

LECON 6 :**CERCLES ET TRIANGLES**NIVEAU : 4^e

NOMBRE DE SEANCES : 10

DUREE D'UNE SEANCE : 1 HEURE

<u>Pré – requis</u> L'élève doit être capable de : - Reconnaître deux droites perpendiculaires ; - Construire un triangle ; - Reconnaître une droite passant par le milieu d'un segment ; - Construire la médiatrice d'un segment ; - Reconnaître des droites parallèles ; - Construire un cercle et reconnaître un rayon ;		<u>Matériels</u> ✓ Manuel CIAM 4^e
<u>Savoirs</u> ✓ Identifier la position relative d'un cercle et d'une droite ; ✓ Construire une droite perpendiculaire passant par un point donné ; ✓ Construire la hauteur issue du sommet d'un triangle ; ✓ Construire la bissectrice d'un angle ; ✓ Construire la médiane issue du sommet d'un triangle ;	<u>Savoir – Faire</u> ✓ Reconnaître dans une figure une tangente à un cercle ✓ Donner la position relative d'un cercle et d'une droite. ✓ Construire une tangente à un cercle en un point du cercle ✓ Construire les tangentes à un cercle passant par un point à l'extérieur du cercle ✓ Résoudre un problème de la vie courante en utilisant les positions relatives d'un cercle et une droite. ✓ Utiliser les propriétés des droites des milieux pour : - Justifier que deux droites sont parallèles - Justifier qu'un point est milieu d'un segment - Calculer une longueur.	<u>Savoir –être</u> ✓ Faire preuve de persévérance ; ✓ Manifester un esprit de collaboration ; ✓ Faire preuve d'esprit critique.

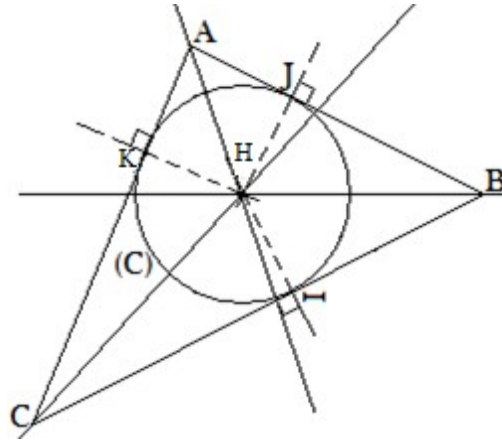
4^{ème} ***** CONFIGURATIONS DU PLAN ***** 4^{ème}

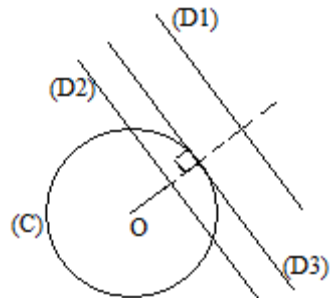
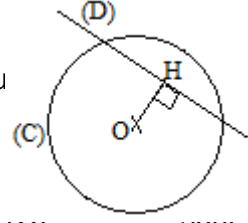
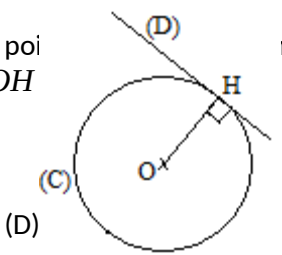
	✓ Construire - Le centre du cercle inscrit dans un triangle - L'orthocentre d'un triangle - Le centre de gravité d'un triangle ✓ Résoudre un problème de la vie courante en utilisant les propriétés relatives au centre de gravité, à l'orthocentre et au centre du cercle inscrit.	
--	---	--

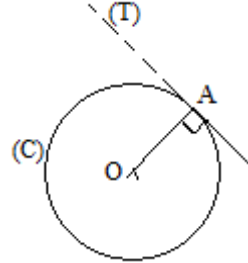
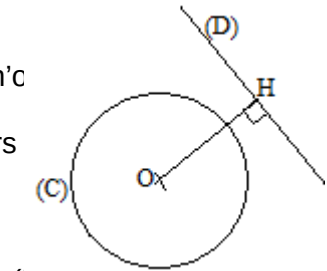
Situation d'apprentissage

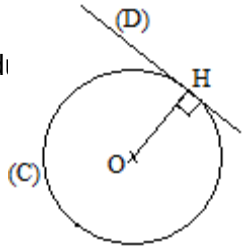
Dans le cadre de sa politique d'aide au gouvernement, une ONG décide de construire un hôpital qui sera situé entre trois villages non alignés. Cette ONG souhaiterait que l'hôpital soit à égal distance des voies reliant ces trois villages afin que l'accès soit plus facile.

