

LA PROPORTIONNALITE.

« La Théorie, c'est quand on sait tout et que rien ne fonctionne.

La Pratique, c'est quand tout fonctionne et que personne ne sait pourquoi. » *Albert Einstein*^a

« Deux choses sont infinies : l'Univers et la bêtise humaine ; mais en ce qui concerne l'univers, je n'en ai pas encore acquis la certitude absolue. » *Albert Einstein*

I. Un prof injuste !	2
II. Définition de la Proportionnalité.	3
A. Définitions et représentations :	3
1. Définition :	3
2. 2 représentations de la proportionnalité :	3
B. 3 Exemples de couples de grandeurs proportionnelles :	4
1. Pourcentage et Proportionnalité :	4
2. Echelle et Proportionnalité :	5
3. Conversions et Proportionnalité :	5
III. Propriétés des tableaux de proportionnalité.	6
A. Coefficient de Proportionnalité et Egalité de fractions :	6
B. Multiplications sur les lignes ou les colonnes :	7
1. Multiplication « verticale » sur une ligne :	7
2. Multiplication « horizontale » sur une colonne :	7
IV. Reconnaître un tableau de proportionnalité :	8
A. 3 Méthodes :	8
B. Exercices : reconnaître un tableau de proportionnalité.	9
V. Remplir un tableau de proportionnalité.	10
A. Calcul d'une 4^{ème} proportionnelle : activité.	10
B. 3 remarques :	10
C. Exercices :	11
1. Méthode générale en 5 étapes :	11
2. Problèmes à résoudre :	12
VI. Représentation graphique de la proportionnalité.	14
A. Activité et propriétés :	14
B. Exercices	15

^a Einstein, Albert (1879-1955) : Il a proposé la [théorie de la relativité restreinte \(1905\)](#) et [générale \(1915\)](#). Il a largement contribué au développement de la [mécanique quantique](#) et de la [cosmologie](#). Il a reçu le [prix Nobel](#) de physique en [1921](#) pour son explication de l'[effet photoélectrique](#). Son travail est notamment connu pour l'équation $E=mc^2$ qui explique la puissance de l'[énergie nucléaire](#). Il est aussi connu pour ses nombreuses facéties. Science et fantaisie faisaient chez lui bon ménage.

I. UN PROF INJUSTE !

Un professeur très sévère a l'habitude de punir les élèves qui bavardent un peu trop en leur donnant des exercices à faire à la maison.

Pas plus tard qu'hier, il a puni un 1^{er} élève qui a parlé 2 fois en lui donnant 6 exercices à faire.

Un 2^{ème} élève a été puni de 11 exercices pour avoir bavardé 4 fois.

➤ Remplissez le tableau ① ci dessous résumant la situation.

Nombre de bavardages	2	4
Nombre total d'exercices à faire	...	...

La situation vous paraît elle juste ?

Pour qui est elle injuste ?

➤ Pourquoi ?

.....
.....

➤ Remplissez ce nouveau tableau ② pour que la situation précédente soit juste maintenant.

Nombre de bavardages	2	4
Nombre total d'exercices à faire	6	...

×

Par quelle multiplication passe-t-on de la 1^{ère} à la 2^{ème} ligne ? Une multiplication par

Quelle relation peut on écrire entre le Nombre total d'exercices à faire et le Nombre de bavardages ?

Nombre = ... × Nombre de

➤ En conclusion, on pourra dire que souvent, dans la vie quotidienne, l'idée de Justice se confond avec un concept mathématique très important : **la Proportionnalité**.

La relation $\text{Nb d'exercices} = 3 \times \text{Nb de bavardages}$ s'appelle **une relation de p.....**

Le tableau ② où on passe de la 1^{ère} ligne à la 2^{ème} ligne en multipliant par le coefficient 3 s'appelle **un tableau de p.....**

Cette relation et ce tableau sont 2 représentations différentes^b de la même situation : **une situation de proportionnalité**.

Nous allons maintenant définir proprement (mathématiquement) ce qu'est la proportionnalité.

^b On en verra une troisième plus tard : la représentation graphique.

II. DEFINITION DE LA PROPORTIONNALITE.

Prenons un autre exemple de situation de proportionnalité :

Miss Kittin achète 2 canelés pour 4€.

Le lendemain, elle succombe à son péché mignon et rachète dans le même magasin 3 canelés.

Remplissez le tableau suivant et répondez aux questions.

Nombre de	2	
..... (en €)	4	

.....

Par quelle opération passe-t-on de la 1^{ère} à la 2^{ème} ligne ? Une par

Quelle relation peut-on écrire entre le Prix total à payé en € et le Nombre de canelés achetés ?

