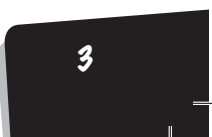


Mathématique

7^e Année

Les Editions du Savoir

SOMMAIRE



PRÉFACE

LES NOMBRES NATURELS

I. ECRITURE D'UN NOMBRE NATUREL

Activité 1

Consigne 1 : Voici des nombres : 271 ; 3,7 ; 0,9 ; 5 ; 74 ; 17,586 ; 0 ; 1342.

Place ces nombres dans le tableau suivant

Entiers	Non entiers

Consigne 2 : Ecris en toutes lettres les nombres suivants :

312 ; 583 ; 74 ; 1342.

Consigne 3 : Ecris en chiffres les nombres suivants : deux cent trois mille quarante-cinq ; cinq cent quarante-deux ; vingt neuf mille cent quatre-vingt-sept.

Ecriture en lettres ou en chiffres

Un nombre peut s'écrire en chiffres ou en lettres.

Dans le système que nous utilisons (système décimal), on utilise dix symboles ou chiffres : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 et 0.

Ces dix chiffres servent à écrire tous les nombres.

Remarque : Il ne faut pas confondre chiffre et nombre. Les chiffres servent à écrire les nombres comme les lettres servent à écrire les mots.

Exemple : 12 est un nombre écrit avec les chiffres 1 et 2.

II. LES CLASSES D'UNITES

Dans l'écriture d'un nombre entier, on distingue les classes suivantes de la droite vers la gauche : la classe des unités simples, la classe des mille, la classe des millions, la classe des milliards, la classe des billions, etc.

Chaque classe comporte une unité de la classe, une dizaine de la classe et une centaine de la classe.

Activité 2

Consigne 1 : Reproduis le tableau ci-dessous et place les nombres suivants :

76363697 ; 2783627 ; 300048 ; 5127913152.

Classe des milliards			Classe des millions			Classe des mille			Classe des unités simples		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U

Consigne 2 : Donne la lecture des nombres du tableau.

III. CHIFFRES ET NOMBRES D'UNITES

Dans l'écriture du nombre **472538**

- ✚ **8** représente le chiffre des unités (unités simples) et le nombre d'unités (unités simples) est **472538**.
- ✚ **3** représente le chiffre des dizaines (dizaines simples) et le nombre de dizaines est (dizaines simples) **47253**.
- ✚ **5** représente le chiffre des centaines (centaines simples) et le nombre de centaines est **4725**.
- ✚ **2** représente le chiffre des unités de mille et le nombre d'unités de mille est **472**.
- ✚ **7** représente le chiffre des dizaines de mille et le nombre de dizaines de mille est **47**.
- ✚ **4** représente le chiffre des centaines de mille et le nombre de centaines de mille est **4**.

IV. L'ENSEMBLE $\mathbb{N}$ ET LES SYMBOLES $\in$ ET $\notin$

Les nombres que nous utilisons pour compter les objets ou les animaux, sont des nombres **entiers naturels** ou **nombres naturels** ou simplement des **naturels**.

« Naturellement », on compte : 1, 2, 3, etc. Mais **attention** ! Pour les mathématiciens, les nombres naturels commencent à 0 et non à 1.

Tous les nombres naturels forment un ensemble désigné par $\mathbb{N}$. Ainsi :

$\mathbb{N}$: est l'ensemble des entiers naturels.

$\mathbb{N}^*$: est l'ensemble des entiers naturels privés de zéro(0).

Soit la phrase : **67 est un entier naturel.**

Pour écrire cette phrase en mathématiques, on utilise le symbole $\in$. Ainsi on écrit **$67 \in \mathbb{N}$** ce qui se lit « **67 est élément de $\mathbb{N}$** » ou « **67 appartient à $\mathbb{N}$** »

Par contre **3,7 n'est pas un entier naturel.** On écrit **$3,7 \notin \mathbb{N}$** , on lit « **3,7 n'est pas élément de $\mathbb{N}$** » ou « **3,7 n'appartient pas à $\mathbb{N}$** »

Activité 3

Consigne : Complète avec $\in$, ou avec $\notin$.

4 ... $\mathbb{N}$; 7,5 ... $\mathbb{N}$; 0 ... $\mathbb{N}$; 587405 ... $\mathbb{N}$; 12,0 ... $\mathbb{N}$; 0,48 ... $\mathbb{N}$; $\frac{1}{2}$... $\mathbb{N}$; $\frac{3}{4}$... $\mathbb{N}$.

EXERCICES

1) Parmi les nombres suivants : 271 ; 3,9 ; 0,09 ; 78 ; 54,126 ; 0 ; 4132

- a) Indique ceux qui sont entiers.
- b) Indique ceux qui ne sont pas entiers.

2) Complète le tableau suivant :

Entier naturel	Nombre de chiffres	Chiffre des dizaines
2783		
561924		
	3	
74241		
	7	

3) Ecris en toutes lettres les nombres suivants :

2184 ; 12130452 ; 232148 ; 13279.

4) Ecris en chiffres les nombres suivants : sept mille sept ; mille milliards quinze ; deux millions quatre cent soixante-quatorze.

5) a) Ecris un nombre entier naturel de trois chiffres tel que : 3 soit le chiffre des dizaines, 2 le chiffre des centaines, 0 celui des unités.

b) Ecris tous les nombres entiers formés de trois chiffres égaux.

6) Indique ce que représente le chiffre 7 pour chacun des nombres suivants puis donne le nombre d'unités correspondant :

517 ; 3742 ; 3170612 ; 764861.

7) Quel est le nombre entier de trois chiffres dont le chiffre des unités est celui de 308, le chiffre des dizaines, celui de 632, le chiffre des centaines celui de 38425 ?

8) Pour chacun des nombres suivants, indiquer le chiffre des centaines, puis le nombre de centaines : 6342 ; 4225 ; 347 ; 15405 ; 18025.

9) Donne les naturels de trois chiffres différents que tu peux écrire avec les chiffres 6 ; 2 et 5.

10) Donne les naturels de quatre chiffres différents que tu peux écrire avec les chiffres 3 ; 5 ; 8 et 2.

11) Complète avec $\in$, ou avec $\notin$.

805 ... $\mathbb{N}$; 71,15 ... $\mathbb{N}$; 7334 ... $\mathbb{N}$; 378 ... $\mathbb{N}$; 4,36 ... $\mathbb{N}$; 1342 ... $\mathbb{N}$.

12) Dans le nombre 359628,

a) quel chiffre représente :

- les dizaines d'unités ?
- les dizaines de mille ?
- les unités de mille ?
- les centaines d'unités ?
- les centaines de mille ?

b) combien y a-t-il :

- de centaines d'unités ?
- de milliers ?

13) Recopie et complète la phrase avec les mots : nombres, chiffres, cinq.

« 70235 et 41365 sont des ... de ... »

COMPARAISON DE DEUX NOMBRES NATURELS

I. RANGEMENT DE NOMBRES NATURELS

Activité 1

Consigne 1 : Parmi les nombres naturels suivants : 46 ; 21 ; 82 ; 64 ; 28.

- a) quel est le plus grand ?
- b) quel est le plus petit ?
- c) écris ces nombres du plus petit au plus grand.

Consigne 2 : Parmi les nombres naturels suivants : 12 ; 0 ; 3 ; 131 ; 230 ; 74 ; 45 ; 102.

- a) quel est le plus grand ?
- b) quel est le plus petit ?
- c) écris ces nombres du plus grand au plus petit.

Consigne 3 : Trouve trois entiers naturels :

- a) plus grand que 2013 ;
- b) plus petit que 2025 ;
- c) à la fois plus grand que 2013 et plus petit que 2025 ;

Ecris ces nombre du plus petit au plus grand.

Ordre croissant - Ordre décroissant

Ecrire du plus petit au plus grand, c'est ranger dans l'**ordre croissant**.

Ecrire du plus grand au plus petit, c'est ranger dans l'**ordre décroissant**.

II. SYMBOLES DE COMPARAISON

Pour comparer deux nombres, on utilise les symboles de comparaison (voir le tableau suivant) :

Symbole	Notation	Exemples	Signification	Renseignement équivalent
=	$a = b$	$1 + 1 = 2$	1 + 1 est égal à 2	$b = a$
≠	$a \neq b$	$2 \times 5 \neq 7$	2×5 est différent de 7	$b \neq a$
<	$a < b$	$3 < 6$	3 est inférieur à 6 (3 est plus petit que 6)	$b < a$
>	$a > b$	$10 > 9$	10 est supérieur à 9 (10 est plus grand que 9)	$b > a$
≤	$a \leq b$	$4 \leq 8$	4 est inférieur ou égal à 8	$b \leq a$
		$4 \leq 4$	4 est inférieur ou égal à 4	
≥	$a \geq b$	$15 \geq 12$	15 est supérieur ou égal à 12	$b \geq a$
		$15 \geq 15$	15 est supérieur ou égal à 15	

Remarque :

- Les symboles : $<$; $>$; $\leq$; $\geq$ sont des signes d'inégalité.
- Pour ranger dans l'**ordre croissant**, on utilise le symbole $<$.
- Pour ranger dans l'**ordre décroissant**, on utilise le symbole $>$.
- Les phrases $3 < 6$ et $6 > 3$ sont synonymes, en mathématique on dit que les phrases $3 < 6$ et $6 > 3$ sont **équivalentes**.

Activité 2

Consigne 1 : Les phrases suivantes sont-elles vraies(V) ou fausses(F) :

$126 < 745$; $12 > 32$; $43 > 43$; $538 > 356$;

$59 \geq 59$; $25 \leq 25$; $1 + 5 = 3$; $17 - 5 = 12$

Consigne 2 : Complète avec $\leq$ ou $\geq$

2789 ... 528 ; 224 ... 7392 ; 231 ... 7421 ; 74 ... 738

Consigne 3 : Complète avec $=$ ou $\neq$

$2 + 8 ... 11$; $69 ... 96$; $3 \times 9 ... 27$; $10 - 3 ... 3$

III. APPRENDRE A DEDUIRE

- Le mot déduire signifie « soustraire »

Exemple : « De 10 je déduis 3 ; il reste 7. »

- Mais dans un raisonnement mathématique, il s'agit d'autre chose.

Exemple : Je dois sortir à pied. Or il pleut. J'en déduis que, sans parapluie ni imperméable, je me mouillerai.

Activité 3

Consigne 1 : On te dit que $a = 8$ et que $a = b$. Qu'en déduis-tu pour b ?

Consigne 2 : Les nombres a et b sont tels que $a < 12$ et $b > 12$. Qu'en déduis-tu pour a et b ?

Consigne 3 : Compare x et y dans les cas suivants

Si $x > 5$ et $y < 5$ alors ...

Si $x > 10$ et $y < 9$ alors ...

Si $x \leq 45$ et $y \geq 45$ alors ...

IV. ECRITURE D'UN ENSEMBLE DE NOMBRES NATURELS

1. Ecriture par énumération ou par extension

Un ensemble est dit défini par énumération quand on connaît la liste de tous ses éléments.

Exemple : soit E l'ensemble des entiers naturels inférieurs à 5.

L'ensemble E s'écrit par énumération : $E = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4\}$

N.B : Si le nombre d'éléments d'un ensemble est suffisamment grand pour qu'on ne puisse pas écrire tous, on écrit quelques-uns d'entre eux et on met des points de suspensions après le dernier élément écrit pour indiquer que la liste n'est pas terminée.

Exemples :

- L'ensemble $\mathbb{N}$ est un ensemble infini.

Cet ensemble s'écrit par énumération : $\mathbb{N} = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; \dots\}$

- L'ensemble des entiers naturels inférieurs ou égaux à 100 est un ensemble fini.

Cet ensemble s'écrit par énumération $\{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; \dots ; 100\}$.

2. Ecriture par caractérisation ou par compréhension

Lorsqu'un ensemble est défini par une propriété caractéristique de tous ses éléments, cet ensemble est dit alors défini par caractérisation ou par compréhension.

Exemple : L'ensemble $A = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4\}$ des entiers naturels inférieurs à 5 s'écrit par caractérisation : $A = \{x/x \in \mathbb{N}, x < 5\}$

La barre « / » se lit « **tel que** »

Activité 4

Consigne 1 : Ecris par énumération, puis par caractérisation l'ensemble B des entiers naturels inférieurs à 9.

Consigne 2 : Ecris par énumération, puis par caractérisation l'ensemble C de tous les entiers naturels y qui vérifient $y > 5$ et $y \leq 13$.

V. UN ENSEMBLE PARTICULIER

Activité 5

Consigne : Peux-tu écrire par énumération l'ensemble suivant pourquoi

- $P = \{x/x \in \mathbb{N}, x > 7 \text{ et } x < 7\}$
- L'ensemble R des élèves réguliers de 7^{ème} Année de 2011-2012 nés en 1960.

Ensemble vide

Les ensembles qui ne contiennent pas d'élément sont représentés par un symbole unique $\emptyset$ qui se lit « **ensemble vide** ».

On écrit : $P = \emptyset$ et $R = \emptyset$.

EXERCICES

- 1) Traduis en langage mathématiques les phrases suivantes :
 - a) x est supérieur à 12.
 - b) y est inférieur à 102.
 - c) m est inférieur à 12 et supérieur à 6.
 - d) n est supérieur ou égal à 15.
- 2) Range les nombres suivants dans l'ordre croissant (utilise $<$) :
18 546 ; 38 615 ; 24 900 ; 60 500 ; 48 529 ; 72 004 ; 90 000 ; 71 815.
- 3) Range dans l'ordre décroissant les nombres suivants (utilise $>$) :
23 426 ; 2 339 ; 2 337 ; 235 ; 2 345 ; 234.
- 4) Compare
 - a) 10156 et 18156 ; 50000 et 60000 ; 89901 et 89999.
 - b) 20246 et 22462 ; 38891 et 38981 ; 75672 et 67752.
 - c) 32109 et 32901 ; 72126 et 69375 ; 39008 et 39100.
- 5) Trouve le plus grand nombre de trois chiffres différents écrit avec 2, 7 et 5. Trouve le plus petit.
Ecris par caractérisation l'ensemble des nombres inférieurs au premier nombre trouvé et supérieur au second.
- 6) Ecris l'ensemble A des nombres naturels x qui vérifient $x < 10$.
 - a) Par énumération.
 - b) Par caractérisation.
- 7) Ecris l'ensemble B des nombres naturels x qui vérifient à la fois $x > 6$ et $x < 12$, par énumération puis par caractérisation.
- 8) Quel est le plus grand naturel vérifiant l'inégalité $x < 10$.
- 9) Quel est le plus grand naturel vérifiant l'inégalité $a \leq 5$.
- 10) Quel est le plus petit naturel vérifiant l'inégalité $y > 14$.
- 11) Quel est le plus petit naturel vérifiant l'inégalité $b \geq 61$.

ADDITION DANS $\mathbb{N}$

I. DEFINITIONS

Activité 1

Consigne 1 : Au marché, Fadimata achète du poisson à 750 F et de la viande à 1500 F. Calcule sa dépense.

Conclusion : L'opération $750 + 1500$ est une **addition**.

Le résultat 2250 s'appelle la **somme** de 750 et 1500.

Les nombres 750 et 1500 sont les **termes** de l'addition.

Consigne 2 : Un élève a obtenu les notes suivantes : en mathématiques : 15, en français : 12, en anglais : 9 et en ECM : 17. Calcule le total de ses notes.

Conclusion : L'opération $15 + 12 + 9 + 17$ est une **suite d'additions**.

Le résultat 53 s'appelle la **somme**.

Les nombres 15 ; 12 ; 9 et 17 sont les **termes** de la suite.

Définition

- L'opération $a + b$ est une addition
 - Si S est la somme de a et b , on écrit : $S = a + b$.
 - a et b sont les termes de l'addition.
- Le signe qui caractérise l'addition est le signe(+).
- $a + b + c$ est une suite d'additions
 - a, b et c sont les termes de la suite.
 - Si S est la **somme** de a, b et c , on écrit : $S = a + b + c$

Consigne 3 : Calcule la somme de : 348 et 42 ; 165, 46 et 766

II. PROPRIETES DE L'ADDITION

Activité 2

Consigne 1 : Calcule puis compare avec $=$ ou $\neq$

$27+12$ et $12 + 27$; $140 + 650$.

Exemple de réponse

$27+12 = 39$ et $12 + 27 = 39$ alors $27 + 12 = 12 + 27$

$$140 + 650 = 790 \text{ et } 650 + 140 = 790 \text{ alors } 140 + 650 = 650 + 140.$$

Il en est toujours ainsi dans $\mathbb{N}$. On dit que l'addition dans $\mathbb{N}$ est **commutative**.

Propriété 1

Tous les nombres naturels a et b vérifient l'égalité :

$$a + b = b + a$$

L'addition dans $\mathbb{N}$ est **commutative**.

Consigne 2 : Soit à calculer la suite d'addition.

$$43 + 59 + 90.$$

Calculons de deux manières cette suite :

- En associant les deux premiers termes 43 et 59 :

$$(43 + 59) + 20 = 102 + 20 = 122$$

- En associant les deux derniers termes 59 et 20 :

$$43 + (59 + 20) = 43 + 79 = 122$$

Les deux programmes conduisent même résultat.

$$(43 + 59) + 20 = 43 + (59 + 20)$$

Propriété 2

Tous les nombres naturels a , b et c vérifient l'égalité :

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

On dit que l'addition dans $\mathbb{N}$ est **associative**

Consigne 3 : Calcule : $12 + 0$; $0 + 53$; $0 + 7842$; $89 + 0$.

Exemple de réponse

$$12 + 0 = 12 ; \quad 0 + 53 = 53 ; \quad 0 + 7842 = 7842 ; \quad 89 + 0 = 89$$

Propriété 3

Tout nombre naturel a vérifie l'égalité :

$$a + 0 = a \text{ et } 0 + a = a$$

On dit que 0 est l'élément neutre pour l'addition dans $\mathbb{N}$.

III. SUITE D'OPERATIONS

- Dans une somme, la place d'un terme n'est pas importante.
- Dans une suite d'opérations, on calcule d'abord dans les parenthèses

Activité 3

Consigne : Calcule en respectant le programme donné :

$(4 + 19) + (13 + 23)$; $4 + (19 + 13) + 23$; $7 + (15 + 8) + (19 + 5)$;

$(7 + 15) + (8 + 19) + 5$.

EXERCICES

1) Calcule la somme de 8 et 94, puis la somme de 104, de 421 et de 5.

2) Complète les phrases suivantes :

- 75 est la ... de 70 et 5 ; 70 et 5 sont les ... de la ...
- La somme des deux nombres est le résultat d'une ...

3) Mahamane fait 123 km en voiture. Il s'arrête pour prendre de l'essence ; il parcourt encore 342 km.

Combien de kilomètres a-t-il parcouru en tout ?

4) Mozart est né en 1756. Il est mort à 35 ans.

En quelle année est-il mort ?

5) On donne la suite d'additions : $A = 358 + 41 + 23 + 327 + 42 + 19$

Regroupe les termes de manière à obtenir une suite d'additions de trois termes se terminant chacun par un ou deux zéros.

Calcule alors cette suite.

6) Trouve le naturel x dans les égalités suivantes :

$$5 + x = 5 + 2 ; x + 15 = 15 + 9 ; 57 + 154 = x + 57 ; 12 + x = 12.$$

7) Calcule en respectant les programmes donnés :

a) $24 + 13 + (17 + 9)$	b) $(32 + 18) + 9 + 21$
$24 + (13 + 17) + 9$	$32 + (18 + 9) + 21$
$24 + (13 + 17 + 9)$	$(32 + 18 + 9) + 21$
$(24 + 13) + (17 + 9)$	$32 + (18 + 9 + 21)$
$(24 + 13 + 17) + 9$	$32 + 18 + (9 + 21)$

8) Le nombre 7384 se décompose en $7000 + 300 + 80 + 4$.

Décompose de même 9134 ; 763 ; 63697.

9) On te dit que $x < 32$. Complète l'inégalité $x + 9 < ...$

On te dit que $x < 15$ et $y < 47$. Complète l'inégalité $x + y < ...$

SOUSTRACTION DANS $\mathbb{N}$

I. DEFINITION

Activité 1

Consigne 1 : Le Mali a acquis son indépendance en 1960.

Depuis combien d'années le Mali est-il indépendant ?

Exemple de réponse

Nous sommes en 2015.

Le Mali est indépendant depuis : $2015 - 1960 = 55$ ans.

L'opération $2015 - 1960$ est une **soustraction**.

Le résultat 55 s'appelle la **différence** de 2015 et 1960.

Les nombres 2015 et 1960 sont les **termes** de la soustraction.

Consigne 2 : Calcule la différence de 654 et 525.

Consigne 3 : On te donne la soustraction : $826 - 733 = 93$.

Complète les phrases suivantes :

- Les termes de cette soustraction sont ... et ...
- 93 est la ... de 826 et 733.

II. A QUELLE CONDITION LA SOUSTRACTION DANS $\mathbb{N}$ EST-ELLE POSSIBLE ?

Activité 2

Consigne 1 : Les soustractions suivantes sont-elles possibles ? Si non pourquoi ?

$$9 - 4 = ; \quad 28 - 28 = ; \quad 3 - 7 =$$

Exemple de réponse

$$9 - 4 = 5 \text{ (possible)} ; \quad 28 - 28 = \text{(possible)} 0 ; \quad 3 - 7 = \text{impossible car } 3 < 7.$$

Condition

Si a et b sont deux nombres naturels, la différence

$a - b$ est possible lorsque $a \geq b$.

Le signe qui caractérise la soustraction est le signe $(-)$.

Consigne 2 : Que fais-tu pour contrôler si les soustractions

$9 - 4 = 5$ et $7 - 5 = 3$ sont justes ou fausses ?

Exemple de réponse

Pour contrôler si la soustraction $9 - 4 = 5$ est juste ou fausse, on fait une addition : $4 + 5 = 9$ donc cette soustraction est juste.

Par contre $5 + 3 \neq 7$ donc cette soustraction est fausse.

Consigne 3 : Contrôle les soustractions suivantes en faisant des additions :

$174 - 154 = 20$; $37 - 25 = 12$; $29 - 25 = 12$

Ainsi : La différence entre deux nombres est le nombre qu'il faut ajouter au second pour obtenir le premier.

Définition : On appelle différence de deux nombres **a** et **b** avec $a > b$, le nombre **x** tel que $b + x = a$

On pose : $a - b = x$

III. SOUSTRACTION ET ADDITION

On peut transformer une addition en soustraction et une soustraction en addition.

Si $b + x = a$ alors $a - b = x$ (addition en soustraction)

Si $a - b = x$ alors $b + x = a$ (soustraction en addition)

Activité 3

Consigne 1: Transforme les soustractions suivantes en additions

$45 - 25 = 20$; $x - 7 = 12$; $7 - x = 5$; $7 - 5 = x$

Exemple de réponse

$45 - 25 = 20$ alors $25 + 20 = 45$

$x - 7 = 12$ alors $7 + 12 = x$

$7 - x = 5$ alors $x + 5 = 7$

$7 - 5 = x$ alors $5 + x = 7$

Consigne 2 : Transforme les additions suivantes en soustractions

$27 + 13 = 40$; $a + x = 9$; $9 + 7 = x$; $x + a = k$

Exemple de réponse

$$27 + 13 = 40 \text{ alors } 40 - 27 = 13$$

$$a + x = 9 \text{ alors } 9 - a = x$$

$$9 + 7 = x \text{ alors } x - 9 = 7$$

$$x + a = k \text{ alors } k - x = a$$

IV. PROPRIETES DE LA SOUSTRACTION DANS $\mathbb{N}$

La soustraction dans $\mathbb{N}$ n'est ni commutative, ni associative et n'admet pas d'élément neutre.

Exemples :

$$5 - 3 = 2 ; 3 - 5 = \text{impossible donc } 5 - 3 \neq 3 - 5$$

$$(10 - 6) - 4 = 0 ; 10 - (6 - 4) = 8 \text{ donc } (10 - 6) - 4 \neq 10 - (6 - 4)$$

Activité 4

Consigne 1 : Calcule puis compare avec $=$ ou $\neq$

$$28 - (7 + 5) \text{ et } 28 - 7 - 5 ; 34 - (13 + 11) \text{ et } 34 - 13 - 11$$

Exemple de réponse

$$28 - (7 + 5) = 28 - 12 = 16 \quad \text{et} \quad 28 - 7 - 5 = 21 - 5 = 16$$

$$\text{On a donc : } 28 - (7 + 5) = 28 - 7 - 5$$

Propriété 1

Lorsque les soustractions sont possibles, tous les nombres naturels a , b et c vérifient l'égalité : $a - (b + c) = a - b - c$

Pour retrancher une somme, on peut retrancher successivement chacun des termes : $a - (b + c) = a - b - c$

Consigne 2 : Calcule puis compare avec $=$ ou $\neq$

$$28 - (7 - 5) \text{ et } 28 - 7 + 5 ; 34 - (13 - 11) \text{ et } 34 - 13 + 11$$

Exemple de réponse

$$28 - (7 - 5) = 28 - 2 \quad \text{et} \quad 28 - 7 + 5 = 21 + 5$$

$$= 26$$

$$= 26$$

$$\text{On a donc : } 28 - (7 - 5) = 28 - 7 + 5$$

Propriété 2

Lorsque les soustractions sont possibles, Tous les nombres naturels a et b vérifient l'égalité : $a - (b - c) = a - b + c$

Pour retrancher une différence, on peut retrancher le premier terme et ajouter le second : $a - (b - c) = a - b + c$

N.B : on utilise ces deux propriétés pour supprimer les parenthèses dans une expression.

Consigne 3 :

1) Ecris les égalités obtenues en supprimant les parenthèses des expressions suivantes :

$$23 - (7 + 2) ; 15 - (8 - 7) ; 701 - (350 + 42) ; 349 - (18 - 3)$$

2) Calcule :

$$35 - 25 ; (35 + 5) - (25 + 5) ; (35 - 5) - (25 - 5) ; (35 + 100) - (25 + 100).$$

Que constates-tu ?

Constat : Ces opérations conduisent au même résultat.

Propriété 3 : Lorsque les soustractions sont possibles, *tous les nombres naturels* a, b, m et n *vérifient les égalités :*

$$(a + m) - (b + m) = a - b$$

$$(a - n) - (b - n) = a - b$$

EXERCICES

- 1) On te donne deux nombres : 342 et 263.
 - a) Calcule la somme de ces deux nombres.
 - b) Calcule la différence de ces deux nombres.
- 2) Mozart est né en 1756. Il est mort en 1791.
Combien d'années a-t-il vécu ?
- 3) A 4 ans, André mesurait 98 cm. 30 ans après il mesure 171 cm.
 - a) De combien de centimètres a-t-il grandi ?
 - b) Quel âge a-t-il maintenant ?
- 4) Devinettes :
 - a) Si on additionne 8 à c, on trouve 23. Trouve c.
 - b) Si on soustrait 3 de x, on trouve 7. Trouve x.
 - c) Si on soustrait y de 17, on trouve 5. Trouve y.
- 5) Effectue les programmes suivants :
 $A = 26 - (15 - 7)$; $B = (29 - 16) - 1$; $C = 20 + (12 - 8)$;
 $D = (46 - 7) - (27 - 23) - (17 + 8)$.
- 6) Calcule pour $a = 163$, $b = 35$ et $c = 23$:
 $A = a + b - c$; $B = a - b + c$; $C = a - b - c$;
 $D = (a - b) + c$; $E = a - (b + c)$
- 7) Dans les égalités qui suivent x représente un nombre naturel. Calcule-le en écrivant toutes les opérations que tu fais :

$15 + x = 83$	$x - 71 = 10$
$91 - x = 31$	$32 + x = 68$
$41 - x = 21$	$x - 418 = 34$

MULTIPLICATION DANS $\mathbb{N}$

I. DEFINITIONS

Activité 1

Consigne :

- 1) Quel le prix de cinq stylos sachant qu'un stylo coûte 75 F.
- 2) Dans une classe, il y a quatre rangées de six tables-bancs et trois élèves par table-banc. Quel est l'effectif de cette classe ?

Définition

- L'opération 5×75 est une multiplication.

Le résultat **375** de cette multiplication s'appelle le **produit** de **5** et **75**.

5 et **75** sont les **facteurs** du produit.

- L'opération $4 \times 6 \times 3$ est une suite de multiplications.

Le résultat **72** de cette suite s'appelle aussi le **produit** de **4**, **6** et **3**.

4, **6** et **3** sont les **facteurs** du produit.

En général :

- Le signe qui caractérise la multiplication est le signe ($\times$).
- $a \times b$ est une multiplication, le résultat **p** de cette multiplication s'appelle le **produit** de **a** et **b**. les nombres **a** et **b** sont les **facteurs** du produit.

On écrit : $ab = p$ ou $a.b = p$

Le point (.) se lit «multiplié par »

- $a.b.c$ est une suite de multiplications, le résultat **p** de cette suite s'appelle le **produit**. On écrit : $a.b.c = p$

Les nombres **a**, **b** et **c** sont les **facteurs** du produit.

II. SIMPLIFICATION D'ÉCRITURE

Règle : On peut supprimer le signe de multiplication devant une parenthèse ou devant une lettre sans modifier le sens du calcul.

Exemples :

$a \times b$ peut s'écrire ab

$2 \times a$ peut s'écrire $2a$ (Mais jamais $a2$)

$k \times (a + b)$ peut s'écrire $k(a + b)$ se lit « k facteur de $(a + b)$ »

$5 \times (x - 2)$ peut s'écrire $5(x - 2)$ se lit « 5 facteur de $(x - 2)$ »

On écrit : $a \times b = ab$; $2 \times a = 2a$; $k \times (a + b) = k(a + b)$;

$5 \times (x - 2) = 5(x - 2)$

N.B : 5×7 ne peut pas s'écrire 57

Règle de la multiplication par 10, 100, 1000 : Pour écrire le résultat de la multiplication d'un nombre entier par 10, 100 ou 1 000, il suffit d'ajouter respectivement un, deux ou trois zéros à la droite de l'écriture du nombre.

Exemples :

$13 \times 10 = 130$; $13 \times 100 = 1300$; $13 \times 1000 = 13000$

Activité 2

Consigne 1 : Simplifie les écritures suivantes :

$7 \times x$; $3 \times y \times 5$; $2 \times a \times b$; $2 \times (x + 1)$;

$z \times 2 \times 3$; $3 \times 4 \times (x - 6)$

Consigne 2 :

a) Calcule mentalement : 423×10 ; 98×100 ; 52×1000

b) Complète : $25 \times \dots = 2500$; $36 \times \dots = 360$; $741 \times \dots = 741000$

$1000 \times \dots = 608000$; $10 \times \dots = 640$; $100 \times \dots = 200100$

III. PROPRIETES DE LA MULTIPLICATION

Activité 3

Consigne 1 : Calcule puis compare avec $=$ ou $\neq$

3×4 et 4×3 ; 40×25 et 25×40

Exemple de réponse

$3 \times 4 = 12$ et $4 \times 3 = 12$ alors $3 \times 4 = 4 \times 3$;

$40 \times 25 = 1000$ et $25 \times 40 = 1000$ alors $40 \times 25 = 25 \times 40$

Propriété 1

Si on change l'ordre des facteurs, leur produit ne change pas.

Tous les nombres naturels a et b vérifient l'égalité : $a \cdot b = b \cdot a$

On dit que la multiplication dans $\mathbb{N}$ est **commutative**.

Cette propriété est la **commutativité** de la multiplication.

Consigne 2 : Soit à calculer la suite $5 \times 2 \times 3$

On peut associer les facteurs 5 et 2, on écrit : $(5 \times 2) \times 3$ ou associer les facteurs 2 et 3, on écrit : $5 \times (2 \times 3)$.

Calcule puis compare avec $=$ ou $\neq$: $5 \times (2 \times 3)$ et $(5 \times 2) \times 3$

Propriété 2

Tous les nombres naturels a , b , c vérifient l'égalité :

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

On dit que la multiplication dans $\mathbb{N}$ est **associative**.

Cette propriété est l'**associativité** de la multiplication.

Consigne 3 : Calcule : 5×1 ; 20×1 ; 1×3 ; 1×130

Rôle de un :

Le produit d'un nombre naturel par 1 est égal à ce nombre.

Tout nombre naturel a vérifie l'égalité : $1 \times a = a$ et $a \times 1 = a$

On dit que 1 est l'élément neutre pour la multiplication dans $\mathbb{N}$.

Consigne 4 : Calcule :

3×0 ; 0×57 ; 524×0 ; 0×139 ; $32 \times 49 \times 36584 \times 0 \times 54$ 789 6

Rôle de zéro :

Tous les nombres naturels a vérifient les égalités :

$$0 \times a = 0 \quad a \times 0 = 0$$

Le produit d'un nombre naturel par **zéro** est égal à **zéro**.

Cette propriété se traduit par :

« *Un produit est nul si l'un au moins des facteurs est nul* »

IV. ADDITION, SOUSTRACTION ET MULTIPLICATION

Activité 4

Consigne 1 : Calcule puis compare avec $=$ ou $\neq$

$$5(3 + 2) \text{ et } 5 \times 3 + 5 \times 2 ; 8(125 + 130) \text{ et } 8 \times 125 + 8 \times 130$$

Consigne 2 : Calcule puis compare avec $=$ ou $\neq$

$$5(3 - 2) \text{ et } 5 \times 3 - 5 \times 2 ; 8(130 - 125) \text{ et } 8 \times 130 - 8 \times 125$$

Consigne 3 : Calcule les expressions:

$$7 \times 6 + 4 \times 2 - 8 \times 3 ; 12 \times 4 - 5 \times 3 + 7 \times 2$$

Propriété 3

✚ Tous les nombres naturels a, b, k vérifient l'égalité :

$$k(a + b) = ka + kb$$

On dit que la multiplication est distributive par rapport à l'addition.

✚ Tous les nombres naturels a, b, k vérifient l'égalité :

$$k(a - b) = ka - kb$$

On dit que la multiplication est distributive par rapport à la soustraction.

Ainsi la multiplication est distributive par rapport à l'addition et par rapport à la soustraction.

Tous les nombres naturels a, b, c, k vérifient l'égalité :

$$k(a + b - c) = ka + kb - kc$$

Règle: Dans une suite d'opérations, s'il n'y a pas de parenthèses, on effectue d'abord les multiplications ensuite les additions et les soustractions.

V. DEVELOPPEMENT

Activité 5

Consigne 1 : Utilise la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et par rapport à la soustraction pour compléter :

$$5(x + 3) = \dots + \dots ; 3(y - 5) = \dots - \dots ; m(a - 2) = \dots - \dots ; n(7 + x) = \dots + \dots$$

Conclusion : Dans ces égalités, le premier membre est un produit et le deuxième membre est une somme ou une différence. Donc nous avons remplacé un produit par une somme ou une différence.

Consigne 2 : Développe les produits suivants :

$$5(a - 3) ; 7(5 + x) ; (8 + a - 5).4 ; 3x.(a - b + 2) ;$$

$$9(x + y) ; t(x - 2) ; a(b + 5) ; x(2 - a + y)$$

Définition : Remplacer un produit par une somme ou une différence, s'appelle développer le produit

$$k(a + b) = ka + kb$$

$$k(a - b) = ka - kb$$

VI. FACTORISATION

Exemple : Soit la somme $3x + 3y$

- Cette somme a deux termes : $3x$ et $3y$
- Chaque terme est un produit :
 - Les facteurs de $3x$ sont 3 et x
 - Les facteurs de $3y$ sont 3 et y
 - Le facteur 3 est commun aux deux termes

On dit que 3 est le **facteur commun**, on le met en facteur.

$$\text{On écrit : } 3x + 3y = 3(x + y)$$

Ainsi, nous avons remplacé une somme $3x + 3y$ par un produit $3(x + y)$.