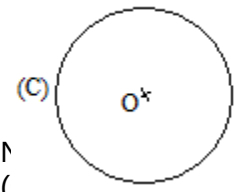
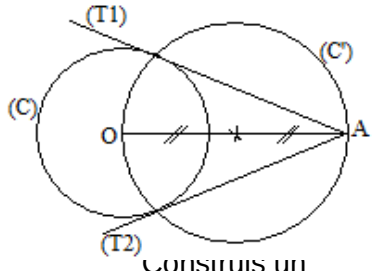
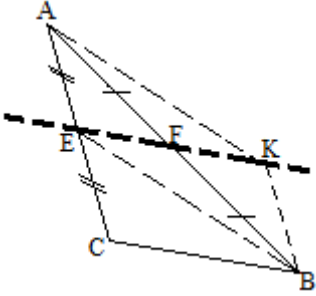
Précise alors sur une figure la position exacte de cet hôpital.

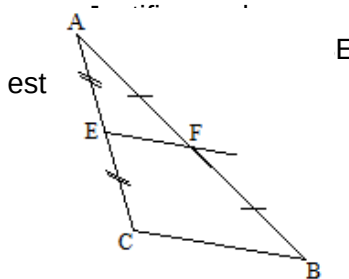
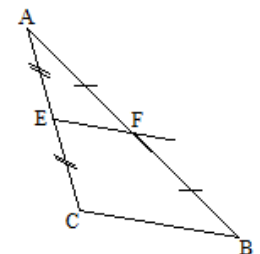


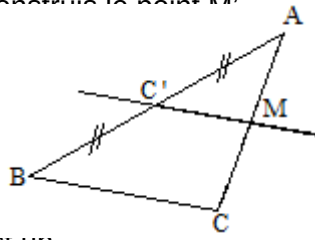
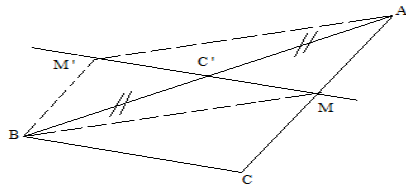
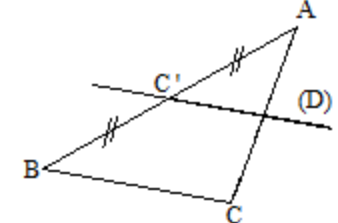
Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
Présentation & Développement	I) Cercles et droites 1) Position relative d'un cercle et d'une droite	Activité1 Détermine dans la figure ci-dessous, la position relative d'un rayon et d'une route. Donne le nombre de points communs entre le rayon et la droite dont elle est perpendiculaire. On dit alors que la droite (AC) est tangente au cercle (C). Activité2 Trace un cercle (C) de centre O et de rayon 1,5 cm. Trace une droite (D1) à 2 cm de O, une droite (D2) à 1cm de O et une autre droite (D3) à 1,5cm de O. Précise le nombre de points communs au cercle (C) et à chacune des droites (D1), (D2) et (D3). Compare le rayon du cercle à la distance de O à (D1) Comme (D1) et le cercle (C) n'ont aucun point commun, alors on dit qu'ils sont disjoints.	Réponse attendue : On voit le rayon que la droite (FH) est perpendiculaire à la droite (AC). Il ya un seul point commun entre le rayon et la droite dont elle est perpendiculaire. Réponse attendue :  La droite (D2) a deux (02) points communs avec le cercle (C). La droite (D3) a un (01) point commun avec le cercle (C). La droite (D1) n'a aucun point commun avec le cercle (C). La distance de O à (D1) est plus grande que le rayon.	I) Cercles et droites 1) Position relative d'un cercle et d'une droite Propriétés : (C) est un cercle de centre O et de rayon r ; (D) est une droite. H est le point de (D) tel que $(OH) \perp (D)$. Si $OH < r$ alors (C) et (D) ont deux points communs. Si (C) et (D) ont deu points communs, alors $OH < r$. (D) et (C) sont sécants. Si $OH = r$ alors (C) et (D) ont un point commun et un seul. Si (C) et (D) ont un poi et un seul, alors $OH = r$ (D) et (C) sont tangents.  