..... = ... × Nombre de

A. Définitions et représentations :

L'exemple du haut et celui de la page précédente nous permettent maintenant de définir la proportionnalité.

1. Définition :

Dans une situation où les valeurs d'une grandeur Y s'obtiennent en multipliant^c les valeurs d'une autre grandeur X par un nombre fixe ($\neq 0$), on dit que :

- Les grandeurs Y et X sont proportionnelles.
- La situation est une **situation de proportionnalité**.

En fait, on utilise rarement la définition telle qu'elle, mais plutôt les 2 représentations suivantes :

2. 2 représentations de la proportionnalité :

- Une situation de proportionnalité peut être présentée sous 2 formes :

Sous forme de tableau :

Grandeur X (unité)		
Grandeur Y (unité)		

× nb fixe
($\neq 0$)

On passe d'une ligne à l'autre en multipliant toujours par le même nombre fixe ($\neq 0$) :

On dit que ce tableau est un **tableau de proportionnalité**.

Sous forme de formule :

$$\text{Grandeur Y} = \text{nb fixe } (\neq 0) \times \text{Grandeur X}$$

Toute formule de type :

une grandeur = une autre grandeur × nb fixe ($\neq 0$) s'appelle :

Une relation de proportionnalité.

- Le nombre fixe ($\neq 0$) s'appelle **le coefficient de proportionnalité**.

(Il pourra avoir un nom plus particulier suivant la situation de proportionnalité. Nous en verrons quelques exemples plus loin.)

^c Ou en divisant : diviser par un nombre revient à par son inverse !

B. 3 Exemples de couples de grandeurs proportionnelles :

1. Pourcentage et Proportionnalité :

Exemple ① :

➤ Soit une crème fraîche contenant 25 % de Matières Grasses (MG). Cela signifie que la proportion de matière grasse par rapport à la masse totale de crème est de $\frac{25}{100}$.

Autrement dit : pour g de crème fraîche, il y a g de matière grasse.

Et on a la formule : Masse de matière grasse dans la crème = ——— ×

C'est une relation de La masse de crème et la masse de MG sont donc

Cette situation de proportionnalité peut être illustrée par le tableau suivant :

Masse de crème (en g)	100	500	40	200	24	coefficient de proportionnalité $\times \frac{25}{100}$
Masse de matières grasses (en g)	25	125	10	50	6	

➤ 4 Remarques :

- On passe bien de la première ligne à la deuxième ligne du tableau en multipliant par le nombre fixe $\frac{25}{100}$ qui représente la proportion de MG dans la crème. Cela revenait en fait à appliquer la formule 5 fois de suite, à 100 d'abord ($100 \times \frac{25}{100} = 25$), puis à 500 ($500 \times \frac{25}{100} = 125$), puis à 40 ; puis à 200 ; puis à 24.
- J'ai mis les valeurs 100, 500, 40, 200 et 24. Evidemment, j'aurai pu en mettre d'autres complètement différentes ! On a quand même l'habitude de les **ranger dans l'ordre croissant**. Ce que je n'ai pas fait ! Honte à moi !!!!

- Le coefficient sera écrit sous *la forme la plus simple possible* : sous forme d'un entier ou sous forme d'une fraction irréductible : ici $\frac{25}{100} = \dots\dots$ (modifiez le coefficient dans le tableau !)

- Sachant que diviser par un nb revient à multiplier par son inverse,

la formule : Masse de matière grasse dans la crème = $\frac{1}{4} \times$ Masse totale de la crème

peut se transformer en : Masse de matière grasse dans la crème = $\frac{\text{Masse totale de la crème}}{4}$

Et dans la boîte du coefficient à droite du tableau, on peut aussi bien écrire $\times \frac{1}{4}$ que $\div 4$.

La proportionnalité fonctionne aussi bien avec une multiplication entre les lignes du tableau qu'avec une division (par l'inverse).

- **Appliquer un pourcentage à une grandeur se traduit par une situation de proportionnalité !**
- **Plus généralement, prendre la fraction d'une quantité se traduit par une situation de pplté.**

2. Echelle et Proportionnalité :

Exemple ② :

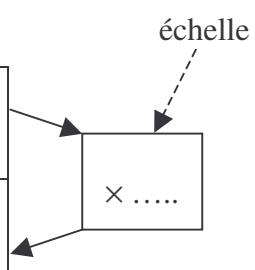
➤ Sur la reproduction d'un dessin à l'échelle 3, les longueurs sur le dessin sont obtenues en multipliant les longueurs réelles par le même coefficient de proportionnalité qui vaut

Les longueurs dessinées sont donc aux longueurs réelles.

