Collection
La Réussite

Mathématiques

Manuel

5e



Vallesse

Scanné avec CamScanner

Collection
La Réussite

Mathématiques

Manuel

5e

Auteurs

ADJEMEY Mounin
Inspecteur Pédagogique

DAN Fulgence
Inspecteur Pédagogique

BROU KONAN Arsène
Professeur de lycée

TRAORÉ Kaba
Professeur de collège

Vallesse

Scanné avec CamScanner

Avant-Propos

Ce manuel de mathématiques de Cinquième est conforme au programme en vigueur. Il comporte trois parties : un pré-acquis, douze leçons et un mémento :

- Un pré-acquis : Ce sont des résumés des leçons de la classe de Sixième indispensables à la classe de Cinquième.
- Douze leçons : chaque leçon est organisée de la façon suivante :
  - Le titre de la leçon : il est conforme à celui du programme éducatif.
  - Une image : elle illustre et suscite une réflexion sur le titre de la leçon.
  - Une situation d'apprentissage : elle a les caractéristiques suivantes : un contexte, une (ou des) circonstance(s) et une (ou des) tâche(s).
  - Les habiletés et contenus : ils sont organisés pour faire apparaître le plan suivant lequel sera traitée la leçon.
  - L'installation des habiletés : c'est une succession d'activités en rapport avec le plan précédent et permettant le développement des habiletés et contenus. Chaque activité est suivie d'exercices de fixation.
  - L'apprentissage de la rédaction : des exercices sont proposés et corrigés. Ces corrigés sont suivis de points méthodes.
  - Le résumé de cours : il présente l'essentiel de la leçon à retenir.
  - Les exercices : ils sont rangés en trois groupes :
    - Exercices de renforcement : ils convoquent au moins deux habiletés d'une même leçon
    - Exercices d'approfondissement : ils convoquent des habiletés de plusieurs leçons
    - Situation d'évaluation : ses constituants sont : un contexte, une (ou des) fonction (s), une (ou des) ressource (s) et une (à trois) consigne(s) indépendante (s).
  - Le coup de pouce : pour certains exercices d'approfondissement ou des situations d'évaluation, des indications sont données à l'utilisateur. Ces exercices sont signalés par une astérisque.
- Un mémento : il présente un résumé succinct de chaque leçon du manuel.

Les auteurs

© Vallesse Éditions, Abidjan, 2022
ISBN : 978-2-38403-035-4
Toute reproduction est interdite sous peine de poursuites judiciaires.

Sommaire

Préacquis 05

Leçon 1 NOMBRES PREMIERS 09
1. Division dans $\mathbb{N}$
2. Puissance entière d'un nombre entier naturel
3. Nombres premiers

Leçon 2 NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS 23
1. Nombres décimaux relatifs
2. Comparaison de deux nombres décimaux relatifs
3. Différence de deux nombres décimaux relatifs
4. Somme algébrique
5. Équation du type $x + b = a$
6. Produit de nombres décimaux relatifs

Leçon 3 FRACTIONS 39
1. Somme et différence de deux fractions
2. Encadrement d'une fraction par deux nombres décimaux consécutifs de même ordre
3. Produit de deux fractions
4. Puissance entière d'une fraction

Leçon 4 PROPORTIONNALITÉ 51
1. Exemples de coefficients de proportionnalité
2. Représentation graphique d'une situation de proportionnalité

Leçon 5 STATISTIQUE 65
1. Population, caractère effectif
2. Diagramme en bâtons
3. Diagramme en bande

Leçon 6 SEGMENTS 83
1. Caractérisation d'un segment
2. Caractérisation de la médiatrice d'un segment

Scanné avec CamScanner

Sommaire

Leçon 7 CERCLES — 95
1. Cercles et points
2. Disque
3. Cercle circonscrit à un triangle

Leçon 8 ANGLES — 109
1. Angles adjacents
2. Angles complémentaires - angles supplémentaires
3. Angles opposés par le sommet
4. Somme des mesures des angles d'un triangle

Leçon 9 FIGURES SYMÉTRIQUES PAR RAPPORT À UNE DROITE – 125
1. Symétrique d'un point par rapport à une droite
2. Symétrique d'une figure par rapport à une droite
3. Axe(s) de symétrie d'une figure

Leçon 10 TRIANGLES — 145
1. Triangles particuliers
2. Droites particulières d'un triangle
3. Inégalité triangulaire

Leçon 11 PARALLÉLOGRAMMES PARTICULIERS — 159
1. Propriété des angles d'un parallélogramme
2. Le rectangle
3. Le losange
4. Le carré

Leçon 12 PRISME DROIT — 177
1. Définitions et vocabulaire
2. Patron d'un prisme droit
3. Aire totale d'un prisme droit
4. Volume d'un prisme droit

Mémento — 189

Préacquis

NOMBRES ENTIERS NATURELS

Nombres pairs, nombres impairs

- Un nombre pair est un nombre entier naturel qui est multiple de 2.
- Un nombre impair est un nombre entier naturel qui n'est pas pair.

Caractères de divisibilité par 2, 3, 5, 9, 10, 100, 1 000, ...

- Un nombre entier naturel est divisible par 2 lorsqu'il se termine par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.
- Un nombre entier naturel est divisible par 3 lorsque la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
- Un nombre entier naturel est divisible par 5 lorsqu'il se termine par 0 ou 5.
- Un nombre entier naturel est divisible par 9 lorsque la somme de ses chiffres est un multiple de 9.
- Un nombre entier naturel est divisible par 10 ; 100 ; 1 000 ; ... lorsqu'il se termine par 0 ; 00 ; 000 ; ...

NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS

Nombres entiers relatifs

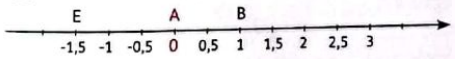
- ...–3 ; –2 ; –1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3, ... sont des nombres entiers relatifs.
- L'ensemble des nombres entiers relatifs se note $\mathbb{Z}$.

Nombres décimaux relatifs

- Les nombres 0 ; -3 ; (+3,7) ; (-7,12) ; 65 sont des nombres décimaux relatifs.
- L'ensemble des nombres décimaux relatifs se note $\mathbb{D}$.

Droite graduée - Abscisse d'un point sur une droite graduée

- Sur une droite graduée, chaque point est repéré par un nombre relatif relativement à l'unité. Ce nombre est appelé l'abscisse de ce point.



- A est l'origine de la graduation, A a pour abscisse 0.

B a pour abscisse 1.

L'abscisse de E est (–1,5).

Opposé d'un nombre relatif

Deux nombres opposés sont deux nombres de signes contraires et de même distance à zéro.

Somme de deux nombres relatifs

- Pour additionner deux nombres relatifs de même signe, on garde le signe commun et on additionne leur distance à zéro.
- Pour additionner deux nombres relatifs de signes contraires, on garde le signe de celui qui a la plus grande distance à zéro et on soustrait la plus petite distance à zéro de la plus grande.

Comparaison de nombres relatifs

- Lorsque deux nombres relatifs n'ont pas le même signe, le plus grand est le nombre positif.
- Lorsque deux nombres relatifs sont positifs, le plus grand est celui qui a la grande distance à zéro.
- Lorsque deux nombres relatifs sont négatifs, le plus grand est celui qui a la plus petite distance à zéro.

FRACTIONS

- a étant un nombre entier naturel et b un nombre entier naturel non nul, l'écriture $\frac{a}{b}$ est appelée fraction. Le nombre a est le numérateur et b le dénominateur.
- Une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est 1, ou 10, ou 100, ou 1 000, ...

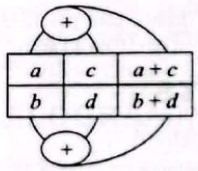
PROPORTIONNALITÉ

Coefficient de proportionnalité

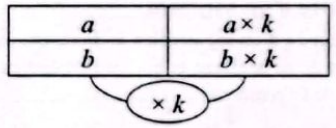
Un coefficient de proportionnalité d'un tableau de proportionnalité est un nombre par lequel il faut multiplier chaque nombre d'une ligne pour avoir son correspondant de l'autre ligne.

Propriétés de linéarité

- Dans un tableau de proportionnalité, on peut additionner deux colonnes pour obtenir une nouvelle colonne.



- Dans un tableau de proportionnalité, on peut multiplier une colonne par un même nombre pour obtenir une nouvelle colonne.



Scanné avec CamScanner

STATISTIQUE

Effectif – Effectif total

• En Statistique, l'on collecte des données, les étudie afin de les présenter sous forme plus compréhensible (tableaux, graphiques) pour de mieux comprendre des phénomènes.

• L'effectif d'une donnée est le nombre de fois cette donnée apparaît.

• L'effectif total correspond à la somme des effectifs de toutes les données.

Fréquence

• Fréquence d'une donnée = $\frac{\text{effectif de la donnée}}{\text{effectif total}}$.

• Cette fréquence se présente sous la forme d'une fraction ou d'un nombre décimal.

• Fréquence en pourcentage d'une donnée

$= \frac{\text{effectif de la donnée}}{\text{effectif total}} \times 100$

• La somme des fréquences de toutes les données est égale à 1.

• La somme des fréquences en pourcentage de toutes les données est égale à 100.

DROITES ET POINTS

Droites sécantes

• Lorsque deux droites ont un seul point commun, on dit qu'elles sont sécantes.

• Le point commun est appelé point d'intersection.

Droites parallèles

• Deux droites (D) et (L) sont parallèles lorsqu'elles sont perpendiculaires a une même droite.

• Lorsque deux droites sont parallèles, toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

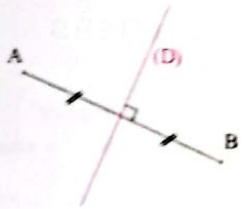
SEGMENTS

Milieu d'un segment

Le milieu d'un segment est le point qui appartient à ce segment et qui est à égale distance des extrémités de ce segment.

Médiatrice d'un segment

La médiatrice d'un segment est la droite qui passe par le milieu de ce segment et qui est perpendiculaire au support de ce segment.

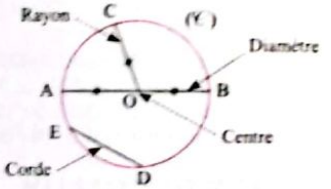


La droite (D) est la médiatrice du segment [AB].

CERCLES ET DISQUES

Cercle

Un cercle est formé de tous les points situés à la même distance d'un point appelé le centre. Cette distance commune est le rayon du cercle.



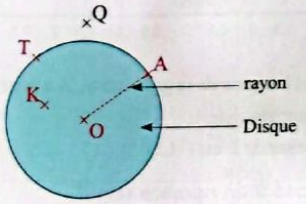
• [ED] est une corde de (C).
• [AB] est un diamètre de (C) ; on dit que les points A et B sont diamétralement opposés.
• Le centre O du cercle est le milieu de [AB].
• Si un point M appartient au cercle de centre O et de rayon r, alors OM = r.
• Si OM = r, alors le point M appartient au cercle de centre O et de rayon r.

Périmètre d'un cercle

Le périmètre d'un cercle de diamètre d et de rayon r est :
$P = 2 \times r \times \pi$ ou $P = d \times \pi$; $(d = 2 \times r)$ $\pi \approx 3{,}14$.

Disque

Le disque de centre O et de rayon r est l'ensemble des points dont la distance au point O est inférieure ou égale à r.



• O est le centre du disque.
• r est le rayon du disque.
• [OA] est un rayon du disque.

• Si un point M appartient au disque de centre O et de rayon r, alors OM < r ou OM = r.
• Si OM < r ou OM = r, alors le point M appartient au disque de centre O et de rayon r.

Aire d'un disque

L'aire A d'un disque de rayon r est égale à :
$A = r \times r \times \pi$ avec $\pi \approx 3{,}14$.

ANGLES

Présentation



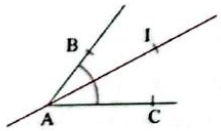
Le **point A est le sommet de cet angle.**
Les **demi-droites [AB) et [AC) sont les côtés de cet** angle.

Mesure d'un Angle

L'instrument de mesure d'un angle est le rapporteur
L'unité de mesure est d'un angle est le degré.

Bissectrice d'un angle

La bissectrice d'un angle est la droite qui passe par le sommet de cet angle et qui le partage en deux angles de même mesure.



(AI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ signifie que mes $\widehat{BAI}$ = mes $\widehat{IAC}$.

TRIANGLES

Triangle rectangle

Un triangle rectangle est un triangle qui a deux côtés dont les supports sont perpendiculaires.

Triangle isocèle

Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur.

Triangle rectangle isocèle

Un triangle rectangle isocèle est un triangle qui est à la fois rectangle et isocèle.

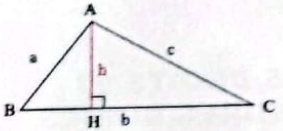
Triangle équilatéral

Un triangle équilatéral est un triangle qui a ses trois côtés de même longueur.

Droites particulières dans un triangle

• Une hauteur d'un triangle est la droite passant par un sommet et perpendiculaire au support du côté opposé à ce sommet.
Un triangle possède trois hauteurs.
• Une médiane d'un triangle est la droite passant par un sommet et par le milieu du côté opposé à ce sommet.
Un triangle possède trois médianes.
• Une médiatrice d'un triangle est la médiatrice de l'un de ses côtés.
Un triangle possède trois médiatrices.

Périmètre et aire d'un triangle



$\mathcal{P} = AB + BC + CA$ ou $\mathcal{P} = a + b + c$

$\mathcal{A} = \frac{AH \times BC}{2}$ ou $\mathcal{A} = \frac{b \times h}{2}$

FIGURES SYMÉTRIQUES PAR RAPPORT À UN POINT

Points symétriques par rapport à un point

Deux points A et B sont symétriques par rapport à un point O lorsque O est le milieu du segment [AB].
Le point O est son propre symétrique par rapport O.

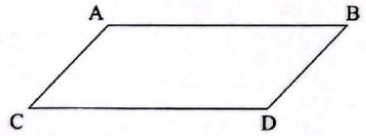
Centre de symétrie

Un point est appelé centre de symétrie d'une figure (F) lorsque cette figure est son propre symétrique par rapport à ce point.

PARALLÉLOGRAMMES

Parallélogramme

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les supports des côtés opposés sont parallèles.



Scanné avec CamScanner

Propriétés

Si un quadrilatère est un parallélogramme, **alors** ses diagonales se coupent en leur milieu.

Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, **alors** c'est un parallélogramme.

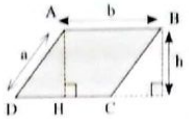
Si un quadrilatère est un parallélogramme, **alors** les côtés opposés ont la même longueur.

Si un quadrilatère à ses côtés opposés de même mesure, **alors** c'est un parallélogramme.

Périmètre et aire d'un parallélogramme

$\mathcal{P} = 2 \times (a + b)$

$\mathcal{A} = b \times h$, b est la base et h est la hauteur.



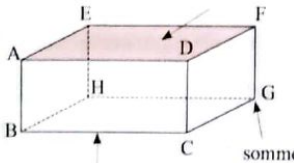
PAVÉS DROITS ET CYLINDRES DROITS

Pavé droit

- Un pavé droit (ou parallélépipède rectangle) est un solide qui a 6 faces rectangulaires.
- Un pavé droit dont les faces sont des carrés est appelé cube.

Exemple : La figure ci-dessous représente le pavé droit ABCDEHGF.

une face : rectangle AEFD



sommet : point G

une arête : segment [BC]

Ce pavé droit possède six faces, huit sommets et douze arêtes.

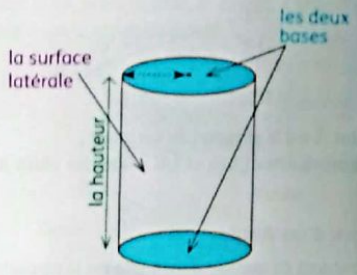
Aires et volume d'un pavé droit

- L'**aire latérale** du pavé droit est égale au produit du périmètre de sa base par la hauteur.
- Le **volume** du pavé droit est égal au produit de l'aire de sa base par la hauteur.

Cylindre droit

Un **cylindre droit** (ou **cylindre de révolution**) est un solide constitué d'un rectangle enroulé et deux disques identiques qui le ferment.

Les deux disques sont appelés **bases** et le rectangle, la **surface latérale** du cylindre droit.



Patron du cylindre droit

Un patron d'un cylindre droit est une figure plane qui, par pliage forme le cylindre droit.

Le patron du cylindre droit de rayon r et de hauteur h est composé de deux disques de rayon r et d'un rectangle de dimensions h et $2 \times \pi \times r$.

Aires et volume d'un cylindre droit

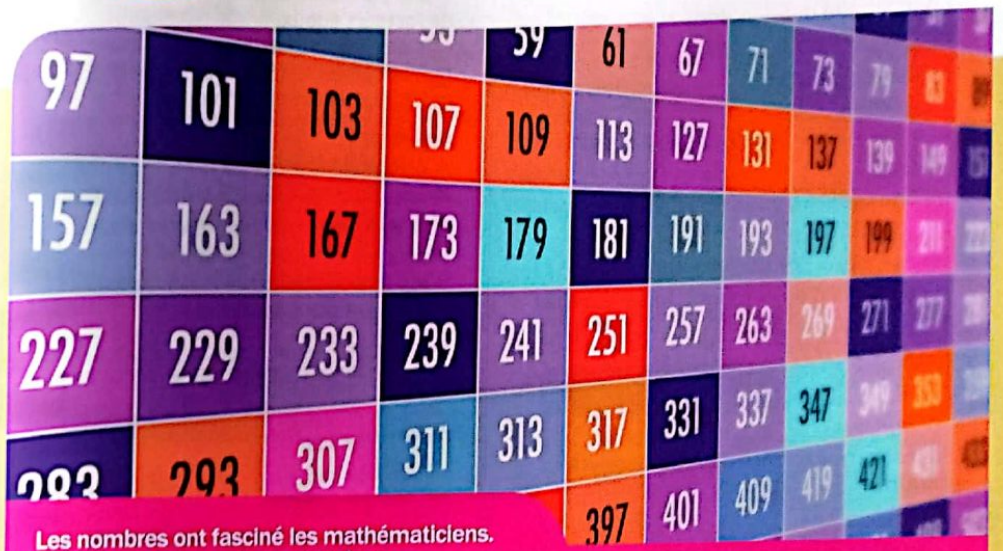
- L'aire latérale du cylindre droit de rayon r et de hauteur h est égale au produit du périmètre de la base par la hauteur, c'est-à-dire : $2 \times \pi \times r \times h$.

- L'aire totale du cylindre droit est la somme de son aire latérale et les aires de ses deux bases.

- Le volume du cylindre droit de rayon r et de hauteur h est égal au produit de l'aire de la base par la hauteur, c'est-à-dire $\pi \times r \times r \times h$.

Leçon 1

Nombres premiers



Les nombres ont fasciné les mathématiciens. Parmi eux, les nombres premiers.

SITUATION D'APPRENTISSAGE

Des élèves en classe de Cinquième ont découvert sur INTERNET, un jeu qui consiste à disposer un nombre donné de billes de sorte à former un rectangle non réduit à une ligne.
Ces élèves ont joué et ont constaté que seuls les nombres pour lesquels il est possible de réaliser le rectangle peuvent s'écrire sous la forme d'un produit de deux nombres différents de 1.
Les élèves décident alors de faire des recherches sur INTERNET pour découvrir le nom et les caractéristiques de ces nombres.



Scanné avec CamScanner

HABILETÉS ET CONTENUS

1 Division dans ℕ

Connaître :
- la division euclidienne,
- les propriétés

relatives à la division dans ℕ

Effectuer :
la division de a par b.

Traduire :
la division de a par b par une égalité

Justifier :
qu'une égalité traduit une division dans ℕ

Encadrer :
un nombre a par deux multiples consécutifs d'un nombre b, lorsque a n'est pas un multiple de b

2 Puissance entière d'un nombre entier naturel

Identifier :
la puissance entière d'un nombre entier naturel

Connaître :
- la règle de priorité de la puissance dans une suite d'opérations
- les propriétés relatives à la division dans l'ensemble ℕ
- l'égalité $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ connaissant les entiers naturels a, b et n
- l'égalité $a^n \times a^m = a^{n+m}$ où a, n et m sont des nombres entiers naturels non nuls

Écrire :
- un produit de facteurs égaux sous forme de puissance d'un nombre entier naturel
- une puissance sous forme de produit de facteurs égaux
- le produit de deux puissances d'un nombre entier naturel sous forme d'une puissance de cet entier naturel

Appliquer :
- la formule $(a \times b)^n = a^n \times b^n$, connaissant les entiers naturels a, b et n
- la formule $a^n \times a^m = a^{n+m}$, connaissant les entiers naturels a, m et n
- la règle de priorité de la puissance dans une suite d'opérations

Calculer :
une puissance d'un nombre entier naturel

3 Nombres premiers

Identifier :
un nombre premier

Connaître :
la règle permettant de reconnaître un nombre premier

Décomposer :
un nombre entier naturel en un produit de facteurs premiers

Justifier :
qu'un nombre entier naturel de deux ou trois chiffres est un nombre premier

INSTALLATION DES HABILETÉS

Activité 1 Division dans ℕ

1 Division euclidienne

Le schéma ci-contre symbolise une opération dans ℕ.

a) Identifie cette opération.

b) Traduis cette opération par une égalité.

c) Donne le nom de chacun des nombres de cette opération.

127	9
37	14
1	

Synthèse

- a et b sont deux nombres entiers naturels tels que $b \neq 0$. On peut trouver deux nombres entiers naturels q et r tels que $a = b \times q + r$ et $r < b$.
- q est le quotient et r est le reste.
- Lorsque le reste est nul, on dit que b est un diviseur de a ou que a est un multiple de b.

Exercices de fixation

1 Un nombre entier naturel a est divisible par 5.
Écris une égalité qui traduit cette situation.

2 On a : $324 = 40 \times 8 + 4$.
a) Donne le quotient et le reste de la division de 324 par 40.
b) Donne le quotient et le reste de la division de 324 par 8.

3 Dans chacun des cas suivants dis si oui ou non l'entier non nul b est un diviseur de l'entier a.
1. $a = 28$ et $b = 4$; 2. $a = 258$ et $b = 14$;
3. $a = 128$ et $b = 16$; 4. $a = 287$ et $b = 17$.

4 Observe les égalités suivantes et recopie celles qui traduisent une division euclidienne.
Dans ce cas, précise le quotient et le reste.
a) $332 = 8 \times 41 + 4$;
b) $127 = 6 \times 17 + 25$;
c) $90 = 6 \times 15$;
d) $183 = 7 \times 24 + 15$.

5 Dans chacun des cas ci-dessous, effectue la division euclidienne a de b par .
a) $a = 103$ et $b = 13$;
b) $a = 127$ et $b = 23$;
c) $a = 132$ et $b = 11$;
d) $a = 1003$ et $b = 13$.

2 Encadrement

Dans un collège, 181 élèves sont inscrits au club informatique. Le responsable veut acheter un T-shirt pour chacun des inscrits. Les T-shirt sont vendus par lot de 16.
Un élève en classe de 5e inscrit dans ce club veut savoir le nombre de lots que le responsable doit acheter.

1. Recopie et complète le tableau suivant :

Nombre de lots	1	5	10	11	12
Nombre de T-shirts					

2. Recopie et remplace les pointillés par deux entiers consécutifs : $16 \times \ldots < 181 < 16 \times \ldots$

Synthèse

Soit a et b deux nombres entiers naturels tels que : $b \neq 0$.
Si a n'est pas un multiple de b, alors on peut l'encadrer par deux multiples consécutifs de b.

Exercices de fixation

1 Cite cinq multiples consécutifs de 7.

2 1. Recopie et complète :
$192 = 15 \times \ldots\ldots + \ldots\ldots$
2. Déduis-en l'encadrement de 192 par deux multiples consécutifs de 15.

3 Encadre 237 par deux multiples consécutifs de 8.
Encadre 237 par deux multiples consécutifs de 9.

Scanné avec CamScanner

Activité 2 Puissance entière d'un nombre entier naturel

1 Définition

Un jeu qui consiste à écrire une suite de produits est décrit de la façon suivante :

- 1re étape : 3
- 2e étape : $3 \times 3 = 9$
- 3e étape : $3 \times 3 \times 3 = 27$
- etc.

a) Donne les opérations de la 4e étape et de la 5e étape.

b) On admet que la 3e étape s'écrit 3^3 et la 4e étape 3^4.

Écris la 5e et la 8e étape de la même façon.

Synthèse

a représente un nombre entier naturel et n un nombre entier. a^n est appelé puissance de a d'exposant n.

Exercices de fixation

1 Parmi les nombres ci-dessous, un seul est une puissance de 7.
Écris ce nombre.
27 ; 7×23 ; 42 ; 7^9.

2 Parmi les nombres ci-dessous, identifie ceux qui sont des puissances de 5.
3^2 ; 45 ; 3^5 ; 5^3 ; 9^5 ; 5^9 ; 5^0.

3 Écris les produits ci-dessous sous la forme d'une puissance d'un entier.
$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$;
$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$;
$13 \times 13 \times 13 \times 13 \times 13 \times 13 \times 13$.

4 • Écris 5^2 sous la forme d'un produit de facteurs égaux à 5.
• Écris 7^5 sous la forme d'un produit de facteurs égaux à 7.
• Si n est un entier positif, dis ce que signifie 10^n.

5 Écris les nombres ci-dessous sous la forme d'un produit de facteurs égaux.
5^5 ; 9^5 ; 19^4 ; 23^2.

6 Écris les nombres ci-dessous sous la forme d'un produit de facteurs égaux.
x^5 ; y^5 ; z^4 ; t^7.

7 Écris chacun des nombres ci-dessous sous la forme d'une puissance d'un nombre entier naturel :
25 ; 125 ; 128.

2 Propriétés

1. Recopie et complète :

$(4 \times 5)^3 = (4 \times 5) \times (\ldots \times \ldots) \times (\ldots \times \ldots)$
$= 4 \times 4 \times \ldots \times 5 \times \ldots \times \ldots$
$= 4^{\ldots} \times 5^{\ldots}$

2. Recopie et complète :

$7^3 \times 7^5 = 7 \times \ldots \times \ldots \times 7 \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots$
$= 7^{\ldots} = 7^{3+\ldots} = 7^{5+\ldots}$

Synthèse

On généralise ces égalités comme suit :
a, b, n et m sont des nombres entiers naturels, a et b sont non nuls.
- $(a \times b)^n = a^n \times b^n$;
- $a^n \times a^m = a^{n+m}$.

Exercices de fixation

1 a, b, n et m sont des nombres entiers naturels, a et b sont non nuls.
Choisis la bonne réponse. Exemple : 3-B.

		A	B	C	D
1	$(a \times b)^n =$	$a \times b \times n$	$a \times b + n$	$a \times b^n$	$a^n \times b^n$
2	$a^n \times a^m =$	$a^{n \times m}$	a^{n+m}	a^{n-m}	a^{n+m}

2 Écris les puissances ci-dessous sous la forme d'un produit de deux puissances d'entiers naturels :
a) $(4 \times 5)^7$; b) $(7 \times 9)^5$; c) $(17 \times 29)^8$.

3 Écris les produits suivants sous la forme d'un produit d'une puissance de x et d'une puissance de y.
$(x \times y)^3$; $(x \times y)^2$; $(x \times y)^n$; $(x \times y)^p$.

4 Écris les puissances de nombres entiers ci-dessous sous la forme d'un produit de deux puissances de nombres entiers naturels.
$(4 \times 5)^2$; $(7 \times 13)^3$; $(5 \times 7)^4$; $(2 \times 5)^7$.

5 Écris les produits suivants sous la forme d'une puissance de 15.
$5^4 \times 3^4$; $5^7 \times 3^7$; $5^{12} \times 3^{12}$; $3^{10} \times 5^{10}$.

6 Écris les produits suivants sous la forme d'une puissance d'un nombre entier naturel.
$3^2 \times 3^4$; $5^8 \times 5^3$; $12^7 \times 12^7$; 13×13^6.

7 Recopie et remplace les pointillés par les nombres entiers qui conviennent.
$3^2 \times 3^{\ldots} = 3^7$; $5^{\ldots} \times 5^3 = 5^{10}$; $12^7 \times 12^7 = \ldots^{14}$

3 Règles de priorité

On considère l'opération suivante : $18 \div 3^2 + 2 + (6 + 4 \times 5) - 7$.
Observe l'opération ci-dessous, identifie l'ordre d'exécution des opérations.

Synthèse

- Si dans un calcul, il n'y a que des additions et des soustractions, alors on effectue les opérations de gauche à droite.
- Si dans un calcul, il n'y a que des multiplications et des divisions, alors on effectue les opérations de gauche à droite.
- La multiplication et la division sont prioritaires sur l'addition et la soustraction.
- Dans un calcul où il y a plusieurs opérations, le calcul des puissances est prioritaire.

Cela est valable à l'intérieur des parenthèses.

Scanné avec CamScanner

Exercices de fixation

1 On considère le calcul suivant : $3 \times 2^4 + 5$. Indique l'opération à effectuer en première position pour avoir un résultat correct.

2 Effectue l'opération suivante en indiquant l'ordre d'exécution des calculs.
$15 + 3^2 \times 5 - 4^2$.

Activité 3 Nombres premiers

1 Définition d'un nombre premier

1. Liste tous les diviseurs de chacun des nombres suivants : 9 ; 11 ; 13 ; 15 ; 16 ; 17; 18 et 19.
2. Cite ceux qui ont exactement deux diviseurs.

Synthèse

Un entier naturel qui a exactement deux diviseurs, 1 et lui-même, est appelé nombre premier.

Exercice de fixation

Parmi les nombres suivants, identifie ceux qui sont des nombres premiers :
23 ; 27 ; 29 et 31.

2 Décomposition d'un nombre entier naturel en un produit de facteurs premiers

1. Écris le nombre 756 comme produit de nombres premiers.
2. Explique ta démarche.

Synthèse

- Tout nombre entier naturel non nul peut s'écrire sous la forme d'un produit de facteurs premiers.
- Méthode

$756 = 2^2 \times 3^3 \times 7$. Le nombre 756 a été décomposé en produit de facteurs premiers.
Pour décomposer un nombre en produit de facteurs premiers, on divise le nombre donné par les nombres premiers successifs en écrivant à chaque fois le quotient obtenu sous le dividende.

756	2
378	2
189	3
63	3
21	3
7	7
1	

Exercices de fixation

1 Parmi les propositions de décomposition ci-dessous, identifie celle qui correspond à la décomposition du nombre 430 en produit de facteurs premiers.
a) $430 = 10 \times 43$; b) $430 = 5 \times 86$;
c) $430 = 2 \times 5 \times 43$; d) $430 = 2 \times 215$.

2 Décompose en produit de facteurs premiers chacun des nombres suivants :
18 ; 24 ; 455 ; 546 ; 840.

3 Propriété

1. Dresse dans l'ordre croissant, la liste des diviseurs de chacun des nombres suivants : 12 ; 21 et 64.
2. Pour chaque liste de diviseurs, relève le diviseur qui vient après 1. Que constates-tu ?

Synthèse

Lorsqu'un nombre entier naturel est plus grand que 1, son plus petit diviseur différent de 1 est un nombre premier.

Exercice de fixation

Pour chacun des nombres ci-dessous, détermine le plus petit diviseur différent de 1.
30 ; 42 ; 49 ; 196 ; 252.

4 Justification qu'un nombre entier naturel est premier ou non

On donne la démarche suivante :
« On effectue les divisions euclidiennes du nombre donné par les nombres premiers successifs sans omission. Si le reste est nul, le nombre n'est pas premier. Si le reste n'est pas nul, on continue la division jusqu'à ce que le quotient devienne inférieur ou égal au diviseur. Le nombre donné est premier ».
En utilisant cette démarche, dis si oui ou non les nombres suivants sont premiers : 97 et 91.

Synthèse

Pour savoir si un nombre entier naturel supérieur à 1 est premier ou non, il suffit d'essayer des nombres premiers comme diviseurs jusqu'à ce qu'on trouve un quotient inférieur au diviseur utilisé précédemment puis on conclut.

Exercices de fixation

1 Dis si oui ou non les nombres entiers naturels suivants sont des nombres premiers :
241 ; 703 ; 117 ; 13^4.

2 À chacune des affirmations ci-dessous, réponds par vrai si l'affirmation est vraie ou par faux lorsque l'affirmation est fausse.
1. Un nombre premier a exactement deux diviseurs.
2. Un nombre premier peut avoir trois diviseurs distincts.
3. Un nombre de trois chiffres qui a pour chiffre des unités 5, peut être un nombre premier.
4. 2 est le seul nombre pair qui est un nombre premier.

Scanné avec CamScanner

APPRENTISSAGE DE LA RÉDACTION

Exercice 1 Utiliser les propriétés sur les puissances

1. Écris les produits suivants sous la forme d'une puissance entière d'un entier.

a) $2^3 \times 2^2$ c) $7^2 \times 7^4$

b) $4^5 \times 4^5$ d) $3^2 \times 3^4 \times 3^5$.

2. Écris les produits suivants sous la forme d'un produit de puissances entières de nombres entiers naturels.

a) $(2 \times 3)^3$ c) $(9 \times 8)^3$

b) $(4 \times 5)^6$ d) $(5 \times 7 \times 4)^5$.

Corrigé

1. a) $2^3 \times 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$; b) $4^5 \times 4^5 = 4^{5+5} = 4^{10}$

c) $7^2 \times 7^4 = 7^{2+4} = 7^6$; d) $3^2 \times 3^4 \times 3^5 = 3^{2+4+5} = 3^{11}$

2. a) $(2 \times 3)^3 = 2^3 \times 3^3$; b) $(4 \times 5)^6 = 4^6 \times 5^6$

c) $(9 \times 8)^3 = 9^3 \times 8^3$; d) $(5 \times 7 \times 4)^5 = 5^5 \times 7^5 \times 4^5$

Méthode

- On applique la formule $a^n \times a^p = a^{n+p}$.
- On applique la formule $(a \times b)^n = a^n \times b^n$.

Exercice 2 Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers

Décompose 150 et 45 en produits de facteurs premiers.

Corrigé

150	2
75	3
25	5
5	5
1	

$150 = 2 \times 3 \times 5^2$

45	3
15	3
5	5
1	

$45 = 3^2 \times 5$

Méthode

- On divise le nombre donné par le plus petit de ses diviseurs.
- On recommence avec le quotient obtenu jusqu'à ce que le quotient soit égal à 1.
- Pour être sûr de ne rien oublier, il faut essayer les divisions par les nombres premiers dans l'ordre croissant.

Exercice 3 Justifier qu'un nombre est premier

Justifie que 149 est un nombre premier.

Corrigé

$149 = 2 \times 74 + 1$
$149 = 3 \times 49 + 2$
$149 = 5 \times 29 + 4$
$149 = 7 \times 21 + 2$
$149 = 11 \times 13 + 6$
$149 = 17 \times 8 + 13$
$8 < 17$, donc 149 est premier.

Méthode

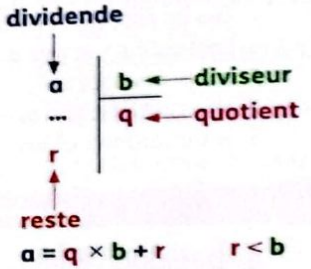
Pour justifier qu'un nombre est premier, il faut le diviser par les nombres premiers successifs jusqu'à ce que le diviseur soit plus grand que le quotient et le reste non nul.

Si on trouve un reste nul, alors le nombre n'est pas premier.

Résumé de cours

1 Division dans ℕ

1. Division euclidienne



- a et b sont deux nombres entiers naturels tels que $b \neq 0$.

On peut trouver deux nombres entiers naturels q et r tels que $a = b \times q + r$ et $r < b$.

- Trouver q et r, c'est effectuer la division euclidienne de a par b.

q s'appelle le quotient et r est le reste de cette division.

- Lorsque le reste est nul, on dit que b est un diviseur de a ou que a est un multiple de b.

2. Encadrement

Propriété

Soit a et b deux nombres entiers naturels tels que $b \neq 0$.
Si a n'est pas un multiple de b, alors on peut encadrer a par deux multiples consécutifs de b.

2 Puissance entière d'un nombre entier naturel

1. Définition

Définitions

- On appelle puissance d'un nombre entier naturel, le produit de plusieurs facteurs égaux à ce nombre.
- a est un nombre entier naturel et n un nombre entier naturel.

$\underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{(n \text{ facteurs})}$ se note a^n et se lit « a exposant n ».

Ainsi $a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{(n \text{ facteurs})}$

- a^n est appelé puissance entière de a d'exposant n.

Vocabulaire

a^2 se lit « a au carré » et a^3 se lit « a au cube ».

Convention

Pour un nombre entier naturel a non nul, $a^0 = 1$.

2. Propriétés

Propriété

a, b, n et m sont des nombres entiers naturels a et b sont non nuls.
$(a \times b)^n = a^n \times b^n$;
$a^n \times a^m = a^{n+m}$.

Scanné avec CamScanner

Résumé de cours

3. Règles de priorité

Dans une suite d'opérations :

- Les opérations entre parenthèses sont prioritaires.
- Lorsqu'il n'y a pas de parenthèses, on effectue les opérations dans l'ordre suivant :

1. les puissances ;
2. les multiplications et les divisions (de la gauche vers la droite) ;
3. les additions et les soustractions (de la gauche vers la droite).

3 Nombres premiers

1. Définition d'un nombre premier

Définition

Un nombre premier est un nombre entier positif qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Liste des 25 premiers nombres premiers

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 ; 97.

2. Décomposition d'un nombre entier naturel en produit de facteurs premiers

Définition

Décomposer un nombre entier naturel en produit de facteurs premiers, c'est l'écrire sous la forme d'un produit dans lequel tous les facteurs sont des nombres premiers.

Propriété

Tout nombre entier naturel, plus grand que 1 et qui n'est pas premier, peut s'écrire sous la forme d'un produit de facteurs premiers.

3. Propriété

Propriété

Lorsqu'un nombre entier naturel est plus grand que 1, son plus petit diviseur différent de 1 est un nombre premier.

4. Justification qu'un nombre entier naturel est premier ou non

Propriété

Pour justifier qu'un nombre entier naturel supérieur à 1 est premier ou non, on peut le diviser par les nombres premiers successifs jusqu'à ce que le diviseur soit plus grand que le quotient et le reste non nul. Si on trouve un reste nul, alors le nombre n'est pas premier.

EXERCICES

Exercices de renforcement

1 Recopie et remplace les pointillés par les nombres qui conviennent :

a) $25 \times \ldots = 425$; d) $120 = \ldots \times 20$;

b) $18 \times \ldots = 126$; e) $\ldots \times 13 = 741$.

c) $81 = 27 \times \ldots$;

2 Lis les expressions ci-dessous. Dis si oui ou non elles signifient la même chose.

b est un diviseur de a ;

a est multiple de b ;

a est divisible par b ;

3 1. Justifie que 1734 est divisible par 17 sans effectuer de division.

2. Justifie que 133 est divisible par 7 sans effectuer de division.

4 Dans chaque cas, calcule le nombre n sachant que :

a) dans la division euclidienne de n par 7, le quotient entier est 8 et le reste 5 ;

b) dans la division euclidienne de 68 par n, le quotient entier est 7 et le reste 5 ;

c) dans la division euclidienne de 127 par 17, le quotient entier est 7 et le reste n.

5 On divise un entier a par 7, le quotient est 125.

a) Liste tous les restes possibles.

b) Détermine les valeurs possibles de a.

6 Observe les égalités suivantes. Entoure celles qui traduisent une division euclidienne et précise les quotients et les restes, selon les cas.

a) $187 = 4 \times 25 + 87$;

b) $187 = 5 \times 20 + 87$;

c) $187 = 13 \times 14 + 5$;

d) $187 = 6 \times 22 + 55$.

7 On a divisé un entier naturel a par 17.

Le quotient est 14 et le reste est 8.

a) Détermine le nombre a.

b) Sans poser la division, détermine le quotient et le reste de la division euclidienne de a par 14.

8 On donne les entiers suivants :

$a = 3^3 \times 7^2 \times 11$ et $b = 3^2 \times 5^3$.

Décompose en produit de facteurs premiers les nombres : $7a$; ab ; $5b$.

a) Justifie que 5 346 et 486 sont deux multiples de 9.

b) Justifie que leur somme est un multiple de 9.

9 Recopie et complète les phrases suivantes avec les mots qui conviennent : diviseur(s) ; multiple(s) ; divisible.

a) 77 est un ..... de 7 et de 11.

b) 1, 2, et 4 sont les seuls ..... de 4.

c) 35 est ..... par 5 car 5 est le chiffre des unités.

d) Si a est ..... par b, alors b est un ..... de a et a est un ..... de b.

10 Dis si oui ou non les entiers naturels suivants sont des nombres premiers :

137 ; 161 ; 375 ; 223 et 703.

11 Décompose en produit de facteurs premiers les nombres suivants :

62×25 ; 35×64 ; 44×484.

12 Décompose en produit de facteurs premiers les nombres suivants :

144^2 ; 3600 ; 54^3.

13 Dresse la liste des diviseurs de chacun des nombres entiers suivants :

45 ; 312 ; 290 ; 791.

Écris chacun des nombres ci-dessus sous la forme d'un produit de facteurs premiers.

14 Recopie et complète le tableau suivant.

Égalités	Diviseurs	Quotients	Restes
$280 = 13 \times 21 + 7$	21		7
		21	
$439 = 15 \times 29 + 4$		15	
	15		4

15 Détermine le quotient entier et le reste de chaque division euclidienne :

a) 15 par 7 ; b) 67 par 13 ; c) 124 par 61 ;

d) 275 par 25 ; e) 88 par 17 ; f) 146 par 15.

Scanné avec CamScanner

EXERCICES

16 Détermine à l'aide de divisions successives si les entiers suivants sont premiers ou non : 97 ; 109 ; 117 ; 271 ; 323 ; 401 ; 527 ; 719.

17 Pour chacune des affirmations ci-dessous, réponds par vrai lorsque l'affirmation est vraie ou par faux lorsque l'affirmation est fausse.

a) Si $a = 5 \times b$, alors a est un multiple de 5.
b) Si $a = 3 \times 2 \times b$, alors a est un multiple de 6.
c) Si $a = b \div 7$, alors a est un multiple de 7.
d) Si $a = 12 \times b$, alors a est divisible par 3.
e) Si $a = 6 \times b$, alors a est un multiple de 12.
f) Si $a = b + 4$, alors a est un multiple de 2.
g) Si $a = 16 \times b$, alors a est un multiple de 4.

18 Liste les diviseurs de 180 qui sont strictement supérieurs à 10 et qui sont des multiples de 3.

19 1. Justifie que 2253 est divisible par 3.
2. Justifie que 2145 est divisible par 5.
3. Justifie 8154 est divisible par 9.
4. Justifie 2148 est divisible par 4.

20 Un fermier range 189 œufs dans des cartons qui ne peuvent contenir que 30 œufs.
Détermine le nombre de cartons nécessaires.
Les cartons seront-ils tous pleins ?

21 Détermine si les nombres suivants sont premiers : 13 ; 18 ; 23 ; 27 ; 43 ; 319.

22 Le collège organise un rallye sportif. Les professeurs d'EPS veulent faire des équipes équilibrées avec à chaque fois le même nombre d'élèves.
Il y a 492 élèves qui y participent.
a) Peut-on faire des équipes de 10 ? Pourquoi ?
b) Peut-on faire des équipes de 12 ? Pourquoi ?

23 Un élève de Cinquième a traduit la division euclidienne de 128 par 15 par l'égalité suivante :
$128 = 15 \times 7 + 23$.
Sa réponse est-elle juste ? Pourquoi ? Corrige, sa réponse si cela est nécessaire.

24 Un intendant d'un lycée a reçu un premier colis contenant 50 boîtes de craies, puis un second en contenant 80. Il les dispose par rangée 13 boîtes.
Détermine le nombre de rangées.

25 Recopie et complète le tableau ci-dessous.

a	b	q	r	$a = bq + r$
333	13	.....	.....	.....
.....	14	31	11	.....
123	.....	17	.....	.....
350	.....	15	20	.....
5	7	.....	.....	.....

26 Calcule les expressions suivantes en écrivant les étapes intermédiaires :
a) $7 + 3 \times 2^3$;
b) $3^2 \times 11 - 7 \times 2^2$;
c) $37 - 6 \times 5$;
d) $3^2 - 2^2 \div 4$;
e) $2^5 \div 4 - 2 + 7 \times 3$;
f) $5^3 \times 2^3 - 5 \times 2$.

27 Parmi les nombres entiers ci-dessous, détermine ceux qui sont des nombres premiers :
2103 ; 1107 ; 901 ; 263 ; 71 ; 89 et 97.

28 Réponds par vrai ou par faux :
1. Tous les nombres impairs sont premiers.
2. Aucun nombre pair n'est premier.
3. La différence entre deux nombres premiers est un nombre premier.
4. Le plus petit nombre premier est 2.

Exercices d'approfondissement

29 Dans la division euclidienne du nombre 821 par un nombre entier naturel le reste est 40.
Détermine le diviseur et le quotient.

30 Je suis un nombre entier inférieur à 100. Le reste de ma division euclidienne par 12 est 4 et le reste de ma division euclidienne par 20 est 12. Qui suis-je ?

31 Mets les parenthèses et les crochets pour que l'égalité ci-dessous soit vraie :
$5 \times 4 - 1 + 2 \times 2 = 34$.

EXERCICES

32 1. Décompose le nombre 392 en un produit de facteurs premiers.
2. Écris cette décomposition sous la forme d'un produit de puissance d'entiers naturels.
3. Détermine le nombre de diviseurs de 392.
4. Décompose 392^3 en produit de facteurs premiers.

33 1. Décompose les nombres 1184 et 1210 en produit de facteurs premiers.
2. Dresse la liste des diviseurs de 1184 et de 1210.
3. Calcule la somme des diviseurs de 1184.
4. Calcule la somme des diviseurs de 1210.
5. Dis ce que tu constates. De tels nombres sont dits amis.

34 Une cantine scolaire a reçu du fournisseur plus de 500 oranges, mais le nombre exact est inférieur à 1000.
Après plusieurs comptages, la gestionnaire se rend compte que :
• Si on les compte 4 par 4, 5 par 5 ou 6 par 6, il en reste toujours une.
• Si on les compte 7 par 7, il n'en reste rien.
Détermine le nombre exact d'oranges livrées à cette cantine.

35 Traduis chaque expression ci-dessous, par un calcul.
a) Le produit de 4 par la somme de 12 et de 5.
b) La somme du produit de 6 par 8 et de 20.
c) La somme de 9 et du produit de 11 par 3.
d) Le quotient de la somme de 8 et 4 par 6.
e) La différence de 7 et du quotient de 25 par 7.
f) Le quotient de 9 par la différence de 7 et 4.
g) Le produit de la différence de 15 et 7 par 8.
h) La somme du produit de 8 par 4 et du produit de 7 par 3.

36 Une ferme familiale compte 9 vaches à lait. Chacune produit 12 litres par jour. Le chef de famille envisage fabriquer du fromage avec sa production annuelle. La qualité de fromage à fabriquer exige 10 litres de lait pour obtenir 1 kg. L'acheteur souhaite que le fromage lui soit livré sous la forme de barre de 6 kg.
Détermine de nombre de fromages de 6 kg que peut fabriquer ce chef de famille.

37 On donne $x = 189$ et $y = 17$.
La division euclidienne de x par y est traduite par l'égalité $x = yq + r$ avec $r < y$.
Écris les égalités qui traduisent les divisions euclidiennes suivantes
1. $x + y$ par y.
2. $x - y$ par y.
3. $x + 2y$ par y.

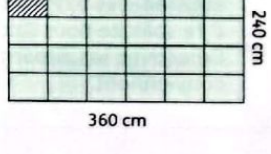
38 Le nombre entier suivant est un nombre de 4 chiffres 31... 4, il manque le chiffre des dizaines. On sait que ce nombre est divisible par 4 et par 3.
Détermine le chiffre qui manque.

39 1. Donne la liste des diviseurs de 154, puis la liste des diviseurs de 182.
2. Dans un centre de loisir, on veut répartir la totalité des 154 garçons et des 182 filles dans des groupes tous de même composition (c'est-à-dire que tous les groupes compteront le même nombre de garçons et le même nombre de filles).
a) Est-il possible de réaliser 2 groupes ?
b) Est-il possible de réaliser 11 groupes ?
c) Combien de groupes peut-on réaliser ?
Donne toutes les possibilités.

40 Les élèves d'une classe de 5e ont fait un devoir de mathématiques un mercredi. Pendant qu'il ramassait les copies, le professeur déclare que ces copies seront rendues 37 jours plus tard.
Quel jour de la semaine auront-ils leurs notes ? Justifie.

41 1. Détermine la valeur du chiffre manquant représenté par un carré (□)dans le nombre entier 142 □ pour qu'il soit divisible par 3 et 5.
2. Avec les chiffres 1, 5 et 8, compose un nombre de trois chiffres divisible par 2 et par 7.

42 Un panneau mural de forme rectangulaire a pour dimension 240 cm et 360 cm. On souhaite le recouvrir avec des carreaux de forme carrée, tous de même taille, posés côte à côte sans jointure.
1. On réalise le recouvrement ci-contre.



Scanné avec CamScanner

EXERCICES

a. Combien mesure le côté d'un carreau ?
b. Quel est le nombre de carreaux utilisés ici ?

2. Peut-on utiliser des carreaux de :
a. 10 cm de côté ?
b. 14 cm de côté ?

3. On choisit des carreaux de 15 cm de côté. On pose une rangée de carreaux bleus sur le contour et des carreaux blancs ailleurs. Combien de carreaux bleus va-t-on utiliser ?

43 Le reste d'une division euclidienne est égal à 7, son quotient est le double du reste et son diviseur est le triple du quotient. Quel est le dividende de cette division ?

44 Je suis un nombre entier compris entre 100 et 400. Je suis pair. Je suis divisible par 11. J'ai aussi 3 et 5 comme diviseurs. Qui suis-je ?

45 Une usine fabrique 257 automobiles par jour. Les voitures sont livrées par des camions. Chaque camion transporte 7 voitures. Combien de camions sont nécessaires chaque jour pour livrer ces voitures ?

46 1. Tiphaine dit à Johan : « 53 est un nombre premier. » Johan lui répond : « Alors 106 aussi ! » Tiphaine et Johan ont-ils raison ? Justifier votre réponse.

2. Julia annonce : « La date du jour de mon anniversaire est un nombre premier plus grand que 10 et dont la somme des chiffres est 11. »
Quelle est la date du jour de son anniversaire ?

Situations d'évaluation

47 Un carreleur a obtenu un marché qui est de carreler une salle de fitness de dimension 24 m sur 15 m. Le Conseil Général lui exige de choisir un modèle de carreaux de telle sorte qu'aucun carreau à acheter ne soit coupé. Il se rend dans les quincailleries de la place où on lui propose les dimensions en centimètre suivantes :
35×35 ; 40×35 ; 30×30.
Il ne sait quelles dimensions choisir pour satisfaire les exigences du Conseil Général. Il te sollicite pour l'aider.
Détermine les dimensions de carreaux qui conviennent.



48 Des élèves de Sixième ont découvert le jeu suivant sur INTERNET. Ce jeu consiste à trouver des nombres entiers à partir d'indications fournies.

« Je suis un nombre à trois chiffres distincts. Je suis divisible par 94. Lorsqu'on change l'ordre de mes chiffres des centaines et des dizaines et je deviens divisible par 49. »

Après plusieurs essais infructueux ils sollicitent l'aide de leur grand frère, élève de Cinquième.

Détermine ce nombre.

Coup de Pouce

Pour tous les exercices où on demande de décomposer en produit de facteurs premiers, on peut utiliser une des méthodes ci-dessous.

a. Méthode 1

On écrit 350 sous la forme d'un produit, puis on recommence avec chacun des facteurs obtenus tant que c'est possible.

$350 = 35 \times 10 = 5 \times 7 \times 2 \times 5 = 2 \times 5 \times 5 \times 7$
$= 2 \times 5^2 \times 7.$

b. Méthode 2

On effectue des divisions successives par les nombres premiers (2, 3, 5, 7, 11,...) tant que c'est possible.
Les résultats sont placés dans un tableau.

350	2
175	5
35	5
7	7
1	

350 est divisible par 2, le quotient est 175. 175 n'est divisible ni par 2, ni par 3, mais 175 est divisible par 5, le quotient est 35. 35 est encore divisible par 5, le quotient est 7.
7 n'est divisible que par 7 et 1.

Leçon 2

Nombres décimaux relatifs



Dans un ascenseur, sur le panneau de bord, on représente les paliers du sous-sol par des nombres négatifs.

SITUATION D'APPRENTISSAGE

En début d'année scolaire, pour le démarrage de ses activités, le club scientifique d'un collège a organisé une journée dénommée « La journée du scientifique ».
Le conférencier invité à cette occasion, a abordé la fusion, passage de l'état solide à l'état liquide et en a profité pour citer les températures de fusion sous la pression atmosphérique normale de certaines espèces chimiques consignées dans le tableau suivant :

Espèces chimiques	Températures de fusion
Chlore	−101,5 °C
Oxygène	−218,8 °C
Eau	0 °C
Fer	1534,9 °C
Hydrogène	−259 °C
Mercure	−39 °C

Un des élèves de 5e, émerveillé par ces informations, affirme qu'à −183 °C, l'oxygène est sous forme liquide, un autre conteste son affirmation.
Les autres élèves présents à cette conférence décident d'étudier les nombres décimaux relatifs pour les départager.

Scanné avec CamScanner

HABILETÉS ET CONTENUS

1 Nombres décimaux relatifs

Reconnaître :
- un nombre entier naturel
- un nombre entier relatif
- un nombre décimal relatif positif
- un nombre décimal relatif négatif

2 Comparaison de deux nombres décimaux relatifs

Comparer :
deux nombres décimaux relatifs

Ranger :
dans l'ordre croissant (décroissant) des nombres décimaux relatifs

3 Différence de deux nombres décimaux relatifs

Calculer :
la différence de deux nombres décimaux relatifs

4 Somme algébrique

Calculer :
une somme algébrique

5 Équation du type $x + b = a$

Résoudre :
une équation du type $x + b = a$

6 Produit de nombres décimaux relatifs

Calculer :
le produit de nombres décimaux relatifs

INSTALLATION DES HABILETÉS

Activité 1 Nombres décimaux relatifs

Présentation

On donne les nombres suivants : −4 ; −3,5 ; 2 ; 0 ; +3 ; −6 ; + 10 ; −16 ; −2,5 ; −100 ; 305.

Identifie parmi les nombres ci-dessus :

a) Les nombres entiers naturels ;

b) Les nombres entiers relatifs ;

c) Les nombres décimaux relatifs positifs ;

d) Les nombres décimaux relatifs négatifs.

Synthèse

- 2 ; 0 et 305 sont des nombres entiers naturels.
- −4 ; −6 et 3 sont des nombres entiers relatifs.
- −3,5 ; +3 et −2,5 sont des nombres décimaux relatifs.

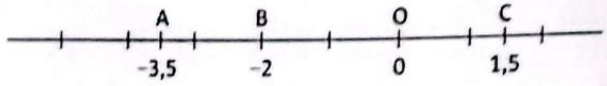
Exercice de fixation

Reproduis le tableau et mets une croix dans la case qui convient.