On dit qu'on a factorisé $3x + 3y$ par mise en facteur commun.

- ✚ Remplacer une somme ou une différence par un produit, s'appelle factoriser.

$$ka + kb = k(a + b)$$

$$ka - kb = k(a - b)$$

On factorise grâce à une « mise en facteur commun ».

N.B : Le développement et la factorisation sont deux opérations inverses.

Activité 6

Consigne 1 : Dans expressions suivantes, mets un nombre différent de 1 en facteur :

$7x + 7y$; $5a - 5b$; $8x + 8$; $6x - 6$; $5a + 15$; $12x - 4a$

Consigne 2 : Factorise (ou écris sous forme de produit de facteurs) les expressions suivantes :

$9x + 9y$; $13 - 13a$; $4a + 8b$; $18x - 12y$;

$24x - 16a$; $4x + 2y - 6a$; $6x - 3a + 9b$

EXERCICES

1. Quel est le produit de 3 et 5 ?
Quel est le produit de 6, de 7 et de 10 ?
2. Complète ces phrases avec les mots qui conviennent :
35 est le ... de 7 et 5 ;
7 et 5 sont les ... du
Le produit de deux nombres est le résultat de la
3. Calcule : 34×20 ; 721×90 ; 539×804 ; 905×507 ; 5030×70 ; 704×89 .
4. Simplifie les écritures suivantes :
 $4 \times n \times 2$; $n \times 7 \times 3 \times y$; $8 \times (x - 9)$; $(x - 1) \times 5$; $(x - 3) \times (2x + 5)$
5. Calcule les expressions suivantes :
 $A = (10 + 9) \times 3$; $B = (21 - 6) \times 13$; $C = (34 - 15)(54 + 16)$
 $D = 5 \times 3 - 2 + 7 \times 4 - 3 \times 3$; $E = 15 \times 4 \times 2 - 2 \times 4 + 7 \times 3 - 8$
6. $a = 26$ $b = 53$
 - Calcule la somme de a et b.
 - Calcule le produit de a et b.
 - Calcule la différence b - a
7. $A = 5a + b$ pour $a = 6$ et $b = 2$
 $B = 3a - 2b + c$ pour $a = 16$ $b = 7$ et $c = 23$
 $C = 100 - 2ab$ pour $a = 11$ et $b = 3$
 $D = (2a - 5)(3b - a)$ pour $a = 12$ et $b = 10$
 $E = (x + y)(x + y)$ pour $x = 9$ et $y = 5$
8. Place les parenthèses oubliées de façon que les égalités soient vraies :
 - a) $5 + 3 \times 4 - 2 = 11$
 - b) $5 + 3 \times 4 - 2 = 15$
 - c) $5 + 3 \times 4 - 2 = 16$
 - d) $5 + 3 \times 4 - 2 = 30$

9. Effectue (ou développe) les produits suivants en supposant que les soustractions sont possibles :

$$5x.(a + 2) ; 3(x - 1) ; n(2x + y - 5) ; a(9m - x + 7) ; (6x + a - ay).4$$

10. Mets en facteur commun une lettre ou un nombre différent de

$$1 \text{ (ou factorise) : } 5x + 5 ; 4x - 12 ; 3axy + 2ax ;$$

$$14x - 35 ; 10x + 15a - 20 ; 2tx - 6ty + 8t$$

DIVISION DANS $\mathbb{N}$

I. DIVISION EUCLIDIENNE

Activité 1

Consigne 1: Effectue, dans $\mathbb{N}$, la division de 366 par 7.

Exemple de réponse

$$\begin{array}{r} 366 \overline{) 7} \\ 16 \overline{) 52} \\ 2 \end{array}$$

Dans cette division :

366 est le **dividende** ;

7 est le **diviseur**

52 est le **quotient** ;

2 est le **reste**.

Le reste est toujours inférieur au diviseur.

$7 \times 52 = 364$: 364 est plus petit que 366.

$7 \times 53 = 371$: 371 est plus grand que 366.

La division de 366 par 7, appelée **division euclidienne** (division avec reste), peut se traduire par l'une ou l'autre des deux formules suivantes :

$$\text{Formule 1: } \begin{cases} 366 = 7 \times 52 + 2 \\ 2 < 7 \end{cases} ; \text{ Formule 2: } \begin{cases} 7 \times 52 \leq 366 \\ 366 < 7(52 + 1) \end{cases}$$

En générale : Soit q le quotient de la division de a par b et r le reste, la division de a par b peut se traduire par l'une des deux formules suivantes :

$$\text{Formule 1: } \begin{cases} a = bq + r \\ r < b \end{cases} ; \text{ Formule 2: } \begin{cases} bq \leq a \\ a < b(q + 1) \end{cases}$$

Consigne 2 : Ecris les deux formules de la division pour chacune des divisions suivantes : 80 par 11 ; 80 par 8 ; 72 par 11 ; 548 par 23.

Exemple de réponse

Pour 80 par 11: $a = 80, b = 11, q = 7, r = 3$

$$\text{Formule 1: } \begin{cases} 80 = 11 \times 7 + 3 \\ 3 < 11 \end{cases} ; \text{Formule 2: } \begin{cases} 11 \times 7 \leq 80 \\ 80 < 11(7 + 1) \end{cases}$$

Pour 80 par 8: $a = 80, b = 8, q = 10, r = 0$

$$\text{Formule 1: } \begin{cases} 80 = 8 \times 10 \\ 0 < 8 \end{cases} ; \text{Formule 2: } \begin{cases} 8 \times 10 \leq 80 \\ 80 < 8(10 + 1) \end{cases}$$

Pour 72 par 11: $a = 72, b = 11, q = 6, r = 6$

$$\text{Formule 1: } \begin{cases} 72 = 11 \times 6 + 6 \\ 6 < 11 \end{cases} ; \text{Formule 2: } \begin{cases} 11 \times 6 \leq 72 \\ 72 < 11(6 + 1) \end{cases}$$

Pour 548 par 23: $a = 548, b = 23, q = 23, r = 6$

$$\text{Formule 1: } \begin{cases} 548 = 23 \times 23 + 6 \\ 6 < 23 \end{cases} ; \text{Formule 2: } \begin{cases} 23 \times 23 \leq 548 \\ 548 < 23(23 + 1) \end{cases}$$

Consigne 3 : Le quotient d'une division est 9, le diviseur est 5. Quel est l'ensemble des dividendes possibles ? Utilise les deux formules.

Exemple de réponse

Soit a le dividende et r le reste de la division

Avec la formule 1

$$\begin{cases} a = 5 \times 9 + r \\ r < 5 \end{cases} \text{ équivaut à } \begin{cases} a = 45 + r \\ r < 5 \end{cases}$$

Cherchons les restes possibles : $r \in \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4\}$

Si $r = 0$ alors $a = 45$ Si $r = 3$ alors $a = 48$

Si $r = 1$ alors $a = 46$ Si $r = 4$ alors $a = 49$

Si $r = 2$ alors $a = 47$

L'ensemble des dividendes possibles s'écrit alors :

$\{45 ; 46 ; 47 ; 48 ; 49\}$

Avec la formule 2

$$\begin{cases} 5 \times 9 \leq a \\ a < 5(9 + 1) \end{cases} \text{ équivaut à } \begin{cases} 45 \leq a \\ a < 50 \end{cases}$$

L'ensemble des dividendes possibles est tel que : $\{a/a \in \mathbb{N}, 45 \leq a \text{ et } a < 50\}$

Ainsi, l'ensemble des dividendes possibles s'écrit : $\{45 ; 46 ; 47 ; 48 ; 49\}$

Cas particuliers

a étant le dividende et **b** le diviseur.

As-tu une division dans les cas suivants :

Si $a = 2$ et $b = 5$

On a, $a < b$. On peut écrire : $2 = 5 \times 0 + 2$

Cette égalité traduit une division.

Si $a = 12$ et $b = 1$

On peut écrire, $12 = 12 \times 1 + 0$.

Cette égalité traduit une division.

On admet ainsi la propriété suivante :

Pour tout nombre naturel a , $a \div 1 = a$

II. PROPRIÉTÉ DE LA DIVISION

Activité 2

Consigne 1 : Effectue les divisions suivantes :

$3 \div 0$; $62 \div 0$; $342 \div 0$; $9124 \div 0$.

Exemple de réponse

Toutes ces divisions sont impossibles

Propriété 1 : La division par zéro(0) est *impossible*.

Consigne 2 : Effectue les divisions suivantes :

$20 \div 5$; $(20 \times 2) \div (5 \times 2)$; $(20 \times 3) \div (5 \times 3)$; $(20 \times 4) \div (5 \times 4)$.

Que constates-tu ?

Exemple de réponse

$20 \div 5 = 4$; $(20 \times 2) \div (5 \times 2) = 4$;

$(20 \times 3) \div (5 \times 3) = 4$; $(20 \times 4) \div (5 \times 4) = 4$

On constate que ces divisions ont le même résultat.

Propriété 2 : *On ne change pas le résultat d'une division en multipliant le dividende et le diviseur par un même nombre.*

$$a \div b = (a \times k) \div (b \times k) \text{ ou encore } \frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

III. DIVISION ET MULTIPLICATION

On peut transformer une division en multiplication et une multiplication en division.

La division et la multiplication sont deux opérations inverses.

$$\text{Si } \frac{a}{b} = q \text{ alors } a = bq$$

$$\text{Si } bq = a \text{ alors } b = \frac{a}{q} \text{ ou } q = \frac{a}{b}$$

Si $\frac{a}{b} = q$ alors $a = bq$ On transforme ainsi une division en multiplication et une multiplication en division.

Activité 3

Consigne 1 : Transforme les divisions suivantes en multiplications :

$$\frac{12}{3} = 4 ; \frac{x}{3} = m ; \frac{20}{x} = 5$$

Exemple de réponse

$$\frac{12}{3} = 4 \text{ alors } 12 = 3 \times 4 ; \quad \frac{x}{3} = m \text{ alors } x = 3m$$

$$\frac{20}{x} = 5 \text{ alors } 20 = 5x$$

Consigne 2 : Transforme les multiplications suivantes en divisions:

$$3 \times 7 = 21 ; 3x = 15 ; 2x = 4$$

Exemple de réponse

$$3 \times 7 = 21 \text{ alors } \frac{21}{3} = 7 \text{ ou } \frac{21}{7} = 3$$

$$3x = 15 \text{ alors } \frac{15}{3} = x \text{ ou } \frac{15}{x} = 3$$

$$2x = 4 \text{ alors } \frac{4}{2} = x \text{ ou } \frac{4}{x} = 2$$

EXERCICES

- 1) Effectue les divisions euclidiennes suivantes :
 - a) 26 par 8
 - b) 260 par 8
 - c) 78433 par 15
 - d) 28009 par 103
- 2) Traduis chacune des divisions précédentes par une égalité.
- 3) Ecris l'ensemble des restes possibles de la division d'un naturel par 7.
- 4) Trouve tous les naturels qui, divisés par 7, donnent 9 au quotient de la division.
- 5) Trouve toutes les divisions dont le diviseur est 7 et le quotient 2.
- 6) a) On considère l'égalité $1668 = 63 \times 26 + r$ avec $r \in \mathbb{N}$.
Calcule r .
Peut-on dire que 63 est le quotient de la division de 1668 par 26 ?
b) calcule le quotient et le reste de la division de 1668 par 26 ?
- 7) Trouve les nombres x, y, z tels que :
 - a) Si on multiplie x par 5 on trouve 355.
 - b) Si on divise y par 3 on trouve 12.
 - c) Si on divise 284 par z on trouve 4.
- 8) Le périmètre d'un carré est 68 cm. Combien mesurent les côtés ?
- 9) Sept camarades se partagent équitablement une somme de 5250F.
 - a) Quelle est la part de chacun ?
 - b) Adama, avec sa part, décide d'acheter des objets à 170F.
Combien peut-il en acheter au maximum ? Combien lui reste-t-il ?
- 10) En utilisant la transformation de la multiplication en division et de la division en multiplication, trouve x dans les égalités suivantes :
 - a) $5x = 35$
 - b) $\frac{x}{4} = 5$
 - c) $\frac{6}{x} = 2$
 - d) $\frac{7x}{2} = 21$

PUISSANCES DANS $\mathbb{N}$

I. DEFINITION

Activité 1

Consigne 1: Soit le produit $6 \times 6 \times 6 \times 6$

Donne le nombre de facteurs de ce produit ?

Comment sont ces facteurs ?

Définition

Dans tous les produits où les facteurs sont égaux :

- Le facteur qui se répète s'appelle la **base** (ici la base est 6);
- Le nombre indiquant le nombre de fois que le facteur est répété s'appelle l'**exposant** (ici l'exposant est 4).

Ainsi, le produit $6 \times 6 \times 6 \times 6$ s'écrit : $6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^4$.

En général :

$a \times a = a^2$ se lit « *a au carré* » ou « *a puissance 2* »

$a \times a \times a = a^3$ se lit « *a au cube* » ou « *a puissance 3* »

$a \times a \times \dots \times a$ (*n facteurs*) = a^n

Consigne 2 : Calcule puis compare avec $=$ ou $\neq$

$2 \times 2 \times 2 \times 2$ et 2×4 ; 5×5 et 5×2

Remarque

Pour tous les nombres naturels a non nul, n : $a^n \neq a \times n$

II. ECRIRE ET CALCULER DES PUISSANCES

Activité 2

Consigne 1 : Ecris sous forme de puissance d'un nombre naturel :

$7 \times 7 \times 7 \times 7$; $9 \times 9 \times 9$; $x.x.x.x.x$; $t.t.t$; 4; 25; 81;

$5 \times 5 \times \dots \times 5$ (*a facteurs*); $3 \times 3 \times \dots \times 3$ (*n facteurs*); 100; 1000

Consigne 2 : Calcule les puissances :

3^2 ; 3^3 ; 8^2 ; 11^2 ; 5^3 ; 2^5 .

III. OPERATIONS SUR LES PUISSANCES

Exemple 1 : Soit le produit de puissances $7^3 \times 7^2$

On peut écrire : $7^3 \times 7^2 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$

Ainsi $7^3 \times 7^2 = 7^5$ (Remarquons que $3 + 2 = 5$)

On a donc $7^3 \times 7^2 = 7^{3+2}$

Propriété 1

Tous les nombres naturels a, n, p vérifient l'égalité : $a^n \times a^p = a^{n+p}$

Activité 3

Consigne 1 :

a) Ecris sous la forme d'une seule puissance :

$$2^7 \times 2^5 ; 10^3 \times 10^6 ; a^5 \times a^2 ; 3^2 \times 3^4 \times 3^7 ; 5^3 \times 5 ; x^2 \cdot x +$$

b) Ecris les puissances suivantes sous la forme d'un produit de puissances (plusieurs solutions possibles) :

$$10^7 ; 7^6 ; a^{13} ; x^3$$

Parmi ces solutions :

$$10^7 = 10^6 \times 10 ; 7^6 = 7 \times 7^5 ; a^{13} = a^{12} \times a ; x^3 = x \cdot x^2$$

$$10^7 = 10^7 \times 10^0 ; 7^6 = 7^0 \times 7^6 ; a^{13} = a^{13} \times a^0 ; x^3 = x^3 \cdot x^0$$

Propriété 2

Tout nombre naturel a non nul, vérifient les égalités : $a^1 = a$ et $a^0 = 1$

Exemple 2 : Considérons la puissance d'une puissance $(5^2)^3$

$$\text{On a : } (5^2)^3 = 5^2 \times 5^2 \times 5^2 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^6$$

Remarquons que $2 \times 3 = 6$. On a donc $(5^2)^3 = 5^6$

Propriété 3

Tous les nombres naturels a, n, p vérifient l'égalité : $(a^n)^p = a^{n \times p}$

Consigne 2 :

a) Ecris sous la forme d'une seule puissance :

$$(3^7)^2 ; (7^4)^3 ; (a^6)^2 ; (x^3)^5 ; (4^8)^1 ; (b^{25})^4 ;$$

b) Ecris sous la forme $(a^n)^p$: 3^8 ; t^7 ; 7^{12} ; x^{10}

Consigne 3 : Calcule puis compare avec $=$ ou $\neq$: $2^3 \times 5^3$ et $(2 \times 5)^3$.

Propriété 4

Tous les nombres naturels a , b , n , vérifient l'égalité :

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

Consigne 4 :

a) Ecris sous la forme d'une seule puissance :

$$3^4 \times 5^4; 7^a \times 9^a; 25x^2; 9y^2; 2^6 \times 7^6 \times 3^6; a^5 \cdot x^5 \cdot y^5.$$

b) Ecris sous la forme d'un produit de puissances :

$$(5 \times 9)^2; (7ax)^6; (3a^2 \times 5^3)^4$$

IV. SUITE D'OPERATIONS

Règle : Dans une suite d'opérations où il n'y a pas de parenthèses, on effectue d'abord les puissances puis les multiplications ensuite les additions et les soustractions.

Activité 4

Consigne: Calcule :

$$A = 2^3 + 5 \times 2^2 - 9 \text{ et } B = 2 \times 3^2 - 5 \times 3 + 3$$

Exemple de réponse

$$A = 2^3 + 5 \times 2^2 - 9$$

$$B = 2 \times 3^2 - 5 \times 3 + 3$$

$$A = 8 + 5 \times 4 - 9$$

$$B = 2 \times 9 - 5 \times 3 + 3$$

$$A = 5 + 20 - 9$$

$$B = 18 - 15 + 3$$

$$A = 16$$

$$B = 6$$

EXERCICES

1. Ecris sous la forme d'un produit de deux facteurs :
 $a = 5 + 5 + 5$; $b = 3 + 3 + 3 + 3$; $c = 4 + 4$; $d = 2 + 2 + 2 + 2 + 2$
2. Ecris sous la forme d'une puissance :
 $e = 5 \times 5 \times 5$; $f = 3 \times 3 \times 3 \times 3$; $g = 4 \times 4$; $h = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$;
 $i = 11 \times 11 \times \dots \times 11$ (23 facteurs) ; $j = x \cdot x \cdot \dots \cdot x$ (n facteurs)
3. Effectue les puissances :
 2^3 ; 32^2 ; 10^6 ; 1^{18} ; 7^3 ; 12^2 .
4. Calcule le carré puis le cube : 11 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15.
5. Ecris sous la forme d'une seule puissance :
 $4^{13} \times 4^{11}$; $3^4 \times 3^7$; $(5^7)^3$; $(x^5)^2$; $7^4 \times 7^5 \times 7$; $x^7 \cdot x$; $49 \times (7^2)^3$;
 $(4^2)^3 \times [(4^2)^3]^2$.
6. Calcule les nombres suivants :
 $k = 2 \times 5^2$; $l = 2 \times 3^2 \times 5 \times$; $m = 72 \times 3^2 \times 5^2 \times 11$; $n = 2^2 \times 5^3 \times 13$
7. Recopie le tableau suivant puis mets une croix dans la case qui convient :

Egalité	vraie	fausse
$2 \times 2 + 3 \times 3 = 2^2 + 3^2$		
$(3 + 4)^2 = 3^2 + 4^2$		
$(3 \times 4)^2 = 3^2 \times 4^2$		
$3^4 = 3 \times 4$		

8. Ecris, sans les calculer, les produits A, B, C et D sous la forme de produits de puissance des nombres **4, 7, 15** :
 $A = 28 \times 15 \times 7 \times 60 \times 105 \times 4$ $B = 4 \times 7 \times 10 \times 14 \times 15 \times 21$
 $C = 7 \times 4 \times 28 \times 60 \times 15 \times 28$ $D = 4 \times 6 \times 7 \times 10 \times 21 \times 140$
9. Ecris, sans les calculer, les produits A, B, C, D, E, F sous la forme d'une puissance d'un même nombre :
 $A = 2^2 \times 8 \times 2^5$ $B = 5^2 \times 5 \times 25$ $C = 1000 \times 100$
 $D = 4 \times 4^2 \times 16$ $E = 9 \times 27 \times 3$ $F = 100 \times 10 \times 10^3$

CARACTERES DE DIVISIBILITE

I. DIVISEURS D'UN ENTIER NATUREL

Activité 1

Consigne 1 : Effectue les divisions suivantes :

35 par 7 ; 43 par 6 ; 24 par 3

Le reste de la division de 35 par 7 est zéro. On dit que 7 est un **diviseur** de 35 ou que 35 est **divisible** par 7.

Consigne 2 : Complète avec « est divisible » ou « n'est pas divisible » et dis pourquoi ?

43 par 6 car

24 par 3 car

Définition : Un nombre naturel **b** est un **diviseur** d'un nombre naturel **a** lorsque le **reste** de la division de **a** par **b** est **zéro**.

N.B : Si **b** est un diviseur de **a** et **q** le quotient de **a** par **b** alors **a = bq**

Certaines règles simples permettent de reconnaître rapidement si un entier naturel **b** est un diviseur d'un entier naturel **a**.

Consigne 3 : Ecris par énumération l'ensemble D_{18} de tous les diviseurs de 18.

II. CARACTERES DE DIVISIBILITE PAR 10, 100, 1000, ETC

Règle 1: Un nombre est divisible par 10, 100, 1000, etc. s'il se termine respectivement par 0, 00, 000, etc.

Activité 2

Consigne : Soit l'ensemble

$E = \{4200, 7480, 75, 3000, 120, 32, 23000, 6900, 51600\}$

1. Ecris par énumération l'ensemble A des éléments de E divisibles par 10.

2. Ecris par énumération l'ensemble B des éléments de E divisibles par 100 et l'ensemble C des éléments de E divisibles par 1000, puis complète : B ... E ; C ... E ; C ... B

Notation

a) $A = \{4200, 7480, 3000, 120, 23000, 6900, 51600\}$

L'ensemble A est une partie de E ou un sous-ensemble de E.

On note $A \subset E$ qui se lit A est une **partie** de E

ou A est un **sous-ensemble** de E ou A est **inclus** dans E.

b) $B = \{4200, 3000, 23000, 6900, 51600\}$

$C = \{3000, 23000\}$

$B \subset E ; C \subset E ; C \subset B$

Sous-ensemble

Un ensemble A est une partie ou un sous-ensemble d'un ensemble E lorsque chaque élément de A est élément de E.

III. CARACTERES DE DIVISIBILITE PAR 2 ET PAR 5

Règle 2: Un nombre est divisible par 2, s'il se termine par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.

Remarque : Un nombre naturel **divisible par 2** est un nombre **pair**.

Un nombre naturel qui **n'est pas divisible par 2** est un nombre **impair**.

Règle 3: Un nombre est divisible par 5, s'il se termine par 0 ou 5.

Activité 3

Consigne 1: Soit l'ensemble

$E = \{64, 360, 247, 835, 381, 4850, 70, 183, 800, 467\}$

Trouve :

1. le sous-ensemble A de E dont les éléments sont des nombres **pairs** ;
2. le sous-ensemble B de E dont les éléments sont des nombres divisibles **par 5** ;
3. le sous-ensemble C de E dont les éléments sont des nombres divisibles à la fois **par 2** et **par 5**.

Notation

Les éléments de C sont à la fois éléments de A et éléments de B .

On dit que C est l'intersection de A et de B et on note : $C = A \cap B$ qui se lit

C égal « A inter B ».

Consigne 2: Ecris $A \cap C$ et $B \cap C$

IV. CARACTERES DE DIVISIBILITE PAR 3 ET PAR 9

Règle 4: Un nombre est divisible par 3, si la somme de ses chiffres est un nombre divisible par 3.

Exemple : 264 et 520 sont-ils divisibles par 3 ?

- $2 + 6 + 4 = 12$: 12 est divisible par 3, alors 264 est divisible par 3.
- $5 + 2 + 0 = 7$: 7 n'est pas divisible par 3, alors 520 n'est pas divisible par 3

Règle 5: Un nombre est divisible par 9, si la somme de ses chiffres est un nombre divisible par 9.

Exemple : 873 et 264 sont-ils divisibles par 9 ?

- $8 + 7 + 3 = 18$: 18 est divisible par 9, alors 873 est divisible par 9
- $2 + 6 + 4 = 12$: 12 n'est pas divisible par 9, alors 264 n'est pas divisible par 9

Activité 4

Consigne : Soit l'ensemble

$$E = \{801, 264, 520, 873, 18, 27, 140, 6795, 756\}$$

Trouve :

1. la partie A de E dont les éléments sont des nombres divisibles par 3 ;
2. la partie B de E dont les éléments sont des nombres divisibles par 9 ;
3. la partie C de E dont les éléments sont des nombres divisibles à la fois par 3 et par 9. Que remarques-tu pour A et B .

Remarque

On remarque que $B \subset A$

Tout nombre naturel divisible par 9 est divisible par 3.

264 est divisible par 3 mais n'est pas divisible par 9. Donc un nombre divisible par 3 n'est pas nécessairement divisible par 9.

Remarque : Les ensembles **B** et **C** ont les mêmes éléments. On dit que les ensembles B et C sont égaux, on écrit : **$B = C$** .

V. CARACTERES DE DIVISIBILITE PAR 4 ET PAR 25

Règle 6: Un nombre est divisible par 4, si le nombre formé par ses deux derniers chiffres de droite est divisible par 4.

Exemple : 520 et 34611 sont-ils divisibles par 4 ?

- 20 est divisible par 4 alors 520 est divisible par 4.
- 11 n'est pas divisible par 4 alors 34611 n'est pas divisible par 4.

Règle 7: Un nombre est divisible par 25, s'il est terminé par 00 ; 25 ; 50 ou 75.

Exemple : 1475 est divisible par 25 car il est terminé par 75.

Activité 5

Consigne: Soit l'ensemble

$$E = \{325, 405, 50, 800, 768, 6896, 775, 7332\}$$

Trouve :

- la partie A de E dont les éléments sont des nombres divisibles par **4** ;
- la partie B de E dont les éléments sont des nombres divisibles **par 25** ;
- l'ensemble $A \cap B$ (par énumération et par caractérisation).

VI. UNE PROPRIETE DES CARACTERES DE DIVISIBILITE :

Tout nombre divisible à la fois par 2 et par 3 est divisible par : $2 \times 3 = 6$.

Tout nombre divisible à la fois par 3 et par 4 est divisible par : $3 \times 4 = 12$.

Tout nombre divisible à la fois par 5 et par 3 est divisible par : $5 \times 3 = 15$.

En général : Tout nombre divisible à la fois par **m** et par **n** est divisible par **$m \times n$** .

EXERCICES

1. Parmi les nombres suivants, reconnais ceux qui sont pairs et ceux qui sont divisibles par 4 (Justifie ta réponse)
 - a) 18 ; 27 ; 36 ; 140.
 - b) 42 ; 156 ; 388 ; 2864.
 - c) 70 ; 1470 ; 3858 ; 19100.
 - d) 96 ; 4296 ; 4926 ; 9426.
2. Parmi les nombres suivants, reconnais ceux qui sont divisibles par 3, par 9 (Justifie ta réponse)
 - a) 18 ; 27 ; 36 ; 140.
 - b) 42 ; 156 ; 756 ; 656.
 - c) 71 ; 171 ; 711 ; 7011.
 - d) 96 ; 963 ; 369 ; 3069.
3. Parmi les nombres suivants, reconnais ceux qui sont divisibles par 5, par 25 (Justifie ta réponse)
 - a) 18 ; 25 ; 36 ; 140.
 - b) 40 ; 675 ; 765 ; 657.
 - c) 71 ; 170 ; 715 ; 7825.
 - d) 95 ; 125 ; 850 ; 3000.
4. Soit l'ensemble $E = \{100, 1900, 53800, 832, 250, 92, 90000\}$
 - a) Trouve la partie A de E dont les éléments sont divisibles par 10.
 - b) Trouve la partie B de E dont les éléments sont divisibles par 100.
 - c) Trouve la partie C de E dont les éléments sont divisibles par 1000.
 - d) Trouve $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$.
 - e) Parmi les écritures suivantes précise celles qui sont vraies et celles qui sont fausses :

$$B \subset A \quad C \subset B \quad A \subset C \quad C \subset A$$

$$A \cap B = A \cap C \quad , \quad A \cap B = B \quad , \quad A \cap C = C \quad , \quad B \cap C = C$$

5. Cherche le plus petit naturel de trois chiffres qui soit divisible par 3.
Quel est le plus grand naturel de trois chiffres qui soit divisible par 2
et par 3 ?
6. Dans $25y$, y remplace un chiffre.
Que peut désigner y pour que le naturel $25y$ soit divisible par 3 ?
Trouve tous les naturels $25y$ qui sont divisibles par 3.
Mêmes questions en remplaçant 3 par 9.

NOMBRES PREMIERS

I. DEFINITION D'UN NOMBRE PREMIER

Activité 1

Consigne : Complète le tableau suivant :

Nombre a	Tous les diviseurs de a	Nombre de diviseurs de a
0		
1		
2		
3		
4		
5		
10		
12		

Constat : Il existe des nombres qui n'ont que deux diviseurs : **un** et le nombre **lui-même**. On les appelle des **nombres premiers**.

Exemple : 2, 3 et 5 sont des nombres premiers.

Définition : On dit qu'un nombre est premier lorsqu'il admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

II. RECHERCHE DES NOMBRES PREMIERS

Activité 2

Consigne : Les nombres premiers inférieurs à 100

Pour trouver les nombres premiers inférieurs à 100, tu écris la liste des entiers naturels de 0 à 99, puis tu supprime dans cette liste tous les nombres qui ne sont pas premiers.

0 et 1 ne sont pas premiers ; tu les supprime.

2 est un nombre premier, tu le conserve, puis tu supprimes tous les nombres supérieurs à 2 et divisibles par 2.

3 est un nombre premier, tu le conserve, puis tu supprimes tous les nombres supérieurs à 3 et divisibles par 3. Le premier nombre à supprimé est $3^2 = 9$ car 6 a été supprimé comme divisible par 2.

5 est un nombre premier, tu le conserve, puis tu supprimes tous les nombres supérieurs à 5 et divisibles par 5. Le premier nombre à supprimé est $5^2 = 25$ car les nombres 10, 15, 20 ont déjà été supprimés comme divisibles par 2 ou par 3.

7 est un nombre premier, tu le conserve, puis tu supprime tous les nombres supérieurs à 7 et divisibles par 7. Le premier nombre à supprimé est $7^2 = 49$ car les nombres 14, 21, 28, 35, 42 ont été déjà supprimés.

11 est un nombre premier, tu le conserve. Le premier nombre à supprimé est $11^2 = 121$ or $121 > 99$.

Tous les nombres qui figurent dans le tableau et qui ne sont pas barrés sont premiers.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Liste des nombres premiers inférieurs à 100 :

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41,
43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

N.B : Ces nombres doivent être sus par cœur et dans l'ordre.

III. COMMENT RECONNAITRE SI UN NOMBRE NATUREL A EST PREMIER ?

Pour savoir si un nombre naturel a est premier, on le divise successivement par les nombres premiers 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; ...

Si le reste de la division n'est pas zéro avant que le quotient devienne inférieur au diviseur, alors le nombre a est premier.

Exemple1 : 149 est-il premier ?

149 n'est pas divisible par 2 (terminé par 9)

149 n'est pas divisible par 3 ($1 + 4 + 9 = 14$)

149 n'est pas divisible par 5 (terminé par 9)

149 n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5 (caractères de divisibilité)

$149 \div 7, q = 21 \quad r = 2$

$149 \div 11, q = 13 \quad r = 6$

$149 \div 13, q = 11 \quad r = 6$

$11 < 13$ alors 149 est premier.

Exemple2 : 403 est-il premier ?

403 n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5 (caractères de divisibilité)

$403 \div 7, q = 57 \quad r = 4$

$403 \div 11, q = 36 \quad r = 7$

$403 \div 13, q = 31 \quad r = 0$

403 est divisible par 13 alors il n'est pas premier.

Activité 3

Consigne : Reconnais si les nombres suivants sont premiers ou non :

379, 153, 1027.

IV. DECOMPOSITION D'UN NOMBRE NATUREL NON PREMIER EN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS

Exemple : Considérons le nombre naturel 315.

Ce nombre admet 5 pour diviseur, il n'est donc pas premier.

Le plus petit diviseur premier de 315 est 3 : $315 = 3 \times 105$;

Le plus petit diviseur premier de 105 est 3 : $105 = 3 \times 35$;

Le plus petit diviseur premier de 35 est 5 : $35 = 5 \times 7$;

Le plus petit diviseur premier de 7 est 7 car 7 est premier.

Des égalités précédentes il résulte successivement :

$$315 = 3 \times 105, \quad 315 = 3 \times 3 \times 35, \quad 315 = 3 \times 3 \times 5 \times 7, \text{ ou encore :}$$

$$315 = 3^2 \times 5 \times 7.$$

Nous disons que nous avons **décomposé** le nombre naturel 315 en un **produit de facteurs premiers**.

Il est commode d'utiliser la disposition suivante :

$$\begin{array}{r|l} 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Tu admets que : Tout nombre naturel supérieur à 2 et non premier peut être décomposé en un produit de facteurs premiers. Cette décomposition est unique.

N.B : Il est plus méthodique d'utiliser les nombres premiers successifs dans l'ordre croissant.

Activité 4

Consigne : Décompose en produit de facteurs premiers les nombres 84, 105 et 8820.

EXERCICES

1. Les nombres suivants sont-ils premiers ?
107 ; 277 ; 257 ; 381 ; 387 ; 479 ; 679 ; 703 ; 771 ; 869,
979 ; 743 ; 1421 ; 2019 ; 1909 ; 1937
2. Décompose les nombres suivants en produit de facteurs premiers :
35 ; 28 ; 68 ; 96 ; 81 ; 84 ; 75 ; 90 ; 108 ; 132 ; 136 ; 180 ; 270 ; 800 ;
333 ; 975 ; 810 ; 8100 ; 875 ; 480 ; 2970 ; 8075 ; 5940.
3. Décompose en produit de facteurs premiers chacun des nombres suivants :
 35×3 ; 18×6 ; 45×15 ; 35×14 ; 84×33 ; 56×21 ; 105×49 ; 38×24 .
4. On donne la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres suivants. Calcule ces nombres :
 $2^2 \times 3 \times 5^4$; $2 \times 3^2 \times 7^2 \times 11$; $2 \times 3^2 \times 7$; $3 \times 5^2 \times 7$; $2^4 \times 3^2 \times 5^3 \times 13^2$;
 $3^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$.
5. On donne les décompositions en produit de facteurs premiers des deux nombres naturels a et b. Donne la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres a^2 , a^3 , b^2 et ab dans les cas suivants :
 $a = 3 \times 5^2 \times 7$; $b = 2^2 \times 7^2 \times 11 \times 17$.
 $a = 2 \times 5^3 \times 11$; $b = 2^2 \times 11 \times 13^2 \times 19$
6. On donne un entier naturel $a = 4320$.
 - Décompose a en produit de facteurs premiers.
 - Détermine le plus petit entier naturel non nul b par lequel on doit multiplier a pour que le produit ab soit le carré d'un entier naturel c.
 - Calcule c.

L'ENSEMBLE DES ENTIERS

RELATIFS $\mathbb{Z}$

I. DECOUVERTE DES ENTIERS RELATIFS

Activité 1

Consigne 1: Un autobus circule entre Baco Djicoroni et le Rail-Dâ. Pour se distraire, à chacun des arrêts, Adama compte les passagers qui montent et les passagers qui descendent, puis fait un *bilan*.