D'où la formule : Longueurs dessinées = ... $\times$

Complétez le tableau de proportionnalité correspondant.

Longueurs réelles (en cm)	40	50		200	300
Longueurs dessinées (en cm)	120		300		



On utilise donc la proportionnalité pour tout ce qui est fabrication de plans, cartes, agrandissement, modèles réduits, reproduction à l'échelle, etc.

Dans ce cas le coefficient de proportionnalité s'appelle : l'.....

3. Conversions et Proportionnalité :

Beaucoup de formules de conversion sont des relations de proportionnalité !

Exemple ③ :

➤ Pour convertir des mètres en centimètres, on a la relation de proportionnalité :

$$\text{Longueur en cm} = 100 \times \text{Longueur en m}$$

La longueur en cm et la longueur en m sont

Le coefficient de proportionnalité est :

Le coefficient porte, dans les situations de conversion, un nom spécial : le **coefficient de conversion**.

➤ Compléter les relations de proportionnalité suivantes :

$$\text{Distance en dam} = \text{Distance en km} \times \dots\dots\dots$$

$$\text{Temps en h} = \dots\dots\dots \times \text{Temps en minutes}$$

$$\text{Aire en ha} = \dots\dots\dots \times \text{Aire en m}^2$$

III. PROPRIETES DES TABLEAUX DE PROPORTIONNALITE.

A. Coefficient de Proportionnalité et Egalité de fractions :

- Voici une situation de proportionnalité :

Un camion consomme 20 l de carburant aux 100 kms.

On cherche à prévoir la consommation en litres pour 50 kms ; pour 10 kms ; pour 20 kms.

- Complétez le tableau de proportionnalité représentant la situation :

..... parcourue (en kms)	100	...	...	...	$\times c$
..... prévue (en litres)	20	...	...	...	

Le coefficient de proportionnalité est le nombre inconnu (ici noté c) qui vérifie l'équation : $100 \times c = 20$

Donc $c = \dots / \dots = \dots / \dots$

Et la formule est : $\dots = \frac{1}{5} \times \dots$

- On remarque en formant les fractions inversées correspondantes aux colonnes : $\frac{20}{100}$, $\frac{10}{50}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{4}{20}$, qu'elles sont toutes égales à $\frac{1}{5}$ qui est donc le coefficient de proportionnalité.

2 Propriétés :

① Toutes les colonnes inversées forment des fractions toutes égales au coefficient de pplté.

② Pour **calculer le coefficient**, il suffit donc d'avoir une colonne complète : on écrit la **fraction inversée correspondant à cette colonne complète**.

Preuve :

On a : Consommation prévue = $\frac{1}{5} \times$ Distance parcourue (c'est la relation de proportionnalité)

D'où : $\frac{\text{Consommation prévue}}{\text{Distance parcourue}} = \frac{1}{5}$ (on a isolé à droite le coefficient de proportionnalité dans l'égalité)

En remplaçant Consommation et Distance par leurs valeurs correspondantes dans chaque colonne, on a :

$$\frac{20}{100} = \frac{10}{50} = \frac{2}{10} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

CQFD !

2 Remarques :

- Ici le coefficient de proportionnalité s'obtient donc par l'opération $\frac{\text{Consommation prévue}}{\text{Distance parcourue}}$.

Cette fraction revient à savoir combien de litres on consomme par km parcouru :

Ici, le coefficient de proportionnalité représente donc **la Consommation moyenne par km**.

- Cette propriété pose en fait le fondement mathématique de la proportionnalité :

Derrière la Proportionnalité se cache en fait l'Egalité des fractions formées par les colonnes du tableau. Quand on pense Proportionnalité, on pense à Egalité de fractions. Et vice versa.

B. Multiplications sur les lignes ou les colonnes :

Voici 2 propriétés qui vont être utiles pour remplir un tableau de proportionnalité (et donc répondre à des questions dans des situations de proportionnalité).

1. Multiplication « verticale » sur une ligne :

Voici une autre situation de proportionnalité avec des pourcentages :

Un professeur considère qu'un contrôle est réussi lorsque 75% des élèves ont au dessus de 12.

Le nombre d'élèves dans sa classe de 5^{ème} est de 24. Dans sa classe de 6^{ème}, 15 élèves ont eu plus de 12.

➤ Complétez le tableau de proportionnalité représentant la situation :

× ...		100	...	...	× c
		...	...	...	

Le coefficient de proportionnalité est le nombre inconnu (ici noté c) qui vérifie l'équation : × c = ...