∈	+7	−10,5	−4	0	−240,7	40	−27	+36,01
ℕ								
ℤ								
𝔻								

Activité 2 Comparaison de deux nombres décimaux relatifs

Sur la droite graduée ci-dessous, les points A, B et C ont pour abscisses respectives −3,5 ; −2 et +1,5.



1. a) Compare les distances à zéro de −3,5 et −2.
   b) Énonce une règle qui permet de comparer deux nombres négatifs en utilisant l'expression « distance à zéro ».
2. Compare −2,5 et +1,5.
3. Compare les distances à zéro de (+2) et (+2,5).
   Compare les distances à zéro de (+3) et (+5).
   Énonce une règle qui permet de comparer deux nombres positifs en utilisant l'expression « distance à zéro ».
4. Range du plus petit au plus grand, les nombres suivants :
   −4 ; −3,5 ; −2,5 ; −0,5 ; +2 ; +2,5 et +3.

Synthèse

- Si deux nombres sont négatifs, alors le plus petit est celui qui a la plus grande distance à zéro.
- Si deux nombres sont positifs, alors le plus petit est celui qui a la plus petite distance à zéro.
- Si deux nombres sont de signes opposés, alors le plus petit est le nombre négatif.
- Lorsqu'on range des nombres décimaux relatifs du plus petit au plus grand, on dit qu'on les a rangés dans l'ordre croissant.
- Lorsqu'on range des nombres décimaux relatifs du plus grand au plus petit, on dit qu'on les a rangés dans l'ordre décroissant.

Exercices de fixation

1 Compare dans chaque cas, les nombres donnés :
(−1) et (−1,03) ; −1945 et −1942,7 ;
−2020 et 0,5 ; (+12,04) et (+11,9) ;
−13,7 et 0 ; 15,4 et 9,7.

2 Range dans l'ordre croissant les nombres décimaux relatifs suivants :
−9,4 ; 10,2 ; −4,35 ; 10,9 ; −4,4 ; −9,5.

3 Range dans l'ordre décroissant les nombres décimaux relatifs suivants :
−7,4 ; 1,2 ; −7,35 ; 1,9 ; −7,2 ; −6,5 ; 2.

Scanné avec CamScanner

Activité 3 Différence de deux nombres décimaux relatifs

On donne l'expression à trous : ☐ + (−5) = (+3), où ☐ est le nombre recherché.

1. Justifie que : ☐ = (+3) − (−5).
2. Complète cette phrase par le groupe de mots qui convient : la somme, la différence, le produit.
Le nombre ☐ recherché est ..... de (+3) et de (−5).
3. Complète les pointillés par le nombre décimal relatif qui manque
☐ + (−5) + (+5) = (+3) + (.....) ;
☐ = (+3) + (.....).
4. Que représente (+5) pour (-5) ?
5. Complète la phrase suivante : pour soustraire (-5) de ....., on ajoute .....

Synthèse

Pour soustraire un nombre décimal relatif, on ajoute son opposé.

Exercices de fixation

1 Calcule les différences suivantes :
(+9) − (+15) ; (−4,5) − (−11) ;
(+13) − (−11,5) ; (−4,5) − (12,5).

2 Calcule :
29 − (−43) ; −2,4 − (−3,8) ;
−10 − 9,7 ; 5,6 − 4,9.

Activité 4 Somme algébrique

On se propose de calculer la somme algébrique B tel que B = (−13) − (−8,5) + (−9) − (+6,2).

1. Cite les différentes opérations intervenant dans B.
2. Réécris B à l'aide d'additions uniquement.
3. Calcule B.

Synthèse

- Une suite d'additions et de soustractions s'appelle une somme algébrique.
- Dans une somme algébrique, on peut transformer toutes les opérations en additions uniquement, cette écriture de B est la somme algébrique simplifiée.

Exercices de fixation

1 Pour chaque expression A, B et C, transforme sans calculer, les soustractions en additions.
A = (+12) − (−6) + (−2) − (+7) ; B = (−7,1) − (−3,2) − (+1,5) + (+8,4) ;
C = (+1) − (−6,8) + (−10,4) − (+5,4).

2 Sans calculer U, R, Q et D, donne une écriture simplifiée de chaque expression.
U = (+2,5) − (−3) ; R = (−4) + (−1,2) ; Q = (+17) − (−5) + (+4) − (+5) ;
D = (−15) + (+2,5) − (−7,9) + (−13,6).

3 Calcule les sommes algébriques A, B, C et D suivantes :
A = (+27) − (+53) + (−2,9) ; B = (−25) − (−47) − (+177) ; C = (−26) + (+75) − (+6) + (−27) ;
D = 4,5 − 11+5,5 − 8.

Activité 5 Équation du type $x + b = a$

Pendant l'hiver, dans une ville de France, à midi, la température relevée est de (+2° C) alors qu'au soir elle est passée à (−6° C). On veut connaître cette variation de température.

On note x la variation de température.

1. Justifie que l'égalité suivante $x + (+2) = (-6)$ traduit la situation décrite dans l'énoncé.
2. Recopie et remplace les pointillés suivants par le nombre décimal relatif qui convient.
$x + (+2) + (-2) = (-6) + (.....)$. Donc $x = (-6) + (.....)$.
3. Que représente (−2) pour (+2) ?
4. Complète la phrase suivante : pour déterminer le nombre recherché x, on ajoute à (−6) ..... de .....
5. Énonce une règle permettant de déterminer le nombre inconnu x dans l'égalité $x + b = a$.

Synthèse

L'équation $x + b = a$, d'inconnu x, a pour solution le nombre $a - b$.

Exercices de fixation

1 Pour chacune des affirmations suivantes, écris le numéro suivi de V si l'affirmation est vraie et F si elle est fausse.
1. (−2) est la solution de l'équation $x + (+2) = 0$.
2. (+14,5) est la solution de l'équation $x + (-15,5) = 1$.
3. -6,3 est solution de l'équation $x - (-5,3) = -1$.

2 Recopie et remplace les pointillés par le nombre décimal qui convient.
..... +2 = 3 ; ..... + (−5) = (−8) ;
(−1) + ... = (+7) ; ..... −5 = −3 ;
..... −11,5 = −2,6

3 Résous chacune des équations suivantes d'inconnu x.
$x + (-15,4) = (-3,1)$; $x - (+21,8) = (-39,9)$;
$x + 3 = 5$; $x - 2 = -2$; $x - 4,5 = -7,1$;
$x + 11 = -9,5$.

Activité 6 Produit de nombres décimaux relatifs

1 Produit de deux nombres décimaux relatifs

I) On considère l'expression suivante :
A = (−3) + (−3) + (−3) + (−3)

1. Calcule A.
2. Combien y a-t-il de termes égaux à (-3) ?
3. a) Recopie et remplace les pointillés par le nombre qui convient : A = ... × (−3) = (+ ...) × (−3) = ...
b) Donne le signe de A.
c) Calcule le produit de la distance à zéro de (−3) par celle de (+4) puis compare le à 12.
4. a) Recopie et remplace les pointillés suivants par les nombres qui conviennent :
(−2) × (+5) = (−2) × ..... = (−2) + ... + ... + ... + ... =.....
b) Donne le signe de (−2) × (+5).
c) Calcule le produit de la distance à zéro de (−2) par celle de (+5) puis compare le à 10.

Scanné avec CamScanner

5. Complète la phrase suivante en te servant des résultats des deux exemples précédents.

Pour multiplier deux nombres décimaux relatifs de signes contraires, on multiplie ..... et le signe du produit est du signe..... .

II) 1. À l'aide de la calculatrice, donne le signe du produit $(-4) \times (-3)$.

2. Compare 12 et le produit de la distance à zéro de (-4) par celle de (-3).

III) Complète la phrase suivante par les groupes de mots qui conviennent en te servant des résultats obtenus en II).

Pour multiplier deux nombres décimaux relatifs de même signe, on multiplie .....et le signe du produit est..... .

Synthèse

Pour multiplier deux nombres décimaux relatifs de même signe, on multiplie les distances à zéro et on applique les règles de signes suivantes :
- le produit de deux nombres relatifs de même signe est positif ;
- le produit de deux nombres de signes contraires est négatif.

Exercices de fixation

1 Sans le calculer, donne le signe de chacun des produits suivants :

$(-12) \times (+2)$; $(+34) \times (-28)$;
$(-10,3) \times (-46)$; $(+12,5) \times (+7,51)$;
-12×3 ; $5 \times (-11)$; $-36 \times (-2)$.

2 Recopie et relie chaque calcul à son résultat.

$(+5) \times (-4)$	37,5
$(+20) \times (+7)$	-20
$(-12,5) \times (-3)$	-16
$(-4) \times (+4)$	140

3 Calcule les produits suivants :

$(-7) \times (-8)$; $(+5) \times (+30)$; $-3,5 \times (-12)$; $2,4 \times 7$; $10 \times (-0,8)$; $-57,2 \times 5$.

2 Produit de plusieurs nombres décimaux relatifs

On donne :

$Q = (+5) \times (-1) \times (+3) \times (-2)$ et $P = (-8) \times (+3) \times (+1) \times (-2) \times (-10)$.

I) 1. Combien y a-t-il de facteurs négatifs dans Q ?

2. Calcule Q après avoir déplacé et regroupé deux à deux les facteurs de mêmes signes ensemble.

3. Précise le signe de Q.

4. Le nombre de facteurs négatifs est-il pair ou impair ?

II) 1. Calcule P après avoir déplacé et regroupé deux à deux les facteurs de mêmes signes ensemble.

2. Précise le signe de P et le nombre de facteurs négatifs.

3. Le nombre de facteurs négatifs est-il pair ou impair ?

III) En te servant de I et II, complète les phrases suivantes par pair ou impair.

- Le produit de plusieurs nombres décimaux relatifs est positif lorsque le nombre de facteurs négatifs est.....
- Le produit de plusieurs nombres décimaux relatifs est négatif lorsque le nombre de facteurs négatifs est.....

Synthèse

Pour calculer le produit de plusieurs nombres décimaux relatifs on peut procéder ainsi :
- on détermine le signe du produit : il est positif si le nombre de facteurs négatifs est pair et négatif si le nombre de facteurs négatifs est impair ;
- on multiplie les distances à zéro des nombres décimaux relatifs.

Exercices de fixation

1 Donne le signe de chacun des nombres A et B suivants :

$A = (-2,1) \times (+7) \times (-0,8) \times (-1,9) \times (+10)$.
$B = (-6) \times (-11,1) \times (+0,2) \times (+5) \times (-3,2) \times (-9,5)$.

2 Calcule les produits C et D suivants :

$C = (+7) \times (-2,5) \times (-4) \times (+0,5)$.
$D = (-2) \times (+5) \times (-10) \times (-9,7) \times (+0,02)$.

APPRENTISSAGE DE LA RÉDACTION

Exercice 1 Ranger dans l'ordre croissant des nombres décimaux relatifs

Range dans l'ordre croissant les nombres décimaux relatifs suivants :
$-1,9$; $15,6$; $1,2$; $-7,09$; 0 ; $-3,1$; $(+11)$; $(-7,1)$; $-5,6$.

Corrigé

Rangeons d'une part, les nombres négatifs.
On a : $7,1 > 7,09 > 5,6 > 3,1 > 1,9$
donc $(-7,1) < -7,09 < -5,6 < -3,1 < -1,9$.
D'autre part, rangeons les nombres positifs.
On a : $0 < 1,2 < 11 < 15,6$. Par conséquent, on a : $(-7,1) < -7,09 < -5,6 < -3,1 < -1,9 < 0 < 1,2 < (+11) < 15,6$.

Méthode

Pour ranger dans l'ordre croissant des nombres décimaux relatifs :
- On sépare les nombres négatifs des nombres positifs ;
- On range d'une part les nombres négatifs entre eux, et d'autre part les nombres positifs entre eux ;
- Enfin, on réunit le rangement des nombres négatifs suivi de celui des nombres positifs.

Exercice 2 Calculer la différence de deux nombres décimaux relatifs

Calcule les sommes A, B, C et D suivantes :
$A = (+7,5) - (-13,5)$; $B = (-6,5) - (+13,5)$; $C = (-7,5) - (+1,3)$; $D = (-8,5) - (-4,10)$.

Corrigé

$A = (+7,5) + (17,5)$
$A = 21$

$B = (-6,5) + (-13,5)$
$B = -20$

$C = (-7,5) + (-1,3)$
$C = -8,8$

$D = (-8,5) + (+4,10)$
$D = -4,4$

Méthode

Appliquer la règle $a - b = a + \text{opp}(b)$.

Scanné avec CamScanner

Exercice 3 Calculer des sommes algébriques

Calcule les sommes algébriques A et B suivantes :
A = (−5,23) + (+21) − (+4,5) + (+9,78) − (−6,4).
B = (−12,3) − (−14) + 4,8 − (−7,5) − 15.

Corrigé

A = (−5,23) + (21) + (−4,5) + (+9,78) + (+6,4)
A = (−5,23) + (−4,5) + (+21) + (+9,78) + (+6,4)
A = (−9,73) + (+37,18)
A = (+27,45) = 27,5

B = (−12,3) + (+14) + 4,8 + (+7,5) − (+15)
B = (−12,3) + (+14) + 4,8 + (+7,5) + (−15)
B = (−12,3) + (−15) + (+14) + 4,8 + (+7)
B = (−27,3) + (+26,3)
B = −1

Méthode

Pour calculer une somme algébrique :
- On l'écrit à l'aide d'additions uniquement si ce n'est le cas ;
- On regroupe s'il y a lieu d'une part les nombres positifs entre eux et d'autre part les nombres négatifs entre eux ;
- On additionne les nombres positifs entre eux, les nombres négatifs entre eux, et on additionne les deux résultats trouvés.

Exercice 4 Résoudre une équation du type $x + b = a$

Résous chacune des équations suivantes d'inconnu x, où x est un nombre décimal relatif.
$x + (-7,5) = (-3)$; $-11,1 = 2 + x$; $x - (-13,1) = (-16,6)$.

Corrigé

- $x + (-7,5) = (-3)$
  $x = (-3) - (-7,5)$
  $x = (-3) + (+7,5) = (+4,5)$.

Donc 4,5 est la solution de l'équation

- $-11,1 = 2 + x$ peut s'écrire aussi $x + 2 = (-11,1)$; $x = (-11,1) - 2 = -13,1$.

Donc −13,1 est la solution de l'équation

- $x - (-13,1) = (-16,6)$ peut s'écrire $x + (+13,1) = (-16,6)$.
  donc $x = (-16,6) - (+13,1) = (-16,6) + (-13,1)$
  $x = -29,7$

Donc −29,7 est la solution de l'équation.

Méthode

Résoudre une équation du type $x + b = a$, revient à déterminer le nombre décimal relatif $x = a - b$.

Exercice 5 Calculer un produit de nombres décimaux relatifs

Calcule chaque produit suivant.
a) (−10) × (+4) × (−2,5) b) (−5) × (−2) × (+10) × (−7)

Corrigé

Soit A= (−10) × (+4) × (−2,5)
A comporte deux facteurs négatifs, or 2 est un nombre pair donc A positif.
A = +10 × 4 × 2,5
A = + 100 = 100

Soit B = (−5) × (−2) × (+10) × (−7)
B comporte trois facteurs négatifs, or 3 est un nombre impair, donc B est du signe négatif.
B = −(5 × 2 × 10 × 7)
B = (−700) = −700

Méthode

Pour calculer le produit de plusieurs nombres décimaux relatifs on peut procéder ainsi :
- Déterminer le signe du produit ;
- Multiplier les distances à zéro des nombres décimaux relatifs.

Résumé de cours

1 Nombres décimaux relatifs

Présentation

0 ; 1 ; 2 ; 3 ;..... sont des nombres entiers naturels.
L'ensemble des nombres entiers naturels est noté $\mathbb{N}$.
..... ; −4 ; −3 ; −2 ; −1 ; 0 ; 1 ; 2 ; ..... sont des nombres entiers relatifs.
L'ensemble des nombres entiers relatifs est noté $\mathbb{Z}$.
−9,51 ; −3,1 ; +15,2 ; −0,5 ; (+31,51) ;.... sont des nombres décimaux relatifs.
L'ensemble des nombres décimaux relatifs est noté $\mathbb{D}$.

Exemple

$4 \in \mathbb{N}$; $(-4) \in \mathbb{Z}$; $(-4,5) \in \mathbb{D}$; $(-4,5) \notin \mathbb{N}$; $-4,5 \notin \mathbb{Z}$.

Remarque

Le nombre décimal relatif +10,32 peut s'écrire aussi 10,32 ou (+10,32).
Le nombre décimal relatif −9,1 peut s'écrire aussi (−9,1).
Tout nombre entier naturel est un nombre entier relatif et tout nombre entier relatif est un nombre décimal relatif.

2 Comparaison de deux nombres décimaux relatifs

Comparaison de deux nombres décimaux relatifs

Règles

- Si deux nombres décimaux relatifs sont de signes opposés, alors le plus petit est celui qui est négatif.
- Si deux nombres décimaux relatifs sont positifs, alors le plus petit est celui qui a la plus petite distance à zéro.
- Si deux nombres décimaux relatifs sont négatifs, alors le plus petit est celui qui a la plus grande distance à zéro.

Vocabulaire

Ranger des nombres décimaux relatifs dans l'ordre croissant, c'est les ranger du plus petit au plus grand.
Ranger des nombres décimaux relatifs dans l'ordre décroissant, c'est les ranger du plus grand au plus petit.

Exemple

- $-9,1 < -7 < -6,5 < -2 < 0 < 1 < 2 < 8,5$ est un rangement dans l'ordre croissant.
- $8,1 > 2 > 1 > 0 > -2 > -6,5 > -7 > 9,1$ est un rangement dans l'ordre décroissant.

Scanné avec CamScanner

Exercice 3 Calculer des sommes algébriques

Calcule les sommes algébriques A et B suivantes :
A = (−5,23) + (+21) − (+4,5) + (+9,78) − (−6,4).
B = (−12,3) − (−14) + 4,8 − (−7,5) − 15.

Corrigé

A = (−5,23) + (21) + (−4,5) + (+9,78) + (+6,4)
A = (−5,23) + (−4,5) + (+21) + (+9,78) + (+6,4)
A = (−9,73) + (+37,18)
A = (+27,45) = 27,5

B = (−12,3) + (+14) + 4,8 + (+7,5) − (+15)
B = (−12,3) + (+14) + 4,8 + (+7,5) + (−15)
B = (−12,3) + (−15) + (+14) + 4,8 + (+7)
B = (−27,3) + (+26,3)
B = −1

Méthode

Pour calculer une somme algébrique :
- On l'écrit à l'aide d'additions uniquement si ce n'est le cas ;
- On regroupe s'il y a lieu d'une part les nombres positifs entre eux et d'autre part les nombres négatifs entre eux ;
- On additionne les nombres positifs entre eux, les nombres négatifs entre eux, et on additionne les deux résultats trouvés.

Exercice 4 Résoudre une équation du type $x + b = a$

Résous chacune des équations suivantes d'inconnu x, où x est un nombre décimal relatif.
$x + (-7,5) = (-3)$; $-11,1 = 2 + x$; $x - (-13,1) = (-16,6)$.

Corrigé

- $x + (-7,5) = (-3)$
  $x = (-3) - (-7,5)$
  $x = (-3) + (+7,5) = (+4,5)$.

Donc 4,5 est la solution de l'équation

- $-11,1 = 2 + x$ peut s'écrire aussi $x + 2 = (-11,1)$; $x = (-11,1) - 2 = -13,1$.

Donc −13,1 est la solution de l'équation

- $x - (-13,1) = (-16,6)$ peut s'écrire $x + (+13,1) = (-16,6)$.
  donc $x = (-16,6) - (+13,1) = (-16,6) + (-13,1)$
  $x = -29,7$

Donc −29,7 est la solution de l'équation.

Méthode

Résoudre une équation du type $x + b = a$, revient à déterminer le nombre décimal relatif $x = a - b$.

Exercice 5 Calculer un produit de nombres décimaux relatifs

Calcule chaque produit suivant.
a) (−10) × (+4) × (−2,5)
b) (−5) × (−2) × (+10) × (−7)

Corrigé

Soit A= (−10) × (+4) × (−2,5)
A comporte deux facteurs négatifs, or 2 est un nombre pair donc A positif.
A = +10 × 4 × 2,5
A = + 100 = 100

Soit B = (−5) × (−2) × (+10) × (−7)
B comporte trois facteurs négatifs, or 3 est un nombre impair, donc B est du signe négatif.

B = −(5 × 2 × 10 × 7)
B = (−700) = −700

Méthode

Pour calculer le produit de plusieurs nombres décimaux relatifs on peut procéder ainsi :
- Déterminer le signe du produit ;
- Multiplier les distances à zéro des nombres décimaux relatifs.

Résumé de cours

1 Nombres décimaux relatifs

Présentation

0 ; 1 ; 2 ; 3 ;..... sont des nombres entiers naturels.
L'ensemble des nombres entiers naturels est noté $\mathbb{N}$.
..... ; −4 ; −3 ; −2 ; −1 ; 0 ; 1 ; 2 ; ..... sont des nombres entiers relatifs.
L'ensemble des nombres entiers relatifs est noté $\mathbb{Z}$.
−9,51 ; −3,1 ; +15,2 ; −0,5 ; (+31,51) ;.... sont des nombres décimaux relatifs.
L'ensemble des nombres décimaux relatifs est noté $\mathbb{D}$.

Exemple

$4 \in \mathbb{N}$; $(-4) \in \mathbb{Z}$; $(-4,5) \in \mathbb{D}$; $(-4,5) \notin \mathbb{N}$; $-4,5 \notin \mathbb{Z}$.

Remarque

Le nombre décimal relatif +10,32 peut s'écrire aussi 10,32 ou (+10,32).
Le nombre décimal relatif −9,1 peut s'écrire aussi (−9,1).
Tout nombre entier naturel est un nombre entier relatif et tout nombre entier relatif est un nombre décimal relatif.

2 Comparaison de deux nombres décimaux relatifs

Comparaison de deux nombres décimaux relatifs

Règles

- Si deux nombres décimaux relatifs sont de signes opposés, alors le plus petit est celui qui est négatif.
- Si deux nombres décimaux relatifs sont positifs, alors le plus petit est celui qui a la plus petite distance à zéro.
- Si deux nombres décimaux relatifs sont négatifs, alors le plus petit est celui qui a la plus grande distance à zéro.

Vocabulaire

Ranger des nombres décimaux relatifs dans l'ordre croissant, c'est les ranger du plus petit au plus grand.
Ranger des nombres décimaux relatifs dans l'ordre décroissant, c'est les ranger du plus grand au plus petit.

Exemple

- $-9,1 < -7 < -6,5 < -2 < 0 < 1 < 2 < 8,5$ est un rangement dans l'ordre croissant.
- $8,1 > 2 > 1 > 0 > -2 > -6,5 > -7 > 9,1$ est un rangement dans l'ordre décroissant.

Scanné avec CamScanner

3 Différence de deux nombres décimaux relatifs

Propriété

Pour soustraire un nombre décimal relatif, on ajoute son opposé.
a et b sont des nombres décimaux relatifs on a : $a - b = a + \text{opp}(b)$.

Exemple

$(+5,3) - (-3,2) = (+5,3) + (+3,2)$

$(+5,3) - (-3,2) = +8,5$

$(+11,2) - (+25,4) = (+11,2) + (-25,4)$

$(+11,2) - (+25,4) = (-14,2)$

4 Somme algébrique

Définition

Une **somme algébrique** est une suite d'additions et de soustractions entre nombres décimaux relatifs.

Exemple

$(+5,2) - (+5,9) + (+18) - (-17,5)$ est une somme algébrique.

Méthode de calcul d'une somme algébrique

Pour calculer une somme algébrique :

- on commence par transformer chaque soustraction en addition ;
- on regroupe d'une part les nombres positifs entre eux et les nombres négatifs entre eux d'autre part ;
- on additionne les nombres positifs entre eux et les nombres négatifs entre eux ;
- on additionne les deux résultats trouvés.

Exemple

$A = (+3,5) - (+11) + (-4) - (-7,5) + (-9)$

$A = (+3,5) + (-11) + (-4) + (+7,5) + (-9)$

$A = (+3,5) + (+7,5) + (-11) + (-4) + (-9)$

$A = (+11) + (-24) = -13$.

5 Équation du type $x + b = a$

Définition - propriété

a et b sont des nombres décimaux relatifs donnés.

- $x + b = a$ est une équation dont l'inconnu est x.
- La solution de l'équation $x + b = a$ d'inconnu x, est le nombre $a - b$.

Exemple

L'équation $x + (-2,3) = (-4)$ a pour inconnu x et la solution de cette équation est $x = (-4) - (-2,3) = (-4) + (+2,3) = (-1,7)$.

6 Produit de nombres décimaux relatifs

1. Produit de deux nombres décimaux relatifs

Règle

- Pour multiplier deux nombres décimaux relatifs, on multiplie les distances à zéro.
- On applique la règle des signes :
  - si les deux nombres sont de même signe, alors le produit est de signe positif,
  - si les deux nombres sont de signes contraires, alors le produit est de signe négatif.

Exemple

$K = (-3,5) \times (-14,6)$.
K est positif car produit de deux nombres négatifs.
$K = (+3,5 \times 14,6) = 51,1$.

$L = (-2) \times (+3,7)$.
L est négatif car produit de deux nombres de signes contraires.

2. Produit de plusieurs nombres décimaux relatifs

Règle

Pour multiplier plusieurs nombres décimaux relatifs :

- On détermine le signe du produit :
  - si le nombre de facteurs négatifs est pair, il est positif ;
  - si le nombre de facteurs négatifs est impair, il est négatif.
- On multiplie les distances à zéro des facteurs.

Exemple

$B = (-2,4) \times (+5) \times (-10) \times (+6) \times (-1)$.
B est négatif car on a 3 facteurs négatifs et 3 est impair.
$B = -(2,4 \times 5 \times 10 \times 6 \times 1) = -720$.

Scanné avec CamScanner

EXERCICES

Exercices de renforcement

1 Écris le numéro de l'affirmation suivi de "V" si l'affirmation est vraie et "F" dans le cas contraire.

1. $(-13,5) \in \mathbb{N}$;
2. $27,7 \in \mathbb{Z}$;
3. $-47 \in \mathbb{Z}$,
4. $-101,59 \in \mathbb{D}$;
5. $(+20) \in \mathbb{N}$;
6. $-642,3 \in \mathbb{Z}$;
7. $399,15 \in \mathbb{D}$.

2 Recopie et remplace les pointillés suivants par $\in$ ou $\notin$.

$(-5) + (+3,5) \ldots \mathbb{Z}$; $(+13,5) + (-7,5) \ldots \mathbb{N}$;
$(-30,8) + (-5,2) \ldots \mathbb{Z}$; $(+1,5) + (+3) \ldots \mathbb{N}$;
$\frac{7}{3} \ldots \mathbb{D}$; $(-11,7) + (+19,2) \ldots \mathbb{D}$; $\pi \ldots \mathbb{D}$.

3 Range dans l'ordre décroissant les nombres décimaux relatifs suivants :
0,987 ; −0,001 ; −0,01 ; 0,99 ; −0,987 ; −0,989 ; −0,0011.

4 Recopie puis remplace les pointillés par le nombre entier relatif qui suit ou celui qui précède.

a) .... < −14 ; b) .... < 0 ;
c) .... < −302 ; d) −23 < ....
e) −31 < .... ; f) 408 < .... ;
g) .... < −100 ; h) ....< 235 ;
i) ....<−37

5 Voici les températures relevées dans une ville à différentes dates de l'année :
5 janvier −0,9°C ; 9 février −10° ; Mars 11°C ; 7 juin 23°C ; 9 août 27,8°C ; Décembre 2°C.
Classe ces dates dans l'ordre décroissant des températures relevées.

6 Complète les inégalités avec les décimaux relatifs suivants : −4,55 ; −4,4 ; −4,31 ; −4,58.
−4,6 < .... < −4,57 < .... < −4,5.
−4,45 < .... < −4,35 < .... < −4,3.

7 Le tableau donne les températures en dessous desquelles les gaz indiqués deviennent liquides (température dite de liquéfaction).

gaz	Températures en °C
Argon	−122
Azote	−147
Hélium	−268
Néon	−229
Oxygène	−118
Hydrogène	−240

1. Range ces gaz selon leur température de liquéfaction, en commençant par la plus basse.
2. Donne deux températures pour lesquelles l'hydrogène pourrait être liquide.

8 JULES CÉSAR est mort assassiné en 44 avant JÉSUS CHRIST. Il avait 57 ans.
Détermine son année de naissance.

9

	Fusion (°C)	Ébullition (°C)
Hydrogène	−259	−253
Fluor	−220	−188
Mercure	−39	357
Brome	−7	59
Éther	−116,2	34,5

1. Pour chaque composé chimique calcule l'écart entre les températures d'ébullition et de fusion
2. Range ses composés chimiques dans l'ordre croissant de leur écart entre les températures d'ébullition et de fusion.

10 Calcule les sommes algébriques suivantes :
A = (+1,2) + (−4,2) + (+7,1) + (−6,7) ;
B = (−5,7) − (−0,7) + (+1,3) − (−10) − (+7,3) ;
C = −8 + 5 − 4 −15 + 13 ;
D = −2,5 + 4,8 −3,6 + 0,2 + 25.

11 Transforme chacune des soustractions suivantes en une addition :
1. (+12) − (+7) ;
2. (−100) − (−250) ;
3. (+12,7) − (−19,3) ;
4. (−0,527) − (+1,546) ;
5. (+3,06) − (+3,9) ;
6. (−1200) − (−398,8).

EXERCICES

12 Calcule
A = (+2) − (+7) ; B = (−9) − (+3) ;
C = (−13) − (−2) ; D = (+8) − (−7).

13 Effectue les soustractions suivantes :
A = (−2,6) − (+7,8) ; B = (+6,4) − (+23,4) ;
C = (−2,7) − (−9,9) ; D = (−12,5) − (+9,5).

14 Le professeur de mathématiques donne à ses élèves un questionnaire à choix multiples comportant 5 questions. Il note de la façon suivante :

- Réponse fausse (F) vaut −3 points .
- Sans réponse (S) vaut −1 point.
- Réponse bonne (B) vaut +4 points.

a) Calcule la note de N'KENEPO dont les résultats aux questions sont : F, B, S, F, F.
b) Détermine la note la plus basse qu'un élève puisse obtenir.
c) Un élève a obtenu +10. Donne un exemple possible des résultats des questions.

15 Reproduis et relie chaque calcul à son résultat.

(+5) × (−4)	•	•	−50
(+6) × (+8)	•	•	30
(−2,5) × 4 × (−10)	•	•	−20
(−15) × (−2)	•	•	48
(+0,5) × (−1) ×(+100)	•	•	100

16 Il fait 0 °C et la température chute de deux degrés toutes les heures.
1. Détermine le nombre d'heures qu'il faudra pour que la température atteigne −10 °C.
2. Détermine la température dans huit heures.

17 Calcule les produits suivants :
A = (−3) × 4 × (−4,5) × (+3) ;
B = (−10) × (−10) × (−10) × 0,001 ;
C = (−15) × (+4) × (−1) × (+0,8) × (−3) ;
D = (+4) × (−75) × (+2) × (−0,25).

18 Résous chacune des équations suivantes d'inconnu x, un nombre décimal relatif.
$x + (-19,1) = -20,7$; $x - 11,5 = -31,8$;
$6,5 + x = 15$; $9,5 = x - 11$;
$x + (-71,3) + (+3,9) = (-29,2)$;
$x - (-61,2) + (+5) = (+11,4)$.

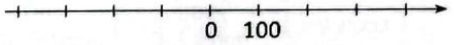
19 Reproduis et complète le tableau suivant.

a	b	c	$a+b+c$	$a-b+c$	$a \times b \times c$
7	−9	11			
−5	0	−2,1			
−6	6,7	−5			
−10	−2	−30			

20 Détermine dans chaque cas, deux entiers relatifs vérifiant cette condition :
1er cas : $-3,4 < y < 2,1$
2e cas : $-7,5 < y < -1,2$

21 Reproduis et place sur l'axe chronologique ci-dessous, le plus précisément possible, les évènements suivants :

- T : Le temple de Jérusalem est détruit en 70 après Jésus-Christ ;
- J : Jules César naît en 100 avant J.-C. ;
- C : Constantin crée Constantinople en 324 après J.-C. ;
- A : Alexandre le Grand meurt en 324 avant J.-C.



22 Complète par <, > ou =.
a) −5,34 ..... . +3,34 ; b. 0,05 ..... 1 ;
c) −8,51 ..... −8,5 ; d. 11,9 ..... +11,9 ;
e) 3,14 ..... −1,732 ; f. −9,27 ... ...−9,272 ;
g) −0,99..... -0,909.

23 Range, dans l'ordre croissant, les nombres de chaque liste.
a) +3 ; −7 ; −8 ; +7 ; +14 ; +8 ; −9.
b) +5,4 ; +2,7 ; −2,6 ; −3,1 ; +7,1 ; −8,3 ; −0,2.
c) −10,2 ; −10,02 ; −10,222 ; −10,1 ; −10,22.

Scanné avec CamScanner

24 Range, dans l'ordre décroissant, les nombres de chaque liste.

a) +14 ; −8 ; −3 ; +4 ; +17 ; −11 ; −6

b) −0,6 ; +4,52 ; −8,31 ; −3,8 ; +4,2 ; +4,6 ; −8,3.

25 Range dans l'ordre croissant ces grandes dates de la civilisation romaine ci-dessous.

395 Partage de l'Empire romain ; −755 Fondation de Rome ; 476 Chute de l'Empire romain d'Occident ; −52 Victoire romaine à Alésia ; −509 Fondation de la république ; −27 Auguste devient empereur ; −55 Assassinat de Jules César.

26 Recopie et complète en calculant les durées. (Les personnages cités n'ont pas existé.)

a) Cirius est né en l'an −47 et est mort en l'an 24. Il a vécu ..... .

b) L'Empire de Césarius a été créé en −480 et se termina en 230. Il a duré ..... .

c) Vitrius est né en l'an − 26 et est mort à 63 ans. Il est mort en ..... .

d) Planus a vécu 57 ans et est mort en l'an −217. Il est né en ..... .

27 Calcule la durée du règne de chaque roi, puis détermine le règne le plus long.

	Début de règne	Fin de règne
Louis V	986 après J.-C.	987 après J.-C.
Ashur-Nirâri IV	1019 avant J.-C.	1013 avant J.-C.
Roi Léopold III	1934 après J.-C.	1951 après J.-C.
Téti	2374 avant J.-C.	2354 avant J.-C.
Louis XIV	1643 après J.-C.	1715 après J.-C.

28 Calcule chacune des expressions suivantes :

A = (−13) + (−4) − (−7) − (+2) + (+8).

B = (+3,5) − (+13) + (+12) − (−7,5).

C = (+14) − (+13) − (+6) − (−8) − (+18).

D = −(−84) − (+75) − (−5) + (+18).

29 Calcule chacune des expressions suivantes :

E = (−7,5) − (−17,5) + (−14) − (+2).

F = (−10,5) − (+10,15) + (+0,15) − (+9,5).

G = (+140) − (−14,5) − (+4,5) + (+7) − (+18).

H = −(−84) − (+75) − (−5) + (+18).

30 Calcule chacune des expressions suivantes :

A = (−2,3) + (−5,2) − (−4,5) + (−2,3) + (−9,2) − (+7,5).

B = (−2,3) − (+3,4) + (−5,2) + (+4,7) − (−5,2).

C = (+0,25) + (−0,3) + (+0,5) − (−2,3) − (+0,75).

D = (−6,2) − (+36) + (−3,8) − (−23) + (−27).

31 Calcule :

A = 23,5 − (−2,5 + 3,2) − 5 + (6,2 − 5).

B = 1 − (2 − 3) − (1,5 + 5).

C = −41,1 + (−3,5 + 3,2) − (−9 − 4,5).

32 Un carré magique est écrit sous la forme d'un tableau carré. Les nombres sont disposés de sorte que leurs sommes sur chaque rangée, sur chaque colonne et sur chaque diagonale principale soient égales.

Reproduis et complète ce carré de telle sorte qu'il soit un carré magique.

−7	−12	−5
	−4	

Exercices d'approfondissement

33 Voici quelques températures relevées dans plusieurs villes de France ici consignées dans le tableau suivant.

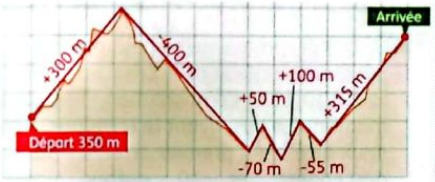
Villes	Matin
Lille	−5
Bordeaux	+3
Toulouse	+6
Nancy	−9
Poitiers	+9

1. Donne le nom de la ville où il fait plus froid.
2. Précise le nom de la ville où il a fait le plus chaud le matin.



34 ABIB s'est inscrit à une course dans la ville de Man. Cette course débute au bas d'une montagne. Quelques jours avant le départ, il étudie le graphique ci-dessous des dénivelés.

1. Écris une expression qui permet de calculer l'altitude à l'arrivée.
2. Calcule cette altitude.



35 Résous chacune des équations suivantes.

a) (−2,5) + x = (−10) ;

b) x + (+2,5) = (+10) ;

c) (−3,5) + x = (−1) ;

d) x − (+2,5) = (+5) ;

e) x + 7 = 4 ;

f) 3 + x = −5 ;

g) x + 7 = −4.

36 Calcule les produits suivants :

A = −5 × 3,55 × 20 ;

B = (−1,5) × 0,25 × (−4) × 10 ;

C = −2,297 × (−4) × (−25).

37 Détermine le signe du produit, puis calcule astucieusement :

a) −4 × (−0,8) × 6 × (−10) × 25 ;

b) 0,12 × (−2) × (−4) × (−5) × (−100).

38 Calcule chacun des produits ci-dessous. On peut déplacer ou regrouper les termes de différents produits et utiliser les propriétés sur les puissances pour un calcul rapide :

A = (−2) × (−7) × (+5) × (+3) ;

B = (+4) × (−10) × (+5) × (−3) × (+2) ;

C = (+1,6) × (−7) × (+0,5) × (100) ;

D = (−4,8) × (+0,2) × (+10) × (+5) ;

E = (+6,74) × (−7) × (+50) × (+100) × (−2) ;

F = $(-0,4)^3 \times (+9) \times (+5)^3$;

G = $(+0,2)^2 \times (-50)^5 \times (+0,2)^3$;

H = $(-12,5) \times [(4)^2]^3 \times (-12,5)^5$.

39 Calcule les puissances suivantes :

$(-7)^2$; $(+3,5)^2$; $(-5)^3$; $(-1)^{2020}$; $(-1)^{2021}$; $(-10)^6$.

40 Détermine trois nombres entiers relatifs x, y, z vérifiant les trois conditions suivantes :

$x > -10$ et $z < -7,5$ et $x < y < z$.

41 Lundi matin, la température était de −8 °C. Mardi matin, il faisait 10 °C de plus. Et le mercredi matin, il faisait 5 °C de moins. Détermine la température du mercredi matin.

42 Construis une droite graduée d'unité 1,5 et d'origine O.

1. Place sur la droite graduée les points A ; B ; C ; D et E d'abscisses respectives (+5) ; (−3,5) ; 2 ; −5,5 ; 4.
2. Détermine chacune des distances suivantes : OB ; OE et CD.

43 1. Calcule.

A = (−3) × (+2) + (−3,5) × (+2) + (−5).

B = (−4,5) − (+3,5) × (−3,2) − (−7) × (−5).

C = $(-7)^2 + (-2) \times (-2 \times 0,5) - (2 - 3)^2$.

2. Range ces résultats dans l'ordre décroissant.

44 Ramsès II fut un pharaon né en −1304. Il a vécu 67 ans.

Ramsès III a vécu 32 ans et s'est éteint en −1134.

Calcule le nombre d'années séparant la date de décès de Ramsès II de celle de Ramsès III.

Scanné avec CamScanner

EXERCICES

Situations d'évaluation

45 Pour faire face aux dépenses de la rentrée scolaire, un parent d'élève se rend à un guichet automatique d'une banque.
Après le retrait, le relevé bancaire indique −105 600 F CFA. Quelques jours plus tard, il reçoit un virement suite à l'achat d'un de ses produits agricoles dont il ignore le montant exact.
Son relevé marque désormais 207 500 F CFA.
Après plusieurs tentatives infructueuses pour calculer la somme reçue, il demande à son fils en classe de 5e de l'aider.
a) Justifie que la situation décrite dans l'énoncé peut être traduite par l'équation $x + (-105\,600) = 207\,500$, x étant le montant du virement reçu.
b) Calcule le montant du virement reçu par le père de l'élève de 5e.



46 La mairie de Yakassé-Attobrou organise un tournoi de football entre les villages du département en vue d'occuper sainement la jeunesse durant les vacances scolaires.
À l'issue de la deuxième journée du tournoi, quatre villages se trouvent à égalité de points. Pour choisir parmi eux deux villages, les organisateurs ont recours au goal-average.
En effet, le goal-average est un nombre relatif qui exprime la différence entre le nombre de buts marqués et le nombre de buts encaissés.
Dans le tableau ci-dessous, sont consignés les buts marqués et les buts encaissés de chaque équipe.

	Fiassé	Diangobo	Kong 1	Biéby
Buts marqués	6	4	3	5
Buts encaissés	5	6	7	5

Des élèves de 5e du collège moderne de Diangobo voudraient savoir si l'équipe dudit village sera qualifiée pour la troisième journée du tournoi.
1. Calcule le goal-average de chaque équipe.
2. Range-les dans l'ordre croissant.
3. Dis si l'équipe du village de Diangobo est qualifiée pour la troisième journée du tournoi.



47 En vue de donner le goût des sciences aux élèves, l'ONG GÉNÉRATION MATHÉMATIQUES a organisé une conférence sur un des pionniers des mathématiques moderne, Euclide. Le conférencier informe les élèves qu'Euclide avait 30 ans en l'an 300 avant J.-C. . Un élève épaté par cette information décide de déterminer l'année de naissance de ce grand précurseur des mathématiques.
1. Exprime l'an 300 avant J.-C. avec un nombre relatif.
2. Détermine l'année de naissance d'Euclide.

48 Un bus de ramassage ne peut prendre que 45 passagers à cause de la crise sanitaire dûe à la COVID 19. À l'embarcation, 30 passagers montent. Le bus, avant le terminus, marque deux arrêts. Au premier arrêt, 15 passagers descendent et 10 autres passagers montent. Le machiniste est informé que le prochain arrêt grouille de passagers et il n'y a que 13 passagers du bus qui signalent leur descente au prochain arrêt. Dans le souci de respecter les mesures barrières, le machiniste souhaiterait savoir combien de passagers il pourrait prendre. On note x le nombre de passagers à prendre au 2e arrêt.
1. Justifie que le nombre de passagers à prendre vérifie l'équation $x + 12 = 45$.
2. Calcule le nombre de passagers à prendre.

Coup de Pouce

33 Range par ordre croissant les nombres du tableau.

44 1. Calcule le nombre de passagers qui restent dans le bus lorsque les 13 descendent au 2e arrêt.

Leçon 3

Fractions



Fractions de fruits.

SITUATION D'APPRENTISSAGE



Pour leur petit-déjeuner, trois élèves de 5e, Konaté, Achi et Ogou, d'un collège moderne se lancent un défi de manger entièrement deux pains :
- un demi-pain pour Konaté ;
- deux tiers de pain pour Achi ;
- trois quarts de pain pour Ogou.

Ces derniers sollicitent leurs camarades de classe pour les aider à savoir si les parts des trois élèves mises ensemble font effectivement deux pains.
Les élèves décident de faire des calculs pour répondre à cette préoccupation.

Scanné avec CamScanner

HABILETÉS ET CONTENUS

1 Somme et différence de deux fractions.

Connaître :
la règle de calcul de la différence de deux fractions

Calculer :
la différence de deux fractions

2 Encadrement d'une fraction par deux nombres décimaux consécutifs de même ordre.

Encadrer :
une fraction par des nombres décimaux de même ordre

3 Produit de deux fractions

Calculer :
- le produit d'une fraction par un nombre entier naturel
- le produit de deux fractions

4 Puissance entière d'une fraction

Identifier :
une puissance entière d'une fraction donnée

Connaître :
- l'égalité $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$; connaissant les nombres entiers naturels a, b et n
- une puissance entière d'une fraction donnée

INSTALLATION DES HABILETÉS

Activité 1 Somme et différence de deux fractions

1 Somme et différence de deux fractions de même dénominateur

Deux frères Kouta et Loua se partagent un gâteau de forme circulaire.

$\frac{5}{9}$ du gâteau pour Kouta ; $\frac{2}{9}$ du gâteau pour Loua.

Le reste du gâteau est conservé pour le jour suivant.

a) Détermine la part de gâteau reçu par les deux frères.

b) Détermine la part de gâteau restante.

Synthèse

Pour calculer la somme (ou la différence) de deux fractions de même dénominateur, on calcule la somme (ou la différence) des numérateurs des deux fractions de même dénominateur.

Exercices de fixation

1 Écris le numéro de chaque égalité suivi de V si l'égalité est vraie ou F si elle est fausse.

1. $\frac{17}{24} + \frac{4}{24} = \frac{21}{48}$
2. $\frac{5}{13} - \frac{2}{13} = \frac{3}{13}$
3. $\frac{19}{53} + \frac{17}{53} = \frac{36}{53}$

2 Calcule les sommes de fractions suivantes :

$\frac{7}{5} + \frac{4}{5}$; $\frac{13}{24} + \frac{9}{24}$; $\frac{1}{17} + \frac{7}{17}$.

3 Calcule les différences des fractions suivantes :

$\frac{6}{7} - \frac{4}{7}$; $\frac{13}{14} - \frac{11}{14}$; $\frac{21}{25} - \frac{19}{25}$; $\frac{5}{3} - \frac{1}{3}$.

2 Somme et différence de deux fractions de dénominateurs différents

Flora a acheté, un litre d'huile. Elle a utilisé $\frac{1}{5}$ pour son petit-déjeuner et $\frac{1}{3}$ pour son déjeuner.

1. Détermine la quantité d'huile qu'elle a utilisée.
2. Détermine la quantité d'huile restante.
3. Le lendemain, elle utilise $\frac{1}{6}$ d'huile pour son repas.

Détermine la quantité d'huile restante après ce repas.

Synthèse

Pour calculer la somme (ou la différence) de deux fractions, on les réduit au même dénominateur et on calcule la somme (ou la différence) des deux fractions de dénominateur commun obtenues.

Exercices de fixation

1 Écris le numéro de chaque égalité suivi de V si l'égalité est vraie ou F dans le cas contraire.

1. $\frac{1}{3} + \frac{3}{2} = \frac{1+3}{3\times 2}$;
2. $\frac{6}{7} - \frac{2}{5} = \frac{6\times 5}{7\times 5} - \frac{2\times 7}{7\times 5}$;
3. $\frac{13}{14} - \frac{22}{15} = \frac{13}{14+15} + \frac{22}{14+15}$;
4. $\frac{9}{12} + \frac{5}{4} = \frac{9}{12} + \frac{15}{12}$.

2 Calcule les sommes suivantes :

$\frac{3}{10} + \frac{2}{5}$; $\frac{17}{21} + \frac{12}{7}$; $\frac{18}{25} + 1$; $\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$.

3 Calcule les différences suivantes :

$\frac{5}{6} - \frac{2}{3}$; $\frac{7}{4} - \frac{9}{28}$; $1 - \frac{3}{10}$; $\frac{8}{5} - \frac{9}{8}$.

Activité 2 Encadrement d'une fraction par deux nombres décimaux consécutifs de même ordre

La division de 39 par 7 à l'aide d'une calculatrice donne 5, 571428571...

a) Encadre la fraction $\frac{39}{7}$ par deux nombres décimaux consécutifs ayant un chiffre après la virgule.

b) Encadre la fraction $\frac{39}{7}$ par deux nombres décimaux consécutifs ayant trois chiffres après la virgule.

Synthèse

Pour encadrer une fraction, il faut procéder comme suit :
- diviser le numérateur de cette fraction par son dénominateur ;
- encadrer cette fraction par deux nombres consécutifs ayant zéro chiffre, un chiffre, deux chiffres, trois chiffres, ... après la virgule.

Exercices de fixation

1 On donne : $\frac{11}{13} = 0{,}846153846...$

Recopie et remplace les pointillés par le nombre décimal consécutif qui convient.

$0{,}8 < \frac{11}{13} < \ldots ; \ldots < \frac{11}{13} < 0{,}8462$.

Scanné avec CamScanner

2 On donne les fractions suivantes :
$\frac{23}{9}$; $\frac{5}{7}$; $\frac{23}{13}$.
Encadre chacune des fractions ci-dessus par :
a) Deux nombres entiers naturels consécutifs.
b) Deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.
c) Deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 5.

Activité 3 Produit de deux fractions

1 Produit d'une fraction par un nombre entier naturel

Pour leur fête de fin d'année, les 45 élèves d'une classe de 5e décident d'acheter chacun un pagne uniforme d'une longueur de $\frac{4}{3}$ m.
Détermine le nombre de mètres qu'ils doivent acheter.

Synthèse

Pour calculer le produit d'une fraction et d'un nombre entier naturel, on multiplie le numérateur de la fraction par le nombre entier naturel et on conserve le dénominateur.

Exercices de fixation

1 Calcule chacun des produits suivants :
$5 \times \frac{11}{13}$; $25 \times \frac{2}{15}$; $6 \times \frac{7}{12}$; $11 \times \frac{4}{72}$.

2 Calcule chacun des produits suivants
$\frac{5}{3} \times 4$; $\frac{13}{16} \times 8$; $\frac{27}{18} \times 32$; $\frac{11}{5} \times 10$.

2 Produit de deux fractions

1. Simplifie la fraction $\frac{20}{5}$.
2. Calcule le produit $\frac{20}{5} \times \frac{7}{3}$ en remplaçant $\frac{20}{5}$ par sa forme simplifiée.
3. Simplifie la fraction $\frac{20 \times 7}{5 \times 3}$.
4. Compare $\frac{20}{5} \times \frac{7}{3}$ et $\frac{20 \times 7}{5 \times 3}$.

Synthèse

Pour calculer le produit de deux fractions, on calcule le produit des numérateurs et le produit des dénominateurs.

Exercices de fixation

1 a) Calcule la fraction qui représente les deux tiers de cinq quarts de kilogramme de riz.
b) Calcule la fraction qui représente les trois quarts de huit tiers de kilogramme de riz.

2 Calcule les produits suivants : $\frac{7}{27} \times \frac{3}{14}$; $\frac{6}{5} \times \frac{9}{4}$; $\frac{2}{7} \times \frac{5}{7}$; $\frac{49}{15} \times \frac{3}{7}$.

Activité 4 Puissance entière d'une fraction

Calcule le volume d'une boîte cubique d'une arête de $\frac{5}{2}$ m.

Synthèse

Soient a, b et n des nombres entiers naturels tels que b n'est pas nul. $\left(\frac{a}{b}\right)^3$ est le produit de 3 facteurs égaux à $\frac{a}{b}$.
On a : $\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \frac{a^3}{b^3}$
En général $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Exercices de fixation

1 Recopie et remplace les pointillés par le nombre qui convient.
$\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \left(\frac{1}{5}\right)^{\cdots}$;
$\left(\frac{4}{3}\right)^5 = \frac{4^{\cdots}}{3^{\cdots}}$; $\frac{8^4}{9^4} = \left(\frac{8}{9}\right)^{\cdots}$.

2 Calcule les puissances suivantes :
$\left(\frac{2}{5}\right)^3$; $\left(\frac{3}{7}\right)^4$; $\left(\frac{1}{4}\right)^2$; $\left(\frac{5}{3}\right)^3$.

APPRENTISSAGE DE LA RÉDACTION

Exercice 1 Réduction de deux fractions au même dénominateur.

Réduis les fractions suivantes au même dénominateur.
a) $\frac{3}{4}$ et $\frac{5}{7}$; b) $\frac{5}{18}$ et $\frac{7}{12}$.

Corrigé

a) On a : $4 \times 7 = 28$ est le plus petit multiple commun de 4 et 7.
Donc $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 7}{4 \times 7} = \frac{21}{28}$ et
$\frac{5}{7} = \frac{5 \times 4}{7 \times 4} = \frac{20}{28}$.
Les fractions $\frac{3}{4}$ et $\frac{5}{7}$ ont été réduites au même dénominateur.
On a : $\frac{3}{4} = \frac{21}{28}$ et $\frac{5}{7} = \frac{20}{28}$.
b) Un multiple commun de 18 et 12 est 36.
$\frac{5}{18} = \frac{5 \times 2}{18 \times 2} = \frac{10}{36}$
$\frac{7}{12} = \frac{7 \times 3}{12 \times 3} = \frac{21}{36}$
On a : $\frac{5}{18} = \frac{10}{36}$ et $\frac{7}{12} = \frac{21}{36}$.

Méthode

- a, b, c et d sont des nombres entiers naturels tels que b et d sont non nuls.
$\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont deux fractions tels que $b \neq d$.
$\frac{a \times d}{b \times d}$ et $\frac{c \times b}{d \times b}$ ont le même dénominateur $b \times d$.
- Pour réduire des fractions au même dénominateur on peut choisir comme dénominateur commun un multiple commun non nul des dénominateurs.

Scanné avec CamScanner

Exercice 2 Somme et différence de deux fractions de dénominateurs différents

a) $\frac{5}{9}+\frac{5}{2}$; b) $\frac{73}{75}-\frac{14}{25}$.

Corrigé

a) $\frac{5}{9}+\frac{5}{2}=\frac{5\times2+5\times9}{18}=\frac{10+45}{18}=\frac{55}{18}$.

b) $\frac{73}{75}-\frac{14}{25}=\frac{73}{75}-\frac{14\times3}{25\times3}=\frac{73}{75}-\frac{42}{75}$

$=\frac{73-42}{75}=\frac{31}{75}$.

Méthode

a, b, c, d sont des nombres entiers naturels tels que b et d sont non nuls.

$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\times d}{b\times d}+\frac{c\times b}{d\times b}$.

$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\times d-b\times c}{bd}$.

Exercice 3 Encadrement d'une fraction par deux nombres décimaux consécutifs

Encadre $\frac{73}{77}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

Corrigé

$\frac{73}{77}=0{,}948051948$

On a : $0{,}94<\frac{73}{77}<0{,}95$.

Méthode

Utilise une calculatrice pour obtenir la division de 73 par 77.

Exercice 4 Produit de deux fractions

Calcule chacun des produits suivants :

a) $\frac{3}{4}\times5$; b) $\frac{8}{3}\times\frac{4}{5}$.

Corrigé

a) On a : $\frac{3}{4}\times5=\frac{5\times3}{4}=\frac{15}{4}$.

b) On a : $\frac{8}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{8\times4}{3\times5}=\frac{32}{15}$.

Méthode

a, b, c sont des nombres entiers naturels tels que b est non nul.

$\frac{a}{b}\times c=c\times\frac{a}{b}=\frac{a\times c}{b}$ et $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$.

