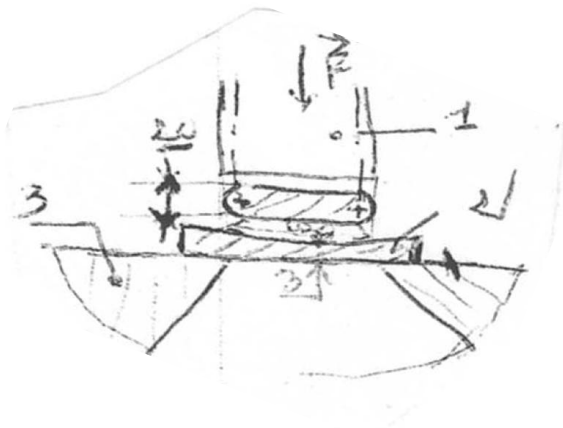
$$n \geq \frac{F}{R_{pg} S} = \frac{120000}{100 \times 314} = 3.82$$

le nombre pair immédiatement supérieur

$$n = 4 \text{ rivets}$$

C 2. Sur une presse le poinçon de la fig réalise un trou oblong dans une tôle d'épaisseur de 3mm. La résistance à la rupture par cisaillement est $R_{pg} = 25 \text{ daN/mm}^2$

- Calculer la section de la tôle cisailée par le poinçon
- déterminer l'effort $\vec{F}$ nécessaire pour réaliser la perforation
- calculer la contrainte de compression dans le poinçon



SOLUTION CI2 :

a. la section cisailée

$$S = P \times e$$

$$P = \text{perimètre} = P_1 + P_2$$

$$P_1 = C = \text{circonférence d'un cercle} = 2\pi R = 2\pi \frac{d}{2} = \pi d$$

$$P_2 = 2 \times 100$$

$$P = \pi d + 2 \times 100$$

$$S = e(\pi d + 2 \times 100) = 3(3.14 \times 20 + 2 \times 100) = 788.4 \text{ mm}^2$$

b. l'effort F_{mini} nécessaire

condition de résistance

$$\tau_{\text{maxi}} \leq R_{pg} \text{ avec } \tau_{\text{maxi}} = \frac{F_{\text{mini}}}{S} \leq R_{pg} \Rightarrow F_{\text{mini}} \leq R_{pg} \times S = 250 \times 788.4 = 197100 \text{ N}$$

c. la contrainte de compression dans le poinçon

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{F_{\text{mini}}}{S_p}$$

$$S_p = 100 \times 2 + \frac{\pi d^2}{4} = 2314 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{197100}{2314} = 85.2 \text{ N/mm}^2$$

CI3. Pour découper un trou cylindrique de diamètre d dans une tôle 2, on utilise un outil 1 appelé poinçon

La tôle 2 est placée entre le poinçon 1 soumis à l'action $\vec{F}$ d'une presse et le bâti 3 de celle-ci.

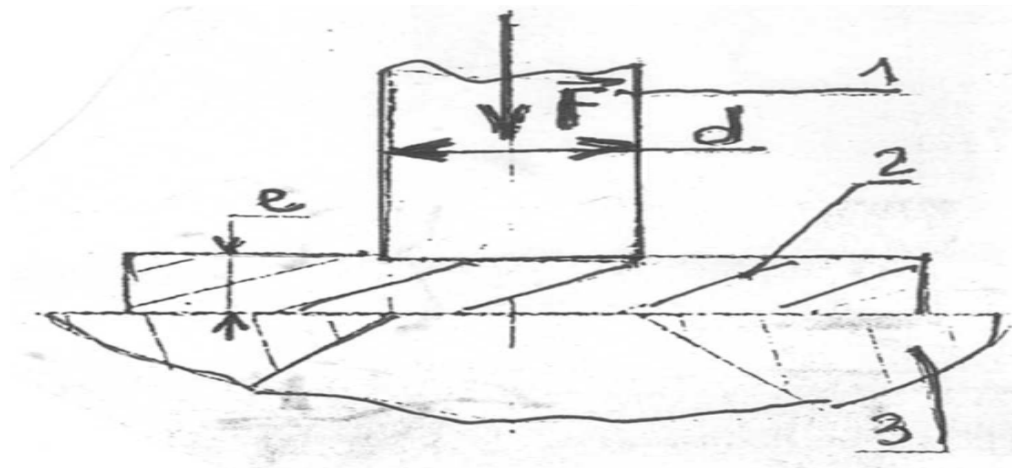
Soit à découper une tôle en acier doux, dont la résistance à la rupture par glissement est τ_r avec un poinçon (en acier très dur traité) dont la résistance de rupture à la compression est R_r' .

On conçoit que si l'épaisseur e de la tôle à découper dépasse une certaine valeur, le poinçon sera mis hors d'usage d'où le problème.

1. Etablir la relation entre d et e et les caractéristiques des deux métaux (poinçon et tôle) pour que le poinçon ne soit pas détérioré.

(On prendra un coefficient de sécurité $s = 2.5$, par rapport à R_r du poinçon)

2. Pour un poinçon $d = 30\text{mm}$, en acier $R_r = 100\text{daN/mm}^2$. Quelle épaisseur de la tôle $\tau_r = 50\text{daN/mm}^2$ peut-on découper ?



SOLUTION CI3 :

1. relation entre e et d .

Soit S_1 = surface du poinçon

$$S_1 = \frac{\pi d^2}{4}$$

Soit S_2 = surface de la tôle

$$S_2 = \pi d e$$

-Condition de résistance pour le poinçon

$$\sigma_{\max} \leq \frac{R_r}{s}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{S_1} = \frac{4F}{\pi d^2}$$

$$4 \frac{F}{\pi d^2} \leq \frac{R_r}{s} \Rightarrow F \leq \frac{\pi d^2 R_r}{4s}$$

-condition de la coupe de la tôle

$$\tau > \tau_r$$

$$\tau = \frac{F}{S_2} = \frac{F}{\pi d e} \Rightarrow F > \tau_r \pi d e$$

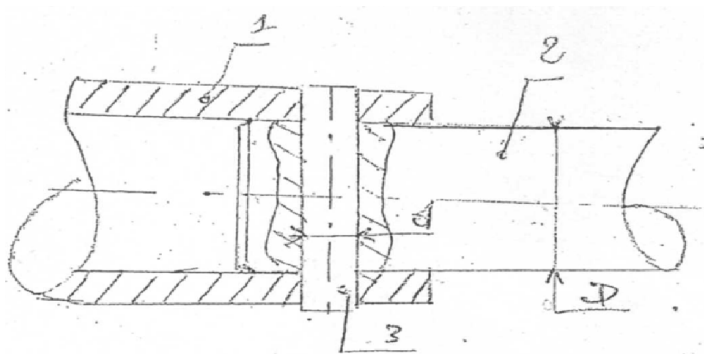
$$\pi d e \tau \leq \frac{\pi d^2 R_r}{4s} \Rightarrow e \leq \frac{R_r d}{4s \tau_r}$$

2. détermination de l'épaisseur e

$$e \leq \frac{1000 \times 30}{4 \times 2.5 \times 500} = 6 \text{ mm}$$

$$e_{\max} = 6 \text{ mm}$$

CI4.



Pour transmettre un couple moteur C_m d'un arbre 1 à un arbre 2 on utilise une goupille 3 cylindrique de diamètre d qui est alors cisailée.

1. calculer l'effort tranchant de cisaillement de la goupille.

2. calculer le diamètre mini sachant que la goupille est en acier.

NB: $R_{pg} = 34 \text{ N/mm}^2$, $C_m = 160 \text{ N.m}$, $D = 60 \text{ m}$

SOLUTION CI4:

1. L'effort tranchant T

$$\tau_{\max} = \frac{T}{S}$$

$$S = 2S_0; S_0 = \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow S = \frac{\pi d^2}{2} \text{ d'où } \tau_{\max} = \frac{T \times 2}{\pi d^2}$$

S_0 = section cisailée

$$C_m = 2TD \Rightarrow T = \frac{C_m}{2D}$$

$$AN: T = \frac{160000}{2 \times 60} = 1334 \text{ N}$$

2. Le diamètre dmini

Condition de rigidité

$$\tau_{\max} \leq R_{pg} \Rightarrow \frac{2T}{\pi d^2} \leq R_{pg} \Leftrightarrow d^2 \geq \frac{2T}{\pi R_{pg}}$$

$$d \geq \sqrt{\frac{2T}{\pi R_{pg}}} = 5 \text{ mm}$$

CI5. Vérification d'une clavette

La clavette réalise la liaison complète démontable entre la poulie et l'arbre moteur voir fig .