Complète son tableau. Au Rail-Dâ (terminus) tout le monde descend.

Arrêts	Passagers montés	Passagers descendus	Bilan Pour l'arrêt	notation	Nombre de Passagers Dans le car
Départ	35				35
Torokoro	13	9	4 en plus	+4	39
Quartier.Mali	15	6	9 en plus	+9	48
CICB	8	11	3 en moins	-3	45
ENSUp	10	4			
Wonida	7	7		... ou ...	
Dabanani	4	25			
Artisanat	1	20			
Rail-Dâ	0				

Notation : gain(+) et perte (-) ; monté(+) et descente(-) ; devant(+) et derrière(-) ; avant(+) et après(-) ; rentrée(+) et sortie(-) ; ...

Conclusion

Les nombres +4 ; +9 ; -3 ; +6 ; +0 ou -0 ; -21 ; -19, que tu viens d'utiliser pour noter les bilans des différents arrêts sont appelés des *entiers relatifs* ou simplement des **entiers**.

Les nombres +4 ; +9 ; +6 ; +0, sont des **entiers positifs**.

Les nombre -3 ; -0 ; -21 ; -19, sont des **entiers négatifs**.

Le nombre **0** est à la fois **positif** et **négatif**.

Définition

- Tout entier relatif est un nombre composé :
 - d'un nombre naturel et
 - d'un signe (+) ou (-)

(+0) et (-0) désignent le même nombre, on l'écrit simplement 0.

- L'ensemble des entiers relatifs est noté $\mathbb{Z}$.
- Tout nombre naturel est un entier relatif donc $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

Consigne 2 : Complète avec $\in$ ou $\notin$

$+17 \dots \mathbb{Z}$; $-8,5 \dots \mathbb{Z}$; $-14 \dots \mathbb{Z}$; $12 \dots \mathbb{N}$; $12 \dots \mathbb{Z}$; $1,2 \dots \mathbb{Z}$; $0 \dots \mathbb{Z}$

II. VALEUR ABSOLUE D'UN ENTIER RELATIF

Définition

La valeur absolue de 0 est 0.

La valeur absolue d'un élément de $\mathbb{Z}$ autre que 0 est le nombre naturel qu'il contient.

Exemple : La valeur absolue de (-13) est 13, on le note : $|-13| = 13$ qui se lit « valeur absolue de (-13) est égale à 13 ».

Activité 2

Consigne 1 : Détermine la valeur absolue de chacun des nombres :

$+163$; -10 ; -17 ; $+163$; $+70$.

Consigne 2 : Détermine les entiers relatifs a tels que

$|a| = 16$; $|a| = 9$; $|a| = 305$; $|a| = 2011$

Indication : $|a| = 16$ alors $a = +16$ ou $a = -16$

III. ENTIERS OPPOSES

Définition : Deux entiers relatifs sont dits opposés lorsqu'ils ont la même valeur absolue et de signes contraires.

Exemple : (+163) et (-163) sont deux nombres opposés.

On note **opp**(+163) = -163 et **opp**(-163) = +163

Activité 3

Consigne : Complète le tableau suivant :

a	Positif ou négatif	a	Opp(a)
+12	positif	12	-12
	positif	75	
-23			
			-502
	négatif	2750	
-11			

IV. LES PARTIES IMPORTANTES DE $\mathbb{Z}$

On désigne par :

$\mathbb{Z}^+$: ensemble des entiers relatifs positifs ou nuls

$\mathbb{Z}^-$: ensemble des entiers relatifs négatifs ou nuls

$\mathbb{Z}^*$: ensemble des entiers relatifs non nuls

$\mathbb{Z}_+^*$: ensemble des entiers relatifs strictement positifs

$\mathbb{Z}_-^*$: ensemble des entiers relatifs strictement négatifs

Activité

Consigne : Vrai (V) ou faux(F)

$+15 \in \mathbb{Z}^+$; $-32 \in \mathbb{Z}^-$; $0 \in \mathbb{Z}^+$; $-32 \in \mathbb{Z}^-$; $-7 \in \mathbb{Z}^+$; $+13 \in \mathbb{Z}^*$

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}^+$; $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}^-$; $\mathbb{Z}^+ \cap \mathbb{Z}^- = \{0\}$; $\mathbb{Z}^+ \subset \mathbb{Z}^*$

V. REUNION DE DEUX ENSEMBLES

En réunissant $\mathbb{Z}^+$ et $\mathbb{Z}^-$, on obtient $\mathbb{Z}$.

On note $\mathbb{Z}^+ \cup \mathbb{Z}^- = \mathbb{Z}$ qui se lit « $\mathbb{Z}^+$ union $\mathbb{Z}^-$ est égal à $\mathbb{Z}$ »

Le symbole $\cup$ se lit « union »

Définition : La réunion de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A ou à B.

Exemple : $A = \{0, 1, m, 4, 7\}$ et $B = \{a, b, m, c\}$

$$A \cup B = \{0, 1, m, 4, 7, a, b, c\}$$

Activité 4

Consigne : On donne les ensembles :

$$A = \{-1, -2, +3, -7\}; B = \{-9, +3, -1, +10, -100\};$$

$$C = \{-3, +11, -9\}; D = \{+11, -7\}; E = \{-7, 0\}$$

Trouve : $A \cup B$; $A \cup C$; $C \cup D$; $C \cup E$; $E \cup D$.

EXERCICES

1) a) Traduis avec des nombres relatifs les phrases suivantes :

- Je gagne 7 billes. - Je descends de 2 étages.
- Je perds 200F. - Je monte 6 étages.
- Je gagne 27 billes. - Je perds 35F.
- Je gagne 564F. - Je gagne 575F.
- Je perds 56 billes. - Je perds 73 billes.

b) Place les nombres obtenus dans le tableau suivant :

négatifs	positifs

2) Complète

- a) $\mathbb{Z}^+$ est l'ensemble des entiers accompagnés du signe(...) ou ...
- b) $\mathbb{Z}^+$ est l'ensemble des entiers ... ou ...
- c) $\mathbb{Z}^-$ est l'ensemble des entiers ... ou ...
- d) $\mathbb{Z}^+ \cup \mathbb{Z}^- = \dots$, $\mathbb{Z}^+ \cap \mathbb{Z}^- = \dots$

3) Donne toutes les inclusions entre les ensembles suivants :

$$\mathbb{Z}, \mathbb{N}, \mathbb{Z}^+, \mathbb{Z}^-, \mathbb{Z}^*$$

4) Recopie puis complète le tableau suivant :

Nombre	+14	...	...	...	...	...
Valeur absolue	...	84	...	0	44	...
Signe	...	-	...			+
Opposé	...	...	-24		+...	...37

5) Ecris l'opposé de chacun des entiers suivants :

$$(+67) ; (-45) ; (+134) ; (-21) ; (+37) ; (+128)$$

6) Recopie et complète :

$$|-78| = \dots ; |+112| = \dots ; |+39| = \dots ; |-375| = \dots$$

7) Détermine les valeurs de x dans les cas suivants :

$$|x| = 4 ; |x| = 731 ; |x| = 7$$

ADDITION DANS $\mathbb{Z}$ **I. SOMME D'ENTIERS RELATIFS**

La somme de deux ou plusieurs entiers relatifs est un entier relatif.

Ainsi la somme d'entiers relatifs a un signe et une valeur absolue.

1. Somme de deux nombres positifs

Règle : La somme de deux nombres positifs est un nombre positif dont la valeur absolue est la somme des valeurs absolues.

Exemples : $(+5) + (+8) = +13$

Activité 1

Consigne : Calcule

$(+12) + (+4)$; $(+7) + (+14)$; $(+2) + (+45)$; $(+9) + (+5)$; $(+83) + (+32)$.

2. Somme de deux nombres négatifs

Règle : La somme de deux nombres négatifs dont la valeur absolue est la somme des valeurs absolues.

Exemple : $(-2) + (-8) = -10$

Activité 2

Consigne : Effectue

$(-3) + (-4)$; $(-5) + (-9)$. ; $(-7) + (-17)$; $(-2) + (-45)$

3. Somme de deux nombres de signes contraires

Règle : La somme de deux nombres relatifs de signe contraires est le nombre relatif qui a pour valeur absolue, la différence des valeurs absolues et pour signe, le signe de celui du nombre qui a la plus grande valeur absolue.

Exemples : $(+5) + (-8) = -3$; $(-5) + (+8) = +3$;

$(+15) + (-5) = +10$; $(-15) + (+5) = -10$.

Activité 3

Consigne : Effectue

$(-5) + (+14)$; $(+3) + (-7)$; $(+7) + (-5)$; $(+12) + (-24)$; $(+12) + (-4)$;
 $(+12) + (-24)$; $(+24) + (-4)$; $(+12) + (-24)$; $(+423) + (-123)$.

II. PROPRIETES DE L'ADDITION DANS $\mathbb{Z}$

Activité 4

Consigne 1 : Calcule puis compare avec $=$ ou $\neq$

$(+5) + (-17)$ et $(-17) + (-5)$

Exemple de réponse

$(+5) + (-17) = -12$ et $(-17) + (-5) = -12$ alors

$(+5) + (-17) = (-17) + (+5)$

Propriété 1

Tous les entiers relatifs a et b vérifient l'égalité : $a + b = b + a$

L'addition dans $\mathbb{Z}$ est commutative.

Consigne 2 : Calcule puis compare avec $=$ ou $\neq$

$[(+7) + (-4)] + (-2)$ et $(+7) + [(-4) + (-2)]$

Exemple de réponse

$[(+7) + (-4)] + (-2) = (+3) + (-2) = +1$ et

$(+7) + [(-4) + (-2)] = (+7) + (-6) = +1$

Alors $[(+7) + (-4)] + (-2) = (+7) + [(-4) + (-2)]$

Propriété 2

Tous les entiers relatifs a , b et c vérifient l'égalité :

$(a + b) + c = a + (b + c)$

L'addition dans $\mathbb{Z}$ est associative.

Consigne 3 : Calcule :

$(-3) + 0 = -3$; $0 + (-3) = -3$; $(+5) + 0 = +5$; $0 + (+5) = +5$.

Propriété 3

Tout entier relatif a , vérifie les égalités : $a + 0 = a$ et $0 + a = a$

0 est l'élément neutre pour l'addition dans $\mathbb{Z}$.

III. LA SOMME DE DEUX NOMBRES OPPOSES

Activité 5

Consigne : Calcule

$$(+2) + (-2) ; (-5) + (+5) ; (-64) + (+64) ; (+125) + (-125)$$

Propriété 4 : La somme de deux nombres opposés est nulle.

$$a + \text{opp } a = 0$$

IV. Somme de plusieurs nombres relatifs

Règle : Une somme de plusieurs termes ne change pas si :

- on modifie l'ordre des termes ;
- on regroupe des termes.

Exemple : Calculons

$$T_1 = (+4) + (-5) + (+7) + (-3)$$

$$T_2 = [(+4) + (-5)] + [(+7) + (-3)]$$

$$T_1 = (-1) + (+4) = +3$$

$$T_1 = [(+4) + (+7)] + [(-5) + (-3)]$$

$$T_1 = (+11) + (-8) = +3$$

$$T_2 = (-4) + (+3) + (+4) + (-8)$$

$$T_2 = [(-4) + (+4)] + [(+3) + (-8)]$$

$$T_2 = 0 + (-5) = -5$$

Activité 6

Consigne : Effectue $A = (-38) + (+15) + (+38) + (+2)$;

$$B = (-10) + (-2) + (+3) + (-4) + (+7) + (-5)$$

Exemple de solution

$$A = (-38) + (+15) + (+38) + (+2)$$

$$A = [(-38) + (+38)] + [(+15) + (+2)]$$

$$A = 0 + (+17)$$

$$A = +17$$

$$B = [(-10) + (-4)] + (+3) + (+7) + [(-2) + (-5)]$$

$$B = (-14) + (+3) + (+7) + (-7)$$

$$B = [(-14) + (+3)] + [(+7) + (-7)]$$

$$B = (-11) + 0$$

$$B = -11$$

EXERCICES

1) Calcule les sommes suivantes :

$$(+57) + (+23); (+27) + (+15); (+6) + (+17);$$

$$(+38) + (+32); (+564) + (347); (+651) + (+856)$$

2) Calcule les sommes suivantes :

$$(-18) + (-56); (-27) + (-15); (-45) + (-72);$$

$$(-13) + (-27); (-88) + (-52); (-127) + (-123)$$

3) Calcule les sommes suivantes :

$$(-7) + (4); (+3) + (-7); (+7) + (-5); (+12) + (-4);$$

$$(+12) + (-24); (-24) + (+4); (+12) + (-25); (-123) + (+423)$$

4) Calcule les sommes suivantes :

$$A = 3 + 4 + (-5) + (-6); B = (-1) + (-2) + (-3) + 4;$$

$$C = 150 + 300 + (-255) + (-195); D = (-52) + (-48) + 12 + 88$$

5) Calcule $(a + b) + c$, puis $a + (b + c)$:

- Pour $a = (-7)$, $b = (-9)$, $c = (+4)$;

- Pour $a = (-37)$, $b = (+74)$, $c = (-37)$.

6) Calcule $(a + b) + c$ lorsque $a = (+17)$ et $b + c = (-37)$.

7) a, b, c étant trois entiers relatifs, calcule b pour que l'on ait à la fois :

$$a + (b + c) = c \text{ et } a + a = (-16)$$

Que peux-tu dire de a et b ?

SOUSTRACTION DANS $\mathbb{Z}$

I. LA SOUSTRACTION DANS $\mathbb{Z}$ EST TOUJOURS POSSIBLE

Activité 1

Consigne : Remplace les points par l'entier relatif qui convient :

$$(+5) + \dots = (-4) ; (+5) + (-9) = (-4)$$

(-9) est le nombre qu'il faut ajouter à $(+5)$ pour obtenir (-4) .

On l'appelle différence de (-4) et $(+5)$. On écrit $(-4) + (+5) = (-9)$

La différence de deux entiers relatifs a et b est l'entier relatif x tel :

$$b + x = a \text{ on a donc } a - b = x$$

II. MOYEN PRATIQUE DE CALCUL

Règle : Pratiquement, retrancher un entier relatif c'est ajouter son opposé.

$$a - b = a + \textit{oppb}$$

Dans $\mathbb{Z}$, une soustraction se ramène donc à une addition

Activité 2

Consigne : Effectue les soustractions

$$(+7) - (-2); (-7) - (-3); (+12) - (-4); (-7) - (+17); (-5) - (-14)$$

Remarque :

- Opposé de b s'écrit $-b$.

$$\text{On a donc } -(-4) = 4$$

- Le signe $(-)$ a trois significations

$$\text{Exemple : } -(-12) - 14 + (-8)$$

opposé

soustraction

négatif

III. REMPLACER UNE ADDITION PAR UNE SOUSTRACTION

Règle : Tous les entiers relatifs a et b vérifient l'égalité :

$$a + b = a - \textit{oppb}$$

Ainsi, on remplace une addition par une soustraction.

Activité 3

Consigne : Remplace les additions suivantes par des soustractions :

$$(-5) + (+7) ; (+17) + (-13) ; 0 + (-15) ; x + (+9) ; (-25) + x ;$$

IV. SUITE D'ADDITIONS ET DE SOUSTRATIONS

Définition : Une somme algébrique est une suite d'additions et de soustractions de nombres.

Exemple : Soit la somme algébrique:

$$S = (+8) + (-4) - (+7) - (-2) + (+3).$$

- Tu peux l'écrire sous la forme d'une somme d'entiers relatifs.

$$S = (+8) + (-4) + (-7) + (+2) + (+3).$$

- Tu peux l'écrire sous la forme d'une somme algébrique d'entiers positifs.

$$S = (+8) - (+4) - (+7) + (+2) + (+3).$$

- Tu peux simplifier : l'écrire sans les parenthèses.

$$S = 8 - 4 - 7 + 2 + 3.$$

Parmi ces écritures, il est plus facile de calculer avec l'écriture sous la forme d'une somme d'entiers relatifs.

Tu peux procéder ainsi :

$$S = (+8) + (-4) + (-7) + (+2) + (+3).$$

$$S = [(+8) + (+2) + (+3)] + [(-4) + (-7)].$$

$$S = (+13) + (-11).$$

$$S = (+2).$$

Activité 4

Consigne : Calcule les expressions suivantes :

$$A = (+18) - (-13) - (+16) + (-27) + (+17) - (+19) ;$$

$$B = (-5) + [(-8) - (-7)]$$

EXERCICES

- 1) Calcule les différences : $(+18) - (-38)$; $(-192) - (9)$; $(-37) - (-7)$;
 $(+34) - (-14)$; $12 - 4$; $12 - (-4)$; $(-67) - 37$; $(-4) - 12$; $(-4) - (-4)$
- 2) Pour chacune des expressions suivantes, donne la signification du signe $(-)$ puis calcule l'expression :
 $A = -3 - (-8)$; $B = 15 - (-17) - 32$
 $C = -(-9) - (-8) - 17$; $D = -(-21) + (-5) - 12$.
- 3) Ecris chacune des expressions suivantes A, B, C :
 a) mets sous la forme d'une somme d'entiers relatifs.
 b) mets sous la forme d'une somme algébrique d'entiers positifs.
 c) Simplifie.
 $A = (+19) - (-48) - (+19) + (+25) + (-13) - (-8)$;
 $B = (-18) + (-25) - (-37) - (+21) + (+72) - (+47)$;
 $C = (-47) - (-29) + (+81) + (+78) - (+19) - (-24)$.
 Calcule ensuite A, B et C.
- 4) En respectant l'ordre des opérations, calcule les expressions suivantes : $A = (-3) - [5 - (7 - 25)]$; $B = 15 + [1 - (2 + 4)]$;
 $C = [12 - (-12)] - (12 + 34)$
- 5) Calcule l'entier relatif x dans les égalités suivantes en écrivant toutes les étapes :
 $(+23) + x = (+17)$; $(-17) + x = (-20)$; $(+30) + x = (+15)$;
 $x - (+23) = +17$; $x - (-17) = (-20)$; $x - (+40) = (-30)$;
 $(+16) - x = (-32)$; $(-14) - x = (-8)$; $(-9) - x = -43$.
- 6) a) En précisant toutes les propriétés utilisées, calcule x et y sachant que : $x + 3 = 0$ et $9 + y = 0$
 b) Quel est le signe de $(x - y)$?
 c) Quel est le signe de $(y - x)$?
 d) Calcule $(x - y) + (y - x)$. Que peux-tu conclure ?

MULTIPLICATION DANS $\mathbb{Z}$

I. PRODUIT D'ENTRIERS RELATIFS

Le produit de deux nombres relatifs est un nombre relatif et la valeur absolue du résultat est le produit des valeurs absolues des deux nombres

1. Produit de deux nombres de même signe

Règle : Pour multiplier deux nombres de même signe, on multiplie leurs valeurs absolues et on attribue au résultat le signe (+).

Exemple : $(+5) \times (+3) = + 15 ;$
 $(-7) \times (-4) = + 28$

Retenons : Le produit de deux nombres de même signe est positif (+).

Activité 1

Consigne : Effectue les produits suivants :

$(+3).(+2) ; (-3).(-3) ; (+2).(+3) ; (-3).(-2) ;$
 $(+4).(+2) ; (-8).(-10) ; (+11).(+1) ; (-17).(-1).$

2. Produit de deux nombres de signes contraires

Règle : Pour multiplier deux nombres de signes opposés, on multiplie leurs valeurs absolues et on attribue au résultat un signe négatif.

Exemples : $(+5) \times (-3) = - 15 ;$
 $(-7) \times (+4) = - 28$

Retenons : Le produit de deux nombres de signes différents est négatif.

Activité 2

Consigne : Effectue les produits suivants :

$(+4).(-2) ; (-2).(+4) ; (+5).(-2) ; (-2).(+5) ; (+4).(-3) ; (-4).(+3)$

Remarque : le tableau des signes permet de mémoriser les deux règles de calcul

Tableau des signes :

$(+) \times (+) = +$ $(+) \times (-) = -$
 $(-) \times (-) = +$ $(-) \times (+) = -$

3. Produit de plusieurs nombres relatifs

Règle 1 : Le produit de plusieurs nombres relatifs est positif s'il comporte un nombre pair de facteurs négatifs.

Exemple : Le produit $(-3).(+4).(-32).(-5).(+14).(-9)$ est positif car il comporte *4 facteurs négatifs*

Règle 2 : Le produit de plusieurs nombres relatifs est négatif s'il comporte un nombre impair de facteur négatif.

Exemple : Le produit $(-3).(+4).(-32).(-5).(+14).(+9)$ est négatif car il comporte 3 facteurs négatifs.

Activité 3

Consigne : On te donne : $A = (+7).(-5).(-3).(-1)$ et $B = (-45).(+2).(-1)$

- 1) Donne le signe de A et le signe de B.
- 2) Calcule A et B.

II. PROPRIETES DE LA MULTIPLICATION

Activité 4

Consigne 1 : Calcule puis compare avec $=$ ou $\neq$: $(-3)(+7)$ et $(+7)(-3)$

Propriété 1

Tous les entiers relatifs a et b vérifient l'égalité : $a.b = b.a$

La multiplication dans $\mathbb{Z}$ est commutative.

Consigne 2 : Calcule puis compare avec $=$ ou $\neq$

$[(-2).(-104)].(+4)$ et $(-2).[(-104).(+4)]$

Propriété 2

Tous les entiers relatifs a , b et c vérifient l'égalité : $(a.b).c = a.(b.c)$

La multiplication dans $\mathbb{Z}$ est associative.

Consigne 3 : Calcule : $(-3).1$; $1.(-3)$; $(+4).1$; $1.(+4)$

Propriété 3

Tout entier relatif a , vérifie l'égalité : $1 \times a = a$ et $a \times 1 = a$

On dit que 1 est élément neutre pour la multiplication dans $\mathbb{Z}$.

III. ROLE DE ZERO :

Activité 5

Consigne : Calcule : $(-3) \times 0$; $(+7) \times 0$; $(-148) \times (+53) \times (32) \times 0 \times (-53)$

Exemple de réponse

$$(-3) \times 0 = 0 ; (+7) \times 0 = 0 ; (-148) \times (+53) \times (32) \times 0 \times (-53) = 0$$

Règle : Un produit est nul si l'un au moins des facteurs est nul.

$$a \cdot b = 0 \text{ si } a = 0 \text{ ou } b = 0$$

IV. ROLE DE (-1) :

Activité 6

Consigne : Calcule : $(-1) \times (-6)$; $(-1) \times (+6)$; $(+14) \times (-1)$; $(-14) \times (-1)$

On retient que : $(-1) \times a = \text{opp}(a)$ et $a \times (-1) = \text{opp}(a)$

V. DISTRIBUTIVITE

Activité 7

Consigne 1 : Calcule puis compare avec $=$ ou $\neq$

$$[(-3) + (+8)](-2) \text{ et } (-3)(-2) + (+8)(-2) ;$$

$$[(-7) - (-15)](-3) \text{ et } (-7)(-3) - (-15)(-3)$$

Propriété 4

Tous les entiers relatifs a , b , k et c vérifient les égalités :

$$k(a + b) = ka + kb$$

$$k(a - b) = ka - kb$$

$$k(a + b - c) = ka + kb - kc$$

On dit que la multiplication est distributive par rapport à l'addition et par rapport à la soustraction dans $\mathbb{Z}$

Consigne 2 : Complète en utilisant la distributivité,

$$(+5)[(-7) + (+2)] = \dots \times (-7) + \dots \times (+2) ;$$

$$\dots [(+8) + \dots] = (-2) \times (+8) + \dots \times (+4).$$

$$(-5)[(+10) + (-6)] = \dots \times (+10) + \dots \times (-6) ;$$

$$\dots (x + \dots) = ax + \dots y.$$

EXERCICES

1) Ecris sous la forme d'un produit les sommes suivantes :

$$(-7) + (-7) + (-7) + (-7) + (-7); \quad (+8) + (+8) + (+8) + (+8)$$

2) Effectue les produits suivants :

$$(+8) \times (+9); \quad (+87) \times (+132); \quad (-7) \times (+11); \quad (+54) \times (+47)$$

$$(-13) \times (-1); \quad (-47) \times (+83); \quad (-89) \times (-76); \quad (-12) \times (+10)$$

$$(-47) \times (+13); \quad (-59) \times (-64)$$

3) Calcule le produit $P = a.b.c$ dans les cas suivants :

$$a = (+5), b = (+4), c = (+8)$$

$$a = (+11), b = (-7), c = (-13)$$

$$a = (-12), b = (-14), c = (+8)$$

$$a = (-4), b = (0), c = (+9)$$

4) Trouve le nombre relatif x sachant que :

$$a) (-19).x = 0; \quad d) (-14).x = (+28)$$

$$b) (-9).x = (-9); \quad e) (-3).x = (-21)$$

$$c) (-37).x = (+37) \quad f) x.(-37) = 0$$

5) Après avoir indiqué le signe de chacun des produits suivants, effectue le plus rapidement possible les calculs :

$$a = (-10) \times (+4) \times (-1) \times (+15) \times (-2) \times (+5)$$

$$b = (+125) \times (+10) \times (-4) \times (-2) \times (-10) \times (-1)$$

$$c = (+8) \times (-100) \times (-5) \times (+4) \times (+200) \times (+5)$$

6) Calcule en respectant le programme donné :

$$A = 3 \times 7 - 2 \times 9; \quad F = 5 \times (-4 + 3) + 7 \times (7 - 2)$$

$$B = 5 \times 8 - 3 \times 7 + 2 \times 11; \quad G = 19 - 5 \times (8 - 17) + 19$$

$$C = 3 - 2 \times 7 + 6; \quad H = 72 - 4 \times (19 - 8) - 53$$

$$D = 13 \times 5 - 4 + 2 \times 4; \quad I = (3 - 7) \times (8 - 2) + 17$$

$$E = 72 - 3 \times 5 + 13; \quad J = 57 - (7 - 13) \times (42 - 25)$$

ORDRE DANS $\mathbb{Z}$

I. COMPARAISON DE DEUX NOMBRES RELATIFS POSITIFS

Règle : De deux nombres relatifs positifs, le plus grand est celui qui a la plus grande valeur absolue

Activité 1

Consigne :

1) Complète avec $<$ ou $>$

$(+7) \dots (+5)$; $(+3) \dots (+8)$; $(+325) \dots (+5742)$; $(+172) \dots (+48)$

2) Complète avec $\leq$ ou $\geq$

$(+10) \dots (+9)$; $(+3) \dots (+3)$; $(+28) \dots (+35)$; $(+720) \dots (+720)$

Remarque

Tout nombre positif est supérieur à zéro.

Si $x > 0$ alors x est un nombre positif.

II. COMPARAISON DE DEUX NOMBRES RELATIFS NEGATIFS

Règle : De deux nombres relatifs négatifs, le plus grand est celui qui a la plus petite valeur absolue

Activité 2

Consigne :

1) Complète avec $<$ ou $>$

$(-4) \dots (-1)$; $(-12) \dots (-15)$; $(-32) \dots (-45)$; $(-60) \dots (-40)$

2) Complète avec $\leq$ ou $\geq$

$(-7) \dots (-5)$; $(-10) \dots (-10)$; $(-2) \dots (-9)$; $(a) \dots (a)$

Remarque

Tout nombre négatif est inférieur à zéro.

Si $x < 0$ alors x est un nombre négatif.

III. COMPARAISON DE DEUX NOMBRES RELATIFS DE SIGNES DIFFÉRENTS

Règle : De deux nombres relatifs de signes différents, le plus grand est le nombre positif.

Activité 3

Consigne : Complete :

$(-3) \dots (+5) ; (+12) \dots (-428) ; (+8) \dots (-9) ; (-11) \dots (+6)$

IV. COMPARAISON ET DIFFÉRENCE

Règle : Pour comparer deux nombres relatifs a et b , tu peux calculer la différence $a - b$:

Si $a - b$ est positif ($a - b \in \mathbb{Z}^+$) alors $a > b$

Si $a - b$ est négatif ($a - b \in \mathbb{Z}^-$) alors $a < b$

Si $a - b = 0$ alors $a = b$

Activité 4

Consigne : compare

$(+3)$ et $(+2)$; (-5) et (-3) ; (-6) et $(+2)$; (-4) et (-4)

V. RANGEMENT DES NOMBRES

Activité 5

Consigne : Range les nombres suivants par ordre de grandeur croissante (utilise $<$) : (-3) ; $(+5)$; (-5) ; (-23) ; $(+11)$; 0 ; (-12) .

Exemple de réponse

$(-23) < (-12) < (-5) < (-3) < 0 < (+5) < (+11)$

Comparaison par déduction

Si $a < b$ et $b < c$ alors $a < c$

Si $a > b$ et $b > c$ alors $a > c$

Si $a \leq b$ et $b \leq a$ alors $a = b$

Si $a \geq b$ et $b \geq a$ alors $a = b$

VI. PROPRIETES

Activité 6

On te donne l'inégalité : $(-2) \leq (+3)$

Consigne 1 :

a) Ajoute (-4) aux deux membres :

$$(-2) + (-4) = (-6) \text{ et } (+3) + (-4) = (-1)$$

Tu obtiens : $(-6) \leq (-1)$

b) retranche (-4) aux deux membres :

$$(-2) - (-4) = (-2) + (+4) = (+2) \text{ et } (+3) - (-4) = (+3) + (+4) = (+7)$$

Tu obtiens : $(+2) \leq (+7)$

Propriété 1 : On peut ajouter ou retrancher un même nombre aux deux membres d'une inégalité ; on obtient une nouvelle inégalité ayant le même signe d'inégalité.

Consigne 2 : Multiplie les deux membres par un nombre positif, par exemple $(+5)$: $(-2) \times (+5) = (-10)$ et $(+3) \times (+5) = (+15)$

Tu obtiens : $(-10) \leq (+15)$. Tu admetts la propriété suivante :

Propriété 2 : On peut multiplier les deux membres d'une inégalité par un même nombre positif différent de zéro ; on obtient une nouvelle inégalité ayant le même signe d'inégalité.

Consigne 3 : Multiplie les deux membres par un nombre négatif, par exemple (-5) : $(-2) \times (-5) = (+10)$ et $(+3) \times (-5) = (-15)$

Tu obtiens : $(+10) \geq (-15)$. Tu admetts la suivante :

Propriété 3 : On peut multiplier les deux membres d'une inégalité par un même nombre négatif différent de zéro.

Si le signe de l'inégalité est $\leq$, le signe de la nouvelle inégalité est $\geq$.

Si le signe de l'inégalité est $\geq$, le signe de la nouvelle inégalité est $\leq$.

Si le signe de l'inégalité est $<$, le signe de la nouvelle inégalité est $>$.

Si le signe de l'inégalité est $>$, le signe de la nouvelle inégalité est $<$.

EXERCICES

1) Compare :

(+8) et (+15) ; (-7) et (-4) ; (-11) et (+11) ;
 (-23) et (-45) ; (+24) et (+19) ; (-51) et (-32).

2) Calcule $a - b$ puis compare a et b dans les cas suivants :

$a = +4$ et $b = +7$; $a = -7$ et $b = -3$; $a = -12$ et $b = -15$
 $a = -3$ et $b = +5$; $a = -28$ et $b = -428$; $a = -75$ et $b = +15$

3) Range les nombres suivants par ordre de grandeur croissante :

(-3) ; (+22) ; (+78) ; (-14) ; (-63) ; (+7).

4) Range les nombres suivants par ordre de grandeur décroissante :

(+92) ; (-15) ; (-9) ; (+3) ; (+45) ; (-1).

5) Ecris par énumération les ensembles suivants :

$A = \{x/x \in \mathbb{Z}, x \geq (-3) \text{ et } x \leq (+5)\}$;

$B = \{x/x \in \mathbb{Z}, x > (-7) \text{ et } x \leq (+1)\}$

$C = \{x/x \in \mathbb{Z}, x \geq (-1) \text{ et } x \leq (-2)\}$;

$D = \{x/x \in \mathbb{Z}, x < 0 \text{ et } x \geq (-5)\}$.

6) Soient les deux entiers relatifs (+3) et (-4).

a) Ecris la relation d'inégalité qui existe entre ces deux nombres.

b) Trouve les opposés des deux nombres, puis la relation d'inégalité qui existe entre ces opposés.

7) Soient x et y deux entiers relatifs tels que : $x \geq y$.

a) Compare les deux sommes suivantes :

$x + [\text{opp}(x) + \text{opp}(y)]$ et $y + [\text{opp}(x) + \text{opp}(y)]$.

b) Calcule les deux sommes.

En déduis la comparaison de $\text{opp}(y)$ et $\text{opp}(x)$.

PUISSANCES D'UN ENTIER RELATIF

I. PRODUIT ET PUISSANCES

Exemple : L'expression $(-7) \times (-7) \times (-7) \times (-7)$ est un produit de quatre (4) facteurs égaux à (-7) on le note $(-7)^4$ et on lit « moins sept puissance 4 » donc on peut écrire : $(-7).(-7).(-7).(-7) = (-7)^4$

(-7) est la **base** et 4 est l'**exposant** (il indique le nombre de facteurs).

Définition

Pour tout nombre relatif a et un entier naturel n :

$$a \times a \times a \times \dots \times a \text{ (} n \text{ facteurs)} = a^n$$

Activité 1

Consigne 1 : Mets sous la forme a^n ($a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$)

$$(-5) \times (-5) \times (-5) ; \quad 25 \times 25 \times 25 ; \quad (+18) \times (+18) \times (+18) ;$$

$$(-18)(-18)(-18)(-18)(-18) ; \quad (-2).(-2).(-2)(-2).(-2) ;$$

$$(-5) \times (-5) \times \dots \times (-5) \text{ (} n \text{ facteurs)} ; \quad t \times t \times \dots \times t \text{ (} k \text{ facteurs)}$$

Consigne 2 : Calcule : $(-5)^2$; 2^5 ; $(-11)^2$; $(+13)^2$; $(-3)^3$

II. VALEUR ABSOLUE ET PUISSANCES

Activité 2

Consigne : Calcule puis compare avec $=$ ou $\neq$:

$$|(-3)^3| \text{ et } |(-3)|^3 ; |(+5)^2| \text{ et } |(+5)|^2$$

Propriété : Pour tout nombre relatif a : $|a^n| = |a|^n$ avec $n \in \mathbb{N}$.

III. OPPOSES ET PUISSANCES

Activité 3

Consigne : Calcule : $(+2)^2$; $(+2)^3$; $(-2)^2$; $(+2)^3$; $(-2)^3$

Ainsi : Pour tous nombres relatifs x :

$$x^n = (-x)^n \text{ si } n \text{ est pair}$$

$$(-x)^n = -x^n \text{ si } n \text{ est impair.}$$

IV. SIGNE DE a^n

Activité 4

Consigne 1 : Calcule :

$$3^0 ; 3^1 ; 3^2 ; 3^3 ; 3^4 ; 3^5$$

$$(-3)^0 ; (-3)^1 ; (-3)^2 ; (-3)^3 ; (-3)^4 ; (-3)^5$$

Signe de a^n

Si a est positif, quel que soit n , a^n est positif.

Si a est négatif et si n est pair, a^n est positif.

Si a est négatif et si n est impair, a^n est négatif.

