

Tableaux de proportionnalité

I- Grandeurs proportionnelles

Définition : On dit que deux grandeurs sont proportionnelles lorsque l'on passe de l'une à l'autre en effectuant toujours la même multiplication.

Le nombre par lequel on multiplie s'appelle le **coefficient de proportionnalité**.

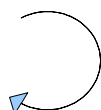
Pour représenter une situation de proportionnalité, on utilise très souvent un tableau (mais ce n'est pas une obligation).

Exemples

- Dans une station service, le prix à payer est proportionnel au volume de carburant distribué.

Prix de l'essence : 1,34 € /L

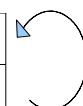
L	1	2	35	50
€	1,34	2,68	46,9	67

 $\times 1,34$: coefficient de proportionnalité

- Dans un supermarché, le prix des fruits et légumes est proportionnel à leur masse.

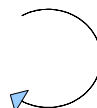
Prix des patates : 0,95 € /kg

€	0,95	0,7125 $\approx$ 0,71	95	3,325 $\approx$ 3,33
kg	1	0,75	100	3,5

 $\times 0,95$: coefficient de proportionnalité

- Le carburant pour un motoculteur est un mélange de super et d'huile où les doses d'huile et d'essence sont proportionnelles : il faut 2 doses d'huile pour 3 doses de super.
Déterminer le coefficient de proportionnalité qui permet d'obtenir la dose de super en fonction de la dose d'huile.

Doses d'huile	2	
Doses de super	3	

 $\times k$

Le nombre k vérifie : $2 \times k = 3$ donc $k = 3 \div 2 = 1,5$

Le coefficient de proportionnalité qui permet d'obtenir la dose de super en fonction de la dose d'huile est 1,5.

II- Techniques de calculs sur un tableau de proportionnalité

a) Coefficient de proportionnalité

Voir la définition

b) Méthode du retour à l'unité

Exemple

Dans un supermarché, 21 kg de tomates coûtent 23,10 €.

Combien coûtent 35 kg de ces tomates ?

21 kg coûtent 23,10 € donc 1 kg coûte $23,10 \div 21 = \frac{23,10}{21} = 1,1$ €

donc 35 kg coûtent $\frac{23,10}{21} \times 35 = 1,1 \times 35 = 38,50$ €

35 kg de ces tomates coûtent 38,50 €.

c) Additions ou soustractions de colonnes entre-elles

Règle : en additionnant (ou en soustrayant) deux colonnes entre-elles, on obtient une nouvelle colonne du tableau.

Exemple

kg	3	5	8	2
€	4,05	6,75	10,80	2,70

$$3+5=8$$

$$4,05+6,75=10,80$$

$$5-3=2$$

$$6,75-4,05=2,70$$

d) Multiplication d'une colonne par un nombre

Règle : en multipliant (ou en divisant) par un même nombre une colonne, on obtient une nouvelle colonne du tableau.

Exemple

- La prime annuelle d'un vendeur est proportionnelle au montant des ventes qu'il a réalisées pendant l'année. Le directeur du magasin utilise le tableau suivant pour verser les primes à ses vendeurs.

Ventes (en €)	2000	8000		18000	20000	38000
Primes (en €)		500	1000	1125	1250	

Les ventes sont divisées par 4, donc la prime sont divisées par 4.

La prime double par 2, donc les ventes doublent.

Les ventes s'additionnent ($18000+20000=38000$), donc les primes s'additionnent ($1125+1250=2375$). Voir c)

- Compléter le tableau suivant :

kg	5	10
€	2,35	4,70

La quantité est multipliée par 2, donc le prix est multiplié par 2 : $5 \times 2 = 10$ $2,35 \times 2 = 4,70$

Attention : on ne peut pas multiplier entre-elles deux colonnes !

Remarque : une proportion est une égalité de deux quotients. Dire que l'on a un tableau de proportionnalité, c'est dire que l'on a l'égalité des fractions formées par les lignes du tableau.

Exemple

Le tableau suivant est un tableau de proportionnalité.

5	15	20	25	35	45	60
1	3	4	5	7	9	12

Ce tableau équivaut à dire que les fractions $\frac{1}{5}, \frac{3}{15}, \frac{4}{20}, \frac{5}{25}, \frac{7}{35}, \frac{9}{45}, \frac{12}{60}$ sont égales ou que les fractions

$\frac{5}{1}, \frac{15}{3}, \frac{20}{4}, \frac{25}{5}, \frac{35}{7}, \frac{45}{9}, \frac{60}{12}$ sont égales.

III- Recherche d'une quatrième proportionnelle

Dans une situation de proportionnalité, la quatrième proportionnelle est le quatrième nombre calculé à partir de trois autres nombres déjà connus.

Pour calculer cette quatrième proportionnelle, on peut utiliser l'une des quatre méthodes précédentes.

Les calculs doivent apparaître clairement lors de la rédaction de la réponse.