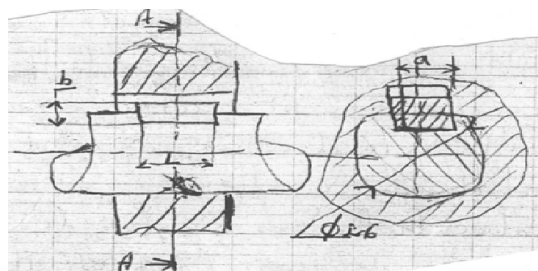
Données : $P=3\text{kw}$ $N=3000\text{tr/mn}$

Matériau clavette :

$R_e=340\text{N/mm}^2$ $s=2.5$, $a=8$, $b=7$, $l=24$, $\phi=26$

Pression de matage = 40N/mm^2

1. calculer le couple moteur
2. calculer la résultante en P des actions de contact entre la poulie et la clavette
3. calculer la contrainte tangentielle
4. vérifier la résistance de la clavette au cisaillement
5. calculer la pression sur un flanc de la clavette
6. vérifier la résistance de la clavette au matage



SOLUTION CI5 :

1. Couple moteur

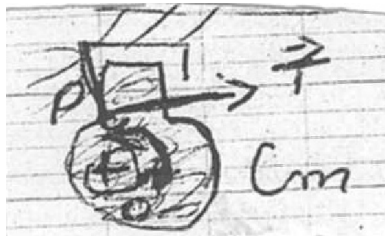
$$P = C \omega, \omega = \frac{2\pi N}{60} = \frac{\pi N}{30}$$

$$P = C \frac{\pi N}{30} \Rightarrow C = \frac{30P}{\pi N}$$

$$\text{AN : } C = \frac{30 \times 3000}{3.14 \times 3000} = 9.55 \text{ Nm}$$

2. calcul de la résultante T au point P

$$\Sigma m/o(F_{\text{ext}}) = 0$$



$$C_m - C_r = 0$$

$$C_m = C_r = \frac{Td}{2} \Rightarrow T = \frac{2C_m}{d} = \frac{2 \times 9.55 \times 1000}{26} = 734.6$$

$$N = 735 \text{ N}$$

3. calcul de la contrainte tangentielle

$$\tau = \frac{T}{S} \text{ avec } S = a \times L \Rightarrow \tau = \frac{734.6}{8 \times 24} = 3.82 \text{ N/mm}^2$$

4. vérification de la résistance

$$\tau_{\text{max}} \leq \frac{T_r}{S}$$

$$\tau_{\text{max}} \leq \frac{0.5Re}{s} = \frac{0.5 \times 340}{2.5} = 68$$

$$\tau_{\text{max}} \leq 68 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow 38 < 68 \text{ donc la condition est vérifiée}$$

5. Calcul de la pression sur un flanc de la clavette.

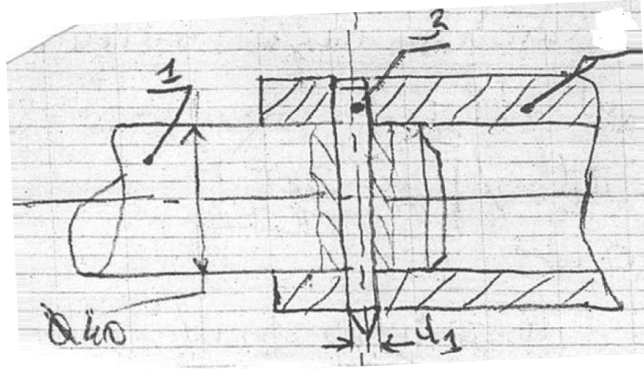
$$P = \frac{T}{S}; S = b \times l = 24 \times 7 = 168 \text{ mm}^2$$

$$P = \frac{735}{168} = 4.37 \text{ N/mm}^2$$

6. calcul de la pression de matage sur un flanc de la clavette

$P = \frac{T}{S}$ avec $S = \frac{b \times L}{2} \Rightarrow P = \frac{2T}{bL} = \frac{2 \times 734.6}{7 \times 24} = 8.75 \text{ N/mm}^2 < 40 \text{ N/mm}^2$ condition vérifiée

CI6. Accouplement



Un arbre creux 2 accouplé à un arbre plein 1 par l'intermédiaire d'une goupille transmet un couple $C_m = 250 \text{ Nm}$. Le diamètre de l'arbre plein $d = 40 \text{ mm}$. La goupille 3 est en acier 45SCD6. La résistance au glissement est $R_{pg} = 130 \text{ N/mm}^2$.

Calculer le diamètre d_1 de la goupille pour satisfaire aux critères de résistance.

Que peut – on conclure ?

SOLUTION CI6 :

$$C_m = Td \Rightarrow T = \frac{C_m}{d} = \frac{250000}{40} = 6250 \text{ N}$$

Condition de rigidité

$$\tau_{\max} = \frac{T}{S}, S = \frac{\pi d_1^2}{4}$$

$$\tau_{\max} \leq R_{pg} \Rightarrow \frac{T \times 4}{\pi d_1^2} \leq R_{pg} \Rightarrow d_1 \geq \sqrt{\frac{4 \times T}{\pi R_{pg}}} = \sqrt{\frac{4 \times 6250}{3.14 \times 130}} = 7.83 \text{ mm} \Rightarrow d_1 = 8 \text{ mm}$$

CI7 : Le manchon de sécurité de la fig ci-dessous entre les arbres de transmission 1 et 2 sont réalisées à partir d'un manchon cylindrique 3 et de deux goupilles 4 et 5.

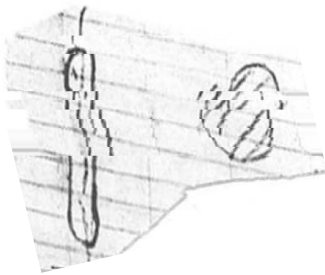
Le diamètre des arbres est de 40 mm . Le couple maxi transmis est de 30 daN.m .

Si le couple dépasse cette valeur les goupilles doivent se cisailer.

1. Déterminer et indiquer les sections cisillées des goupilles.
2. Déterminer l'effort F de cisailant les sections précédentes.
3. La limite à la rupture au cisaillement du manchon de la goupille est de 30 daN/mm^2 . Déterminer le diamètre d des goupilles.

SOLUTION CI7 :

1. Les sections cisillées :

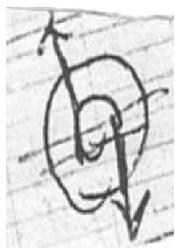


$$S_1 = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$S_2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$S = S_1 + S_2 = \frac{\pi d^2}{2}$$

2. L'effort de cisaillement F



$$C_r = Td \Rightarrow T = \frac{C_r}{d} = \frac{300.000}{40} = 7500 \text{ N}$$

3. Le diamètre des goupilles

$$\tau_{\max} \leq R_{pg}$$

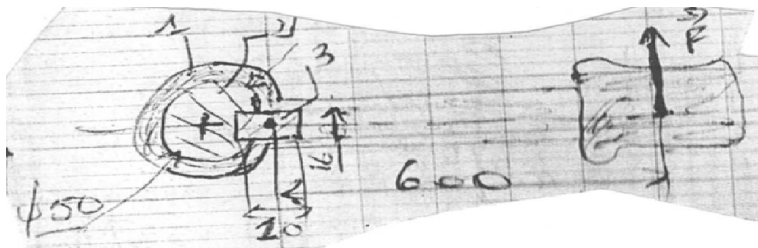
$$\tau_{\max} = \frac{T}{S}, \text{ avec } S = \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow \frac{4T}{\pi d^2} \leq R_{pg} \Rightarrow d^2 \geq \frac{4T}{\pi R_{pg}}$$

$$d \geq \sqrt{\frac{4T}{\pi R_{pg}}} = \sqrt{\frac{4 \times 7500}{3.14 \times 300}} = 5.65 \text{ mm} \Rightarrow d = 6 \text{ mm}$$

CI8. Le levier 1 de la fig est lié en rotation à un axe 2 par l'intermédiaire d'une clavette 3 dont les dimensions sont $16 \times 10 \times 30$.