Consigne 2 : Les nombres suivants sont-ils éléments de $\mathbb{Z}^+$ ou $\mathbb{Z}^-$

$$5^7 ; (-2)^9 ; (-5)^{12} ; 32^{14} ; (-25)^{2011} ; (-1)^{2012}.$$

V. OPERATIONS SUR LES PUISSANCES

a et b sont des entiers relatifs non nuls, n et p sont des entiers naturels :

- $a^n \times a^p = a^{n+p}$
- $(a^n)^p = a^{np}$
- $(a \times b)^n = a^n \times b^n$
- $a^n = a^p$ lorsque $n = p$

Activité 5

Consigne 1 : Ecris sous la forme d'une seule puissance :

a) $(-3)^2 \times (-3)^4 ; a^5 \times a^7 \times a^8 ; (+2)^5 \times (+2) ; x^3 \cdot x$

b) $(3^7)^2 ; [(-5)^4]^3 ; (a^5)^3 ; [(+7)^9]^4$

c) $3^3 \times 4^3 ; (-4)^6 \times (+2)^6 ; a^8 \times b^8 ; 25x^2$

Consigne 2 : Ecris sous la forme $(a^n)^p$:

$$(-3)^8 ; (+8)^6 ; (-3)^7 ; (-20)^{25}$$

Consigne 3 : Ecris sous la forme de produit de puissances :

$$(-10)^7 ; (+12)^5 ; [(-2) \cdot (+7)]^5 ; (3x)^2$$

Consigne 4 : On te donne $A = 2x^3 - 5x^2 + 3x - 7$

Calcule A pour $x = 3$ et pour $x = -2$

EXERCICES

- 1) Calcule les puissances d'exposant 2, 3, et 4 des nombres relatifs suivants : (-2) ; (-4) ; $(+3)$; $(+5)$.
- 2) Ecris sous la forme d'une seule puissance d'un nombre relatif.
 $(-3)^4 \times (-3)^7$; $(-2)^2 \times [(-2)^3]^2$; $(4^2)^3 \times [(4^2)^3]^2$;
 $8 \times 2^4 \times 32$; $49 \times (7^2)^3$; $5^2 \times 25 \times 125$; $5^3 \times (-5)^2 \times 5^2$.
- 3) Calcule : $A = 2^3 \times 3^2$
- 4) Simplifie : $B = 2ab^2 \times 3a^2b^2$; $C = (5ab^3)^2$.
- 5) Calcule les nombres suivants pour $a = 2$; $b = 3$; $c = -1$.
 a^2b^3 ; ab^2c ; abc^2 ; a^2b^3c ; $(ab^2)^2$; a^2bc^2 ;
 a^2b ; $(5ab)^2$; $(abc)^2$; $a^2(b^2c^3)^2$; $3abc^2$; $-6a^3b^2c$.
- 6) Simplifie puis calcule pour $a = -2$; $b = 2$; $c = -1$
 $A = 2a^2b \times 3ab^2$; $D = 4(ab^2)^2 \times (ac)^3$;
 $B = 4ab^3c \times 5b^3$; $E = (2a^2bc)^3$;
 $C = -4a^2c \times abc$; $F = 3a^3bc \times 4a^2c$
- 7) Indique si les nombres suivants appartiennent à $\mathbb{Z}^+$ ou $\mathbb{Z}^-$:
a) $(+7)^{15}$; $(-19)^{12}$; $(-34)^{27}$; $(+43)^{46}$; $(+21)^{38}$.
b) $(-97)^{25}$; $(+48)^{33}$; $(-79)^{84}$; $(-3)^{13}$; $(-7)^{83}$.
- 8) Remplace x par le nombre entier naturel qui convient :
 $3^2 \times 3^x = 3^7$; $[(-7)^x]^2 = (-7)^{10}$;
 $(-5)^3 \times (-5)^4 \times (-5)^x = (-5)^{13}$; $(-4)^4 \times [(-4)^3]^x = (-4)^{13}$.
- 9) Soient le nombre relatif $a = (+15)$ et les nombres naturels $h = 2$ et $k = 3$
 - a) Calcule a^h .
 - b) On pose $a^h = b$, calcule b^k .
 - c) Calcule le produit $h.k$ puis calcule a^{hk} .
 - d) Compare $(a^h)^k$ et a^{hk} .

NOMBRES DECIMAUX

I. LIRE ET ECRIRE DES NOMBRES DECIMAUX

Dans l'écriture décimale d'un nombre, la virgule sépare la partie entière et la partie décimale.

NB : Les nombres entiers sont des décimaux dont la partie décimale est égale à zéro ; ils peuvent s'écrire sans la virgule.

1. **Lire des nombres décimaux :** Le tableau suivant permet une lecture correcte d'un nombre décimal

Partie entière									Virgule	Partie décimale			
Classe des millions			Classe des mille			Classe des unités				dixième	centième	millième	Dix-millième
c	d	U	c	d	u	c	d	u					
					7	6	1	5	,	4	3	4	6

Le nombre 7615,4346 se lit « 7615 virgule 4346 »

2. **Ecrire des nombres décimaux :**

Exemples :

- Le nombre 137,24 s'écrit en lettres

137,24 = cent trente-sept virgule vingt-quatre

- En chiffres : six cent quarante-deux virgule zéro-huit = 642,08

Activité 1

Consigne 1 : Ecris en lettres les nombres suivants :

0,09 ; 373,42 ; 123,4 ; 24,1.

Consigne 1 : Ecris en chiffres les nombres suivants :

Douze virgule trois cent vingt-cinq ; zéro virgule sept cent soixante-quatre ; zéro virgule zéro quatre.

II. FORME D'ECRITURE DES NOMBRES DECIMAUX

Les nombres décimaux s'écrivent de différentes manières.

Exemple : 0,25 (écriture décimale) s'écrit $\frac{25}{100}$ (écriture sous forme de fraction décimale)

Activité 2

Consigne 1 : Ecris sous forme de fraction décimale

325,002 ; 0,00015 ; 28,415 ; 0,1 ; 0,001 ; 0,0001

Consigne 2 : Ecris sous forme de nombre décimal à virgule

$\frac{125}{100}$; $\frac{125}{1000}$; $\frac{2475}{1000}$; $\frac{400}{100000}$

III. COMPARER DEUX NOMBRES DECIMAUX

1^{er} cas : Les deux nombres n'ont pas même partie entière

Le plus grand est celui qui a la plus grande partie entière.

Exemple : $34,97 < 35,2$ car $34 < 35$

2^{ème} cas : Les deux nombres ont même partie entière

On compare chiffre par chiffre leurs parties entières, en ajoutant au besoin des zéros.

Exemples :

$56,24 > 56,239$ car $4 > 3$

$3,5 < 3,54$ équivaut à $3,50 < 3,54$ donc $3,5 < 3,54$ car $0 < 4$

Activité 3

Consigne 1 : Compare :

a) 0,00157 et 0,00156

b) 345,0715 et 347,07123

c) 0,0013 et 0,000013

Consigne 2 : Range dans l'ordre croissant : 5,6 ; 4,33 et 4,385

Consigne 3 : Range dans l'ordre décroissant : 41,667 ; 41,3 et 50,1

IV. OPERATIONS SUR LES NOMBRES DECIMAUX

Activité 4

Consigne 1 : Pose et effectue les additions suivantes :

- a) $3,7053 + 2,635$
- b) $235,036 + 425,205$
- c) $0,757 + 255$

Consigne 2 : Pose et effectue les soustractions suivantes :

- a) $315,325 - 312,523$
- b) $1549,54 - 45,451$
- c) $0,00018 - 0,000095$

Consigne 3 : Pose et effectue les multiplications suivantes :

- a) $3,251 \times 3,5$
- b) $0,0025 \times 0,25$

Consigne 4 : Effectue les divisions suivantes :

- $3,25 \div 2,23$; $15,3 \div 7,23$
- a) à 0,1 près par défaut
- b) à 0,01 près par défaut
- c) à 0,001 près par défaut

V. NOMBRES DECIMAUX RELATIFS

Les nombres décimaux accompagnés du signe (+) ou (-) sont des nombres *décimaux relatifs*.

Exemple : $(+2,53)$; $(-13,75)$; 0 ; 3,5 sont des décimaux relatifs.

On désigne par $\mathbb{D}$ l'ensemble des nombres décimaux relatifs.

- Les nombres décimaux accompagnés du signe (+) ou sans signe sont des décimaux relatifs positifs. L'ensemble des décimaux relatifs positifs ou nuls est noté $\mathbb{D}^+$.

- Les nombres décimaux accompagnés du signe (-) sont des décimaux relatifs négatifs. L'ensemble des décimaux relatifs négatifs ou nuls est noté $\mathbb{D}^-$.
- $\mathbb{D}^*$ est l'ensemble des décimaux non nuls.

Remarque : Tout entier relatif est un décimal relatif $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$.

1. **Valeur absolue :** La valeur absolue d'un décimal relatif est le décimal sans son signe.

La valeur absolue de $(-7,4)$ est 7,4. On note $|(-7,4)| = 7,4$

2. **Décimaux opposés :** Deux décimaux sont dits opposés lorsqu'ils ont même valeur absolue et de signes contraires.

$(+2,4)$ et $(-2,4)$ sont opposés. On note $\text{opp}(+2,4) = -2,4$. On a aussi $\text{opp}(-2,4) = +2,4$.

Activité 5

Consigne 1: Complète avec $\in$ ou $\notin$

$(-3,4) \dots \mathbb{D}$; $(-30) \dots \mathbb{D}$; $(+\frac{1}{2}) \dots \mathbb{D}$; $(-\frac{1}{3}) \dots \mathbb{D}$; $(-2,01) \dots \mathbb{D}^-$

$(+4,5) \dots \mathbb{D}^+$; $(-\frac{1}{2}) \dots \mathbb{D}^+$; $(+\frac{5}{2}) \dots \mathbb{D}^-$.

Consigne 2 : Complète

$|(+36)| = \dots$; $|(-9)| = \dots$; $|(-30,5)| = \dots$; $|(+17,4)| = \dots$

Consigne 3 : Reproduis et complète le tableau suivant :

Nombre	Valeur absolue	Positif ou négatif	Opposé
-17,6			
+3,09			
	0,5	positif	
	101,7	Négatif	
			-70
			+1,13

3. Opérations dans $\mathbb{D}$

L'addition, la soustraction et la multiplication dans $\mathbb{D}$ se définissent de la même manière que dans $\mathbb{Z}$.

Les propriétés de ces opérations et les règles opératoires dans $\mathbb{D}$ sont les mêmes que dans $\mathbb{Z}$.

Activité 6

Consigne 1 : Effectue les additions suivantes :

$$(+13,5) + (+2,05) ; (-0,5) + (-1,5)$$

$$(-7,3) + (+2) ; (-4) + (+7,8)$$

Consigne 2 : Effectue les soustractions suivantes :

$$(-19,2) - (-9) ; (-27,3) - (+2,3)$$

$$(-37,5) - (+7,5) ; (+34,9) - (-4,9)$$

Consigne 3 : Effectue les multiplications suivantes :

$$(+0,2).(+5,1) ; (-1,5).(-2)$$

$$(-0,03).(+0,1) ; (-0,4).(+0,4)$$

EXERCICES

1) Calcule les sommes suivantes :

$$\begin{aligned} & (+18) + (+27) ; (-1,5) + (+52) ; (+98) + (-37) ; (-7,3) + (-4,5) \\ & (+0,9) + (-0,4) ; (-63) + (+9,7) ; (+49) + (-0,1) ; (-2,3) + (-4,7) \\ & (-42) + (-5,6) ; (+3,1) + (-0,5) ; (-12) + (-1,8) ; (-1,2) + (-18) \end{aligned}$$

2) Soient les décimaux relatifs : $x = (+1,7)$ et $y = (-9,2)$

a) Calcule la somme $x + y = S$.

b) Détermine $\text{opp}(x)$ et $\text{opp}(y)$; puis calcule la somme
 $\text{opp}(x) + \text{opp}(y) = S$.

c) Compare S et t .

Même exercice pour :

$$x = (-3,2) \text{ et } y = (+5) ; x = (+4,3)$$

$$y = (+11) ; x = (-0,9) \text{ et } y = (-4,8).$$

3) Calcule les différences suivantes :

$$\begin{aligned} & (+0,9) - (+1,8) ; (+3,2) - (-5,1) ; (-2,1) - (15) ; (-6,1) - (+3,2) \\ & (-7,4) - (-3,5) ; (+27) - (+32) ; (+0,9) - (+3) ; (-5,1) - (-3,2) \end{aligned}$$

4) Détermine les nombres décimaux relatifs x , y , z et t qui vérifient les égalités suivantes :

$$(+2,3) + x = (-5,1) ; (-7) + y = (+9,2)$$

$$(+1,4) + z = (-2) ; (+2) + t = (-4,7)$$

$$(-0,8) + x = (+1) ; (+0,1) + y = (-5)$$

$$(2,3) + z = (-23) ; (-0,4) + t = (+6)$$

5) Effectue les produits suivants :

$$(+0,7) \times (-3,2) ; (-5,1) \times (-1,3) ; (2,4) \times (15)$$

$$(-4,5) \times (-0,6) ; (-5,8) \times (+12) ; (-0,9) \times (-16)$$

6) On te donne deux décimaux relatifs x et y dont le produit xy est positif.

Détermine le signe de x et de y dans les cas suivants :

a) La somme $x + y$ est positive.

b) La somme $x + y$ est négative.

7) Soit la somme : $S = [(+3,1) \times (+7,2)] + [(-3,1) \times (-8,5)]$

a) Trouve un facteur commun à chacun des termes de cette somme.

b) Factorise cette somme.

c) Calcule cette somme.

Même exercice pour :

$$S = [(+5,2) \times (-0,3)] + [(+0,7) \times (+5,2)]$$

$$S = [(-0,6) \times (3,4)] - [(+8,5) \times (-3,4)]$$

$$S = [(-4,3) \times (-7,5)] - [(-4,3) \times (+5,2)]$$

$$S = [(-0,7) \times (+1,1)] + [(-0,7) \times (-12)]$$

8) Soit la somme : $S = (+21,7) + (-48,3) + (+29,4) + (+53,2)$

a) Complète les égalités suivantes :

$$(+21,7) = (+7) \times (...); \quad (-48,3) = (+7) \times (...)$$

$$(+29,4) = (+7) \times (...); \quad (+53,2) = (+7) \times (...)$$

b) Factorise S.

c) Calcule S de deux façons différentes.

9) On te donne $a = (-2,75)$ et $b = (+4,2)$

a. Calcule : $a + b$; $a - b$; $(a + b)^2$; $(a - b)^2$; $(a + b)(a - b)$;

$$a^2 + 2ab + b^2; \quad a^2 - 2ab + b^2; \quad a^2 - b^2$$

b. Compare avec $=$ ou $\neq$

$$(a + b)^2 \text{ et } a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 \text{ et } a^2 - 2ab + b^2;$$

$$(a + b)(a - b) \text{ et } a^2 - b^2$$

GEOMETRIE

LA DROITE

I. POINTS ET DROITE

Activité 1

Consigne 1 : Marque un point M et trace des droites passant par M.

Combien de droites peux-tu tracer ?

Consigne 2 : Marque deux points A et B trace toutes les droites passant par A et B. Combien de droites peux-tu tracer ?

Propriétés

Propriété 1 : Par un point donné, il passe une infinité de droites.

Propriété 2 : Par deux points distincts, il passe une droite et une seule.

Propriété 3 : Une droite est **illimitée**.

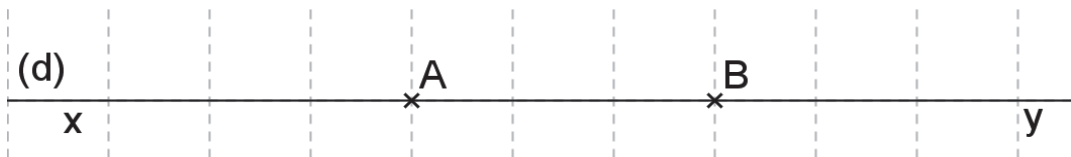
Représentation d'un point : En géométrie un point est représenté soit par un point (•) soit par une croix (×), et désigné en général par une lettre majuscule.

Exemple : × A ou • A

Détermination d'une droite : Deux points distincts A et B déterminent une droite et une seule.

Une droite se trace avec la règle.

Exemple : Observe la figure suivante



Cette droite se nomme aussi « droite (AB) » ou « droite (BA) ». On note (AB) ou (BA), la droite passant par les points A et B, ou (d) ou (xy).

On écrit : $A \in (d)$; $B \in (d)$.

E n'est pas un point de (d). On écrit $E \notin (d)$.

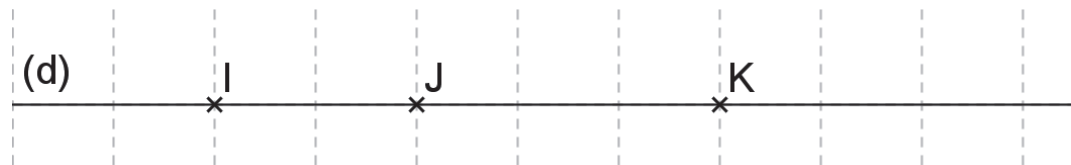
Définition

Une droite un ensemble particulier de points (de points alignés).

Une droite est illimitée.

Activité 2

Consigne : Observe la figure suivante :



1) Nomme la droite (d) de plusieurs façons en utilisant les points I, J, K.

2) Complète avec $\in$ ou $\notin$

I ... (d) ; J ... (d) ; K ... (d)

Points alignés : I, J et K sont trois points d'une droite (d').

On dit que ces **trois points sont alignés** et que J est entre I et J.

Activité 3

Consigne : Marque deux points P et M, puis un point S aligné avec P et M et tel que P soit entre S et M, enfin un point R tel que R ne soit pas un point de la droite (PM).

a) Trace toutes les droites passant par deux des points marqués et nomme-les.

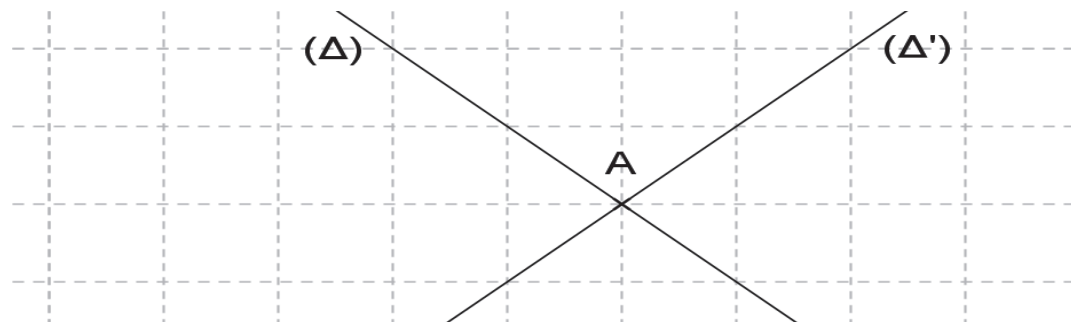
b) Complete :

S ... (PM) ; P ... (SR) ; M $\in$... ; S $\in$... ; ... $\in$ (PR) ; R $\notin$...

II. DROITES SECANTES

Activité 4

Consigne : Observe la figure suivante puis complète avec $\in$ ou $\notin$



$A \dots (\Delta) ; A \dots (\Delta')$

Conclusion

Le point A appartient à la fois à (Δ) et à (Δ') : On dit que les droites (Δ) et (Δ') se **coupent** en A ou que les droites (Δ) et (Δ') sont sécantes en A.

Le point A est l'**intersection** des droites (Δ) et (Δ') : c'est le point commun à ces deux droites. On note : $(\Delta) \cap (\Delta') = \{A\}$. On lit « **(Δ) inter (Δ') égal A** ».

Le symbole $\cap$ se lit « **inter** ».

Activité 5

Consigne 1 : Trace deux droites (d) et (d') sécantes en un point O.

Consigne 2 : Marque trois points non alignés M, P et C.

Trace les droites (MP) , (PC) et (MC) puis complète :

$$(MP) \cap (PC) = \dots ; (MP) \cap (MC) = \dots ; (PC) \cap (MC) = \dots$$

EXERCICES

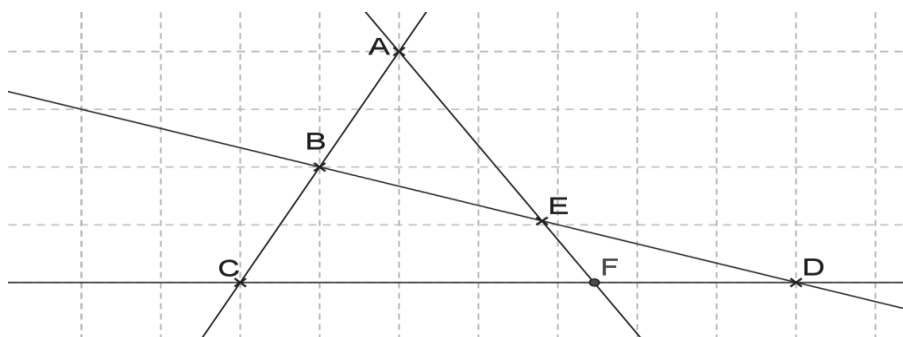
1) (d_1) et (d_2) sont deux droites sécantes en un point O.

a) Place deux points A et B tels que : $A \in (d_1)$, $A \notin (d_2)$; $B \in (d_2)$; $B \notin (d_1)$.

b) Trace la droite (AB) et place le point $M \notin (AB)$ et situé entre A et B.

c) Que peux-tu dire des droites (OM) et (d_1) ?

2) Observe la figure suivante :



a) Ecris deux phrases du modèle suivant :

Les droites (AB) et (AE) sont sécantes en A

b) Même question avec le modèle suivant :

Le point A est le point d'intersection des droites (AB) et (AE)

c) Les droites (CE) et (BF) sont-elles sécantes ?

Si oui donne un nom à leur point d'intersection.

Même question pour (CE) et (AD) .

d) Complète : $(AB) \cap (EF) = \dots$; $(AB) \cap (FD) = \dots$

3) Trace trois droites distincts (d_1) , (d_2) , (d_3) et marque les points distincts A, B, C, E tels que :

$A \in (d_1)$ $B \in (d_2)$ $C \in (d_3)$ $E \in (d_1)$

$A \in (d_2)$ $B \in (d_3)$ $C \in (d_1)$

Complète :

$(d_1) \cap (d_2) = \dots$, $(d_2) \cap (d_3) = \dots$, $(d_3) \cap (d_1) = \dots$

4) Marque cinq points distincts T, I, V, E, C tels que T, I, V soient alignés et que les droites (EC) et (TV) soient sécantes en I.

5) (d_1) , (d_2) et (d_3) sont trois droites.

Sur le tableau « oui » signifie que

(d_1) est sécante à (d_2) et « non » signifie que

(d_3) n'est pas sécante à (d_1)

Fais un dessin correspondant à ce tableau.

Complète le tableau par les « oui » ou « non » qui manquent.

	d_1	d_2	d_3
d_1		oui	
d_2			
d_3	non		non

6) Le point A est le point d'intersection des droites (d) et (d') . B est un point qui, n'appartient ni à (d) ni à (d') .

a) On trace une droite (D) passant par B et ne passant pas par A.

On compte les nouveaux points d'intersection.

- Réponse de Yacouba : « je trouve deux points » Imagine son dessin.
- Réponse de Aty : « je trouve un point » Imagine son dessin.
- Réponse de Daouda : « je trouve aussi un seul point, mais ce n'est pas le même dessin » Qu'en penses-tu ?
- Réponse de Moctar : « je trouve trois point » Qu'en penses-tu ?

b) On recommence cet exercice avec deux droites passant par B et ne passant pas par A. Compte les nouveaux points d'intersection.

- Cécile trouve quatre points,
- Pierre en trouve trois,
- Valérie en trouve deux.

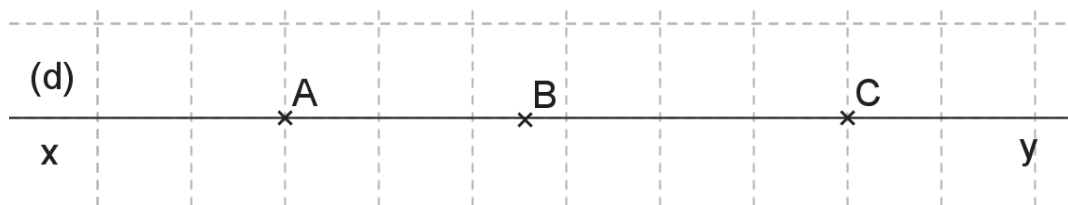
Imagine, si c'est possible, un dessin pour chacun d'eux. Peut-il y avoir d'autres, réponses ?

LA DEMI-DROITE, LE SEGMENT

I. DEMI-DROITE

Activité 1

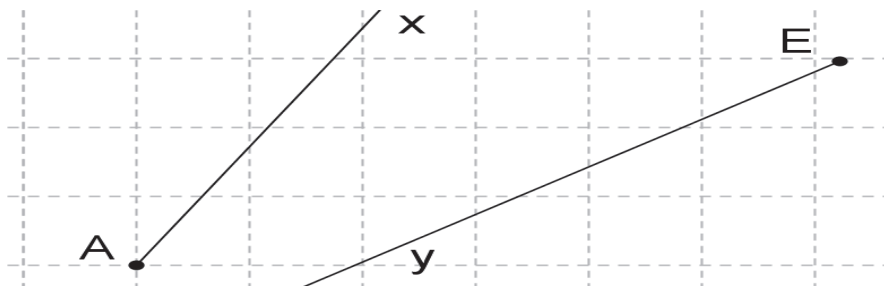
Consigne 1 : Observe la figure suivante et donne la position du point B par rapport aux points A et C.



Conclusion : Le point B est l'**origine** de deux demi-droites :

- a) L'un contenant le point C, noté **[Bx]** ou **[BC]** ;
- b) L'autre contenant le point A, noté **[By]** ou **[BA]**.

Consigne 2 : Observe les figures suivantes et nomme les demi-droites



Définition

Une demi-droite un ensemble particulier de points.

Une demi-droite est illimitée mais d'un seul côté.

Notation

$$[Bx) \cap [By) = \{B\}$$

La réunion des deux demi-droites $[Bx)$ et $[By)$ forme la droite (xy) .

On note $[Bx) \cup [By) = (xy)$ On lit « $[Bx)$ **union** $[By)$ égal (xy) ».

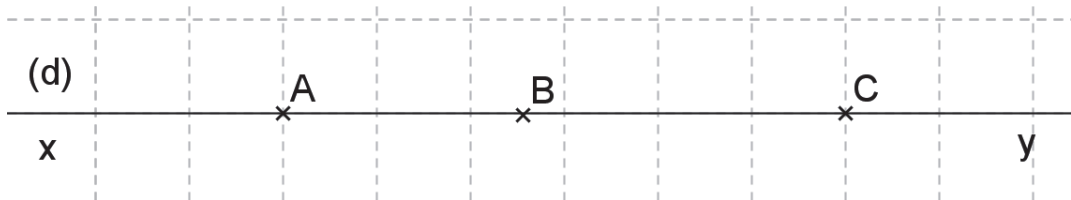
Le symbole « **U** » se lit union.

Les demi-droites $[Bx)$ et $[By)$ sont des parties de la droite (xy) ou encore des sous-ensembles de la droite (xy) .

On écrit : $[Bx) \subset (xy)$; $[By) \subset (xy)$

Activité 2

Consigne 1: Observe la figure suivante :



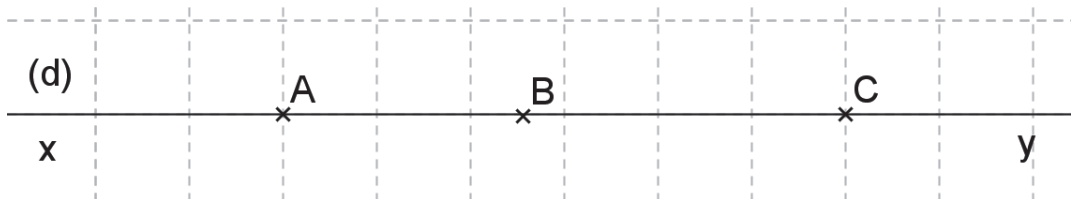
a) Nomme toutes les demi-droites de la figure.

b) Complète :

$[Ax) \dots (xy)$; $[Bx) \dots (xy)$; $[Ay) \dots [By)$

$[Ax) \cap [Ay) = \dots$; $[Bx) \cap [By) = \dots$; $[Ax) \cap [Bx) = \dots$

Consigne 2: Observe la figure suivante :



a) Nomme toutes les demi-droites de la figure.

b) Complète :

$[AC) \dots (d)$; $[BA) \dots (d)$; $[BC) \dots [AB)$

$[BA) \cap [BC) = \dots$; $[AC) \cap [BC) = \dots$

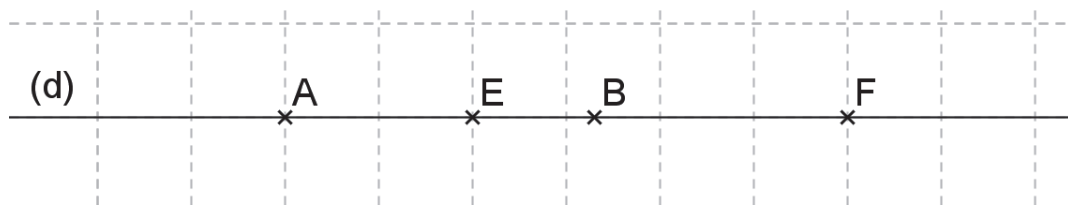
c) Que peux-tu dire de $[Ax) \cap [By)$?

Remarque : Il n'existe aucune partie de la droite (d) commune aux deux demi-droites. On dit que leur intersection est l'ensemble vide.

L'ensemble vide est noté par un symbole unique : $\emptyset$

II. SEGMENT DE DROITE

Exemple : Observe la figure suivante



La partie de la droite (d) limitée par les points A et B est un **segment** de droite dont les **extrémités** sont les points A et B.

$A \in [AB]$; $B \in [AB]$; $E \in [AB]$; $F \notin [AB]$.

Définition et notation

Un segment de droite est une partie de droite limitée par deux points qui sont les extrémités du segment.

On le note $[AB]$ ou $[BA]$ le segment d'**extrémités** A et B.

Remarque : On peut mesurer un segment

Activité 3

En utilisant la figure ci-dessus :

Consigne 1: Complète avec $\in$ ou $\notin$:

$E \dots [AB]$; $E \dots [AF]$; $F \dots [AB]$;

$A \dots [BF]$; $B \dots [EF]$; $B \dots [AE]$.

Consigne 2: Complète :

$[AB] \dots (d)$; $[AB] \cap [EF] = \dots$

$[EB] \cap [BF] = \dots$; $[AB] \dots (AB)$

III. LONGUEUR D'UN SEGMENT

Notation

La longueur du segment $[AB]$ se note **AB**

La distance du point A au point B se note **d(A, B)**

Activité 4

Consigne1 : Construis un segment de 4 cm.

Conclusion

La longueur du segment $[AC]$ se note AC , donc $AC = 4$ cm.

La distance de A à C se note $d(A,C)$, l'unité étant le cm, $d(A,C) = 4$.

Consigne2 : Dessine trois points E, F, G non situés sur la même droite (on dit trois points non alignés). Puis à l'aide d'une règle graduée, complète :

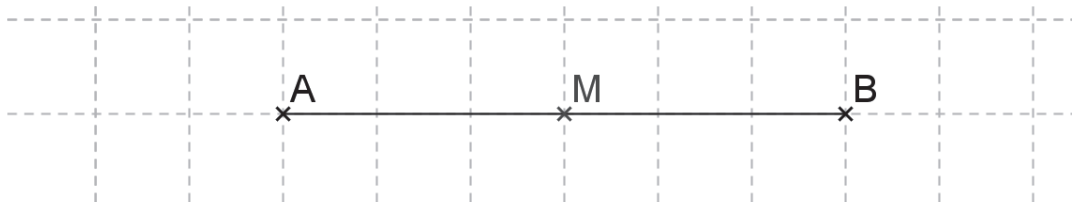
$EF = \dots$; $EG = \dots$; $FG = \dots$

Compare $EF + EG$ et FG .

IV. MILIEU D'UN SEGMENT

Activité 5

Consigne : Sur un segment $[AB]$ de longueur 6 cm, place le point M tel que $M \in [AB]$ et $AM = MB$



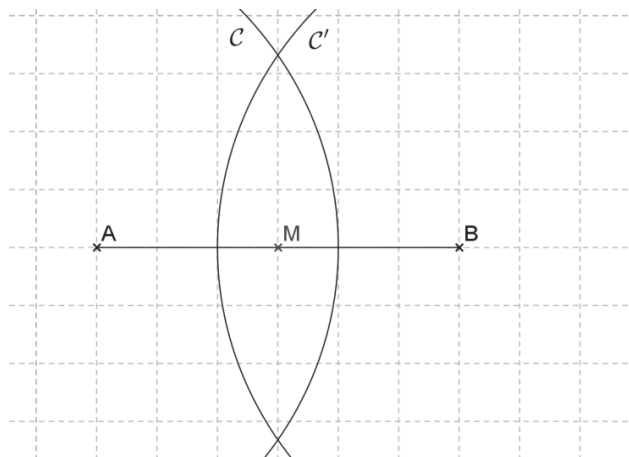
on a : $d(A,M) = d(M,B)$

On dit que le point M est le milieu du segment $[AB]$

Définition : Le milieu d'un segment est le point unique de ce segment qui le partage en deux segments de même longueur.

Ou encore : Le milieu d'un segment est le point unique de ce segment situé à égale distance de ses extrémités.

Construction : avec la règle et le compas



On trace deux arcs $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ de même rayon :

- le rayon doit dépasser visiblement la moitié de AB ;
- les deux arcs $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ ont pour centre respectifs A et B.
- on obtient le point M en essayant de joindre le deux points d'intersection des arcs $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$.