Donc c = ... = ...

Et la formule est : = ... ×

Propriété sur les lignes :

- Pour passer de la 1^{ère} ligne à la 2^{ème} ligne, on multiplie par le
- Inversement, pour passer **de la 2^{ème} à la 1^{ère} ligne**, on par le coefficient de pplté ou, ce qui revient au même, **on multiplie « verticalement » par l'inverse du coefficient de pplté.**

Preuve :

Ici on a : Nb d'élèves ayant plus de 12 = $\frac{3}{4}$ × Nb total d'élèves c'est la relation de pplté.

D'où $\frac{\text{Nb d'élèves ayant plus de 12}}{\frac{3}{4}} = \text{Nb total d'élèves}$ on a isolé à droite le nb total d'élèves.

Finalement Nb total d'élèves = ... × CQFD !

2. Multiplication « horizontale » sur une colonne :

Propriété sur les colonnes :

On peut multiplier « horizontalement » une colonne par un même nombre.

Justification :

Puisque les colonnes forment des fractions, multiplier horizontalement une colonne par un même nb, revient en fait à multiplier le numérateur et dénominateur de la fraction (représentant la colonne) par ce même nombre, ce qu'on a le droit de faire évidemment !

Exemple : Sans calculer le coefficient de pplté, remplir les 3 tableaux de pplté suivants en faisant apparaître les multiplications « horizontales » :

5	10
53	...

...	66
20	40

27	3
...	8

Remarque : D'après cette propriété, on peut donner une autre définition de la proportionnalité :

Définition bis :

Une grandeur X étant multipliée par un nombre, si la grandeur Y est multipliée aussi par le même nombre alors les grandeurs X et Y sont dites proportionnelles.

IV. RECONNAITRE UN TABLEAU DE PROPORTIONNALITE :

A. 3 Méthodes :

Pour vérifier qu'un tableau représente une situation de proportionnalité^d, il y a **3 méthodes** :

➤ Méthode ❶ par le coefficient de proportionnalité :

En remarquant qu'on passe d'une ligne à l'autre en **m..... toujours par le même nombre** $f..... \neq 0$ (ce nombre sera alors le coefficient de proportionnalité).

➤ Méthode ❷ par les fractions inversées :

En vérifiant que **TOUTES les fractions inversées sont toutes égales après simplification au même rapport** (ce rapport sera alors le coefficient de proportionnalité).

➤ Méthode ❸ par les produits en croix :

En calculant ce qu'on appelle **les produits en croix qui doivent être TOUS égaux** (parce que toutes les fractions sont égales !).

Exemple :

Le tableau ci dessous est un tableau de proportionnalité car les trois paires de produits en croix sont égales :

5	20	0
3	12	0

et $5 \times 12 = 3 \times 20$

et $5 \times 0 = 3 \times 0$

et $20 \times 0 = 12 \times 0$.

Autres exemples :

Tableau A

10	5	3	15
8	4	2	12

Tableau B

45	23	1	79
47	25	3	81

Tableau C

12	0	10	201	0,1
1,2	0	1	2,01	0,01

• On pourrait croire que le tableau A est un tableau de proportionnalité (on a $\frac{8}{10} = \frac{4}{5} = \frac{12}{15}$, facile à vérifier !) mais quand on regarde la 2^{ème} et la 3^{ème} colonne, les produits en croix 5×2 et 4×3 sont Donc le tableau A n'est pas un tableau de proportionnalité !

• Pour le tableau B, en regardant la 1^{ère} et la 3^{ème} colonne :

Puisque $45 \times 3 \neq 47 \times 1$ alors le tableau B n'est pas un tableau de proportionnalité.

• Pour le tableau C, on voit qu'on passe de la ligne 1 à la ligne 2 en multipliant **toujours** par $\frac{1}{10}$ (pour trouver ce $\frac{1}{10}$ il suffit de former le rapport inversé d'une colonne, la 3^{ème} par exemple : $\frac{1}{10}$).

^d Autrement dit, qu'un tableau est un tableau de proportionnalité.

Remarques sur les méthodes :

- La méthode ③ des produits en croix est souvent utilisée quand on veut prouver qu'un tableau **n'est pas** un tableau de proportionnalité.
- Les méthodes ① et ② ont l'avantage de donner directement le coefficient de proportionnalité et s'utilisent plutôt quand on veut prouver **qu'on a** une situation de proportionnalité.