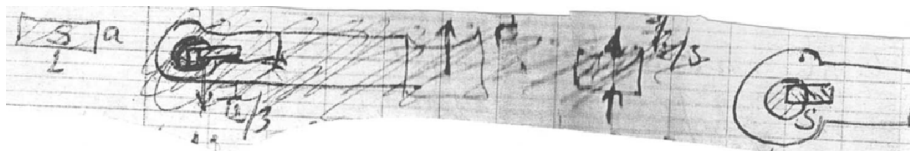
1. Indiquer la section cisailée de la clavette .Déterminer l'effort cisailant la clavette .L'opérateur exerce un effort de 90daN.

2. Calculer les contraintes de cisaillement dans la section cisailée.

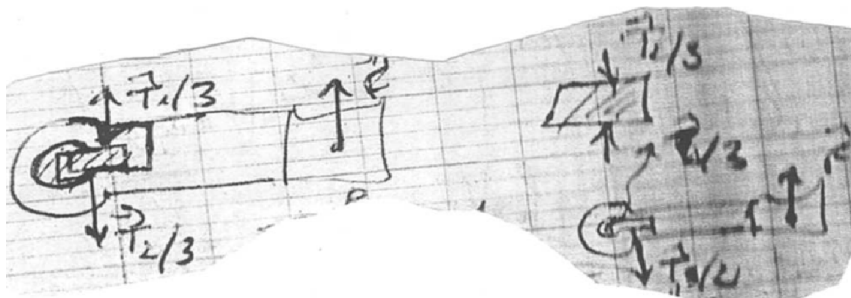


SOLUTION CI8 :

1. La section cisailée de la clavette



.détermination de l'effort de cisaillement



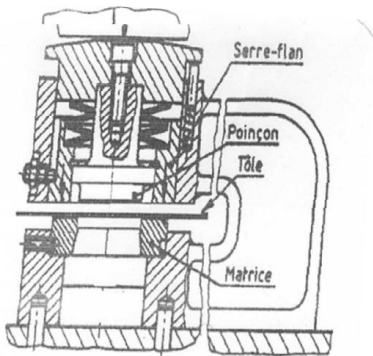
$$C_m - C_r = 0$$

$$625 F - 25 T = 0 \Rightarrow T = 25 F = 25 \times 900 = 22500 \text{ N}$$

2. calcul de la contrainte de cisaillement

$$\tau = \frac{T}{S} = \frac{T}{aL} = \frac{22500}{16 \times 30} = 46.87 \text{ N/mm}^2$$

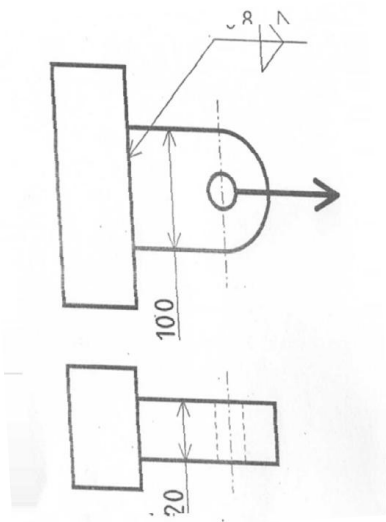
CI9 . POINÇONNAGE



On veut poinçonner un trou carré 10x10 dans une tôle de 3mm en acier dont la résistance au cisaillement est $R_g = 200 \text{ Mpa}$.

- Calculez la surface cisailée :
- Calculez l'effort minimum pour le poinçonnage :
- Calculez la contrainte de compression dans le poinçon :
- Calculez la limite élastique minimum pour ce poinçon avec un coefficient de sécurité de 2 :

CI10 . SOUDURE



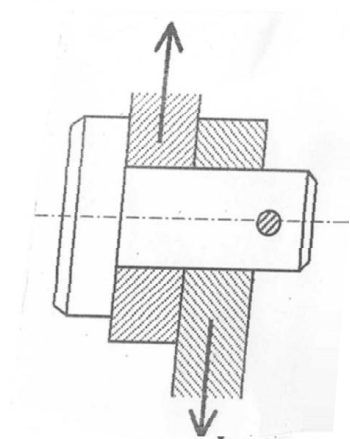
Une patte de section 100x20 est assemblée par soudage sur un support suivant le dessin ci-contre.

Le métal d'apport a une résistance au glissement R_g de 150 Mpa.

Le coefficient de sécurité est $s = 4$

- Calculez la section cisailée:
- Calculez la résistance R_{pg} du métal d'apport :
- A quel effort peut résister l'assemblage :
- Recommencez le calcul en remplaçant les 2 cordons par un cordon périphérique $a=5$

CI11. MONTAGE EN PORTE A FAUX



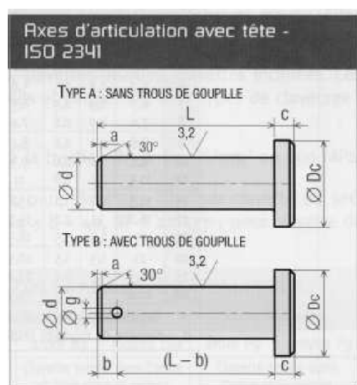
L'articulation ci-contre est composée de 2 barres de section rectangulaire 15x30, liées par un axe épaulé.

L'effort maximum supporté par cette liaison est de 10000N.

L'axe est conforme à la norme ISO 2341, réalisé en acier S255.

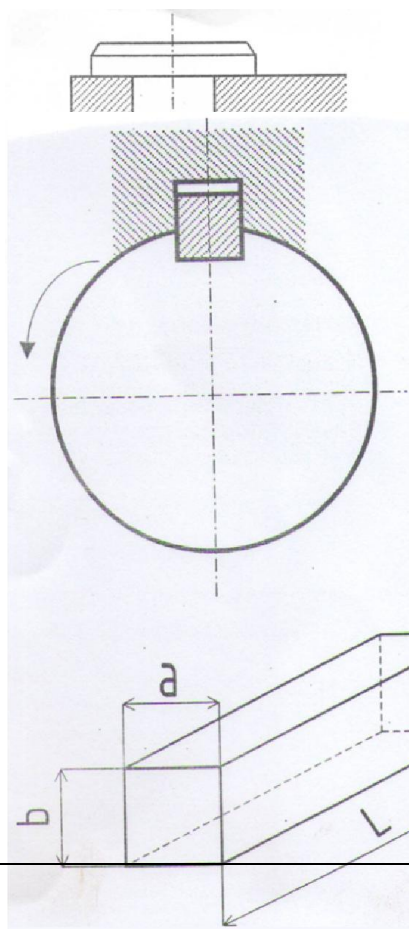
Vous prendrez un coefficient de sécurité de 3.

- Tracez la ou les sections cisillées en rouge sur le dessin.
- Calculez le diamètre mini de l'axe, puis choisissez un diamètre standard dans le tableau.



AXES D'ARTICULATION : PRINCIPALES DIMENSIONS NORMALISÉES													
« ISO 2340 ET 2341 »													
Ø d h11	L mm	a mm	b mm	g H13	Ø Dc h14	c mm	Ø d h11	L mm	a mm	b mm	g H13	Ø Dc h14	c mm
3	6 à 30	1	1,6	0,8	5	1	12	24 à 120	3	5,5	3,2	20	4
4	8 à 40	1	2,2	1	6	1	14	28 à 140	3	6	4	22	4
5	10 à 50	2	2,9	1,2	8	1,6	16	32 à 160	3	6	4	25	4,5
6	12 à 60	2	3,2	1,6	10	2	18	35 à 180	3	7	5	28	5
8	16 à 80	2	3,5	2	14	3	20	40 à 200	4	8	5	30	5
10	20 à 100	2	4,5	3,2	18	4	22	45 à 200	4	8	5	33	5,5
L ₁ , L ₂ , L ₃ et L ₄ : 6-8-10-12-14-16-18-20-22-24-26-28-30-32-35-40-45-50-55-60-65-70-75-80-85-90-95-100-120-140-160-180-200													

CI12 . MONTAGE EN CHAPE



Sur cette articulation, l'axe doit supporter un effort de cisaillement de 15000N. Il est en S275, et vous prendrez un coefficient de sécurité de 2.