EXERCICES

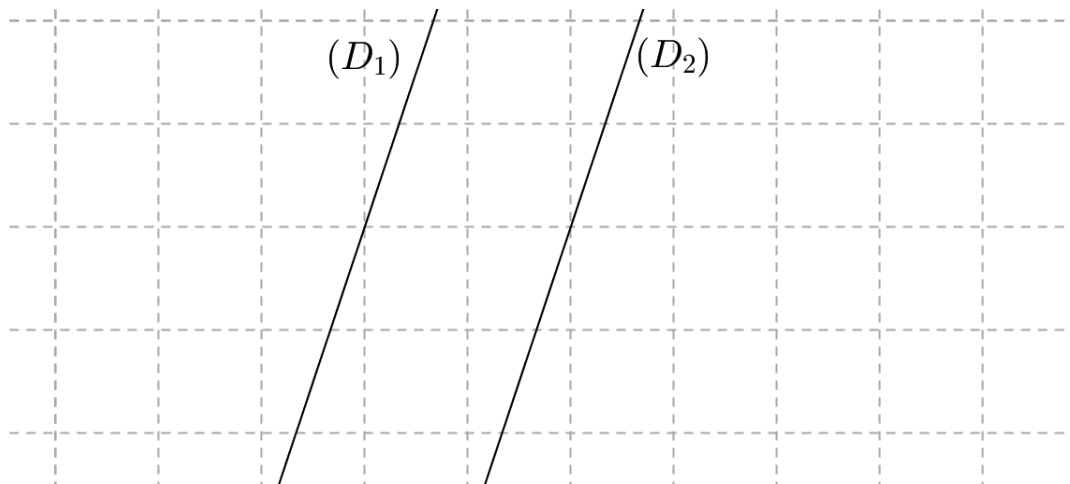
- 1) Quatre points A, B, C, D sont alignés dans cet ordre sur une droite (xy).
 - a) Donne six noms de cette droite en utilisant les points A, B, C, D.
 - b) Combien de demi-droites sont déterminées par ces quatre points ?
Nomme-les.
 - c) Combien de segments sont déterminées par ces quatre points ?
Nomme-les.
 - d) On te dit : $[AB]$ mesure 3 cm, $[AC]$ mesure 8 cm et $[BD]$ mesure 9 cm.
Fais un dessin.
Quelles sont les longueurs de $[BC]$? $[CD]$? ... $[AD]$?
- 2) A et B sont deux points distincts.
 - a) Trace la droite (AB). Place un point M tel que : $M \notin (AB)$.
 - b) Trace le segment $[AM]$, et place un point H tel que :
 $H \in [AM], H \neq A, H \neq M$
 - c) Place un point I tel que : $I \in (AB); I \notin [AB]$
 - d) Les droites (HI) et (BM) sont sécantes en F. Place F.
 - e) Complète par $\in$ ou $\notin$
 $H \dots [AM]$; $F \dots (BM)$; $B \dots [FM]$; $B \dots (FM)$; $I \dots (AB)$; $F \dots (HI)$.
- 3) $[AB]$ est un segment tel que $AB = 7$ cm.
C est un point de $[AB]$ tel que $AC = 4$ cm.
I est le milieu de $[AC]$; J est le milieu de $[BC]$; K est le milieu de $[AB]$.
 - a) Fais un dessin ?
 - b) Trouve les longueurs des segments $[BC]$, $[AI]$; $[IB]$; $[CI]$; $[AK]$; $[IJ]$;
 $[KC]$; $[IK]$; $[KJ]$.

DROITES PARALLELES

I. TRACER DEUX DROITES PARALLELES ET NOTATION

Activité 1

Consigne 1 : Trace deux droites (D_1) et (D_2) en utilisant les deux bords opposés de ta règle. Conclue.



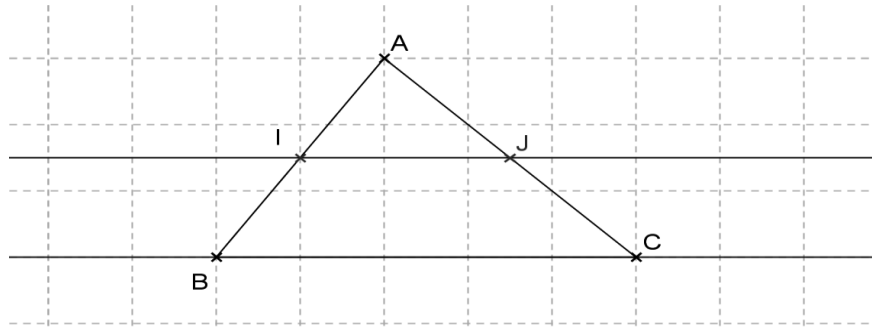
Conclusion : Les droites (D_1) et (D_2) n'ont pas de point commun, elles sont parallèles.

On note : $(D_1) // (D_2)$ ou $(D_2) // (D_1)$.

$(D_1) // (D_2)$ se lit « (D_1) est parallèle à (D_2) »

Consigne 2 : Une autre construction permet d'obtenir deux droites parallèles :

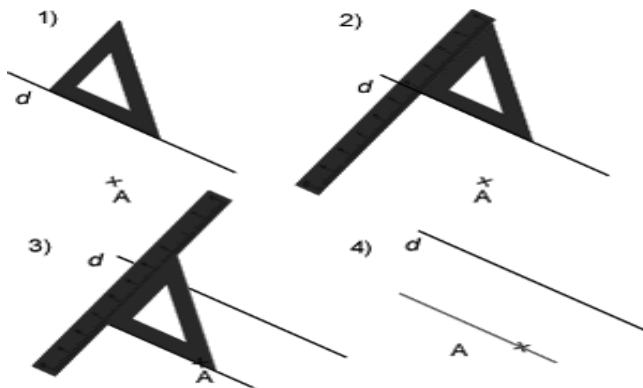
- Marque trois points A, B, C non alignés ainsi que le milieu I de [AB] et le milieu J de [AC].
- Trace les droites (BC) et (IJ) : elles sont parallèles.



II. CONSTRUCTION D'UNE PARALLELE A UNE DROITE PASSANT PAR UN POINT

Etant donné une droite (d) et un point A extérieur à (d), on veut mener la parallèle (d') à (d) passant par A .

1. Avec la règle et l'équerre



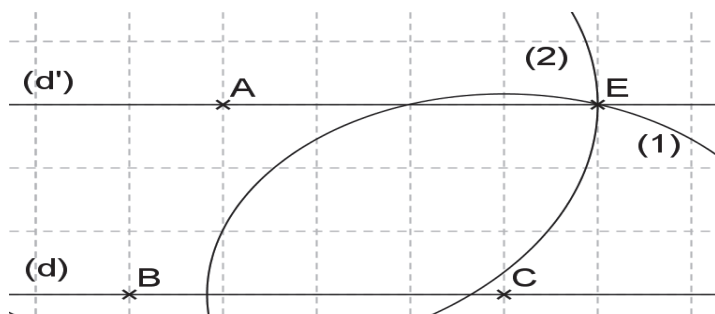
Construction de la parallèle à d passant par A

Au départ la droite (d) coïncide avec l'un des côtés de l'angle droit de l'équerre. La règle coïncide avec l'autre côté de l'angle droit.

On fait coulisser l'équerre le long de la règle jusqu'à ce qu'elle soit en A .

On trace alors la droite (d') parallèle à (d) passant par A .

2. Avec la règle et le compas



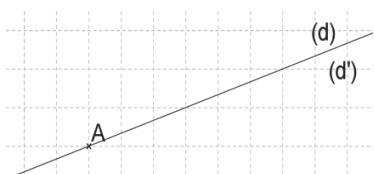
- Sur (d), on place deux points B et C (choix arbitraire)
- On trace un arc(1) de centre C et de rayon AB.
- On trace un arc(2) de centre A et de rayon BC.
- Les arcs (1) et (2) se coupent en E. La droite (d') passant par A et E est parallèle à (d) et passant par A.

III. DEFINITION

Activité 2

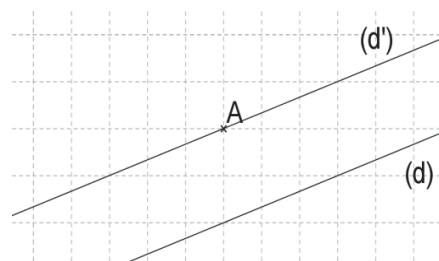
Consigne : Soit une droite (d) et un point A. Trace toutes les droites passant par A et parallèle à (d) dans les cas suivants :

a) $A \in (d)$



Toutes les droites tracées sont confondues avec (d). (on dit égales)

b) $A \notin (d)$



On ne peut tracer qu'une seule droite.

Définition : Deux droites (d) et (d') sont dites parallèles si elles sont égales ou si leur intersection est l'ensemble vide.

On note $(d) // (d')$ qui se lit « (d) est parallèle à (d') ».

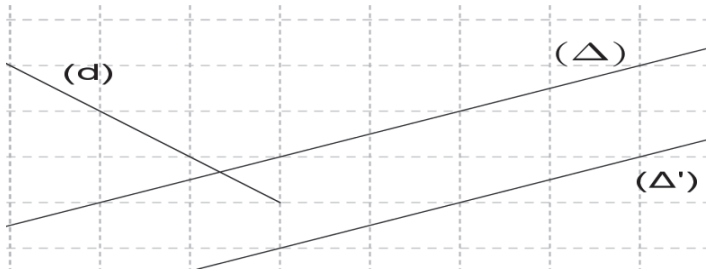
Remarque : Si deux droites ne sont pas parallèles, elles sont sécantes.

IV. PROPRIETES DES DROITES PARALLELES

Propriété 1 : Par un point donné, on ne peut mener qu'une parallèle à une droite donnée.

Activité 3

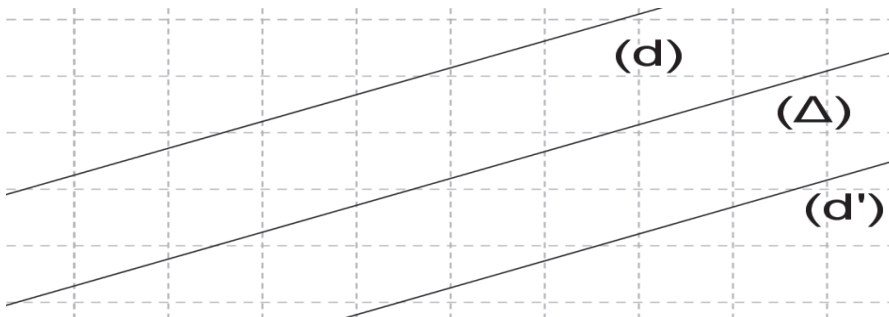
Consigne 1 : Dessine deux droites parallèles (Δ) et (Δ') et une droite (d) sécante à (Δ) . Comment sont (d) et (Δ') ?



(d) et (Δ') sont sécantes.

Propriété 2 : Si deux droites sont parallèles, toute droite sécante à l'une est sécante à l'autre

Consigne 2 : Dessine deux droites (d) et (d') parallèles à une même droite (Δ) . Comment sont (d) et (d') ?



(d) et (d') sont parallèles.

Propriété 3 : Si deux droites sont parallèles à une même droite, elles sont parallèles entre elles.

EXERCICES

- 1) (d_1) et (d_2) sont deux droites sécantes en O.
M est un point qui n'appartient ni à (d_1) ni à (d_2)
 - a) La parallèle à (d_1) qui passe par M coupe (d_2) en M_1 . Construis M_1 .
 - b) La parallèle à (d_2) qui passe par M coupe (d_1) en M_2 . Construis M_2 .
- 2) A, B et C sont trois points non alignés.
 - a) Trace la droite (AB), puis la droite (d_1) parallèle à (AB) qui passe par C.
 - b) Trace la droite (AC), puis la droite (d_2) parallèle à (AC) qui passe par B.
 - c) Trace la droite (BC), puis la droite (d_3) parallèle à (BC) qui passe par A.
- 3) Trace la droite (Δ) et marque un point O n'appartenant pas à (Δ) .
Sur la droite (Δ) marque un point A. Construis le point A' tel que A soit le milieu de $[OA']$. Trace la parallèle à (Δ) passant par A'.
- 4) Soit une droite (d).
 - a) Trace une droite (d') parallèle à (d) et passant par un point B n'appartenant pas à (d).
 - b) Marque un point A sur la droite (d).
Soit un point O qui n'est ni élément de (d) ni élément de (d') .
Trace la parallèle à la droite (AB) passant par O ; elle coupe les droites (d) et (d') respectivement en A' et B'.
Compare AB et A'B' puis AA' et BB'.
 - c) Construis le milieu I de $[AB']$.
Vérifie que I est aussi le milieu de $[A'B]$.

DROITES PERPENDICULAIRES

I. TRACER DEUX DROITES PERPENDICULAIRES

Activité 1

Consigne 1 : Utilise les deux côtés de l'angle droit d'une équerre pour tracer deux droites (d_1) et (d_2) .

Conclusion : Les droites (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires.

On écrit : $(d_1) \perp (d_2)$ ou $(d_2) \perp (d_1)$.

$(d_1) \perp (d_2)$ se lit « (d_1) perpendiculaire à (d_2) »

Consigne 2 : Construis deux droites perpendiculaires en utilisant le quadrillage de ton cahier.

Vocabulaire : Tu peux dire « (d_1) perpendiculaire à (d_2) » ou « (d_1) orthogonale à (d_2) » ou encore « (d_1) et (d_2) sont orthogonales »

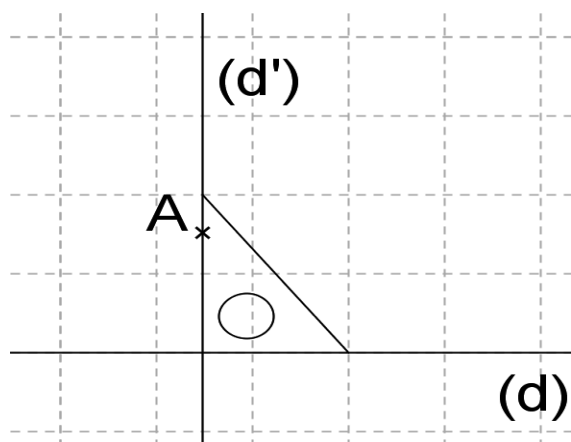
Remarque : Sur un dessin, le signe $\perp$ montre la perpendicularité.

II. MENER UNE PERPENDICULAIRE A UNE DROITE PASSANT PAR UN POINT

Activité 2

Etant donné une droite (d) et un point A extérieur à (d) , on veut mener la perpendiculaire (d') à (d) passant par A .

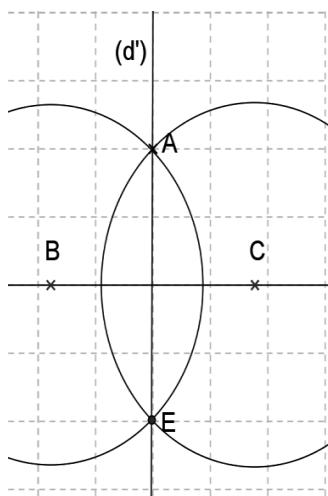
1. Avec la règle et l'équerre



On construit (d') passant par A de façon que les droites (d) et (d') coïncident avec les coté de l'angle droit de l'équerre.

Le point H est le point d'intersection des droites (d) et (d') .

2. Avec la règle et le compas

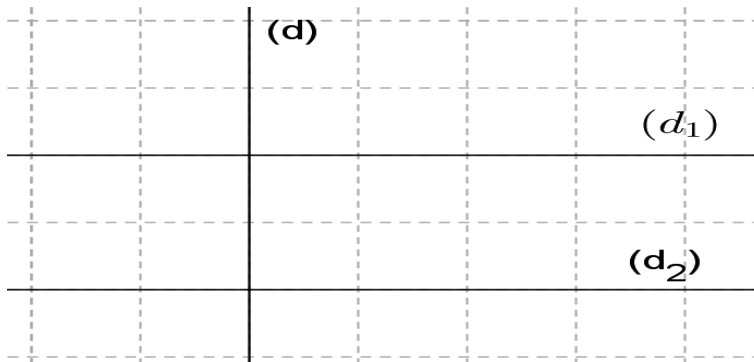


Propriété 1 : Par un point donné, on ne peut mener qu'une perpendiculaire à (d) .

III. PARALLELISME ET PERPENDICULARITE

Activité 3

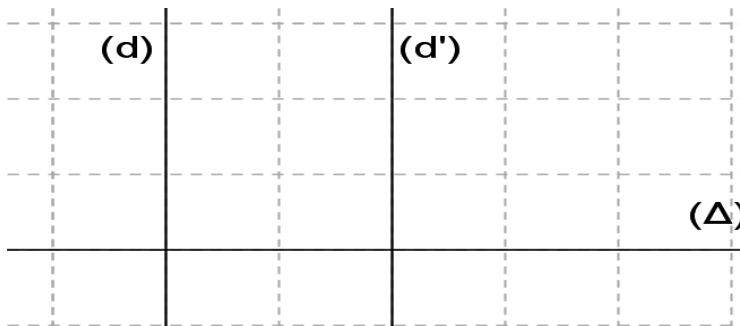
Consigne 1 : Trace deux droites parallèles (d_1) et (d_2) et une droite (d) perpendiculaire à (d_1) . Comment sont (d) et (d_2) ?



(d) et (d_2) sont perpendiculaires

Propriété 2 : Si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Consigne 2 : Trace une droite (Δ) et deux droites (d) et (d') toutes perpendiculaires à (Δ) . Comment sont les droites (d) et (d') ?



(d) et (d') sont perpendiculaires

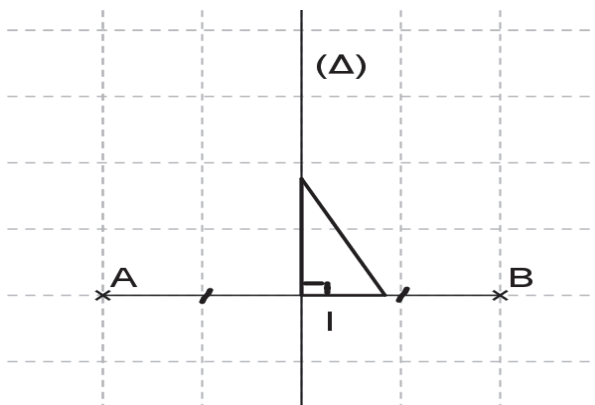
Propriété 3 : Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles.

IV. MEDIATRICE D'UN SEGMENT

Définition : on appelle médiatrice d'un segment, la droite perpendiculaire à cet segment en son milieu.

Construction : Soit à construire la médiatrice d'un segment $[AB]$:

1. Avec la règle et l'équerre :

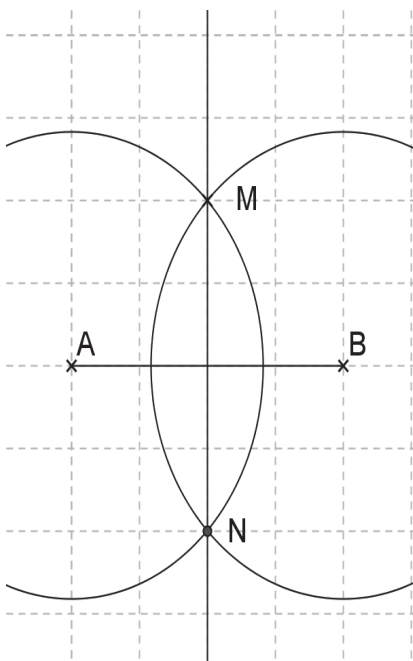


A l'aide de la règle graduée, on détermine le milieu I de $[AB]$.

A l'aide de l'équerre, on trace la perpendiculaire (Δ) à (AB) passant par I.

(Δ) est la médiatrice de $[AB]$.

2. A la règle et au compas :



On choisit un écartement de compas supérieur à la moitié de la longueur du segment $[AB]$. Sans changer l'écartement, trace deux arcs (1) et (2) sécants en M et N.

La droite (MN) est la médiatrice de $[AB]$.

EXERCICES

- 1) E, F et G sont trois points non alignés.
 - a) Trace la droite (EF), puis la droite (d_1) perpendiculaire à (EF) passant par G.
 - b) Trace la droite (EG), puis la droite (d_2) perpendiculaire à (EG) passant par F.
 - c) Trace la droite (FG), puis la droite (d_3) perpendiculaire à (FG) passant par E.
 - d) Que constates-tu ?
- 2) a) Construis un segment [EF] tel que : $EF = 3 \text{ cm}$.
 - b) Trace la droite (d_1), perpendiculaire à (EF) qui passe par E.
 - c) Sur la droite (d_1), place un point G tel que : $EG = 2 \text{ cm}$.
 - d) Sur la demi-droite d'origine G passant par E, place le point H tel que : $GH = 4 \text{ cm}$.
 - e) La parallèle à (EF) qui passe par H coupe (FG) en I. Place I.
- 3) a) Dessine deux droites (Δ_1) et (Δ_2) perpendiculaires en I.
 - b) Sur la droite (Δ_1), place un point A tel que : $IA = 4 \text{ cm}$.
Sur la droite (Δ_2), place un point B tel que : $IB = 3 \text{ cm}$.
 - c) M est le milieu de [IA]. N est le milieu de [AB]. Construis M et N.
 - d) Mesure les longueurs : AB, NA, NB, NI, et MN.
 - e) Sur la demi-droite d'origine B passant par M, place le point K tel que : $BK = 5 \text{ cm}$.
 - f) La parallèle à (IA) qui passe par K coupe (IB) en H. place H.
 - g) Complète avec $\perp$ ou $//$:
(MN) ... (IB) ; (HK) ... (IB) ; (MN) ... (HK) ; (HK) ... (IA).
- 4) A, B et C sont trois points du plan.
Les droites (d_1), (d_2) et (d_3) sont les médiatrices respectives des segments [AB] ; [AC] et [BC].

- a) Construis les droites (d_1) , (d_2) et (d_3) lorsque les points A, B et C sont alignés. Que constates-tu ?
- b) Construis les droites (d_1) , (d_2) et (d_3) lorsque les points A, B et C sont non alignés. Que constates-tu ?

ELEMENTS DE GEOMETRIE

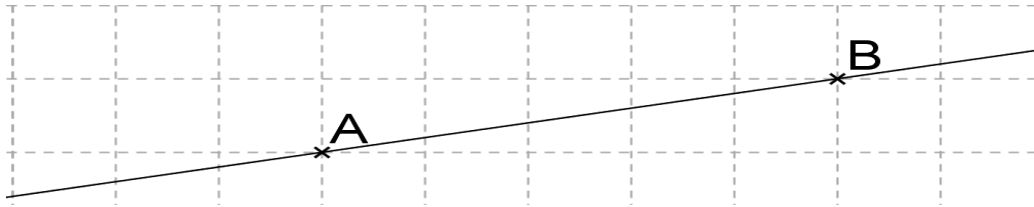
DANS L'ESPACE

I. DROITES ET PLANS DANS L'ESPACE

Droite géométrique : Une droite est définie par deux points. Une droite est un ensemble particulier de points.

La droite contenant les points A et B se nomme la droite (AB).

Une droite est illimitée.

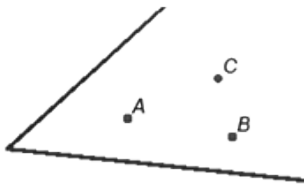


Plan géométrique : Un plan est un ensemble particulier de points.

Un plan est défini par trois points non alignés.

Le plan contenant les points A, B et C se nomme le plan (ABC).

Le plan n'a pas de frontière et contient une infinité de droites.



Exemple : Le tableau ; le plafond de la salle de classe, les faces d'un parallélépipède rectangle, ..., sont des représentations d'une partie de plan.

Activité 1

Consigne 1 : Cite cinq droites verticales de la classe.

Consigne 2 : Cite cinq droites horizontales de la classe.

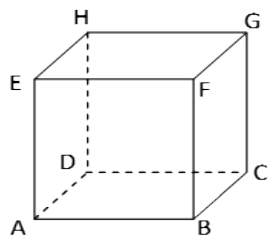
Consigne 3 : Cite des plans verticaux de la classe puis des plans horizontaux.

Droites coplanaires : Deux droites sont dites coplanaires lorsqu'elles sont contenues dans un même plan.

Droites non-coplanaires : Deux droites sont dites non-coplanaires lorsqu'elles ne sont pas contenues dans un même plan.

Activité 2

Observe le cube suivant :



Consigne 1 : Dans chacun des plans (ABC) et (ABG), nomme deux droites parallèles et deux droites sécantes.

Consigne 2 : Nomme deux droites coplanaires et deux droites non-coplanaires

II. ESPACE GEOMETRIQUE

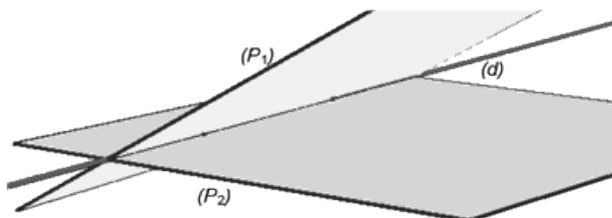
1. **Définition :** L'espace est un ensemble particulier de plans.

L'espace est illimité.

2. **Positions de deux plans de l'espace**

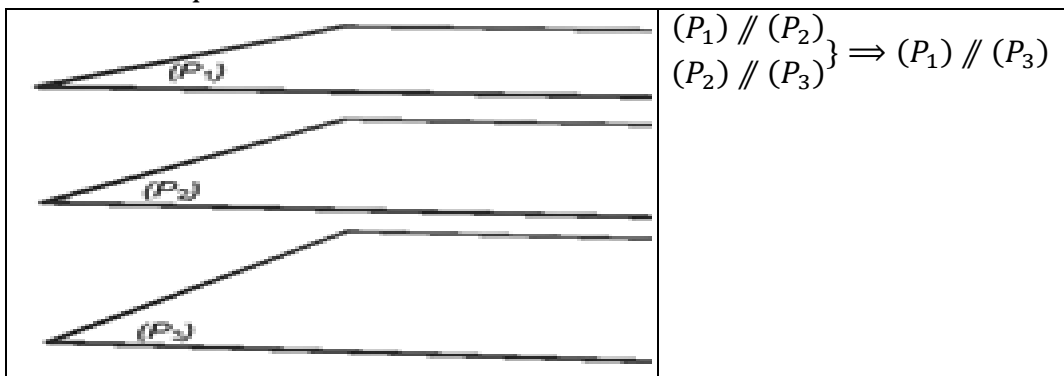
Deux plans de l'espace sont sécants ou parallèles.

Plans sécants : L'intersection de deux plans est une droite, appelée droite d'intersection.



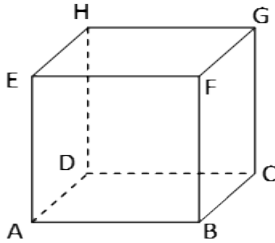
$$(P_1) \cap (P_2) = \{(d)\}$$

Plans parallèles : Deux plans sont parallèles lorsque leur intersection est vide ou lorsqu'ils sont confondus.



Activité 3

Dans le cube ABCDEFGH



Consigne 1 : Nomme deux plans sécants, deux plans parallèles

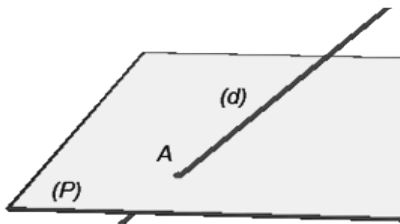
Consigne 2 : Complète

$(ABC) \cap (AGB) = \dots$ $(ABC) \cap (DCG) = \dots$ $(ABC) \cap (DFG) = \dots$

$(ABC) \dots (ABD)$ $(ABC) \dots (EFG) = \dots$

3. Position d'une droite et d'un plan dans l'espace

Définition 1 : Une droite et un plan sont sécants s'il existe un point d'intersection.



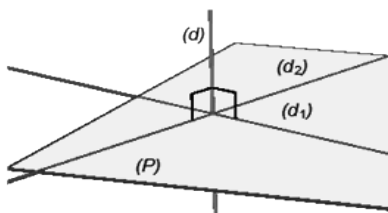
La droite (d) et le plan (P) se coupent en A.

Définition 2 : Une droite et un plan sont parallèles lorsqu'ils sont soit confondus, soit lorsqu'ils n'ont pas de point d'intersection.

Exemple : Dans le cube ABCDEFGH, $(AC) \subset (ABC)$ et $(EG) \parallel (ABC)$.

Définition 3 : Une droite est perpendiculaire à un plan lorsqu'elle est perpendiculaire à deux droites sécantes de ce plan.

Exemple : Dans le cube ABCDEFGH, la droite (FB) est perpendiculaire aux droites (AB) et (BC), elle est donc perpendiculaire au plan (ABC)

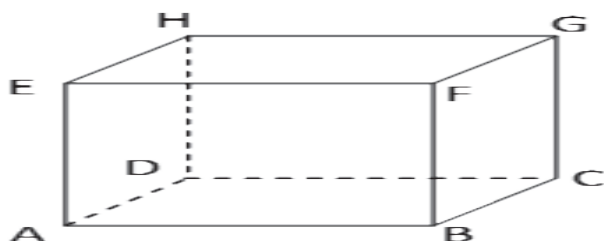


EXERCICES

- 1) Découpe dans une feuille de papier un rectangle ABCD. Plie-la en deux de façon que A et B soient confondus. La droite qui marque le pli s'appelle (EF). Place ta feuille de façon que (DF) soit perpendiculaire à (FC).

Que peux-tu dire :

- de (AE) et (EB) ; de (AD), (EF) et (BC) ; de (EF) et (DF) ; de (EF) et (FC) ;
 - des plans (ADE) et (BCF).
- 2) Observe le parallélépipède rectangle suivant :



- Nomme tous les plans parallèles entre eux.
 - Nomme les droites parallèles entre elles.
 - Complète
 $(AD) \cap (BC) = \dots$; $(AB) \cap (BF) = \dots$; $(EH) \cap (AH) = \dots$
 $(AED) \cap (BCG) = \dots$; $(EFB) \cap (HGC) = \dots$
- 3) Dessine une pyramide à base triangulaire ABCD.
- Détermine les ensembles suivants :
- $(AB) \cap (DB)$; $(DC) \cap (ABC)$; $(ABC) \cap (ABD)$;
 $(ADC) \cap (BDC)$; $(ABC) \cap (BDC)$; $(ABC) \cap (ABD) \cap (BDC)$

LE CERCLE - LE DISQUE

I. CERCLE

Activité 1

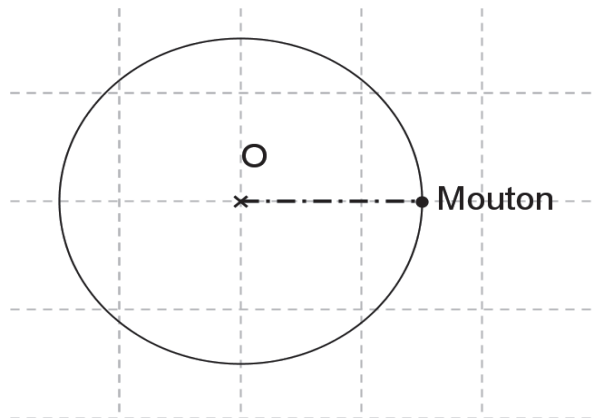
Consigne 1 : Dans un champ, un mouton est attaché par une corde de 3 cm de long à un point fixe O. Dessine toute la ligne sur laquelle le mouton peut se déplacer lorsque la corde est tendue.

Donne un nom à cette ligne et au point O.

Exemple de réponse

Cette ligne s'appelle un **cercle**.

Le point O est le **centre** du cercle.



Définition : On appelle **cercle** de **centre O** et de **rayon r**, l'ensemble des points du plan situés à la distance r du point O.

On note par exemple :

$C(O; r)$ et on lit « cercle de centre O et de rayon r »

Consigne 2 : Dessine un cercle C de centre O et de rayon 4 cm.

a) Marque les points A, B, C, D et E tels que :

$OA = 3 \text{ cm}$, $OB = 4 \text{ cm}$, $OC = 5 \text{ cm}$, $OD = 4 \text{ cm}$ et $OE = 2 \text{ cm}$.

b) Complète avec $\in$ ou $\notin$:

$A \dots C$; $B \dots C$; $C \dots C$; $D \dots C$; $E \dots C$;

Rayon et diamètre du cercle

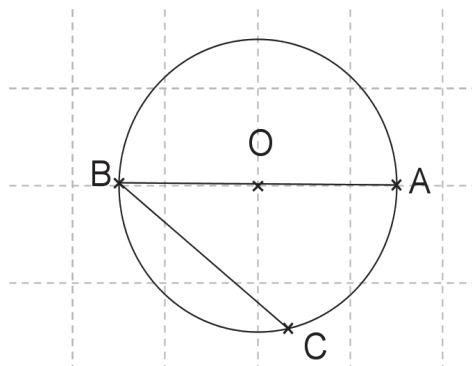
Soit un cercle de centre O. Voir figure

Les segments $[OA]$, $[OB]$, $[OC]$ sont des **rayons** du cercle.

Le segment $[AB]$ est un **diamètre** du cercle : $O \in [AB]$, O est le milieu de $[AB]$.

Les points A et B sont **diamétralement opposés** sur le cercle.

Le segment $[BC]$ est une **corde** de ce cercle. $[AB]$ est la corde passant par le centre du cercle.



Vocabulaire

- Le mot rayon désigne aussi la longueur de $[OA]$.
- Le mot diamètre désigne aussi la longueur de $[AB]$.
- Le diamètre est le double du rayon.

$$AB = 2 \times OA$$

La longueur ou périmètre du cercle

Soit un cercle de rayon r et de diamètre d .

Tu parcoures le cercle, toujours dans le même sens, une fois.

La distance parcourue est la **longueur du cercle**.

Tu retiens :

$$\text{Longueur (L) du cercle} = \text{diamètre} \times \pi$$

$$L = d \times \pi \quad \text{ou} \quad L = \pi \cdot d$$

Activité 2

Consigne : Sachant que $d = 2r$ alors la formule s'écrit : $L = 2 \pi r$

(Prendre $\pi = 3,14$)

Complète le tableau suivant :

$r(\text{cm})$	4	
$L(\text{cm})$		12

II. DISQUE

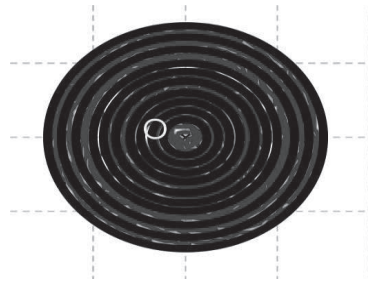
Activité 3

Consigne 1 : Sur le dessin précédent, colorie la partie du champ où le mouton peut brouter, que la corde soit tendue ou non.

Donne un nom à cette partie.

Exemple de réponse

Cette partie s'appelle un **disque** de centre O et de rayon 3 cm.



Définition : On appelle **disque** de centre O et de rayon r l'ensemble des points du plan dont la distance à O est **inférieure** ou **égale** à r.

Consigne 2 : Dessine un disque $\mathcal{D}$ de centre O et de rayon 4 cm.

a) Marque les points A, B, C, D et E tels que :

OA = 3 cm, OB = 4 cm, OC = 5 cm, OD = 4 cm et OE = 2 cm.

b) Complète avec $\in$ ou $\notin$:

A ... $\mathcal{D}$; B ... $\mathcal{D}$; C ... $\mathcal{D}$; D ... $\mathcal{D}$; E ... $\mathcal{D}$

AIRE DU DISQUE

Soit un disque de centre O, de rayon r et de diamètre d.

Le cercle est la **frontière** du disque.

Tu retiens : Aire (S) du disque = $\pi \times \text{rayon} \times \text{rayon}$

Sachant que $r \times r = r^2$, on a : $S = \pi r^2$

Activité 4

Consigne 3 : Complète le tableau suivant :

r(cm)	1	2	5
S(cm)			

EXERCICES

1. Marque un point A.
 - a) Colorie en rouge l'ensemble de tous les points du plan qui sont à moins de 4cm du point A ou à 4cm de A.
Comment appelles-tu cet ensemble ?
 - b) Colorie en vert l'ensemble de tous les points du plan qui sont exactement à 4cm du point A.
Comment appelles-tu cet ensemble ?
2. Construis un cercle C de centre O et de rayon 3cm. Soit $\mathcal{D}$ le disque de centre O et de rayon 3cm.

Dessine la figure et place les points A, B, C, D, E, F, G sachant que :

$A \in C; B \notin C; B \notin \mathcal{D}; C \in \mathcal{D}; D \in C; E \notin C; E \notin \mathcal{D}; F \in \mathcal{D}; F \notin C; G \in C$

- Même exercice avec :

$A \notin C; A \notin \mathcal{D}; B \in C; C \in \mathcal{D}; C \in C;$

$D \notin C; D \in \mathcal{D}; E \in C; F \in \mathcal{D}; F \notin C; G \in C$

3. Dessine un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 5cm.
On désigne par $\mathcal{D}$ le disque de centre O et de rayon 5cm.