Exercice 5 Puissance entière d'une fraction

Calcule :

a) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$; b) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$.

Corrigé

a) On a : $\left(\frac{3}{2}\right)^3=\frac{3^3}{2^3}=\frac{27}{8}$;

b) On a : $\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1^2}{3^2}=\frac{1}{9}$.

Méthode

a, b, n sont des nombres entiers naturels tels que a, b et n sont non nuls.

$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$.

Résumé de cours

1 Somme et différence de deux fractions

1. Somme et différence de deux fractions de même dénominateur

Règle

Soient a, b et d des nombres entiers naturels tels que d n'est pas nul :

$\frac{a}{d}+\frac{b}{d}=\frac{a+b}{d}$.

Soient a, b et d des nombres entiers naturel tels que $a>b$ et d est non nul :

$\frac{a}{d}-\frac{b}{d}=\frac{a-b}{d}$.

2. Somme et différence de deux fractions de dénominateurs différents

a) Réduire deux fractions de dénominateurs différents au même dénominateur

Règle

Pour réduire des fractions au même dénominateur, on peut choisir comme dénominateur, un multiple commun non nul de leurs dénominateurs.

b) Somme et différence de deux fractions de dénominateurs différents

Règle 1

Pour calculer la somme de deux fractions de dénominateurs différents, on les réduit au même dénominateur et on calcule la somme des deux fractions de même dénominateur obtenues.

Règle 2

Pour calculer la différence de deux fractions de dénominateurs différents, on les réduit au même dénominateur et on calcule la différence des deux fractions de même dénominateur obtenues.

2 Encadrement d'une fraction par deux nombres décimaux consécutifs de même ordre

Méthode

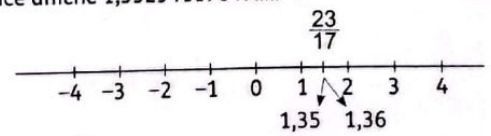
Pour encadrer une fraction $\frac{a}{b}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre donné, on peut procéder comme suit :

- effectuer la division de a par b à un ordre plus grand que celui demandé ;
- choisir deux décimaux consécutifs d'ordre demandé pour l'encadrer.

Exemple

À l'aide d'une calculatrice, on divise 23 par 17.

La calculatrice affiche 1,35294117647.....



L'encadrement de $\frac{23}{17}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2 est :

$1{,}35<\frac{23}{17}<1{,}36$.

Scanné avec CamScanner

Résumé de cours

3 Produit de deux fractions

1. Produit d'une fraction et d'un nombre entier naturel

Propriété

Soient a ; b et k des nombres entiers naturels, b n'est pas nul, $k \times \frac{a}{b} = \frac{k \times a}{b}$ et $\frac{a}{b} \times k = \frac{k \times a}{b}$.

2. Produit de deux fractions

Propriété

Soient a, b, c et d des nombres entiers naturels tels que b et d sont non nuls.

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.

4 Puissance entière d'une fraction

Soit n, un nombre entier naturel plus grand que le nombre 1.
a, b et n sont des nombres entiers naturels ; b n'est pas nul.

$\left(\frac{a}{b}\right)^n$ désigne le produit de n facteurs égaux à la fraction $\frac{a}{b}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \times \ldots \times \frac{a}{b}}$

n facteurs égaux à $\frac{a}{b}$.

Propriété

Soient a, b et n des nombres entiers naturels tels que b n'est pas nul :

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

EXERCICES

Exercices de renforcement

1 Pour chacune des opérations suivantes trois réponses sont proposées. Une seule est juste. Écris la bonne réponse.

	Questions	Réponses A	B	C
1	$\frac{3}{7} + \frac{5}{7} =$	$\frac{8}{7}$	$\frac{8}{14}$	$\frac{15}{49}$
2	$\frac{19}{15} - \frac{3}{15} =$	$\frac{16}{30}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{22}{15}$
3	$\left(\frac{2}{3}\right)^2 =$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{6}$
4	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 =$	$\frac{125}{216}$	$\frac{15}{6}$	$\frac{15}{18}$

2 Calcule les sommes et les différences suivantes :

a) $\frac{27}{64} + \frac{18}{64}$; b) $\frac{1}{132} + \frac{96}{132}$;

c) $\frac{331}{1046} - \frac{79}{1046}$; d) $\frac{808}{2020} - \frac{714}{2020}$.

3 Calcule les sommes et les différentes suivantes :

a) $\frac{13}{25} + \frac{4}{25}$; b) $\left(\frac{8}{17} + \frac{3}{17}\right) - \frac{9}{17}$;

c) $\left(\frac{24}{53} - \frac{15}{53}\right) + \frac{1}{53}$.

4 Calcule les différences suivantes :

$\frac{72}{13} - \frac{47}{26}$; $\frac{12}{7} - \frac{15}{14}$;

$\frac{125}{81} - \frac{14}{72}$; $\frac{16}{3} - \frac{17}{27}$.

5 Calcule :

a) $\frac{5}{8} + \frac{5}{4} + \frac{7}{16}$; b) $1 + \frac{2}{7} + \frac{3}{2}$

c) $\frac{1}{24} + \frac{5}{21}$; d) $\frac{1}{4} + \frac{3}{5} + \frac{2}{7} + \frac{11}{5}$.

6 Calcule :

a) $\frac{2}{7} + 1$; b) $\frac{5}{8} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2}$;

c) $\left(\frac{10}{25} - \frac{1}{5}\right) + 2$; d) $\left(1 + \frac{3}{7}\right) - \frac{4}{7}$.

7 Pour chacune des fractions suivantes :

$\frac{3}{7}$; $\frac{12}{11}$; $\frac{22}{9}$; $\frac{43}{13}$,

donne un encadrement :

a) par deux nombres entiers naturels consécutifs ;

b) par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre deux ;

c) par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre trois.

8 On donne la somme suivante : $\frac{5}{7} + \frac{6}{7}$.

Encadre cette somme par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1.

9 Reproduis et complète le tableau

a	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{12}{5}$
b	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{10}{3}$
a^2				
b^2				
$a \times b$				

10 Recopie et remplace les pointillés par la fraction qui convient :

a) $\frac{4}{7} \times \ldots\ldots = \frac{4}{21}$; b) $\ldots\ldots \times \frac{3}{5} = \frac{33}{20}$;

c) $\frac{23}{41} \times \ldots\ldots = 1$; d) $\ldots\ldots \times \frac{12}{17} = \frac{4}{5}$.

11 Calcule les produits suivants :

a) $\frac{24}{17} \times \frac{15}{17}$; b) $\frac{8}{19} \times \frac{8}{15}$;

c) $\frac{103}{205} \times 100$; d) $1 \times \frac{24}{49}$.

Scanné avec CamScanner

EXERCICES

12 Calcule les produits suivants :

a) $5 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{5}$; b) $\frac{5}{3} \times \frac{1}{10} \times \frac{6}{5}$;

c) $\frac{4}{3} \times \frac{15}{8} \times 6$; d) $\frac{2}{21} \times \frac{3}{14} \times \frac{49}{9}$.

13 Calcule :

a) $\frac{6}{14} \times \frac{7}{3} \times \frac{21}{49}$; b) $12 \times \frac{7}{15} \times 2$;

c) $3 \times 4 \times \frac{26}{27}$; d) $\frac{5}{6} \times 3 \times \frac{1}{15}$.

14 Calcule :

a) $7 \times \frac{2}{3} - \frac{4}{3}$; b) $\frac{5}{2} - \frac{1}{8} \times \frac{1}{2}$;

c) $\left(\frac{6}{7} + \frac{3}{7}\right) \times \frac{14}{3}$; d) $\frac{2}{3} \times \left(\frac{11}{2} - \frac{1}{9}\right)$.

15 Calcule.

a) $\left(\frac{13}{4} - \frac{5}{4}\right) \times \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right)$;

b) $\frac{1}{5} \times \frac{2}{3} + \frac{4}{3} \times \frac{5}{2}$;

c) $\frac{17}{6} \times \frac{2}{5} - \frac{1}{3} \times \frac{5}{2}$;

d) $\frac{3}{2} + \frac{5}{2} + \frac{7}{5} + \frac{1}{2}$.

16 Écris les opérations suivantes.

a) La somme de trois cinquième et du produit d'un quart par sept.

b) La différence de onze tiers et deux tiers par le produit cinq quarts.

17 Calcule :

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$; c) $\left(\frac{1}{2} + \frac{5}{2}\right)^2$

b) $\left(\frac{5}{3} - \frac{4}{3}\right)^3$; d) $\left(\frac{8}{7} - \frac{1}{7}\right)^5$

18 Calcule :

a) $\frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2$; b) $\left(\frac{5}{4}\right)^2 \times \frac{3}{4}$;

c) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$.

19 L'Âge de Fatim est le double des trois dixième de l'âge de Flora. Flora a 15 ans.

Calcule l'âge de Fatim.

20 1. Recopie et complète le tableau ci-dessous :

a	b	$\left(\frac{a}{b}\right)^2$	$\frac{a^2}{b^2}$
3	5		
2	3		
1	7		
4	11		

2. Compare $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ et $\frac{a^2}{b^2}$ dans chaque cas.

Exercices d'approfondissement

21 Les $\frac{5}{7}$ des élèves d'une classe de 5e ont les cheveux coupés, $\frac{2}{3}$ sont des filles.

1. Détermine la fraction des élèves qui n'ont pas les cheveux coupés.

2. Détermine la fraction des élèves garçons.

22 Le Collège Moderne J'AIME est situé à 7,2 km du domicile de Kouanda élève en classe de 5e. Le premier jour de la rentrée, il se rend à pied à l'école et après avoir parcouru les $\frac{3}{4}$ de la distance, il s'arrête.

1. Détermine la distance qu'il lui reste à parcourir.

2. Détermine la fraction correspondante au parcours restant.

23 Dans une classe de 5e, $\frac{1}{3}$ des élèves est dispensé de l'EPS, $\frac{3}{7}$ des dispensés ont des troubles respiratoires et $\frac{1}{4}$ des dispensés ont des troubles de vue.

a) Détermine la fraction des élèves non dispensés.

b) Détermine la fraction des élèves de la classe qui sont dispensés et ont des troubles respiratoires.

c) Détermine la fraction des élèves qui sont dispensés et ont des troubles de vue.

EXERCICES

3 Dans un lycée, $\frac{3}{7}$ des classes sont des classes de 5e. L'art plastique est enseigné dans $\frac{4}{5}$ de ces classes de 5e.

Détermine la fraction des classes où l'art plastique est enseigné.

5 Dans un village ; les $\frac{5}{7}$ de la population sont jeunes, les $\frac{4}{9}$ des jeunes sont des filles. Les autres sont des garçons.

1. Détermine la fraction de la population qui n'est pas jeune.

2. Détermine la fraction représentant les jeunes garçons.

26 À la fin du 1er trimestre, Fatim, élève en classe de 5e fait le bilan des notes obtenues en mathématiques.

Les $\frac{5}{7}$ de ses notes sont supérieures ou égales à 10. Les $\frac{4}{9}$ de ses notes sont comprises entre 9 et 8.

Les autres notes sont inférieures à 8.

Quelle fraction des notes de Fatim représentent les autres notes ?

27 a est un nombre entier naturel positif non nul, on donne :

$A = \frac{1}{1+a} - \frac{1}{a}$; $B = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1}$.

a) Calcule A et B sous forme d'une fraction.

b) Calcule A+B.

c) Quelle conclusion peut-on tirer concernant A et B ?

28 Recopie et complète.

a) $\frac{4}{5} = \frac{4 \times \ldots}{5 \times \ldots} = \frac{\ldots}{15}$; b) $\frac{4}{6} = \frac{\ldots \times \ldots}{6 \times \ldots} = \frac{\ldots}{36}$;

c) $\frac{1}{2} = \frac{1 \times \ldots}{\ldots \times \ldots} = \frac{7}{\ldots}$; d) $\frac{3}{5} = \frac{\ldots \times \ldots}{5 \times \ldots} = \frac{\ldots}{20}$.

29 Dans chaque liste de fraction, se cache un intrus. Trouve-le en justifiant la réponse.

a) liste 1 : $\frac{80}{100}$ $\frac{16}{20}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{34}{40}$ $\frac{8}{10}$

b) liste 2 : $\frac{12}{16}$ $\frac{15}{25}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{75}{100}$ $\frac{21}{28}$

c) liste 3 : $\frac{91}{115}$ $\frac{65}{75}$ $\frac{130}{150}$ $\frac{13}{15}$ $\frac{26}{30}$.

30 Écris chaque fraction sous forme d'une fraction de dénominateur 100.

a) $\frac{1}{10}$; b) $\frac{7}{50}$; c) $\frac{9}{20}$; d) $\frac{18}{5}$; e) $\frac{41}{25}$; f) $\frac{5}{4}$.

31 Recopie et complète.

a) $\frac{7}{3} = \frac{\ldots}{6}$; b) $\frac{1}{4} = \frac{20}{\ldots}$; c) $\frac{7}{5} = \frac{21}{\ldots}$;

d) $\frac{10}{9} = \frac{50}{\ldots}$; e) $\frac{11}{8} = \frac{\ldots}{64}$; f) $\frac{3}{4} = \frac{\ldots}{100}$.

32 Le tableau suivant représente des jetons marqués des nombres.

1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	4	4	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6	6	7
7	8	8	9	9	9	9	9	9	9	9	10	11	12	12	12	12
12	13	13	13	14	14	14	14	14	14	15	15	15	15	15	15	16
16	17	18	18	18	18	18	18	19	19	19	19	19	19	20	20	20
20	20	20	21	21	21	21	21	21	22	22	22	23	23	24	25	26

1. a) Donne le nombre total de jetons.

b) Donne la fraction des jetons marqués 1. Simplifie la fraction obtenue.

c) Même question pour les nombres 8 ; 14 ; 20 et 25.

2. a) Calcule la somme des fractions des jetons marqués 8 et 14.

b) Calcule la différence des fractions des jetons marqués 20 et 25.

c) Calcule le produit des fractions des jetons marqués 8 ; 14 et 20.

Scanné avec CamScanner

EXERCICES

33 Dans une ville, un arrêté municipal exige aux gestionnaires des parkings que, sur 50 places, une soit réservée aux handicapés. Un parking contient 1250 places.

a) Donne la fraction des places qui doivent être réservées aux handicapés dans ce parking.

b) Le gestionnaire a réservé 20 places pour les handicapés. A-t-il respecté l'arrêté ?

34 Reproduis et complète :

a) $6 \times \frac{8}{6} =$; c) $9 \times \frac{6}{9} =$; e) $15 \times \frac{20}{15} =$;

b) $5 \times \frac{3}{5} =$; d) $12 \times \frac{7}{12} =$; f) $23 \times \frac{55}{23} =$.

35 Réduis chaque paire de fractions suivantes au même dénominateur.

a) $\frac{2}{7}$ et $\frac{5}{14}$; c) $\frac{1}{8}$ et $\frac{5}{64}$;

b) $\frac{3}{2}$ et $\frac{11}{10}$; d) 7 et $\frac{11}{3}$.

36 Effectue les opérations suivantes :

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$; c) $\frac{13}{14} + \frac{5}{7}$; e) $\frac{6}{7} + \frac{2}{35}$;

b) $\frac{5}{6} + \frac{4}{12}$; d) $\frac{3}{4} + \frac{5}{24}$; f) $\frac{11}{81} + \frac{1}{9}$.

37 Effectue les opérations suivantes :

a) $\frac{7}{4} + \frac{1}{8}$; c) $\frac{8}{4} + \frac{4}{8}$; e) $\frac{1}{11} + \frac{2}{33}$;

b) $\frac{1}{2} + \frac{3}{26}$; d) $\frac{13}{7} + \frac{13}{21}$; f) $\frac{7}{10} + \frac{9}{2}$.

38 Effectue les opérations suivantes.

a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$; c) $\frac{9}{4} - \frac{5}{12}$; e) $\frac{3}{5} - \frac{1}{25}$;

b) $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$; d) $\frac{5}{6} - \frac{3}{48}$; f) $\frac{9}{7} - \frac{20}{21}$.

39 Effectue les opérations suivantes.

a) $\frac{15}{16} - \frac{1}{2}$; b) $\frac{15}{26} + \frac{7}{13}$; c) $\frac{17}{5} - \frac{4}{35}$;

e) $\frac{9}{7} + \frac{64}{63}$; d) $\frac{33}{10} - \frac{11}{5}$; f) $\frac{19}{99} + \frac{1}{11}$.

40 Effectue les opérations suivantes

a) $\frac{1}{4} + \frac{3}{2} + \frac{1}{8}$; c) $\frac{1}{5} + \frac{3}{20} - \frac{1}{4}$;

b) $\frac{1}{3} + \frac{5}{27} + \frac{10}{9}$; d) $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{24}$.

41 Calcule les produits suivants

a) $\frac{45}{14} \times \frac{49}{60}$; c) $\frac{45}{26} \times \frac{65}{72}$; e) $\frac{7}{6} \times \frac{6}{7}$;

b) $\frac{5}{3} \times \frac{4}{5}$; d) $2 \times \frac{9}{6}$; f) $25 \times \frac{11}{50}$.

42 Calcule les produits suivants.

a) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{7} \times \frac{5}{11}$; d) $\frac{6}{5} \times \frac{1}{14} \times \frac{7}{3}$;

b) $\frac{3}{5} \times \frac{13}{7} \times \frac{5}{2}$; e) $\frac{45}{6} \times \frac{1}{9} \times \frac{18}{7}$;

c) $\frac{3}{2} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{11}$; f) $6 \times \frac{1}{88} \times \frac{11}{12}$.

Situation d'évaluation

43 Ton frère reçoit un salaire de 150.000 frs par mois. Pour ses besoins courants, il prévoit $\frac{3}{4}$ de son salaire.

Pour les besoins personnels, il prévoit $\frac{1}{3}$ du reste de son salaire.

Il affirme qu'il lui reste plus de 25 000 F pour épargner. Troublé par cette affirmation, tu décides de vérifier si ton frère a raison.

1. Détermine la somme qu'il prévoit pour les besoins courants.
2. Détermine la fraction de son salaire qu'il prévoit pour ses besoins personnels.
3. Ton frère a-t-il suffisamment d'argent à épargner ?

Coup de Pouce

27 Réduis $\frac{1}{1+a}$ et $\frac{1}{a}$ au même dénominateur.

Leçon 4

Proportionnalité



Cette locomotive donne une belle impression de vitesse.
Elle peut en effet atteindre la vitesse moyenne de 220 km/h.

SITUATION D'APPRENTISSAGE



Pour les vacances, Kady élève en classe de 5e part d'Abidjan à 8 h 15 min et arrive à Dimbokro à 11 h 08 min. Curieuse, elle approche le chauffeur et celui-ci lui donne les informations suivantes :

- L'autocar consomme 12 litres aux 100 km et le prix du litre d'essence est à 600 F.
- La distance d'Abidjan à Dimbokro est de 254 km.

De retour des vacances, elle raconte son séjour à ses camarades de classe, et décide avec eux de calculer la vitesse moyenne à laquelle roulait l'autocar et le montant de la consommation en carburant.

Scanné avec CamScanner

HABILETÉS ET CONTENUS

1 Exemples de coefficients de proportionnalité

Identifier :
- la vitesse moyenne
- le débit moyen
- la masse volumique

Connaître :
- la formule de la vitesse moyenne
- la formule du débit moyen
- la formule de la masse volumique

Calculer :
- la vitesse moyenne
- le débit moyen
- la masse volumique

2 Représentation graphique d'une situation de proportionnalité

Reconnaître :
une situation de proportionnalité à partir d'une représentation graphique

Représenter :
graphiquement (point par point) une situation de proportionnalité dans un quadrillage.

Lire :
les coordonnées d'un point placé dans un quadrillage

Déterminer :
graphiquement le coefficient de proportionnalité.

INSTALLATION DES HABILETÉS

Activité 1 Exemples de coefficients de proportionnalités

1 Vitesse moyenne

Un élève de 5e affirme :
Je quitte ma maison à 6 h 30 min et j'arrive à l'école à 7 h 15 min, à la vitesse de 2 km/h.
Donc j'ai parcouru une distance de 1,5 km.
À l'aide d'un tableau de proportionnalité, vérifie l'affirmation de l'élève.

Synthèse

Pour calculer la vitesse moyenne, on divise la distance parcourue par la durée.

Exercices de fixation

1 Réponds par vrai ou par faux à chacune des affirmations suivantes :
1. Vitesse moyenne $= \frac{Distance}{Durée}$.
2. Vitesse = distance × durée.
3. $\frac{Distance}{Durée}$ = Vitesse moyenne.

2 Recopie et complète le tableau ci-dessous par :
Vitesse moyenne, Distance

.....	
Durée	

×...

3 Une voiture parcourt 42km en 3 h 20 min. Calcule en km/h la vitesse moyenne de cette voiture.

4 Un marcheur parcourt 15 km à une vitesse moyenne de 6 km/h.
Calcule la durée du parcours du marcheur.

2 Débit moyen

Le COGES d'un collège moderne installe une pompe au sein du collège.
Un élève de 5e a rempli un seau de 18 litres en 2 min avec cette pompe.
Il décide de calculer la quantité d'eau (en litre) qui s'écoule de la pompe en 1 seconde.

Synthèse

Pour calculer le débit moyen, on divise le volume du liquide écoulé par la durée de l'écoulement.

Exercices de fixation

1 Recopie et complète le tableau par :
Débit moyen, Durée, Volume.

Volume	
.....	

×...

2 Pour remplir une barrique de 240 litres, un robinet met 1 h 30 min.
Calcule le débit moyen en l/h.

3 Réponds par Vrai (V) ou par Faux (F) à chacune des affirmations suivantes :
Une pompe ayant un débit de 2,5l/s remplit une cuve de 20 litres en :
1. 10 secondes ;
2. En 8 secondes.

4 Un robinet qui débite 5,4 litres/min, remplit un récipient en 20 min.
Calcule le volume de ce récipient.

3 Masse volumique

Un élève de 5e reçoit quatre bidons d'huile, il lit sur les étiquettes et inscrit les indications dans un tableau.

Volume (en dm³)	1,5	2	2,5	8
Masse d'huile (kg)	1,35	1,8	2,25	7,2

a) Calcule le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la première ligne à la deuxième ligne du tableau.
b) Que représente ce coefficient ?

Synthèse

Pour calculer la masse volumique d'un corps, on divise la masse d'une certaine quantité de ce corps par le volume occupé par cette quantité.

Exercices de fixation

1 Réponds par Vrai (V) ou par Faux (F).
La masse volumique d'un corps peut s'exprimer en :
1. m³/s ; 2. kg/dm³ ; 3. g/cm³ ; 4. km/h.

2 Reproduis et complète le tableau ci-dessous :

Masse volumique en kg/dm³	Masse volumique en g/cm³
1,03	
	21,4
7,8	
	1900

Scanné avec CamScanner

3 Un bloc de cuivre a un volume de 8 dm³ et une masse de 2,463 kg.
Calcule la masse volumique du cuivre.

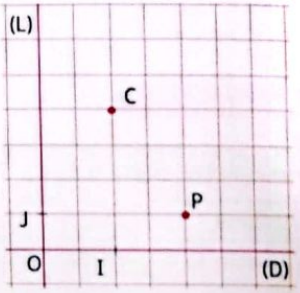
4 Kati trouve de l'or dont la masse volumique est 19,3 g/cm³ et une masse de 2g.
Calcule le volume de l'or.

Activité 2 Représentation graphique d'une situation de proportionnalité

1 Repérage dans le plan

Le quadrillage ci-contre donne la position d'un collège et de la sous-préfecture par rapport à deux voies principales (L) et (D) dont les supports sont perpendiculaires.

1. Détermine la position du collège représenté par le point C dans le quadrillage par rapport à O.
2. Détermine la position de la préfecture représentée par le point P dans le quadrillage par rapport à O.

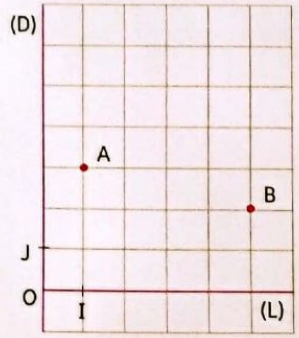


Synthèse

Sur un quadrillage, les demi-droites [OI) et [OJ) de même origine O ont des supports perpendiculaires. Dans ce quadrillage (O, I, J) représente le repère du plan.
Le couple (1 ; 4) sont les coordonnées du point C.
L'abscisse du point C est 1.
L'ordonnée du point C est 4.

Exercices de fixation

1 (O, I, J) est un repère.
A et B sont deux points du plan.
1. Détermine les coordonnées du point A.
2. Détermine les coordonnées du point B.



2 Dans un repère (O, I, J), le point A a pour coordonnées (+3 ; +1) et B a pour coordonnées (+1 ; +5).
Écris le numéro de chacune des affirmations ci-dessous suivi de V si l'affirmation est vraie, ou par F si l'affirmation est fausse.
- L'abscisse du point A est +1.
- L'abscisse du point B est +1.
- L'ordonnée du point B est +3.
- L'ordonnée du point A est +3.

2 Représentation graphique et proportionnalité

Pendant une excursion, des élèves de 5e relèvent le temps et les différentes distances parcourues par l'autocar jusqu'à leur destination.

Durée en (heure)	2	3	5	6
Distance en (km)	130	195	325	390

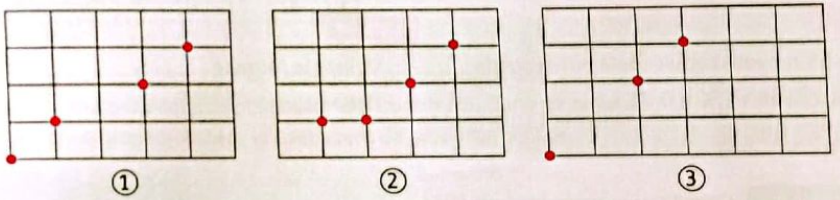
1. Justifie que ce tableau est une situation de proportionnalité.
2. Représente point par point ce tableau de correspondance dans un repère (O, I, J).
3. a) Relie tous les points placés.
   b) Vérifie que le point O est aligné avec les autres.
4. Détermine graphiquement la distance pour une durée de 9 h.

Synthèse

Dans un repère, on reconnaît une situation de proportionnalité lorsque tous les points marqués sont situés sur une droite qui passe par l'origine du repère.

Exercices de fixation

1 Parmi les graphiques ci-dessous, indique celui qui représente une situation de proportionnalité.

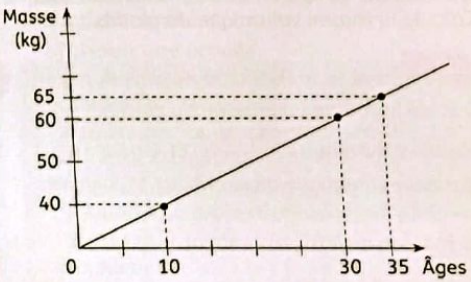


2 Une cantinière achète du pain pour les élèves de 5e A.
Le tableau ci-dessous donne le prix à payer en fonction du nombre de pains.

Nombre de pains	2	6	8	12
Prix à payer en Franc	30	90	120	180

- Justifie que ce tableau est un tableau de proportionnalité.
- Représente point par point cette situation de proportionnalité dans un repère.

3 On donne le graphique ci-dessous.



Justifie que cette représentation graphique traduit une situation de proportionnalité.

Scanné avec CamScanner

APPRENTISSAGE DE LA RÉDACTION

Exercice 1 Calculer une vitesse moyenne

Pour son entraînement, un athlète parcourt régulièrement une distance de 50 km en 2 h 30 min.
Calcule sa vitesse en km/h.

Corrigé

Calcul de la vitesse moyenne
Je convertis 2 h 30 min en heure.
2 h 30 min = 2,5 h (30 min = 0,5 h).
Vitesse moyenne est : $\frac{50}{2,5} = 20\,\text{km/h}$.

Méthode

- Appliquer la formule
Vitesse moyenne = $\frac{\text{Distance}}{\text{Temps}}$.
- Convertir 2 h 30 min en heure.
- Calculer la vitesse en km/h.

Exercice 2 Calculer un débit moyen

Un robinet installé dans une école primaire remplit un seau d'eau de 30 litres en 40 secondes.
Calcule le débit d'eau par seconde.



Corrigé

Le débit moyen d'eau écoulé par seconde :
Débit moyen = $\frac{30}{40} = 0,75\,\text{L/s}$.

Méthode

Utiliser la formule
Débit moyen = $\frac{\text{Volume}}{\text{Durée}}$.

Exercice 3 Calculer une masse volumique

Un bijoutier fond un bloc de plomb d'un volume de 6 cm³ et d'une masse de 67,8 *g*.
Calcule la masse volumique du plomb.

Corrigé

Calcule la masse volumique du plomb.
Masse volumique = $\frac{67,8}{6} = 11,3\,\text{g/cm}^3$.
La masse volumique du plomb est 11,3 g/cm³.

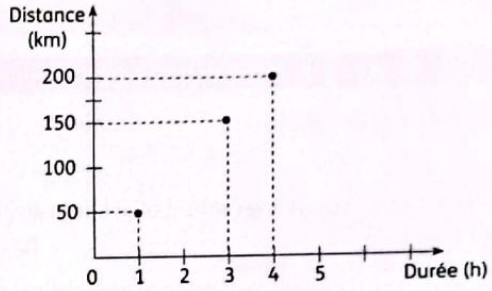
Méthode

Utiliser la définition de la masse volumique.
Masse volumique = $\frac{\text{masse}}{\text{volume}}$.

Exercice 4 Reconnaître une situation de proportionnalité

Le graphique ci-dessous représente le trajet d'un train.

Justifie que ce trajet est une situation de proportionnalité.



Corrigé

Les points de coordonnées (1 ; 50), (3 ; 150) et (4 ; 200) appartiennent à une droite qui passe par l'origine du repère.
On dit que le graphique est une situation de proportionnalité.

Méthode

Identifier les coordonnées des différents points de la trajectoire du train.
Vérifier que ces points sont situés sur une même droite qui passe par l'origine du repère.

Exercice 5 Représenter graphiquement une situation de proportionnalité

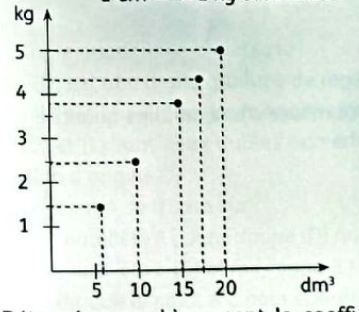
Le tableau ci-dessous donne la masse d'une barre de fer en kg en fonction de son volume en dm³.

Volume (dm³)	6	10	15	18	20
Masse (kg)	1,5	2,5	3,75	4,5	5

a) Justifie que ce tableau est un tableau de proportionnalité.
b) Représente graphiquement les données du tableau dans un repère.
c) Détermine graphiquement le coefficient de proportionnalité.

Corrigé

a) on a :
$\frac{1,5}{6} = \frac{2,5}{10} = \frac{3,75}{15} = \frac{4,5}{18} = \frac{5}{20} = 0,25$
Donc ce tableau est un tableau de proportionnalité.
b) Échelle : 2 cm ⟶ 5 dm³ abscisse
1 cm ⟶ 1 kg ordonnée



c) Détermine graphiquement le coefficient de proportionnalité.

- Soit B(15 ; 3,75) un point du graphique.
$\frac{3,75}{15} = 0,25$.
0,25 est le coefficient de proportionnalité.

Méthode

a) Diviser les nombres de la 1er ligne par les nombres de la 2e ligne et obtenir un quotient constant.
b) Choisis une échelle.
Mets le volume en abscisse et la masse en ordonnée.
Place les points de coordonnées (6 ; 1,5) ; (10 ; 2,5) ; (15 ; 3,75) ; (18 ; 4,5) ; (20 ; 5).
c) Pour déterminer graphiquement un coefficient de proportionnalité, on peut :
- lire les coordonnées (a ; b) d'un point M du graphique ;
- on calcule ensuite le quotient $\frac{b}{a}$ qui est le coefficient de proportionnalité.

Scanné avec CamScanner

1 Exemple de coefficients de proportionnalité

1. Vitesse moyenne

Définition

La vitesse moyenne est le quotient de la distance parcourue par la durée du parcours.

Formule

$$\text{Vitesse moyenne} = \frac{\text{Distance}}{\text{temps}}$$

Tableau de proportionnalité

Durée	
Distance	

(× Vitesse moyenne)

L'unité de la vitesse moyenne dépend des unités de la distance et de la durée.
Elle peut être exprimée en km/h ; m/s ; km/min.

2. Débit moyen

Définition

Le débit moyen est le quotient du volume de liquide écoulé par la durée de l'écoulement.

Formule

$$\text{Débit moyen} = \frac{\text{Volume du liquide écoulé}}{\text{Durée de l'écoulement}}$$

Tableau de proportionnalité

Durée	
Volume	

(× Débit moyen)

L'unité du débit moyen dépend des unités du volume et de la durée.
Il peut être exprimé en L/s ; L/min ; dm³/min.

3. Masse volumique

Définition

La masse volumique d'un corps est le quotient de la masse d'une certaine quantité de ce corps par le volume occupé par cette quantité.

Formule

$$\text{Masse volumique} = \frac{\text{masse du corps}}{\text{volume du corps}}$$

Tableau de proportionnalité

Volume	
Masse	

(× Masse volumique)

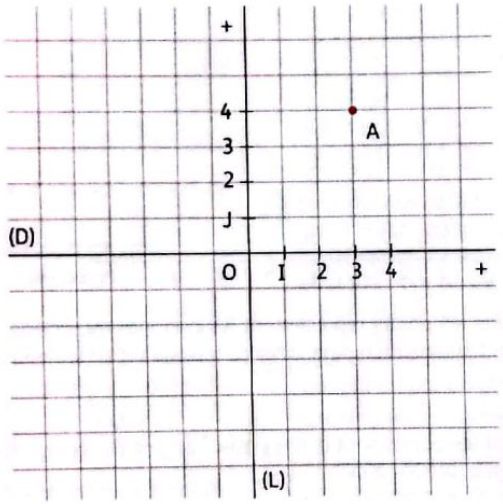
L'unité de la masse volumique dépend des unités de la masse et du volume.
Elle peut être exprimée en kg/m³ ; g/cm³ ; g/L.

Exemple de masse volumique : volume à la température et pression ordinaire en g/cm³.

Corps	Aluminium	Eau de mer	Mercure	Or	Alcool à 90°	Fer
Masse volumique	2,7	1,020	13,6	19,3	0,83	7,8

2 Représentation graphique d'une situation de proportionnalité

1. Repérage dans le plan



Sur le quadrillage ci-dessus :
- (D) est une droite graduée de repère (O , I) ;
- (L) est une droite graduée de repère (O , J).

(D) et (L) sont deux droites perpendiculaires en O. On dit que (O , I , J) est un repère du plan d'origine O.
Le point A se trouve sur :
- La parallèle à (L) qui coupe (D) au point d'abscisse (+3).
- La parallèle à (D) et qui coupe (L) au point d'ordonnée (+4).

On dit que le point A a pour coordonnées (+3 ; +4) dans le repère (O , I , J) du plan.
Dans le repère (O, I, J), (+3) est l'abscisse du point A, (+4) est l'ordonnée du point A.

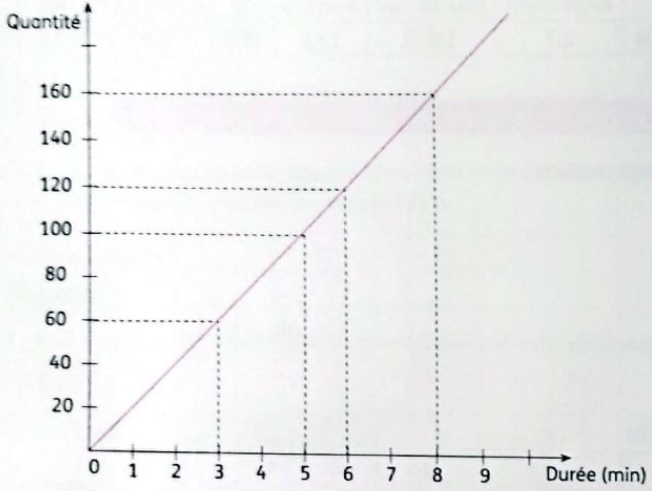
Scanné avec CamScanner

Résumé de cours

2. Représentation graphique et proportionnalité

Exemple de tableau de proportionnalité du débit moyen.
Une citerne contient 300 litres d'essence. Un pompiste ouvre le robinet et laisse couler l'essence dans un fût d'une station d'essence avec un débit moyen de 20 litres par minute.

Durée d'écoulement en (min)	3	5	6	8
Quantité d'essence	60	100	120	160



Remarque : Si tous les points représentant les colonnes du tableau sont situés sur une droite passant par l'origine du repère, alors ce tableau est un tableau de proportionnalité.

Propriété

Un graphique dont les points sont alignés avec l'origine du repère représente une situation de proportionnalité.

EXERCICES

Exercices de renforcement

1 Mohamed, élève en classe de 5e, après les cours de 12 h 15 min, se rend à pied à la cantine du collège situé à 60 mètres de sa classe. Il met 8 minutes pour y arriver.
Calculer la vitesse moyenne de sa marche en m/s.

2 Un train de marchandise relie Abidjan à Dimbokro en 2 h 15 min à une vitesse moyenne de 90 km/h.
Détermine la distance entre Abidjan et Dimbokro.



3 La vitesse moyenne d'une voiture est de 30km/h.
Détermine sa vitesse moyenne en :
a) km/s ; b) m/h ; c) m/s.

4 1. Un piéton parcourt une distance de 100 m en 25 secondes.
Recopie et complète le tableau ci-dessous :

Durée (seconde)	25	45	50	60
Distance (mètre)	100			

2. Détermine le coefficient de proportionnalité.
3. Détermine la distance parcourue par le piéton en 2 min 30 secondes.

5 Un automobiliste effectue un trajet en roulant à 90 km/h. Voici son tableau de marche :

Distance (en km)	90	180	270	360	450
Durée (en h)	1	2	3	4	5

Ce tableau décrit-il une situation de proportionnalité ? Justifie.



6 Écris le numéro suivi de la lettre de la réponse juste.

		A	B	C
1	Distance 5 km Durée 2h La vitesse moyenne est :	2,5 km/h	10 km/h	0,4 km/h
2	Volume : 1 L Durée : 10 s Le débit moyen est :	10 L/s	0,1 L/s	1,1 L/s
3	Masse volumique : 1,5 kg/m³ Volume 3 m³ La masse est :	4,5 kg	2 kg	0,5 kg

7 Une société de fabrication d'huile fabrique de l'huile dans des bouteilles d'une contenance de 90 cL. Elle produit 12 000 bouteilles par heure.
Détermine le débit moyen d'huile en L/s.

8 Une pompe à huile de débit moyen 3,2 L/s remplit un pot en 20s.
Détermine le volume du pot.

9 Une lagune a un débit moyen de 2700 m³/s.
a) Détermine en m³ d'eau le volume qu'elle déverse dans la mer en une heure.
b) Détermine, en m³, le volume d'eau qu'elle déverse dans la mer en un jour.



Scanné avec CamScanner

EXERCICES

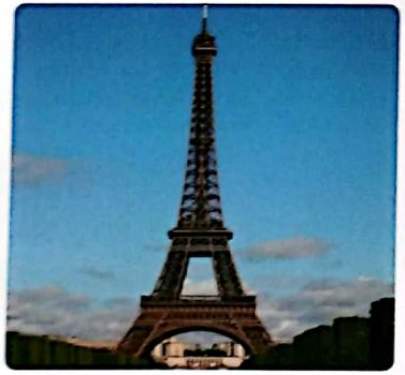
10 Pour chaque affirmation du tableau une seule réponse est juste.
Écris le numéro de la ligne et la lettre correspondante à la réponse juste.

		a	b	c
1	Une pompe qui débite 3 L/s vide en 2 min une citerne de :	36 L	40 L	360 L
2	Une pompe remplit un fût de 2000 L en 1 min 20 s, son débit moyen est	25 L/s	100 L/s	0,04 L/s
3	Un débit de 120m³/s correspond à :	120 L/m	120 L/s	0,04 m³/s

11 Recopie et complète les pointillés suivants :
1. 20 kg/dm³ est égal à .....g/m³.
2. 25 cL/min est égal à ..... L/s.
3. 150 km/min est égal à .....m/s.

12 Un chauffeur de camion fait le plein de son réservoir de 60 L, la masse volumique de l'essence est égale 0,77 g/cm³.
Détermine la masse d'essence dans le réservoir.

13 La construction de la tour Eiffel a nécessité 7800 tonnes d'acier. La masse volumique de l'acier est de 7,8 t/m³.
Détermine le volume d'acier que cela représente.



14 Des mesures faites dans une classe de 5e avec un alcool à brûler du commerce ont donné les résultats suivants :

Masse (en g)	82	98,4	123	164	205
Volume (en cm³)	100	120	150	200	250

1. Justifie que ce tableau est un tableau de proportionnalité.
2. Détermine la masse volumique de l'alcool à brûler.

15 Une bouteille de gaz butane pèse 12 kg.
Le butane a une masse volume de 0,0024 g/cm³.
Détermine le volume de la bouteille de gaz.

16 Recopie et complète les tableaux de proportionnalité ci-dessous.

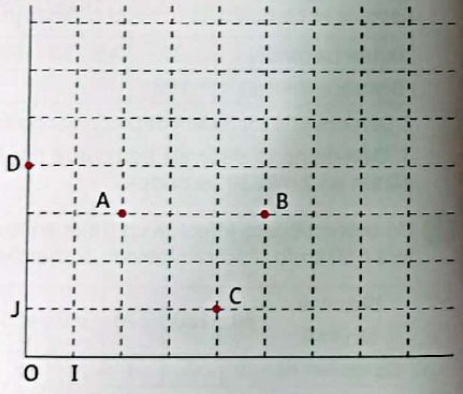
a)

3,2	4	8	13
2,4			

b)

0,8	0,9		3,4
4		11	

17 On donne le repère (O, I, J) ci-dessous
A, B, C, D et E sont des points du plan.



Écris les coordonnées dans le repère (O, I, J) de chacun des points I, J, A, B, C et D.

EXERCICES

18 Un élève a parcouru une distance de 9 km en 3 heures.
Détermine sa vitesse moyenne en km/h puis en m/min.

19 Un automobiliste a une vitesse moyenne de 105 km/h sur autoroute.
1. Il effectue un trajet en 2 h 40 min.
Détermine la distance qu'il a parcourue.
2. Il doit parcourir à la même vitesse un trajet de 140 km.
Détermine le temps qu'il mettra.



20 1. Soro et Yéo parcourent à bicyclette le trajet entre deux villages distants de 40 km en 1h20. Détermine leur vitesse moyenne.
2. Soro effectue le retour avec la bicyclette à une vitesse de 15 km/h.
Détermine sa vitesse moyenne sur l'aller et le retour.
3. Yéo revient en automobile à la vitesse de 60 km/h.
Détermine sa vitesse moyenne sur l'aller et le retour.

Exercices d'approfondissement

21 Le Lycée Moderne est situé à 850 m du domicile de Sangaré, élève en classe de 5e2. Le lundi, Sangaré débute les cours à 7 h 30 min et il décide d'arriver 25 min avant le début des cours.
Il quitte sa maison et il marche à la vitesse constante de 2 km/h.
a) Calcule la durée du parcours de Sangaré.
b) Détermine l'heure à laquelle Sangaré doit quitter son domicile.

22 Sur la surface du soleil, il y a aussi des éruptions (jaillissement d'un flux de gaz à la surface). Sachant que la vitesse de la lumière est de 300 000 km/s et que la distance de la terre au soleil est d'environ 150 000 000 km, calcule le temps de retard que met un homme sur terre pour voir cette éruption.

23 À l'entrée d'un village, il y a un panneau limitant la vitesse maximale à 40 km/h.
Un automobiliste traverse ce village long de 1200 m en 1 minute 20 secondes.
A-t-il respecté la limitation de vitesse ?
Justifie ta réponse.

24 Pendant l'épreuve d'athlétisme, Oumar élève en classe de 5e a la performance de trois élèves : Abenan, Sanogo et Diby.
Parcours d'Abenan : 2,5 km a une vitesse de 1,04 km/h.
Parcours de Sanogo : 3 km a une vitesse de 2,71 km/h.
Parcours de Diby : 2,85 km a une vitesse de 1,75 km/h.
Curieux de connaître le vainqueur, Oumar sollicite l'aide de ses camarades de classe.
a) Détermine la durée de parcours de chaque élève.
b) Détermine le vainqueur.

25 Dans la cour de l'école, il existe deux robinets numérotés 1 et 2.
Le robinet 1 a un débit de 0,5 m³/min et celui du robinet 2 est de 40 L/s.
Détermine la quantité d'eau déversée dans un fût par chaque robinet en 30 min.

26 Une infirmière remplit d'air une seringue de volume v = 20 mL.
Dans les conditions atmosphériques, cette seringue contiendra alors une masse d'air $m = 24 \times 10^{-3}$ g.
Elle comprime, à l'aide du piston, cette masse d'air jusqu'à un volume V égal 10 mL.
Calcule la masse volumique avant et après la compression.

27 Un des robinets d'un collège a un débit de 0,5 m³/s.
Un élève de 5e décide de remplir un fût ayant la forme d'un pavé droit de longueur 2,5 m, de largeur 1,5 m et de hauteur 0,8 m.
1. Détermine le volume de ce fût.
2. Détermine le temps que l'élève mettra pour remplir le fût.

Scanné avec CamScanner

HABILETÉS ET CONTENUS

1 Population, caractère, modalité

Identifier :
- la population
- le caractère
- la modalité

2 Diagramme en bâtons

Connaître :
la définition d'un diagramme en bâtons

Construire :
un diagramme en bâtons

Déterminer :
- un effectif à partir d'un diagramme en bâtons
- l'effectif total à partir d'un diagramme en bâtons
- une fréquence à partir d'un diagramme en bâtons

Interpréter :
un diagramme en bâtons

3 Diagramme à bandes

Connaître :
la définition d'un diagramme à bandes

Construire :
un diagramme à bandes

Déterminer :
- un effectif à partir d'un diagramme à bandes
- l'effectif total à partir d'un diagramme à bandes
- une fréquence à partir d'un diagramme à bandes

Interpréter :
un diagramme à bandes

INSTALLATION DES HABILETÉS

Activité 1 Population, caractère, modalité

Une enquête dans une classe de 5e a donné les résultats consignés dans le tableau ci-dessous.

Âge en années	11	12	13	14	15
Effectif	3	5	9	4	1

1. a) Détermine l'ensemble sur lequel porte l'enquête.
   b) Détermine l'effectif de cet ensemble.
2. Détermine la propriété étudiée dans cet ensemble.
3. Cite les valeurs obtenues et l'effectif de chaque valeur.

Synthèse

L'ensemble des élèves de la classe est la **population** sur laquelle porte l'étude statistique.
Le **caractère** étudié est l'âge de chaque élève.
Les valeurs 11 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15 sont des modalités.

Exercices de fixation

1 On donne le tableau statistique suivant qui est le résultat d'une enquête réalisée dans une classe de 5e.

Taille en cm	97	100	105	112	120
Effectif	3	6	8	4	1

Détermine : la population, le caractère étudié et les modalités.

2 Une enquête qui a porté sur les roses du jardin d'un collège a donné les résultats suivants.

Couleur	blanche	jaune	rouge	bleue	noires
Effectif	3	7	4	2	3

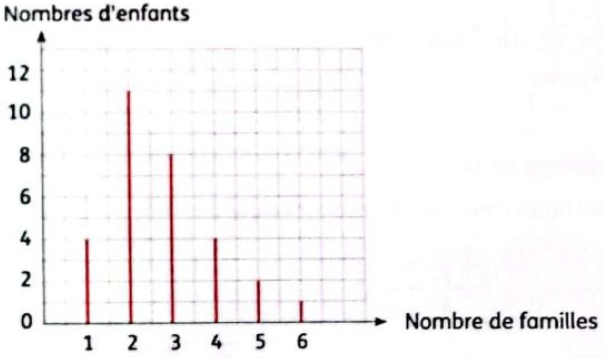


Détermine : la population, le caractère étudié et les modalités.

Activité 2 Diagramme en bâtons

1 Définition d'un diagramme en bâtons

Dans une classe de 5e, une étude a porté sur le nombre d'enfants par famille.
Les résultats sont illustrés par le diagramme suivant .



1. Trouve par lecture graphique :
   - le nombre de familles qui ont 11 enfants par famille.
   - le nombre de familles qui ont 4 enfants par famille.
2. Dresse le tableau des effectifs de cette enquête.

Synthèse

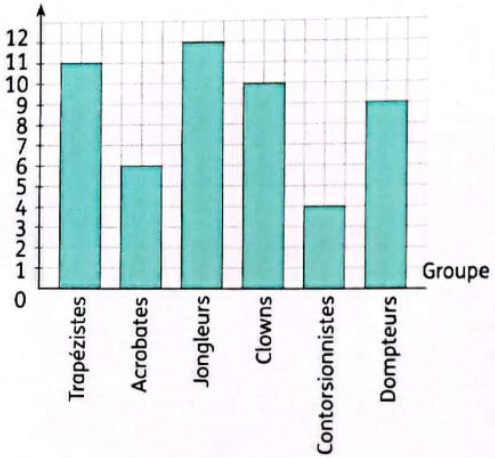
Le diagramme de l'exercice est un diagramme en bâtons. Les effectifs sont représentés à l'aide de barres de longueurs proportionnelles à chacun d'eux. L'épaisseur des barres n'a pas d'importance.

Scanné avec CamScanner

Activité 3 Diagramme à bandes

1 Définition d'un diagramme à bandes

Les élèves ont assisté à un spectacle de cirque. Le diagramme représentant les différents groupes est le suivant :



1. Détermine l'effectif du groupe de clowns.
2. Détermine l'effectif du groupe des acrobates.
3. Dresse le tableau des effectifs.

Synthèse

Le diagramme de l'activité est un diagramme à bandes. Le diagramme à bandes **permet de décrire les effectifs observés.** Il est utilisé pour présenter des données **qualitatives** ou des données **quantitatives discrètes.**

Exercice de fixation

Parmi les deux diagrammes ci-dessous, indique le diagramme à bandes.

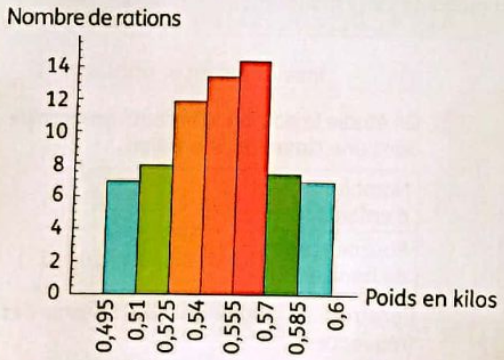


Diagramme 1

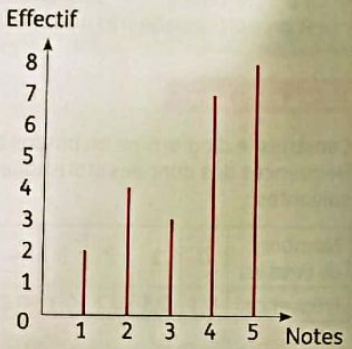


Diagramme 2

2 Construction d'un diagramme à bandes

Un sondage a consisté à demander la couleur préférée de 25 élèves d'une classe de 5e.
Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

Couleurs	Bleu	Jaune	Rouge	Vert
Effectif	11	3	8	3

1. Trace deux axes perpendiculaires.
2. a) Gradue l'axe vertical par les effectifs.
   b) Écris les modalités (les couleurs) sur l'axe horizontal à égale distance les unes des autres, en laissant des espaces entre les modalités.
3. Trace les bandes qui doivent avoir les mêmes largeurs et de hauteur correspondant à l'effectif de la modalité.

Synthèse

Pour construire un diagramme à bandes, on construit deux axes. L'axe vertical est l'axe des effectifs et l'axe horizontal est l'axe des modalités. Les bandes doivent avoir la même largeur et séparées les unes des autres d'un espace.
La hauteur de chaque bande est proportionnelle à son effectif.

Exercices de fixation

1 Les résultats suivants sont ceux de l'orientation en fin d'année des élèves d'une classe de 5e.

Orientation	4e	Centre technique	Centre Sportif	Autres
Effectif	14	8	6	2

Construis le diagramme à bandes de cette série statistique.

2 On a relevé les pointures de chaussures de trente élèves d'une classe de 5e. Les résultats sont renseignés dans le tableau suivant :

Pointures	37	38	40	41	42	45
Nombre d'élèves	8	6	7	5	3	1

Construis le diagramme à bandes de cette série statistique.

3 Fréquences et diagramme à bandes

Une enquête a porté sur le jour de naissance de chaque élève d'une classe de 5e.
Les résultats sont consignés dans le tableau suivant.

Jour	lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	vendredi	samedi	Dimanche
Fréquence	0,1	0,3	0,1	0,1	0,1	0,2	0,1

Construis le diagramme à bandes à partir des fréquences.

Synthèse

- Chaque bande est associée à une valeur ou une modalité.
- La hauteur d'une bande est proportionnelle à sa fréquence.

Scanné avec CamScanner

Exercices de fixation

1 Les productions d'une coopérative sont données dans le tableau suivant.

Production	café	cacao	coton
Effectif (en tonnes)	0,4	0,2	0,4

Construis le diagramme à bandes.

2 Le nombre de voitures qui sont passées en une heure sur les trois principaux ponts d'Abidjan a été relevé par une ONG :
- le pont Houphouët-Boigny (HB) : 8 400 ;
- le pont Henri Konan Bédié (HKB) : 9 500 ;
- le pont De Gaulle (DG) : 6 700.

Construis le diagramme à bandes des fréquences de ces données.

APPRENTISSAGE DE LA RÉDACTION

Exercice 1 Vocabulaire

Les notes obtenues par les élèves d'une classe de 5e à une interrogation de mathématique sont données dans le tableau suivant.

Notes	8	9	10	11	12	13	14	15	16
effectif	3	4	8	5	7	2	6	3	2

1. Cite la population de cette étude.
2. Détermine le caractère étudié.
3. Donne les modalités de cette étude.
4. Détermine le nombre d'élèves qui ont eu la moyenne à cette interrogation.

Corrigé

1. Les élèves de la classe constituent la population étudiée.
2. Le caractère étudié est la note de l'interrogation écrite.
3. Les modalités sont : 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15 ; 16.
4. 8 + 5 + 7 + 2 + 6 + 3 + 2 = 33.

33 élèves sur 40 ont eu la moyenne à cette interrogation.

Méthode

Pour déterminer le nombre de ceux qui ont eu la moyenne, il faut additionner les effectifs des modalités supérieures à 10.

Exercice 2 Diagramme en bâtons

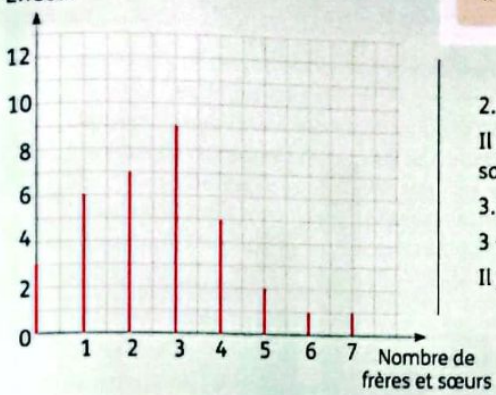
On a relevé le nombre de frères et sœurs de tous les élèves d'une classe de 5e.