- Tracez la ou les sections cisillées en rouge sur le dessin.
- Calculez le diamètre mini de l'axe, puis choisissez un diamètre standard dans le tableau.

CI13 . CLAVETAGE

Caractéristiques de l'assemblage :

- Arbre Ø30
- Couple maxi à transmettre : 180Nm
- Matériau de la clavette : E295
- Clavette forme B
- Coefficient de sécurité = 5

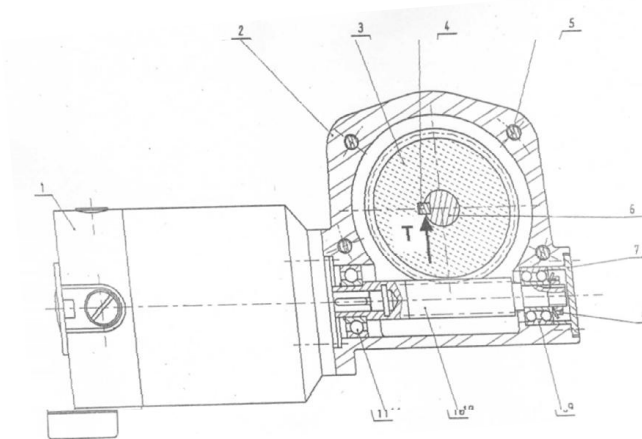
- Tracez sur le dessin du haut la force qui va cisainer la clavette
- Tracez sur la perspective ci-contre la section cisainée
- Calculez la force de cisaillement
- Calculez la section minimum de cette clavette

d	a	b	h	s _{min}	j	k ₁
6 à 8 inclus	2	2	—	0,16	d - 1,2	d + 0,5
8 à 10	3	3	—	0,16	d - 1,8	d + 0,9
10 à 12	4	4	7	0,16	d - 2,5	d + 1,2
12 à 17	5	5	8	0,25	d - 3	d + 1,7
17 à 22	6	6	10	0,25	d - 3,5	d + 2,2
22 à 30	8	7	11	0,25	d - 4	d + 2,4
30 à 38	10	8	12	0,4	d - 5	d + 2,4
38 à 44	12	8	12	0,4	d - 5	d + 2,4
44 à 50	14	9	14	0,4	d - 5,5	d + 2,9
50 à 58	16	10	16	0,6	d - 6	d + 3,4
58 à 65	18	11	18	0,6	d - 7	d + 3,4
65 à 75	20	12	20	0,6	d - 7,5	d + 3,9
75 à 85	22	14	22	1	d - 9	d + 4,4
85 à 95	25	14	22	1	d - 9	d + 4,4
95 à 110	28	16	25	1	d - 10	d + 5,4
110 à 130	32	18	28	1	d - 11	d + 6,4
130 à 150	36	20	32	1,6	d - 12	d + 7,1
150 à 170	40	22	36	1,6	d - 13	d + 8,1

- Recherchez dans le tableau la section normalisée pour ce diamètre
- Calculez la longueur minimum

CI14 .THÈME : MOTO REDUCTEUR

Clavetage arbre-roue dentée



11	1	Roulement 17 BC 02	100 Cr 6	NF E 27-125
10	1	Arbre vis à 2 filets	10 Ni Cr 6	NF E 27-125
9	1	Roulement 12 BE 32	100 Cr 6	NF E 27-125
8	1	Ecrou à encoches M12	C 40	NF E 27-656
7	1	Couvercle	S 235	Z = 20 dents
6	1	Arbre de sortie	38 Cr 4	NF E 22-304
5	4	Vis CHC M8	C 30	
4	1	Clavette parallèle forme B, 6x6x20	C25	
3	1	Roue creuse	Cu Sn 8	Z = 40 dents
2	2	Demi corps de réducteur	A-S 7G	
1	1	Moteur Leroy Somer MFA	S 275	
Rep.	Nbre	Désignation	Matériau	Observations

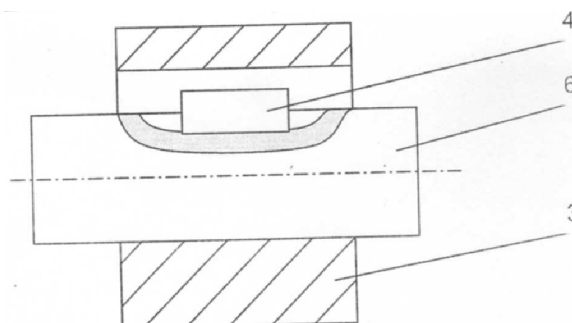
Pour entraîner en rotation l'arbre de sortie 6, la roue 3 exerce sur la clavette 4 un effort dont l'intensité est $T = 375 \text{ N}$.

Cet effort fait subir à la clavette une déformation permanente de cisaillement qui peut aller jusqu'à la rupture.

Données :

$$R_g = 0,5 R_e$$

$$\text{Coefficient de sécurité : } k = 10$$



1- Rechercher dans le livre « Guide du dessinateur industriel » la valeur de la **limite élastique de la matière** constituant la clavette.

R_e = ...Mpa

2- En lisant attentivement le problème posé donner la valeur de la **force de cisaillement** appliquée à l'axe, exprimer cette valeur en **Newton**.

$T = \dots\dots\dots$ N

3- Calculer l'**aire de la section** soumise au cisaillement.

Calculs : $\dots\dots\dots$

$S = \dots\dots\dots$ mm²

4- Calculer **Rg**.

Calculs : $\dots\dots\dots$

Rg = $\dots\dots\dots$ MPa

5- Calculer **Rpg**.

Calculs : $\dots\dots\dots$

Rpg = $\dots\dots\dots$ MPa

6- Rechercher la **condition de résistance** d'une pièce sollicitée au cisaillement et l'écrire ci-dessous :

$\dots\dots\dots$

7- Calculer la **contrainte** t et dire si la condition de résistance est respectée.

Calculs : $\dots\dots\dots$

$t = \dots\dots\dots$ Mpa

Conclusion :

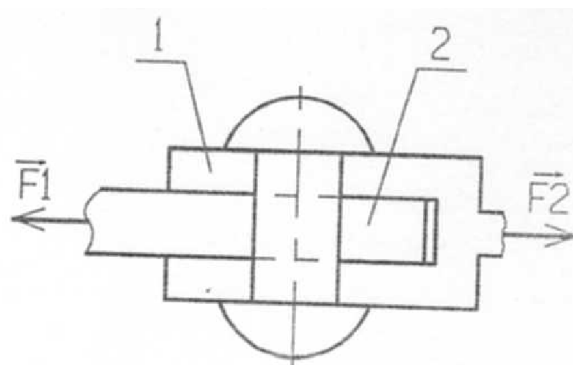
$\dots\dots\dots$

C15 .Axe d'articulation rivetée

Soit l'articulation à chape ci-dessous dont l'axe a pour diamètre 8mm, supportant les efforts $F_1 =$

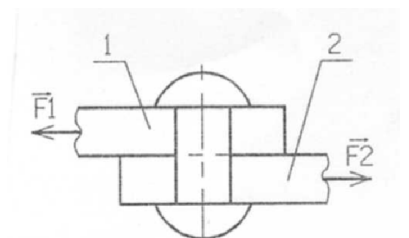
$F_2 = 180\text{daN}$, l'axe d'articulation étant en acier E335 on demande:

1. La résistance élastique R_e de cet axe.
2. La résistance R_g .
3. La surface des parties cisailées de l'axe.
4. La contrainte de cisaillement sur cet axe.
5. Le coefficient de sécurité de cette articulation.
6. L'angle de glissement, sachant que le module de Coulomb est $G = 80000\text{N/mm}^2$



CI16. Rivetage

Soit l'assemblage ci-dessous des pièces 1 et 2, à l'aide de 2 rivets cylindriques pleins à têtes rondes en acier S275, supportant les efforts d'intensité $F_1 = F_2 = 100\text{daN}$, la sécurité sur cette installation sera de 4, on demande:

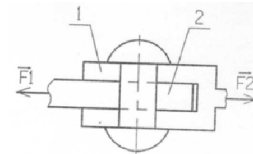


- a. La résistance élastique R_e de ces rivets.
- b. La résistance élastique R_g .
- c. La résistance pratique au cisaillement.
- d. La contrainte de cisaillement possible.
- e. La surface minimale de la section des rivets
- f. Le diamètre minimal d'un rivet

CI17. Axe d'articulation rivetée

Soit l'articulation à chape ci-dessous dont l'axe a pour diamètre 8mm, supportant les efforts d'intensité $F_1 = F_2 = 180\text{daN}$, l'axe d'articulation étant en acier E335 on demande:

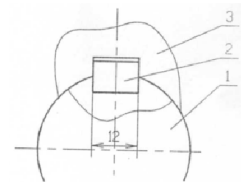
- a. La résistance élastique R_e de cet axe.
- b. La résistance R_g .
- c. La surface des parties cisillées de l'axe.
- d. La contrainte de cisaillement sur cet axe.
- e. Le coefficient de sécurité de cette articulation.