- a) Marque les points A, B, C, D et E tels que :
 $OA = 3,5\text{cm}; OB = 5\text{cm}; OC = 5,8\text{cm}; OD = 5\text{cm}$ et $OE = 7\text{cm}$

- b) Recopie et complète avec $\in$ ou $\notin$
 $A \dots \mathcal{C}; B \dots \mathcal{C}; C \dots \mathcal{C}; D \dots \mathcal{C}; E \dots \mathcal{C}$
 $A \dots \mathcal{D}; B \dots \mathcal{D}; C \dots \mathcal{D}; D \dots \mathcal{D}; E \dots \mathcal{D}$

4. Sur un cercle de centre O et de rayon 3cm marque un point A.
 - a) Place le point B diamétralement opposé au point A sur le cercle.
 - b) Trouve un point M du cercle tel que la longueur de la corde [AM] soit 3cm. Le point M est-il unique ?
 - c) Combien existe-t-il de point E de ce cercle tel que la longueur de la corde [AE] soit 6 cm ?

d) Existe-t-il des points F de ce cercle tels que la longueur de la corde [AF] soit 8cm ?

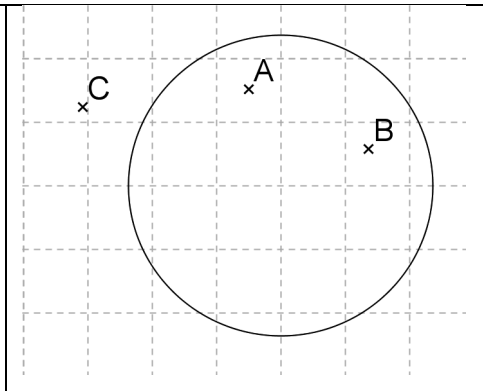
5. Trace un segment [AB], puis deux cercles de centres A et B, de même rayon, sécants en deux points C et D. Trace la droite (CD) ; elle coupe [AB] en I. contrôle que [AB] est perpendiculaire à (CD) et que I est le milieu de [AB].

Recommence sur la même figure avec deux autres cercles de centre A et B, de même rayon et sécants en E et F. que constates-tu ?

6. Reproduis ce dessin et complète-le pour répondre aux questions suivantes :

Combien y a-t-il de points communs :

- a) au cercle et au segment [AB] ;
- b) au cercle et à la droite (AB) ;
- c) au cercle et au segment [BC] ;
- d) au cercle et à la demi-droite [CA) ;
- e) au cercle et à la demi-droite [AC) ;



7. a) r mesure le rayon du cercle, A mesure l'aire du disque, complète

A = ...

b) Complète le tableau suivant (Prends $\pi = 3,14$)

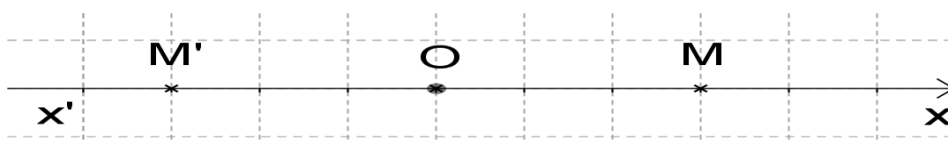
Mesure du rayon d'un cercle (en cm)	5	4,2	124	0,5	134
Mesure de l'aire du disque (en cm^2)					

REPERAGE

I. REPERAGE D'UN POINT SUR UNE DROITE

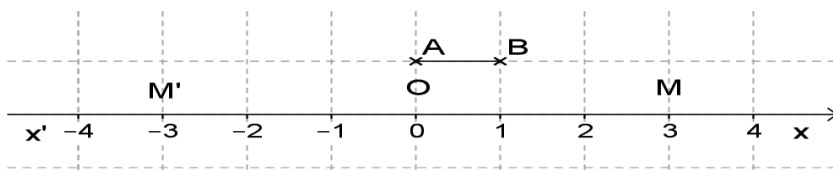
Exemple :

Considérons une droite $(x'x)$ et un point O de cette droite. Choisissons la longueur d'un segment $[AB]$ pour unité de longueur et graduons régulièrement, en prenant O pour origine, les demi-droites $[Ox)$ et $[Ox')$. Marquons sur $[Ox)$ le point M tel que $OM = 3$ et sur $[Ox')$ le point M' tel que $OM' = 3$.



Nous constatons que la donnée du nombre 3 ne permet pas de repérer un point unique de la droite $(x'x)$.

Convenons alors de repérer par un nombre positif les points de la demi-droite $[Ox)$ et par un nombre négatif les points de la demi-droite $[Ox')$



La droite graduée ainsi obtenue s'appelle un axe.

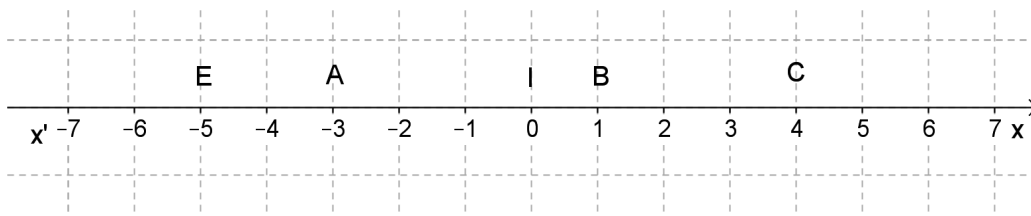
Ainsi le point M est repéré d'une manière unique par le nombre 3 ou $(+3)$.

Le nombre 3 appelé abscisse du point M . On le note $M(3)$ ou $x_M = 3$

De même $x_{M'} = -3$; $x_O = 0$ (*origine*)

Activité 1

Consigne 1 : Observe l'axe suivant :



1. Donne l'origine de cet axe et son abscisse.
2. Ecris l'abscisse de chacun des points de l'axe.

Consigne 1 : Trace une droite graduée d'origine A et place les points :

- a) B(1) ; C (-2) ; D(4).
- b) M, N, P tels que $x_M = -1$; $x_N = -3$; $x_P = 2$.

Propriétés

- Tout nombre relatif x_A permet de repérer un point A unique d'une droite graduée (x'x).
- Tout point A d'une droite graduée (x'x) est repéré par un nombre relatif unique x_A .

Le nombre relatif x_A est appelé l'abscisse du point A.

II. REPERAGE DANS UN PLAN

1. Repérage sur un quadrillage

Voici un quadrillage dont les « cases » sont limitées par les côtés d'un carré.

Les colonnes sont numérotées de a à j et les lignes sont numérotées de 1 à

10

10										
9										
8										
7										
6										
5										
4										
3										
2										
1										
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j

La case coloriée est repérée par le couple **(e ; 6)**. Chaque case est ainsi repérée par un couple :

- le 1^{er} terme du couple est une lettre de a à j.
- le 2^{ème} terme du couple est un entier de 1 à 10.

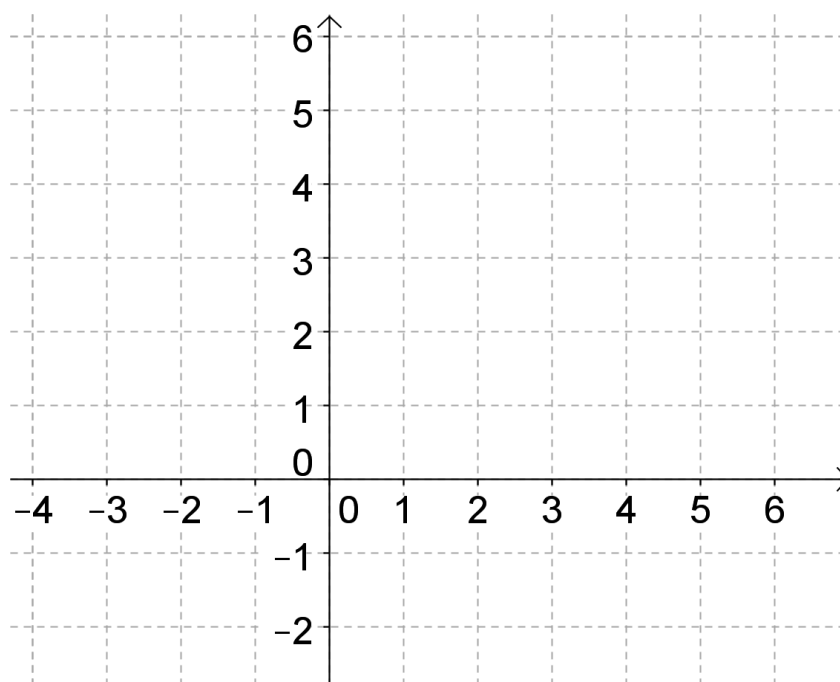
Activité 2

Consigne : colorie avec de couleurs différentes les cases

(b ; 3), (f ; 2), (e ; 7), (j ; 10)

2. Coordonnées

Observe le quadrillage suivant :



Les deux droites graduées ont la même origine.

Ce système d'axes s'appelle un repère du plan d'origine 0.

Un nœud peut être repéré par un couple d'entiers.

Par exemple A est repéré par le couple (3 ; 2).

3 est lu sur la 1^{ère} droite graduée (axe des abscisses)

2 est lu sur la 2^{ème} droite graduée (axe des ordonnées).

Le couple $(3 ; 2)$ est appelé ***couple de coordonnées*** du point A.

On écrit A $(3 ; 2)$ et on lit « A de coordonnées $(3 ; 2)$ »

3 est la 1^{ère} coordonnée de A ou ***abscisse*** de A ;

2 est la 2^{ème} coordonnée de A ou ***ordonnée*** de A.

Activité 3

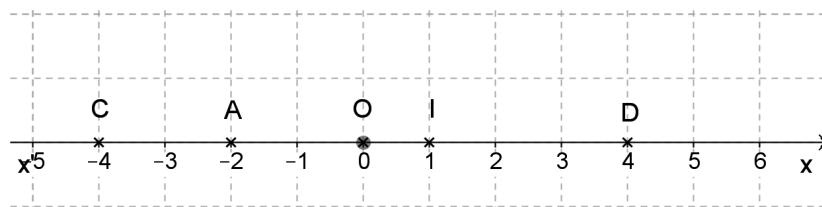
Consigne 1 : Ecris le couple de coordonnées de B et C.

Consigne 2 : Quelle est l'abscisse de D ? Quelle est son ordonnée ?

Mêmes questions pour le point E. place le point I $(4 ; -4)$

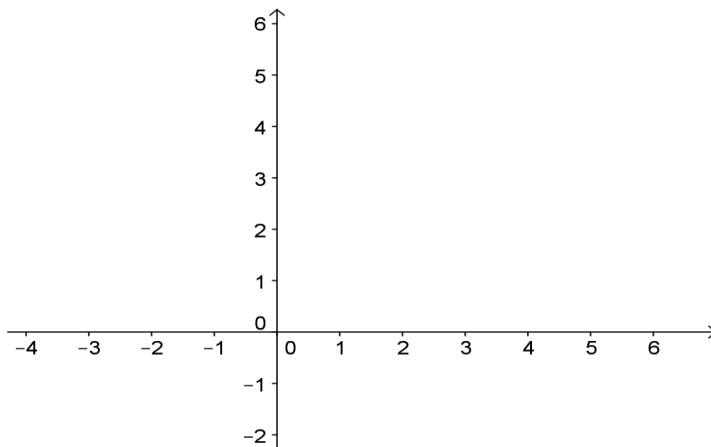
EXERCICES

1. Observe la figure suivante



- a) Quelle est l'abscisse du point C ? du point D ?
 - b) Quel point a pour abscisse (-2) ? a pour abscisse 1 ?
2. Dessine une droite graduée d'origine U.
- Place les points V, B, R, J, K et L d'abscisses respectives 1 ; 2,5 ; -0,5 ; 1,5 ; 3 ; -3.
3. Sur une droite graduée, R est l'origine ; S, B et F ont respectivement pour abscisses 1 ; 3 et -2.
- a) Dessine le milieu M de [SB], le milieu T de [SF], le milieu H de [FB].
Donne leur abscisse.
 - b) R est le milieu de [BW]. Place le point W. donne son abscisse.
 - c) K est le point tel que S soit le milieu de [FK], place K et donne son abscisse.
4. Sur une droite graduée d, marque trois points O, A, B tels que $OA = OB = 1\text{cm}$.
- Marque un point C tel que $BC = 4\text{cm}$, puis un point D tel que $OD = 3\text{cm}$. On sait de plus que B est le milieu de [DC] c'est-à-dire $BD = BC$
- a) Fais le dessin.
 - b) Sur la droite d graduée, les points O et A ont respectivement pour abscisses 0 et 1. Donne les abscisses des points B, C et D.
5. Choisis deux droites Δ et Δ' sécantes en un point O.

- a) Gradue la droite Δ en prenant 0 pour origine de la graduation et 1cm pour unité de longueur, puis gradue la droite Δ' en prenant 0 pour origine de la graduation et 2cm pour unité de longueur.
- b) Marque alors les points suivants :
- $A (+1 ; +1)$, $B (-2 ; +1)$, $C (0 ; -1)$, $D (+2 ; 0)$, $E (-1 ; -1)$, $F (-2 ; 0)$.
6. Soient d et d' deux droites perpendiculaires, en un point O . Gradue chacune de ces droites en prenant O pour origine des graduations et 1cm pour unité de longueur.
- a) Place les points suivants $A (3 ; 1)$, $B (-1 ; -3)$, $C (-3 ; -2)$, $D (8 ; +2)$.
- b) Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?
7. Même exercice que le n° 6 pour les points suivants :
- $A (+7 ; 0)$, $B (+1 ; +4)$, $C (-3 ; -2)$, $D (0 ; -4)$
 - $A (-4 ; 1)$, $B (-2 ; -2)$, $C (4 ; 2)$, $D (2 ; 5)$
8. On te donne le repère du plan suivant



- a) Place dans ce repère les points dont les couples de coordonnées figurent dans le tableau 1 ci-dessous et écris les couples de coordonnées des points C , G et I placés dans le repère

Tableau 1

A	B	C	D	E	F	G	H	I
$(2 ; 4)$	$(1 ; 3)$		$(3 ; 3)$	$(3 ; 5)$	$(1 ; 5)$		$(3 ; 1)$	

Trace les segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DE]$, $[EF]$, $[FG]$, $[GH]$, $[HI]$.

b) Pour chacun des couples du tableau 1 :

- tu ajoutes 5 à l'abscisse ;
- tu retranches 3 de l'ordonnée.

Tu obtiens de nouveaux couples qui repèrent de nouveaux points.

Complète alors le tableau 2 suivant :

Tableau 2

A'	B'	C'	D'	E'	F'	G'	H'	I'
(2 ; 4)	(1 ; 3)		(3 ; 3)	(3 ; 5)	(1 ; 5)		(3 ; 1)	

Place ces nouveaux points dans le repère du plan et joins-les dans l'ordre alphabétique par des segments.

c) Pour chaque couple du tableau 1

- tu remplaces l'abscisse par son opposée ;
- tu conserves l'ordonnée.

Complète alors le tableau 3 suivant :

Tableau 3

a	b	c	d	e	f	g	h	i
(2 ; 4)	(1 ; 3)		(3 ; 3)	(3 ; 5)	(1 ; 5)		(3 ; 1)	

Place les points a, b, c, d ; e, f, g, h, i et joins-les dans l'ordre alphabétique par des segments.

d) Pour chaque couple du tableau 1

- tu remplaces coordonnée par son opposée.

Tableau 4

a'	b'	c'	d'	e'	f'	g'	h'	i'
(2 ; 4)	(1 ; 3)		(3 ; 3)	(3 ; 5)	(1 ; 5)		(3 ; 1)	

Complète alors ce tableau 4 puis place les points a', b', c', d' ; e', f', g', h', i' dans le repère du plan.

Joins ces points par des segments dans l'ordre alphabétique.

Quelles sont les coordonnées du milieu du segment [Aa'] ? de [Bb'] ? de [Cc'] ?

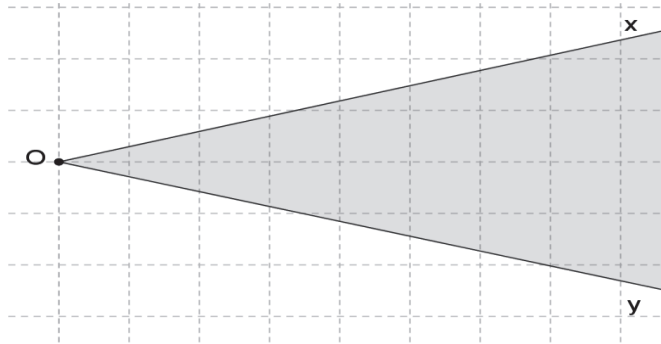
SECTEUR ANGULAIRE

I. SECTEUR ANGULAIRE SAILLANT, SECTEUR ANGULAIRE RENTRANT

Activité 1

Consigne 1 : Construis deux demi-droites $[Ox)$ et $[Oy)$ de même origine O .
Hachure la partie du plan limitée par $[Ox)$ et $[Oy)$.

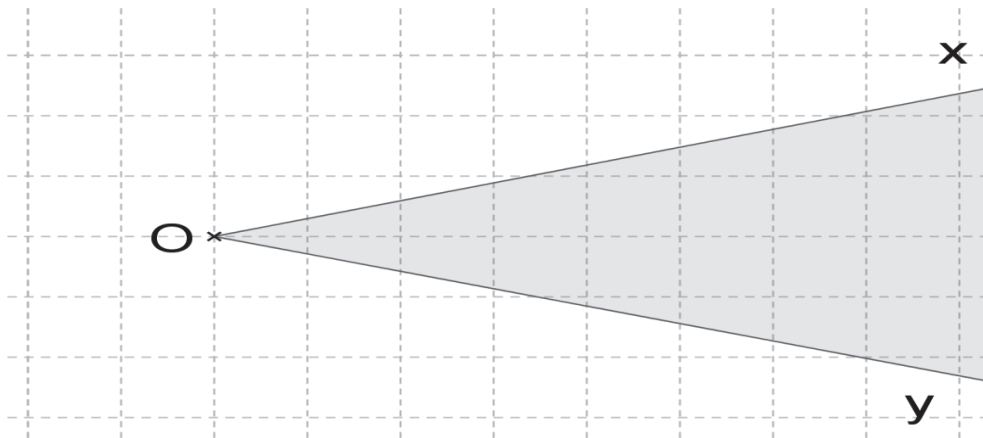
Exemple de solution



Dans les deux cas, la partie hachurée représente un secteur angulaire.

Les éléments d'un secteur angulaire

Voici deux demi-droites $[Ox)$ et $[Oy)$ de même origine O .



- La partie du plan hachurée limitée par $[Ox)$ et $[Oy)$ est un **secteur angulaire saillant**. On le note $\widehat{xOy}$.
- La partie du plan non hachurée limitée par les demi-droites $[Ox)$ et $[Oy)$ est un **secteur angulaire rentrant**. On le note $\widetilde{xOy}$.

Un secteur angulaire possède :

- Un sommet (ici le point O)
- Deux côtés (ici les demi-droites $[Ox)$ et $[Oy)$)
- Une notation complète (ici $\widehat{xOy}$ ou $\widehat{yOx}$)
- une notation abrégée s'il n'y a pas d'ambiguïté (ici $\widehat{O}$).

Un secteur angulaire est illimité.

Consigne 2 : Dessine un secteur angulaire $\widehat{mAn}$, puis complète le tableau suivant :

Sommet	...
Côtés	... et ...
Notations complètes	... ou ...
Notation abrégée	...

II. MESURE D'UN SECTEUR ANGULAIRE

Activité 2

Consigne 1 : Dessine un secteur saillant puis donne sa mesure. Quel instrument utilises-tu ?

Consigne 2 : Dessine un secteur rentrant puis donne sa mesure. Comment fais-tu ?

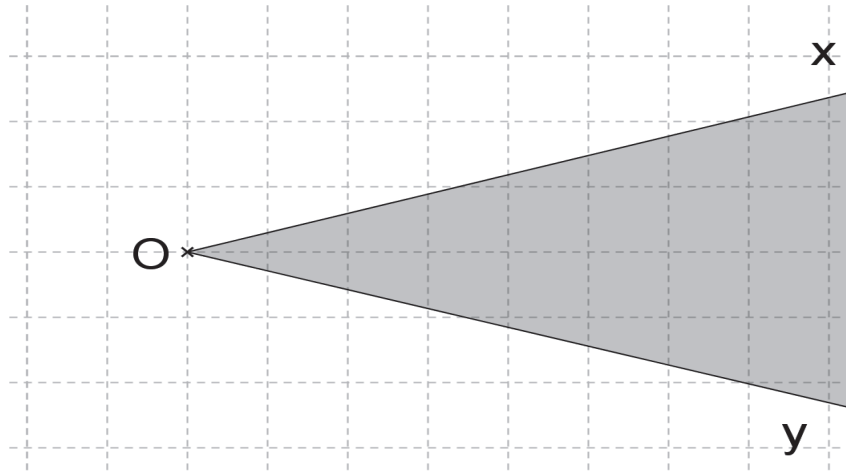
Utilisation du rapporteur

On mesure un secteur angulaire à l'aide d'un rapporteur.

Les rapporteurs usuels sont gradués en degrés de 0° à 180° . Ils permettent de mesurer un secteur saillant.

1. Mesure d'un secteur saillant

Soit à mesurer un secteur saillant $\widehat{xOy}$.



- On place le centre du rapporteur au sommet O du secteur.
- On place la division 0 sur le côté [Ox) ou [Oy)
- Le côté [Oy) ou [Ox) vient se placer sous une division. Ici ...
On écrit $\widehat{xOy} = \dots$ qui se lit « **angle $\widehat{xOy}$ égal ...** »

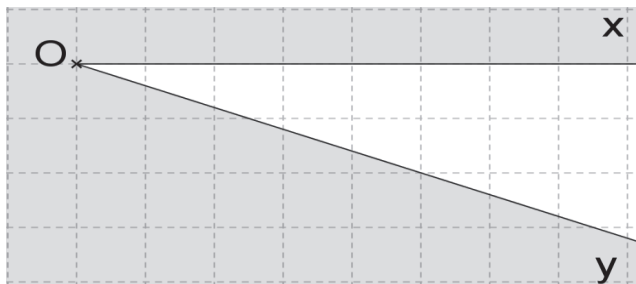
Retiens que :

$[\widehat{xOy}]$: est la notation du secteur angulaire.

$\widetilde{xOy}$: est la notation de angle dont appartient le secteur angulaire $[\widehat{xOy}]$.

2. Mesure d'un secteur rentrant

Soit à mesurer le secteur entrant $[\widetilde{xOy}]$ suivant.



- On mesure le secteur saillant associé $[\widehat{xOy}]$
- La mesure de $[\widetilde{xOy}]$ s'obtient par calcul : $360 - \widehat{xOy}$

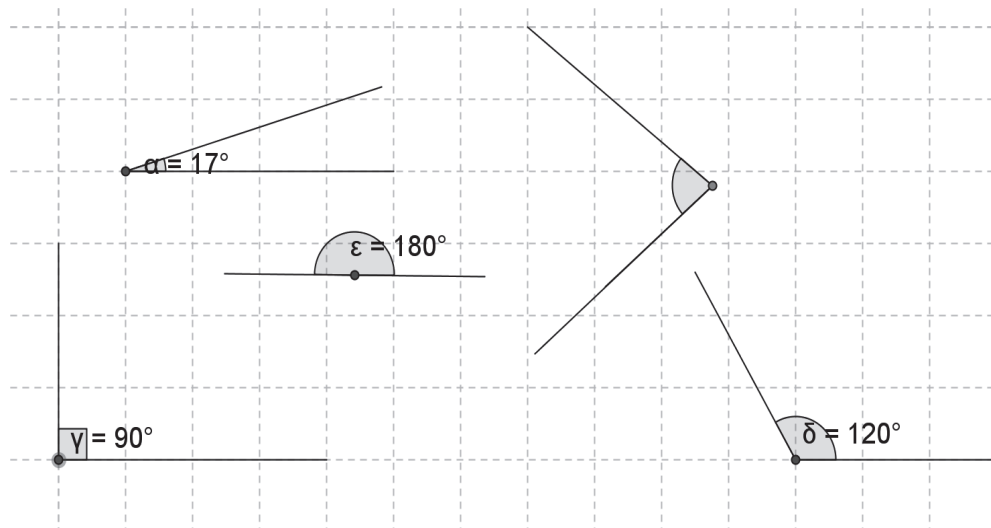
Exemple : si $\widehat{xOy} = 40^\circ$ alors la mesure de $[\widetilde{xOy}]$ est :

$$360^\circ - 40^\circ = 320^\circ$$

III. SECTEURS ANGULAIRES PARTICULIERS

Activité 3

Consigne 1 : Dessine un secteur angulaire de 17° , de 80° , de 90° , de 120° , de 180° .



Définitions

1. Un secteur **aigu** est un secteur dont la mesure est comprise entre 0° et 90° . Exemples : 17° ; 80°
2. Un secteur **obtus** est un secteur dont la mesure est comprise entre 90° et 180° . Exemple : 95° ; 120° ; 174°
3. Un secteur droit est un secteur dont la mesure est 90° .
4. Un secteur plat est un secteur dont la mesure est 180° .
5. Un secteur plein est un secteur dont la mesure est 360° (c'est le plan).
6. Un secteur nul est un secteur dont la mesure est 0° .

Consigne 2 : Dessine trois points A, B, C non alignés tels que $BC = 10$ cm, $\hat{B} = 50^\circ$ et $\hat{C} = 30^\circ$. Mesure l'angle $\hat{A}$, puis calcule $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}$

Propriété : La somme des angles d'un triangle est toujours égale à 180° .

IV. BISSECTRICE D'UN SECTEUR ANGULAIRE

Activité 4

Consigne : Construis un secteur angulaire saillant et partage ce secteur en deux secteurs de même mesure. Décris ta technique

Définition : La bissectrice d'un secteur angulaire est la droite qui partage ce secteur en deux secteurs angulaire de même mesure.

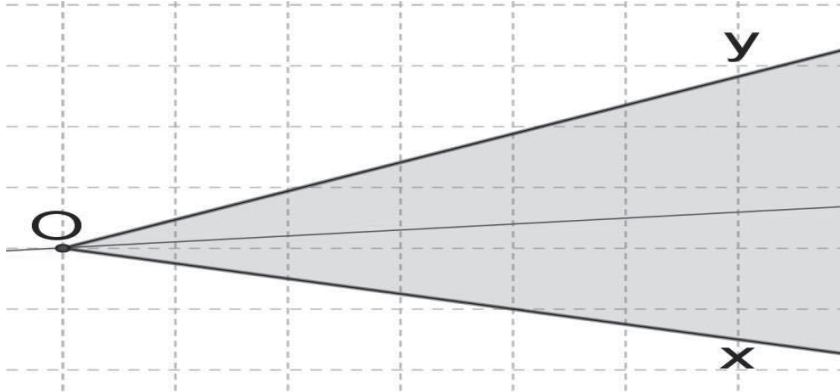
Construction

Avec un rapporteur

Etape 1 : On mesure le secteur $[\widehat{xOy}]$. Ici, on trouve $\widehat{xOy} = \dots$

Etape 2 : On calcule la moitié de $\widehat{xOy}$. On marque cette mesure sans bouger le rapporteur.

Etape 3 : On trace la demi-droite $[Oz)$ qui partage $[\widehat{xOy}]$ en deux secteurs égaux.



Avec un compas

Etape 1 : On trace un cercle de centre O (de rayon pas trop grand) coupant $[Ox)$ en A et $[Oy)$ en B.

Etape 2 : On trace deux cercles de même rayon, de centre A et B se coupant en z.

Etape 3 : La demi-droite $[Oz)$ est la bissectrice de $[\widehat{xOy}]$. Les angles $\widehat{xOz}$ et $\widehat{yOz}$ sont égaux.

V. SECTEURS ANGULAIRES SAILLANTS ADJACENTS

Activité 5

Consigne : Dessine deux secteurs angulaires $[\widehat{xOz}]$ et $[\widehat{zOy}]$ tels que $[Oz]$ soit le coté commun et non pas d'autres points commun.

On dit que $[\widehat{xOz}]$ et $[\widehat{zOy}]$ sont **adjacents**.

Définition : Deux secteurs angulaires saillants ayant même sommet, un côté commun et n'ayant pas d'autre point commun que ce côté sont appelés secteurs angulaires adjacents.

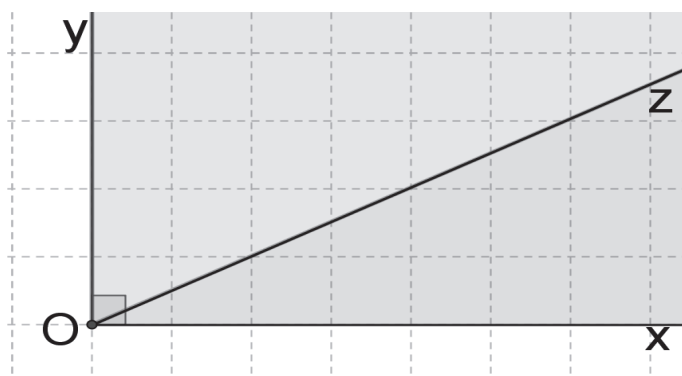
VI. SECTEURS ANGULAIRES COMPLEMENTAIRES- SECTEURS ANGULAIRES SUPPLEMENTAIRES

Activité 6

Consigne 1 : Dessine deux secteurs dont la réunion est un secteur angulaire droit.

Consigne 2 : Dessine deux secteurs dont la réunion est un secteur angulaire plat.

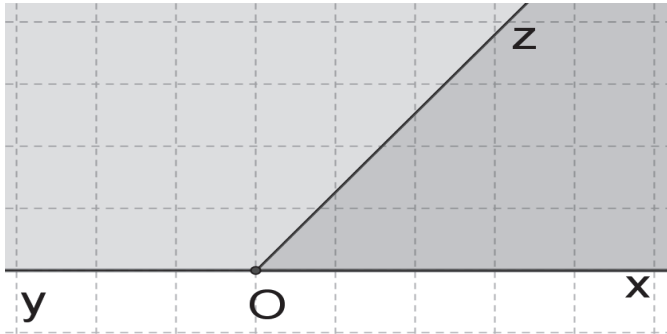
Définition 1 : Deux secteurs adjacents ou non dont la réunion est un secteur angulaire droit sont appelés secteurs angulaires complémentaires.



Le secteur angulaire $[\widehat{xOy}]$ est un secteur droit et $[\widehat{xOz}] \cup [\widehat{zOy}] = [\widehat{xOy}]$ alors les secteurs $[\widehat{xOz}]$ et $[\widehat{zOy}]$ sont **complémentaires**.

On a : $\widehat{xOz} + \widehat{zOy} = 90^\circ$.

Définition 2 : Deux secteurs adjacents ou non dont la réunion est un secteur angulaire plat sont appelés secteurs angulaires supplémentaires.



Le secteur angulaire $[x\widehat{O}y]$ est un secteur plat et $[x\widehat{O}z] \cup [z\widehat{O}y] = [x\widehat{O}y]$ alors les secteurs $[x\widehat{O}z]$ et $[z\widehat{O}y]$ sont **supplémentaires**.

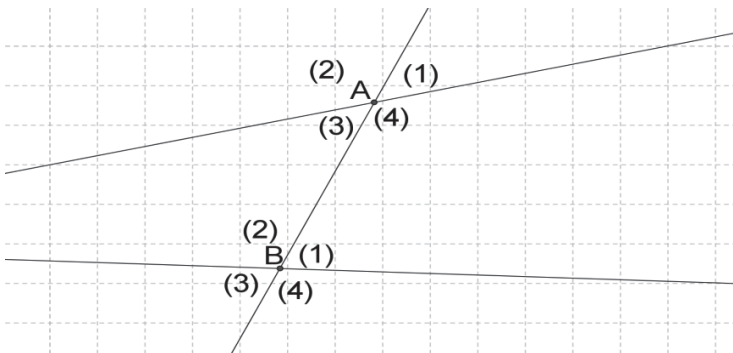
On a : $x\widehat{O}z + z\widehat{O}y = 180^\circ$.

VII. SECTEURS ANGULAIRES ALTERNES-INTERNES, ALTERNES-EXTERNES, CORRESPONDANTS, SECTEURS ANGULAIRES OPPOSES PAR LE SOMMET

Activité 7

Observe la figure suivante où (d) et (d') sont deux droites coupées par une sécante (Δ) respectivement en A et B. on note $\hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{A}_3$ et $\hat{A}_4$ les angles de sommet A et $\hat{B}_1, \hat{B}_2, \hat{B}_3$ et $\hat{B}_4$ les angles de sommet B.

Les secteurs $[A_3]$, $[A_4]$, $[B_1]$ et $[B_2]$ sont internes. Les secteurs $[A_1]$, $[A_2]$, $[B_3]$ et $[B_4]$ sont externes.



Consigne 1 : Les secteurs $[A_3]$ et $[B_1]$ sont *alternes-internes*

Nomme d'autres secteurs alternes-internes. Justifie.

Consigne 2 : Les secteurs $\widehat{A_2}$ et $\widehat{B_4}$ sont *alternes-externes*.

Nomme d'autres secteurs alternes-externes. Justifie.

Consigne 3 : Les secteurs $\widehat{A_1}$, $\widehat{B_1}$ sont *correspondants*.

Nomme d'autres secteurs correspondants. Justifie.

Consigne 4 : Les secteurs $\hat{A}_1$ et $\hat{A}_3$ sont opposés par le sommet.

Nomme d'autres secteurs opposés par le sommet.

Définitions

1. Les secteurs $\widehat{A_3}$ et $\widehat{B_1}$ sont internes, situés de part et d'autre du segment $[AB]$, ils sont *alternes-internes*. De même que $\widehat{A_4}$ et $\widehat{B_2}$.
2. Les secteurs $\widehat{A_2}$ et $\widehat{B_4}$ sont externes, situés de part et d'autre de la droite (Δ) , ils sont *alternes-externes*. De même que $\widehat{A_1}$ et $\widehat{B_3}$.
3. Les secteurs $\widehat{A_1}$, $\widehat{B_1}$ sont situés d'un même côté de la droite (Δ) , l'un est interne et l'autre est externe, ils sont *correspondants*.
De même que : $\widehat{A_2}$ et $\widehat{B_2}$; $\widehat{A_3}$ et $\widehat{B_3}$ $\widehat{A_4}$ et $\widehat{B_4}$.

Remarque :

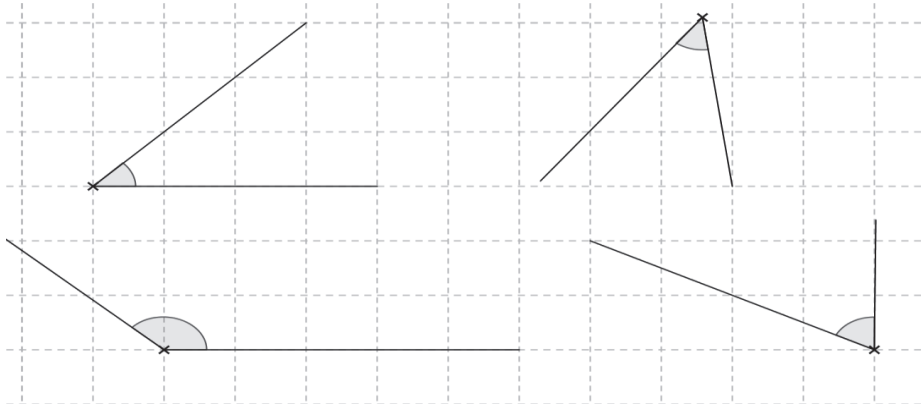
Si l à la demi-droite $[CA)$ à la demi-droite $[CA)$ es droites (d) et (d') étant parallèles alors :

- Deux secteurs alternes-internes ont le même angle.
- Deux secteurs alternes-externes ont le même angle.
- Deux secteurs correspondants ont le même angle.
- Deux secteurs opposés par le sommet ont le même angle.