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3	4	5	6	7
Effectif	3	6	7	9	5	2	1	1

1. Construis le diagramme en bâtons.
2. Détermine le nombre d'élèves qui ont au moins 3 frères et sœurs.
3. Détermine l'effectif de la classe.

Corrigé

1.



Méthode

Pour déterminer l'effectif de la classe, il faut additionner tous les effectifs.

2. 9 + 5 + 2 + 1 + 1 = 18

Il y a 18 élèves qui ont au moins 3 frères et sœurs.

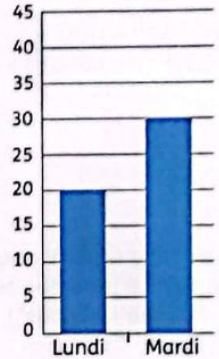
3. Effectif total :

3 + 6 + 7 + 9 + 5 + 2 + 1 + 1 = 34.

Il y a 34 élèves dans cette classe.

Exercice 3 Diagramme à bandes

Ce diagramme à bandes représente le nombre de tickets de tombola vendus par Ouattara.



1. Reproduis-le en prenant 1 carreau pour 5 tickets.
2. Complète-le diagramme :
   - Mercredi, Ouattara a vendu le double des tickets écoulés lundi.
   - Jeudi, il a vendu un tiers des tickets du mardi.
   - Vendredi, il a vendu un quart des tickets du lundi.
   - Samedi, il a vendu 35 tickets.
   - Dimanche, il a vendu autant de tickets que lundi et vendredi réunis.
3. Au total, détermine le nombre de tickets de tombola vendus par Ouattara.

Corrigé

1. Voir figure ci après.
2. Il faut dresser le tableau des effectifs :
   - Mercredi, Ouattara a vendu le double des tickets écoulés lundi.
   Le lundi il a vendu 20 tickets donc le mercredi il a vendu 2 × 20 soit 40 tickets.
   - Jeudi, il a vendu un tiers des tickets du mardi.
   Le mardi il a vendu 30 tickets et le tiers de 30 est $\frac{30}{3}$. Il a vendu 10 tickets.
   - Vendredi, il a vendu un quart des tickets du lundi.
   Le lundi il a vendu 20 tickets et le quart de 20 est $\frac{20}{4}$. Il a vendu 5 tickets.
   - Samedi, il a vendu 35 tickets.
   - Dimanche, il a vendu autant de tickets que lundi et vendredi réunis.

Lundi il a vendu 20 tickets.

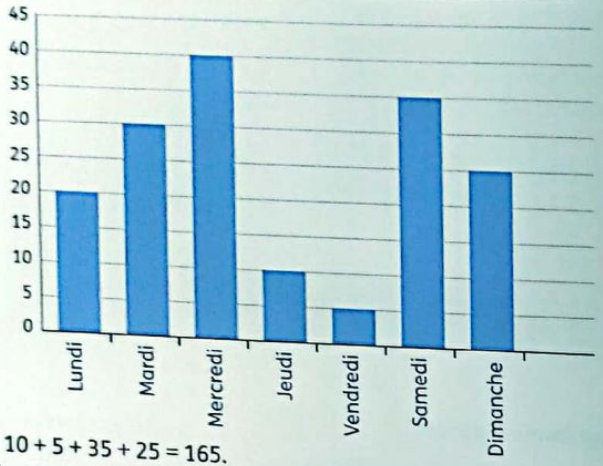
Méthode

Il faut lire sur le diagramme les effectifs de lundi et mardi et déterminer le nombre de tickets vendus les autres jours avant de compléter le diagramme.

Scanné avec CamScanner

Vendredi il a vendu 5 tickets.
Au total il a vendu 25 tickets le dimanche.

Jour	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	dimanche
Effectif	20	30	40	10	5	35	25



3. $20 + 30 + 40 + 10 + 5 + 35 + 25 = 165$.
Au total il a vendu 165 tickets.

Résumé de cours

1 Population, caractère, modalité

Le professeur de mathématiques d'une classe de 5e demande à chaque élève de donner son animal de compagnie préféré.

- L'ensemble des élèves interrogés forme **la population**.
- L'animal de compagnie préféré est **le caractère étudié.**
- Les différentes réponses obtenues sont **les modalités.** Exemple : chien ; chats.
- Ici les différentes réponses obtenues ne sont pas mesurables : on dit que le caractère est **qualitatif.** Dans le cas contraire, on dit qu'il est **quantitatif.**

Langage courant	Vocabulaire statistique
L'objet de l'étude	Le caractère
L'ensemble sur lequel porte l'étude	La population
Les différentes réponses de l'étude	Les modalités

- L'effectif d'une modalité est le nombre de fois où cette modalité est donnée.
- L'effectif total est la somme des effectifs de toutes les modalités. C'est aussi le nombre d'éléments de la population.
- La fréquence d'une modalité est le quotient de l'effectif de cette modalité par l'effectif total.

2 Diagramme en bâton

1. Définition d'un diagramme en bâtons

Définition

Un **diagramme en bâtons** ou **diagramme en barres** est une représentation graphique d'une série statistique à caractère discret (les modalités sont des nombres) à l'aide de barres de hauteurs proportionnelles aux effectifs des modalités. L'épaisseur des barres n'a pas d'importance.

2. Construction d'un diagramme en bâtons

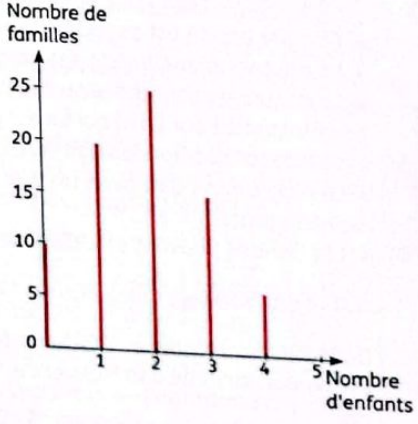
Exemple

On étudie le nombre d'enfants par famille dans une opération immobilière d'un quartier d'Abidjan.

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4
Nombre de familles	10	20	25	15	5

On construit un diagramme en bâtons avec :

- sur l'axe horizontal, les valeurs du **caractère** étudié (le nombre d'enfants par famille) ;
- sur l'axe vertical, les **effectifs** (on prend 1 cm pour 5 familles).
- La hauteur de chaque bâton est proportionnelle à l'effectif correspondant.
- L'épaisseur des bâtons n'a pas d'importance.



Scanné avec CamScanner

3. Fréquences et diagramme en bâtons

Dans un **diagramme en bâtons de fréquences**, la hauteur de chaque barre est proportionnelle à la fréquence.

3 Diagramme à bandes

1. Définition d'un diagramme à bandes

Définition

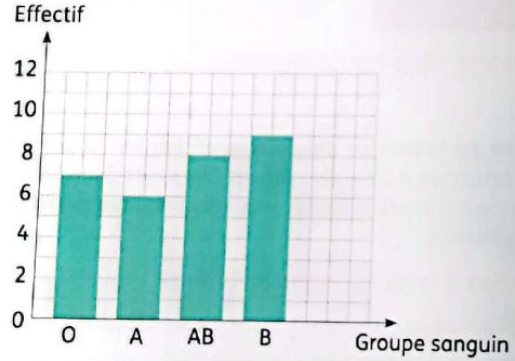
Le diagramme à bande est un diagramme dans lequel on représente les modalités d'une **variable statistique** qualitative ou les valeurs d'une distribution d'une **variable statistique** qualitative ou quantitative discrète à l'aide de bandes verticales ou horizontales.

2. Construction d'un diagramme à bandes

Exemple

On a relevé le groupe sanguin des élèves d'une classe de 5e. Les réponses sont les suivantes : O ; A ; AB ; B.

Groupe sanguin	O	A	AB	B
Effectif	7	6	8	9



- Chaque bande est associée à une valeur ou à une modalité.
- La hauteur d'une bande est proportionnelle à son effectif.
- La distance entre chacune des bandes doit être la même et la première bande ne doit pas être collée sur l'axe qui lui est parallèle.
- La largeur des bandes doit être uniforme.
- Le diagramme doit avoir un titre et les axes doivent être identifiés selon ce qu'ils représentent.
- Les bandes peuvent être disposées à la verticale ou à l'horizontale.

3. Fréquences et diagramme à bandes

Dans un **diagramme à bande de fréquences**, la hauteur de chaque bande est proportionnelle à la fréquence.

Exercices de renforcement

1 Les élèves de la 5e 3 d'un collège ont élu leur chef de classe. Chaque élève a choisi son candidat parmi les trois prétendants : Candide (C) , Pierre (P) et Awa (A).
Le dépouillement des bulletins a donné les résultats suivants rangés dans le tableau ci-dessous.

Candidats	C	P	A
Nombre de votants	35	25	20

1. Liste les modalités de cette série statistique.
2. Détermine l'effectif de la classe sachant qu'il n'y avait pas d'abstention.

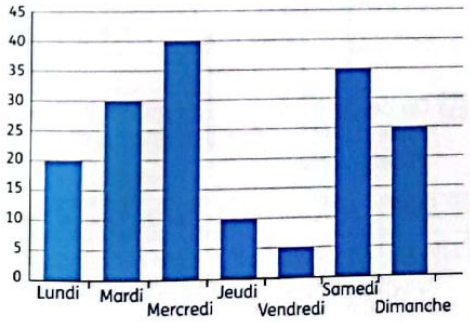
2 Ali a lancé 20 fois un dé. Voici les résultats représentés dans un tableau :

Numéros	1	2	3	4	5	6
Effectif	3	3	2	2	6	4

Construis le diagramme en bâtons de cette série statistique.



3 Ce diagramme à bandes représente le nombre de tickets de tombola vendus durant la semaine marquant le 50e anniversaire du lycée de garçons de Bingerville.



1. Détermine le nombre de tickets vendus le lundi.
2. Détermine le nombre de tickets vendus le week-end (samedi et dimanche).
3. Détermine le nombre de tickets de tombola vendus.

4 On considère les familles d'une cité.
Le nombre d'engins motorisés par famille est donné dans ce tableau :

Nombre d'engins	0	1	2	3
Effectif	5	15	12	8

1. Construis le diagramme en bâtons.
2. Détermine le nombre de familles qui ont plus de 2 engins motorisés.

5 Une étude sur les types de vélos des membres d'un club est consignée dans le tableau suivant.

Type	Solex	Course	VTT	Cross
Effectif	18	14	10	8





1. Détermine la fréquence de chaque modalité.
2. Construis le diagramme à bandes des effectifs.
3. Détermine l'effectif des membres du club.

6 Les 260 véhicules de l'entreprise Gbaki utilisent l'un des carburants suivants : essence, gazole, au GPL.

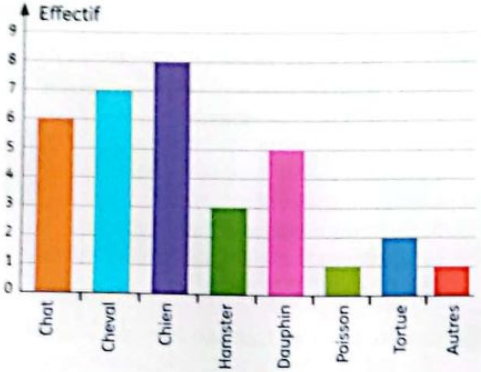
1. Recopie et complète le tableau suivant.

Type de carburant	essence	gazole	GPL
Effectif	78		
fréquence			20%

2. Construis le diagramme à bandes des fréquences.

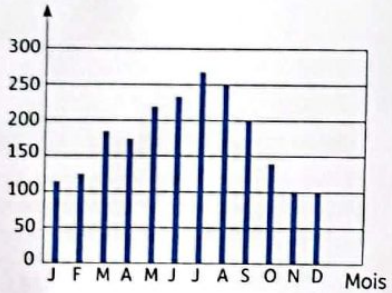
Scanné avec CamScanner

7 Les élèves de la classe de 5eA du Collège Moderne de Divo ont été interrogés sur leur animal préféré. Voici leurs réponses :



1. Trouve l'animal arrivé en tête du choix de cette classe.
2. Combien d'élèves ont choisi la tortue ?
3. Range les animaux par ordre décroissant de préférence.
4. Détermine l'effectif de la classe de 5eA. Il n'y avait pas d'absent et chaque élève interrogé a donné son animal préféré.

8 On a relevé le nombre moyen d'heures de soleil par mois dans une ville de Côte d'Ivoire.



1. Détermine le mois le plus ensoleillé.
2. Quel est le mois le moins ensoleillé ?
3. Déterminer les mois qui comptent plus de 150 heures d'ensoleillement.

9 Aude cueille chaque jour une fleur et note le nombre de pétales que la fleur possède. Voici, ci-après, le relevé qu'elle a établi sur les trente derniers jours.



Nombre de pétales	3	4	5	6	7
Effectif	4	6	10	8	7

1. a) Détermine le caractère étudié.
   b) Quelles valeurs peut-il prendre ?
2. Détermine l'effectif total.
3. Construis un diagramme en bâtons représentant la série statistique.

10 Il manque l'effectif associé à une des valeurs dans le tableau suivant. Le tableau représente le nombre de paires de chaussures que possèdent les clientes d'un magasin. Retrouve l'effectif manquant, puis construis un diagramme en bâtons.



Nombre de paires de chaussures	6	7	8	9	10	Total
Effectif	15	45	10	?	5	100

11 On donne le tableau suivant qui indique la couleur de la voiture des salariés d'une petite entreprise :

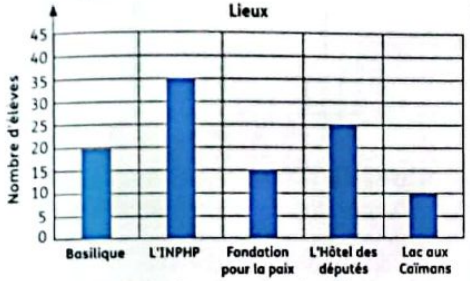
Couleur	noir	verte	grise	blanche	rouge	Total
Effectif	6	2	9	5	3	25

1. Dresse le tableau des fréquences
2. Construis le diagramme à bandes des effectifs.

12 Au club Vallesse, les vacances sont reposantes. Les vacanciers se sont répartis entre cinq activités :
- 35 % ont choisi : « Faire la sieste sous le cocotier » ;
- 27 % ont choisi : « Bronzer sur la plage » ;
- 19 % ont choisi : « Barboter dans la piscine » ;
- 12 % ont choisi : « Regarder la télé en buvant de la grenadine avec des glaçons » ;
- 7 % ont choisi : « Faire du sport ».

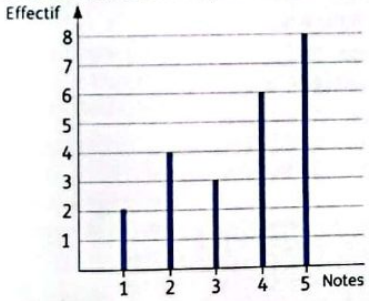
1. Fais un tableau pour présenter ces résultats.
2. Construis le diagramme à bandes.

13 Les organisateurs d'un voyage à Yamoussoukro font une enquête pour connaître les lieux préférés des élèves de 5e. Observe le diagramme à bandes.



1. Détermine le caractère étudié.
2. Dresse le tableau des effectifs.
3. Dresse le tableau des fréquences.

14 Voici la répartition des notes d'une interrogation écrite notée sur 5 pour une classe de 5e.



1. Combien d'élèves ont obtenu 5 sur 5 à cette interrogation ?
2. Dresse le tableau des notes.
3. Dresse le tableau des fréquences des notes.
4. Détermine le pourcentage des élèves qui ont obtenu une notre supérieure ou égale à 3.

15 Un camion a transporté au total 120 tonnes de produits repartis de la manière suivante :

Produits	Cacao	Banane	Café	Anacarde
Nombre de tonnes	45	15	25	35

Construis le diagramme à bandes relatif à ces données.



16 Une étude a porté sur les moyens de transport utilisé pour se rendre à l'école dans une classe de 5e.
Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

Moyen de transport	À pied (P)	Bus (B)	Gbaka(G)
Effectif	16	12	20

Woroworo (W)	Véhicule familial(F)
8	4

1. Donne deux modalités de cette étude.
2. Construis le diagramme à bandes relatif à ces données.



Scanné avec CamScanner

Exercices d'approfondissement

17 On a relevé l'âge des 40 élèves d'une classe de 5e dans le tableau suivant.

Âges en années	11	12	13	14
Garçons	?	10	4	3
filles	?	7	8	2

Pour les élèves de 11 ans, les filles sont deux fois plus nombreuses que les garçons.

1. Précise la population étudiée, le caractère et la nature du caractère.
2. Détermine l'effectif manquant. Quelle est sa modalité ?
3. Dresse le tableau des fréquences sans tenir compte du sexe.
4. Détermine la fréquence des élèves qui ont moins de 12 ans.
5. Construis le diagramme en bâtons.

(On ne tiendra pas compte du sexe).

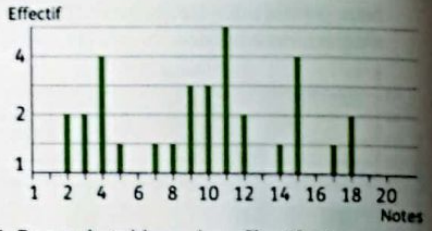
6. Détermine le pourcentage des filles.

18 On a relevé les tailles des 50 élèves d'une classe de 5e dans le tableau suivant.

Tailles en m	1,4	1,5	1,6	1,7
Effectif	15	?	12	3

1. Précise la population étudiée, le caractère et la nature du caractère.
2. Détermine l'effectif manquant. Quelle est sa modalité ?
3. Construis le diagramme en bâtons.

19 Voici la répartition des notes d'un devoir de niveau noté sur 20 pour une classe de 5e.



1. Dresse le tableau des effectifs des notes.
2. Dresse le tableau des fréquences des notes.
3. Détermine le pourcentage des élèves qui ont obtenu une note supérieure ou égale à 10.

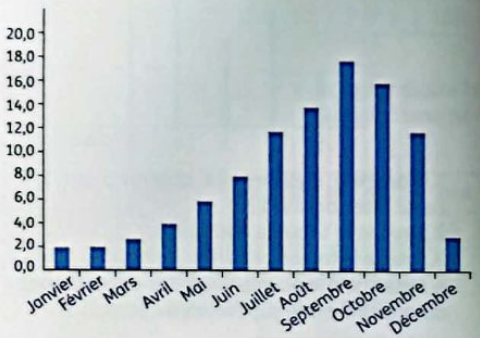
20 Une enquête sur les jours de naissance des habitants d'un quartier a donné les résultats suivants :

Jours de naissance	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
Fréquence en %	10	12	24	18	8	20	8

1. a) Précise la population étudiée, le caractère et la nature du caractère.
   b) Dis le jour où il y a le plus grand nombre de naissances.
   c) Calcule la fréquence des habitants nés un jour ouvrable.
2. Construis le diagramme à bandes lié à ces données.

21 On a relevé dans une année le nombre de millimètres de pluie dans une région du pays. Les résultats sont consignés dans le diagramme suivant.

1. Donne le mois où il y a eu plus de pluie.
2. Dresse le tableau des hauteurs de pluie dans cette région.



22 Dans une petite entreprise de 28 employés, 16 sont des hommes. On compte 15 ouvriers et 9 hommes qui sont des cadres.

	Femmes	Hommes	Total
Cadres		9	
Ouvriers			15
Total		16	28

1. Détermine le nombre :
   a) de femmes.
   b) de cadres.
   c) d'ouvrières.
2. Construis, sur le même graphique, le diagramme à bandes des ouvriers et le diagramme à bandes des cadres.
3. Vérifie que le nombre d'ouvrières est le double de celui des femmes cadres.

23 On donne ci-dessous le nombre d'inscriptions à l'école de cirque :

- 8 inscriptions dans le groupe des acrobates.
- 12 inscriptions dans le groupe des jongleurs.
- 10 inscriptions dans le groupe des clowns.
- 3 inscriptions dans le groupe des contorsionnistes.
- 7 inscriptions dans le groupe des dompteurs.

1. Détermine le nombre d'inscrits.
2. Construis le diagramme à bandes lié à ces données.
3. Quels groupes dois-tu réunir pour obtenir le même nombre d'inscriptions que dans le groupe des clowns ?
4. Quels groupes dois-tu réunir pour obtenir le double du nombre d'inscriptions que dans le groupe des clowns ?



24 Un pêcheur a fait le point des poissons attrapés lundi, mardi et mercredi. Il ne pêche pas les autres jours de la semaine.

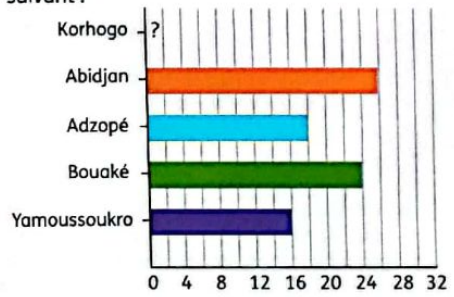
	Carpes	Mâchoirons	Silures	brochets
lundi	4	8	12	10
mardi	6	5	10	15
mercredi	2	15	8	13

1. Détermine le nombre de poissons pêchés dans la semaine.
2. Détermine le pourcentage de carpes pêchés dans cette semaine.
3. Construis le diagramme à bandes des mâchoirons attrapés.
4. Construis le diagramme à bandes des types de poissons attrapés dans cette semaine.
5. Le prix moyen d'une carpe attrapée par ce pêcheur est de 2 500 F, celui des mâchoirons est de 3000 F et les silures 2000 F. Il réserve les brochets pour sa consommation.

Calcule la somme gagnée par ce pêcheur cette semaine.



25 Une école compte 100 élèves en 5e.
On a demandé à ces élèves la ville dans laquelle ils sont nés. Les résultats sont présentés dans le diagramme à bandes suivant :



Scanné avec CamScanner

EXERCICES

1. Dans chacun des cas, choisis la bonne réponse parmi celles proposées.

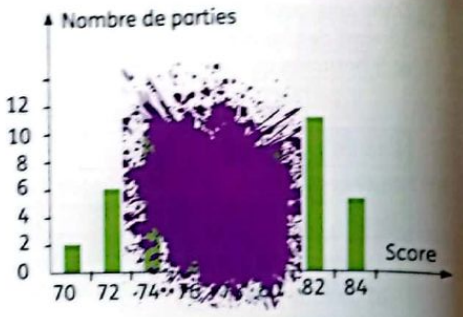
a) Le nombre d'élèves nés à Abidjan est :
32 ☐ ; 24 ☐ ; 26 ☐ ; 18 ☐.

b) Le nombre d'élèves nés à Korhogo est :
16 ☐ ; 20 ☐ ; 22 ☐ ; 24 ☐.

c) La ville qui a vu naître le plus grand nombre d'élèves de cette classe est :
Yamoussoukro ☐ ; Abidjan ☐ ;
Bouaké ☐ ; Adzopé ☐ Korhogo ☐.

2. Dresse le tableau des effectifs.

3. Reproduis et complète le diagramme.



Il est embêté et veut absolument retrouver les données et reproduire son diagramme. Aide-le à reconstruire son diagramme en bâtons.

Situation d'évaluation

26 Medhi aime les jeux vidéo. Il inscrit ses derniers scores dans un tableau, puis fait un diagramme en bâtons. Mais il est maladroit ! Il a oublié de noter certaines données et a fait une tache d'encre sur son diagramme :

Score	70	72	74	76	78	80	82	84
Nombre de parties	?	?	10	1	3	9	?	5

Coup de Pouce

25 Pour trouver l'effectif des élèves né à Korhogo, on peut faire la somme des effectifs des élèves nés dans les autres villes et retrancher cette somme de l'effectif total.

26 Il faut lire les parties visibles du graphique.

Leçon 6

Segments



Les différentes parties d'un terrain de football sont délimitées par des segments : lignes de but, ligne de touche, ligne de surface, ... Le centre du terrain est le milieu de la ligne médiane.

SITUATION D'APPRENTISSAGE

Dans le cadre de ses activités, le Conseil Municipal de la commune de ZUÉNOULA décide de construire une pompe villageoise d'eau potable pour deux villages voisins situés sur un même plateau. Pour éviter tout conflit qui pourrait être occasionné par le choix du site, le Conseil Municipal doit installer la pompe à égale distance des deux villages. Il propose aux villageois deux emplacements possibles comme l'indique la figure ci-dessous.

Site 1 •

• Village 2

Village 1 •

Site 2 •

Un professeur de Mathématiques, fils de la région, expose le problème à ses élèves de 5e. Fiers de mettre leur savoir au service de la communauté, ces derniers cherchent à déterminer les emplacements possibles de la pompe. Pour réaliser les constructions, ils disposent chacun d'une copie du plan présenté aux villageois.

Scanné avec CamScanner

HABILETÉS ET CONTENUS

1 Caractérisation d'un segment

Connaître :
la caractérisation d'un segment

Justifier :
- l'appartenance d'un point à un segment
- l'alignement de trois points

Construire :
un segment

2 Caractérisation de la médiatrice d'un segment

Connaître :
la caractérisation de la médiatrice d'un segment

Justifier :
l'appartenance d'un point à la médiatrice d'un segment

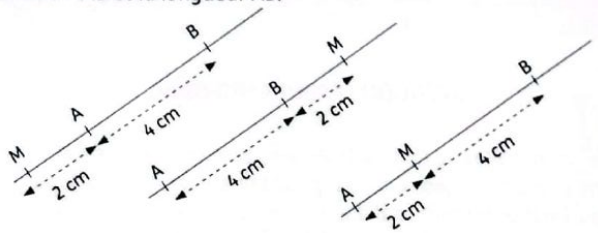
Construire :
- la médiatrice d'un segment en utilisant la règle et le compas
- le milieu d'un segment en utilisant la règle et le compas

INSTALLATION DES HABILETÉS

Activité 1 Caractérisation d'un segment

1 Point sur un segment

Pour chaque cas de figure ci-dessous, dis si M est un point du segment [AB] puis compare la longueur AM + MB et la longueur AB.

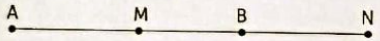


Synthèse

Si un point M appartient au segment [AB], alors AM + MB = AB.

Exercices de fixation

1 Examine la figure ci-dessous :



Peut-on écrire :
1. AM + MN = AN ?
2. BN + NA = BA ?
3. AB + BM = AM ?
4. MB + BN = MN ?

Justifie tes réponses.

2 [AB] est un segment de longueur 5 cm.
M, N et P sont trois points du plan.
Réponds par vrai ou par faux à chacune des affirmations suivantes.
a) AM = 9 cm et MB = 4 cm, donc M appartient au segment [AB].
b) AN = 2 cm et NB = 7 cm, donc N appartient au segment [AB].
c) AP = 1 cm et PB = 4 cm, donc P appartient au segment [AB].

3 Construis un segment [OP] de longueur 7 cm.
Place les points N, M et Q tels que :
ON = 3 cm et NP = 4 cm ; OM = 9 cm et PM = 2 cm ; OQ = 3 cm et PQ = 10 cm.

4 [BC] est un segment et P est un point tel que P ∈ [BC].
On donne : BC = 7,5 cm et BP = 3 cm.
Calcule PC.

2 Appartenance d'un point à un segment

L'unité de longueur est le centimètre.
Construis un segment [AB] de longueur 5.

1. Place le point M tel que :
   1er cas : AM = 4 et MB = 3.
   2e cas : AM = 3 et MB = 2.
2. Compare dans chaque cas AM + MB et AB.
3. À quelle condition le point M appartient-il à [AB] ?

Synthèse

Si dans le plan, trois points alignés A, B et M sont tels que AM + MB = AB, alors le point M appartient au segment [AB].

Exercices de fixation

1 L'unité de longueur est le centimètre.
[AB] est un segment de longueur 8.
E, F sont deux points tels que AE = 5 et EB = 6 ; AF = 6 et FB = 2.
Sans construire, dis quel est le point qui appartient au segment [AB] ?
Justifie ta réponse.

2 On donne les points : A, B et C tels que AB = 3 cm ; BC = 4 cm et AC = 7 cm.
Recopie et remplace les pointillés par ∈ ou ∉.
B.....[AC] ; A.....[BC] ;
C.....[AB] ; A.....[AC].

3 L'unité de longueur est le centimètre.
A, B et M sont des points tels que :
Cas 1 : AB = 5 ; AM = 2 ; MB = 3 ;
Cas 2 : AB = 4 ; AM = 3 ; MB = 7 ;
Cas 3 : AB = 6 ; AM = MB = 3 ;
Cas 4 : AB = 5 ; AM = MB = 2.
Détermine le(s) cas où le point M appartient au segment [AB].
Justifie chaque réponse.

Activité 2 Caractérisation de la médiatrice d'un segment

1 Point sur la médiatrice d'un segment

[AB] est un segment de longueur 6 cm.
1. Construis la droite (D), médiatrice du segment [AB].
Place les points M, N et P sur la droite (D).
2. À l'aide de ton compas, compare les longueurs MA et MB, NA et NB, PA et PB.

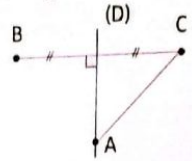
Scanné avec CamScanner

Synthèse

Lorsqu'un point appartient à la médiatrice d'un segment, il est équidistant des extrémités de ce segment.

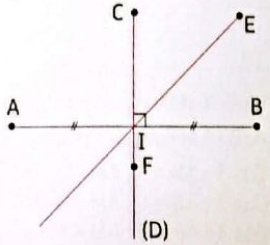
Exercices de fixation

1 Sur la figure ci-dessous, la longueur AC est 5 cm.
(D) est la médiatrice de [BC].
Détermine la longueur du segment [AB].

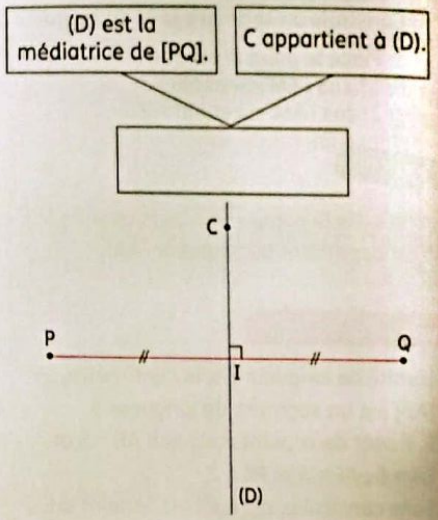


2 Observe la figure codée ci-dessous.
Recopie et remplace chaque pointillé par = ou ≠.

AE.....BE ;
AC.....BC ;
AF..... FB ;
AI.....IB.



3 Complète l'organigramme ci-dessous en te servant de la figure.



2 Appartenance d'un point à la médiatrice d'un segment

L'unité est le centimètre.

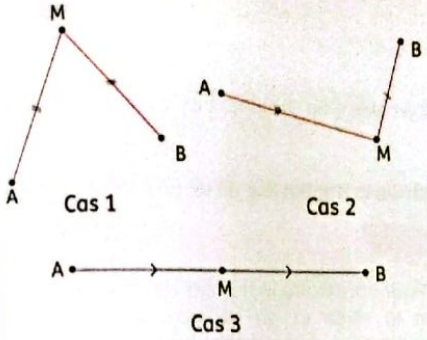
1. Trace un segment [AB] tel que : AB = 8.
Place les points I, J et K tels que : IA = 4 et IB = 4, JA = 7 et JB = 7, KA = 6 et KB = 6.
2. Vérifie que les points I, J et K sont alignés.
3. À l'aide de ton équerre, vérifie que les droites (AB) et (JK) sont perpendiculaires.
4. Que représente la droite (IJ) pour le segment [AB] ?

Synthèse

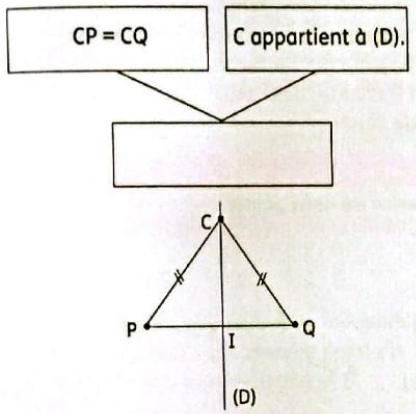
Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

Exercices de fixation

1 Observe les figures codées ci-dessous.
Dans chaque cas, dis si le point M appartient à la médiatrice du segment [AB].



2 Reproduis et complète l'organigramme ci-dessous en te servant de la figure.



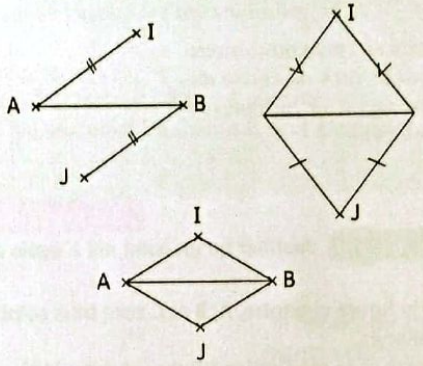
3 [EF] est un segment de longueur 6 cm.
(L) est la médiatrice de [EF]. M, N et P sont des points du plan tels que : EM = 5 cm ;
FM = 5 cm ; EN = 6 cm ; FN = 4 cm ;
EP = 3 cm et FP = 3,5 cm.

1. Recopie et remplace les pointillés par ∈ ou ∉.

M..... (L) N.....(L) P...(L)

2. G est un point de (L) tel que : GF = 8 cm.
Détermine la longueur GE.
Justifie ta réponse.

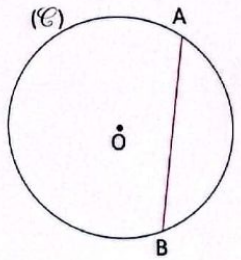
4 Dans laquelle des figures ci-dessous, les points I et J appartiennent à la fois à la médiatrice du segment [AB] ?



APPRENTISSAGE DE LA RÉDACTION

Exercice 1 **Justifier qu'un point appartient à la médiatrice d'un segment**

On donne un cercle (𝒞) de centre O passant par les points A et B.
Justifie que le point O appartient à la médiatrice du segment [AB].



Scanné avec CamScanner

Corrigé

[OA] et [OB] sont des rayons du cercle $\mathscr{C}$ de centre O ; donc OA = OB. Alors O est équidistant des extrémités A et B du segment [AB]. Ainsi O appartient à la médiatrice du segment [AB].

Méthode

Pour justifier qu'un point P appartient à la médiatrice d'un segment [AB], on peut justifier que P est le centre d'un cercle passant par A et B.

Exercice 2 Construire la médiatrice d'un segment à l'aide d'un compas et de la règle non graduée

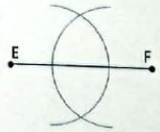
Construis un segment [EF] de longueur 9 cm.
À l'aide du compas et de la règle non graduée, construis la médiatrice (L) de [EF].

Corrigé

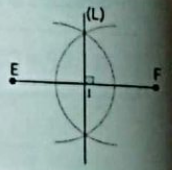
1ère étape : Construire le segment [EF].



2e étape : À l'aide du compas faire deux arcs de cercle de même rayon et de centres les points E et F.



3e étape : Avec la règle non graduée, tracer la droite (L) passant par les points d'intersection des deux arcs de cercle.

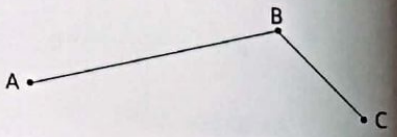


Méthode

Pour construire la médiatrice d'un segment à la règle et au compas, on utilise les méthodes du paragraphe 3 du cours.

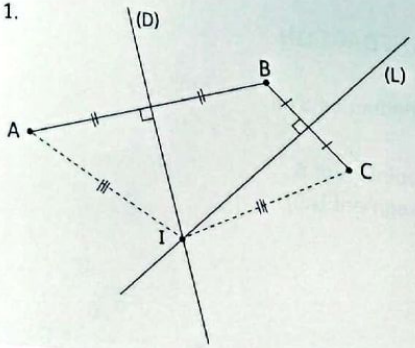
Exercice 3 Justifier qu'un point est à égale distance de deux points

Dans la figure ci-contre, A, B et C sont trois points non alignés.
1. Construis la médiatrice (D) du segment [AB] et la médiatrice (L) du segment [BC].
2. On désigne par I le point d'intersection de (D) et (L). Place le point I et justifie que IA = IC.



Corrigé

1.



Méthode

Pour justifier qu'un point est à égale distance de deux autres, il suffit de justifier qu'il appartient à la médiatrice du segment formé par ces deux autres points.

2. I appartient à la médiatrice du segment [AB], alors IA = IB.
De même I appartient à la médiatrice du segment [BC] alors IB = IC.
Comme IA = IB et IB = IC, on a : IA = IC.

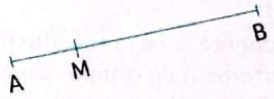
Résumé de cours

1 Caractérisation d'un segment

1. Point sur un segment

Propriété

A, B et M sont trois points du plan.
Si M ∈ [AB], alors AM + MB = AB.



M ∈ [AB] ⇒ AM + MB = AB

2. Appartenance d'un point à un segment

Propriété 2

A, B et M sont trois points du plan.
Si AM + MB = AB, alors M ∈ [AB].



AM + MB = AB ⇒ M ∈ [AB]

Méthode

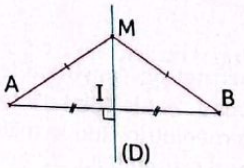
Pour savoir si trois points A, B et C sont alignés lorsque les distances AB, AC et BC sont connues, on peut procéder comme suit :
- on calcule la somme des deux plus petites distances ;
- si cette somme est égale à la plus grande, alors les points A, B et C sont alignés ;
- si cette somme est différente de la plus grande, alors les points A, B et C ne sont pas alignés.

2 Caractérisation de la médiatrice d'un segment

1. Point sur la médiatrice d'un segment

Propriété

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment [AB], alors ce point est à égale distance des points A et B.

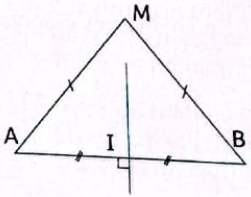


M appartient à la médiatrice de [AB]. ⇒ MA = MB

2. Appartenance d'un point à la médiatrice d'un segment

Propriété

Si un point est à égale distance de deux points A et B, alors ce point appartient à la médiatrice du segment [AB].



MA = MB ⇒ M appartient à la médiatrice de [AB].

Remarque

La médiatrice d'un segment est un axe de symétrie de ce segment.

Scanné avec CamScanner

Résumé de cours

Construction de la médiatrice d'un segment

Pour construire la médiatrice d'un segment en utilisant la règle non graduée et le compas, on peut utiliser la propriété suivante :

Si un point est à égale distance de deux points A et B, alors ce point est sur la médiatrice du segment [AB].

D'après cette propriété, on a la construction suivante :

- prendre un écartement de compas supérieur à la moitié de la longueur du segment ;
- tracer, pointe sèche en A, un arc de cercle de chaque côté de [AB] ;
- tracer, pointe sèche en B, avec le même écartement de compas, un arc de cercle de chaque côté de [AB] ;
- tracer la droite passant par les deux points d'intersection des arcs : c'est la médiatrice de [AB] ;
- coder la figure.



Figure 1

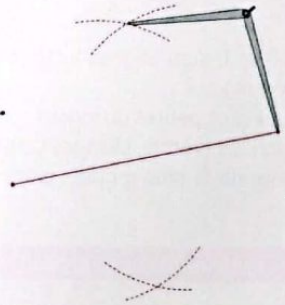


Figure 2

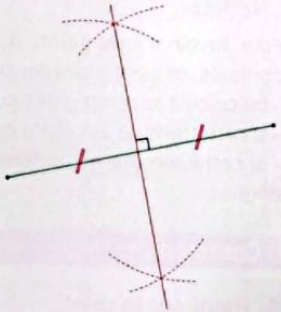
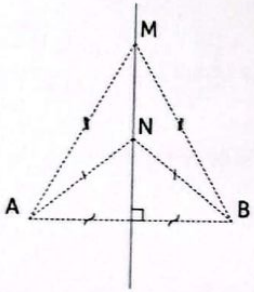
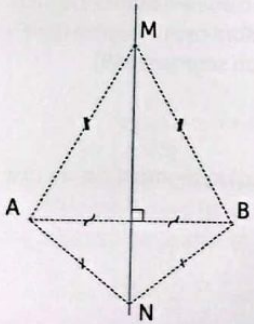


Figure 3

Remarque

- Cette méthode permet de construire le milieu d'un segment en utilisant la règle non graduée et le compas : c'est le point d'intersection de [AB] et de sa médiatrice.
- Pour construire la médiatrice (ou le milieu) d'un segment [AB] en utilisant la règle non graduée et le compas, on peut :
- soit construire deux points situés à égale distance de A et B, d'un même côté de la droite (AB) (figure 1 ci-après) ;
- soit construire deux points situés à égale distance de A et B, de part et d'autre la droite (AB) (figure 2 ci-après).





EXERCICES

Exercices de renforcement

1 L'unité de longueur est le centimètre.

1. A, B et C sont trois points du plan tels que : AB = 9 ; AC = 4 et C appartient au segment [AB].
   a) Fais un dessin.
   b) Calcule BC.
2. AB = 8 ; AC = 4 et A appartient au segment [BC].
   a) Place les points A, B et C.
   b) Calcule BC.

2 L'unité de longueur est le centimètre.

A, B, E et F sont quatre points du plan tels que : EA = 7 ; EB = 7 ; FA = 3,5 et FB = 3,5. Justifie que la droite (EF) est la médiatrice du segment [AB].

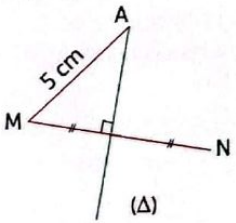
3 Trace un segment [KP]. Construis la médiatrice de ce segment à l'aide de la règle non graduée et du compas.

4 Réponds par vrai ou par faux à chacune des affirmations suivantes.

1. A, B, P sont des points.
   Si AP = 4 cm et BP = 4 cm, alors P appartient à la médiatrice du segment [AB].
2. A, B et P sont des points.
   Si AP = BP, alors B appartient à la médiatrice du segment [AP].
3. Si M est un point du segment [AB], alors AM + MB < AB.
4. Si E, M et F sont des points tels que EM + MF = EF, alors M appartient au segment [EF].
5. La médiatrice d'un segment est la seule droite qui passe par le milieu de ce segment.

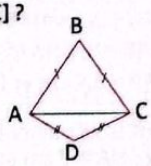
5 On considère la figure ci-dessous.

1. Dis ce que représente la droite (Δ) pour le segment [MN]. Justifie ta réponse.
2. Détermine la longueur du segment [AN]. Justifie ta réponse.



6 On considère la figure ci-dessous.

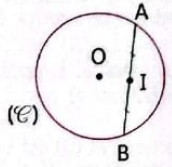
1. Justifie que les points B et D sont sur la médiatrice de [AC].
2. Que représente la droite (BD) pour le segment [AC] ?



7 L'unité de longueur est le centimètre.

1. Trace une droite (L) et place les points A et B sur la droite (L) tels que : AB = 7.
2. Dans chaque cas suivant, place le point M sur la droite (L) et vérifie si M est un point du segment [AB].
   - AM = 8 et BM = 1
   - AM = 3 et BM = 4
   - AM = 2 et BM = 9.

8 (𝒞) est un cercle de centre O. Le point I est le milieu de la corde [AB] comme l'indique la figure ci-dessous. Justifie que (OI) ⊥ (AB).



9

1. Construis un segment [AB] de longueur 5 cm.
2. Construis deux points P et Q de part et d'autre de la droite (AB) tels que AP = PB et AQ = QB.
3. Justifie que les droites (AB) et (PQ) sont perpendiculaires.

10 Construis un triangle ABC tel que : AB = 9,2 cm ; AC = 8,6 cm et BC = 6,8 cm. Trace les médiatrices des côtés du triangle.

11 Trace un triangle EFG tel que : EF = 11 cm ; EG = 8 cm et FG = 6 cm. Trace les médiatrices des côtés du triangle.

12 Dans chaque cas, dis si les points A, B et C sont alignés. Si oui, précise lequel des points est entre les deux autres.

a) AB = 5,9 m ; BC = 2,5 cm ; AC = 3,4 cm.
b) AB = 7,4 cm ; BC = 10 cm ; AC = 3,6 cm.
c) AB = 2,7 cm ; BC = 93 mm ; AC = 0,12 m

Scanné avec CamScanner

13 1. Trace un segment [AB] de longueur 8 cm.
2. Dans chaque cas, dis s'il est possible de placer le point indiqué. Si cela est possible, effectue la construction.
a) C tel que AC = 3,4 cm et BC = 4,2 cm.
b) D tel que AD = 3,4 cm et BD = 4,6 cm.
c) E tel que AE = 3,4 cm et BE = 5 cm.

14 M, T et A sont trois points alignés dans cet ordre tel que : MA = 7 cm et MT = 2,6 cm.
Calcule AT.

15 On considère trois points A, B et C tels que B ∈ [AC].
a) Calcule AC lorsque AB = 3,7 cm et BC = 1,9 cm.
b) Calcule AB lorsque AC = 10 cm et BC = 2,4 cm.
c) Calcule BC lorsque AC = 8 cm et AB = 7 cm.

16 Dans un triangle EFG, trace les médiatrices de [EF] et [FG].
Marque le point d'intersection I de ces deux médiatrices.
Justifie que le point I appartient à la médiatrice de [EG].

17 [AB] est un segment et (D) est sa médiatrice. O est un point de (D).
Justifie que le cercle de centre O et de rayon OA passe par le point B.

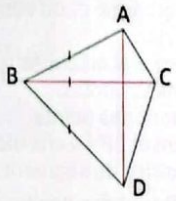
18 [AB] et [CD] sont des segments de supports distincts ayant la même médiatrice (D).
Justifie que (AB) et (CD) sont parallèles.

19 ABC est un triangle, (D) est la médiatrice de [AB], (L) est la médiatrice de [BC]. Les deux médiatrices (D) et (L) se coupent en O.
(T) est la médiatrice de [AC].
Justifie que le point O appartient aussi à (T).

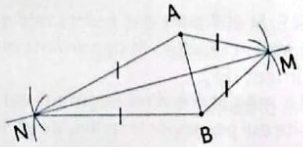
20 Construis un quadrilatère non croisé ABCD dont les diagonales se coupent en I.
Recopie et complète par < ou = ou >.
a) AB + AD ... BD ; b) AC ... AB + BC ;
c) BI + ID ... BD ; d) BC ... BI + IC.

21 O et I sont deux points appartenant à la médiatrice d'un segment [PQ].
1. Fais un schéma codé.
2. Quelle est la nature des triangles OPQ et IPQ ? Justifie ta réponse.

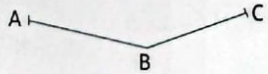
22 Sur la figure codée ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur, les triangles ABC et BCD sont deux triangles isocèles, mes $\widehat{ABC}$ = 30° et mes $\widehat{BCD}$ = 60°.
1. Justifie que B appartient à la médiatrice du segment [AC].
2. a) Justifie que le triangle BCD est équilatéral.
b) Déduis-en mes $\widehat{CBD}$.
3. Démontre que le triangle ABD est rectangle en B.



23 Sur la figure codée ci-dessous, [AB] est un segment. M et N sont deux points tels que MA = MB et NA = NB.
Justifie que (MN) est la médiatrice de [AB].



24 On considère la figure ci-dessous.
Trace la médiatrice (D) du segment [AB] et la médiatrice (D') du segment [BC].
Les deux médiatrices se coupent en I.
Place le point I.
Compare les distances AI, BI et CI, justifie ta réponse.

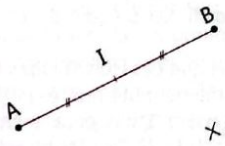


Exercices d'approfondissement

25 Au parc, Tapé a un arbre favori A et Apki a un arbre favori B sous lequel ils aiment se reposer à l'ombre. Ils aiment aussi faire la course en partant chacun de son arbre (voir figure ci-dessous). L'arrivée de la course est matérialisée par un drapeau situé à la même distance des deux arbres.
1. Détermine toutes les positions possibles du drapeau. Justifie la réponse
2. Reproduis et matérialise toutes les positions possibles du drapeau.



26 Sur une feuille d'exercices sont tracés un segment [AB] et son milieu I avec pour consigne : « Place un point D à égale distance de A et de B. » Voici ci-dessous la production d'un élève.
Dis en justifiant ta réponse comment vérifie s'il a bien placé le point D.



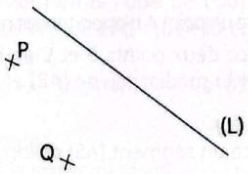
27 ABC est un triangle tel que : AB = 5 cm ; AC = 7 cm et BC = 3 cm. La hauteur issue de C coupe (AB) en H.
1. Fais une figure.
2. a) Construis un point D tel que AD = BD = 6 cm et un point E tel que AE = BE = 4 cm.
b) Justifie que (DE) est la médiatrice de [AB].
3. Justifie que les droites (CH) et (DE) sont parallèles.

28 1. Construis un triangle ABC tel que : AC = 4 cm ; AB = 7 cm et BC = 5 cm.
2. Trace la médiatrice (D) du segment [AB].
3. Trace la perpendiculaire (L) à la droite (AB) passant par B.
4. Justifie que les droites (D) et (L) sont parallèles.
5. (D) coupe [BC] en M. Donne la nature du triangle ABM. Justifie ta réponse.

29 Deux amis se sont installés au bord d'un canal, sur une portion rectiligne comprise entre deux poteaux nommés « Poteau 5 » et « Poteau 6 » distants de 1 km. Alla dit : « Je suis à 600 m du poteau 5 et à 400 m du poteau 6 ». Attoungbre dit : « Je suis à 300 m du poteau 6 et à 800 m du poteau 5 ».
L'un des deux se trompe.
Trouve celui qui se trompe en justifiant ta réponse.

30 1. Construis un triangle ABC tels que : AB = 3 cm, BC = 4 cm et CA = 5 cm.
2. Construis les médiatrices des segments [AB] et [CA]. On désigne par O leur point d'intersection. (𝒞) est le cercle de centre O et qui passe par le point A.
3. Justifie que le cercle (𝒞) passe par les points B et C.

31 On donne la figure ci-dessous où (L) et (PQ) ne sont pas perpendiculaires.
Construis le point I de (L) tel que : IP = IQ.
Donne un programme de construction.



32 Trace deux cercles (𝒞) et (𝒞') de rayons respectifs 2 cm et 4 cm, dont les centres O et O' sont distants de 3 cm.
Ces cercles se coupent en A et B. Justifie que (OO') est la médiatrice du segment [AB].

33 Trace une droite (D), puis marque de part et d'autre de (D) deux points A et B.
Construis les points E et F tels que (D) soit la médiatrice de [AE] et [BF].
Détermine la position relative des droites (AE) et (BF). Justifie ta réponse.

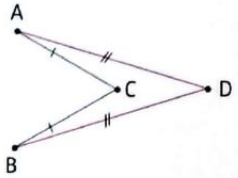
Scanné avec CamScanner

EXERCICES

34 Deux droites (D) et (L) sont perpendiculaires en un point O.
1. Trace ces deux droites puis marque sur (L) les points I et J tels que : OI = OJ.
Que représente la droite (D) pour le segment [IJ] ? Justifie ta réponse.
2. Marque sur (D) le point A et sur (L) le point B tels que : OA = OB.
Justifie que O appartient à la médiatrice du segment [AB].

35 A et B sont deux points du plan.
Soit (D) la médiatrice du segment [AB] et I un point de (D).
Justifie que les points A et B sont situés sur un cercle de centre I.

36 On considère la figure codée ci-dessous.
Dis comment placer le milieu du segment [AB] avec seulement une règle non graduée.
Justifie ta réponse.



37 1. Place trois points D, E et F non alignés.
2. Construis le point O équidistant des points D, E et F.

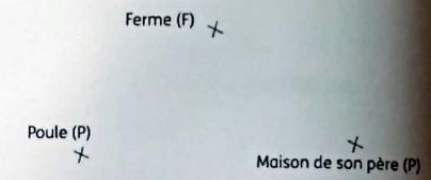
38 1. Trace deux droites (D) et (D').
2. Place un point A n'appartenant ni à (D) ni à (D').
3. Place deux points B et C en sachant que (D) est la médiatrice de [AB] et (D') celle de [BC].

39 1. Trace un segment [AS] de longueur 7 cm.
2. Trace tous les points situés à la même distance de A et de S.
3. Donne le nom de l'ensemble des points qui sont situés à la même distance de A et de S.

40 Falikou est confronté à un problème. Entre sa maison et son jardin, se trouve un ruisseau. Il décide de construire un pont afin qu'il soit équidistant de la maison et de son jardin.
Aide-le à trouver la position du Pont.



41 Le père de Ahou envisage de construire une citerne de récupération des eaux de pluie. Il souhaiterait que celle-ci se trouve à équidistance de sa ferme, de ses poules et de la maison de son vieux papa de 93 ans.
Construis l'emplacement de la citerne situé sur le plan ci-dessous.



Situation d'évaluation

42 Trois villages A, B et C sont tels que la distance entre A et B est 2 km, la distance entre B et C est 3 km et la distance entre C et A est 4 km. Une ONG décide de doter ces trois villages d'un centre de santé.
Les trois chefs de village réunis ont souhaité que le centre de santé soit construit sur un site tel qu'il soit à égale distance des trois villages.
1. Justifie que ces trois villages ne sont pas sur une même route droite.
2. En prenant 1 cm pour 1 km, trace les segments [AB], [BC] et [AC].
3. On désigne par S le centre de santé.
Construis le point S et justifie ta solution.

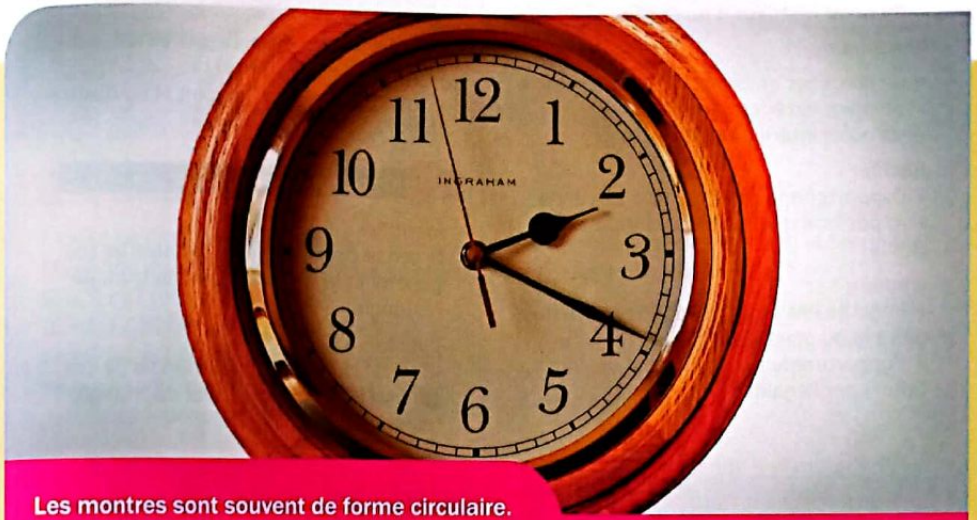
Coup de Pouce

40 Construire la médiatrice (D) de [MJ] et le point d'intersection de (D) et [MJ].

42 Construire les médiatrices des segments [AB], [AC] et [BC].

Leçon 7

Cercles



Les montres sont souvent de forme circulaire.