CI18. Clavetage

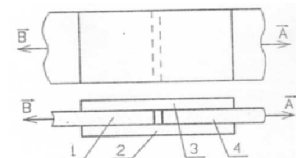
La liaison en rotation entre l'arbre 1 et l'alésage 3 ci-dessous est obtenue par une clavette parallèle de forme B. L'effort de cisaillement étant de 650daN . La clavette étant en acier C35 et de largeur 12mm. La sécurité sur ce montage devant être de 6, on demande:

- a. La résistance R_g de cette clavette.
- b. La résistance pratique au cisaillement.
- c. La surface minimale de la section de la clavette.
- d. La longueur minimale de la clavette.
- e. L'angle de glissement maximal de la section cisillée.



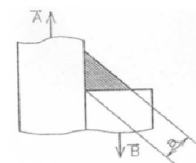
CI19. Assemblage par rivet

On veut réaliser l'assemblage des pièces 1 et 4 à l'aide de deux couvre joints 2 et 3 et de rivets de diamètre 16mm. Les efforts A et B sont égaux et leur intensité est de 12000daN . L'acier des rivets est choisi en S275 et la sécurité sur cette installation sera de 4. Calculer le nombre de rivets nécessaires au bon fonctionnement.



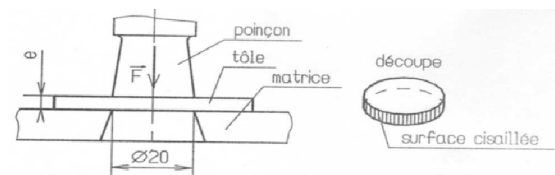
CI20. Assemblage par soudure

Soit l'assemblage de 2 pièces à l'aide d'un cordon de soudure d'épaisseur $a = 3,5\text{mm}$. L'effort sur les 2 pièces est de 8000daN . La résistance élastique au cisaillement de la soudure est de 325MPa et la sécurité sur l'installation est de 3. Calculer la longueur du cordon de soudure nécessaire.



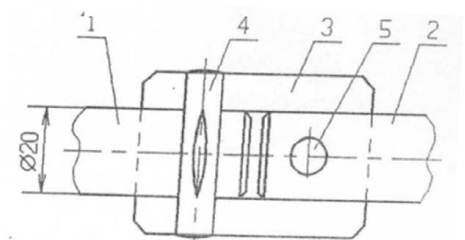
CI21. Poinçonnage de tôle

On veut poinçonner une tôle d'épaisseur $e = 4\text{mm}$ en acier S355, le trou à poinçonner sera de diamètre 20mm. Quel devra-t-être l'effort exercé par le poinçon ? Quelle sera alors la contrainte de compression sur le poinçon ?



CI22. Manchon de sécurité

Pour protéger une chaîne de transmission agricole on utilise un dispositif de sécurité qui comprend un manchon 3 et 2 goupilles 4 et 5, qui doivent se cisailer si le couple à transmettre dépasse la valeur maximale prévue. Le diamètre de l'arbre 1 est de 20mm. La valeur maximale du couple à



transmettre est fixée à 60N.m. Les goupilles ont le même diamètre d , elles sont en acier S185.

a. Calculer l'effort de cisaillement sur les goupilles dû au couple.

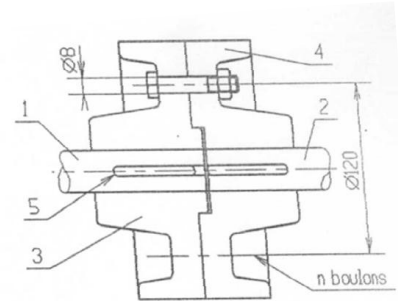
b. Calculer le diamètre des goupilles.

CI23. Accouplement

La transmission de puissance entre deux arbres coaxiaux 1 et 2 s'effectue par l'intermédiaire d'un accouplement rigide à plateaux. La liaison entre les deux plateaux s'effectue par des boulons ajustés dans 3, dont la tige a un diamètre de 8mm. Le couple transmis par cet accouplement est de 240N.m.

a. Calculer l'effort de cisaillement sur l'ensemble des sections cisailées des n boulons.

b. L'acier des boulons est un S235, le coefficient de sécurité sur cette installation sera de 3, calculer le nombre de boulons nécessaires.



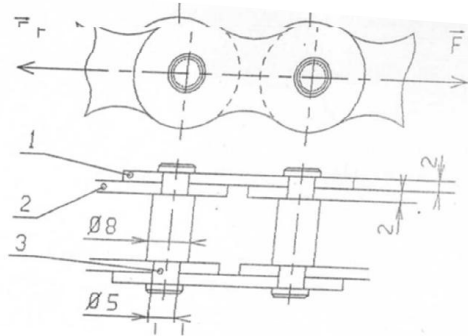
CI24. Maillon de chaîne

Le système proposé ci-contre représente un maillon de chaîne de transmission. Le maillon se compose de 2 flasques 1

et 2 dont la liaison est assurée par 2 axes de diamètre chacun 5mm.

L'effort de tension admissible par la chaîne F est de 400 daN.

a. Isoler l'axe 3 en le dessinant seul et faites apparaître les sections cisailées en plaçant les efforts.



b. Calculer la contrainte de cisaillement τ dans une section

D. TORSION SIMPLE:

TO1. Une tige d'agitateur de peinture est montée en bout de mandrin sur une perceuse de bricolage. La longueur de la tige est de 700mm, la puissance transmise est de 500watts pour 1500tr/mn. La contrainte de cisaillement admissible est $R_{pg}=5\text{daN/mm}^2$.

1. Calculer le module de torsion.

2. Déterminer le diamètre mini de la tige.

3. Calculer l'angle de torsion entre les deux extrémités de la tige

$G=8000\text{daN/mm}^2$.

4. Calculer diamètre de la tige dans le cas où l'angle unitaire de la torsion ne doit pas dépasser la valeur de $0.1^\circ/\text{m}$.

5. Conclure.

SOLUTION TO1 :

1. le module de torsion

$$\tau_{\max} = \frac{Mt}{\frac{I_0}{V}} \leq R_{pg}$$

$$M_t = C_m \text{ or } P = C_m w \text{ avec } w = \frac{2\pi N}{60} = \frac{\pi N}{30}$$

$$P = \frac{C_m \pi N}{30}, C_m = \frac{30P}{\pi N} \Rightarrow \frac{30P}{\frac{\pi N}{I_0}} \leq R_{pg}$$

$$\text{D'où } - \left(\frac{I_0}{V} \right) = \text{module de torsion}, \left(\frac{I_0}{V} \right) \geq \frac{30P}{\pi N R_{pg}} = \frac{30 \times 500 \times 1000}{3.14 \times 1500 \times 50} = 63.69 \text{ mm}^3$$

2. détermination du diamètre mini

$$\left(\frac{I_0}{V} \right) \geq 63.69 \text{ mm}^3 = 64 \text{ mm}^3, I_0 = \frac{\pi d^4}{32}, V = \frac{d}{2} \Rightarrow \left(\frac{I_0}{V} \right) = \frac{\frac{\pi d^4}{32}}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi d^3}{16} \geq 63.69 \Rightarrow d^3 \geq \frac{64 \times 16}{3.14}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{64 \times 16}{3.14}} = 6.65 \text{ mm}$$

$$d_{\min} = 7 \text{ mm}$$

3. l'angle de torsion entre les extrémités α

$$T_{\max} = \frac{G\theta d}{2}, \theta = \frac{\alpha}{L} \Rightarrow \tau_{\max} = \frac{G\alpha d}{2L}, \alpha = \frac{2LT}{Gd} = \frac{2 \times 700 \times 50}{80000 \times 7} = 0.118 \text{ rd} \Rightarrow \alpha = 6.76^\circ$$

4. le nouveau diamètre d

Condition de rigidité

$$\theta \leq \theta_{\lim}$$

$$m_t = G I_0 \theta \Rightarrow \frac{m_t}{G I_0} \leq \theta_{\lim}, \frac{32 \times 30 \times P}{\pi \times \pi G N d^4} \leq \theta_{\lim} \Rightarrow$$

$$d^4 \geq \frac{32 \times 30 \times P}{G \times N \times \theta_{\lim} \times \pi^2} \Rightarrow d \geq \sqrt[4]{\frac{32 \times 30 \times 500 \times 1000 \times 1000}{3.14^2 \times 1500 \times 80000 \times 0.0017}} = 22.10 \text{ mm}$$

5. conclusion

On adopte le diamètre 22mm qui convient mieux aux conditions.