EXERCICES

- 1) Donne la mesure de chacun des secteurs saillants suivants.

Pour chacun de ces secteurs saillants, donne la mesure du secteur rentrant correspondant.



- 2) Trace les secteurs angulaires $\widehat{xAy}$, $\widehat{zBt}$ et $\widehat{uCv}$ de mesures respectives 55° , 135° et 200° .

- a) Dis si ces secteurs sont saillants ou rentrants ?
b) S'ils sont saillants, dis s'ils sont aigus ou obtus.

- 3) Trace un secteur de 788° et trace la bissectrice (d) de ce secteur.

- 4) Trace deux secteurs adjacents $\widehat{xOy}$ et $\widehat{yOz}$ tel que $\widehat{xOy} = 35^\circ$ et $\widehat{yOz} = 55^\circ$

Calcule la mesure du secteur $\widehat{xOz}$. Que peux-tu conclure ?

- 5) Trace deux secteurs $\widehat{xAy}$ et $\widehat{yAt}$ non adjacents de mesures respectives 80° et 50° . Donne la mesure du secteur $\widehat{xAt}$.

- 6) Construis un triangle ABC tel que : $BC = 7\text{cm}$, $\hat{B} = 100^\circ$ et $\hat{C} = 30^\circ$.

Calcule l'angle $\hat{A}$

Reprendre l'exercice pour :

$$BC = 5\text{cm}, \hat{B} = 40^\circ \text{ et } \hat{C} = 60^\circ$$

$$BC = 6\text{cm}, \hat{B} = 35^\circ \text{ et } \hat{C} = 75^\circ$$

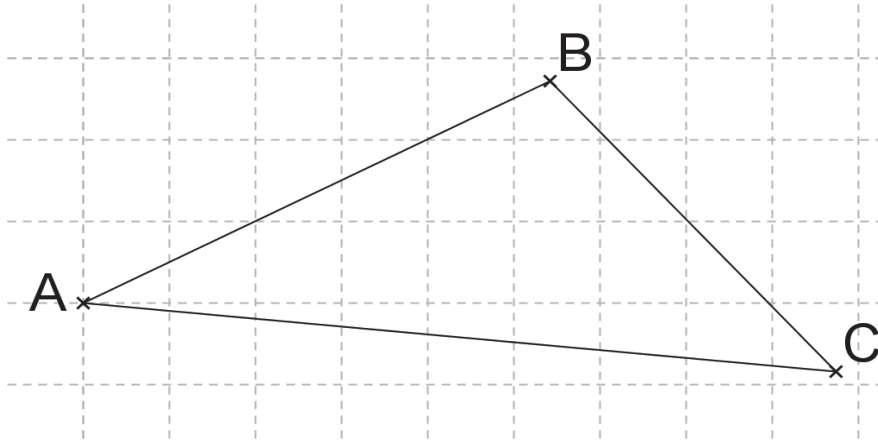
- 7) Construis un triangle DEF tel que : $\hat{E} = 40^\circ$ et $\hat{F} = 50^\circ$. Calcule $\hat{D}$. Quelle est la particularité de ce triangle ?
- 8) Construis un triangle GHI tel que : $\hat{G} = 30^\circ$ et $\hat{H} = 30^\circ$. Calcule $\hat{I}$, puis mesure les côtés GI et HI. Quelle est la particularité de ce triangle ?
- 9) Construis un triangle PQR tel que : $\hat{P} = \hat{Q} = 60^\circ$. Calcule $\hat{R}$ et compare les longueurs PQ, PR et QR. Quelle est la particularité de ce triangle ?
- 10) Dans la figure suivantes (Δ) et (Δ') sont parallèles et (d) coupe (Δ) et (Δ') en A et B. on note $\hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{A}_3$ et $\hat{A}_4$ les angles de sommet A et $\hat{B}_1, \hat{B}_2, \hat{B}_3$ et $\hat{B}_4$ les angles de sommet B.
- Donne des angles alternes internes.
 - Donne des angles alternes externes.
 - Donne des angles opposés.
 - Donne des angles correspondants.
 - On donne $\hat{A}_4 = 135^\circ$
Calcule les mesures des angles $\hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{A}_3, \hat{B}_1, \hat{B}_2, \hat{B}_3$ et $\hat{B}_4$.

LE TRIANGLE

I. LES ELEMENTS D'UN TRIANGLE

Activité 1

Consigne 1 : Voici un triangle



- 1) Nomme ses sommets.
- 2) Donne ses six noms possibles.
- 3) Nomme ses côtés.
- 4) Nomme ses angles.

Les éléments d'un triangle

Un triangle ABC possède :

- Trois sommets les points A, B, C ;
- Trois côtés ([AB], [AC], [BC]) ;
- Trois angles ($\widehat{ABC}$, $\widehat{BAC}$, $\widehat{BCA}$).

Chaque sommet est **opposé** à un côté.

Exemple : Le sommet A est opposé au côté [BC].

Consigne 2 : Construis un triangle MKP.

- 1) Ecris tous les noms de ce triangle.
- 2) Quel est le côté opposé au sommet M ?
- 3) Quel est le sommet opposé au côté [MK] ?

II. CONSTRUCTION D'UN TRIANGLE

Quand on demande de tracer un triangle, trois informations au moins sont nécessaires. Par exemple, les longueurs des trois côtés ; ou la longueur de deux côtés et la mesure d'un angle ; ou encore la longueur d'un côté et la mesure de deux angles.

Construire un triangle, c'est utiliser correctement les instruments de dessin (règle graduée, compas, rapporteur, équerre) pour tracer une figure répondant à certaines conditions.

On commence toujours par tracer un côté de longueur donnée ; ses deux extrémités sont deux sommets du triangle cherché. Le troisième sommet s'obtient comme point d'intersection de deux arcs de cercle, ou d'un arc et d'une demi-droite, ou encore de deux demi-droites.

Activité 2

Consigne 1 : Construis un triangle ABC tel que :

$$AB = 5 \text{ cm}, AC = 4 \text{ cm et } BC = 6 \text{ cm}.$$

Consigne 2 : Construis un triangle ABC tel que :

$$AB = 5 \text{ cm}, AC = 3 \text{ cm et } \hat{A} = 40^\circ.$$

Consigne 3 : Construis un triangle ABC tel que :

$$AB = 6 \text{ cm}, \hat{A} = 50^\circ \text{ et } \hat{B} = 30^\circ.$$

III. TRIANGLES PARTICULIERS

Activité 3

Consigne 1 : Construis un triangle DEF tel que :

$$DE = 3 \text{ cm}, DF = 4 \text{ cm}, \text{ et } EF = 5 \text{ cm}.$$

- Contrôle avec ton équerre que ce triangle est un triangle rectangle.
- Quelle est son hypoténuse ?

Consigne 2 : Dessine un triangle EFG tel que $FG = 4\text{cm}$ et $EF = EG = 5\text{cm}$.

Comment appelles-tu ce triangle ?

Consigne 3 : Construis un triangle PQR tel que $PR = PQ = QR = 5\text{cm}$.

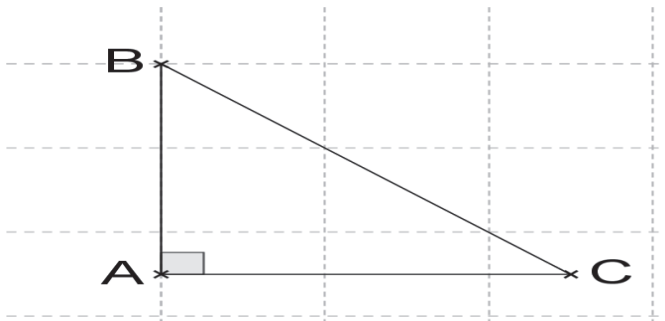
Comment appelles-tu ce triangle ?

Consigne 4 :

- Construis un triangle à la fois rectangle et isocèle.
- Peux-tu construire un triangle à la fois rectangle et équilatéral ?

1. Triangle rectangle

Un triangle qui a deux côtés perpendiculaires est appelé **triangle rectangle**

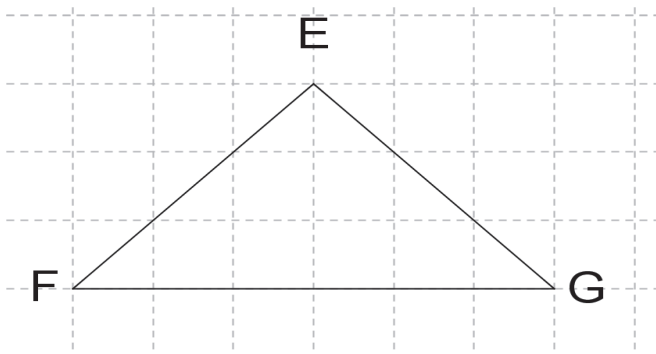


Sur la figure (AB) et (AC) sont perpendiculaires. On dit que le triangle ABC est un triangle rectangle en A.

Le côté [BC] opposé au sommet A est appelé hypoténuse (c'est le plus grand côté) du triangle ABC.

2. Triangle isocèle

Un triangle qui a deux côtés de même longueur est appelé **triangle isocèle**.



Fig

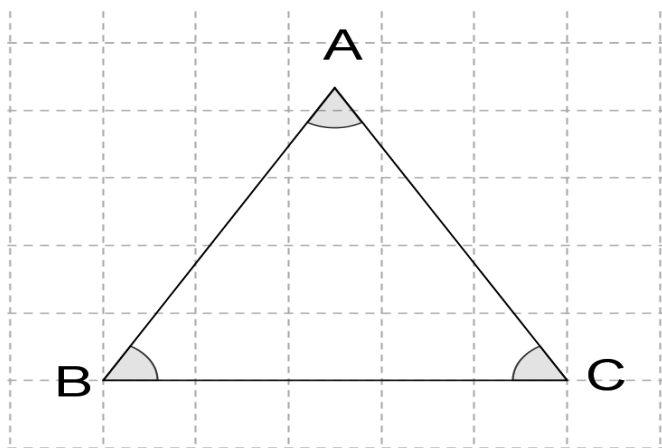
Sur la figure $EF = EG$. Le triangle EFG est isocèle.

Le côté [FG] est la base du triangle EFG.

Propriété : les angles $\widehat{F}$ et $\widehat{G}$ sont égaux.

3. Triangle équilatéral

Un triangle qui a trois côtés de même longueur est appelé **triangle équilatéral**.



Propriétés :

- Dans un triangle équilatéral, les trois angles sont égaux à 60° .
- Dans un triangle rectangle et isocèle les deux angles aigus sont égaux à 45° .

IV. DROITES REMARQUABLES DANS LE TRIANGLE

Activité 4

Consigne 1 : Construis un triangle puis trace une droite passant par un sommet et le milieu du côté opposé à ce sommet (cette droite s'appelle une médiane du triangle). Combien de droites peux-tu tracer ? Que constates-tu ?

Consigne 2 : Construis un triangle puis trace une droite passant par un sommet et perpendiculaire à la droite, support du côté opposé à ce sommet. Combien de droites peux-tu tracer ? Que constates-tu ?

Consigne 3 : Construis un triangle puis trace les médiatrices des côtés du triangle. Combien de droites peux-tu tracer ? Que constates-tu ?

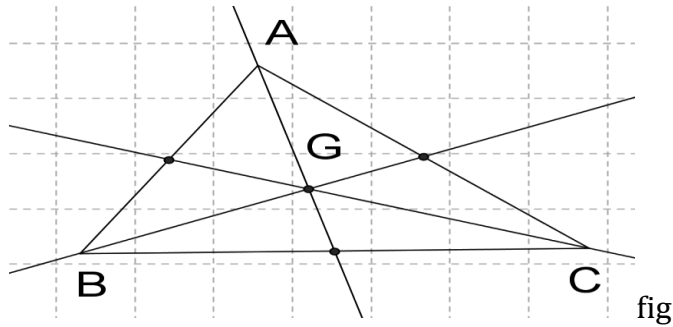
Consigne 4 : Construis un triangle puis trace les trois bissectrices du triangle. Que constates-tu ?

1. Les médianes d'un triangle

Une médiane d'un triangle est une droite passant par un sommet et par le milieu du côté opposé à ce sommet.

Un triangle a trois médianes.

Propriété : Les trois médianes d'un triangle se coupent en un point appelé **centre de gravité** du triangle, et noté habituellement **G**.



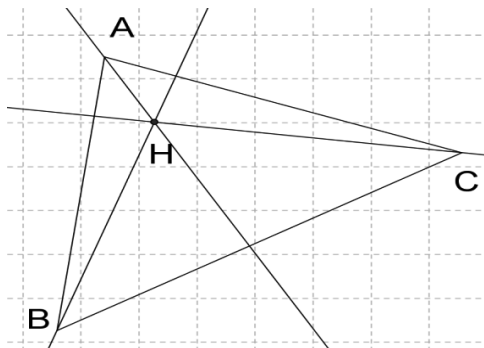
2. Les hauteurs d'un triangle

Une hauteur d'un triangle est une droite passant par un sommet et perpendiculaire à la droite, support du côté opposé à ce sommet.

Un triangle a trois hauteurs.

Propriétés :

- Les trois hauteurs d'un triangle se coupent en un point appelé orthocentre du triangle.



Dans un triangle rectangle, les deux côtés de l'angle droit sont des hauteurs.

- Dans un triangle isocèle une médiane et une hauteur sont confondues.

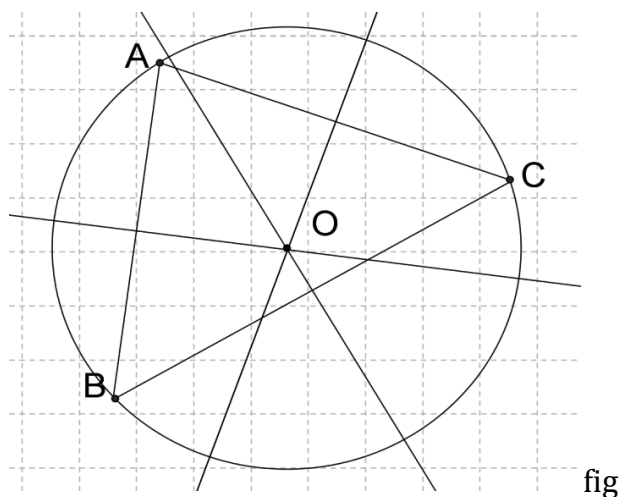
3. Les médiatrices d'un triangle

Les médiatrices d'un triangle sont les médiatrices de ses trois côtés.

Propriétés :

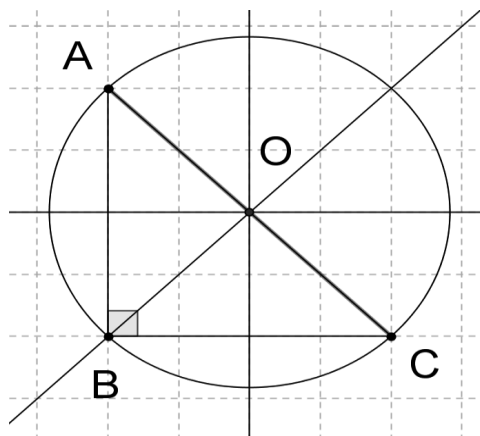
- Les trois médiatrices d'un triangle se coupent en un point. Ce point de concours est à la même distance des trois sommets du triangle. Ce point est donc le centre du cercle passant par les trois sommets du triangle.

Ce cercle s'appelle **cercle circonscrit** au triangle.



fig

- Si le triangle est rectangle, le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse.



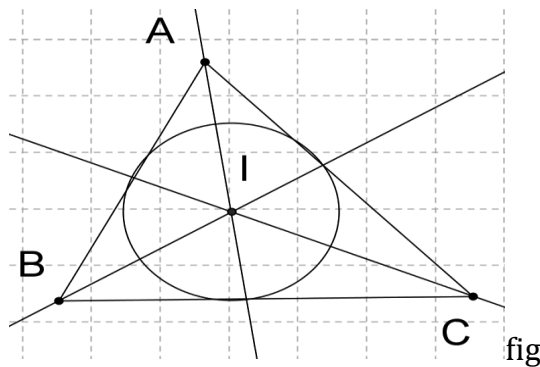
4. Les bissectrices d'un triangle

La bissectrice d'un angle est la droite qui partage cet angle en deux angles de même mesure.

Les bissectrices d'un triangle sont les trois bissectrices de ses trois angles.

Propriétés :

Les trois bissectrices d'un triangle se coupent en un point. Ce point de concours est le centre du **cercle inscrit** dans le triangle.



Remarque : Dans un triangle équilatéral la médiane, la hauteur, la médiatrice et la bissectrice sont confondues.

5. Somme des angles d'un triangle

Dessine un triangle ABC puis complète :

$$\hat{A} = \dots; \hat{B} = \dots; \hat{C} = \dots$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \dots$$

La somme des angles d'un triangle est un angle plat (180°).

EXERCICES

- 1) Construis un triangle ABC tel que : $AB = 5 \text{ cm}$ $BC = 6 \text{ cm}$ et $AC = 7 \text{ cm}$.
Donne les mesures de ses trois angles.
Construis ses médianes.
- 2) Construis un triangle équilatéral ABC de côté 6 cm et mesure ses trois angles.
Construis ses bissectrices.
- 3) Construis un triangle ABC tel que : $AB = 7 \text{ cm}$, $AC = 7 \text{ cm}$ et $BC = 4 \text{ cm}$.
Donne les mesures de ses trois angles.
Que constates-tu ? Quelle est la nature de ce triangle ?
- 4) Construis un triangle ABC tel que : $AB = 8 \text{ cm}$; $BC = 6 \text{ cm}$ et $\hat{B} = 55^\circ$.
Construis ses médiatrices.
- 5) Construis un triangle DEF tel que : $DE = 3 \text{ cm}$; $\hat{D} = 20^\circ$ et $\hat{E} = 120^\circ$.
- 6) Construis un triangle FGH tel que : $(GF) \perp (FH)$; $HG = 4 \text{ cm}$ et $\hat{G} = 40^\circ$.
- 7) Trace un triangle ABC.
 - a) D est un point de [BC] ; on trace [DA].
Combien obtiens-tu de nouveaux triangles ?
Combien de triangles en tout ?
 - b) E est un point de [BD] ; on trace [AE].
Combien obtiens-tu de nouveaux triangles ?
Combien de triangles en tout ?
 - c) F est un point de [BE] ; on trace [FA].
Combien obtiens-tu de nouveaux triangles ?
Combien de triangles en tout ?
- 8) ABC est un triangle.
I, J et K sont les milieux respectifs de [BC], [CA] et [AB].

M, N et P sont les milieux respectifs de [KJ], [KI] et [IJ]. Vérifie que A, M et I sont alignés.

Trouve d'autres points alignés.

Trouve des droites parallèles.

9) Dessine et donne le programme de construction des triangles suivants :

a) Un triangle ABC de hauteur [AH], tel que $AB = 5$ cm, $HC = 3,5$ cm et $BC = 4$ cm.

b) Un triangle AGT de hauteur [GH] tel que $AT = 3$ cm ; $TH = 5$ cm et $GH = 3,5$ cm.

c) Un triangle FGN, isocèle en F ($FG = FN$) de hauteur [FO], tel que $GN = 6$ cm et $FO = 7$ cm.

LES QUADRILATERES

Un quadrilatère est une figure géométrique qui a quatre côtés.

Parmi les quadrilatères, on peut citer le trapèze et les parallélogrammes.

Le rectangle, le losange et le carré sont des parallélogrammes.

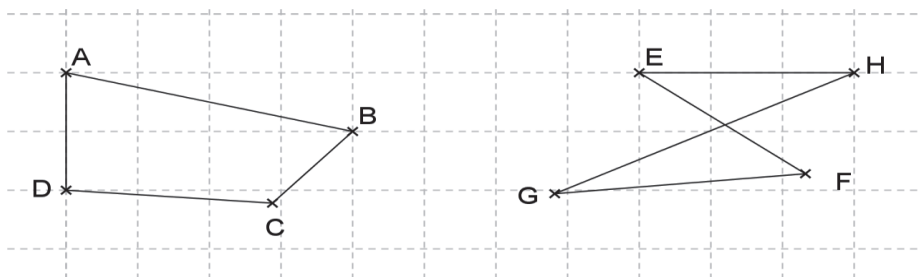
I. QUADRILATERE CROISES ET NON CROISES - DIAGONALES

Définition 1 : Un quadrilatère croisé est un quadrilatère dont deux côté non consécutifs ont un point commun.

Définition 2 : Une diagonale d'un quadrilatère est un segment ayant pour extrémités deux sommets non consécutifs.

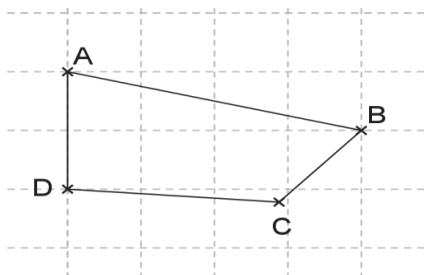
Activité 1

Consigne 1 : Parmi les quadrilatères suivants, quel est celui qui est croisé ou non croisé?



Consigne 2 : Trace les diagonales des quadrilatères précédents

Consigne 3 : Observe le quadrilatère suivant :



- 1) Nomme ses sommets.
- 2) Donne les noms possibles de ce quadrilatère.
- 3) Nomme ses diagonales.
- 4) Quel est le sommet opposé à B ?
- 5) Quel est le côté opposé à [BC] ?

Les éléments d'un quadrilatère

Le quadrilatère ABCD possède :

- Quatre(4) **sommets** : les points A, B, C et D

- quatre(4) **côtés** : $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$
- quatre(4) **angles** : $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCD}$, $\widehat{CDA}$ et $\widehat{DAB}$
- deux **diagonales** : $[AC]$ et $[BD]$

Deux côtés peuvent être :

- Soit opposés : $[AB]$ et $[BD]$
- Soit consécutifs : $[AB]$ et $[BC]$

N.B : Pour nommer un quadrilatère, on cite les sommets dans l'ordre.

Exemple : Les noms possibles du quadrilatère ABCD : **ABCD, BCDA, CDAB, DABC, ADCB, DCBA, CBAD, BADC.**

II. LE PARALLELOGRAMME

1. Caractérisation d'un parallélogramme

Activité 2

Consigne 1 : Trace deux droites parallèles (d) et (d'). Place sur (d) deux points A et B. trace la droite (Δ) passant par A et sécante à (d') en D.

Trace la droite (Δ') passant par B et parallèle à (Δ), elle coupe (d') en C.

Complète par « *croisé* » ou « *non croisé* » la phrase suivante

Le quadrilatère ABCD est un quadrilatère

Consigne 2 : Observe le parallélogramme précédent.

- 1) Comment sont les côtés opposés ? Compare leur longueur.
- 2) Comment sont les diagonales ?
- 3) Compare les mesures des angles opposés.

Propriétés

Un quadrilatère est caractérisé par ses propriétés.

Un parallélogramme est un quadrilatère (non croisé) dont :

P₁ : les côtés opposés sont parallèles ;

P₂ : les diagonales se coupent en leur milieu ;

P₃ : les côtés opposés sont de même longueur ;

P₄ : les angles opposés sont égaux.

Dans un parallélogramme :

- deux angles opposés ont même mesure ;
- deux angles consécutifs sont supplémentaires.

2. Construction d'un parallélogramme

Activité 3

Consigne 1 : Dessine et nomme un parallélogramme en utilisant le quadrillage de ton cahier.

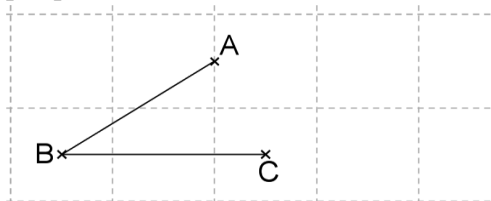
Consigne 2 : Marque trois points A, B, D non alignés. Trace un cercle de centre A et de rayon BD puis un autre cercle de centre D et de rayon AB. Les deux cercles se coupent en deux points, l'un de ces deux points C est tel que ABDC est un parallélogramme : place le point C.

Consigne 3 : Construis un triangle ACD. En utilisant la règle et au compas, construis le point B tel que ABDC soit un parallélogramme.

Conclusion : Pour construire un parallélogramme ABCD avec la règle et le compas, les deux étapes suivantes sont à respecter.

1^{ère} étape : On place trois de ces sommets qui correspondent à deux côtés du parallélogramme.

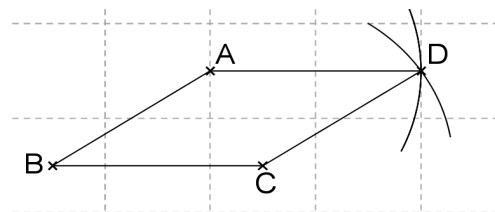
Exemple : Les trois sommets A, B et C, constituent deux côtés [AB] et [BC].



2^{ème} étape : On construit :

- un arc ($\mathcal{C}_1$) de centre A et de rayon BC ;
- un arc ($\mathcal{C}_2$) de centre C et de rayon AB ;
- ($\mathcal{C}_1$) et ($\mathcal{C}_2$) se coupent en D.

ABCD est le parallélogramme demandé.



Consigne 4 : Construis deux droites (d) et (d') sécantes en un point O.

Sur la droite (d) marque deux points A et C tel que O soit le milieu de [AC].

Sur la droite (d') marque deux points B et D tel que O soit le milieu de [BD].

Trace le quadrilatère ABCD et donne sa nature.

Consigne 5 : Construis un parallélogramme RSTU tel que :

$$R = 3\text{cm}, UT = 4\text{cm} \text{ et } \widehat{RUT} = 40^\circ$$

3. Méthodes de construction d'un parallélogramme avec des données

Exemple : Construis un parallélogramme ABCD tel que :

$$\hat{A} = 60^\circ; AB = 6\text{cm}; AD = 4\text{cm}.$$

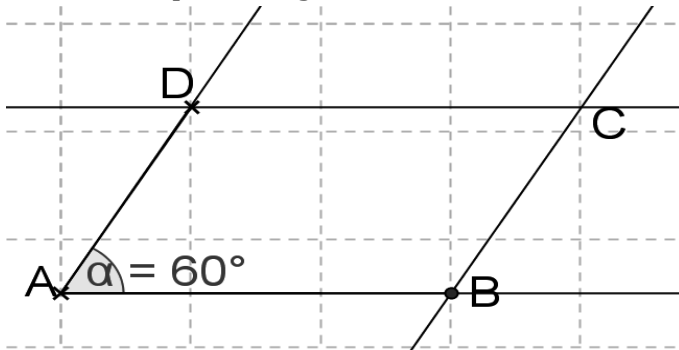
Nous proposons quatre méthodes de construction.

1^{ère} méthode :

- Construire deux segments $[AB]$ et $[AD]$ de longueurs respectives 6cm et 4cm formant un angle de 60° ;
- Mener par B une droite parallèle à (AD) puis par D une droite parallèle à (AB) .

Ces deux droites se coupent en un point qui n'est autre que le point C.

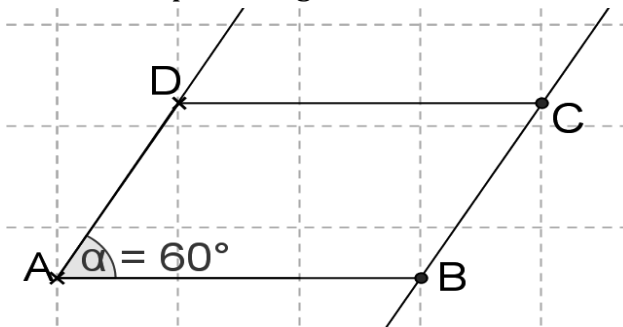
ABCD est le parallélogramme cherché.



2^{ème} méthode :

- Construire deux segments $[AB]$ et $[AD]$ de longueurs respectives 6cm et 4cm formant un angle de 60° ;
- Mener par B une droite parallèle à (AD) et porter sur cette parallèle la longueur $BC = AD$.

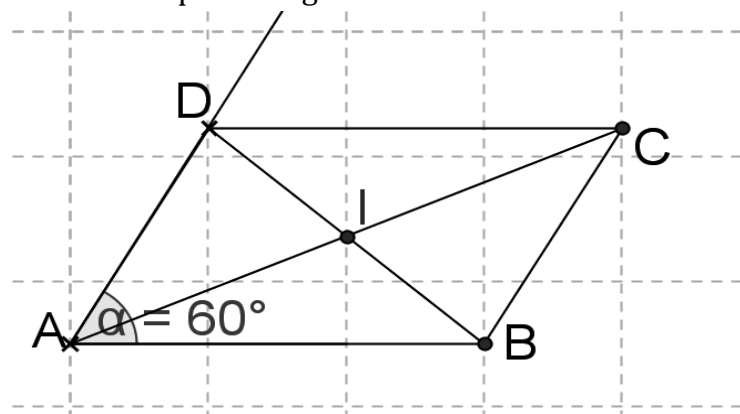
ABCD est le parallélogramme cherché.



3^{ème} méthode :

- Construire deux segments $[AB]$ et $[AD]$ de longueurs respectives 6cm et 4cm formant un angle de 60° ;
- Construire le milieu I de $[BD]$ tracer la demi-droite $[AI]$ et porter sur cette demi-droite le point C tel que $IC = AI$.

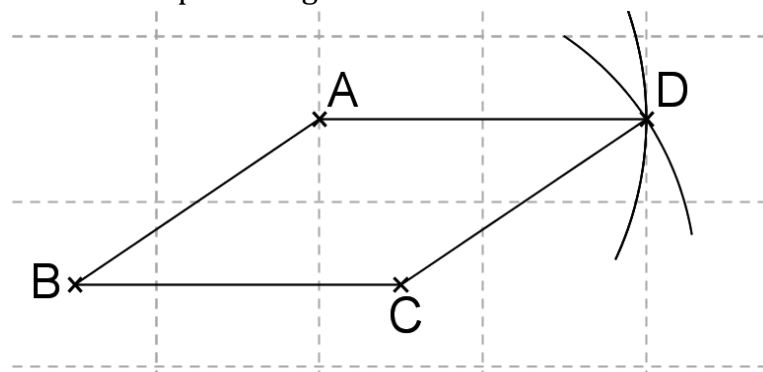
$ABCD$ est le parallélogramme cherché.



4^{ème} méthode :

- On place trois de ces sommets par exemple A, B et C qui correspondent à deux côtés du parallélogramme $[AB]$ et $[BC]$;
- Construire un arc (C_1) de centre A et de rayon BC et un arc (C_2) de centre C et de rayon AB. (C_1) et (C_2) se coupent en D.

$ABCD$ est le parallélogramme cherché.



III. LE RECTANGLE

Définition 1 : Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits.

Définition 2 : Un rectangle est un parallélogramme qui a un angle droit.

1) Construire un rectangle connaissant les dimensions

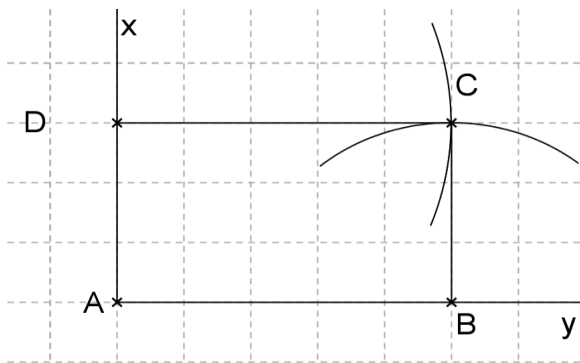
Activité 4

Consigne : Construis un rectangle ABCD tel que : $AB = 5\text{cm}$ et $AD = 3\text{cm}$.

Méthode

- Construire un angle droit $\widehat{xAy}$ et porter sur $[Ax)$ et $[Ay)$ les dimensions a et b du rectangle ;
- Construire un arc de centre B et de rayon AD puis un arc de centre D et de rayon AB ces deux arcs se coupent en C.

ABCD est le rectangle cherché.



Remarque : On peut utiliser toutes les méthodes de construction du parallélogramme.

2) Construire un rectangle connaissant la diagonale et un côté

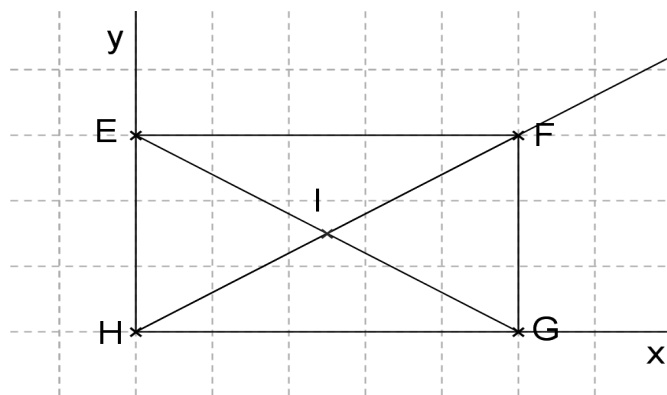
Activité 5

Consigne : Construis un rectangle EFGH tel que : $EG = 6\text{cm}$ et $EH = 4\text{cm}$.

Méthode

- Construire $\widehat{xHy} = 90^\circ$, place sur $[Hy)$ le point E tel que $EH = a$ et sur $[Hx)$ le point G tel que $GH = b$;
- Construire le milieu I de EG ;
- Sur la demi-droite $[HI)$, place le point F tel que $HI = IF$.

EFGH est le rectangle cherché.



Remarque : On peut utiliser toutes les méthodes de construction du parallélogramme.

3) Propriétés

Activité 6

Consigne 1 : Dessine un rectangle ABCD, trace ses diagonales et donne ses propriétés.

Consigne 2 : ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 4\text{cm}$; $AC = 2\text{cm}$
 Construis le point D tel que : $(BD) \parallel (AC)$ et $(CD) \parallel (AB)$. Donne la nature du quadrilatère ABDC.

IV. LE LOSANGE

Définition : Un losange est un quadrilatère dont les quatre côtés ont même longueur.

Activité 7

Consigne 1 : Dessine un losange ABCD, trace ses diagonales et donne ses propriétés.

Consigne 2 : Construis un losange EFGH de côté 4cm.

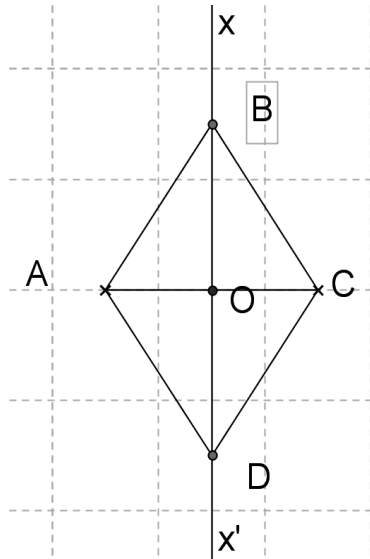
Consigne 3 : Construis un losange ABCD tel que ses diagonales [AC] et [BD] mesurent respectivement a et b.