B. Exercices : reconnaître un tableau de proportionnalité.**①**

Magasin A

nombre de règles	6	12	30
prix de la boîte de feutres (en €)	15	30	60

Magasin C

nombre de compas	5	15	25
Prix total (en €)	8	18	28

Magasin B

nombre de bouquins de maths	4	12	24
prix total (en €)	6	18	36

1°) Dans un de ces trois magasins, il y a proportionnalité. Lequel ? Justifier.
Ecrivez alors la relation de proportionnalité correspondante.

|

② En observant le tableau ci-dessous, peut-on dire qu'il y a proportionnalité entre le prix des photocopies et nombre de photocopies ? Justifier.

Nombre de croissants	4	12	44
prix (en €)	2,20	6,60	19,80

③: En observant le tableau ci-dessous, peut-on dire qu'il y a proportionnalité entre le prix d'un terrain et son aire ? Justifier.

aire du terrain (en m ²)	325	650	1300
prix (en milliers de €)	220	440	870

V. REEMPLIR UN TABLEAU DE PROPORTIONNALITE.

On a vu au [III A\) p.4](#) qu'une situation de proportionnalité repose mathématiquement sur l'..... de fractions (chacune représentant une du tableau de proportionnalité).

Ces égalités de fractions vont nous permettre de trouver un ou plusieurs nombre inconnu dans un tableau de pplté.

A. Calcul d'une 4^{ème} proportionnelle : activité.

➤ Voici 2 tableaux de proportionnalité incomplets qu'on veut remplir.

Compléter les 4 égalités de permettant de trouver x, y, z, et k puis **résolvez** ces 4 équations.

5	12	y
7	x	21

$$\frac{y}{21} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{x}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

k	10	6
7	z	9

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

B. 3 remarques :

➤ Pour minimiser les erreurs, on forme chaque égalité de fractions :

① en s'assurant que **l'inconnue soit au numérateur.**

② en utilisant à chaque fois la colonne déjà donnée par l'énoncé.

➤ On pouvait trouver y par multiplication horizontale sur la 1^{ère} colonne en remarquant que $7 \times 3 = 21$ donc $5 \times 3 = y$.

On pouvait trouver z par multiplication verticale sur la 1^{ère} ligne par le coefficient de pplté qui est donnée par la 3^{ème} colonne inversée $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$. D'où $z = 10 \times \frac{3}{2} = 5 \times 3 = 15$.

On voit donc qu'on dispose d'un large éventail de méthodes pour remplir un tableau de pplté :

① par multiplication « verticale » par le coefficient de pplté ou par son

② par multiplication « horizontale » sur une

③ par égalité de

Ces 3 méthodes donnent évidemment les mêmes résultats car elles reposent en fait toutes sur l'..... de

➤ **On appelle 4^{ème} proportionnelle toute quantité inconnue dans une situation de proportionnalité.**

On parle de 4^{ème} proportionnelle car elle est la 4^{ème} quantité (inconnue) dans l'égalité de fractions.

C. Exercices :

Nous allons reprendre quelques problèmes du contrat 3 (sur les fractions) et voir qu'on peut les résoudre facilement avec la proportionnalité et une bonne méthode !

1. Méthode générale en 5 étapes :

Je vais vous montrer la méthode sur un problème du contrat ③ p.4 :

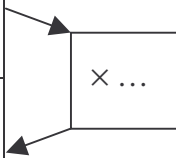
« Ecouter attentivement en classe diminue le temps de travail à la maison de 40% ! Sans écouter, un chapitre demande 15 heures de travail à la maison. Combien de temps travaillerez vous en écoutant ? »

On a affaire à des pourcentages donc c'est une situation de proportionnalité.

➤ ① Traduire la situation sous forme de tableau.

Travailler 40% de moins signifie que pour 100 h de travail normal, on en effectuera 40 de moins en écoutant en classe c-à-d 60 (= 100 – 40).

Temps de travail normal (en h)	100	15
Temps de travail en écoutant (en h)	60	x



➤ ② Calcul du coefficient de proportionnalité.

$$\text{Coefficient} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

➤ ③ Ecriture de la relation de proportionnalité.

Formule : Temps de travail = ... × Temps de travail

➤ ④ Calculs des 4èmes proportionnelles.

Ici par égalité des fractions : $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

Résolvez l'équation.

Remarque :

On aurait pu trouver x par multiplication par le coefficient de pplté, c-à-d par application de la relation de pplté : $x = \frac{\dots}{\dots} \times \dots = 9$ On a plusieurs façons de trouver le résultat.

➤ ⑤ Réponse en français à la question.

Et bien oui, écouter en classe fera travailler 9h au lieu de 15h pour un contrat ! Ca vaut le coup !