TO2. Un arbre creux de diamètre extérieur $D=50\text{mm}$ et intérieur $d=30\text{mm}$ a une longueur $L=1500\text{mm}$.

1. calculer le module de torsion de la section droite
2. sachant que la contrainte tangentielle est de 30N/mm^2 , calculer le couple moteur transmis par cet arbre
3. déduire de ce résultat précédent la puissance transmise sachant que la vitesse de rotation est de 1200tr/mn
4. de quel angle tourne les sections extrêmes l'une par rapport à l'autre (on prendra $G=8.10^4\text{N/mm}^2$)
5. calculer la valeur du diamètre extérieur D de l'arbre dans le cas où $\theta=0.75^\circ/\text{m}$ et la contrainte tangentielle $\tau=30\text{N/mm}^2$

Quel serait dans les mêmes conditions le diamètre d'un arbre plein, calculer alors le rapport des poids entre les arbres creux et pleins.

SOLUTION TO2:

1. Module de torsion Ω

$$\Omega = \frac{I_0}{V}, I_0 = \frac{\pi}{4}(D^4 - d^4) = \frac{3.14}{32}(50^4 - 30^4) = 533800\text{mm}^4$$

$$V = \frac{D^3}{2} = 25 \Rightarrow \Omega = 21352\text{mm}^3$$

2. calcul du couple moteur

$$\tau_{\max} = \frac{m_t}{\frac{I_0}{V}} \Rightarrow m_t = \tau_{\max} \times \Omega = 30 \times 21352 = 640560\text{Nmm} = 640.560\text{Nm}$$

3. calcul de la puissance du moteur

$$P = m_t \times \omega = \frac{m_t \pi N}{30} = \frac{640.560 \times 3.14 \times 1200}{30} = 80454.34\text{W}$$

4. l'angle de torsion α

$$\tau_{\max} = \frac{GD\theta}{2} \Rightarrow \theta = \frac{2\tau_{\max}}{GD} = \frac{\alpha}{L} \Rightarrow \alpha = \frac{\tau_{\max} 2L}{GD} = \frac{30 \times 1500 \times 2}{80000 \times 50} = 0.0225\text{rd} \Rightarrow \alpha = 1.28^\circ$$

5. calcul de la valeur du diamètre extérieur D

$$\tau_{\max} = \frac{GD\theta}{2} \Rightarrow D = \frac{2}{G\theta} \tau_{\max} = \frac{2 \times 30}{80000 \times 0.0131} = 57.25 = 58 \text{ mm}$$

6...calcul du diamètre d'un arbre plein

$$D = d = 58 \text{ mm}$$

....rapport des poids $\frac{P_c}{P_p}$.

$$\frac{P_c}{P_p} = \frac{m_c g}{m_p g} = \frac{V_c}{V_p} = \frac{\pi(D^2 d^2) \times L}{\pi D^2 \times L} = \frac{D^2 d^2}{D^2} = \frac{50^2 30^2}{50^2} = 0.64 \Rightarrow \frac{P_c}{P_p} < 1$$

TO3. Un arbre cylindrique de diamètre $d=30\text{mm}$ est soumis à un moment de torsion $m_t=100\text{Nm}$. Cet arbre est en acier E24 de module $G=8.10^4\text{N/mm}^2$, de $R_e=240\text{N/mm}^2$. Le rapport $\frac{\tau_e}{R_e}=0.5$

1. calculer l'angle de déformation unitaire en °/m.
2. calculer la contrainte tangentielle maxi.
3. déterminer alors le coefficient de sécurité adopté.
4. On veut aléser l'arbre ou le remplacer par un arbre creux en acier E24 de diamètre intérieur $d=30\text{mm}$. On pose $D=\lambda d$ dans ce cas, calculer le diamètre extérieur pour que la contrainte tangentielle maxi soit égale à celle trouvée à la question 2.
5. quel est le rapport des poids entre les deux arbres
6. trouver l'angle unitaire de déformation de l'arbre creux.

SOLUTION TO3 :

1. calcul de l'angle de torsion

$$M_t = G\theta I_o \Rightarrow \theta = \frac{m_t}{G I_o}$$

$$\text{AN : } \theta = \frac{100 \times 32 \times 1000}{80000 \times 3.14 \times 30^4} = 1.57 \times 10^{-5} \text{ rd/mm} = 0.9^\circ/\text{m}$$

2. calcul de $\tau_{\max}$

$$\tau_{\max} = G\theta \frac{d}{2}$$

$$AN : \tau_{\max} = \frac{10^4 30 \times 1.57 \times 8 \times 10^{-5}}{2} = 18.84 \text{ N/mm}^2$$

3. calcul du coeff de securité

Condition de résistance

$$\tau_{\max} \leq \frac{0.5Re}{s} \Rightarrow s \leq \frac{0.5Re}{\tau_{\max}} = \frac{0.5 \times 240}{18.84} = 6.36$$

4. calcul de D

$$\tau_{\max} = \frac{mt}{\frac{I_0}{V}}, I_0 = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4), V = \frac{D}{2} \Rightarrow \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32 \frac{D}{2}} = \frac{\pi}{16} D^3 \left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right) = \frac{\pi}{16} \lambda^3 d^3 (\lambda^4 - 1) \frac{1}{\lambda^4} = \frac{\pi}{16} d^3 (\lambda^4 - 1) \frac{1}{\lambda}$$

$$\tau_{\max} \times \pi d^3 (\lambda^4 - 1) = 16 m_t \lambda \Rightarrow \tau_{\max} \times \pi d^3 (\lambda^4 - 1) - 16 m_t \lambda = 0$$

$$1.6 \cdot 10^6 (\lambda^4 - 1) - 16 \cdot 10^5 \lambda = 0 \Rightarrow \lambda^4 - \lambda - 1 = 0 \Leftrightarrow \lambda = 1.22$$

$$D = 1.22 \times 30 = 36.6 \text{ mm}$$

5. le rapport des poids

$$r = \frac{P_p}{P_c} = \frac{m p g}{m c g} = \frac{\rho V p}{\rho V c} = \frac{d^2}{D^2 - d^2}$$

6. calcul de θ

$$m_t = G \theta I_0 \Rightarrow \theta = \frac{32 m_t}{\pi G (D^4 - d^4)} = 1.29 \cdot 10^{-8} \text{ rd/mm}$$

TO5. Pour transmettre la puissance d'un moteur à un récepteur, on utilise un arbre de transmission de diamètre $d=30\text{mm}$ et de longueur $L=150\text{mm}$. Cet arbre est en acier pour lequel $E=20 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$ et $G=80.000 \text{ N/mm}^2$.

Le moteur a une puissance de 45kW et une fréquence de rotation de $N=1500\text{tr/mn}$.