SITUATION D'APPRENTISSAGE

Dans le village de Kahaklossou, il y a deux compagnies de téléphonie cellulaire nommées Akwaba et Citron. Leurs antennes relais sont situées à 500 mètres l'une de l'autre et elles ne couvrent pas entièrement le village. Cependant, le lieu où est située la cabine téléphonique de monsieur Fiko est couvert par les deux réseaux.
Une nouvelle compagnie de téléphonie cellulaire, nommée Tréphon, qui va bientôt s'installer dans le village, a construit son antenne relais.
Fiko qui veut exploiter aussi le réseau de la nouvelle compagnie,
veut savoir si le lieu où est située sa cabine est couvert par le nouveau réseau.
Tout ce qu'il sait c'est que :
- sa cabine se trouve à égale distance des antennes relais des compagnies Akwaba et Citron ;
- l'antenne relais de la compagnie Tréphon est située à 350 mètres de celle de la compagnie Akwaba et à 450 mètres de celle de Citron ;
- chaque antenne a un rayon de couverture de 300 mètres.
Son fils, élève en classe de 5e, pose le problème à ses camarades de classe. Ensemble, ils décident d'étudier les positions possibles d'un point par rapport à un cercle pour apporter une réponse à monsieur Fiko.

Scanné avec CamScanner

HABILETÉS ET CONTENUS

1 Cercles et points

Identifier :
- un point sur un cercle
- un point extérieur à un cercle
- un point intérieur à un cercle

Reconnaître :
- un point sur un cercle
- un point extérieur à un cercle
- un point intérieur à un cercle

Justifier :
- l'appartenance d'un point à un cercle
- la position d'un point par rapport à un cercle

Traduire :
- l'égalité AM = r par l'appartenance du point M au cercle C(A; r)
- l'appartenance d'un point M au cercle C(A; r) par l'égalité AM = r

2 Disque

Connaître :
la propriété de caractérisation d'un point appartenant à un disque

Traduire :
- l'égalité AM ≤ r par l'appartenance du point M au disque D(A ; r)
- l'appartenance d'un point M au disque D(A ; r) par l'égalité AM ≤ r

3 Cercle circonscrit à un triangle

Identifier :
le cercle circonscrit à un triangle (le cas général et le cas particulier du triangle rectangle)

Construire :
le cercle circonscrit à un triangle (le cas général et le cas particulier du triangle rectangle)

INSTALLATION DES HABILETÉS

Activité 1 Cercles et points

1. L'unité de longueur est le centimètre.
   a) Trace un cercle de centre de centre O et de rayon 3,5.
   b) Place un point M sur le cercle puis détermine la distance OM.
   c) Place deux points F et H tels que : OF = 4 et OH = 4,5.
   d) Marque deux points A et B qui n'appartiennent pas au disque de centre O et de rayon 3,5.
   e) Compare chacune des distances OF, OH, OA et OB à 3,5.
   f) Place un point N tel que ON = 3,5 puis vérifie que le point N appartient au cercle.
2.
   a) Trace un cercle de centre O et de rayon 3.
   b) Place deux points E et K tels que :
   OE = 2,5 et OK = 3,5.
   c) Marque deux points G et L appartenant au disque $\mathscr{D}$(O ; 3), mais n'appartenant pas au cercle $\mathscr{C}$(O ; 3).
   d) Compare chacune des distances OE, OK, OG et OL à 3.

Synthèse

Étant donné un cercle de centre O et de rayon r :
- Un point qui n'appartient pas au disque D(O ; r), est dit extérieur au cercle C(O ; r).
- Si un point M est extérieur au cercle C(O ; r), alors OM > r.
- Si un point M est tel que OM > r, alors il est extérieur au cercle C(O ; r).

Étant donné un cercle de centre O et de rayon r :
- Un point qui appartient au disque D(O ; r) et qui n'est pas sur le cercle C(O ; r) est dit intérieur au cercle C(O ; r).
- Si un point M est intérieur au cercle C(O ; r), alors OM < r.
- Si un point M est tel que OM < r, alors il est intérieur au C(O ; r).

Exercices de fixation

1. L'unité de longueur est le mètre.
   On donne un cercle $\mathscr{C}$(I ; 5,4), et les points E, G, R et T tels que :
   IE = 5,3 ; IG = 7 ; IR = 5,4 ; et IT = 5,7.
   Parmi les points I, E, G, R et T quels sont ceux qui sont extérieurs au cercle $\mathscr{C}$(I ; 5,4) ?
   Justifie ta réponse.

2. L'unité de longueur est le centimètre.
   Construis un cercle $\mathscr{C}$(A ; 3) et marque 4 points I, J, K et L tous extérieurs à ce cercle.

3. On donne un cercle $\mathscr{C}$(Q ; 6,3) et les points C, D, G et H tels que :
   QC = 3,6 ; QD = 6,3 ; QG = 8 ; et QH = 6,3.
   Parmi les points C, D, G, H et Q, quels sont ceux qui sont sur le cercle $\mathscr{C}$(Q ; 6,3) ?
   Justifie ta réponse.

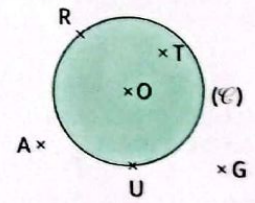
4. Trace un cercle de centre K et marque 5 points sur ce cercle.

Activité 2 Disque

On donne la figure ci-contre, ($\mathscr{C}$) est un cercle de centre O et de rayon 3 cm.

1. Parmi les points A, G, O, R, T et U, quels sont ceux qui sont à moins de 3 cm du point O ?

2. a) Reproduis le cercle $\mathscr{C}$(O ; 3) et marque un point P tel que OP < 3 et un point N tel que ON = 3.
   b) Donne les positions des points P et N par rapport au disque D(O ; 3).



Synthèse

Étant donné un cercle de centre O et de rayon r :
- Si un point M appartient au disque D(O, r), alors OM ≤ r.
- Si un point M est tel que OM ≤ r, alors il appartient au disque D(O, r).

Scanné avec CamScanner

Exercices de fixation

1 L'unité de longueur est le mètre.
On donne un cercle C(A ; 4,3), et les points B, E, F, R et H tels que :
AB = 5,3 ; AE = 4,3 ; AR = 4 et AH = 3,7.
Parmi les points A, B, E, F, R et H, quels sont ceux qui appartiennent au disque D(A ; 4,3) ? Justifie ta réponse.

2 Trace un cercle de centre K et marque 5 points sur le disque de centre K obtenu.

Activité 3 Cercle circonscrit à un triangle

1 Définition et propriété

1. Trace un triangle ABC quelconque.
2. Construis la médiatrice (D) du côté [AB], la médiatrice (Δ) du côté [AC] et la médiatrice (T) du côté [BC].
3. Nomme I le point d'intersection des droites (D) ; (Δ) et (T).
4. Trace le cercle (C) de centre I passant par A.
5. Quelle remarque peux-tu faire concernant le cercle (C) que tu viens de tracer ?

Synthèse

- Le cercle qui passe par les trois sommets d'un triangle est appelé cercle circonscrit à ce triangle.
- Le centre du cercle circonscrit à un triangle est le point d'intersection des médiatrices des côtés de ce triangle.
- Pour trouver le centre du cercle circonscrit à un triangle il suffit de tracer les médiatrices de deux côtés de ce triangle.

Exercices de fixation

1 Parmi les figures suivantes, nomme celle où le cercle de centre O est circonscrit au triangle MNP.

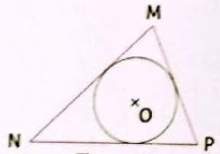


Figure 1

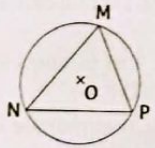


Figure 2

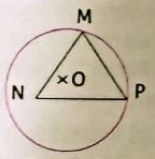


Figure 3

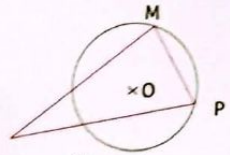


Figure 4



Figure 5

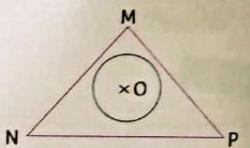
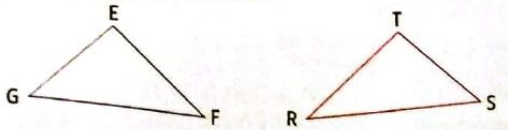


Figure 6

2 Écris le numéro de chaque affirmation suivi de V si l'affirmation est vraie et de F dans le cas contraire.
1. Le centre du cercle circonscrit à un triangle est le point d'intersection des médianes de ce triangle.
2. Le centre du cercle circonscrit à un triangle est le point d'intersection des bissectrices des angles de ce triangle.
3. Le centre du cercle circonscrit à un triangle est le point d'intersection des médiatrices des côtés de ce triangle.
4. Le centre du cercle circonscrit à un triangle est le point d'intersection des hauteurs de ce triangle.

3 On donne les triangles ci-dessous.



Après l'avoir reproduit, construis le cercle circonscrit à chaque triangle.

2 Cercle circonscrit et triangle rectangle

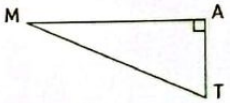
1. a) Construis un triangle ABC rectangle en A.
   b) Construis le cercle, de centre I, circonscrit au triangle ABC.
   c) Que représente le point I pour le segment [BC] ?
2. a) Trace un cercle (C) de centre A.
   b) Trace un diamètre de ce cercle et nomme le [RS].
   c) Marque un point H sur le cercle.
   d) Que représente le cercle (C) pour le triangle HRS ?
   e) Vérifie avec ton équerre que les supports des segments [RH] et [HS] sont perpendiculaires.
   f) Quelle est la nature du triangle HRS ?

Synthèse

- Le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle est le milieu de l'hypoténuse de ce triangle.
- Pour construire le cercle circonscrit à un triangle rectangle, il suffit de tracer le cercle de centre le milieu de l'hypoténuse et passant par un des sommets de ce triangle.
- Si le centre du cercle circonscrit à un triangle est le milieu de l'un des côtés du triangle, alors ce triangle est rectangle.

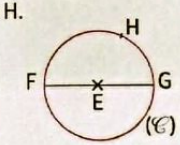
Exercices de fixation

1 Construis le cercle circonscrit au triangle rectangle MAT ci-dessous, après l'avoir reproduit.



2 Recopie et complète la phrase ci-dessous par les mots qui conviennent.
« Le centre du cercle circonscrit à un triangle ..... est le milieu de l'..... de ce triangle. »

3 On donne la figure ci-contre, (𝒞) est un cercle de centre E. Les points F, G et H sont des points du cercle (𝒞).
Justifie que le triangle FGH est un triangle rectangle en H.



4 KLM est un triangle inscrit dans le cercle de diamètre [KM].
Justifie que le triangle KLM est rectangle.
Tu préciseras le sommet de l'angle droit.

Scanné avec CamScanner

APPRENTISSAGE DE LA RÉDACTION

Exercice 1 Justifier l'appartenance d'un point à un cercle

Soit $(\mathscr{C})$ un cercle de centre A et de rayon 7,3.
Les points B et K sont tels que AB = 7,3 et AK = 7,3.
Justifie que les points B et K appartiennent au cercle $(\mathscr{C})$.

Corrigé

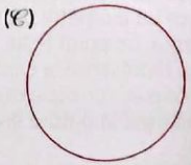
- On a : AB = 7,3. Or le rayon du cercle $(\mathscr{C})$ de centre A est 7,3 ; donc le point B appartient au cercle $(\mathscr{C})$.
- On a : AK = 7,3. Or le rayon du cercle $(\mathscr{C})$ de centre A est 7,3 ; donc le point K appartient au cercle $(\mathscr{C})$.

Méthode

Pour justifier qu'un point M appartient à un cercle de rayon r, on compare la distance de M au centre du cercle à r.

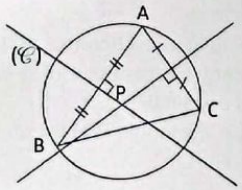
Exercice 2 Construire le centre d'un cercle donné

On donne la figure ci-contre où le centre P du cercle $(\mathscr{C})$ a été effacé.
1. Donne un programme de construction permettant de retrouver le centre du cercle.
2. Reproduis la figure et marque le centre P du cercle $(\mathscr{C})$.



Corrigé

- On marque trois points A, B et C sur le cercle, on obtient ainsi un triangle ABC dont $(\mathscr{C})$ est le cercle circonscrit.
- On trace les médiatrices de deux des côtés de ce triangle.
- L'intersection de ces deux médiatrices est le centre du cercle $(\mathscr{C})$.

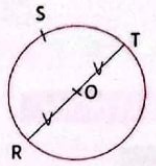


Méthode

Pour retrouver le centre d'un cercle :
- on place trois points sur ce cercle ;
- on trace les médiatrices de deux côtés du triangle formé par les trois points ;
- l'intersection de ces deux médiatrices est le centre du cercle.

Exercice 3 Justifier qu'un triangle est rectangle

Sur la figure codée ci-contre :
- O est le centre du cercle,
- R, S et T sont des points du cercle.
Justifie que le triangle RST est un triangle rectangle en S.



Corrigé

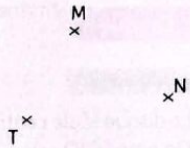
Le cercle est circonscrit au triangle RST. De plus son centre O est le milieu du côté [RT] du triangle RST, donc le triangle RST est rectangle en S.

Méthode

Pour justifier qu'un triangle est rectangle, on peut justifier que le centre du cercle circonscrit à ce triangle est le milieu de l'un des côtés du triangle.

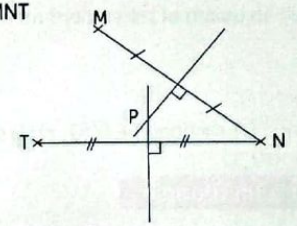
Exercice 4 Traiter une situation faisant appel aux cercles

Dans un village, trois paysans dont les maisons sont voisines, décident de mettre leurs moyens en commun pour forer un puits. Pour ne léser personne, ils décident que le puits soit à égale distance des trois maisons.
Le fils de l'un des paysans, pour les aider, décide de déterminer l'endroit exact où le forage doit être fait, mais il ne sait plus comment procéder.
Aide-le.
On donne ci-contre les points M, N et T qui sont les emplacements de chacune des maisons.
1. Justifie que le puits P est le centre du cercle circonscrit au triangle MNT.
2. Construis le point P.



Corrigé

1. Le puits P est à égale distance des trois maisons M, N et T donc on a : PM = PN = PT, ce qui signifie que P est le centre d'un cercle passant par les M, N et T : c'est le cercle circonscrit au triangle MNT.
2. Le point P est le point d'intersection des médiatrices des côtés du triangle MNT (deux médiatrices suffisent).



Méthode

Le point équidistant de trois points non alignés donnés est l'intersection des médiatrices de deux côtés du triangle formé par ces trois points.
C'est le centre du cercle circonscrit au triangle formé par ces trois points.

Scanné avec CamScanner

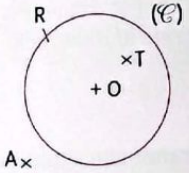
Résumé de cours

1 Cercles et points

Définition

Le cercle $(\mathscr{C})$ de centre O et de rayon r $(r > 0)$ est l'ensemble des points M du plan tel que $OM = r$.

Présentation



$(\mathscr{C})$ est un cercle de centre O.
- Le point T est un point intérieur au cercle $(\mathscr{C})$.
- Le point A est un point extérieur au cercle $(\mathscr{C})$.
- Le point R est sur le cercle $(\mathscr{C})$.

Propriété

Soit C(O , r) un cercle de centre O et de rayon r et M un point du plan.
- Si $OM < r$, alors le point M est intérieur au cercle C(O , r).
- Si $OM > r$, alors le point M est extérieur au cercle C(O , r).
- Si $OM = r$, alors le point M est sur cercle C(O , r).

2 Disque

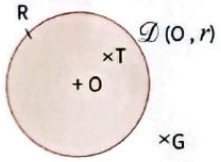
Définition

Le disque $\mathscr{D}$ de centre O et le rayon r $(r > 0)$ est l'ensemble des points M du plan tel que $OM \leq r$.
On note $\mathscr{D}$ (O , r).

Propriété

- Si un point M appartient au disque $\mathscr{D}$(O , r), alors $OM \leq r$.
- Si un point M est tel que $OM \leq r$, alors il appartient au disque $\mathscr{D}$(O , r).

Exemple



$R \in \mathscr{D}(O , r)$, car $OR = r$; $OT < r$ donc $T \in \mathscr{D}(O , r)$; $G \notin \mathscr{D}(O , r)$ car $OG > r$.

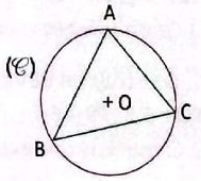
3 Cercle circonscrit à un triangle

1. Définition et propriété

Définition

Le cercle circonscrit à un triangle est le cercle qui passe par les trois sommets de ce triangle.

Exemple

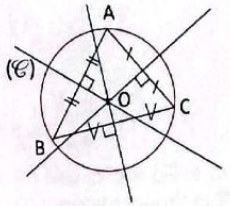


Le cercle $(\mathscr{C})$ est circonscrit au triangle ABC.

Propriété

Le centre du cercle circonscrit à un triangle est le point de concours des médiatrices des côtés de ce triangle.

Exemple



Le cercle $(\mathscr{C})$ est circonscrit au triangle ABC.

Remarque

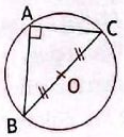
Pour avoir le centre du cercle circonscrit à un triangle, il suffit de tracer les médiatrices de deux côtés de ce triangle.

2. Cercle circonscrit à un triangle rectangle

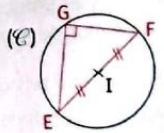
Propriété

- Le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle est le milieu de l'hypoténuse de ce triangle.
- Si le centre du cercle circonscrit à un triangle est le milieu de l'un des côtés du triangle, alors ce triangle est rectangle.

Exemple



O est le milieu de [BC].
Le triangle ABC est rectangle en A, donc le centre du cercle circonscrit au triangle ABC est le milieu O de l'hypoténuse [BC].



$(\mathscr{C})$ est un cercle de centre I.
Le centre du cercle $(\mathscr{C})$ circonscrit au triangle EFG est le milieu I du côté [EF], donc le triangle EFG est rectangle en G.

Scanné avec CamScanner

EXERCICES

Pour les exercices qui suivent, l'unité de longueur est le centimètre, sauf indication contraire.

Exercices de renforcement

1 A est un point et n est un nombre décimal. Réponds à chacune des affirmations suivantes par « Vrai » ou par « Faux ».
a) Tous les points intérieurs au cercle C(A, n) appartiennent au disque D(A, n).
b) Tous les points extérieurs au cercle C(A, n) appartiennent au disque D(A, n).
c) Tous les points du cercle C(A, n) appartiennent au disque D(A, n).
d) Tous les points du disque D(A, n) appartiennent au cercle C(A, n).

2 1. Marque deux points A et B tels que : AB = 3,2.
2. Trace un cercle de centre A tel que le point B est intérieur à ce cercle.
3. Trace un cercle de centre B tel que le point A n'appartient pas au disque obtenu.

3 Construis un triangle KTM tel que le rayon de son cercle circonscrit soit de 2,5 cm.

4 Construis un cercle (𝒞) de diamètre 6.
Construis un triangle BAT tel que (𝒞) est son cercle circonscrit.

5 Place un point P.
Colorie en jaune l'ensemble des points qui sont à plus de 3 cm de P et à moins de 5 cm de P.

6 Place deux points H et K tels que : HK = 6 cm.
Colorie en bleu tous les points situés à moins de 4 cm de H et à plus de 4 cm de K.

7 Place deux points E et F tels que : EF = 5 cm.
Colorie en bleu tous les points situés à moins de 5 cm de E et à plus de 7 cm de F.

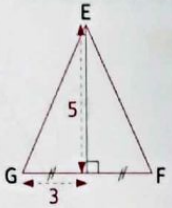
8 Un triangle rectangle a une hypoténuse de 12 cm.
Détermine le rayon de son cercle circonscrit.

9 1. Construis un triangle TER tel que : TE = 6 ; TR = 7 et ER = 8.
2. Construis le cercle circonscrit au triangle TER.

10 1. Construis un triangle PQR tel que :
PQ = 6,2 ; PR = 8 et QR = 3,5.
2. Construis le cercle circonscrit au triangle PQR.

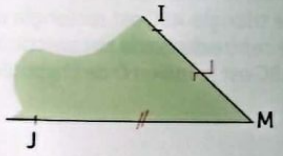
11 1. Construis le triangle ABC tel que : AB = 5 ; mes $\widehat{ABC}$ = 110° et BC = 7.
2. Construis le cercle circonscrit au triangle ABC.

12 Reproduis la figure codée ci-dessous puis construis le cercle circonscrit au triangle EFG.



13 1. Trace un triangle KOF rectangle en O tel que : Ok = 4 cm et OF = 6 cm.
2. Trace la hauteur issue de O ; elle coupe [KF] en H.
3. Construis les cercles circonscrits aux triangles KOF, KOH et FOH.
4. a) Nomme le(s) point(s) qui est (sont) sur les trois cercles à la fois.
b) Colorie au crayon l'ensemble des points intérieurs aux trois cercles à la fois.

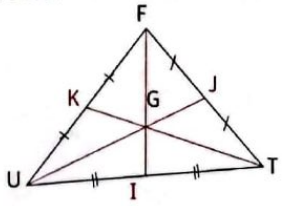
14 On donne ci-après ce qui reste d'un triangle MNP.
Les points I et J sont les milieux respectifs des côtés [MN] et [MP].
1. Donne un programme de construction du cercle circonscrit à ce triangle.
2. Calque la figure puis :
a) Trace le cercle circonscrit au triangle MNP.
b) Marque les points N et P sur la figure que tu viens de construire.



EXERCICES

15 On donne quatre points S, D, F et G tels que : SD = 3 ; SF = 5 et SG = 7.
1. Parmi ces quatre points nomme ceux qui appartiennent au disque de centre S et de rayon 4.
2. Même question avec le disque de centre S et de rayon 6.

16 Pour construire le cercle circonscrit au triangle FUT, un élève a commencé par la construction ci-dessous.
Le point G est-il le centre du cercle ? Justifie ta réponse.

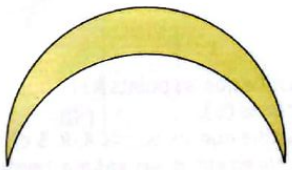


17 Construis un cercle à l'aide d'une pièce de monnaie de 25 Fcfa ou une boîte cylindrique. Construis le centre du cercle, et justifie ta construction.

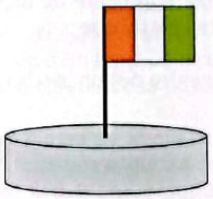
18 Décalque l'arc de cercle $\overset{\frown}{AB}$ ci-dessous, puis construis le centre du cercle dont cet arc est une partie.



19 La figure suivante représente un « *croissant* ». Il est formé de deux arcs de cercle de même rayon, mais de centres différents. Décalque la figure et retrouve les deux centres O et O'.



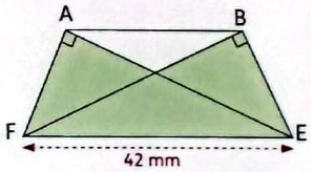
20 On doit planter le mât du drapeau national au centre d'une dalle circulaire.
Le dessus de la dalle est un disque de diamètre 5 m.
1. Explique comment trouver l'emplacement exact du mât.
2. Dessine le dessus de la dalle et construis l'emplacement du mât.
NB : Tu prendras 1 cm pour 1 m.



Exercices d'approfondissement

21 1. Trace un cercle (𝒞) de centre I et de rayon 4 cm.
2. Construis un triangle PAC tel que :
- (𝒞) est le cercle circonscrit au triangle PAC ;
- AC = 3 cm ;
- Le triangle PAC est isocèle en A.

22 On donne la figure codée ci-dessous où les supports des diagonales [AE] et [BF] sont respectivement perpendiculaires aux supports de côtés [AF] et [BE].
1. Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle AEF ? Justifie ta réponse.
2. Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle BEF ? Justifie ta réponse.
3. Justifie que les points A, B, E et F appartiennent à un même cercle dont tu préciseras le centre et le rayon.



Scanné avec CamScanner

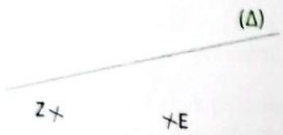
23 Deux amis, Koffi et Lucien discutent après la leçon sur les cercles.
Koffi : « Par trois points il passe toujours un cercle ».
Lucien : « Faux. Cela ne marche pas lorsque les trois points sont..... »
Sachant que Lucien a raison, complète sa phrase avec un seul mot.

24 Dans chacun des cas suivants, reproduis puis complète la figure de façon à obtenir un triangle ZEN tel que :
- N ∈ (Δ),
- O est le centre de son cercle circonscrit.

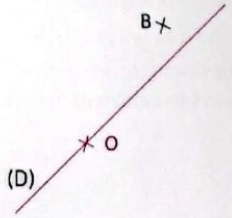
Cas 1



Cas 2 : Ici on sait aussi que O ∈ (Δ),

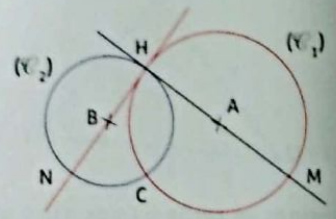


25 Reproduis la figure ci-dessous, puis construis le triangle BIC tel que :
- BIC est un triangle isocèle de base [IC] ;
- O est le centre du cercle circonscrit à BIC ;
- I est le symétrique du point B par rapport à la droite (D).



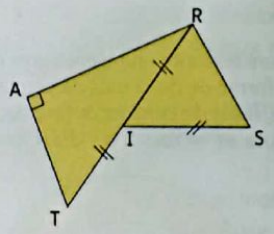
26 (𝒞) est un cercle de diamètre [FG] et O est le milieu de [FG] ;
A est le point du cercle (𝒞) tel que mes $\widehat{FGA}$ = 60°.
1. Fais une figure suivant les informations ci-dessus.
2. Justifie que FAG est un triangle rectangle.
3. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{AFG}$.
4. Justifie que le triangle AGO est un triangle équilatéral.

27 Sur la figure ci-dessous :
- ($\mathscr{C}_1$) et ($\mathscr{C}_2$) sont deux cercles de centres respectifs A et B.
- Les points C et H sont leurs points d'intersection.
- La droite (HA) recoupe le cercle ($\mathscr{C}_1$) en M.
- La droite (HB) recoupe le cercle ($\mathscr{C}_2$) en N.



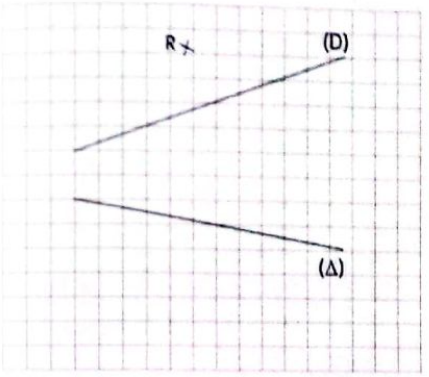
1. Justifie que les droites (CN) et (CH) sont perpendiculaires.
2. Justifie que les droites (CM) et (CH) sont perpendiculaires.
3. Justifie que les points C, M et N sont alignés.

28 Sur la figure codée ci-dessous :
- RAT est un triangle rectangle en A ;
- I est le milieu de [RT].
Soit (𝒞) le cercle de centre I passant par R.

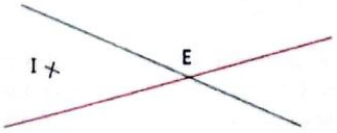


1. Justifie que les points A et T appartiennent au cercle (𝒞).
2. Justifie que les points A, R, S et T appartiennent à un même cercle que tu nommeras.

29 On donne la figure ci-dessous où les droites (D) et (Δ) se coupent en dehors de la feuille de papier en un point A.
On te propose de construire le triangle RLG pour lequel A est le centre du cercle circonscrit. Pour cela :
1. Place les points L et G tels que les droites (D) et (Δ) soient deux médiatrices des côtés de ce triangle.
2. Dis pourquoi, avec cette méthode, A est effectivement le centre du cercle circonscrit au triangle RLG.

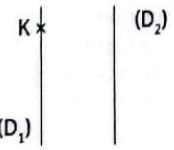


30 Reproduis la figure ci-dessous et construis le triangle GIM tel que E est le centre de son cercle circonscrit.



31 Construis un triangle SDF tel que :
- DF = 5,4 cm et SD = 6 cm ;
- Le centre O de son cercle circonscrit est tel que OD = 3,5 cm.

32



On donne la figure ci-dessus où :
- K est le centre du cercle circonscrit à un triangle MON ;
- (D_1) est la médiatrice du côté [ON] du triangle ;
- (D_2) est la hauteur du triangle MON passant par M.
1. Reproduis la figure et construis le triangle MON.
2. Donne ton programme de construction.

Situations d'évaluation

33 Le Maire d'une commune projette la construction d'un rond-point qui passe par la Mairie, le bureau de la poste et le centre culturel.
Son fils en classe de 5e qui connaît bien la ville, veut faire une esquisse du rond-point. Pour cela, il a marqué sur sa feuille de dessin, l'emplacement de chacun des lieux indiqués plus haut. Mais il n'arrive pas à trouver le centre du cercle représentant le rond-point pour pouvoir le tracer.
Aide-le.
On donne ci-dessous l'esquisse qu'il a faite.

M (Mairie)

(La Poste) P

C (Centre culturel)

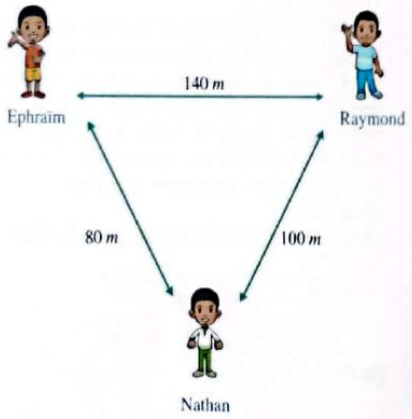
1. Décalque les emplacements des points M, C et P.
2. Construis les médiatrices de deux côtés du triangle MCP.
3. Marque le centre B du cercle représentant le rond-point et trace-le.



Scanné avec CamScanner

EXERCICES

34 Lors d'un jeu, Ephraïm, Nathan et Raymond sont placés à trois endroits différents.
Chacun d'eux possède un talkie-walkie.
Les talkies-walkies d'Ephraïm et de Raymond émettent dans un rayon de 60 m et celui de Nathan dans un rayon de 100 m.
Leur ami commun, Koffi, doit se placer à un endroit où les trois peuvent communiquer avec lui. Avant le jeu, ils veulent connaître la zone où Koffi pourrait se placer.
Le dessin ci-dessous indique la position de chaque enfant et la distance qui les sépare les uns des autres.



Aide-les à déterminer cette zone.
1. En utilisant les initiales de leurs noms, dessine le triangle ENR dont les sommets représentent les positions de Ephraïm, Nathan et Raymond.
2. Dessine les cercles (C_E), (C_N) et (C_R) représentant respectivement les zones d'émission des talkies-walkies d'Ephraïm, de Nathan et de Raymond.
3. Colorie en vert la zone où Koffi peut se placer. Justifie ta réponse.

NB : Tu prendras 1 cm pour 20 m

Coup de Pouce

25 Placer d'abord le point I, puis construire le cercle et enfin placer le point C sachant que BI = BC.

27 (NC) ⊥ (CH) et (MC) ⊥ (CH).
Donc N, C et M sont alignés.

29 Le centre du cercle circonscrit est le point d'intersection des médiatrices.

30 Il y a plusieurs solutions.
Le cercle de centre K coupe (D_2) en M.
Placer O et N tel que (D_1) soit la médiatrice de [ON].

Leçon 8

Angles



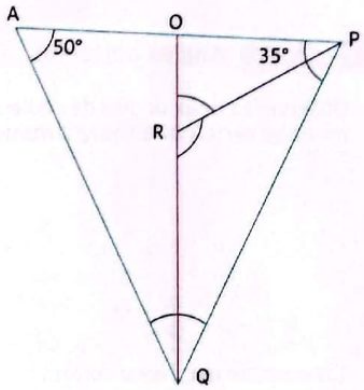
Les sommets d'une équerre forment un triangle.
Dans un triangle, il y a trois angles.

SITUATION D'APPRENTISSAGE

Sékou découvre lors de ses recherches sur Internet la figure ci-contre où les points O, R et Q sont alignés.
Il n'arrive pas à calculer les mesures des angles $\widehat{PRQ}$ et $\widehat{PRO}$.

Il sollicite ses camarades de classe. L'un d'eux affirme que ces deux angles sont supplémentaires et que la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.

Pour vérifier ces informations, ils décident d'étudier les angles supplémentaires, les angles adjacents et la somme des mesures des angles d'un triangle.



Scanné avec CamScanner

HABILETÉS ET CONTENUS

1 Angles adjacents

Identifier :
deux angles adjacents

Reconnaître :
deux angles adjacents

2 Angles complémentaires - Angles supplémentaires

Identifier :
- deux angles complémentaires
- deux angles supplémentaires

Reconnaître :
- deux angles complémentaires
- deux angles supplémentaires

Construire :
- un angle complémentaire à un angle donné
- un angle supplémentaire à un angle donné

Calculer :
- la mesure d'un angle complémentaire à un angle donné
- la mesure d'un angle supplémentaire à un angle donné

Justifier :
- que deux angles sont complémentaires
- que deux angles sont supplémentaires

3 Angles opposés par le sommet

Identifier :
deux angles opposés par le sommet

Reconnaître :
- deux angles opposés par le sommet
- deux angles de même mesure

Justifier :
que deux angles ont la même mesure

4 Somme des mesures des angles d'un triangle

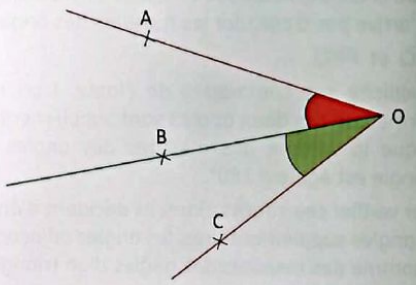
Connaître :
la propriété relative à la somme des mesures des angles d'un triangle

Déterminer :
la mesure d'un angle d'un triangle connaissant les mesures des deux autres

INSTALLATION DES HABILETÉS

Activité 1 Angles adjacents

Observe les deux angles de couleurs rouge et verte sur la figure ci-contre.



1. Complète le tableau suivant :

	Angle marqué en rouge	Angle marqué en vert
Nom		
Sommet		
Côtés		

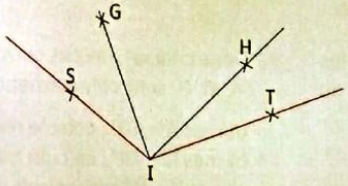
2. Les deux angles ont-ils le même sommet ?
3. Relève parmi les deux affirmations suivantes celle qui est correcte :
   - La demi-droite [OB) est située de part et d'autre des angles rouge et vert.
   - La demi-droite [OB) n'est pas située de part et d'autre des angles rouge et vert.

Synthèse

Deux angles qui ont le même sommet et un côté en commun qui les sépare sont adjacents.

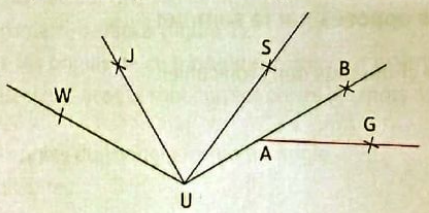
Exercices de fixation

1 Observe la figure suivante :



Détermine un angle adjacent à l'angle $\widehat{HIG}$.

2 Observe la figure et réponds par vrai ou par faux à chaque affirmation ci-dessous.



a) Les angles $\widehat{BUS}$ et $\widehat{BAG}$ sont adjacents.
b) Les angles $\widehat{BUS}$ et $\widehat{JUS}$ sont adjacents.
c) Les angles $\widehat{BUS}$ et $\widehat{WUJ}$ sont adjacents.

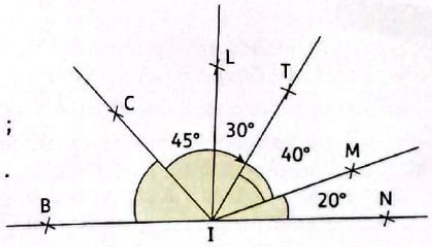
Activité 2 Angles complémentaires – Angles supplémentaires

Observe la figure ci-contre.

1. Complète les égalités suivantes :

mes $\widehat{MIN}$ = ... ; mes $\widehat{MIL}$ = ... ;

mes $\widehat{CIN}$ = ... ; mes $\widehat{BIC}$ = ...



Scanné avec CamScanner

2. Calcule les sommes suivantes :

mes $\widehat{BIC}$ + mes $\widehat{CIN}$ = ...

mes $\widehat{MIN}$ + mes $\widehat{MIL}$ = ...

Synthèse

- On dit que deux angles sont complémentaires lorsque la somme de leurs mesures est égale à 90°.
- On dit que deux angles sont supplémentaires lorsque la somme de leurs mesures est égale à 180°.

Exercices de fixation

1 Dans chacun des cas suivants, dis si les angles $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$ sont supplémentaires ou non.

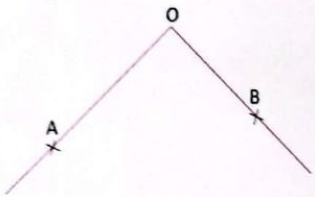
a) mes $\widehat{A}$ = 40° et mes $\widehat{B}$ = 50°.
b) mes $\widehat{A}$ = 132° et mes $\widehat{B}$ = 180°.
c) mes $\widehat{A}$ = 67° et mes $\widehat{B}$ = 113°.

2 Dans chacun des cas suivants, les angles $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$ sont complémentaires.

a) mes $\widehat{A}$ = 40° ; calcule mes $\widehat{B}$.
b) mes $\widehat{B}$ = 79° ; calcule mes $\widehat{A}$.
c) mes $\widehat{B}$ = 1° ; mes calcule mes $\widehat{A}$.

Activité 3 Angles opposés par le sommet

Reproduis la figure ci-dessous dans ton cahier.



1. a) Construis le point A' symétrique du point A par rapport au point O.
   b) Construis le point B' symétrique du point B par rapport au point O.
2. a) Vérifie avec tes instruments que les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{A'OB'}$ ont la même mesure.
   b) Justifie ta réponse.

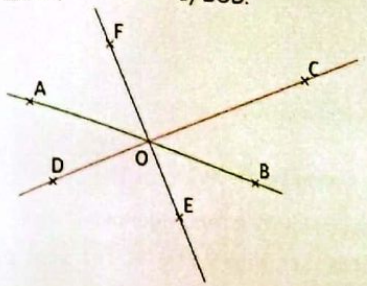
Synthèse

- Les côtés de l'angle $\widehat{B'OA}$ sont des demi-droites opposées aux côtés de l'angle $\widehat{BOA}$: on dit que les angles $\widehat{B'OA}$ et $\widehat{BOA}$ sont opposés par le sommet.
- Deux angles opposés par le sommet sont symétriques par rapport à ce sommet.

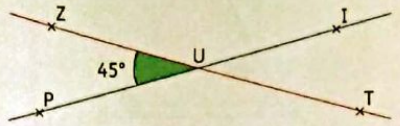
Exercices de fixation

1 Observe la figure ci-dessous. Les droites (AB), (CD) et (EF) sont sécantes en O. Cite les angles opposés par le sommet aux angles suivants :

a) $\widehat{AOD}$; b) $\widehat{BOF}$;
c) $\widehat{EOD}$; d) $\widehat{BOD}$.



2 Observe la figure suivante où (ZT) et (PI) sont des droites sécantes en U.



Détermine la mesure de l'angle $\widehat{IUT}$. Justifie ta réponse.

Activité 4 Somme des mesures des angles d'un triangle

1. Trace un grand triangle ABC sur une feuille de brouillon.
2. Colorie les angles comme ci-dessous (figure 1).
3. Découpe et assemble les angles de ce triangle comme, par exemple, sur la figure 2.
4. Recopie la phrase ci-dessous avec le mot correct parmi les mots suivants : **droit ; aigu ; plat ; obtus.**

L'assemblage des trois angles du triangle forme un angle ...

5. Complète l'égalité suivante :

mes $\widehat{A}$ + mes $\widehat{B}$ + mes $\widehat{C}$ = ...

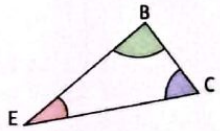


figure 1

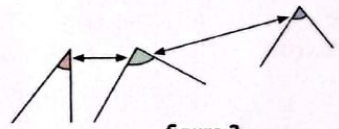


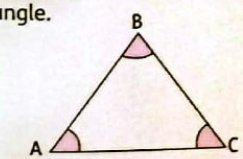
figure 2

Synthèse

Lorsqu'on additionne les mesures des trois angles d'un triangle, on obtient 180°.

Exercices de fixation

1 Observe la figure suivante. ABC est un triangle.

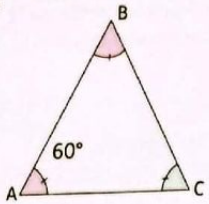


On note $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ les angles respectifs des sommets A, B et C du triangle ABC. Dans chacun des cas suivants, calcule la mesure de l'angle manquant.

a) mes $\widehat{A}$ = 52° ; mes $\widehat{B}$ = 74°.
b) mes $\widehat{B}$ = 131° ; mes $\widehat{C}$ = 27°.
c) mes $\widehat{A}$ = 90° ; mes $\widehat{C}$ = 45°.

Scanné avec CamScanner

2 Observe la figure suivante. ABC est un triangle.



On note $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ les angles respectifs des sommets A, B et C du triangle ABC. Parmi ces trois propositions, laquelle est vraie ?

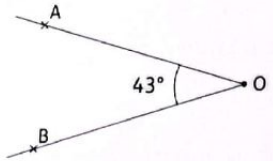
- mes $\widehat{A}$ + mes $\widehat{B}$ + mes $\widehat{C}$ = 60°.
- mes $\widehat{A}$ + mes $\widehat{B}$ + mes $\widehat{C}$ = 180° + 60°.
- mes $\widehat{A}$ + mes $\widehat{B}$ + mes $\widehat{C}$ = 180°.

APPRENTISSAGE DE LA RÉDACTION

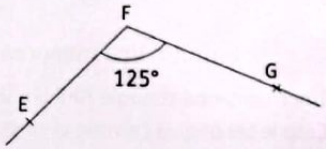
Exercice 1 Construire un angle supplémentaire à un angle donné

Dans chacun des cas, construis un angle qui est supplémentaire à l'angle donné.

1er cas : Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BON}$ sont supplémentaires.

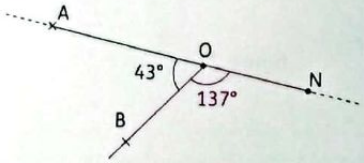


2e cas : Les angles $\widehat{EFG}$ et $\widehat{HIJ}$ sont supplémentaires.

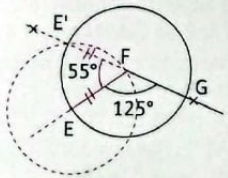


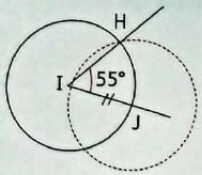
Corrigé

1er cas :
Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BON}$ sont supplémentaires ils ont le même sommet O et ont la demi-droite [OB) comme côté commun.
On a : mes $\widehat{AOB}$ + mes $\widehat{BON}$ = 180° et $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BON}$ sont adjacents.



2e cas :
On a : mes $\widehat{EFG}$ + mes $\widehat{HIJ}$ = 180° et $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BON}$ ne sont pas adjacents.





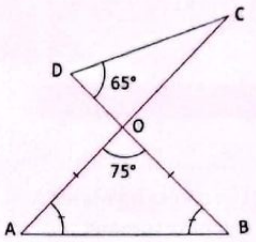
Méthode

1er cas :
- Tracer la droite (AO).
- Placer le point N tel que N ∈ (OA) et N ∉ [OA).
- Tracer l'angle $\widehat{BON}$.

2e cas :
- Tracer une demi-droite d'origine le point I.
- Placer le point J sur cette demi-droite telle que IJ = EF.
- Construire le point H, intersection des cercles de centre I de rayon IJ et de centre J et de rayon EE'.
- Tracer l'angle $\widehat{HIJ}$.

Exercice 2 Calculer la mesure d'un angle

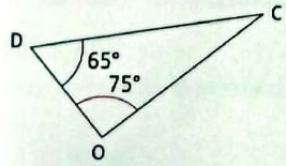
Dans la figure codée ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur, les droites (AC) et (BD) se coupent en O.
On donne : mes $\widehat{ODC}$ = 65° et mes $\widehat{AOB}$ =75°.



1. Donne la mesure de l'angle $\widehat{COD}$.
Justifie ta réponse.
2. Calcule les mesures des angles $\widehat{OAB}$; $\widehat{ABO}$ et $\widehat{OCD}$.

Corrigé

1. On a mes $\widehat{COD}$ = 75° car les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$ sont opposés par le sommet O, donc ont la même mesure.
2. Considérons le triangle AOB.
On a :
mes $\widehat{AOB}$ + mes $\widehat{OAB}$ + mes $\widehat{ABO}$ =180°.
75° + mes $\widehat{OAB}$ + mes $\widehat{ABO}$ = 180°.
mes $\widehat{OAB}$ + mes $\widehat{ABO}$ = 180° – 75°.
mes $\widehat{OAB}$ + mes $\widehat{ABO}$ = 105°.
Or les angles $\widehat{OAB}$ et $\widehat{ABO}$ ont la même mesure car AOB est un triangle isocèle.
Donc, mes $\widehat{OAB}$ = mes $\widehat{ABO}$ = $\frac{105°}{2}$.
mes $\widehat{OAB}$ = mes $\widehat{ABO}$ = 52,5°.
Considérons le triangle DOC.



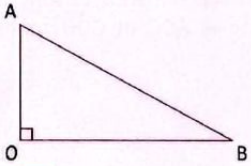
On a : 75° + 65° +mes $\widehat{OCD}$ = 180°
140° + mes $\widehat{OCD}$ = 180°
mes $\widehat{OCD}$ = 180° – 140°
mes $\widehat{OCD}$ = 40°.

Méthode

Pour calculer ou déterminer la mesure d'un l'angle, on peut :
- Vérifier sur la figure, ou par hypothèse si l'angle dont on veut calculer la mesure :
a) est opposé par son sommet à un angle dont on connaît une mesure.
b) est complémentaire à un angle dont on connaît une mesure.
c) est supplémentaire à un angle dont on connaît une mesure.
d) est l'un des angles d'un triangle où on connaît les mesures des autres angles.
- Calculer ou déterminer la mesure de l'angle.

Exercice 3 Justifier que deux angles sont complémentaires

Sur la figure codée ci-contre, le triangle AOB est rectangle en O.
Justifie que les angles $\widehat{OAB}$ et $\widehat{OBA}$ sont complémentaires.



Corrigé

On considère le triangle AOB rectangle en O.
On a mes $\widehat{AOB}$ = 90°.
mes $\widehat{OAB}$ + mes $\widehat{OBA}$ + 90° = 180°.
mes $\widehat{OAB}$ + mes $\widehat{OBA}$ = 180° – 90°.
mes $\widehat{OAB}$ + mes $\widehat{OBA}$ = 90°.

Méthode

Vérifier que la somme des mesures des deux angles est égale à 90°.

Donc, les angles $\widehat{OAB}$ et $\widehat{OBA}$ sont complémentaires.

Scanné avec CamScanner

Résumé de cours

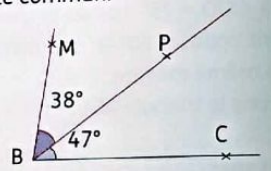
1 Angles adjacents

Définition

Deux angles adjacents sont deux angles qui ont :
- le même sommet ;
- un côté commun ;
- les deux angles sont situés de part et d'autre du côté commun.

Propriété

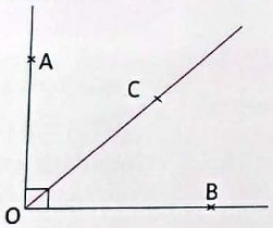
Les angles $\widehat{MBP}$ et $\widehat{PBC}$ sont adjacents.
On a : mes $\widehat{MBP}$ + mes $\widehat{PBC}$ = mes $\widehat{MBC}$.



2 Angles complémentaires – Angles supplémentaires

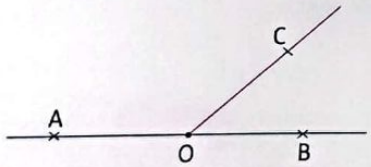
Angles complémentaires

Deux angles complémentaires sont deux angles dont la somme des mesures est égale à 90°. Les angles $\widehat{AOC}$ et $\widehat{BOC}$ sont complémentaires.



Angles supplémentaires

Deux angles supplémentaires sont deux angles dont la somme des mesures est égale à 180°. Les angles $\widehat{AOC}$ et $\widehat{COB}$ sont supplémentaires. A, O et B sont des points alignés.

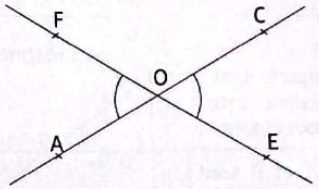


Résumé de cours

3 Angles opposés par le sommet

Définition

Deux angles opposés par le sommet sont des angles dont les côtés de l'un sont des demi-droites opposées aux côtés de l'autre.
Les droites (AC) et (EF) se coupent en O. Les angles $\widehat{AOF}$ et $\widehat{EOC}$ sont opposés par le sommet. Les angles $\widehat{AOE}$ et $\widehat{FOC}$ sont opposés par le sommet.



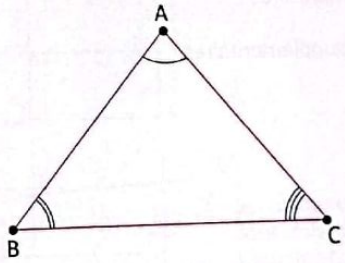
Propriété

Deux angles opposés par le sommet ont la même mesure.

4 Somme des mesures des angles d'un triangle

Propriété

Dans un triangle, la somme des mesures des angles est 180°.



mes $\widehat{A}$ + mes $\widehat{B}$ + mes $\widehat{C}$ = 180°

Scanné avec CamScanner

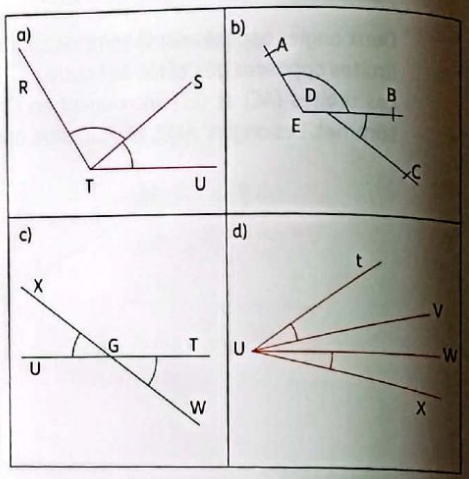
Exercices de renforcement

1 1. $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$ sont deux angles complémentaires.
Calcule mes $\widehat{B}$ dans chaque cas :
a) mes $\widehat{A}$ = 67°, donc mes $\widehat{B}$ = ...
b) mes $\widehat{A}$ = 3°, donc mes $\widehat{B}$ = ...
c) mes $\widehat{A}$ = 45°, donc mes $\widehat{B}$ = ...
2. $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$ sont deux angles supplémentaires.
Calcule mes $\widehat{B}$ dans chaque cas :
a) mes $\widehat{A}$ = 159°, donc mes $\widehat{B}$ = ...
b) mes $\widehat{A}$ = 90°, donc mes $\widehat{B}$ = ...
c) mes $\widehat{A}$ = 28°, donc mes $\widehat{B}$ = ...

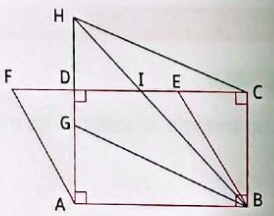
2 Complète le tableau ci-dessous.

mes $\widehat{A}$	mes $\widehat{B}$	Les angles $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$ sont
41°		complémentaires
75,3°	104,7°	
	29°	supplémentaires
32,64°	57,36°	

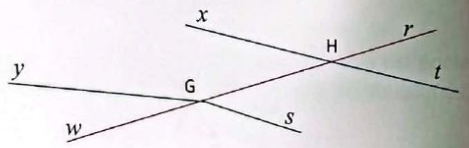
3 Dans chaque cas, précise si les angles marqués sont adjacents, ou opposés par le sommet, ou ni l'un ni l'autre.



4 À l'aide de la figure ci-contre, donne les noms de deux angles :
a) adjacents et complémentaires ;
b) adjacents et supplémentaires ;
c) non adjacents et supplémentaires ;
d) non adjacents et complémentaires ;
e) opposés par le sommet ;
f) opposés par le sommet et supplémentaires.



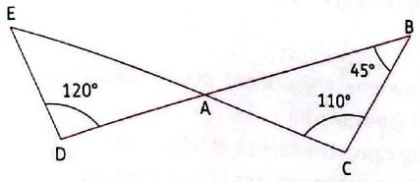
5 On donne la figure ci-contre.



Reproduis et coche les cases qui conviennent.

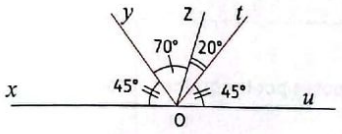
	Les angles	supplémentaires	adjacents	opposés par le sommet	aucun
1	$\widehat{yGw}$ et $\widehat{HGs}$ sont ...				
2	$\widehat{rHx}$ et $\widehat{tHw}$ sont ...				
3	$\widehat{yGw}$ et $\widehat{yGr}$ sont ...				
4	$\widehat{rHt}$ et $\widehat{xHG}$ sont ...				
5	$\widehat{sGw}$ et $\widehat{rHt}$ sont ...				

6 On donne la figure ci-dessous.



1. Calcule les mesures des angles inconnus des triangles BAC et DEA.
2. Fais une figure en vraie grandeur avec AC = 5 cm et AE = 6 cm.

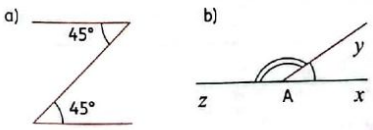
7 On donne la figure ci-dessous.

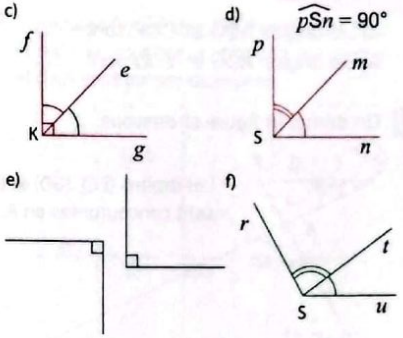


Coche les cases qui conviennent.