En résumé, la Méthode :**① Traduire la situation de proportionnalité sous forme de tableau.**

On remplit le tableau en commençant d'abord par les données numériques (on mettra une lettre dans les cases inconnues) puis les intitulés précis en début de tableau (en n'oubliant pas les unités !).

C'est l'étape la plus importante et évidemment la plus difficile.

② Calcul du coefficient de proportionnalité.

Grâce à une colonne complète inversée, on calcule le coefficient sous la forme la plus simple possible : entier ou fraction irréductible.

③ Ecriture de la relation de proportionnalité.

Faire attention à l'ordre des intitulés dans la formule.

④ Calculs des 4èmes proportionnelles inconnues.

Soit par égalité de fractions, soit par multiplication « horizontale » ou « verticale ».

⑤ Réponse en français aux questions.**2. Problèmes à résoudre :**

J'ai assez bossé, à vous maintenant !

En **respectant rigoureusement la méthode en 5 étapes**, résoudre les problèmes suivant en face ou sur votre cahier d'exercices :

➤ Exercice 1 :

En 1900, l'espérance de vie en France était égale à 49 ans. En 2003, elle avait augmenté de 54 %.

Calculer l'espérance de vie en 2003 arrondie à l'entier le plus proche.

➤ Exercice 2 :

En 2002, il y avait 17,9 millions d'internautes en France. En 2003, ils étaient 21,8 millions.

Calculer le pourcentage d'augmentation du nombre d'internautes en France entre 2002 et 2003.

➤ Exercice 3 :

On sait qu'un certain robinet ouvert permet de remplir huit seaux de dix litres en deux minutes.

Quel est le temps nécessaire pour remplir un réservoir de quatre cents litres ?

Toujours avec ce même robinet, quelle est la quantité d'eau écoulée en une heure ?

➤ Exercice 4 : (d'après un exercice donné au contrôle en 2004)

Ce sont bientôt les vacances. N'oublions pas notre carte routière à l'échelle $\frac{1}{400\,000}$!

a) Matuvu et Ahouioussa sont séparées par 2,5 cm sur la carte. Quelle distance réelle les séparent ?

b) Les villes de Ehdidonc et Ouipatro' sont distantes dans la réalité de 31 km.

Mais la carte indique 7,5 cm. La carte est elle précise ?

➤ **Exercice 5** : (exercice du contrôle 2004)

Dans une élection, un candidat a obtenu les résultats suivants :

- 1) Dans la commune A, il y a 3500 votants et il a obtenu 32% des voix. Quel est son nombre de voix ?
- 2) Dans la commune B, il a obtenu 748 voix soit 34% des voix. Quel est le nombre de votants ?
- 3) Dans la commune C, il a obtenu 850 voix sur 2500 votants. Quel est le % de voix obtenues ?

➤ **Exercice 6** :



Une Fleur d'Amour est un cocktail sans alcool composé de 4cl de jus d'ananas, 7 cl de jus de mangue, 7 cl de nectar de bananes. Excellent pour une soirée dédiée aux Maths !

1. Quelle est la proportion de jus de mangue par rapport au volume total ?
2. Dans l'euphorie mathématique, on décide d'inviter des ami(e)s pour partager notre joie.
Il faut fabriquer 2,2 litres de « Fleur d'Amour ». 1,3 litres de jus de mangue suffira-t-il ?
3. Pendant vos révisions de Maths à la maison, réalisez le cocktail et donnez moi vos impressions.

➤ **Exercice 7 : Attention aux pourcentages !**

Dans une ville, il y a 2 écoles. Dans la 1^{ère} école A de 200 élèves, il y a 40% de garçons. Dans la 2^{ème} école B de 300 élèves, 60% des 300 élèves sont des garçons.

- 1) Quel est le pourcentage d'élèves garçons dans la ville ?
- 2) Calculer la moyenne des 2 pourcentages 40% et 60%.
Cette moyenne est-elle égale au résultat précédent ? Pourquoi ?

➤ **Exercice 8 : Chaud chaud chaud cacao ! (contrôle 2004)**

Du chocolat de qualité moyenne contient $\frac{2}{3}$ de cacao.

1. Quelle quantité de chocolat peut-on fabriquer avec 300g de cacao ?
2. Quelle quantité de cacao faudra-t-il pour fabriquer 6 tablettes de 150g de chocolat ?

➤ **Exercice 9** :

Un hélicoptère a parcouru 500 kilomètres en 2h.

- Combien de temps doit-on prévoir pour parcourir une distance de deux cents kilomètres ?
- Quelle est la distance prévisible parcourue en une 10 minutes ?