Pour la sécurité de l'arbre on impose les conditions suivantes :

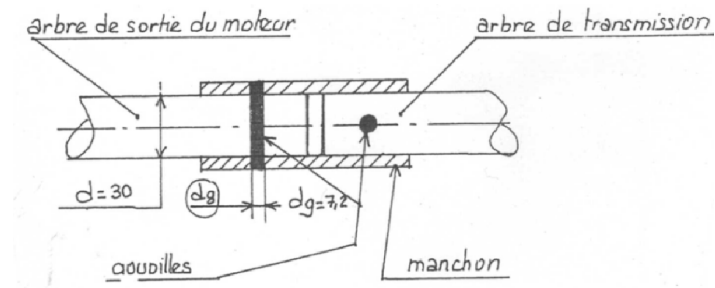
a)-la contrainte de torsion de l'arbre ne doit pas dépasser 60N/mm^2

b)-l'angle unitaire de torsion de l'arbre ne doit pas dépasser $2^\circ/\text{m}$

1. calculer le couple moteur développé par le moteur

2. vérifier les conditions a) et b)

3. Pour protéger le moteur on utilise un limiteur de couple constitué par un manchon goupillé. Les goupilles utilisées ont un diamètre $d_g=7.2\text{mm}$. La contrainte à la rupture par cisaillement de la goupille est $\tau_r=250\text{N/mm}^2$. Le manchon utilisé peut-il transmettre la puissance du moteur ? justifier votre réponse .



SOLUTION T05 :

1. calcul du couple moteur

$$C = \frac{30P}{\pi N}$$

$$\text{AN : } C = \frac{10^3 \times 30 \times 45}{3.14 \times 1500} = 286.62 \text{ Nm}$$

2. vérification des conditions a et b

a. Condition de résistance

$$\tau_{\max} = \frac{mt}{\frac{I_o}{V}} = \frac{16mt}{d^3 \pi} = \frac{16 \times 286.62 \times 1000}{30^3 \times 3.14} = 54.09 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{\max} \leq 60 \text{ N/mm}^2$$

cette condition est vérifiée

b. condition de rigidité

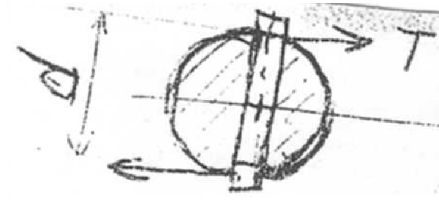
$$\theta = \frac{mt}{GI_o} = \frac{32mt}{d^4 \pi G} = \frac{10^3 \times 32 \times 286.62}{30^4 \times 3.14 \times 80000} = 0.000045 \text{ rd/mm} = 4.510^{-5} \text{ rd/mm}$$

$$\theta = 2.58^\circ > 2^\circ$$

cette condition n'est pas vérifiée

3. vérification des goupilles

Cisaillement des goupilles



$$M_t = dT \Rightarrow T = \frac{M_t}{d}$$

$$\text{Or } T = \tau_r \times S_g = \frac{d g^2 \tau_r \pi}{4}$$

Couple transmis C

$$C = dT = \frac{\pi}{4} d \tau_r d_g^2$$

$$\text{AN : } C = \frac{3.14}{4} \times 30 \times 250 \times (7.2)^2 = 305.2 \text{ Nm}$$

$C > 286.62 \text{ Nm}$ développé par un moteur oui le manchon utilisé peut transmettre la puissance du moteur.

TO6. Une barre cylindrique est utilisée en torsion pour le rôle de ressort dans un système de suspension élastique. Une des extrémités (B) peut pivoter. Elle est soumise à un couple de torsion par l'intermédiaire d'un levier AB, sous l'action d'une force $\vec{F}_A$. L'autre extrémité C est immobilisée au bâti 3 par une goupille de diamètre d_g .

La liaison entre le levier 1 et l'arbre de diamètre d est réalisée par une clavette parallèle de forme B, $a \times b \times L$.

1. calculer le couple (moment) de torsion
2. calculer la longueur L de la clavette
3. calculer l'effort cisailant la goupille
4. calculer la contrainte dans une section droite de la goupille
5. quelle est le coefficient de sécurité adopté pour la goupille par rapport τ_r .

AN :

Force A = 25 daN

Levier AB = a = 160 mm

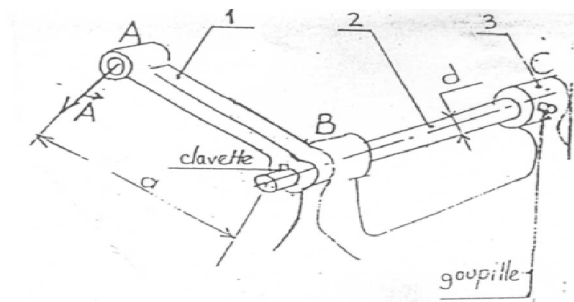
Clavette a = 6 mm b = 6 mm

$$\tau_e = 0.5 R_e \quad R_e = 24 \text{ daN/mm}^2$$

$$s = 2.5$$

L'arbre d = 20 mm

Goupille : $d_g = 6 \text{ mm}$ $\tau_r = 30 \text{ daN/mm}^2$



SOLUTION TO6 :

1. calcul du couple de torsion

$$m_t = A \times a = 250 \times 160 = 410^4 \text{ Nmm} = 40 \text{ Nm}.$$

2. longueur L de la clavette

$$\tau_{\max} = \frac{T}{S}, \quad S = a \times l, \quad m_t = T \frac{d}{2} \Rightarrow T = \frac{2m_t}{d}$$

Condition de résistance

$$\tau_{\max} \leq \frac{\tau_e}{s} \Leftrightarrow \frac{T}{a \times l} \leq \frac{\tau_e}{s} \Rightarrow l \geq \frac{T \times s}{\tau_e \times a}, \quad \tau_e = 0.5 R_e, \quad l \geq \frac{2m_t \times s}{0.5 R_e \times a \times d} = \frac{2 \times 40000 \times 2.5}{0.5 \times 240 \times 6 \times 20}$$

$$l = 13.89 = 14 \text{ mm}$$

3. l'effort cisailant la goupille

$$m_t = d_g T \Rightarrow T = \frac{m_t}{d_g} = \frac{40000}{6} = 6667 \text{ N}$$

4. la contrainte dans une section droite de la goupille

$$\tau_{\max} = \frac{T}{S} = \frac{4T}{d^2\pi} = \frac{4 \times 6667}{3.14 \times 36} = 235.9 = 236 \text{ N/mm}^2$$

5. calcul du coefficient de securité pour la goupille

Condition de résistance

$$\tau_{\max} \leq \frac{\tau r}{s} \Rightarrow s \leq \frac{\tau r}{\tau_{\max}} = \frac{300}{236} = 1.27, s=2$$

T07. La figure ci-dessous représente un arbre 1 de longueur $l=AB$. Il est guidé en rotation dans deux paliers A et B. On considère qu'il n'y a aucun frottement au niveau des paliers. L'extrémité d'entrée de l'arbre reçoit un pignon 2 de diamètre d_2 et l'extrémité de sortie reçoit une poulie 3 de diamètre d_3 . Le diamètre de l'arbre est d_1 . L'action tangentielle de la roue menante (non représentée) sur le pignon 2 est $F_t = 4000\text{N}$

Les tensions des brins « tiré » et « poussé » de la courroie sont respectivement T et t ($T=2t$)

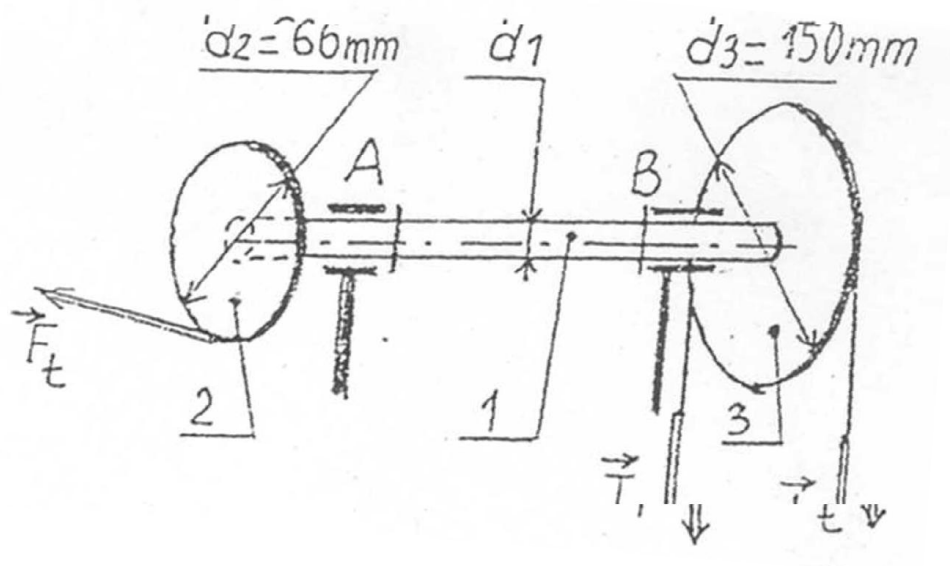
1. calculer le couple de torsion de l'arbre 1
2. en déduire les valeurs de T et t
3. Le module de torsion de l'arbre étant de 1.470 cm^3

Calculer le diamètre d_1 (arrondir la valeur à l'entier immédiatement)

4. calculer alors la contrainte de torsion dans une section droite de l'arbre
5. Déterminer en degré par mètre l'angle de torsion entre deux sections distantes de 160mm.