	Les angles	supplémentaires	adjacents	complémentaires
1	$\widehat{yOz}$ et $\widehat{zOt}$ sont ...			
2	$\widehat{xOy}$ et $\widehat{yOu}$ sont ...			
3	$\widehat{xOy}$ et $\widehat{tOu}$ sont			
4	$\widehat{yOu}$ et $\widehat{tOu}$ sont			
5	$\widehat{xOz}$ et $\widehat{zOt}$ sont ...			
5	$\widehat{xOt}$ et $\widehat{uOt}$ sont ...			

8 On donne les figures suivantes.

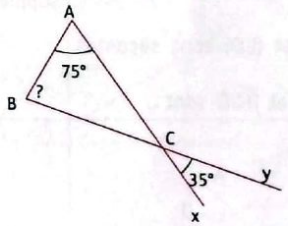




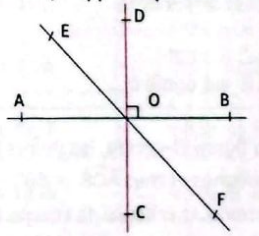
Pour chaque cas ci-dessous, précise la nature des angles marqués en mettant une croix dans la (ou les) case(s) correspondante(s)

	a.	b.	c.	d.	e.	f.
Angles adjacents						
Angles complémentaires						
Angles supplémentaires						

9 On donne la figure ci-dessous.
Calcule la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.



10 Sur la figure codée ci-dessous (AB), (CD) et (EF) sont trois droites sécantes en O.
Recopie et complète avec le mot qui convient : « complémentaires », « supplémentaires », « adjacents », « opposés par le sommet »

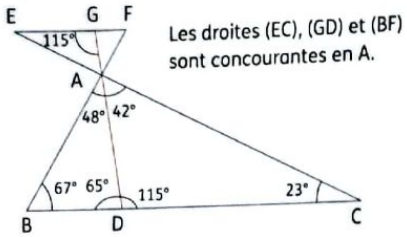


Scanné avec CamScanner

EXERCICES

a) Les angles $\widehat{AOC}$ et $\widehat{COF}$ sont .....
b) Les angles $\widehat{AOE}$ et $\widehat{EOD}$ sont .....
c) Les angles $\widehat{EOD}$ et $\widehat{COF}$ sont .....
d) Les angles $\widehat{EOB}$ et $\widehat{BOF}$ sont .....

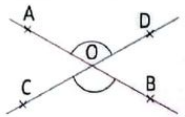
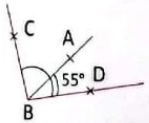
11 On donne la figure ci-dessous.



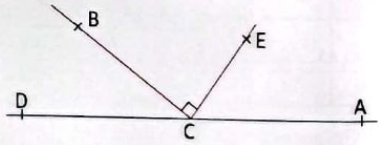
Les droites (EC), (GD) et (BF) sont concourantes en A.

Nomme, en justifiant, deux angles de la figure qui sont :
a) complémentaires et adjacents ;
b) complémentaires et non adjacents ;
c) supplémentaires et adjacents ;
d) supplémentaires et non adjacents.

12 Dans chaque cas choisis la bonne réponse.

		a	b	c
1	mes $\widehat{ABC}$ = 34° et mes $\widehat{DEF}$ =56°. Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{DEF}$ sont ...	adjacents	opposés par le sommet	complémentaires
2	 (AB) et (CD) sont sécantes en O. $\widehat{AOC}$ et $\widehat{BOD}$ sont ...	supplémentaires	opposés par le sommet	complémentaires
3	 mes $\widehat{ABD}$ = 55° mes $\widehat{CBD}$ = 85° mes $\widehat{ABC}$ est égal à ...	140°	30°	90°
4	ABC est un triangle. mes $\widehat{A}$ = 25° mes $\widehat{C}$ = 112° mes $\widehat{B}$ est égale à ...	180°	43°	137°

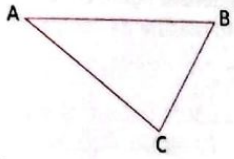
13 Sur la figure ci-contre, les points D, C et A sont alignés et mes $\widehat{ACE}$ = 60°.
Détermine la mesure de l'angle $\widehat{BCD}$.



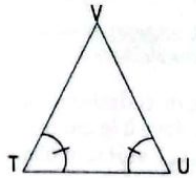
EXERCICES

14 Dans chacun des cas suivants, calcule la mesure de l'angle demandé.

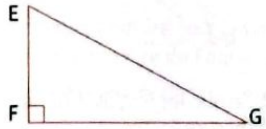
1er cas
mes $\widehat{A}$ =36° mes $\widehat{B}$ =54°. Calcule mes $\widehat{C}$.



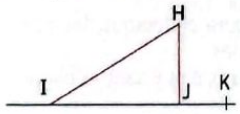
2ème cas
mes $\widehat{V}$ = 50°. Calcule mes $\widehat{T}$ et mes $\widehat{U}$.



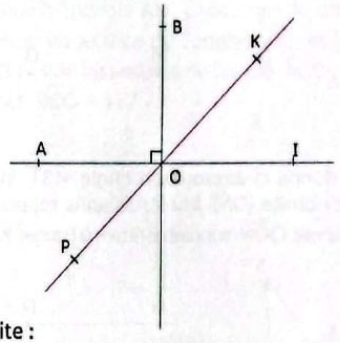
3ème cas
mes $\widehat{E}$ = 63,5°. Calcule mes $\widehat{G}$.



4ème cas
mes $\widehat{H}$ = 81,8° mes $\widehat{I}$ = 23°. Calcule mes $\widehat{HJK}$.

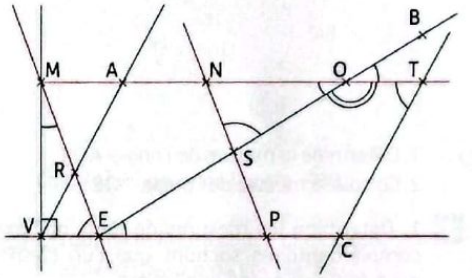


15 Observe la figure ci-après. Les droites (PK), (AI) et (BO) se coupent au point O, les droites (AI) et (BO) sont perpendiculaires.



Cite :
a) deux angles adjacents ;
b) deux angles supplémentaires ;
c) deux angles complémentaires ;
d) deux angles opposés par le sommet.

16 Sur la figure ci-dessous, les droites (ME) et (NP) sont parallèles et mes $\widehat{NOS}$ = mes $\widehat{PES}$.



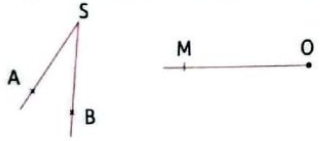
Reproduis le tableau et entoure la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Les angles $\widehat{NOS}$ et $\widehat{SOT}$ sont ...	adjacents	opposés par le sommet	de mesures différentes
Les angles $\widehat{NOS}$ et $\widehat{BOT}$ sont ...	adjacents	opposés par le sommet	de mesures différentes
Les angles suivants sont adjacents ...	$\widehat{VME}$ et $\widehat{VER}$	$\widehat{MVE}$ et $\widehat{AVE}$	$\widehat{MES}$ et $\widehat{SEP}$
Les angles suivants sont complémentaires ...	$\widehat{VME}$ et $\widehat{VER}$	$\widehat{MVA}$ et $\widehat{EVA}$	$\widehat{SOT}$ et $\widehat{BOT}$
Les angles suivants sont supplémentaires ...	$\widehat{MES}$ et $\widehat{VER}$	$\widehat{SOT}$ et $\widehat{BOT}$	$\widehat{NOS}$ et $\widehat{SEV}$
Les angles suivants sont opposés par le sommet ...	$\widehat{SEP}$ et $\widehat{VER}$	$\widehat{SOT}$ et $\widehat{NOB}$	$\widehat{EPS}$ et $\widehat{SPC}$

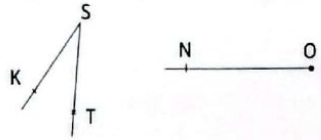
Scanné avec CamScanner

EXERCICES

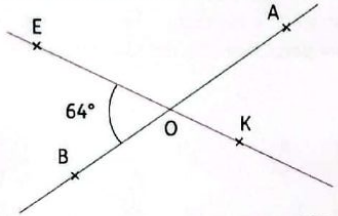
17 On donne ci-dessous un angle $\widehat{ASB}$ et une demi-droite [OM). Construis sans rapporteur, un angle $\widehat{MON}$ complémentaire à l'angle $\widehat{ASB}$.



18 On donne ci-dessous un angle $\widehat{KST}$ et une demi-droite [ON). Construis sans rapporteur, un angle $\widehat{QON}$ supplémentaire à l'angle $\widehat{KST}$.



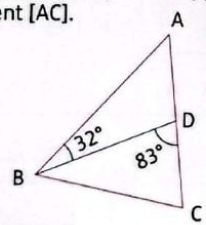
19 Sur la figure ci-dessous, les droites (AB) et (EK) sont sécantes en O et mes $\widehat{EOB} = 64°$.



1. Détermine la mesure de l'angle $\widehat{AOK}$.
2. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{AOE}$.

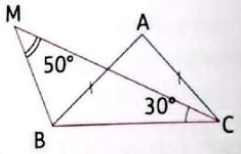
20 1. Détermine les mesures de deux angles complémentaires sachant que l'un d'eux est 8 fois plus grand que l'autre.
2. Détermine les mesures de deux angles supplémentaires sachant que l'un d'eux est 9 fois plus petit que l'autre.

21 Sur la figure ci-dessous, ABC est un triangle quelconque et le point D appartient au segment [AC].



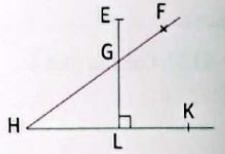
1. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{ADB}$.
2. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{BAD}$.
3. On suppose que le triangle ABC est isocèle en A.
Détermine la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$.

22 On considère la figure codée ci-dessous.
Calcule la mesure de l'angle $\widehat{ABM}$.



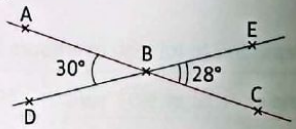
Exercices d'approfondissement

23 Sur la figure ci-dessous, la droite (EG) est perpendiculaire à la droite (HK) en L.
Les points G, F et H sont alignés.

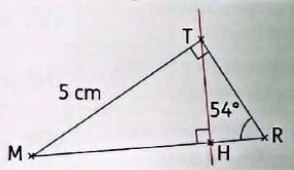


1. Justifie que les angles $\widehat{EGF}$ et $\widehat{HGL}$ ont la même mesure.
2. Justifie que les angles $\widehat{HGL}$ et $\widehat{FHK}$ sont complémentaires.

24 Sur la figure ci-dessous, les points A, B et C sont alignés.
Les points D, B et E sont-ils alignés ? Justifie la réponse.



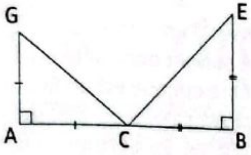
25 On considère la figure codée ci-dessous.



1. a) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{RMT}$.
b) Construis cette figure.
2. Calcule les mesures des angles $\widehat{HTM}$ et $\widehat{HTR}$.

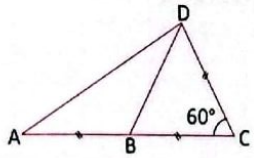
EXERCICES

26 Sur la figure codée ci-dessous, les points A, B et C sont alignés.



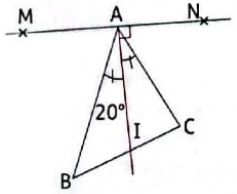
1. Justifie que la mesure de chacun des angles $\widehat{ECB}$ et $\widehat{GCA}$ est de 45°.
2. Justifie que les droites (EC) et (GC) sont perpendiculaires.

27 On considère la figure codée ci-dessous.



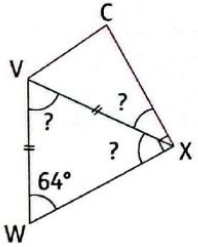
1. a) Justifie que le triangle BCD est un triangle équilatéral.
b) Détermine la nature du triangle BAD.
2. Détermine la mesure de l'angle $\widehat{ABD}$.
3. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{DAB}$.

28 On considère la figure codée ci-dessous.



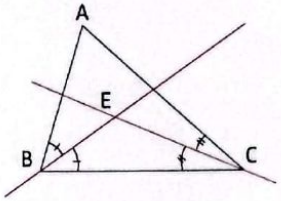
1. Calcule mes $\widehat{BAI}$ puis mes $\widehat{MAB}$.
2. Justifie que les angles $\widehat{MAB}$ et $\widehat{NAC}$ ont la même mesure.

29 On considère la figure codée ci-dessous.



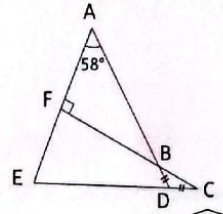
Détermine la mesure de chaque angle marqué par un point d'interrogation.

30 Dans le triangle ABC ci-dessous, la droite (BE) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ et la droite (CE) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ACB}$, mes $\widehat{BEC} = 122°$.



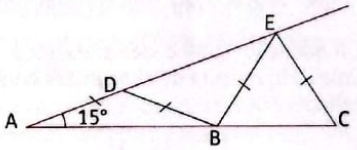
1. Calcule mes $\widehat{EBC}$ + mes $\widehat{ECB}$.
2. a) Calcule mes $\widehat{ABC}$ + mes $\widehat{ACB}$.
b) Déduis-en mes $\widehat{BAC}$.

31 On considère la figure codée ci-dessous.



Calcule la mesure de l'angle $\widehat{FED}$.

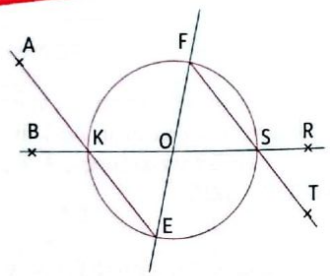
32 On donne la figure codée ci-dessous.
Calcule la mesure de l'angle $\widehat{BEC}$.



33 Observe la figure ci-après. Les segments [KS] et [EF] sont des diamètres du cercle de centre O.
Les points B, K, O, S et R sont alignés. A appartient à la droite (EK) et T appartient à la droite (FS).

Scanné avec CamScanner

EXERCICES

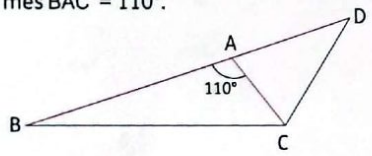


1. Complète le tableau suivant :

Points	K	E	F	S	O
Symétriques par rapport au point O					

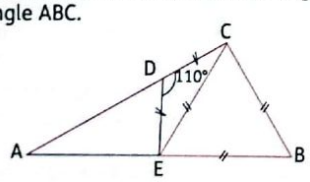
2. Justifie que : mes $\widehat{AKB}$ = mes $\widehat{RST}$.

34 La figure ci-dessous est telle que :
- les points A, B et D sont alignés ;
- les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACD}$ sont supplémentaires ;
- mes $\widehat{BAC}$ = 110°.



1. Justifie que : mes $\widehat{DAC}$ = 70° et mes $\widehat{ACD}$ = 70°.
2. Justifie que le triangle ACD est isocèle.
3. Sachant que mes $\widehat{BCA}$ = 50°, justifie que les angles $\widehat{BCA}$ et $\widehat{ADC}$ sont complémentaires.

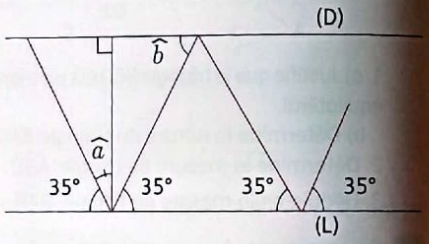
35 On donne la figure codée ci-dessous. Calcule la mesure de chacun des angles du triangle ABC.



Situation d'évaluation

36 Des élèves d'une classe de Cinquième ont lu le texte suivant dans une revue scientifique.
« Une fibre optique est un fil très fin en verre ou en plastique qui conduit la lumière et est utilisée dans la transmission de données (télévision, téléphone, internet). Dans une fibre optique, la lumière se propage en zigzag dû aux réflexions successives sur les bords, tels des miroirs. »

Sur la figure ci-dessous :
- Les droites (D) et (L) sont parallèles et représentent les bords d'une fibre optique.
- La ligne brisée en rouge représente un rayon de lumière dans une fibre.



Émerveillés par les informations contenues dans ce texte, ils décident de déterminer la mesure de l'angle $\widehat{b}$.
1. Détermine la mesure de l'angle $\widehat{a}$.
2. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{b}$.

Coup de Pouce

28 Les angles $\widehat{MAB}$ et $\widehat{BAI}$ sont complémentaires de même que les angles $\widehat{NAC}$ et $\widehat{CAI}$.
De plus, mes $\widehat{BAI}$ = mes $\widehat{CAI}$.

36 Justifie que $\widehat{a}$ et $\widehat{b}$ sont complémentaires.

Leçon 9

Figures symétriques par rapport à une droite



L'image ci-dessous représente le reflet d'un pélican dans l'eau.
Regarde attentivement et trace la droite qui partage l'image en deux formes identiques.

SITUATION D'APPRENTISSAGE



Logo

Le club littéraire de ton collège veut se doter d'un logo qui est représenté par la figure ci-contre. Dans la figure en dessous de la première, on a représenté l'une des deux étoiles.

Des élèves d'une classe de 5e décident de reproduire ce logo. Ils demandent l'aide de leur professeur de mathématiques qui leur fait savoir qu'il est possible de le faire en utilisant des propriétés de la leçon sur les figures symétriques par rapport à une droite.
Émerveillés, ils décident d'étudier les propriétés des figures symétriques par rapport à une droite pour réaliser une construction précise de la deuxième étoile.

Scanné avec CamScanner

HABILETÉS ET CONTENUS

1 Symétrique d'un point par rapport à une droite

Identifier :
le symétrique d'un point

Construire :
le symétrique d'un point

Justifier :
- qu'une droite est médiatrice d'un segment
- qu'un point est son propre symétrique

2 Symétrique d'une figure par rapport à une droite

Identifier :
- les symétriques de points alignés
- le symétrique d'une droite
- le symétrique d'un segment
- le symétrique du milieu d'un segment
- le symétrique d'un angle
- le symétrique d'un cercle

Connaître : les propriétés relatives
- aux symétriques de points alignés
- au symétrique d'un segment
- au symétrique d'un angle
- au symétrique d'une droite
- au symétrique d'un cercle
- au symétrique du milieu d'un segment
- au symétrique de deux droites perpendiculaires
- au symétrique de deux droites parallèles

Construire :
- le symétrique d'une droite
- le symétrique d'un segment
- le symétrique d'un angle
- le symétrique de deux droites perpendiculaires
- le symétrique de deux droites parallèles
- le symétrique d'un cercle
- le symétrique du milieu d'un segment

Justifier :
- que deux segments sont symétriques
- que des points sont alignés
- qu'une droite donnée est son propre symétrique
- qu'un point appartient à un segment, une demi-droite, une droite, un cercle
- que deux segments ont la même longueur
- que deux angles ont même mesure
- que deux droites sont parallèles
- que deux droites sont perpendiculaires
- qu'un point est milieu d'un segment

3 Axe(s) de symétrie d'une figure

Identifier :
- le(s) axe(s) de symétrie d'une figure
- une figure admettant un axe de symétrie

Justifier :
qu'un point est élément d'une figure donnée en utilisant un axe de symétrie

INSTALLATION DES HABILETÉS

Activité 1 Symétrique d'un point par rapport à une droite

Reproduis la figure ci-dessous dans ton cahier.

A ×

× O

1. Construis le symétrique B du point A par rapport au point O.

2. Trace la droite (D) perpendiculaire à la droite (AB) passant par le point O.

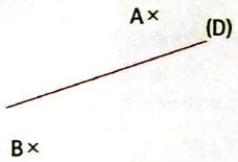
3. Dis ce que représente la droite (D) pour le segment [AB].

Synthèse

- Deux points sont symétriques par rapport à une droite signifie que cette droite est la médiatrice du segment formé par ces points.
- Un point qui est sur une droite est son propre symétrique par rapport à cette droite.
- Pour construire le symétrique M' d'un point M par rapport à (D), on construit la perpendiculaire à (D) passant par M puis on place le point M' tel que (D) soit la médiatrice du segment [MM'].

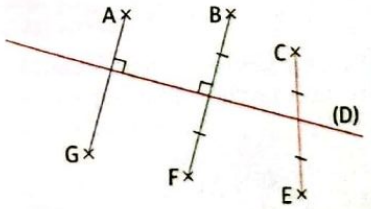
Exercices de fixation

1 Observe la figure ci-dessous.



Reproduis et construis les points :
- E symétrique du point A par rapport à la droite (D).
- F symétrique du point B par rapport à la droite (D).

2 Observe la figure et réponds par vrai ou par faux à chacune des affirmations ci-dessous.

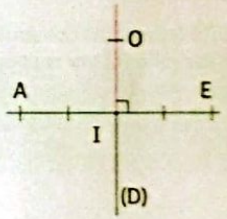


1. Le point A est le symétrique du point G par rapport à la droite (D).

2. Les points B et F sont symétriques par rapport à la droite (D).

3. Le point E est le symétrique du point C par rapport à la droite (D).

3 Observe la figure ci-dessous et choisis la bonne réponse à chacune des affirmations suivantes (en l'entourant) :



1. Le symétrique du point A par rapport à la droite (D) est le point :

•I •A •O •E

2. Le symétrique du point I par rapport à la droite (D) est :

•I •A •O •E

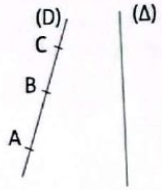
Scanné avec CamScanner

Activité 2 Symétrique d'une figure par rapport à une droite

1 Symétriques de points alignés, d'une droite

On donne la figure ci-dessous où les points A, B et C sont sur la droite (D).

1. Reproduis la figure et construis les symétriques A', B' et C' des points A, B et C par rapport à (Δ).
2. Recopie et complète la phrase suivante par le mot qui convient :
Les points A, B et C sont ..... et les symétriques A', B' et C' des points A, B et C par rapport à (Δ) sont aussi .....
3. On note (D') la droite qui passe par A' et B'.
Soit M un point quelconque de (D) et N' un point de (D').
   a) Construis le symétrique M' de M par rapport à (Δ).
   b) Construis le symétrique N de N' par rapport à (Δ).
   c) Recopie et complète chacune des phrases suivantes par le mot qui convient.
   • Le point M' .....à la droite (D').
   • Le point N .....à la droite (D).

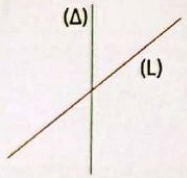


Synthèse

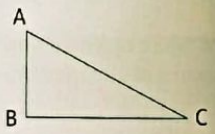
- Les symétriques de trois points alignés sont trois points alignés.
- Le symétrique d'une droite est une droite.
- Pour construire le symétrique d'une droite il suffit de construire les symétriques de deux points de cette droite.

Exercices de fixation

1 Reproduis la figure puis construis le symétrique de la droite (L) par rapport à (Δ).

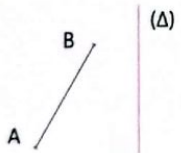


2 Reproduis la figure puis construis le symétrique de la droite (AC) par rapport à (AB).



2 Symétrique d'un segment par rapport à une droite

1. Reproduis la figure ci-dessous.



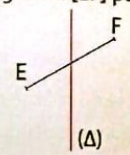
2. a) Construis les symétriques A', B' des points A et B par rapport à (Δ).
   b) Construis le symétrique M' d'un point M de [AB] par rapport à (Δ).
   c) Construis le symétrique N d'un point N' de [A'B'] par rapport à (Δ).
3. Compare à l'aide d'un compas les distances AB et A'B'.

Synthèse

- Le symétrique d'un segment par rapport à une droite est un segment de même longueur.
- Pour construire le symétrique d'un segment, il suffit de construire les symétriques des extrémités de ce segment.

Exercices de fixation

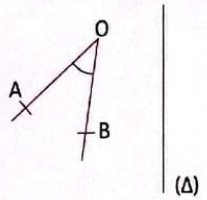
1 Reproduis la figure et construis le symétrique du segment [EF] par rapport à (Δ)



2 Le segment [E'F'] est le symétrique du segment [EF] par rapport à une droite (Δ).
EF = 5 cm.
Donne la distance E'F' et justifie ta réponse.

3 Symétrique d'un angle par rapport à une droite

1. Reproduis la figure ci-dessous et construis les symétriques O', A', et B' des points O, A et B par rapport à (Δ).



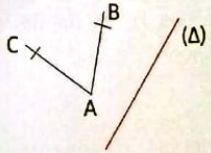
2. Compare les mesures des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{A'O'B'}$.

Synthèse

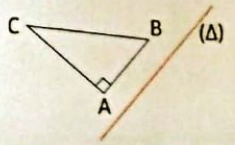
- Le symétrique d'un angle par rapport à une droite est un angle de même mesure.
- Pour construire le symétrique d'un angle, il suffit de construire le symétrique du segment et d'un point de chacun des côtés de cet angle.

Exercices de fixation

1 Reproduis la figure ci-dessous et construis le symétrique $\widehat{B'A'C'}$ de l'angle $\widehat{BAC}$ par rapport à la droite (Δ).



2 1. Reproduis la figure ci-dessous et construis le symétrique $\widehat{C'A'B'}$ de l'angle $\widehat{CAB}$ de mesure 90° par rapport à la droite (Δ).

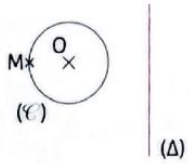


2. Justifie que (A'B') est perpendiculaire (A'C').

Scanné avec CamScanner

4 Symétriques d'un cercle par rapport à une droite

1. Reproduis la figure ci-dessous où (𝒞) est un cercle de centre O et de rayon 2 cm et M un point de (𝒞).



(Δ)

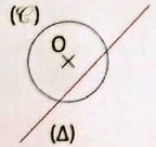
2. a) Construis le symétrique O' du point O par rapport à (Δ).
   b) Construis le symétrique M' du point M par rapport à (Δ).
3. Soit (𝒞') le cercle de centre O' passant par M'.
   a) Construis le symétrique N d'un point N'de (𝒞') distinct de M'par rapport à (Δ).
   b) Compare les rayons des deux cercles.

Synthèse

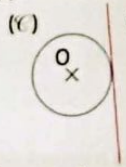
- Le symétrique d'un cercle par rapport à une droite est un cercle de même rayon.
- Pour construire le symétrique d'un cercle il suffit de construire le symétrique de son centre et d'un point du cercle.

Exercices de fixation

1 Reproduis la figure ci-dessous et construis le symétrique (𝒞') du cercle (𝒞) par rapport à la droite (Δ).



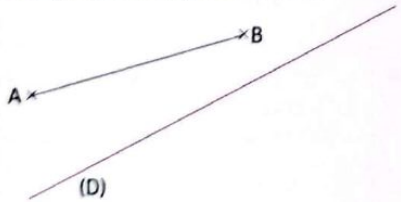
2 1. Reproduis la figure ci-dessous et construis le symétrique (𝒞') du cercle (𝒞) de rayon 2,5 cm par rapport à la droite (Δ).



2. Détermine le rayon du cercle (𝒞').

5 Symétrique du milieu d'un segment par rapport à une droite

Observe la figure ci-dessous où [AB] est un segment de longueur de 4 cm.



1. Construis le segment [A'B'] symétrique du segment [AB] par rapport à la droite (D).
2. Place le point N milieu du segment [AB].
3. Construis le point M symétrique du point N par rapport à la droite (D).
4. Dis ce que représente le point M pour le segment [A'B']. (Vérifie avec tes instruments).

Synthèse

Le symétrique du milieu d'un segment est le milieu du symétrique de ce segment.

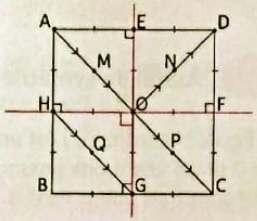
Exercices de fixation

1 Complète avec les mots ou groupe de mots suivants :

« symétrique », « milieu », « un segment », « une droite ».

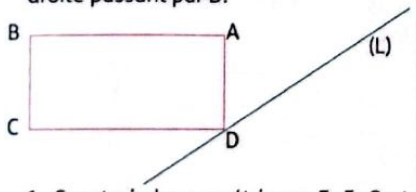
Le ..... du ..... d'..... par rapport à ..... est le milieu du symétrique de ce segment.

2 Observe la figure ci-après. ABCD est un carré.
Réponds à chacune des questions suivantes.
a) Quel est le symétrique du point H par rapport à la droite (EG) ?
b) Quel est le symétrique du point G par rapport à la droite (HF) ?
c) Quel est le symétrique du point M par rapport à la droite (EG) ?
d) Quel est le symétrique du point M par rapport à la droite (BD) ?
e) Quel est le symétrique du point N par rapport à la droite (AC) ?



6 Symétriques de deux droites perpendiculaires, de deux droites parallèles

Reproduis la figure ci-dessous dans ton cahier. ABCD est un rectangle et (L) une droite passant par D.



1. Construis les symétriques E, F, G et H des points respectifs A, B, C et D par rapport à (L).

2. a) Justifie que le quadrilatère EFGH est un rectangle.
(Utiliser les propriétés sur les longueurs et les angles).

b) (AB) et (CD) étant parallèles, justifie que leurs symétriques sont parallèles.

c) (AB) et (BC) étant perpendiculaires, justifie que leurs symétriques sont perpendiculaires.

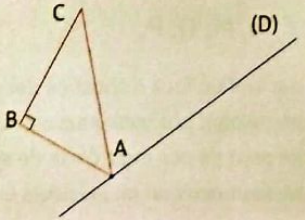
Synthèse

- Lorsque deux droites sont parallèles, leurs symétriques par rapport à une droite sont parallèles.
- Lorsque deux droites sont perpendiculaires, leurs symétriques par rapport à une droite sont perpendiculaires.

Exercices de fixation

1 ABC est un triangle rectangle en B et A ∈ (D).
1. Reproduis la figure et construis :
- C' le symétrique de C par rapport à (D) ;
- B' le symétrique de B par rapport à (D) ;

2. Justifie que les droites (AB') et (C'B') sont perpendiculaires.

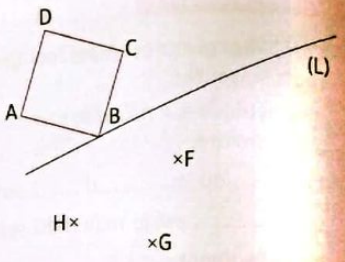


Scanné avec CamScanner

2 Observe la figure ci-contre. ABCD est un carré, B ∈ (L). H, F et G sont les symétriques respectifs des points A, C et D par rapport à la droite (L).

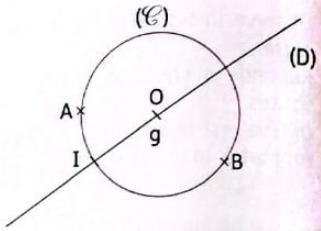
Réponds par vrai ou faux à chacune des affirmations :

- Les droites (BF) et (HG) sont parallèles.
- Les droites (HG) et (HB) sont perpendiculaires.
- Les droites (FG) et (HG) ne sont pas perpendiculaires.



Activité 3 Axe(s) de symétrie d'une figure

Sur la figure ci-contre, (𝒞) est un cercle de centre O et (D) une droite passant par le point O. A, B et I sont trois points de (𝒞).



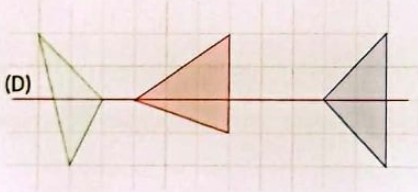
1. Construis les points :
   - E, symétrique du point A par rapport à la droite (D).
   - F, symétrique du point B par rapport à la droite (D).
2. Place le symétrique du point I par rapport à la droite (D).
3. Indique la position du symétrique par rapport à la droite (D) d'un point pris sur le cercle.
4. Dis ce que représente la droite (D) pour le cercle (𝒞).

Synthèse

La droite (D) est un axe de symétrie du cercle (𝒞).

Exercices de fixation

1 Donne la couleur du triangle qui admet la droite (D) comme axe de symétrie.



2 Parmi les lettres suivantes, écris celle(s) qui admette(nt) un axe de symétrie :

A, D, E, F, G, M, Q, P.

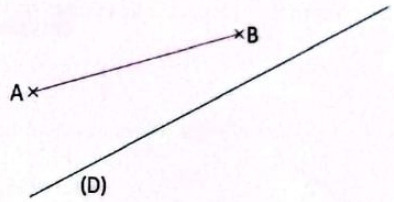
3 Réponds par vrai ou faux à chacune des affirmations.

- Une figure ne peut pas avoir plusieurs axes de symétries.
- Une figure peut ne pas avoir d'axe de symétrie.
- Une figure peut avoir un ou plusieurs axes de symétrie.

APPRENTISSAGE DE LA RÉDACTION

Exercice 1 Utiliser les symétriques pour raisonner

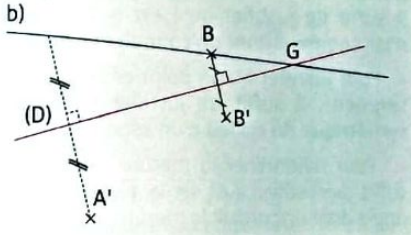
1. Reproduis la figure ci-contre et construis les points A' et B', symétriques respectifs des points A et B par rapport à la droite (D). La droite (AB) coupe la droite (D) en G.
2. a) Justifie que la droite (D) est la médiatrice du segment [BB'].
   b) Place le point G.
   c) Détermine le symétrique de G par rapport à la droite (D), justifie ta réponse.
3. Justifie que les droites (BG) et (B'G) sont symétriques par rapport à (D).
4. Justifie que A' appartient à la droite (B'G).



Corrigé

1. Voir figure.
2. a) B et B' sont symétriques par rapport à la droite (D) donc la droite (D) est la médiatrice du segment [BB'].

b)



c) G appartient à la droite (D) donc le symétrique du point G par rapport à la droite (D) est le point G lui-même.

3. Par rapport à la droite (D) on a :
- B est le symétrique de B'.
- G est le symétrique de G.

Donc les droites (BG) et (B'G) sont symétriques par rapport à (D).

4. Récapitulons les données de l'exercice dans le tableau de correspondance suivant :

Points	A'	B'	G
Symétriques par rapport à la droite (D)	A	B	G

Or, le point A appartient à (BG) donc le point A' appartient (B'G).

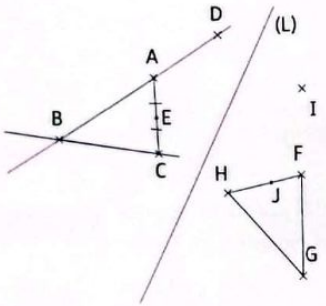
Méthode

- Pour justifier qu'une droite est médiatrice d'un segment, il faut :
  - Vérifier sur la figure ou dans les hypothèses que les extrémités du segment sont symétriques par rapport à la droite.
  - Conclure.
- Vérifier la position du point G par rapport à la droite (D) et connaître la propriété qui dit que si un point est sur une droite, alors il est son propre symétrique par rapport à cette droite.
- Pour justifier que deux droites non confondues sont symétriques par rapport à une autre droite, il faut montrer que les symétriques de deux points pris sur l'une des deux droites sont symétriques de deux points de l'autre.

Scanné avec CamScanner

Exercice 2 **Utiliser les propriétés des symétriques de figures simples pour raisonner**

Dans la figure codée ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur, les points F, G, H, I et J sont les symétriques respectifs des points A, B, C, D et E par rapport à la droite (L).



On donne BC = 5 cm et mes $\widehat{ABC} = 30°$.

1. Démontre que les points I, F et G sont alignés.
2. Détermine la longueur du segment [GH].
3. Justifie que le point J est le milieu du segment [FH].
4. Détermine la mesure de l'angle $\widehat{FGH}$.

Corrigé

1. Récapitulons les données de l'exercice dans le tableau de correspondance suivant :

Points	Symétriques par rapport à la droite (L)
A	F
B	G
C	H
D	I
E	J

Or, les points D, A, B sont alignés donc les points I, F et G sont alignés.

2. D'après le tableau de correspondance des symétriques par rapport à la droite (L), on a :
- G est le symétrique de B.
- H est le symétrique de C.

Donc les segments [GH] et [BC] sont symétriques et ont la même longueur.
Or, BC = 5cm donc GH = 5cm.

3. D'après le tableau de correspondance des symétriques par rapport à la droite (L), on a :
- J est le symétrique de E.
- F est le symétrique de A.
- H est le symétrique de C.

Or, E est le milieu du segment [AC] (figure codée) donc J est le milieu du segment [FH].

4. D'après le tableau de correspondance des symétriques par rapport à la droite (L), on a :
- F est le symétrique de A.
- G est le symétrique de B.
- H est le symétrique de C.

Or, l'angle $\widehat{ABC}$ mesure 30° donc l'angle $\widehat{FGH}$ mesure 30°.

Méthode

- Pour justifier que trois points sont alignés, il suffit de justifier qu'ils sont les symétriques de trois points alignés.
- Pour déterminer la longueur d'un segment, il suffit de justifier qu'il est le symétrique d'un segment dont on connaît la longueur.
- Pour justifier qu'un point est milieu d'un segment, il suffit de justifier qu'il est le symétrique du milieu d'un segment.
- Pour déterminer la mesure d'un angle, il suffit de justifier qu'il est le symétrique d'un angle dont on connaît la mesure.

Résumé de cours

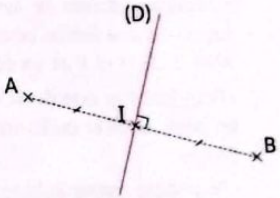
1 Symétrie d'un point par rapport à une droite

Définition

Deux points A et B sont symétriques par rapport à une droite (D) **signifie que** (D) est la médiatrice du segment [AB].
Chaque point de la droite (D) est **son propre symétrique**.

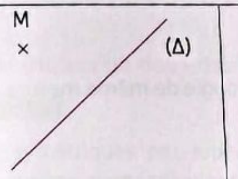
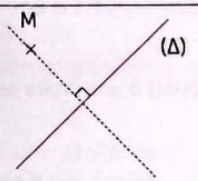
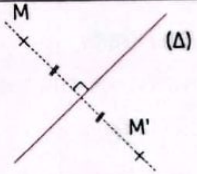
Méthode

- Pour justifier qu'un point est son propre symétrique par rapport à une droite, il faut justifier que ce point appartient à cette droite.
- Pour justifier qu'une droite est médiatrice d'un segment, il faut montrer que les points extrémités du segment sont symétriques par rapport à la droite.



(D) ⊥ (AB) et AI = IB

- Construction symétrique dun point

		
Le point M et la droite (Δ) sont donnés ou construits.	Trace la perpendiculaire à la droite (Δ) passant par M.	Place le point M' tel que (Δ) soit la médiatrice du segment [MM'].

2 Symétrique d'une figure par rapport à une droite

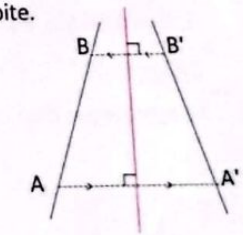
1. Symétrique de points alignés, d'une droite par rapport à une droite

Propriétés

- Si des points sont alignés, alors leurs symétriques par rapport à une droite sont alignés.
- Le symétrique d'une droite par rapport à une droite est une droite.

Méthode

Pour construire le symétrique d'une droite, il suffit de construire les symétriques de deux points de cette droite puis tracer la droite passant par ces deux symétriques.



Scanné avec CamScanner

2. Symétrique d'un segment par rapport à une droite

Propriété

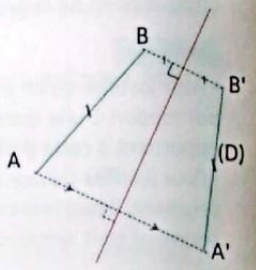
Le symétrique d'un segment par rapport à une droite est un segment de même longueur.

Méthode

• Pour construire le symétrique d'un segment [AB] par rapport à une droite, on construit les symétriques respectifs A' et B' de A et B et on construit le segment [A'B'].

• Pour justifier que deux segments ont la même longueur, on peut justifier qu'ils sont symétriques par rapport à une droite.

• Pour déterminer la longueur d'un segment, on peut justifier qu'il est le symétrique par rapport à une droite d'un segment dont on connaît la longueur.



3. Symétrique d'un angle par rapport à une droite

Propriété

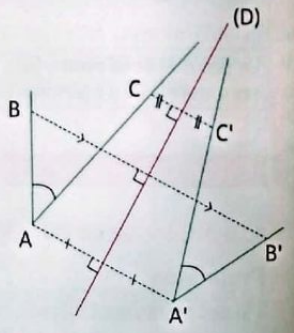
Le symétrique d'un angle par rapport à une droite est un angle de même mesure.

Méthode

• Pour construire le symétrique d'un angle $\widehat{BAC}$ par rapport à une droite, on construit les symétriques respectifs A', B' et C' des points A, B et C puis on construit l'angle $\widehat{B'A'C'}$.

• Pour justifier que deux angles ont la même mesure, on peut justifier qu'ils sont symétriques par rapport à une droite.

• Pour déterminer la mesure d'un angle, on peut justifier qu'il est le symétrique par rapport à une droite d'un angle dont on connaît une mesure.



4. Symétrique d'un cercle par rapport à une droite

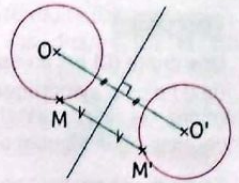
Propriété

Le symétrique d'un cercle par rapport à une droite est un cercle de même rayon.

Méthode

• Pour justifier que deux cercles sont symétriques par rapport à une droite, on peut justifier que leurs centres sont symétriques et qu'ils ont le même rayon.

• Pour construire le symétrique d'un cercle, il suffit de construire le symétrique de son centre et d'un point du cercle puis achever la construction.



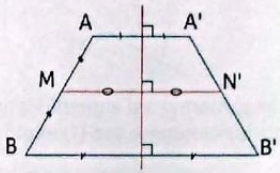
5. Symétrique du milieu d'un segment

Propriété

Le symétrique du milieu d'un segment par rapport à une droite est le milieu du symétrique de ce segment.

Méthode

Pour justifier qu'un point est milieu d'un segment, on peut justifier qu'il est le symétrique du milieu d'un segment connu.

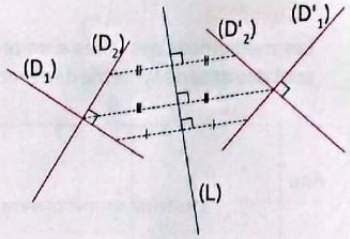


6. Symétriques de deux droites perpendiculaires et de deux droites parallèles

Propriétés

• Les symétriques par rapport à une droite de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpendiculaires.

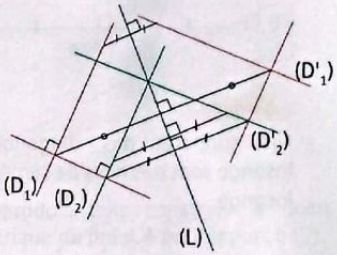
• Les symétriques par rapport à une droite de deux droites parallèles sont deux droites parallèles.



Méthode

• Pour justifier que deux droites sont perpendiculaires, on peut justifier qu'elles sont les symétriques par rapport à une droite de deux droites perpendiculaires.

• Pour justifier que deux droites sont parallèles, on peut justifier qu'elles sont les symétriques par rapport à une droite de deux droites parallèles.



Scanné avec CamScanner

Résumé de cours

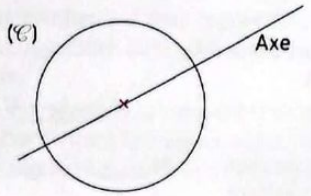
3 Axes de symétrie d'une figure

Définition

Une droite (D) est un axe de symétrie d'une figure (F) signifie que chaque point de (F) a pour symétrique par rapport à (D) un point de (F).

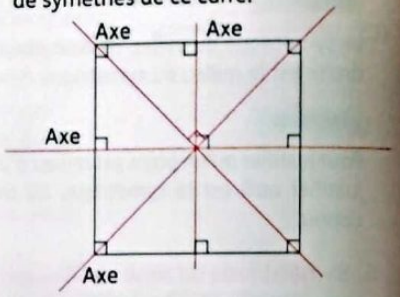
Exemple

Toute droite passant par le centre d'un cercle est un axe de symétrie du cercle.



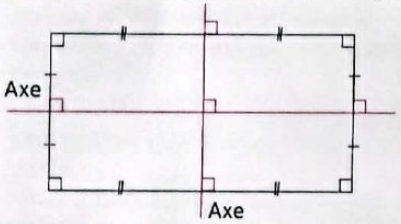
Exemple

Les médiatrices des côtés et les supports des diagonales d'un carré sont des axes de symétries de ce carré.



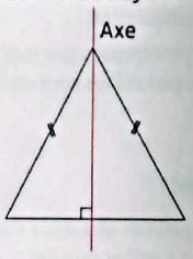
Exemple

Les médiatrices des côtés d'un rectangle sont des axes de symétrie de ce rectangle.



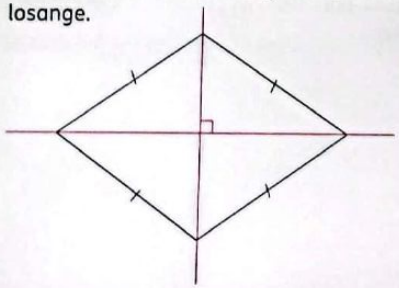
Exemple

La médiatrice de la base d'un triangle isocèle est son axe de symétrie.



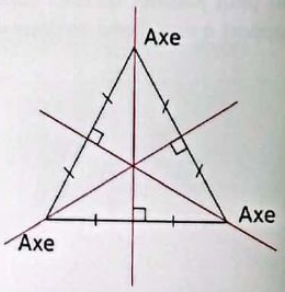
Exemple

Les supports des diagonales d'un losange sont des axes de symétrie de ce losange.



Exemple

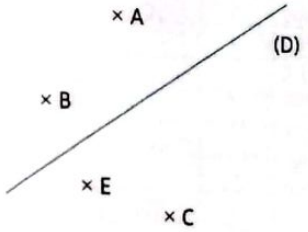
Un triangle équilatéral à trois axes de symétrie qui sont les médiatrices de ses côtés.



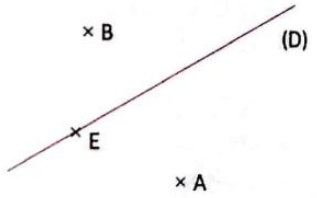
EXERCICES

Exercices de renforcement

1 Reproduis et construis les symétriques des points A, B, C et E par rapport à la droite (D).

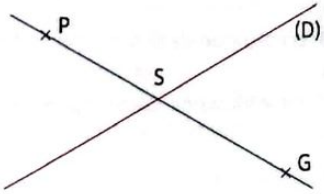


2 Observe la figure ci-dessous.
Les points A et B sont symétriques par rapport à la droite (D) et E un point appartenant à la droite (D).



1. Justifie que la droite (D) est la médiatrice du segment [AB].
2. Reproduis et construis le symétrique du point E par rapport à la droite (AB).

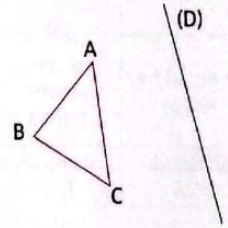
3 Observe la figure ci-dessous.



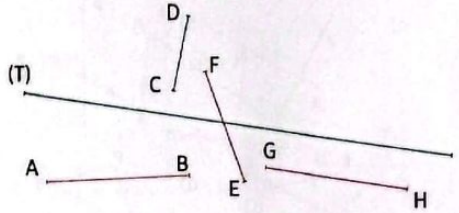
1. Reproduis et construis les points E et T symétriques de P et G par rapport à (D).
2. Justifie que S appartient au segment [ET].

4 (D) et (L) sont deux droites sécantes en I. La droite (L') est le symétrique de la droite (L) par rapport à la droite (D).
Justifie que les droites (D) et (L') sont sécantes en I.

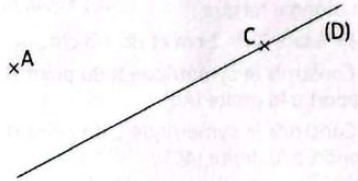
5 Reproduis et construis le triangle EFG symétrique du triangle ABC par rapport à (D).



6 Reproduis puis construis les symétriques par rapport à la droite (T) des segments suivants :



7 Observe la figure suivante :



1. Reproduis puis construis le point B, symétrique du point A par rapport à (D).
2. Justifie que le triangle ABC est isocèle en C.
3. Justifie que les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{CBA}$ ont la même mesure.

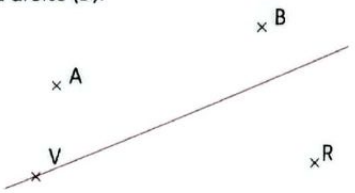
Scanné avec CamScanner

EXERCICES

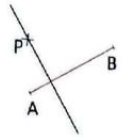
8 Donne le nombre d'axes de symétrie de chaque figure :

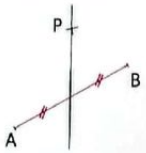
a. Un rectangle ; b. Un losange ;
c. Un carré ; d. Un triangle isocèle ;
e. Un triangle équilatéral ; f. Un cercle.

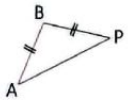
9 Reproduis et construis le symétrique de chacun des points A, B, V et R par rapport à la droite (D).

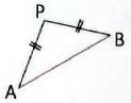


10 Sur chacune des figures ci-dessous, dis si P est sur l'axe de symétrie de [AB].
Justifie ta réponse.

a) 

b) 

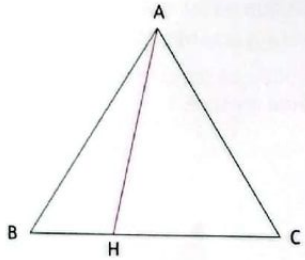
c) 

d) 

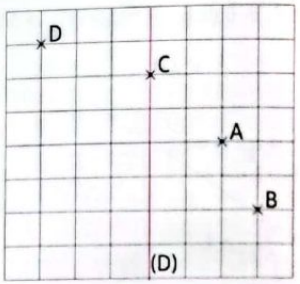
11 Reproduis la figure ci-dessous où ABC est un triangle tel que :

AH = 4 cm, BH = 2 cm et HC = 3 cm.

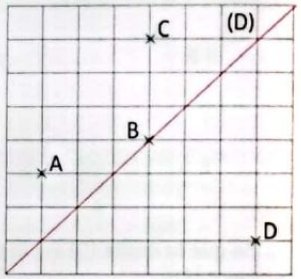
1. Construis le symétrique K du point H par rapport à la droite (AB).
2. Construis le symétrique L du point H par rapport à la droite (AC).
3. Les points K et L sont-ils symétriques par rapport à (AH) ? Justifie ta réponse.



12 Reproduis et place à l'aide du quadrillage les symétriques des points A, B, C et D par rapport à la droite (D).

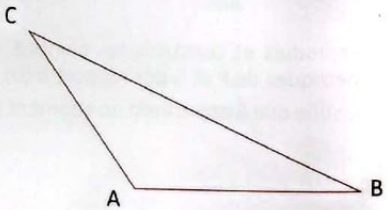


13 Reproduis et place à l'aide du quadrillage les symétriques des points A, B, C et D par rapport à la droite (D).



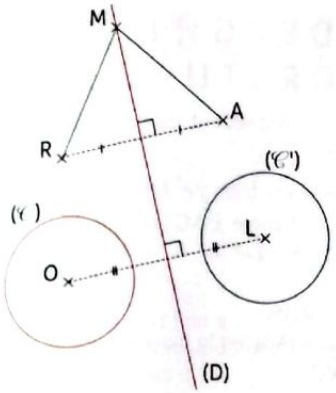
14 a) Trace un triangle ABC comme ci-dessous.
b) Construis les points :

- A' symétrique de A par rapport à la droite (BC) ;
- B' symétrique de B par rapport à la droite (AC) ;
- C' symétrique de C par rapport à la droite (AB).



EXERCICES

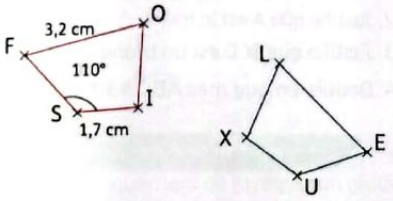
15 On donne la figure codée ci-dessous :



Pour chaque ligne, choisis la réponse juste.

	a	b	c
1. Le point de la figure qui est son propre symétrique par rapport à la droite (D) est :	M	R	O
2. Le symétrique de R par rapport à (D) est :	L	O	A
3. (𝒞) et (𝒞') sont symétriques par rapport à (D) donc ils :	ont le même centre	ont le même rayon	n'ont pas le même rayon
4. La droite (D) est l'axe de symétrie :	du cercle (𝒞)	du cercle (𝒞')	du triangle RMA

16 Les deux figures ci-dessous sont symétriques par rapport à une droite (D) qui a été effacée.

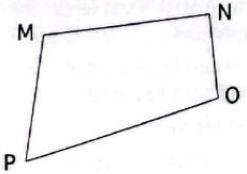


1. Reproduis et complète le tableau suivant :

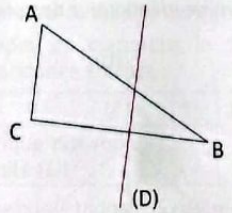
Points	S	O	I	F
Symétriques par rapport à la droite (D)				

2. Donne la longueur du segment [LE].
Justifie ta réponse.
3. Donne l'angle dans le quadrilatère LEUX qui mesure 110°. Justifie ta réponse.

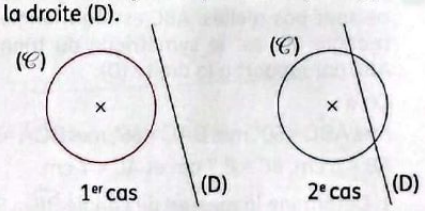
17 Reproduis et construis le symétrique du quadrilatère MNOP par rapport à la droite (MO).

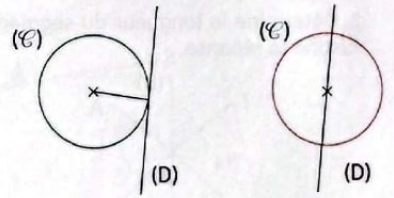


18 Reproduis et construis le symétrique du triangle ABC par rapport à la droite (D).



19 Dans chacun des cas de figure, reproduis et construis le symétrique de (𝒞) par rapport à la droite (D).

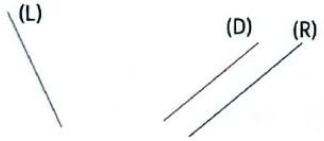




Scanné avec CamScanner

20 Sur la figure suivante (D) et (R) sont deux droites parallèles. (L) est une droite sécante à (D) et à (R). Reproduis la figure dans ton cahier.