➤ **Exercices sur le web** : site « maths au collège » de François Loric (voir rubrique liens sur mon site),
rubrique Exercices, Proportionnalité.

VI. REPRESENTATION GRAPHIQUE DE LA PROPORTIONNALITE.

A. Activité et propriétés :

Un magasin octroie 10 % de réduction aux clients possédant sa carte de fidélité. Le montant de l'économie réalisé sur le prix total sera donné par la formule :

$$\text{Economie réalisée en €} = \dots \times \dots \text{ en } \dots$$

On en déduit que l'Economie réalisée est au prix total.

Le de est $\frac{10}{100}$ c-à-d $\frac{1}{10}$.

Représentons cette situation de proportionnalité sous forme de tableau :

×	Prix total en €	20	25		
	Economie réalisée en €	2	2,5	20	1,6

➤ Le tableau est très pratique pour répondre à des questions concrètes et la formule résume le tableau. Mais ni la formule ni la représentation sous forme de tableau de valeurs ne donnent une idée *au premier coup d'œil* des variations de l'économie réalisée en fonction du prix total (y a-t-il augmentation rapide de l'économie lorsque le prix total augmente par exemple).

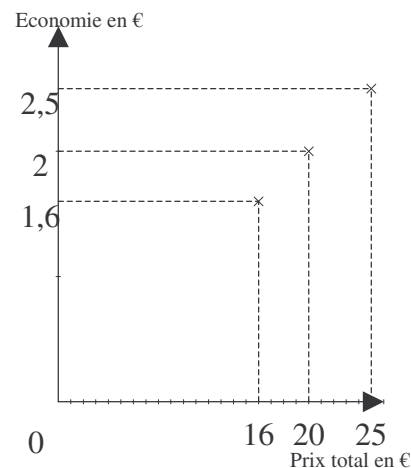
➤ C'est pourquoi à partir du tableau, on construit un graphique dans un repère orthonormé. Comment ? A chaque colonne du tableau on associe un point. Par exemple, à la 1^{ère} colonne correspond le point de coordonnées (20 ; 2), à la 2^{ème} colonne correspond le point (25 ; 2,5) etc.

La 1^{ère} ligne du tableau donne les abscisses des points.

La 2^{ème} ligne du tableau donne les des points.

Voici le graphique qu'on obtient (on remarquera les intitulés des axes !).

Vérifiez à la règle que les 3 points dessinés sont alignés avec l'origine.
C'est bon ?



Quand on a affaire à une situation de proportionnalité, on obtient graphiquement des points alignés avec l'origine.

La réciproque est vraie aussi :

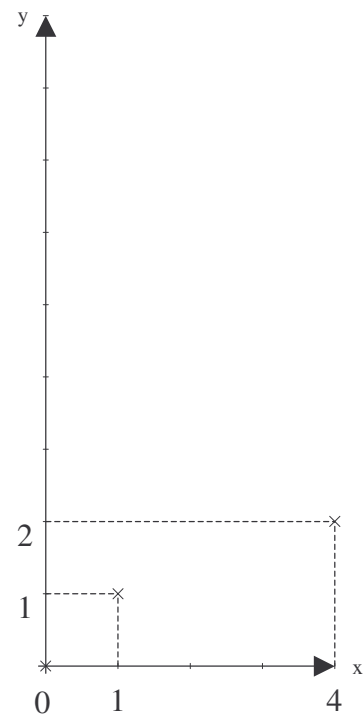
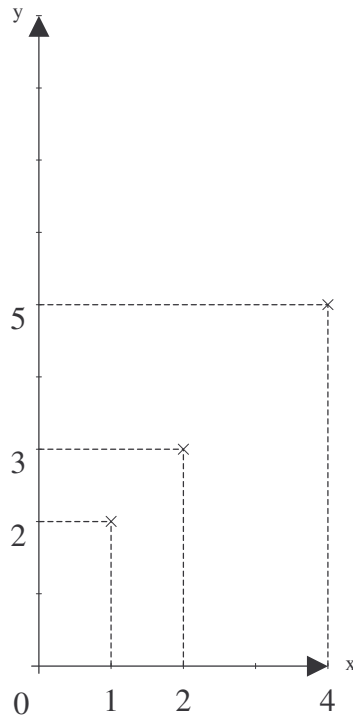
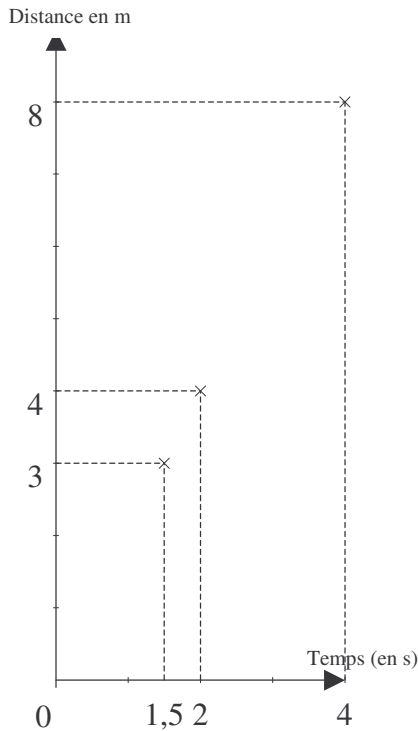
Propriété : Sur une représentation graphique,