Méthode

- On construit la médiatrice ($x'x$) du segment [AC], avec O milieu de [AC] ;

- Place sur $[Ox)$ le point B tel que $\frac{b}{2}$ et le point D sur $[Oy)$ tel que $\frac{a}{2}$.

ABCD est le losange cherché.



Remarque : On peut utiliser toutes les méthodes de construction du parallélogramme.

V. LE CARRE

Définition : Un carré est un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur.

Activité 8

Consigne 1 : Un carré est-il, un rectangle ? un losange ?

Consigne 2 : Dessine un carré ABCD, trace ses diagonales et donne ses propriétés.

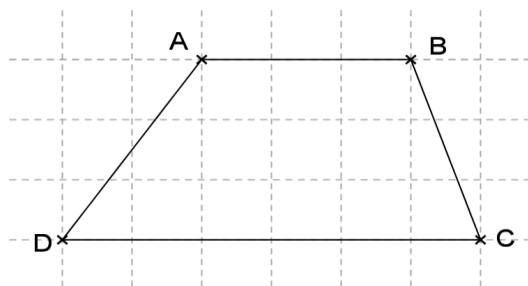
VI. LE TRAPEZE

Définition : Un trapèze est un quadrilatère possédant deux côtés non consécutifs parallèles, appelés bases.

Dans le trapèze ABCD :

[AB] est la **petite base** ;

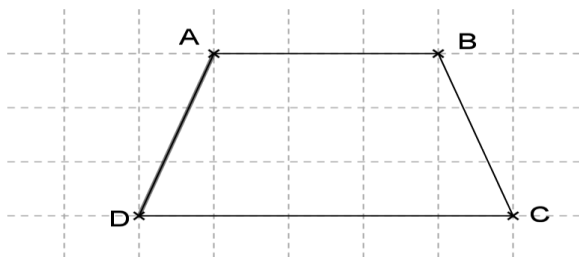
[CD] est la **grande base**.



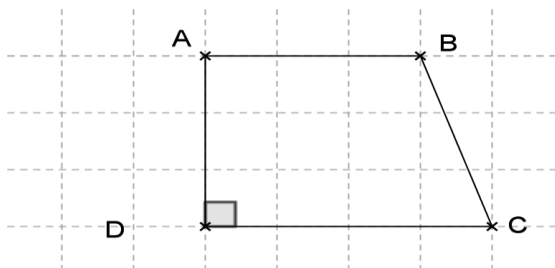
Trapèzes particuliers

Dans un trapèze :

4. Si les côtés obliques sont égaux, le trapèze est dit **trapèze isocèle**



5. Si deux de ses angles sont droits, le trapèze est dit **trapèze rectangle**.



Activité 9

Consigne 1 : Dessine un trapèze ABCD tel que $AB = 3\text{cm}$ et $CD = 5\text{cm}$.

Consigne 2 : Dessine un trapèze isocèle EFGH tel que $EF = 3\text{cm}$, $GH = 5\text{cm}$ et $EH = FG = 4\text{cm}$.

Consigne 3 : Dessine un trapèze rectangle KLMN tel que $KL = 3\text{cm}$ et $MN = 5\text{cm}$.

VII. HEXAGONE REGULIER

Poly = plusieurs gonia = angle

Un polygone est une figure géométrique qui a plusieurs côtés.

3 côtés = triangle ; 4 côtés = quadrilatère ; 5 côtés = pentagone ;

6 côtés = hexagone ; 7côtés = heptagone ; 8 côtés = octogone ...

Un **polygone régulier** est un polygone dont tous les côtés ont la même longueur **et** dont tous les angles ont la même mesure.

Un hexagone régulier est un polygone ayant 6 côtés de même longueur et 6 angles de même mesure. Ainsi, chaque angle de l'hexagone mesure **120°**.

On en déduit que chaque demi-angle au sommet mesure $\frac{120^\circ}{6} = 60^\circ$.

Donc chaque triangle formé par le centre et deux sommets consécutifs est équilatéral, ce qui justifie la construction d'un hexagone régulier à partir de son cercle circonscrit : on reporte 6 fois le rayon sur le cercle.

Activité 10

Consigne : Construis un hexagone régulier à partir de son cercle circonscrit.

EXERCICES

1) Trace un quadrilatère non croisé, nomme A, B, C et D ses sommets.

a) Ecris les huit noms de ce quadrilatère.

b) Nomme ses sommets opposés.

c) Nomme ses côtés opposés.

d) Trace et nomme ses diagonales.

3) Voici un quadrilatère croisé

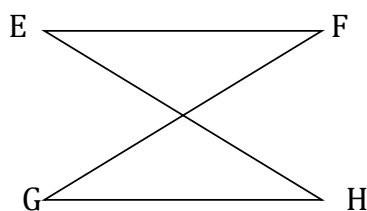
a) Nomme ses quatre côtés.

b) [EF] et [GH] sont deux côtés opposés

de ce quadrilatère

Quelle sont les deux autres côtés opposés ?

Quelles sont les diagonales ?



4) Construis deux droites (AC) et (BD) sécantes en un point O tel que

$OA = OC$ et $OB = OD$. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

5) Construis un parallélogramme ABCD dont les diagonales se coupent en O

tel que les segments [AC] et [BD] mesurent respectivement 8cm et 6cm

et que $\widehat{BOC} = 30^\circ$

6) Construis un parallélogramme tel que les segments [AB], [BD] et [AD]

mesurent respectivement 5cm, 6cm et 4cm.

7) Construis un rectangle ABCD tel que $AB = 5\text{cm}$ et $AD = 3\text{cm}$.

8) Construis un rectangle EFGH de 18cm de périmètre et tel que $EF = 5\text{cm}$.

9) Construis un rectangle ABCD tel que $AD = 4\text{cm}$ et $\widehat{ADB} = 56^\circ$.

10) Construis un losange de 5cm de côté tel que l'une des diagonales

mesure 8cm.

11) Construis un losange dont les diagonales mesurent 8cm et 3cm.

12) Construis un carré de 16cm de périmètre.

13) Construis un carré ABCD tel que le segment [BD] mesure 7cm.

- 14) Construis un trapèze ABCD tel que $AB = 3\text{cm}$, $DC = 6\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$, $AD = 5\text{cm}$.
- 15) Construis un trapèze isocèle dont la petite base et la grande base mesurent 4cm et 6cm.
- 16) Construis un trapèze ABCD rectangle en A et D tel que $AB = 3\text{cm}$, $AD = 4\text{cm}$ et $DC = 6\text{cm}$. Place le point E du segment $[CD]$ tel que ABCE soit un parallélogramme.

PÉRIMÈTRE ET AIRE

I. PERIMETRES

1. Unité

L'unité principale de longueur est le **mètre (m)**.

Les unités usuelles sont :

- le kilomètre (km) ; l'hectomètre (hm) ; le décamètre (dam) ;
- le décimètre (dm) ; le centimètre (cm) ; le millimètre (mm).

$$1\text{m} = 0,1\text{dam} = 0,01\text{hm} = 0,001\text{km}$$

$$1\text{m} = 10\text{dm} = 100\text{cm} = 1000\text{mm}$$

2. Périmètre des polygones

Le périmètre d'un polygone est la somme des longueurs de tous ses côtés extérieurs.

Triangle:

$$\text{périmètre} = AB + BC + CA$$

- Si le triangle est isocèle en A :

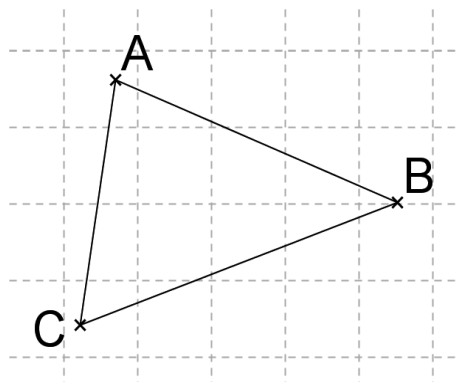
$$\text{périmètre} = 2.AB + BC \text{ ou}$$

$$\text{périmètre} = 2.AC + BC$$

- Si le triangle est équilatéral :

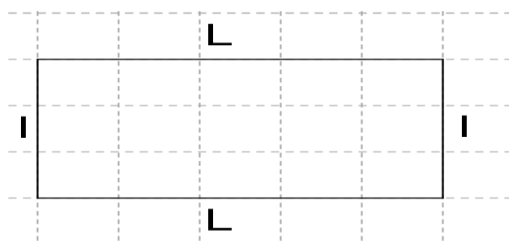
$$\text{Périmètre} = 3AB \text{ ou périmètre} =$$

$$3AC \text{ ou périmètre} = 3BC$$



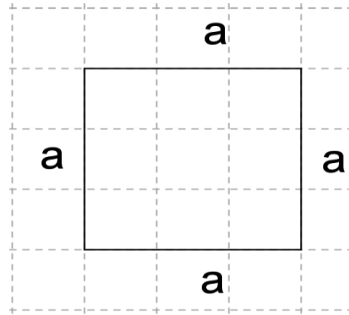
Rectangle :

$$\text{périmètre} = 2 \times (L + l)$$



Carré :

périmètre = $4 \times a$



Activité 1

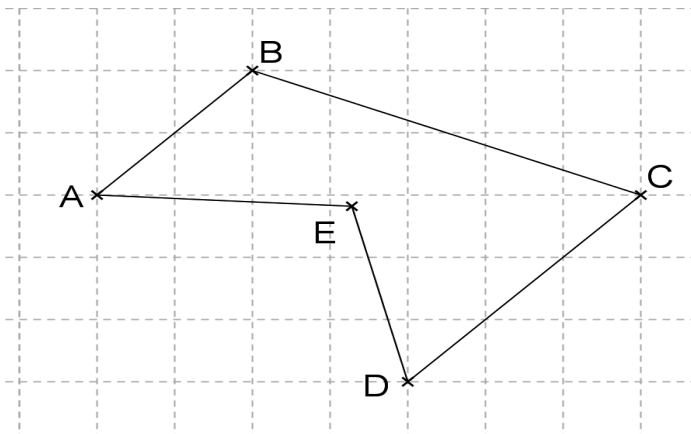
Consigne 1 : Complète

a) $36,4\text{m} = \dots \text{dm}$; $74,2\text{km} = \dots \text{m}$; $34,2\text{cm} = \dots \text{m}$.

b) $45\text{m} = \dots \text{hm}$; $36,5\text{cm} = \dots \text{mm}$; $98,1\text{dm} = \dots \text{m}$

Consigne 2 : Observe la figure suivante où

$AB = 2\text{cm}$; $BC = 6\text{cm}$; $CD = 5\text{cm}$; $DE = 3\text{cm}$; $AE = 4\text{cm}$



a) Calcule le périmètre en m de cette figure.

b) Convertis ce périmètre en dm.

II. AIRES

1. Unité

L'unité principale d'aire est le mètre carré (m^2) : c'est l'aire d'un carré dont la longueur du côté est 1m.

Les unités usuelles sont données dans le tableau suivant

Longueur du côté du carré	Unité d'aire	Symbole
1 kilomètre	kilomètre carré	km^2
1 hectomètre	hectomètre carré	hm^2
1 décamètre	décamètre carré	dam^2
1 mètre	mètre carré	m^2
1 décimètre	Décimètre carré	dm^2
1 centimètre	Centimètre carré	cm^2
1 millimètre	Millimètre carré	mm^2

$$1dm^2 = 100cm^2$$

- Si on multiplie la longueur du côté d'un carré par 10, l'aire du carré est multipliée par 100.
- Si on divise la longueur du côté d'un carré par 10, l'aire du carré est divisée par 100.

2. Changement d'unité

Pour effectuer un changement d'unité, on peut dresser le tableau suivant

km ²		hm ²		dam ²		m ²		dm ²		cm ²		mm ²	
				5	7	0	5	4	0	3	2		

$$5705,4032m^2 = 57,054032dam^2 = 0,57054032hm^2 = 0,0057054032km^2$$

$$5705,4032m^2 = 570540,32dm^2 = 57054032cm^2 = 5705403200mm^2$$

Dans la pratique, il n'est pas nécessaire de dresser le tableau : à un déplacement de la virgule **d'un rang pour les longueurs**, on associe un déplacement de la virgule **de deux rangs pour les aires** :

$$1\text{m} = 0,1 \text{ dam}$$

$$m \rightarrow \text{dam}$$

La virgule est déplacée d'un rang vers la gauche

$$5705,4032\text{m}^2 = 57,054032\text{dam}^2$$

$$\text{m}^2 \rightarrow \text{dam}^2$$

La virgule est déplacée de deux rangs vers la gauche

3. Mesures agraires

En agriculture, pour exprimer l'aire d'un champ, d'un bois, ..., il existe un vocabulaire particulier pour désigner les unités d'aire utilisées :

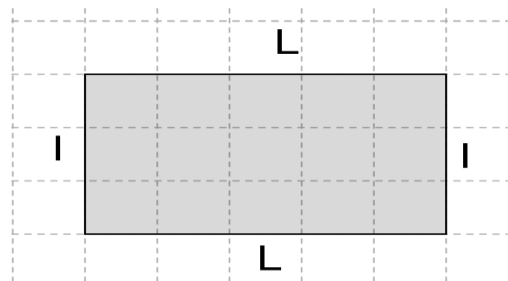
- L'unité agraire principale est l'are (a) : $1\text{a} = 1\text{dam}^2$.
- L'hectare (ha) : $1\text{ha} = 100\text{a} = 1\text{hm}^2$.
- Le centiare (ca) : $1\text{ca} = 0,01\text{a} = 1\text{m}^2$.

4. Aire des polygones

L'aire est la mesure d'une surface.

Rectangle

$$\text{Aire} = L \times l$$

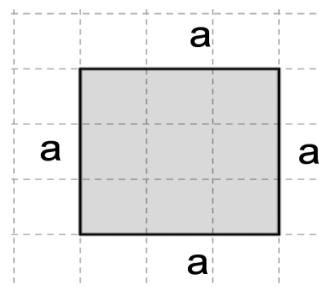


Carré

$$\text{Aire} = a \times a$$

ou

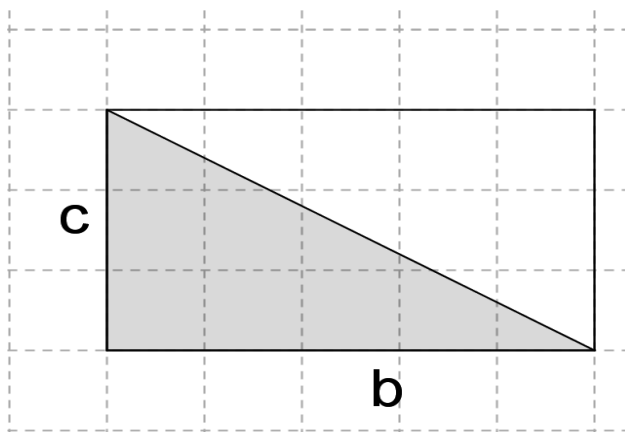
$$\text{Aire} = a^2$$



Triangle rectangle

L'aire d'un triangle rectangle est la moitié de l'aire d'un rectangle dont les dimensions sont les mesures des côtés de l'angle droit.

$$\text{Aire} = \frac{b \times c}{2}$$



Triangle

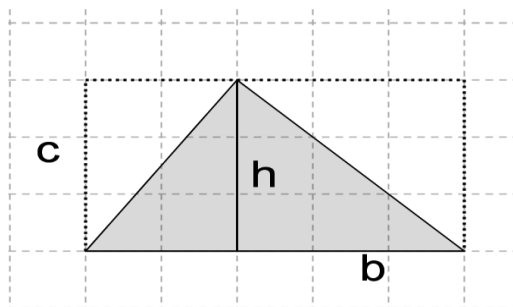
Des triangles d'aspects différents peuvent avoir la même aire. En effet, l'aire d'un triangle est liée seulement à la longueur d'une base et de la hauteur associée.

Dans un triangle, on peut choisir n'importe quel côté comme base.

Une base étant choisie, il existe une seule hauteur relative à cette base ; c'est la perpendiculaire à la base, passant par le sommet opposé.

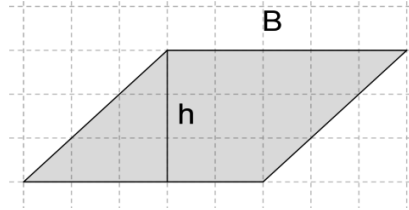
L'aire A d'un triangle de base b et de hauteur h :

$$\text{Aire} = \frac{b \times h}{2}$$



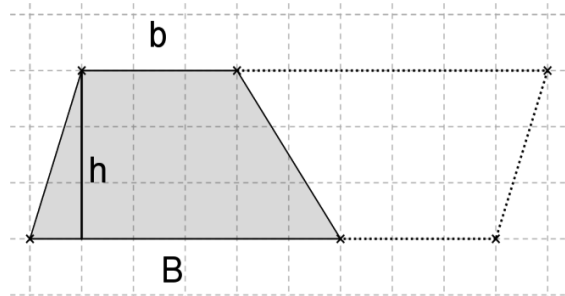
Parallélogramme

$$\text{Aire} = B \times h$$



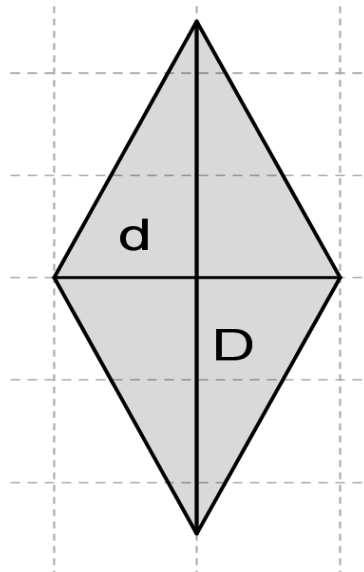
Trapeze

$$\text{Aire} = \frac{(B + b) \times h}{2}$$



Losange

$$\text{Aire} = \frac{D \times d}{2}$$

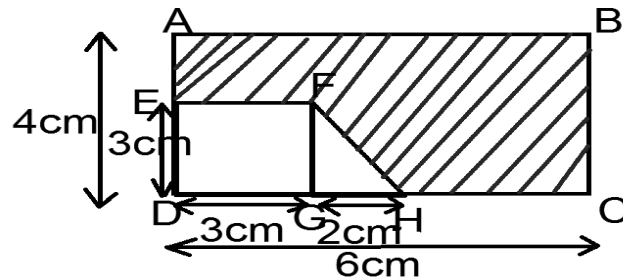


Activité 2

Consigne 1 : Complète

- a) $52\text{m}^2 = \dots \text{dm}^2$; $73\text{cm}^2 = \dots \text{dm}^2$.
- b) $4,9\text{dm}^2 = \dots \text{mm}^2$; $4,5\text{cm}^2 = \dots \text{dm}^2$

Consigne 2 : Observe la figure suivante



Calcule :

- l'aire du rectangle ABCD ;
- l'aire du carré DEFG ;
- l'aire du triangle rectangle FGH ;
- l'aire du polygone AEFHCB.

EXERCICES

- 1) Complète
- 2) a) Exprime en m^2 , puis en cm^2 : $35,43km^2$; $3,05hm^2$; $72dm^2$; $5200mm^2$.
 b) Complète : $300dam^2 = \dots cm^2$; $800 cm^2 = \dots m^2$; $2040 dam^2 = \dots m^2$
 $1 km^2 = \dots a$; $56 dam^2 = \dots a$; $4 km^2 = \dots ha$; $75 a = \dots cm^2$
 c) Exprime en ares (a), puis en centiares (ca) : $23 dm^2$; $3,7 ha$; $1850 m^2$
- 3) Complète le tableau suivant pour un rectangle

Longueur (en m)	18	25		29	
Largeur (en m)	7		13		18
Périmètre (en m)		82	126		124
Aire (en m^2)				145	

- 4) Complète le tableau suivant pour un carré

Côté (en m)	5			11			
Périmètre (en m)		84					
Aire (en m^2)			49		144	36	81

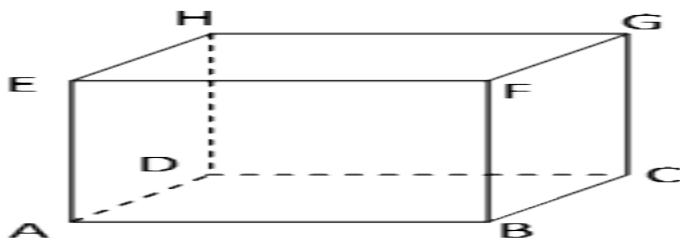
- 5) Le périmètre d'un terrain est 72m.
 - a) Si ce terrain est carré, calcule son aire.
 - b) Si ce terrain est rectangulaire de longueur 52 m, calcule son aire.
 - c) Compare les résultats.
- 6) Les diagonales d'un losange mesurent 34m et 69m. Calcule son aire en.
- 7) Trace deux droites perpendiculaires (d_1) et (d_2) qui se coupent en un point H. Sur la droite (d_1) place deux points distincts A et B tels que $AH = HB$ et $AB = 6cm$. Sur la droite (d_2) place un point C à 5cm de H.
- 8) Construis un trapèze ABCD rectangle en A et D tel que $AB = 3cm$, $AD = 4cm$ et $DC = 6cm$. Place le point E du segment [CD] pour que ABCE soit un parallélogramme.
 - a) Calcule l'aire du trapèze ABCD.
 - b) Calcule l'aire du parallélogramme ABCE.
 - c) Calcule les aires des triangles ABD, ABE et ABCC.
 - d) Calcule les aires des triangles DCA et DCB.

Les polyèdres

I. PARALLELEPIPEDE RECTANGLE

Activité 1

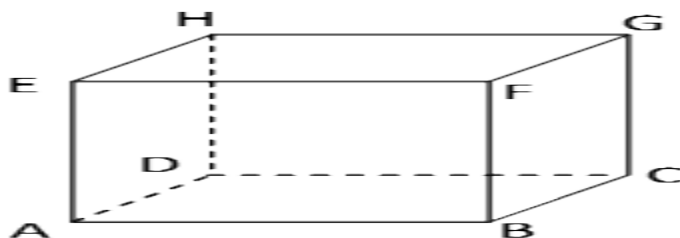
Consigne 1 : Observe le solide suivant.



- 1) Nomme ses sommets.
- 2) Donne le nombre de ses faces, le nombre de ses côtés (arêtes)
- 3) Nomme deux solides de même forme.

1. Définitions

Exemple : Une boîte d'allumettes et une boîte de craies sont des exemples de parallélépipède rectangle.



Le parallélépipède rectangle ABCDEFGH a :

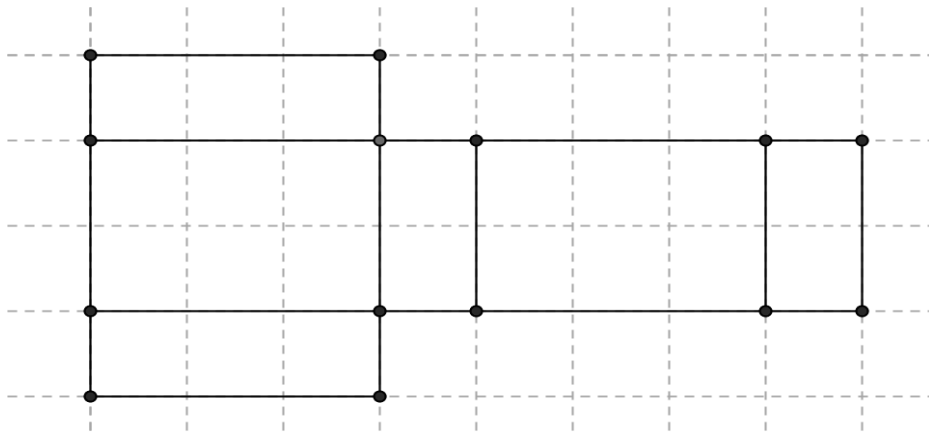
- huit (8) sommets : les points A, B, C, D, E, F, G et H ;
- six (6) faces qui sont des rectangles : ABCD, ABFE, ADHE, BCGF, CDHG et EFHG ;
- douze (12) arêtes qui sont les côtés des rectangles : $[AB]$, $[AE]$, $[BF]$, $[EF]$, $[BC]$, $[BF]$, $[CG]$, $[FG]$, $[CD]$, $[DH]$, $[DH]$, $[EH]$;
- trois (3) dimensions : longueur, largeur et hauteur.

2. Développement

En découpant un parallélépipède rectangle suivant les arêtes, on obtient un développement de ce parallélépipède rectangle. Ce développement s'appelle un patron du parallélépipède.

Consigne 2 : Soit le parallélépipède rectangle ABCDEFGH

Voici un développement de ce parallélépipède. Place les sommets A, B, C, D, E, F, G et H.



3. Aire

Consigne 3 : Sachant que les dimensions d'un parallélépipède sont : $a = 6\text{cm}$, $b = 5\text{cm}$ et $c = 3\text{cm}$. Calcule l'aire de chacune des faces puis la somme des aires de toutes les faces du parallélépipède.

Remarque

Dans un parallélépipède rectangle, chaque face a les mêmes dimensions que la face opposée.

L'aire totale $\mathcal{A}$ d'un parallélépipède rectangle de dimensions a , b et c est

$$\mathcal{A} = (2 \times a \times c) + (2 \times b \times c) + (2 \times a \times b)$$

Le produit $2 \times a \times c$ s'écrit $2ac$ donc

$$\mathcal{A} = 2ac + 2bc + 2ab$$

L'aire d'un parallélépipède rectangle est la somme des aires de ses faces.

II. CUBE

Activité 2

Consigne 1 : Est-il possible que les trois dimensions d'un parallélépipède rectangle soient égales?

Si oui donne un exemple de solide de cette forme.

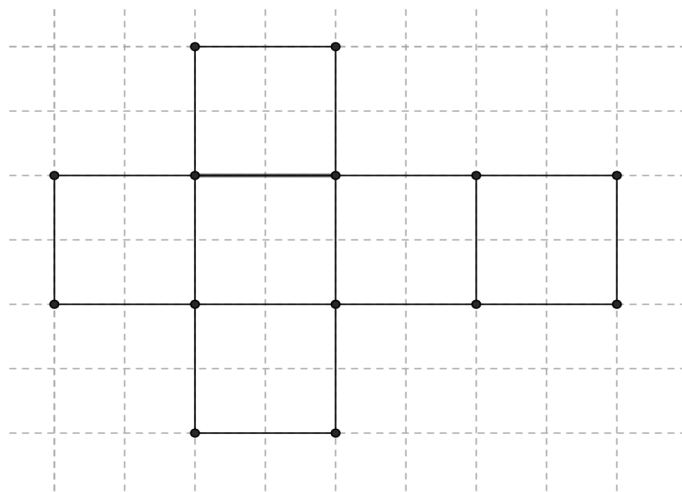
1. Définition : Un cube est un parallélépipède rectangle dont les trois dimensions sont égales.

2. Développement

Le développement d'un cube est formé de six (6) carrés identiques.

Consigne 2 : Voici le développement d'un cube ABCDEFGH.

Place les sommets A, B, C, D, E, F, G et H



3. Aire

Soit a la mesure de l'arête d'un cube.

L'aire totale du cube est $\mathcal{A} = 6a^2$

Consigne 3 : Calcule l'aire totale d'un cube d'arête 4cm.

III. MESURE DES VOLUMES

1. Unités de volume

L'unité de volume dans le système (S.I) est le mètre-cube (m^3).

Le mètre-cube est le volume d'un cube dont chaque arête mesure 1m.

On utilise aussi le décimètre-cube (dm^3), le centimètre-cube (cm^3), le millimètre-cube (mm^3), le kilomètre-cube (km^3), l'hectomètre-cube (hm^3), le décamètre-cube (dam^3).

Dans les changements d'unité, on peut utiliser le tableau suivant :

dam^3			m^3			dm^3			cm^3		
			6	9		6	5	0	3	7	4

$$69650374\text{cm}^3 = 69650,374\text{dm}^3 = 69,650374\text{m}^3$$

On remarque un déplacement de la virgule de trois rang.

2. Mesure des capacités

Le volume intérieur d'un récipient s'appelle la capacité du récipient.

L'unité principale de volume est le litre (L). $1\text{L} = 1\text{dm}^3$

Activité 3

Consigne 1 : Complète

$$1\text{dm}^3 = \dots \text{m}^3; 1\text{cm}^3 = \dots \text{m}^3; 1\text{dam}^3 = \dots \text{m}^3; 1\text{hm}^3 = \dots \text{m}^3; 1\text{km}^3 = \dots \text{m}^3$$

Consigne 2 : Complète :

$$4,7\text{dm}^3 = \dots \text{cm}^3; 1\text{m}^3 = \dots \text{dm}^3; 41,72\text{m}^3 = \dots \text{cm}^3; 79400\text{cm}^3 = \dots \text{m}^3$$

Consigne 3 : Convertis en litre: $434,47\text{cm}^3$ et $0,013\text{m}^3$.

IV. VOLUME DU PARALLELEPIPEDE RECTANGLE ET DU CUBE

1. Volume du parallélépipède rectangle

Soit a , b et c les dimensions (dans une unité donnée) du parallélépipède rectangle, le volume V (dans l'unité correspondante) est : $V = a \times b \times c$

2. Volume du cube

Si la mesure d'une arête d'un cube (dans une unité donnée) est a , son volume V (dans l'unité correspondante) est : $V = a \times a \times a = a^3$

Activité 4

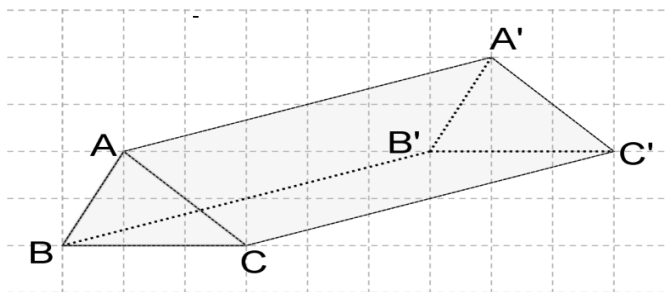
Consigne 1 : Calcule le volume d'une boîte ayant la forme d'un parallélépipède rectangle dont les dimensions sont : 7m, 5m et 3m.

Consigne 2 : Calcule le volume d'un cube dont chaque arête mesure 4cm.

V. PRISME DROIT A BASE TRIANGULAIRE

Activité 5

Observe le solide suivant :



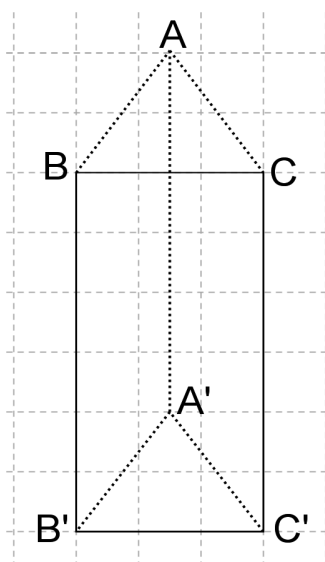
Consigne 1 : Donne le nombre de faces de ce solide.

Quelles sont les formes de ces faces ?

Consigne 2 : Nomme les arêtes de ce solide.

1. Définitions

Considérons le prisme droit à base triangulaire suivant :



- Les deux triangles ABC et $A'B'C'$ sont appelés les **bases** du prisme droit. Ces deux triangles sont superposables.
- Les quadrilatères $ABB'A'$, $AA'C'C$ et $BB'C'C$ sont des rectangles, appelés **faces latérales** du prisme droit.

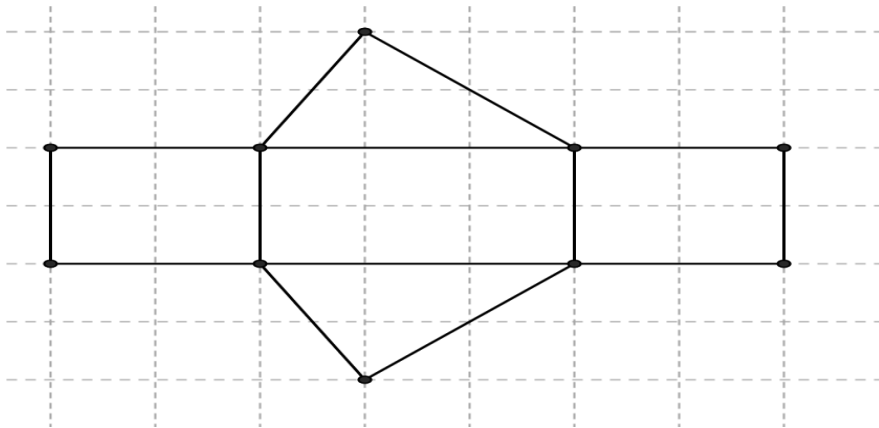
- Les arêtes $[AA']$, $[BB']$ et $[CC']$ ont même longueur leur mesure commune est appelée la hauteur du prisme droit.

Remarque : Si la base d'un prisme droit est un polygone de n côtés, le nombre de faces latérales du prisme droit est égal à n .

2. Développement

Le développement du prisme droit à base triangulaire est formé de deux (2) triangles identiques et trois (3) rectangles.

Exemple



3. Aire

L'aire totale d'un prisme est la somme des aires de ses faces.

Aire totale = 2 x aire d'une base + 3 x aire d'une face latérale

Consigne 3 : La base d'un prisme droit est un triangle équilatéral de 7cm de côté, la hauteur du prisme est 10cm. Calcule sa surface totale.

4. Volume

Le volume d'un prisme droit est égal au produit de l'aire $\mathcal{A}$ de sa base par sa hauteur h . $V = \mathcal{A} \times h$

Consigne 4 : Calcule le volume d'un prisme droit dont la base est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 3cm et 4cm et la hauteur du prisme mesure 6cm.

EXERCICES

- 1) a) Convertis en cm^3 : $2,7\text{dm}^3$; 5200mm^3 ; 1m^3 .
 b) Convertis en mm^3 : 6dm^3 ; 5200dm^3 ; $5,02\text{cm}^3$.
 c) Convertis en dm^3 : 7m^3 ; $3,5\text{m}^3$; 380m^3 .
 d) Convertis en m^3 : 1350dm^3 ; 5dam^3 ; 5000000cm^3 .
- 2) a) Convertis en litres : 12dm^3 ; 3m^3 ; $0,02\text{m}^3$.
 b) Convertis en dm^3 : $2,3\text{L}$; 150cL ; 1hL ; 1mL .
- 3) Dessine un patron du parallélépipède rectangle de dimensions : 5cm ; 2cm et 6cm .
 a) Calcule son aire totale.
 b) Calcule son volume.
- 4) Un parallélépipède rectangle a pour dimensions : 6cm , 5cm et 3cm .
 a) Dessine trois développements de ce parallélépipède rectangle.
 b) Calcule l'aire totale de ce parallélépipède rectangle.
 c) Calcule son volume.
- 5) L'arête d'un cube a pour longueur 3cm .
 a) Calcule la longueur totale de toutes arêtes.
 b) Calcule l'aire totale du cube.
 c) Calcule son volume.
- 6) La base du prisme droit est un triangle rectangle et isocèle, chacun des côtés de l'angle droit mesure 3cm , la hauteur du prisme est 4cm .
 a) Dessine un patron de ce prisme.
 b) Calcule l'aire totale de ce prisme.
 c) Calcule le volume de ce prisme.
- 7) Une tente a la forme d'un prisme droit qui a deux faces triangulaires. Le tapis de sol est rectangle de 250cm sur 160cm . Les piquets ont 145cm de hauteur. Calcule le volume de la tente.