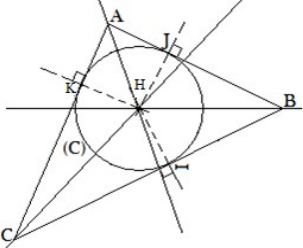
Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
		Exercice de fixation : N°3.a P 41 CIAM	Réponses attendues : 	Si $OH > r$ alors (C) et (D) n'ont pas aucun point commun.  Si (C) et (D) n'ont aucun point commun, alors $OH > r$ (C) et (D) sont disjoints

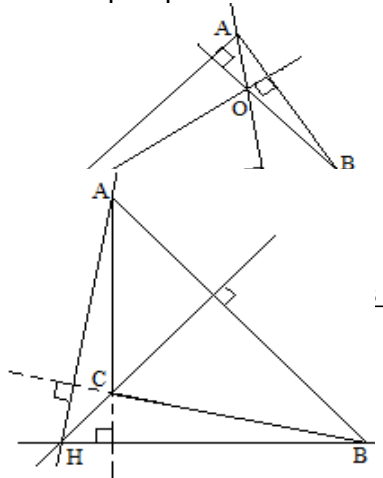
	2) <u>Tangentes à un cercle.</u>		Exercices de maison : N° 18 et 19 P 43 (CIAM)	2) Tangentes à un cercle. Définition : (C) est un cercle de centre O ; H un point de (C). on appelle tangente en H au cercle (C) la droite perpendiculaire en H à (OH). [OH] est un rayon du cercle (C). (D) est perpendiculaire à (OH) en H. (D) est tangente à (C) en H. H est le point de contact de (D) et de (C). 
Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace

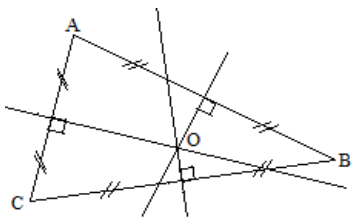
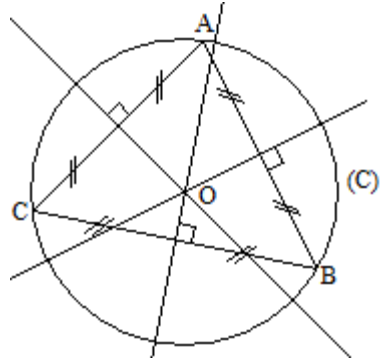
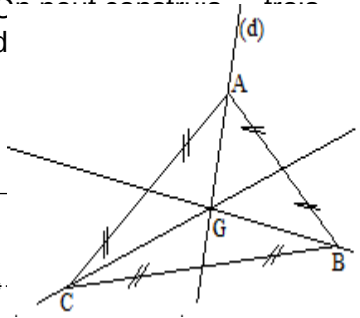
	3) <u>Tangente à un cercle passant par un point donné.</u>	Activité : (C) est un cercle de centre O. A est un extérieur à (C). construis une tangente à (C) passant par A. 	Réponses attendues  Construis un cercle de centre le milieu du segment [OA] ; (C) et (C') se coupent en deux points. La droite passant par le point A et le point d'intersection des deux cercles détermine la tangente au cercle (C).	3) <u>Tangente à un cercle passant par un point donné.</u>
	II) <u>Triangle</u> 1) <u>Droite des milieux</u>	Activité : ABC est un triangle ; E et F sont les milieux respectifs des côtés [AB] et [AC]. Démontre que (EF) est parallèle à (BC) et $EF = \frac{1}{2} BC$ Construis un point K symétrique de E par rapport à F.	Réponses attendues : 	II) <u>Triangle</u> 1) <u>Droite des milieux</u>

Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
		 est parallélogramme , Justifie que le quadrilatère EKBC est un parallélogramme.	Démontrons que (EF) // (BC) F milieu de [AB] et F milieu de [EK] alors le quadrilatère AKBE est un parallélogramme car les diagonales se coupent en leur milieu. AKBE est un parallélogramme donc (KB) // (CE) or (EK) // (CB) d'où le quadrilatère EKBC est un parallélogramme. Démontrons que $EF = \frac{1}{2} BC$ On a F milieu de [EK] équivaut $EF = \frac{1}{2} EK$ et EKBC est un parallélogramme donc $EK = BC$ d'où $EF = \frac{1}{2} BC$ Exercices de maison : N° 3 ; 4 et 6 P59 CIAM	Propriété : Dans un triangle ; - Si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au support du troisième côté. - La longueur du segment qui joint les milieux de deux côtés est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.  ABC est un triangle E milieu de [AC] F milieu de [AB] (EF) // (BC) et (EF) est appelée la droite des milieux.
	2) <u>Droite passant par le milieu d'un côté.</u>	Activité : ABC est un triangle ; C' est le milieu de [AB], la droite (D)		2) <u>Droite passant par le milieu d'un côté.</u>

		parallèle à (BC) passant par C' coupe [AC] en M.		
Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
		Démontre que le point M est le milieu de [AC]. Construis le point M'.  S p r C q est un parallélogramme ; Justifie que M'MCB est un parallélogramme Exercice de fixation : N°1.c P 47 (CIAM)	Réponse attendue :  Démontrons d'abord que AMBM' est un parallélogramme ; Les diagonales se coupent en leur milieu ; alors le quadrilatère AMBM' est un parallélogramme ce qui équivaut à : $BM' = MA$ (1) et $BM' \parallel (MA)$ Démontrons qu'a M'MCB est un parallélogramme ; $M' \in (MC')$ d'où $(MM') \parallel (BC)$; on a aussi $M \in (AC)$ or $(BM') \parallel (MA)$ d'où $(BM') \parallel (CM)$ Donc le quadrilatère M'MCB est un parallélogramme ce qui équivaut à : $BM' = CM$ (2) D'après (1) et (2),	Propriété : Dans un triangle ; Si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle au support d'un autre côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.  ABC est un triangle

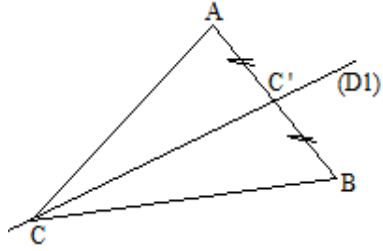
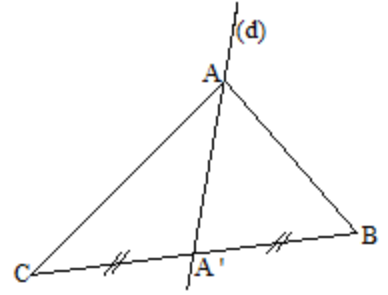
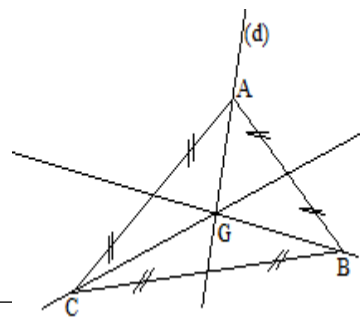
			on a : $CM = MA$ donc le point M est le milieu de [CA]. Exercices de maison : N° 2 et 5 P 59 CIAM	
Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
	III) Droites particulières d'un triangle 1) Bissectrice et cercle inscrit	Activité : Construis les bissectrices des angles $\widehat{ABC}$; $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACB}$ dans le triangle ABC. Quelle remarque fais-tu ? Ce point de concours est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC. Construis la droite (d) perpendiculaire à la droite (AB) passant par le point H point de concours. Elle coupe (AB) en J. Construis alors le cercle de centre H et de rayon [HJ]. Exercice de fixation : ABC est un triangle ; construis le cercle inscrit dans ce triangle.	Réponses attendues :  on voit que les bissectrices se coupent en un point. Exercice de maison : N°10 P 60 (CIAM)	III) Droites particulières d'un triangle 1) Bissectrice et cercle inscrit Propriété : Les trois bissectrices des angles d'un triangle sont concourantes. Leur point de concours est le centre du cercle inscrit dans le triangle. (Faire la figure) Définition : On appelle cercle inscrit dans un triangle le cercle intérieur à ce triangle et tangent aux supports de ses côtés.
	2) Hauteurs et orthocentre	Activité : Qu'est ce que la hauteur d'un triangle ?	Réponses attendues : La hauteur d'un triangle est la droite qui passe par un sommet du triangle et qui est	2) Hauteurs et orthocentre