	(1 condition ou hypothèse)		(1 résultat ou conclusion)
Quand	TOUS les points sont alignés avec l'origine	alors	on a une situation de proportionnalité

Utilité : ce théorème sert à reconnaître graphiquement une situation de

B. Exercices

- ❶ Les graphiques suivants sont ils représentatifs de situations de proportionnalité ?
Si oui dresser le tableau, donner le coefficient et la formule. Si non, dire pourquoi.

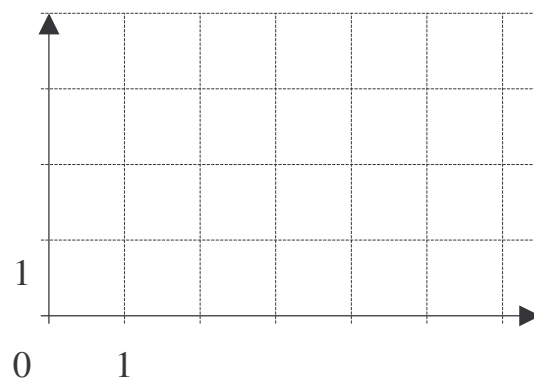
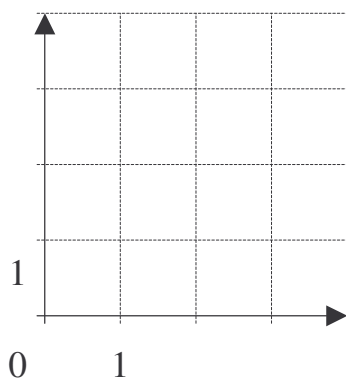


- ❷ Voici des tableaux de valeurs. Prouver par le calcul s'ils sont ou non des tableaux de proportionnalité (dans ce cas écrire le coefficient et la formule).

Longueur du carré (en cm)	1	2	0
Surface (en cm ²)	...	...	$0^2 = 0$

Nb de croissants	2	0	6
Prix total (en €)	1	0	3

Construire le graphique correspondant à chaque tableau et vérifier à la règle si il y a situation de pplté.



➤ Terminons par une dernière remarque sur la proportionnalité :

Ce concept, très présent dans nos vies quotidiennes sera revu en 3^{ème} : en fait la proportionnalité est la traduction numérique d'un concept algébrique encore plus général : la Linéarité.

En 3^{ème}, vous verrez une application de la linéarité aux fonctions : les fonctions linéaires.

Maintenant, il ne faut pas croire que tout varie de manière proportionnelle et que tout tableau est un tableau de pppté, loin de là ! (par exemple surface d'un carré en fonction de la longueur d'un carré, distance de freinage en fonction du temps, qualité en fonction du prix etc) Vous en verrez des exemples à partir de l'année de 2^{de}.

MARIUS



CÉSAR (à Marius) - Eh bien, pour la deuxième fois, je vais te l'expliquer, le picon-citron-curaçao. Approche-toi ! Tu mets d'abord un tiers de curaçao. Fais attention : un tout petit tiers. Bon. Maintenant, un tiers de citron. Un peu plus gros. Bon. Ensuite, un BON tiers de Picon. Regarde la couleur. Regarde comme c'est joli. Et à la fin, un GRAND tiers d'eau. Voilà.

MARIUS - Et ça fait quatre tiers.

CÉSAR - Exactement. J'espère que cette fois, tu as compris.

MARIUS - Dans un verre, il n'y a que trois tiers.

CÉSAR - Mais, imbécile, ça dépend de la grosseur des tiers.

MARIUS - Eh non, ça ne dépend pas. Même dans un arrosoir, on ne peut mettre que trois tiers.

CÉSAR - Alors, explique-moi comment j'en ai mis quatre dans ce verre.

MARIUS - Ça, c'est de l'Arithmétique.

Marcel Pagnol