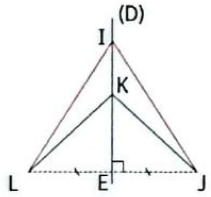
1. Reproduis puis construis les droites (D') et (R'), symétriques respectifs des droites (D) et (R) par rapport à la droite (L).
2. Justifie que (D') et (R') sont parallèles.



21 La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur. IJK est un triangle.

On donne : IJ = 10 cm, JK = 8 cm, IK = 7 cm et KE = 5,5 cm.

1. Justifie que les points L et J sont symétriques par rapport à la droite (D).
2. Détermine la longueur des segments [IL] et [KL].

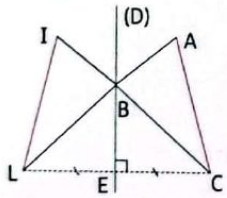


22 On donne la figure ci-après. Les grandeurs ne sont pas réelles. ABC est un triangle, le triangle BIL est le symétrique du triangle ABC par rapport à la droite (D).

On a :

mes $\widehat{ABC}$ = 60°, mes $\widehat{BAC}$ = 86°, mes $\widehat{BCA}$ = 34°, AB = 6 cm, BC = 8.7 cm et AC = 7 cm.

1. Détermine la mesure de l'angle $\widehat{BIL}$. Justifie ta réponse.
2. Détermine la longueur du segment [IL]. Justifie ta réponse.



23 Observe les lettres de l'alphabet français présentées ci-dessous.

A B C D E F G H I J K L M
N O P Q R S T U V W X Y Z

Cite celles qui possèdent au moins un axe de symétrie.

24 On considère un triangle ABC, (AI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$, tel que I ∈[BC]. Soit A' le symétrique de A par rapport à la droite (BC).

1. Fais une figure.
2. Justifie que (A'I) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BA'C}$

25 ABC est un triangle rectangle en A tel que BC = 2AC.

Soit D le symétrique de C par rapport à (AB).

1. Fais une figure.
2. Justifie que A est le milieu du segment [CD].
3. Justifie que BCD est un triangle équilatéral
4. Déduis-en que mes $\widehat{ABC}$ =30°.

Exercices d'approfondissement

26
1. Construis un triangle ABC isocèle en A tel que AB = 6 cm et BC = 4 cm.
2. Construis l'axe de symétrie (D) de ce triangle.
3. Construis le point E symétrique de A par rapport à (BC). Justifie que E ∈ (D).
4. Donne la nature de la droite (D) pour le quadrilatère ABEC.
5. Donne la nature de la droite (BC) pour le quadrilatère ABEC.
6. Donne la nature du quadrilatère ABEC, Justifie ta réponse.

27 Sur la figure ci-après, O est le milieu du segment [AB]. (𝒞) est le cercle de centre O et de rayon OA.

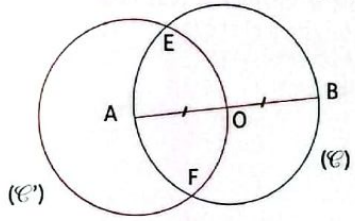
(𝒞') est le cercle de centre A et de rayon AO. (𝒞) et (𝒞') sont sécantes en E et F.

1 . Donne les symétriques de :

- (𝒞) par rapport à la droite (AB).
- (𝒞') par rapport à la droite (AB).

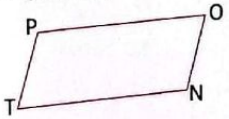
2. a) Justifie que le quadrilatère AEOF est un losange.

b) Justifie que les segments [AE] et [OF] sont symétriques par rapport à la droite (AB).

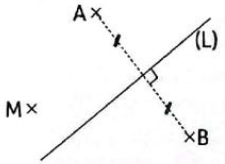


28 Reproduis la figure ci-dessous dans ton cahier. Le quadrilatère PONT est un parallélogramme.

1. Construis les points R et S symétriques respectifs des points T et O par rapport à la droite (PN).
2. Justifie que le quadrilatère PRNS est un parallélogramme.



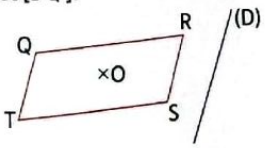
29 Reproduis la figure ci-dessous dans ton cahier. À l'aide uniquement de la règle non graduée, construis le point N symétrique du point M par rapport à la droite (L).



30 Sur la figure ci-après, le quadrilatère RSTQ est un parallélogramme de centre O.

Reproduis la figure sur ton cahier.

1. Construis les points O', R', S', T' et Q' symétriques respectifs des points O, R, S, T et Q par rapport à la droite (D).
2. Justifie que O' est le milieu des segments [R'T'] et [S'Q'].



31 ABC est un triangle rectangle en A tel que : BC = 3,5 cm. Soit (D) la droite qui coupe la droite (BC) en O.

M, N et P sont respectivement, les symétriques de A, B et C par rapport à (D).

1. Fais une figure.
2. Détermine en justifiant, la longueur de NP.
3. Justifie que le triangle MNP est rectangle en M.
4. Justifie que les points N, P et O sont alignés.
5. I est le milieu du segment [BC].
   a) Construis le point J symétrique de I par rapport à (D).
   b) Justifie que J est le milieu de [NP].
6. Soit (𝒞) le cercle de centre I et de rayon BI.

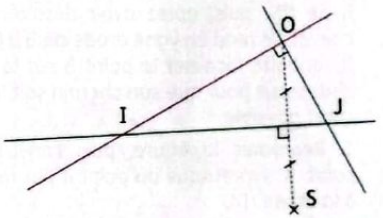
Détermine et construis le symétrique du cercle (𝒞) par rapport à (D).

32 Sur la figure ci-dessous les droites (OI) et (OJ) sont perpendiculaires et la droite (IJ) est la médiatrice du segment [OS].

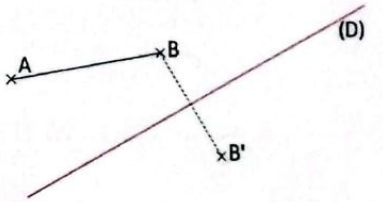
1. Recopie et complète le tableau de correspondance suivant :

Points	S	J	I	O
Symétrique par rapport à la droite (IJ)				

2. Justifie que le triangle ISJ est rectangle en S.



33 Soit la figure ci-dessous.



Scanné avec CamScanner

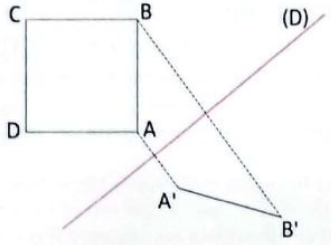
EXERCICES

On suppose que B et B' sont symétriques par rapport à la droite (D).

1. Reproduis la figure et construis le symétrique de A par rapport à (D) en n'utilisant que la règle non graduée et le compas.

2. Donne ton programme de construction.

34 Explique comment on peut utiliser les propriétés pour construire le symétrique du carré ABCD dès que l'on connaît le symétrique de l'un des côtés comme l'indique la figure ci-contre.

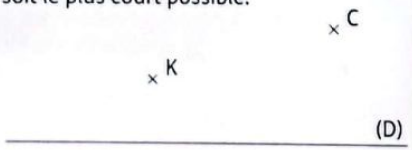


Situations d'évaluation

35 Un cavalier situé en K veut aller faire boire son cheval à la rivière représentée par la droite (D), avant de rejoindre sa maison au point C. Il avance tout droit jusqu'à un point B de (D), puis, après avoir désaltéré son cheval, se rend en ligne droite de B à C.
Il souhaite localiser le point B sur la carte ci-dessous pour que son chemin soit le plus court possible.

1. Reproduis la figure, puis construis le point K' symétrique du point K par rapport à la droite (D).

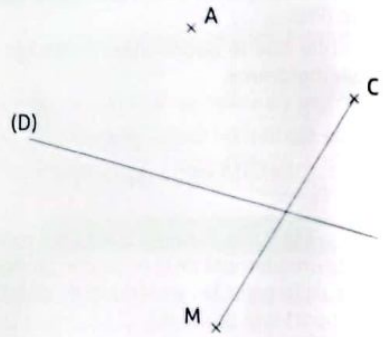
2. Place le point B où le cavalier doit atteindre la rivière pour que son chemin soit le plus court possible.



36 La figure ci-dessous donne les positions des habitations de Mory (M), Ange (A) et de leur grand-mère dame Camara (C). La droite (D) représente un cours d'eau rectiligne. [MC] est le chemin le plus court que parcours Mory pour aller à la rivière, puiser de l'eau et le porter à sa grand-mère qui ne peut plus se déplacer.
Ange, qui aide aussi sa grand-mère à avoir de l'eau, veut avoir un parcours plus rapide que celui de son cousin, pour cela il t'apporte ce plan pour que tu l'aides.

1. Construis le point A' symétrique du point A par rapport à la droite (D), puis trace le chemin le plus court que recherche Ange.

2. Donne une réponse à la préoccupation d'Ange.



Coup de Pouce

29 M étant l'intersection des droites (AM) et (BM), N sera l'intersection de leurs symétriques.

35 Le segment [K'C] représente le plus court chemin.
Il faut placer B de sorte qu'on ait :
K'C = KB + BC.

Leçon 10

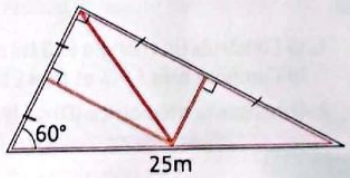
Triangles



Un triangle est un polygone à trois côtés.
Le mot polygone vient du grec polus et gônia (nombreux angles).

SITUATION D'APPRENTISSAGE

Le Conseil Scolaire des Délégués des Élèves (CSDE) de ton établissement est chargé de créer un jardin botanique. Au cours d'une réunion, il a été retenu d'aménager le jardin dans un coin de la cour de l'établissement avec six allées droites le bordant et le partageant suivant l'esquisse codée ci-contre. Afin de faciliter les travaux sur le sol, les élèves décident de faire un plan du jardin, puis de déterminer les mesures des angles de la figure obtenue.



Scanné avec CamScanner

HABILETÉS ET CONTENUS

1 Triangles particuliers

Construire :
- un triangle isocèle
- un triangle équilatéral
- un triangle rectangle

Justifier :
- qu'un triangle est isocèle
- qu'un triangle équilatéral
- qu'un triangle rectangle

2 Droites particulières d'un triangle

Identifier :
- les axes de symétrie des triangles particuliers
- les droites particulières d'un triangle

Connaître :
- les propriétés relatives aux mesures d'angles dans un triangle
- les caractéristiques des triangles particuliers à partir des axes de symétries, des mesures des angles, des droites particulières

Reconnaître :
- les axes de symétrie des triangles particuliers
- les droites particulières des triangles particuliers
- des triangles particuliers à partir des axes de symétrie, des mesures des angles, des droites particulières

Construire :
- les droites particulières des triangles particuliers
- les axes de symétries des triangles particuliers
- la bissectrice d'un angle en utilisant la règle et le compas

3 Inégalité triangulaire

Connaître :
la propriété de l'inégalité triangulaire

INSTALLATION DES HABILETÉS

Activité 1 Triangles particuliers

1 Triangle isocèle

1. a) Construis un triangle EFG tel que EF = EG = 6 cm et FG = 4 cm.
   b) Compare mes $\widehat{EFG}$ et mes $\widehat{EGF}$.
2. Construis la médiatrice (D) de [FG].

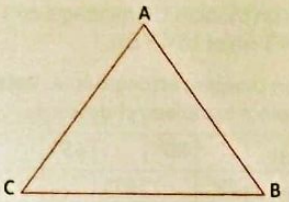
Synthèse

- Le triangle EFG est isocèle en E.
- Si un triangle est isocèle, alors la droite qui joint le sommet principal au milieu de la base est un axe de symétrie de ce triangle.

Cet axe de symétrie est :
- la médiatrice de la base ;
- la bissectrice de l'angle au sommet.

Exercices de fixation

1. Construis un triangle ASI isocèle en I tel que : AS = 5 cm et SI = 3 cm.
2. La figure ci-contre est un triangle. Recopie chaque phrase et remplace les pointillés par l'une des expressions suivantes : *sommet du triangle ABC ; côté du triangle ABC, sommet opposé.*
   a) A est le ..... au côté [BC].
   b) B est un ..... .
   c) [AC] est un ..... .



3. Construis un triangle MPN tel que la médiatrice du côté [MP] passe par le sommet N. Justifie que le triangle MPN est isocèle.

2 Triangle équilatéral

1. Construis un triangle équilatéral ABC.
2. Construis la médiatrice de chacun des côtés du triangle ABC. Justifie que ces médiatrices sont des axes de symétries du triangle ABC.

Synthèse

Dans un triangle équilatéral, les médiatrices des côtés sont des axes de symétries de ce triangle.

Exercices de fixation

1. Construis un triangle BPC équilatéral tel que : BP = 5 cm.
2. EFG est un triangle tel que :
   EF = FG = EG = 4 cm. Construis ce triangle.
3. 1. Construis un triangle ABC tel que :
   AB = BC = AC.
   2. Construis, si c'est possible les axes de symétrie du triangle ABC et précise le nombre d'axes trouvés.
   3. Identifie la nature du triangle ABC.

3 Triangle rectangle

1. Trace un triangle ABC, rectangle en A. Comment appelle-t-on le côté [BC] ?
2. a) Dans ce triangle, quel angle connait-on ? Quelle est sa mesure ?
   b) Déduis la somme des mesures des angles aigus du triangle ABC.

Synthèse

- Le plus long côté du triangle rectangle est appelé hypoténuse.
- Dans un triangle rectangle, les deux angles aigus sont complémentaires.

Scanné avec CamScanner

Exercices de fixation

1. Construis un triangle TIC rectangle en T tel que : TC = 3 cm et IC = 5 cm.
2. ABC est un triangle rectangle en A. Recopie puis complète le tableau ci-dessous.

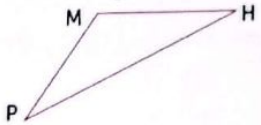
Mes $\widehat{B}$ est :		60°		45°
Mes $\widehat{C}$ est :	28°		67°	

3. Construis un triangle ABC rectangle en C tel que la longueur du côté [AB] soit 7cm et mes $\widehat{A}$ = 60°.
Donne la mesure de l'angle $\widehat{B}$.

Activité 2 Droites particulières d'un triangle

1 Médiatrices d'un triangle

Trace les médiatrices du triangle HMP.

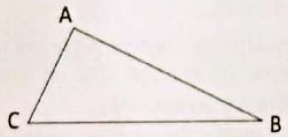


Synthèse

Un triangle a trois médiatrices et ces trois médiatrices se coupent en un même point.

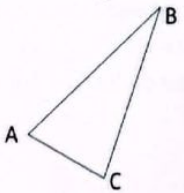
Exercice de fixation

Reproduis et trace les médiatrices du triangle ABC ci-dessous.



2 Hauteurs d'un triangle

Trace les hauteurs du triangle BAC.

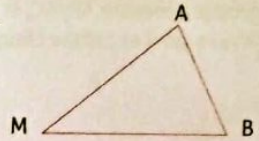


Synthèse

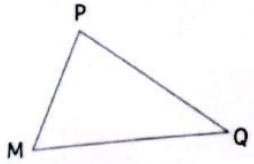
Un triangle a trois hauteurs et ces trois hauteurs se coupent en un même point.

Exercice de fixation

Reproduis et trace les hauteurs du triangle ABM.



3 Médianes d'un triangle



Sur la figure ci-contre, PMQ est un triangle.
Trace les médianes.

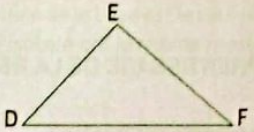
Synthèse

Un triangle a trois médianes et ces trois médianes se coupent en un même point.

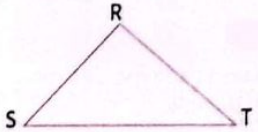
Exercice de fixation

On donne la figure ci-contre.

Trace les médianes du triangle EFD.



4 Bissectrices d'un triangle



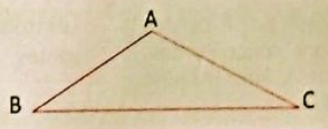
1. Trace les bissectrices des angles du triangle RTS ci-dessus.
2. Quelle remarque peux-tu faire concernant les trois bissectrices que tu viens de tracer ?

Synthèse

Un triangle possède trois bissectrices et ces trois bissectrices se coupent en un même point.

Exercice de fixation

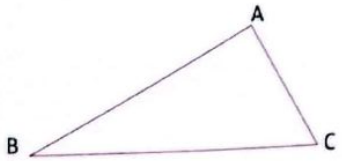
Trace les bissectrices du triangle ABC ci-contre.



Scanné avec CamScanner

Activité 3 Inégalité triangulaire

1. Avec ta règle graduée mesure AB, AC, et BC.
2. Complète par < ou > ou = et justifie chaque réponse.



AC ... AB + BC car ..... .
AB ... AC + BC car ..... .
BC ... AB + AC car ..... .

Synthèse

MNP est un triangle.
- MN < MP + NP ; MP < MN + NP et NP < MN + MP.
- Ces relations sont appelées inégalités triangulaires.

Exercice de fixation

Soit E, F, et G trois points. Dans les trois cas ci-dessous, cite les cas où EFG est un triangle.

Cas 1 : EF = 2, EG = 4 et FG = 7 ;
Cas 2 : EF = 2, EG = 3 et FG = 5 ;
Cas 3 : EF = 4, EG = 3 et FG = 5.

APPRENTISSAGE DE LA RÉDACTION

Exercice 1 Justifier qu'un triangle est isocèle

ABC est un triangle tel que : mes $\widehat{A}$ = 59 ; mes $\widehat{B}$ = 62.
Justifie que le triangle ABC est isocèle en B.

Corrigé

mes $\widehat{A}$ + mes $\widehat{B}$ + mes $\widehat{C}$ = 180.

mes $\widehat{A}$ + mes $\widehat{B}$ = 121 donc mes $\widehat{C}$ = 59.

mes $\widehat{C}$ = mes $\widehat{A}$ donc le triangle ABC est isocèle en B.

Méthode

Utiliser la somme des mesures des angles d'un triangle.

Exercice 2 Justifier que deux droites sont perpendiculaires

ABC est un triangle. La hauteur issue de B et la hauteur issue de C se coupent en un point K.
Justifie que la droite (AK) est perpendiculaire à la (BC).

Corrigé

La hauteur issue de A passe par K car les hauteurs d'un triangle sont concourantes. (AK) est la hauteur issue de A. Ainsi (AK) est perpendiculaire à droite (BC).

Méthode

Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes.

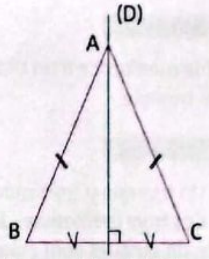
Résumé de cours

1 Triangle Particuliers

1. Triangle isocèle

Définition

Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur.



Dans ce triangle, [BC] est la base et A est le sommet principal.

Conséquences

Si ABC est un triangle isocèle, de sommet principal A, alors le segment [BC] est appelé la base.
AB = AC.

Présentation

Dans la figure ci-contre, la droite (D) partage le triangle ABC en deux triangles superposables.

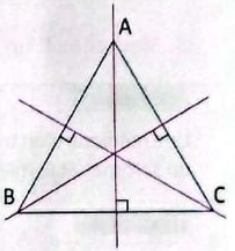
Propriétés

- Dans un triangle isocèle, la médiatrice de la base est le seul axe de symétrie de ce triangle.
- Les angles à la base d'un triangle isocèle ont la même mesure.

2. Triangle équilatéral

Définition

Un triangle équilatéral est un triangle qui a ses trois côtés de même longueur.



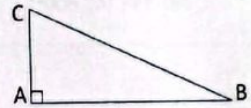
Propriétés

- Dans un triangle équilatéral, les médiatrices des côtés sont les axes de symétries de ce triangle.
- Les angles d'un triangle équilatéral ont la même mesure, c'est-à-dire 60°.

3. Triangle rectangle

Définition

Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit. Le côté opposé à l'angle droit est appelé hypoténuse.



Propriété

Dans un triangle rectangle, les deux angles aigus sont complémentaires.

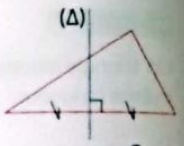
Scanné avec CamScanner

2 Droites particulières d'un triangle

1. Médiatrice d'un triangle

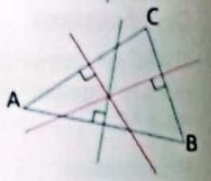
Définition

Une médiatrice d'un triangle est la médiatrice d'un côté de ce triangle.



Propriétés

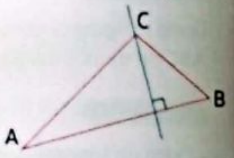
- Un triangle a trois médiatrices.
- Ces trois médiatrices se coupent en un même point. On dit qu'elles sont concourantes.



2. Hauteurs d'un triangle

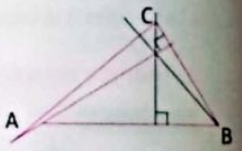
Définition

Une hauteur d'un triangle est une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au support du côté opposé à ce sommet.



Propriétés

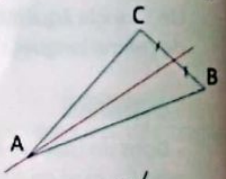
- Un triangle a trois hauteurs.
- Ces trois hauteurs sont concourantes.



3. Médianes d'un triangle

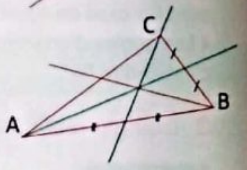
Définition

Une médiane d'un triangle est une droite qui passe par un sommet et le milieu du côté opposé à ce sommet.



Propriétés

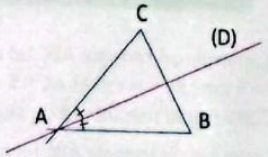
- Un triangle a trois médianes.
- Ces trois médianes sont concourantes.



4. Bissectrice d'un triangle

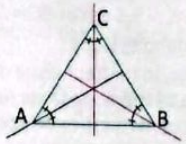
Définition

Une bissectrice d'un triangle est une bissectrice d'un angle de ce triangle.



Propriétés

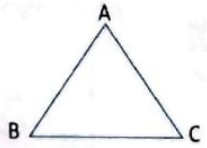
- Un triangle a trois bissectrices.
- Ces trois bissectrices sont concourantes.



3 Inégalité triangulaire

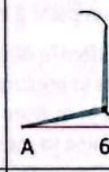
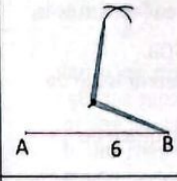
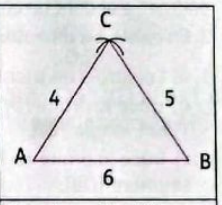
Propriété

Dans un triangle, la longueur d'un côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.



$BC < AB + AC$
$AC < AB + BC$
$AB < AC + BC$

Construction d'un triangle ABC tels que : AB = 6 ; AC = 4 et BC = 5

			
Trace [AB].	Trace un arc de cercle de centre A et de rayon 4.	Trace un arc de cercle de centre B et de rayon 5.	C est le point d'intersection des 2 arcs. Trace [AC] et [BC].

Scanné avec CamScanner

EXERCICES

Exercices de renforcement

1 1. Construis un triangle ABC tel que AB = 5 cm ; BC = 4 cm et AC = 6 cm.
2. Construis la médiatrice du segment [BC].

2 1. Construis un triangle ABC tel que : AB = 4 cm ; AC = 5,5 cm et BC = 6 cm.
2. Dans ce triangle, trace :
a) En rouge, la hauteur issue de A.
b) En bleu, la médiane issue de C.
c) En noir, la médiatrice du côté [AC].
d) En vert, la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$.

3 1. Construis un triangle TSR tel que : SR = 3,6 cm ; mes $\widehat{TRS}$ = 122° et TR = 4,8 cm.
2. Trace dans ce triangle :
a) la bissectrice de l'angle $\widehat{TRS}$;
b) la médiane issue de S ;
c) la hauteur issue de T ;
d) la médiatrice du segment [TR].

4 Construis un triangle équilatéral ayant pour périmètre :
a) 18,3 cm ;
b) 15 cm ;
c) 10,5 cm.

5 1. Construis un triangle isocèle de 10 cm de périmètre et dont un côté mesure 3 cm.
2. En existe-t-il un autre ? Si oui, construis-le.

6 1. a) Construis un triangle TOB.
b) Trace la droite (D_1), hauteur issue de T du triangle TOB.
c) Trace la droite (D_2) médiatrice du segment [OB].
2. Justifie que les droites (D_1) et (D_2) sont parallèles.
3. Dans quel cas sont-elles confondues ?

7 1. Construis un triangle DEF tel que : DE = 4 cm ; EF = 5 cm et DF = 6 cm.
2. Trace les médiatrices du triangle DEF.
3. Les médiatrices se coupent en A.
4. Trace le cercle de centre A passant par D.

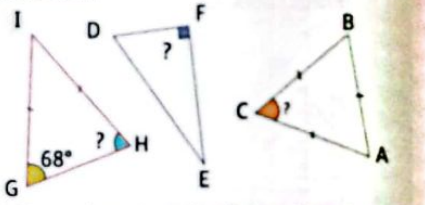
8 1. Construis un triangle ABC tel que : AB = 3 cm ; mes $\widehat{CAB}$ = 36° et mes $\widehat{ABC}$ = 134°.
2. Trace les médiatrices du triangle ABC qui se coupent en O.
3. Trace le cercle de centre O.

9 MNP est un triangle isocèle en M ;
I est le milieu de [NP].
K est un point de la droite (MI).
Détermine la nature du triangle KNP.

10 Construis deux triangles ABC et ABE tels que : AB = 7cm ; mes $\widehat{ABC}$ = 70° ; mes $\widehat{BAC}$ = 50° ; mes $\widehat{ABE}$ = 40° et mes $\widehat{BAE}$ = 20° ; C et E étant de part et d'autre de (AB).

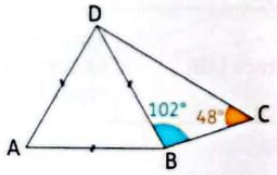
11 Soit $(\mathscr{C})$ un cercle de centre O.
A et B sont deux points du cercle $(\mathscr{C})$ non diamétralement opposés et I le milieu de [AB].
1. Fais une figure.
2. Quelle est la nature du triangle OAB ?
3. Que représente la droite (OI) pour le segment [AB] ? Justifie ta réponse.

12 On considère les trois triangles particuliers ci-dessous.



1. Donne la nature de chacun des triangles en justifiant tes réponses.
2. Donne la mesure de chaque angle marqué par un point d'interrogation (?).

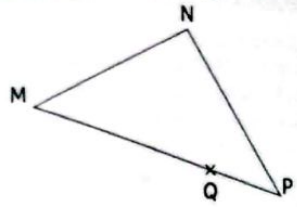
13 On considère la figure codée ci-dessous.
1. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{BDC}$.
2. Donne la mesure de l'angle $\widehat{ADB}$.
3. Détermine la mesure de l'angle $\widehat{ADC}$.



14 On veut placer trois points E, F et G tels que EF = 3 cm EG = 5 cm. GF est un entier.
1. Quelle est la plus grande longueur possible pour [GF] ?
Faire la figure correspondante.
2. Quelle est la plus petite longueur possible [GF] ?
Faire la figure correspondante.

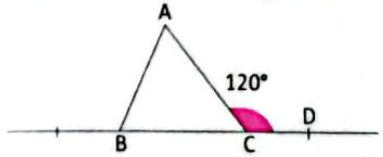
EXERCICES

15 Observe la figure ci-dessous.

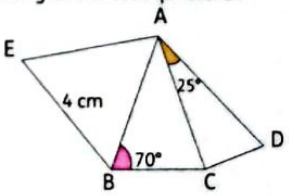


MNP est un triangle et Q ∈ [MP].
Recopier et complète à l'aide des symboles <, = ou > :
1. MP ... MP + NP ;
2. PM + MN ... PN ;
3. MN ... MP + NP ;
4. MQ + QP ... MP.

16 Sur la figure ci-après, les points B, C et D sont alignés et mes $\widehat{BAC}$ = 60°.
Détermine la nature du triangle ABC.

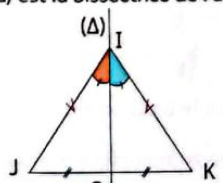


17 Sur la figure ci-dessous, le triangle ABC est isocèle en A, le triangle ACD est rectangle en C, le triangle ABE est équilatéral.



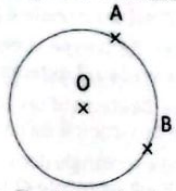
Reproduis cette figure en vraie dimension.

18 On donne la figure codée ci-dessous où la droite (Δ) est la bissectrice de l'angle $\widehat{JIK}$.



Justifie que la droite (IO) est l'axe de symétrie du triangle IJK.

19 On donne la figure ci-dessous.

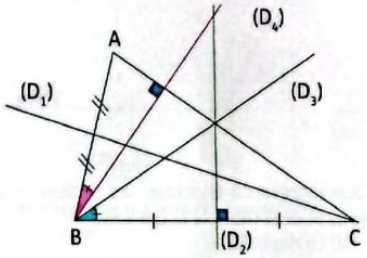


Justifie que O est un point de la médiatrice de [AB].

20 On donne un segment [AB] de longueur 10 cm. Quel est l'écartement minimum d'un compas qui permet de tracer un point situé à la même distance de A et B et n'appartient pas au segment [AB] ?



21 Observe la figure ci-dessous :



Parmi les droites (D_1) ; (D_2) ; (D_3) et (D_4), cite celle qui représente pour le triangle ABC :
a) une hauteur ;
b) une médiane ;
c) une bissectrice ;
d) une médiatrice.

22 Dans chaque cas, on donne les longueurs de trois segments. Peut-on construire un triangle à l'aide de ces segments ? pourquoi ?
1. EP = 5 cm ; FG = 8 cm et GE = 6 cm.
2. AB = 13 cm ; BC = 4 cm et AC = 13 cm.
3. RT = 6,7cm ; RS = 3,4 cm et TS = 3,5 cm.
4. OT = 23,2 cm ; BT = 17,5 cm et OB = 8,6 cm.

23 Réponds par vrai ou par faux à chacune des affirmations suivantes.
1. Dans un triangle ABC isocèle en A, la hauteur issue de A est aussi une médiatrice du triangle.

Scanné avec CamScanner

2. Un triangle isocèle qui a un angle de mesure 60° est un triangle équilatéral.

3. Les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle sont deux hauteurs de ce triangle.

4. Une des hauteurs d'un triangle isocèle est un axe de symétrie de ce triangle.

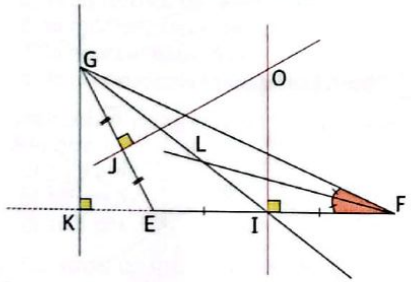
5. Un triangle rectangle dont l'un des angles mesure 60° est rectangle et isocèle.

6. Un triangle ayant deux angles complémentaires est rectangle.

7. Un triangle qui a deux axes de symétrie est un triangle équilatéral.

8. La somme de mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.

24 Observe la figure codée ci-dessous.



Que représente chacune des droites ci-dessous pour le triangle EFG ?

a) La droite (GI) :

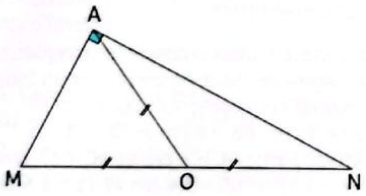
b) La droite (IO) :

c) La droite (GK) :

d) La droite (JO) :

e) La droite (FL).

25



On donne la figure codée ci-dessus.

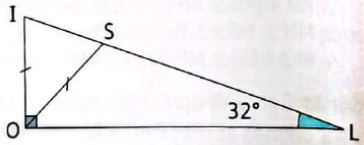
Justifie que les médiatrices des segments [MA] et [NA] se coupent en O.

Exercices d'approfondissement

26 ABC est un triangle isocèle tel que : mes $\widehat{A}$ + mes $\widehat{B}$ = 130° et AB = 6 cm.

1. Détermine les mesures des angles du triangle ABC dans les cas suivants.
   - ABC est isocèle en A.
   - ABC est isocèle en B.
   - ABC est isocèle en C.
2. Réalise les constructions des cas possibles.

27 Observe la figure codée ci-dessous.



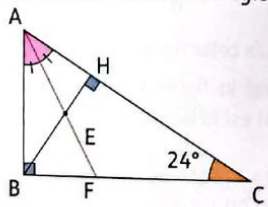
1. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{IOS}$.
2. Reproduis cette figure en vraie grandeur sachant que la base du triangle ISO mesure 3 cm.

28 1. Construis un triangle ABC tel que : AB = 5 cm ; mes $\widehat{B}$ = 100° et mes $\widehat{C}$ = 40°. Trace les bissectrices des angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$; on appelle I leur point d'intersection. La droite (BI) coupe [AC] en J.

2. Justifie que le triangle ABC est isocèle.

3. Justifie que (BJ) est l'axe de symétrie du triangle ABC.

29 Sur la figure codée ci-dessous, la droite (AF) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ et (BH) est la hauteur issue de B du triangle ABC.



Justifie que le triangle BEF est isocèle.

30 1. Trace deux droites (D) et (L) sécantes en un point O.
Place un point A n'appartenant ni à (D) ni à (L).
Construis un triangle ABC tel que (D) et (L) soient les médiatrices de deux des côtés de ce triangle.

2. Soit (Δ), la droite perpendiculaire à (AC) passant par O.
Justifie que (Δ) est une médiatrice du triangle ABC.

31 1. a) Construis un triangle ABC rectangle en A, tel que : BC = 8 cm et mes $\widehat{ACB}$ = 35°.

b) Construis la médiatrice du côté [AC]. Elle coupe le segment [BC] en I.

2. a) Quelle est la nature du triangle AIC ?

b) Détermine les mesures de ses angles.

32 Trace une droite (D) et place un point M n'appartenant pas à (D).
Construis un triangle MNP non isocèle tel que (D) est une hauteur du triangle MNP.

33 Trace une droite (D) et place un point E n'appartenant pas à (D).
Construis un triangle EFG non isocèle tel que la droite (D) est une médiatrice du triangle EFG.

34 1. Trace un segment [MN] de longueur 6 cm.

2. a) Place un point B tel que MB + BN = 6.

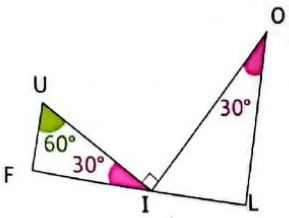
b) Place un point A tel que MA + 6 = NA.

c) Place un point C tel que MC < NC + 6.

35 Trace une droite (D) et place un point A n'appartenant pas à (D).
Construis un triangle non isocèle ABC tel que la droite (D) est une bissectrice du triangle ABC.

36 Trace une droite (D) et place un point R n'appartenant pas à (D).
Construis un triangle RTS dont une médiane est la droite (D).

37 Sur la figure codée ci-dessous, les points F, I et L sont alignés.

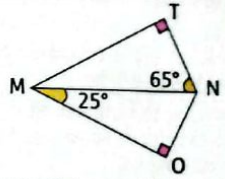


1. Calcule la mesure de chacun des angles suivants :

a) $\widehat{IFU}$; b) $\widehat{OIL}$; c) $\widehat{ILO}$.

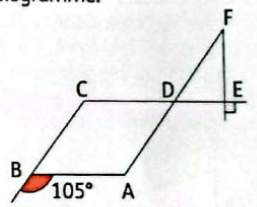
2. Justifie que les droites (FU) et (LO) sont parallèles.

38



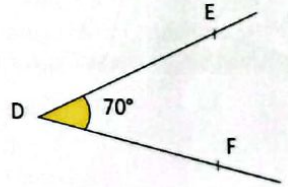
Sur la figure ci-dessus, MTN et MON sont deux triangles rectangles ayant en commun le côté [MN].
Détermine la somme des mesures des angles du quadrilatère MONT.

39 Sur la figure codée ci-dessous, ABCD est un parallélogramme.



Détermine la mesure de l'angle $\widehat{EFD}$.

40



Deux amis se quittent au point D et s'éloignent dans des directions faisant un angle de 70°.
Ils marchent en ligne droite à la même vitesse : 4,5 km par heure.

1. À quelle distance du point D se trouvent l'un et l'autre au bout de 10 secondes ?

2. Au bout de 10 secondes, l'un s'arrête en E et l'autre en F.

a) Quelle est la nature du triangle DEF ?

b) Calcule mes $\widehat{DEF}$.

Scanné avec CamScanner

EXERCICES

41 Trace une droite (D) et place un point K n'appartenant pas à (D).
Construis un triangle isocèle KOF de sommet principal O et d'axe de symétrie (D).

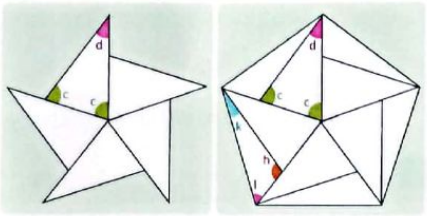
Situations d'évaluation

42 Koffi est un élève en classe de 5e dans le collège de son village.

Le domicile de Koffi est situé à 500 m du Collège et celui de sa voisine Aya est situé à 360 m du Collège.

Koffi affirme qu'il y a 860 m entre leurs deux domiciles. Ce que contexte sa voisine. Sachant que leurs deux domiciles et le collège ne sont pas alignés départage les deux camarades.

43 Une créatrice de bijoux a imaginé deux modèles de boucles d'oreilles à partir de cinq triangles isocèles identiques.
Elle donne à un fabricant de bijoux les dessins ci-dessous représentant ses deux modèles.



Pour bien réussir son travail, le fabricant lui demande de déterminer les mesures des angles marqués sur les dessins et de refaire les dessins dans le cas où les triangles isocèles ont deux côtés de longueur 4 cm.

La créatrice demande à sa fille en classe de 5e de l'aider à répondre aux demandes du fabricant. Cette fille, ayant des difficultés pour aider sa maman te sollicite.

1. Justifie que : 5 c = 360°.
2. Déduis-en c et calcule d, h, k et l.
3. Reproduis les dessins avec les résultats de la question précédente et en prenant 4 cm comme longueur de deux côtés des triangles isocèles.

Coup de Pouce

26 La somme des mesures des angles dans un triangle est égale à 180°.

27 Utiliser le fait que dans un triangle isocèle les angles à la base ont même mesure et calculer les mesures des angles de ce triangle.

29 Calculer les mesures des angles de BEF. De plus la bissectrice d'un angle partage cet angle en deux angles de même mesure.

Leçon 11

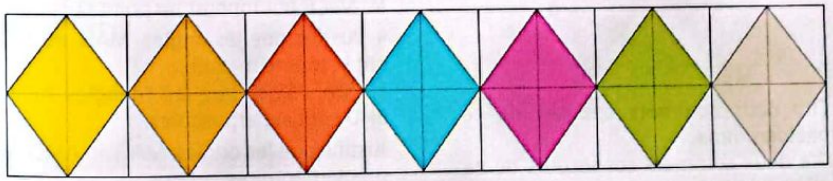
Parallélogrammes particuliers



Les carreaux de sol se présentent sous plusieurs formes (carré, rectangle, losange...).

SITUATION D'APPRENTISSAGE

Le modèle de frises ci-dessous, tiré du cahier d'arts plastiques d'un élève de la 5e d'un Collège, est présenté aux élèves de la classe par leur professeur de mathématiques.
Il leur demande de le reproduire.
Pour mieux réussir ce travail, les élèves se proposent :
- d'identifier les différents quadrilatères dans le modèle ;
- d'écrire toutes les informations données par chaque figure.



Scanné avec CamScanner

HABILETÉS ET CONTENUS

1 Propriétés des angles d'un parallélogramme

Connaître :
- la propriété relative aux angles de deux sommets consécutifs d'un parallélogramme
- la propriété relative aux angles de deux sommets opposés d'un parallélogramme

2 Le rectangle

Connaître :
la définition, les propriétés directes et réciproques relatives aux diagonales du rectangle.

Reconnaître :
un rectangle

Construire :
un rectangle

Justifier :
qu'un quadrilatère donné est un rectangle

3 Le losange

Connaître :
la définition, les propriétés directes et réciproques relatives aux diagonales d'un losange

Reconnaître :
un losange

Construire :
un losange

Calculer :
- le périmètre d'un losange
- l'aire d'un losange

Justifier :
- qu'un parallélogramme donné est un losange
- qu'un quadrilatère donné est un losange

4 Le carré

Connaître :
la définition, les propriétés directes et réciproques relatives aux diagonales d'un carré.

Construire :
un carré

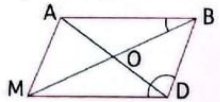
Reconnaître :
un carré

Justifier :
qu'un rectangle est un carré

INSTALLATION DES HABILETÉS

Activité 1 Propriété des angles d'un parallélogramme

ABDM est un parallélogramme de centre O.



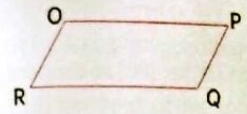
1. Cite deux sommets opposés de ce parallélogramme.
2. Cite deux sommets consécutifs de ce parallélogramme.
3. Quels sont les symétriques des points M, A et B par rapport au point O ?
4. Justifie que les angles $\widehat{MAB}$ et $\widehat{MDB}$ ont la même mesure.
5. On admet que les triangles ABM et BMD sont superposables.
Justifie que les angles $\widehat{MAB}$ et $\widehat{AMD}$ sont supplémentaires.

Synthèse

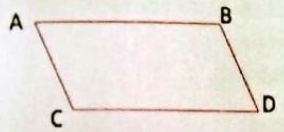
Les angles des sommets opposés d'un parallélogramme ont la même mesure.
Les angles des sommets consécutifs d'un parallélogramme sont supplémentaires.

Exercices de fixation

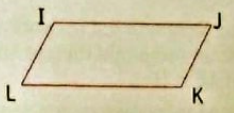
1. OPRQ est un parallélogramme.
On donne : mes $\widehat{OPQ} = 45°$.
Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ORQ}$?



2. ABDC est un parallélogramme.
Cite tous les angles de même mesure.



3. IJKL est un parallélogramme.
On donne mes $\widehat{JIL} = 145°$.
Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ILK}$?



Activité 2 Le rectangle

1 Définition

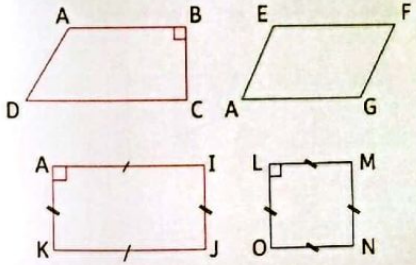
1. Construis un parallélogramme ABDC tel que : mes $\widehat{A} = 90°$.
2. Donne la nature du parallélogramme ABCD.

Synthèse

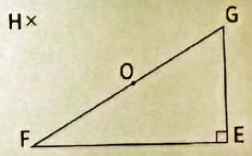
Si un parallélogramme à un angle droit, alors c'est un rectangle.

Exercices de fixation

1. Parmi les figures ci-dessous, cite les rectangles.



2. EFG est un triangle rectangle en E :
O est le milieu du segment [FG] et H est le symétrique de E par rapport à O.
Justifie que le parallélogramme EFHG est un rectangle.



2 Diagonales d'un rectangle

1. Construis un rectangle ABCD de centre O.
2. Construis le cercle de centre O et de rayon OA.
3. Cite deux diamètres du cercle en utilisant les points A, B, C et D.
En utilisant ce qui précède, compare les longueurs des diagonales du rectangle ABCD.

Scanné avec CamScanner

Synthèse

Les diagonales du rectangle ont la même longueur.

Exercices de fixation

1 L'unité de longueur est le centimètre.
ABCD est un rectangle tel que AB = 6, BC = 8 et AC = 10.
Détermine les longueurs des segments [DA], [DB] et [DC].

2 ABCD est un rectangle tel que AC = 6 cm.
Les diagonales [AC] et [BD] se coupent en I.
Calcule la longueur du segment [BI].

3 Recopie et remplace les pointillés par le mot ou groupe de mots qui convient.
Un rectangle est un quadrilatère qui a ..... angles droits.
Un rectangle a ..... qui ont ..... longueur.

3 Utilisation des diagonales pour justifier qu'un parallélogramme est un rectangle

1. Construis un parallélogramme ABCD telle que les diagonales [AC] et [BD] aient la même longueur.
2. Justifie que les sommets A, B, C et D appartiennent à un même cercle (C) de centre I.
3. Justifie que le triangle ABD est rectangle en A.
4. Déduis-en que ABCD est un rectangle.

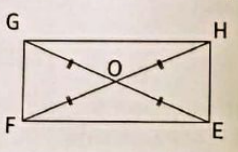
Synthèse

Un parallélogramme qui a ses diagonales de même longueur est un rectangle.

Exercices de fixation

1 ABCD est un parallélogramme tel que AC = BD.
Justifie que ABCD est un rectangle.

2 Observe la figure codée ci-contre où FGHE est un parallélogramme de centre O.
Justifie que FGHE est un rectangle.



Activité 3 Le losange

1 Définition

Construis le quadrilatère MNPQ tels que : MN = NP = PQ = QM = 5 cm.

Synthèse

Un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur est un losange.

Exercices de fixation

1 Construis un losange ABCD de côté 6 cm.

2 Observe les figures codées ci-dessous.
Parmi celles-ci, laquelle est un losange ?

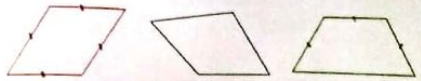
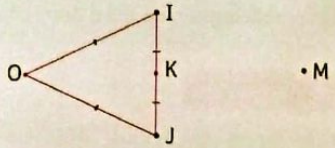


figure 1 figure 2 figure 3

3 OIJ est un triangle isocèle en O.
K est le milieu du segment [IJ].
M est le symétrique de O par rapport à K.
Justifie que OIMJ est un losange.



2 Parallélogramme de diagonales perpendiculaires

1. Construis un parallélogramme ABCD dont les diagonales sont perpendiculaires.
2. Justifie que les diagonales de ABCD sont médiatrices l'une de l'autre.
3. Justifie que AB = BC = CD = DA.
4. Justifie que ABCD est un losange.

Synthèse

Lorsque les diagonales d'un parallélogramme ont des supports perpendiculaires, alors c'est un losange.

Exercices de fixation

1 Parmi les parallélogrammes ci-dessous, lesquels sont des losanges ?

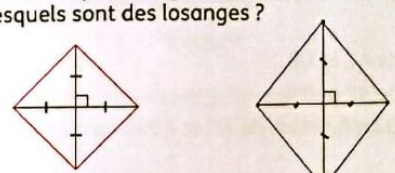


figure 1 figure 2

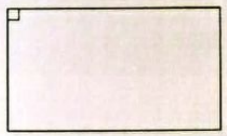
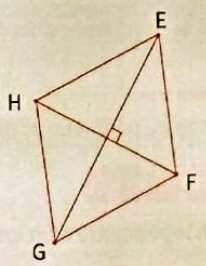


figure 3

2 OIJ est un triangle isocèle en O.
K est le symétrique de O par rapport à la droite (IJ).
Justifie que OIKJ est un losange.

3 Sur la figure ci-dessous, EFGH est un parallélogramme où les droites (EG) et (FH) sont perpendiculaires.
Justifie que le parallélogramme EFGH est un losange.



Scanné avec CamScanner

3 Parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur

Construis un parallélogramme ABCD tel que AB = BC.

Justifie que ce parallélogramme est un losange.

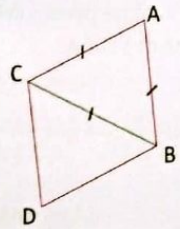
Synthèse

Un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur est un losange.

Exercices de fixation

1 Sur la figure ci-dessous, ABC est un triangle équilatéral. I est le milieu de [BC]. D est le symétrique de A par rapport à I.

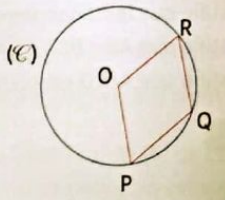
Justifie que ABDC est un losange.



2 Sur la figure ci-dessous, (𝒞) est un cercle de centre O.

Les points R, P et Q sont sur le cercle tels que OPQR est un parallélogramme.

Justifie que OPQR est un losange.



4 Périmètre et Aire

L'unité de longueur est le centimètre.

ABDC est un losange de centre O tel que AB = 5, AC = 6 et BD = 8.

1. Détermine le périmètre du losange ABCD.
2. a) Calcule l'aire du triangle ABC en fonction de AC et OB.
   b) Calcule l'aire du triangle ADC en fonction de AC et OD.
3. Déduis l'expression de l'aire du losange ABCD en fonction de AC et AD et calcule-la.

Synthèse

- Le périmètre d'un losange de côté c est égal à la somme de ces côtés ou $4 \times c$.
- L'aire d'un losange dont les diagonales sont D et d est égale à $\frac{D \times d}{2}$.

Remarque :

L'unité du périmètre et de l'aire du losange dépendent de l'unité de longueur.

Exercices de fixation

1 Calcule le périmètre d'un losange de côté 2 cm.

2 ABCD est un losange de périmètre 36 cm. Calcule la longueur des côtés de ce losange.

3 Détermine l'aire d'un losange dont les diagonales ont pour longueurs respectives 7cm et 4 cm.

Activité 4 Le carré

1 Reconnaître qu'un parallélogramme est un carré

Construis un parallélogramme ABCD dont les diagonales ont ses supports perpendiculaires et de même longueur.

1. Justifie que c'est un rectangle.
2. Justifie c'est un losange.
3. Justifie que c'est un carré.

Synthèse

Un parallélogramme qui a ses diagonales de même longueur et qui ont des supports perpendiculaires est un carré.

Exercices de fixation

1 Parmi les figures suivantes, laquelle désigne un carré ?

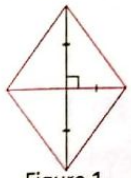


Figure 1

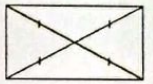


Figure 2

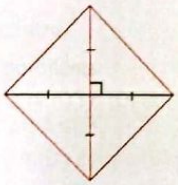


Figure 3

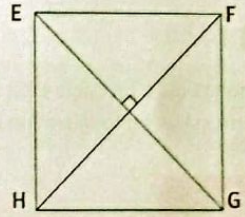
2 Construis un carré ABCD tel que AB = 4 cm.

3 Construis un carré MNPQ tel que MP = 6 cm.

4 Sur la figure ci-contre, EFGH est un parallélogramme où les droites.

(EG) et (FH) sont perpendiculaires. On donne EG = FH.

Justifie que le parallélogramme EFGH est un carré.



2 Rectangle ayant ses diagonales perpendiculaires

Construis un rectangle ABCD tel que les droites (AC) et (BD) soient perpendiculaires.

Justifie que ABCD est un carré.

Synthèse

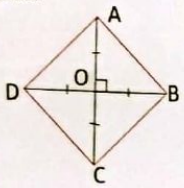
Un rectangle qui a ses diagonales qui ont des supports perpendiculaires est un carré.

Scanné avec CamScanner

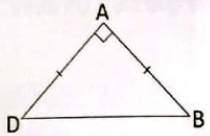
Exercices de fixation

1 ABOU est un rectangle tel que (AO) et (BU) sont perpendiculaires.
Justifie que c'est un carré.

2 La figure ci-dessous est un rectangle de centre O. À partir du codage, justifie que c'est un carré.

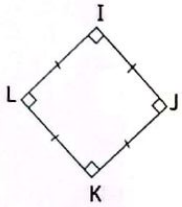


3 Sur la figure ci-dessous, ABD est un triangle rectangle isocèle en A.
C est le symétrique de A par rapport à (BD).
Justifie que ABCD est un carré.



3 Losange, rectangle et carré

1. IJKL est un carré.
   a) Justifie que IJKL est un rectangle.
   b) Justifie que IJKL est un losange.
2. a) Construis un losange OPQR tel que (OP) perpendiculaire à (PQ).
   b) Justifie que OPQR est un carré.



Synthèse

- Un losange qui a un angle droit est un carré.
- Un carré est un rectangle et un losange.

Exercices de fixation

1 Écris le numéro de chaque affirmation suivi de vrai si l'affirmation est vraie et de faux dans le cas contraire.
1. Un rectangle est carré.
2. Un carré est un parallélogramme.
3. Un losange est un carré.
4. Un carré est à la fois un losange et un rectangle.

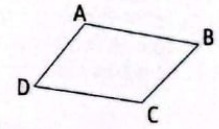
2 ABCD est un losange tel que mes $\widehat{ABC} = 90°$.
Justifie que ABCD est un carré.

3 EFGH est un rectangle tel que EF = FG.
Justifie que EFGH est un carré.

APPRENTISSAGE DE LA RÉDACTION

Exercice 1 Calculer les mesures des angles dans un parallélogramme

ACDB est un parallélogramme tel que : mes $\widehat{ABC} = 35°$.
Détermine :
a) mes $\widehat{ADC}$; b) mes $\widehat{BAD}$; c) mes $\widehat{DCB}$.



Corrigé

a) Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADC}$ sont opposés dans le parallélogramme ABCD donc :
mes $\widehat{ADC}$ = mes $\widehat{ABC}$.
mes $\widehat{ADC} = 35°$.

b) Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BAD}$ sont consécutifs dans le parallélogramme ABCD donc :
mes $\widehat{ABC}$ + mes $\widehat{BAD} = 180°$.
mes $\widehat{BAD} = 180° -$ mes $\widehat{ABC}$
$= 180° - 35°$
$= 145°$.

c) Les angles $\widehat{BAD}$ et $\widehat{DCB}$ sont opposés.
mes $\widehat{BCD}$ = mes $\widehat{BAD}$
mes $\widehat{BCD} = 145°$.

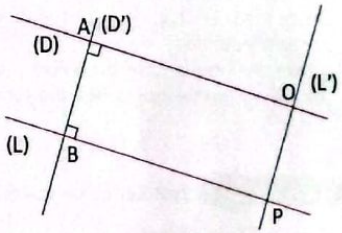
Méthode

Utiliser les propriétés des angles d'un parallélogramme.

Exercice 2 Justifier qu'un quadrilatère est un rectangle

Sur la figure ci-contre :
- (D) et (L) sont parallèles.
- La perpendiculaire (D') à (D) et (L) coupe (D) et (L) respectivement en A et B.
- La parallèle (L') à (D') coupe (D) et (L) respectivement en O et P.

Justifie que le quadrilatère ABPO est un rectangle.



Corrigé

• (OA) et (BP)sont parallèles (L') et (D') sont parallèles car perpendiculaires à la même droite (D). Ainsi (AB) et (OP) sont parallèles. Le quadrilatère AOPB est un parallélogramme car ses cotés opposés sont parallèles deux à deux.

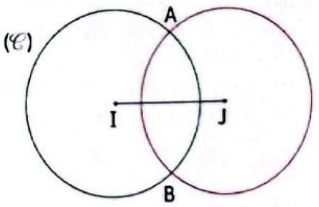
(OA) est perpendiculaire à (AB).
AOPB est un parallélogramme qui a un angle droit donc AOPB est un rectangle.

Méthode

Si un parallélogramme a un angle droit, c'est un rectangle.

Exercice 3 Justifier qu'un quadrilatère est un losange.