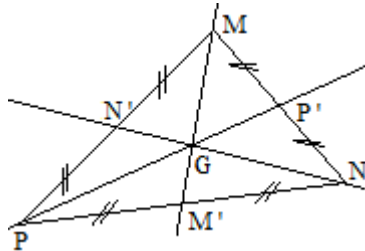
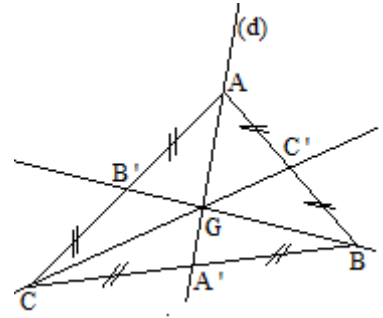
		Construis un triangle ABC et trace les hauteurs possibles de ce triangle. Combien d'hauteurs peut-on tracer ?	perpendiculaire au support du côté opposé à ce sommet. On peut tracer trois hauteurs. (Voir figure à la page 10)	
Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
		Que remarque-t-on au niveau de ces trois hauteurs ? Ce point de concours des trois hauteurs est appelé orthocentre. Exercice de fixation : Construis un triangle ABC avec l'angle $\hat{A}$ obtus. (Voir figure) Construis son orthocentre H.	on remarque que ces trois h e  attendues : Exercice de maison : N° 8 P 59 (CIAM)	Propriété : Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point. Définition : Le point de concours des hauteurs d'un triangle est appelé orthocentre du triangle.

	3) <u>Médiatrices et centre du cercle circonscrits.</u>	Activité : Dans le cadre de sa politique d'aide, une ONG décide de construire une école pour trois villages non alignés.	Réponses attendues :	3) <u>Médiatrices et centre du cercle circonscrits.</u>
Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
		Elle souhaite que cette école soit située à égale distance de ces 3 villages. Il s'agit d'indiquer sur une figure la position exacte de cette école. Le point de concours des trois médiatrices est le centre du circonscrit au triangle ABC. Exercice de fixation : EFG est un triangle ; Construis le cercle circonscrit au triangle EFG.		Propriété : Dans un triangle ; les trois médiatrices des côtés d'un triangle sont concourantes en un point O. Ce point de concours O est le centre du cercle circonscrit au triangle. 
	4) <u>Médianes et centre de gravité.</u> a) <u>Médianes :</u>	Activité : ABC est un triangle ; Construis une droite (d) passant par le sommet A et par le milieu du côté [BC].	Réponses attendues : C 	4) <u>Médianes et centre de gravité</u> a) <u>Médianes :</u> Définition : On appelle médiane d'un triangle chaque droite qui passe par un

4^{ème} ***** CONFIGURATIONS DU PLAN ***** 4^{ème}

		Combien de droites pareilles peut-on tracer ? Construis alors les autres droites. Que remarque-t-on ? Ce point de concours est appelé centre de gravité.	On remarque ces droites se coupent en un seul point.	sommet et par le milieu du côté opposé à ce sommet.
--	--	---	---	--

Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
		Exercice de fixation : Construis la médiane du triangle ABC issue du sommet C.	Réponses attendues : 	 La droite (d) est la médiane passant par le sommet A. On dit que c'est la médiane relative au côté [BC].
	b) Centre de gravité			c) Centre de gravité Propriété : Les trois médianes d'un triangle sont concourantes en un point G. Définition : Ce point de concours G est appelé centre de gravité du triangle. 

Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
		Exercice de fixation : MNP est un triangle ; Construis le point G centre de gravité du triangle MNP. On donne $PP' = 7,5$ Calcule PG. Exercice de fixation : N°7 P 59 (CIAM).	Réponses attendues :  $PG = \frac{2}{3} PP'$ $PG = \frac{2}{3} \times 7,5 = 5$ Exercice de maison : N° 9 P 59 (CIAM)	Propriétés : Si G est le centre de gravité d'un triangle ABC alors G est situé aux deux-tiers de chaque médiane [AA'] ; [BB'] ; [CC'] à partir du sommet. Si sur une médiane [AA'] d'un triangle ABC, le point G est tel que : $AG = \frac{2}{3} AA'$ alors G est le centre de gravité.  $AG = \frac{2}{3} AA' ; \quad BG = \frac{2}{3} BB'$ $CG = \frac{2}{3} CC'$