B..On décide de déterminer un nouveau diamètre d_1 de l'arbre .Le moment de torsion de l'arbre vaut 100Nm. On impose comme conditions que la contrainte admissible $R_{pg} 50\text{N/mm}^2$ et l'angle unitaire de torsion limite est $\theta_{\lim} = 0.75^\circ/\text{m}$

Calculer alors la nouvelle valeur d_1 , à choisir. $G = 8.10^4 \text{ N/mm}^2$.



SOLUTION TO7 :

1. calcul du couple de torsion M_t

$$M_t = F_t \cdot \frac{d_2}{2} = 4000 \times \frac{66}{2} = 132000 \text{ Nmm}$$

2. Les valeurs de T et t

$$M_t = (T - t) \cdot \frac{d_3}{2} \quad \text{avec } T = 2t$$

$$M_t = (2t - t) \cdot \frac{d_3}{2} \Rightarrow t = \frac{2M_t}{d_3} = \frac{2 \times 132000}{150} = 1760 \text{ N}$$

$$T = 2t = 1760 \times 2 = 3520 \text{ N}$$

2. calcul du diamètre d_1

$$1.470 = \frac{I_0}{V} \Rightarrow \frac{\frac{d^4 \pi}{32}}{\frac{d^1 \pi}{2}} = 1.470 \Leftrightarrow \frac{d^3}{16} \pi = 1.470$$

$$d = \sqrt[3]{16 \times 1.470 / 3.14} = 19.56 = 20 \text{ mm}$$

4. calcul de la contrainte de torsion

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{\frac{I_0}{V}} = \frac{132000}{1470} = 89.8 \text{ N/mm}^2$$

5. calcul de l'angle de torsion

$$\alpha = \theta L \quad I_0 = \frac{d^4 \pi}{32}$$

$$\alpha = \frac{Mt.L}{I_0.G} = \frac{32Mt.L}{\pi dG} = \frac{32 \times 132000 \times 160}{3.14 \times 80000 \times 19.56^4} = 0.018 \text{rd}$$

$$\alpha = 0.018 \text{rd} \Rightarrow \alpha = 1.03^\circ$$

B. calcul du nouveau diamètre d_1

$$\tau_{\max} \leq R_{pg} \Rightarrow \frac{Mt}{I_0} \leq R_{pg} \Rightarrow \frac{Mt}{\pi \frac{d^3}{16}} \leq R_{pg} \Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{16Mt}{\pi R_{pg}}} \Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \times 100000}{3.14 \times 50}} = 21.68 \text{mm ou}$$

$$d = 22 \text{mm}$$

Calcul du nouveau diamètre par la condition de rigidité

$$\theta \leq \theta_{\lim}, \quad \frac{Mt}{I_0.G} \leq \theta_{\lim} \Rightarrow \frac{32Mt}{\pi G d^4} \leq \theta_{\lim} \Rightarrow d \geq \sqrt[4]{\frac{32Mt}{\pi \times G \times \theta_{\lim}}}, \quad \theta_{\lim} = 0.75^\circ/\text{m} = 1.310^{-5}$$

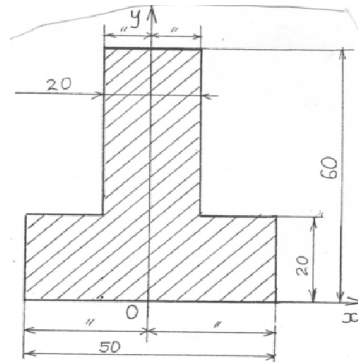
$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32 \times 100000}{3.14 \times 80000 \times 1.3 \times 0.00001}}, \quad d \geq 31.46 \Rightarrow d = 32 \text{mm}$$

Choix : $d = 32 \text{mm}$

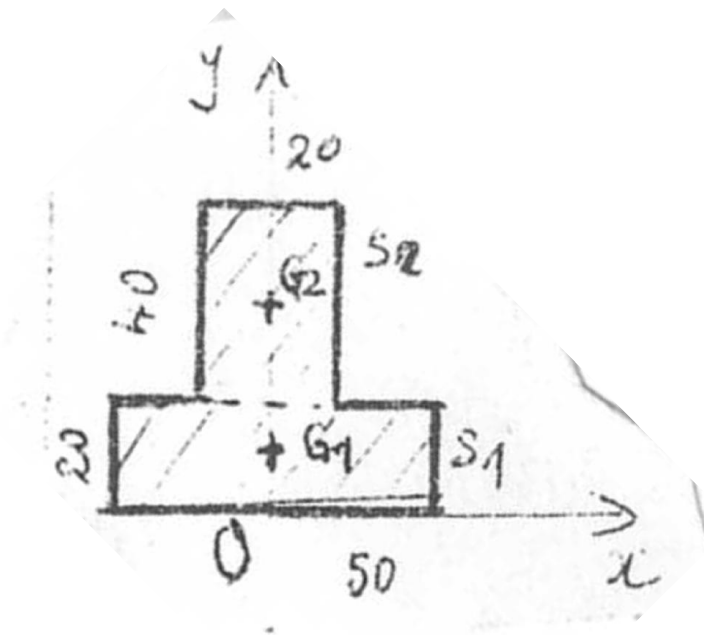
E. MOMENTS STATIQUES/MOMENTS QUADRATIQUES :

M1. $R(0,x,y)$ est un repère orthonormé et S une surface plane du plan (x,y) .

1. calculer le moment statique de S par rapport à l'axe OX
2. calculer le moment statique de S par rapport à l'axe OY (dimensions données en mm)
3. En déduire les coordonnées de G centre de gravité de S dans le repère $R(x,y)$
4. Déterminer le moment quadratique I_{Gx} de S par rapport à l'axe G_x ($G_x // OX$)



SOLUTION :



$$G_1 \begin{Bmatrix} 0 \\ 10 \end{Bmatrix}, G_2 \begin{Bmatrix} 0 \\ 40 \end{Bmatrix}$$

$$S_1 = 20 \times 50 = 1000 \text{ mm}^2$$

$$S_2 = 20 \times 40 = 800 \text{ mm}^2$$

1. Calcul de w_{ox}

$$W_{ox} = y_{g1} S_1 + y_{g2} S_2 = 10 \times (50 \times 20) + 40 \times (20 \times 40) = 42.000 \text{ mm}^3$$

2. Calcul de w_{oy}

$W_{Oy}=0$ Oy passe par le centre de gravité de S

$x_G=3$. Détermination des coordonnées de G

$$W_{Ox}=Y_G \times S \quad S = S_1 + S_2$$

$$W_{Ox}= Y_G(S_1+ S_2)$$

$$Y_G = \frac{W_{Ox}}{S} = \frac{42.000}{(20 \times 50 + 20 \times 40)} = 23.33 \text{ mm}$$

$$W_{Oy}= X_G \times S = 0$$

0 $G(0, 23.33)$ dans $R(O, x, y)$

4. Détermination de I_{Gx}

$$I_{Gx} = I_{Ox}S_1 + S_1d_1^2 + I_{Ox}S_2 + S_2d_2^2 = \frac{20^3 \times 50}{12} + (20 \times 50)(13.33)^2 + \frac{40^3 \times 20}{12} + (20 \times 40)(16.67)^2 = 54.10^4 \text{ mm}^4$$

M2. On considère une surface plane S et deux repères orthonormés $R(O, x, y)$ et $R(G, x, y)$: G étant le centre de gravité de la surface S . les dimensions sont en mm.

1.1. Calculer : W_{Gx} ; W_{Ox} ; W_{Oy}

1.2. Calculer I_{Gx} et I_{Gy} puis en appliquant théorème de Huygens déterminer I_{Ox} et I_{Oy}