Sur la figure ci-contre, $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$ sont deux cercles de même rayon et de centres respectifs I et J qui se coupent en A et B.
Justifie que le quadrilatère AIBJ est un losange.



Scanné avec CamScanner

Corrigé

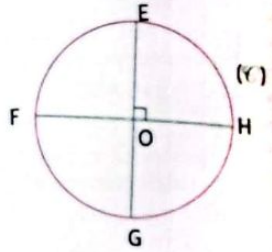
A et B appartiennent au cercle (𝒞) donc IA = IB.
A et B appartiennent au cercle (𝒞') donc JA = JB.
Comme (𝒞) et (𝒞') sont de même rayon alors IA = IB = JA = JB donc le quadrilatère AIBJ à ses quatre côtés de même longueur d'où c'est un losange.

Méthode

Un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur est un losange.

Exercice 4 Justifier qu'un quadrilatère est un carré

Dans la figure ci-contre :
(𝒞) est un cercle de centre O ;
Les diamètres [EG] et [FH] ont leurs supports perpendiculaires.
Justifie que le quadrilatère EFGH est un carré.



Corrigé

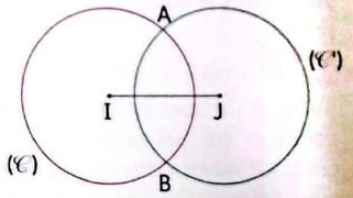
Les diagonales [EG] et [FH] du quadrilatère EFGH se coupent en leur milieu O alors EFGH est un parallélogramme.
De plus les diagonales [EG] et [FH] sont des diamètres de (C) donc EG = FH.
On a aussi [EG] et [FH] ont des supports perpendiculaires.
Ainsi le quadrilatère EFGH est un parallélogramme qui a ses diagonales qui ont des supports perpendiculaires et de même longueur d'où EFGH est un carré.

Méthode

Un parallélogramme qui a ses diagonales de même longueur et de supports perpendiculaires est un carré.

Exercice 5 Justifier qu'un quadrilatère est un carré

Dans la figure ci-contre :
(𝒞) et (𝒞') sont deux cercles de même rayon et de centre respectifs I et J qui se coupent et A et B.
On a : AB = IJ.
Justifie que AIBJ est un carré.



Corrigé

Comme les cercles ont le même rayon, on a : IA = IB = JB = JA.
Or un quadrilatère qui a ses 4 côtés de même longueur est un losange, donc AJBI est un losange. Or AJBI est un losange dont les diagonales [IJ] et [AB] ont la même longueur donc c'est un carré.

Méthode

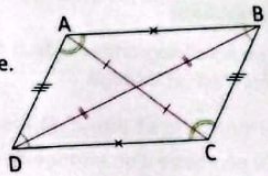
- Un rectangle qui a ses côtés de même longueur est un carré.
- Un rectangle qui a ses diagonales perpendiculaires est un carré.
- Un losange qui a ses diagonales de même longueur est un carré.

Résumé de cours

1 Propriétés des angles d'un parallélogramme

Propriété

Dans un parallélogramme :
- Les angles des sommets opposés ont même mesure.
- Les angles de deux sommets consécutifs sont supplémentaires.



2 Le rectangle

1. Définition d'un rectangle

Définition

Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits.

2. Diagonale d'un rectangle

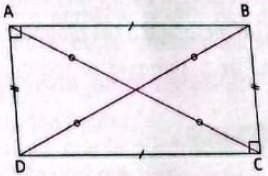
Propriété

Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.

3. Utilisation des angles pour justifier qu'un parallélogramme est un rectangle

Propriété

Si un parallélogramme possède un angle droit, alors c'est un rectangle.



3 Le losange

1. Définition d'un losange

Définition

Un losange est un quadrilatère qui a ses côtés de même longueur.

2. Parallélogramme de diagonales perpendiculaires

Propriété

Si un parallélogramme a ses diagonales de supports perpendiculaires, alors c'est un losange.

Scanné avec CamScanner

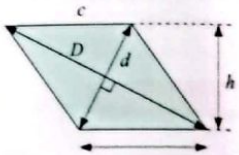
Résumé de cours

3. Parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur

Propriété

Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange.

4. Périmètre et aire d'un losange



- Le périmètre d'un losange de côté c est : $4 \times c$.
- L'aire d'un losange est égale au produit des longueurs de ses diagonales divisé par 2.

L'aire est : $\mathcal{A} = \frac{D \times d}{2}$.

Autre formule pour calculer l'aire d'un losange
On peut calculer l'aire d'un losange en multipliant la longueur de ses côtés par la hauteur du losange :
$\mathcal{A} = c \times h$.

4 Le carré

1. Reconnaître qu'un parallélogramme est un carré



- Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires et de même longueur, alors c'est un carré.

2. Rectangle ayant ses diagonales perpendiculaires

- Si un rectangle a ses diagonales de supports perpendiculaires, alors c'est un carré.

3. Parallélogramme, losange, rectangle et carré

Propriétés

- Si un rectangle a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un carré.
- Si les supports de deux côtés consécutifs d'un losange forment un angle droit, alors c'est un carré.
- Si un losange a ses diagonales de même longueur, alors c'est un carré.
- Un carré est à la fois un rectangle et un losange.
- Un carré est un quadrilatère qui a ses quatre angles droits et ses quatre côtés de même longueur.

EXERCICES

Exercices de renforcement

1 Écris le numéro de chaque affirmation suivi de vrai si l'affirmation est vraie et de faux dans le cas contraire.

1. Si un quadrilatère est un carré, alors c'est un losange.
2. Si un quadrilatère est un losange, alors c'est un carré.
3. Si un quadrilatère est un rectangle, alors c'est un carré.
4. Si un quadrilatère est un carré, alors c'est un rectangle.

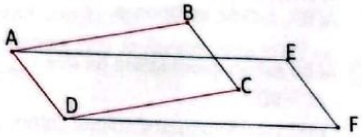
2 Recopie et relie chaque propriété au quadrilatère correspondant.

P_1) Un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires est un	• a) Carré
P_2) Un parallélogramme dont les diagonales ont la même longueur est un	• b) Rectangle
P_3) Un parallélogramme dont les diagonales ont la même longueur et ont des supports perpendiculaires est un	• c) Losange

3 À l'aide des groupes de mots suivants (que tu peux utiliser plus d'une fois), reconstitue cinq propriétés des parallélogrammes.

- un parallélogramme qui a
- est un losange
- un rectangle qui a
- est un rectangle
- des diagonales égales
- un losange qui a
- deux côtés consécutifs de même longueur
- des diagonales perpendiculaires
- est un carré

4 Sur la figure ci-dessous, ABCD et AEFD sont deux parallélogrammes.
Justifie que BEFC est un parallélogramme.

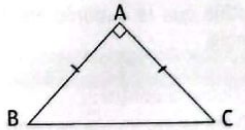


5 Recopie et complète les phrases ci-dessous par les expressions qui conviennent.

1. Un quadrilatère qui a quatre angles ..... et quatre côtés de même ..... est un carré.
2. Un quadrilatère qui a ses côtés consécutifs ..... et de même longueur est un carré.
3. Un quadrilatère qui a ses ..... perpendiculaires et de même ..... est un carré.
4. Un quadrilatère qui possède un centre et quatre ..... de symétrie est un carré.

6 Sur la figure ci-dessous, ABC est un triangle isocèle et rectangle en A.
La droite parallèle à (AC) passant par le sommet B et la droite parallèle à (AB) passant par le sommet C se coupent au point I.

a) Fais une figure.
b) Justifie que le quadrilatère BACI est un parallélogramme.
c) Déduis que BACI est un carré.



7 1. Construis un carré ABCD de côté 3 cm.
2. Construis les points E et F symétriques respectifs des sommets B et D par rapport à A.
3. Donne la nature du quadrilatère BDEF. Justifie la réponse.
4. Calcule l'aire de BDEF.

Scanné avec CamScanner

EXERCICES

8 1. Trace deux diamètres [AB] et [CD] non perpendiculaires d'un cercle ($\mathscr{C}$).

2. Détermine la nature du quadrilatère ACBD. Justifie ta réponse.

9 ACBD est un quadrilatère tel que :

- AC = BD.
- (AB) est une perpendiculaire commune à (AC) et (BD).

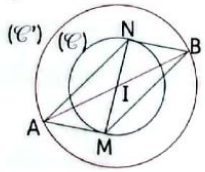
a) Fais une figure.

b) Justifie que ACBD est un parallélogramme.

10 Sur la figure ci-dessous, les cercles ($\mathscr{C}$) de diamètre [MN] et ($\mathscr{C}'$) de diamètre [AB] ont pour centre commun le point I et mes $\widehat{NBM}$ = 40°.

1. Justifie que le quadrilatère AMBN est un parallélogramme.

2. Détermine les mesures des angles du parallélogramme AMBN.



11 EFGH est un losange dont les diagonales se coupent en un point I.

Le point A est le milieu du segment [FG] et le point J est le symétrique de I par rapport à A.

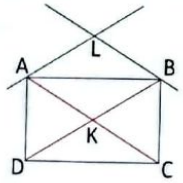
a) Construis la figure.

b) Justifie que le quadrilatère IFJG est un rectangle.

12 Sur la figure ci-contre :

- ABCD est un rectangle de centre K.
- (LB) est parallèle à (AK).
- (AL) est parallèle à (KB).

Justifie que ALBK est un losange.



13 IJK est un triangle rectangle en K.

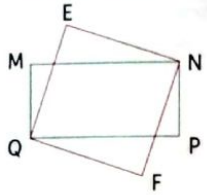
1. Construis les points I' et J' symétriques respectifs des points I et J par rapport au point K.

2. Justifie que le quadrilatère IJI'J' est losange.

14 Sur la figure ci-dessous, MNPQ est un rectangle de diagonales 4 cm.

ENFQ est un carré.

Détermine la longueur du segment [EF].



15 Soit un carré ABCD de centre O de côté 5 cm et E le point du segment [BD] tel que BE = 2 cm. Le point F est le symétrique de E par rapport à O.

Justifie que le quadrilatère AECF est un losange.

16 LISA est un parallélogramme tel que :

LI = LA.

Démontre que LISA est un losange.

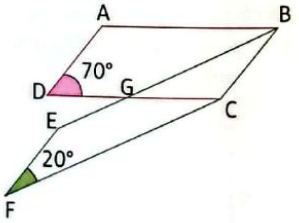
17 ABCD est un parallélogramme tel que mes $\widehat{A}$ = 60°.

Détermine les mesures des angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$. Justifie tes réponses.

18 ABCD et BEFC sont deux parallélogrammes.

Calcule les mesures de chacun des angles suivants :

$\widehat{DAB}$, $\widehat{ABC}$, $\widehat{BGC}$ et $\widehat{GCF}$.



EXERCICES

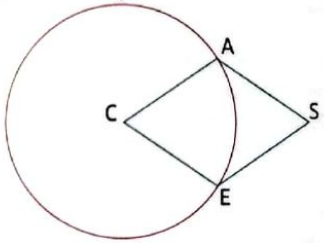
19 1. Construis un triangle LOU rectangle en O.

2. Construis les symétriques respectifs N et E des points L et U par rapport au point O.

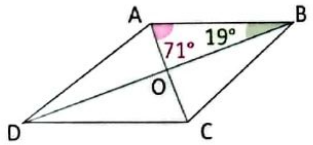
3. Démontre que le quadrilatère LUNE est un losange.

20 Le quadrilatère CASE est un parallélogramme. Le point E appartient au cercle de centre C et de rayon CA.

Détermine la nature du parallélogramme CASE. Justifie ta réponse.

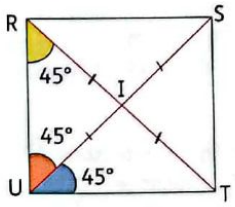


21 Sur la figure ci-dessous, ABCD est un parallélogramme de centre O. On sait que mes $\widehat{OAB}$ = 71° et mes $\widehat{OBA}$ = 19°.



1. Donne la nature du triangle OAB.
2. Donne, en justifiant, la nature de ABCD.

22 Soit la figure codée ci-dessous.



1. Démontre que le quadrilatère RSTU est un parallélogramme.
2. Justifie que RSTU est carré.

23 ABCD est un carré de côté 5 cm.

E et F sont les symétriques respectifs des points B et D par rapport au point A.

a) Fais une figure.

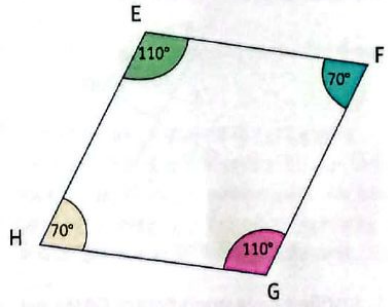
b) Justifie que le quadrilatère EFBD est un carré.

24 1. a. Construis un triangle IJK rectangle en J tel que IJ = 3 cm et IK = 5 cm.

b. On note O le milieu du segment [IK]. Construis le cercle (C) de centre O passant par les points I, J et K.

2. Place le symétrique L de J par rapport à O.
3. Justifie que IJKL est un rectangle.

24 Justifie que le quadrilatère EFGH ci-dessous est un parallélogramme.



26 PAUL est un parallélogramme tel que :

PU = AL.

Justifie que PAUL est un rectangle.

Exercices d'approfondissement

27 1. Trace un segment [MN] de 4 cm et construis son milieu J.

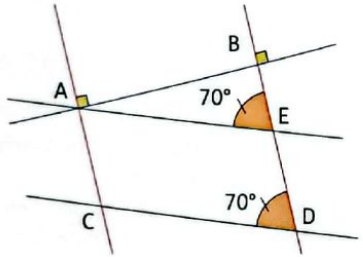
2. Construis la droite (D) médiatrice de [MN].

3. Marque sur cette médiatrice deux points distincts A et B tels que : JA = JB.

4. Donne la nature du quadrilatère ACBD. Justifie ta réponse.

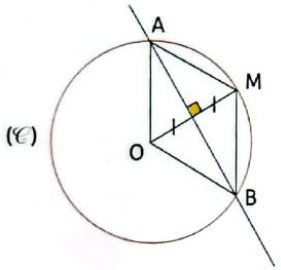
Scanné avec CamScanner

28 Sur la figure codée ci-dessous, on a : (AC) ⊥ (AB) et (BD) ⊥ (AB).



Justifie que le quadrilatère est un parallélogramme.

29 Soit un cercle (𝒞) de centre O. M étant un point de (𝒞), on construit la médiatrice de [OM] qui coupe (𝒞) en A et en B.



1. Justifie que le quadrilatère OAMB est un losange.
2. Détermine la nature du triangle OAM.
3. Détermine l'angle $\widehat{OAB}$.

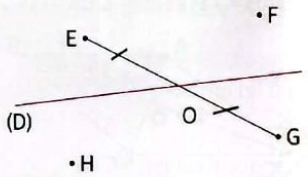
30 1. Construis un triangle équilatéral MOI.
2. Construis les symétriques respectifs L et E des points M et I par rapport au point O.
3. Justifie que le quadrilatère MELI est un rectangle.

31 a) Le quadrilatère CHAT est un parallélogramme tel que : AT = TC.
Justifie que c'est un losange.
b) Le quadrilatère GRIS est un parallélogramme tel que GI = RS.
Justifie que c'est un rectangle.
c) Le quadrilatère NUIT est un parallélogramme de centre S tel que SN = SU et les droites (IN) et (UT) sont perpendiculaires.
Justifie que c'est un carré.

32 a) Construis le parallélogramme FEUX tel que FE = 5 cm, EU = 6 cm et mes $\widehat{FEU}$ = 50°.
b) Trace la perpendiculaire à (FE) passant par F, elle coupe (UX) en R.
Trace la perpendiculaire à (UX) passant par U, elle coupe (FE) en G.
c) Donne la nature du quadrilatère FRUG.
Justifie ta réponse.

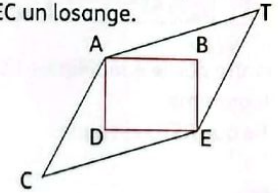
33 1. Trace deux cercles $(\mathscr{C}_1)$ et $(\mathscr{C}_2)$ concentriques de centre O.
2. Le segment [AB] est un diamètre de $(\mathscr{C}_1)$ et [CD] est un diamètre $(\mathscr{C}_2)$ Les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires.
3. Donne la nature du quadrilatère ACBD.
Justifie ta réponse.

34 Sur la figure ci-dessous, le segment [EG] a pour milieu le point O.



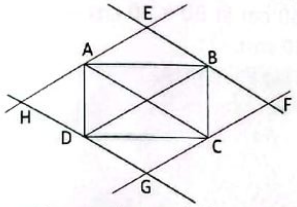
Les droites (D) et (EG) sont sécantes en O mais non perpendiculaires.
Les points F et H sont les symétriques respectifs de G et E par rapport à (D).
a) Justifie que FH = EG.
b) Justifie que O est le milieu du segment [FH].
c) Déduis de a) et b) la nature du quadrilatère EFGH.

35 Dans la figure ci-dessous, ABED est un carré et ATEC un losange.



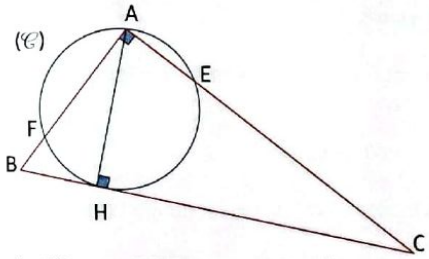
Justifie que les points T, B, D et C sont alignés.

36 Dans la figure ci-dessous :
- ABCD est un rectangle.
- Les droites (AC), (EF) et (HG) sont parallèles.
- Les droites (DB), (GF) et (HE) sont parallèles.



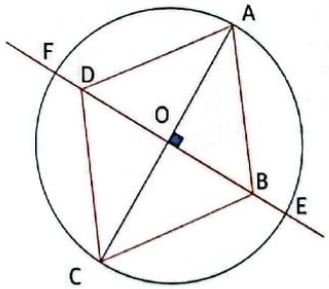
a) Justifie que le quadrilatère EFGH est un parallélogramme.
b) Justifie que EFGH est un losange.
c) Déduis-en que (EG) est perpendiculaire à (HF).

37 Sur la figure ci-dessous :
- ABC est un triangle rectangle en A.
- H est le pied de la hauteur issue du sommet A.
- Le cercle de diamètre [AH] coupe (AC) en E et (AB) en F.



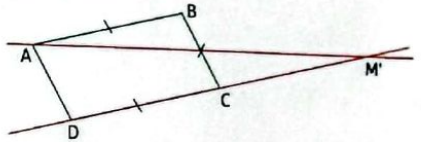
Justifie que AEHF est un rectangle.

38 ABCD est un losange de centre O.
Le cercle de diamètre [AC] coupe la droite (BD) en E et F.



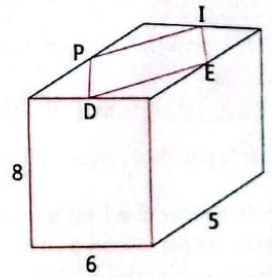
a) Justifie que les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires.
b) Justifie que AFCE est un rectangle.
c) Justifie que AFCE est un losange.
d) Déduis-en que AFCE est carré.

39 ABCD est un parallélogramme.
I est le milieu du segment [BC].
La droite (AI) coupe la droite (DC) au point M' symétrique de A par rapport à I comme l'indique la figure ci-dessous.



a) Justifie que C est le milieu du segment [DM'].
b) Justifie que le quadrilatère ACM'B est un parallélogramme.

40 L'unité de longueur est le centimètre.
On a tracé le quadrilatère PIED sur la face supérieure d'un parallélépipède rectangle de telle sorte que chaque sommet du quadrilatère soit le milieu d'une arête de la face.



a) Reproduis le quadrilatère PIED en vraie grandeur.
b) Démontre que c'est un losange.
c) Quels quadrilatères obtient-on si on procède de la même façon sur les autres faces ?
d) Quelle particularité le parallélépipède doit-il avoir pour que PIED soit un carré ?
e) Quelles particularités doit-il avoir pour que les quadrilatères tracés sur toutes ses faces soient des carrés ?

Scanné avec CamScanner

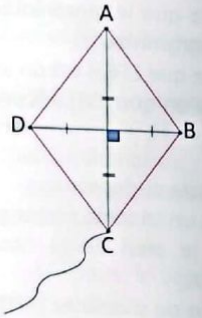
Situation d'évaluation

41 Pour jouer pendant les vacances scolaires, les élèves d'une classe de 5e décident de construire des cerfs-volants.



Un expert leur donne les informations suivantes :
Le cerf-volant vole haut dans le ciel dans cette région lorsqu'il a la forme d'un losange et que son aire est de 2400 cm².

Motivés, les élèves décident d'utiliser leurs connaissances sur les losanges pour construire des cerfs-volants qui conviennent.
1. Construis un losange ABCD tel que : AC = 60 cm et BD = 80 cm (échelle : 1 cm pour 10 cm).
2. Calcule l'aire du losange ABCD et justifie qu'un cerf-volant ayant les dimensions de ce losange convient.
3. Donne les dimensions d'un autre cerf-volant qui convient.



Coup de Pouce

35 Utiliser les propriétés de la médiatrice du segment [AC] pour démontrer que les points T, B, D et C sont alignés.

36 Utiliser la propriété : les longueurs des diagonales du rectangle.

37 Utiliser la propriété : un quadrilatère qui a trois angles droits est un rectangle.

38 Utiliser la propriété : un quadrilatère qui a trois angles droits est un rectangle.

39 Pour démontrer que I est le milieu de [DM'], on peut utiliser les propriétés des points symétriques par rapport à un point.

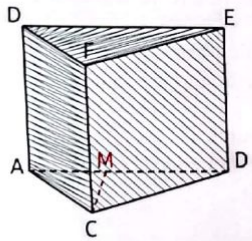
Leçon 12

Prisme droit



Sur cette photographie, un faisceau de lumière blanche frappe une face d'un prisme droit en verre. Ce faisceau ressort, par une autre face du prisme, décomposé en plusieurs couleurs différentes.
Explication : Le verre réfracte la lumière différemment selon les couleurs. Cette expérience nous montre que la lumière blanche est formée de plusieurs couleurs différentes. L'arc-en-ciel est dû au même phénomène, les gouttes d'eau jouant le rôle de prisme de verre. Seule une face du solide est visible sur la photographie. Quel est le nombre ainsi que la nature des autres faces ?

SITUATION D'APPRENTISSAGE



Un professeur de mathématiques a réalisé ce schéma au tableau. Il demande aux élèves de sa classe de 5e « d'observer ce schéma et de le reproduire sur un carton ».

Ne sachant pas comment le faire, ils décident de s'informer sur ce solide.

Scanné avec CamScanner

HABILETÉS ET CONTENUS

1 Définitions et vocabulaire

Identifier :
- un prisme droit
- les faces latérales d'un prisme droit
- les bases d'un prisme droit
- les arêtes d'un prisme droit
- la hauteur d'un prisme droit
- les sommets d'un prisme droit

Décrire :
- les faces latérales d'un prisme droit
- les bases d'un prisme droit

2 Patron d'un prisme droit

Identifier :
un patron d'un prisme droit

Construire :
un patron d'un prisme droit

Réaliser :
un prisme droit

3 Aire totale d'un prisme droit

Calculer :
- l'aire latérale d'un prisme droit
- l'aire totale d'un prisme droit

4 Volume d'un prisme droit

Connaître :
la formule du volume d'un prisme droit

Calculer :
le volume d'un prisme droit

INSTALLATION DES HABILETÉS

Activité 1 Définitions et vocabulaire

1. Sur une feuille de papier à dessin, trace un rectangle dont les dimensions sont : 14 cm et 5 cm. Munis-le d'une languette puis découpe-le.

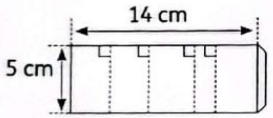


Figure 1

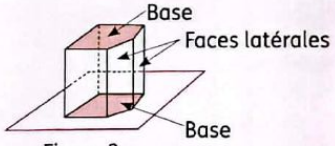


Figure 2

2. Partage cette bande en cinq rectangles comme sur la figure 1 ci-dessus.
Plie la bande de papier suivant les pointillés, puis colle la languette. On obtient la figure 2.
3. On obtient ainsi les faces latérales d'un solide appelé prisme droit.
Détermine la nature de chacune de ces faces latérales. Trouve le nombre de faces latérales.
4. Les deux faces manquantes de ce solide sont les bases du prisme droit.
a) Dessine le contour d'une base en posant le prisme droit sur du papier-calque. Détermine le nombre de côté de cette base.
b) Pose ce papier-calque sur l'autre base. Que remarque-t-on ?
c) Compare le nombre de côtés d'une base avec le nombre de faces latérales.
5. À partir de la figure 2, identifie la hauteur du prisme droit.

Synthèse

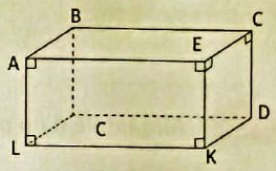
- Un prisme droit est un solide dont :
  - Deux faces sont des polygones superposables ; on les appelle bases.
  - Les autres faces sont des rectangles ; on les appelle faces latérales.
- La hauteur d'un prisme droit est la longueur commune des arêtes latérales.

Exercices de fixation

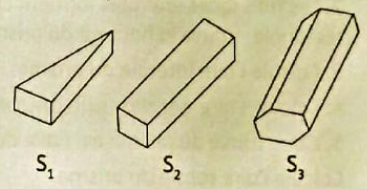
1 Écris le numéro de chaque affirmation suivi de vrai si l'affirmation est vraie et de faux dans le cas contraire.

1. Les faces latérales d'un prisme droit sont des carrés.
2. Les bases d'un prisme droit sont des polygones superposables.
3. Un prisme droit est un pavé droit.
4. La hauteur d'un prisme droit est une arête reliant les deux bases.
5. Un prisme droit a autant de faces latérales que de côtés de ses bases.
6. Les bases d'un prisme droit ont une arête commune.

2 La figure ci-après est un prisme droit. Nomme les faces latérales et les bases.



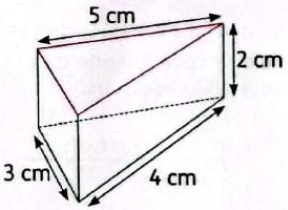
3 Les solides S_1, S_2 et S_3 représentés ci-dessous sont des prismes droits.



Pour chacun d'eux, dis s'il est posé sur l'une des bases ou s'il est posé sur l'une de ses faces latérales.

Activité 2 Patron d'un prisme droit

Le professeur d'une classe de 5e a demandé aux élèves de venir avec un emballage. Chaque élève est venu avec l'emballage en forme de prisme droit comme l'indique la figure ci-contre.



1. Le professeur a demandé à chaque élève de déplier ce solide et de le représenter sur une feuille.
2. Donne la nature des faces latérales et des bases.

Synthèse

Le patron d'un prisme droit est une figure plane qui par pliage forme le prisme droit.

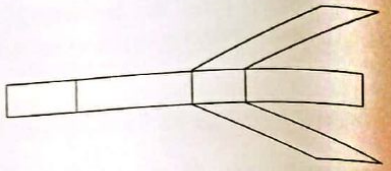
Scanné avec CamScanner

Exercices de fixation

1 Un prisme droit à une base triangulaire et toutes ses arêtes ont la même longueur 3 cm. Trace un patron de ce prisme.

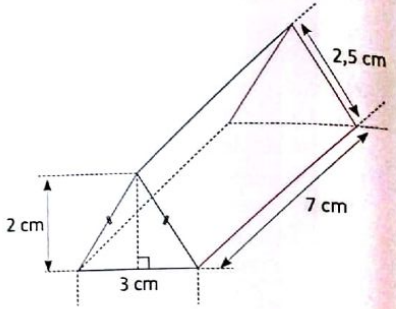
2 Un prisme droit a pour base un triangle dont les côtés mesurent respectivement 2 cm, 3 cm et 4 cm.
Trace un patron de ce prisme sachant que sa hauteur mesure 5 cm.

3 Reproduis le patron de prisme droit suivant et code les longueurs égales.



Activité 3 Aire totale d'un prisme droit

1. Construis un patron du prisme droit à base triangulaire ci-contre.
2. Les trois faces latérales forment chacun un rectangle. Trouve la hauteur du prisme droit.
3. Calcule l'aire latérale du prisme.
4. Calcule l'aire des bases du prisme droit.
5. L'aire totale du prisme est l'aire de son patron.
Calcule l'aire totale du prisme.

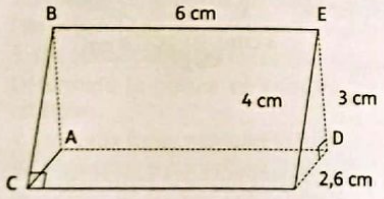


Synthèse

- L'aire totale d'un prisme droit est l'aire de son patron.
- L'aire latérale est égale au périmètre de base multiplié par la hauteur.

Exercices de fixation

1 Calcule l'aire latérale du prisme droit de base ABC ci-dessous.



2 Calcule l'aire totale du prisme droit de l'exercice 1.

3 L'aire latérale d'un prisme droit est égale à 59,2 cm² ; le périmètre d'une base est égal à 7,4 cm.
Calcule la hauteur de ce prisme.

4 L'aire latérale d'un prisme droit est égale à 324 cm². La hauteur de ce prisme est égale à 12 cm.
Calcule le périmètre d'une base.

Activité 4 Volume d'un prisme droit

1. Calcule le volume du pavé droit ci-dessous (figure 1).
2. On coupe ce pavé droit comme indiqué sur la figue 2. Détermine le volume du prisme ABC'B'A'.
3. Dessine la base ABC de ce prisme en vraie grandeur et calcule son aire.
4. Détermine le volume d'un prisme connaissant l'aire de sa base et sa hauteur.

Figure 1

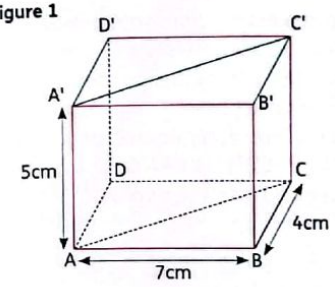
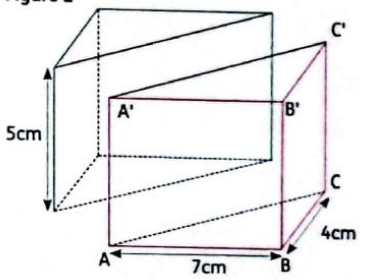


Figure 2



Synthèse

Le volume d'un prisme droit est égal au produit de l'aire de base par la hauteur.

Exercices de fixation

1 Un prisme droit ABCDEF a pour base le triangle ABC , rectangle en A et pour hauteur 10 cm.
On donne : AB = 12 cm, AC = 13 cm.
Calcule le volume de ce prisme.

2 Recopie et complète le tableau suivant :

Aire d'une base (en cm²)	6,25	.....
Hauteur (en cm)	7	5,5
Volume (en cm³)	.....	67,375

3 Un prisme droit a une hauteur de 6 cm et sa base est un losange dont les diagonales mesurent 4 cm et 5 cm.
Calcule le volume de ce prisme.

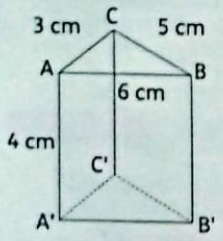
Scanné avec CamScanner

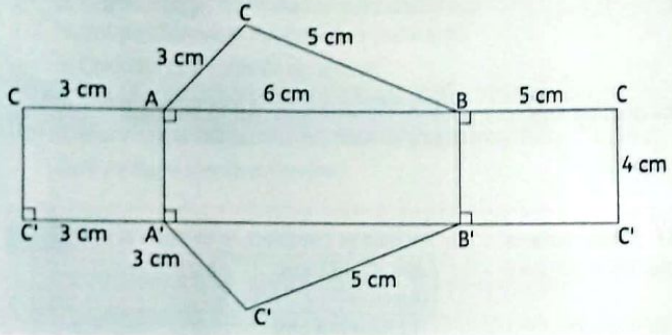
APPRENTISSAGE DE LA RÉDACTION

Exercice 1 Construire un patron d'un Prisme droit

Les dimensions d'un prisme droit à base triangulaire sont les suivantes :
La hauteur mesure 4 cm et les côtés des bases mesurent : 6 cm, 5 cm, 3 cm.
Construis un patron de ce prisme droit.

Corrigé





Méthode

1. On représente le prisme à main levée, on nomme les sommets sur le schéma et on y reporte les dimensions données.
2. On construit :
Les trois faces latérales rectangulaires : ABB'A' ; BCC'B' puis CAA'C'.
Les deux bases : ABC et A'B'C'.

Exercice 2 Calculer l'aire latérale d'un prisme

Calcule l'aire latérale du prisme droit de hauteur 4 cm, dont une base est un parallélogramme ABCD tel que AB = 6 cm et AD = 3 cm.

Corrigé

- Le périmètre de la base est :
$P = 2 \times 6 + 2 \times 3 = 18$ cm
- L'aire latérale est :
$\mathcal{A} = P \times h = 18 \times 4 = 72$ cm².

Méthode

L'aire latérale est l'aire du parallélogramme ABCD.
P : périmètre de la base du Prisme.
h : hauteur du solide.

Exercice 3 Calculer l'aire totale d'un prisme droit

Un prisme droit de base un triangle rectangle de dimensions 3 cm, 4 cm et 5 cm.
Sa hauteur est de 5 cm.
Calcule l'aire totale de ce prisme droit.

Corrigé

- Calculons l'aire latérale du prisme droit.
$\mathcal{A}_\ell = (3 + 4 + 5) \times 5$
$= 60$ cm².
- Calculons l'aire d'une base.
$\mathcal{A}_B = \frac{3 \times 4}{2}$
$= 6$ cm².
- Calculons l'aire totale du prisme droit.
$\mathcal{A}_t = \mathcal{A}_\ell + 2 \times \mathcal{A}_B$
$= 60 + 12$
$= 72$ cm².

Méthode

Pour calculer l'aire totale d'un prisme droit on peut procéder comme suit :
- On calcule l'aire latérale.
- On calcule l'aire des bases.
- On fait la somme des deux aires calculées précédemment.

Exercice 4 Calculer le volume d'un prisme

La base d'un prisme droit est un triangle isocèle et rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 2,2 cm. La hauteur du prisme est égale à 12 cm.
Calcule le volume de ce prisme en cm³.

Corrigé

Calcul du volume du prisme :

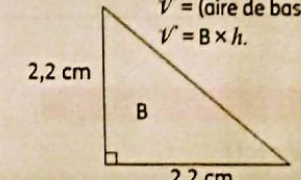
$\boxed{\mathcal{V} = B \times h}$ B : aire de la base (du triangle)
h : hauteur du solide

On a $B = \frac{1}{2} \times 2{,}2 \times 2{,}2 = 2{,}42$ cm².
Donc $\mathcal{V} = 2{,}42 \times 12 = 29{,}04$ cm³.
Le volume du prisme droit est égal à 29,04 cm³.

Méthode

On rappelle la formule avant de poser les calculs.

$\mathcal{V}$ = (aire de base) × (hauteur)
$\mathcal{V} = B \times h$.



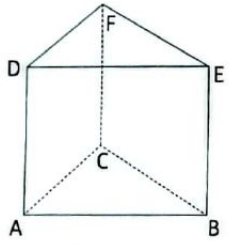
Scanné avec CamScanner

Résumé de cours

1 Définitions et vocabulaire

Définitions

- Un **polygone** est une figure plane qui a au moins trois côtés.
  Un triangle, un quadrilatère, un pentagone, un hexagone, etc. sont des polygones.
- Un prisme droit est un solide de l'espace dont les faces latérales sont rectangulaires et les deux bases sont des polygones superposables.
- Une arête qui relie deux bases s'appelle hauteur du prisme droit.

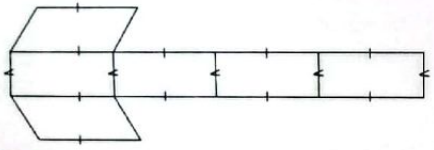


A, B, C, D, E F sont les sommets du prisme droit ci-contre.
Les triangles ABC et DEF sont les deux bases.
Le segment [AD] est une hauteur.

Exemple

- Le pavé droit est un prisme droit dont les bases sont des rectangles.
- Le cube est un prime droit dont toutes les faces sont des carrés superposables.

2 Patron d'un prisme droit



- Les bases de ce prisme droit sont des parallélogrammes superposables.
  Les faces latérales sont des rectangles.
- Un prisme droit s'obtient par pliage de son patron.

3 Aire totale d'un Prisme droit

On désigne par :
P : le périmètre d'une base d'un prisme droit ;
$\mathscr{A}_\ell$: l'aire latérale du prisme droit ;
h : la hauteur du prisme droit.

- L'aire latérale d'un prisme droit est le produit du périmètre d'une base par la hauteur.
  $\mathscr{A}_\ell = P \times h$.
- L'aire totale d'un prisme droit est la somme de l'aire latérale et des aires de ses bases.

4 Volume d'un prisme droit

On désigne par :
B : l'aire d'une base d'un prisme droit ;
h : la hauteur du prisme droit ;
$\mathscr{V}$: le volume de ce prisme droit.

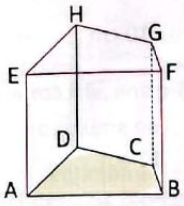
- Le volume d'un prisme droit est le produit de l'aire de la base par la hauteur.

On a : $\mathscr{V} = B \times h$.

EXERCICES

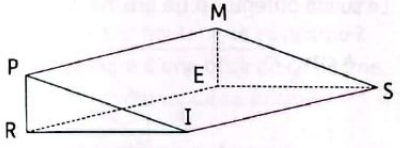
Exercices de renforcement

1 Examine le prisme droit posé sur la base ABCD. Le quadrilatère ABCD n'a pas d'angle droit.



1. Cite les faces latérales de ce prisme.
2. Cite les arêtes parallèles.
3. Donne des exemples d'arêtes perpendiculaires.

2 Examine la figure ci-dessous qui est un prisme droit. Le triangle PRI est rectangle en R.

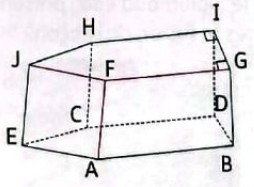


1. Cite six paires d'arêtes parallèles.
2. Cite six paires d'arêtes perpendiculaires.
3. Cite un angle droit du prisme qui n'est pas représenté par un angle droit.

3 Construis un patron d'un prisme droit à base triangulaire, de hauteur 5 cm, les côtés des bases mesurant 3 cm ; 4 cm et 5 cm.

4 Calcule l'aire latérale d'un prisme droit de hauteur 7 cm, dont une base est un parallélogramme ABCD tel : AB = 4 cm ; BC = 3 cm.

5 On donne le prisme droit suivant :



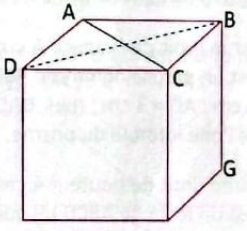
1. Combien ce prisme a-t-il :
   a) de faces ?
   b) de sommets ?
   c) d'arêtes ?
2. Combien de faces sont des rectangles ?
3. Cite cinq arêtes parallèles.

6 Un prisme droit a une base triangulaire et toutes ses arêtes ont la même longueur 3 cm. Trace un patron de ce prisme.

7 On considère un prisme droit de hauteur 4 cm. Ses bases sont des parallélogrammes dont un angle mesure 60° et dont les côtés mesurent 3 cm et 4,5 cm.
Construis ce prisme.

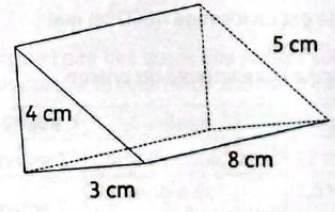
8 Un prisme droit ABCDEF a pour base le triangle ABC rectangle en A.
Sa hauteur mesure 10 cm. On donne :
AB = 12 cm, AC = 5 cm et BC = 13 cm.
Calcule le volume de ce prisme droit.

9 Le solide ci-dessous est un prisme droit dont une base est le losange ABCD.
On donne : AC = 6 cm, BD = 8 cm et BG = 4 cm.



Calcule le volume de ce prisme.

10 On donne la figure ci-dessous.



1. Calcule l'aire latérale de ce prisme droit.
2. Calcule l'aire totale de ce prisme droit.

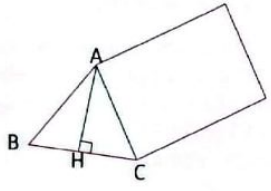
Scanné avec CamScanner

EXERCICES

11 L'une des bases d'un prisme droit est un parallélogramme ABCD tel que :
mes $\widehat{ADB} = 90°$; AD = 3 cm ; BD = 5 cm.

1. Construis le parallélogramme ABCD.
2. Calcule le volume du prisme sachant que sa hauteur est 12 cm.

12 Une tente a la forme d'un prisme droit.



La base du prisme est un triangle ABC de hauteur AH tel que AH = BC = 110 cm.
La longueur de la tente est égale à 220 cm.
Calcule le volume de la tente.

13 L'aire latérale d'un prisme droit est égale à 72 cm². Sa hauteur est égale à 4,5 cm.
Les bases sont des carrés.
Calcule le côté des carrés de base.

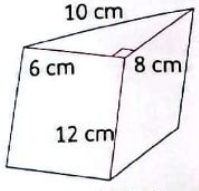
14 Un prisme droit de hauteur 4 cm, dont une base est un parallélogramme ABCD tel que :
AB = 6 cm ; AD = 3 cm ; mes $\widehat{BAD} = 50°$.
Calcule l'aire latérale du prisme.

15 Un prisme droit de hauteur 4 cm, dont une base est un losange ABCD tel que :
AC = 6 cm ; AD = 3 cm.
Calcule le volume du prisme.

16 Un prisme droit de hauteur 12 cm, dont une base est un losange ABCD tel que :
AB = 6 cm.
Calcule l'aire latérale du prisme.

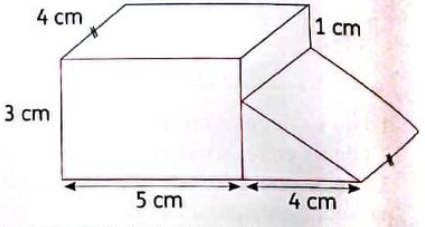
Exercices d'approfondissement

17 Le prisme droit représenté ci-dessous, a pour bases, des triangles rectangles.
La hauteur est 12 cm.



1. Calcule l'aire latérale de ce prisme droit.
2. Calcule l'aire totale de ce prisme droit.
3. Calcule le volume de ce prisme droit.

18 Joseph a fabriqué un nouveau solide en collant un parallélépipède rectangle et un prisme droit dont la base est un triangle rectangle.
Le solide obtenu est un prisme droit.



1. Calcule l'aire latérale de ce solide.
2. Calcule l'aire totale de ce solide.
3. Calcule le volume de ce solide.

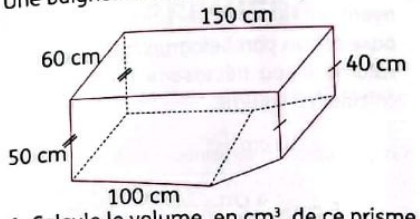
19 Un glaçon a la forme d'un cube d'arête 2 cm.
Il est plongé dans un verre contenant 20 cl d'eau.

1. Calcule le volume du glaçon.
2. Lors de la fusion du glaçon, son volume diminue d'environ 10%.
Calcule le volume d'eau présent dans le verre après la fusion du glaçon.



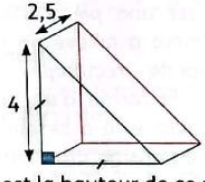
EXERCICES

20 Une baignoire a la forme d'un prisme droit.



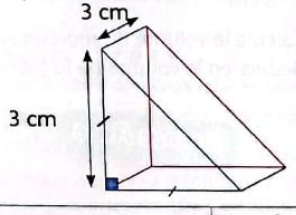
1. Calcule le volume, en cm³, de ce prisme.
2. Convertis ce volume en L.

21 L'unité est le centimètre.
Le dessin ci-dessous représente un prisme droit dont la base est un triangle rectangle isocèle.



1. Quelle est la hauteur de ce prisme ?
2. Calcule l'aire d'une base de ce prisme.
3. Calcule le volume de ce prisme.

22 On donne le prisme ci-dessous.
Recopie et mets une croix dans la case de la bonne réponse.



1	Le volume du prisme droit est	27cm²	
		13,5 cm²	
		42,39 cm²	
2	L'aire d'une base du prisme droit est	18 cm²	
		9 cm²	
		4,5 cm²	
3	L'aire de chacune des deux faces latérales faisant un angle droit est	18 cm²	
		9 cm²	
		4,5 cm²	

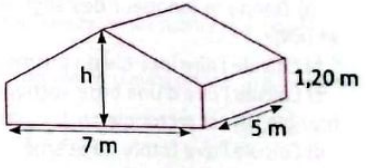
23 Un prisme droit a une hauteur de 10 cm et une aire latérale de 240 cm².
Calcule la longueur d'un côté d'une base dans chaque cas :

a) La base du prisme droit est un carré

b) La base du prisme droit est un triangle équilatéral

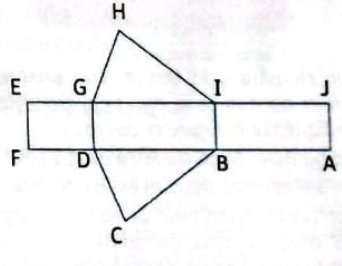
c) La base du prisme droit est une figure à six côtés de même mesure.

24 Le hangar ci-dessous a un volume de 77 m³.
Calcule la hauteur h du sommet du hangar.



25 Voici un patron d'un prisme droit à base triangulaire.

1. Reproduis la figure.
2. Code les segments de même longueur et les angles de même mesure.
3. Nomme les faces latérales et les bases du prisme droit.
4. Quel est le point qui est sur la médiatrice du segment [AC] ?



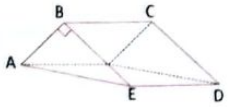
26 Calcule l'aire des bases des solides suivants, puis calcule le volume de chacun d'eux.

Solide	Base	Hauteur
Prisme 1	Carré de côté 5 cm	12 cm
Prisme 2	Rectangle de longueur 8 m et de largeur 2,5 m	1,5 m

Scanné avec CamScanner

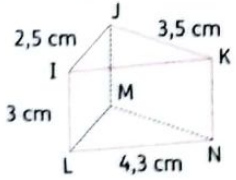
EXERCICES

27 Voici un prisme droit à base triangulaire.



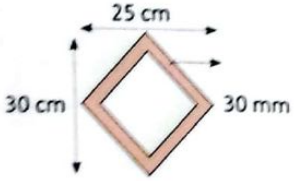
Les segments [AB], [BE] et [BC] ont des longueurs entières en centimètres.
Donne toutes les valeurs possibles de AB, BE et BC pour que le volume de ce prisme droit soit de 18 cm³.

28 1. Examine le prisme droit ci-dessous.
a) Donne la longueur des segments [IK] et [KN].
b) Calcule l'aire latérale du prisme.
c) Calcule l'aire d'une base sachant que le triangle IJK est rectangle en J.
d) Calcule l'aire totale du prisme.
2. a) Calcule le volume du prisme.
b) Convertis le volume en litres.

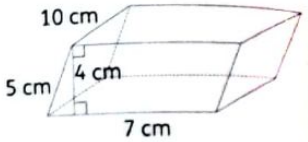


Situations d'évaluation

29 Un claustra a la forme d'un prisme droit creux dont la base est un losange comme indiqué sur la figure ci-dessous.
La hauteur de ce claustra est 15 cm.
L'épaisseur du claustra est de 30 mm.
Ton oncle, ayant peur de se faire gruger par les maçons, veut connaître le volume de ciment qu'il faut pour construire 40 claustras.
Calcule le volume de ciment nécessaire pour réaliser les 40 claustras dont a besoin ton oncle pour la construction de sa maison.

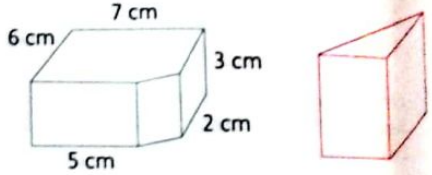


30 Yao veut remplir d'eau le solide ci-dessous ayant la forme d'un prisme droit dont la base est un parallélogramme. Il a besoin du volume d'eau nécessaire mais ne sait pas calculer ce volume.



1. Calcule le volume de ce prisme droit.
2. Détermine le nombre de litres d'eau qu'il peut contenir.

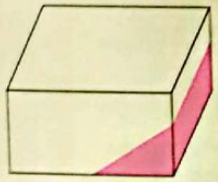
31 Pour réaliser une pièce d'un meuble en bois, M. Drissa a enlevé un morceau d'un parallélépipède rectangle. Le morceau découpé a la forme d'un prisme droit à base triangulaire. Il a besoin de connaître le volume du prisme droit mais ne sait pas comment faire.



1. Calcule le volume du morceau découpé.
2. Déduis-en le volume de la pièce en bois.

Coup de Pouce

20



Pour calculer le volume de la baignoire il faut calculer le volume du parallélépipède et retrancher le volume du prisme droit en rouge.

30 1 L = 1 dm³ ; 1 m³ = 1000 L ; 1 cm³ = 1 mL

Mémento

NOMBRES PREMIERS

Division euclidienne

- a et b sont deux nombres entiers naturels tels que : $b \neq 0$.
On peut trouver deux nombres entiers naturels q et r tels que : $a = b \times q + r$ et $r < b$.
- Trouver q et r, c'est effectuer la division euclidienne de a par b.
q s'appelle le quotient et r est le reste de cette division.

Puissance entière d'un nombre entier naturel

$(a \times b)^n = a^n \times b^n$; $a^n \times a^m = a^{n+m}$.

Nombres premiers

- Un nombre premier est un nombre entier positif qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Liste des 25 premiers nombres premiers
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS

Différence de deux nombres décimaux relatifs

Pour soustraire un nombre décimal relatif, on ajoute son opposé.

Équation du type : $x + b = a$

a et b sont des nombres décimaux relatifs donnés.
La solution de l'équation $x + b = a$ d'inconnu x, est le nombre $a - b$.

Produit de deux nombres décimaux relatifs

Pour multiplier deux nombres décimaux relatifs :
On multiplie les distances à zéro ;
- On applique la règle des signes :
- Si les deux nombres sont de même signe, alors le produit est de signe positif.
- Si les deux nombres sont de signes opposés, alors le produit est de signe négatif.

FRACTIONS

Différence de deux fractions

- Soient a, b et d des nombres entiers naturels tels que $a > b$ et d est non nul.
$\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$
- Pour calculer la différence de deux fractions de dénominateurs différents, on les réduit au même dénominateur et on calcule la différence des deux fractions de même dénominateur.

Produit de fractions

- Soient a, b et k des nombres entiers naturels, b n'est pas nul, $k \times \frac{a}{b} = \frac{k \times a}{b}$ et $\frac{a}{b} \times k = \frac{k \times a}{b}$
- Soient a ; b ; c et d des nombres entiers naturels tels que b et d sont non nuls.
$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$
- Soit n un nombre entier naturel plus grand que le nombre 1.
a et b sont des nombres entiers naturels ; b n'est pas nul.
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \times \ldots \times \frac{a}{b}}_{n \text{ facteurs égaux à } \frac{a}{b}}$.

PROPORTIONNALITÉ

Vitesse moyenne

$$\text{Vitesse moyenne} = \frac{\text{Distance parcourue}}{\text{Temps du parcours}}$$

Débit moyen

$$\text{Débit moyen} = \frac{\text{Volume du liquide écoulé}}{\text{Durée}}.$$

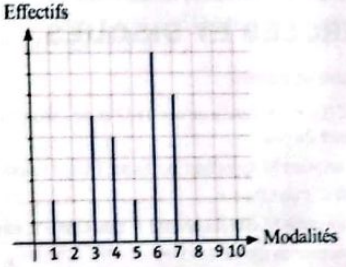
Masse volumique

$$\text{Masse volumique} = \frac{\text{Masse du corps}}{\text{Volume du corps}}.$$

STATISTIQUE

Diagramme en bâtons

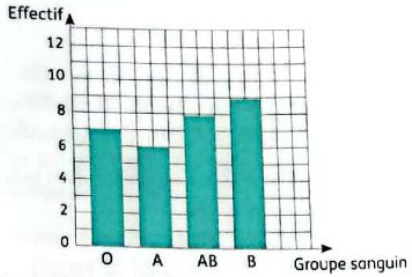
Un diagramme en bâtons est une représentation graphique d'une série statistique à l'aide de barres de longueurs proportionnelles aux effectifs des modalités. L'épaisseur des barres n'a pas d'importance.



Scanné avec CamScanner

Diagramme à bandes

Diagramme dans lequel on représente les modalités à l'aide de bandes verticales ou horizontales.



SEGMENTS

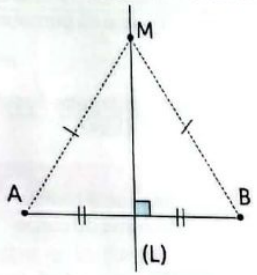
Caractérisation d'un segment

A, B et M sont trois points du plan.

- Si M appartient à [AB], alors : AM+MB = AB.
- Si AM + MB = AB, alors M appartient à [AB].



Caractérisation de la médiatrice d'un segment



A, B et M sont trois points du plan.

- Si M appartient à la médiatrice du segment [AB], alors il est équidistant des extrémités A et B du segment [AB] (c'est-à-dire : MA = MB).
- Si un point M est équidistant des extrémités A et B du segment [AB] (c'est-à-dire MA = MB), alors M appartient à la médiatrice du segment [AB].

CERCLES ET DISQUES

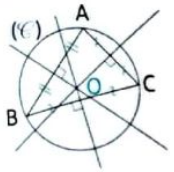
Disque et points

Soit C(O, r) un cercle de centre O et de rayon r et M un point du plan.

- Si un point M appartient au disque D(O, r) alors OM < r ou OM = r.
- Si un point M est tel que OM < r ou OM = r, alors il appartient au disque D(O, r).

Cercle circonscrit à un triangle

- Le centre du cercle circonscrit à un triangle est le point de concours des médiatrices des côtés de ce triangle.



- Si le centre du cercle circonscrit à un triangle est le milieu de l'un des côtés du triangle, alors ce triangle est rectangle.

ANGLES

Angles adjacents

Deux angles adjacents sont deux angles qui ont :

- le même le sommet ;
- un côté commun ;
- les deux angles sont situés de part et d'autre du côté commun.

Angles opposés par le sommet

- Deux angles opposés par le sommet sont des angles dont les côtés de l'un sont des demi-droites opposées aux côtés de l'autre.
- Deux angles opposés par le sommet ont la même mesure.

Somme des mesures des angles d'un triangle

Dans un triangle, la somme des mesures des angles est 180°.

TRIANGLES

Triangle isocèle

- Dans un triangle isocèle, la médiatrice de la base est le seul axe de symétrie de ce triangle.
- Les angles à la base d'un triangle isocèle ont la même mesure.

Triangle équilatéral

- Dans un triangle équilatéral, les médiatrices des côtés sont les axes des symétries de ce triangle.
- Les angles d'un triangle équilatéral ont la même mesure. Cette mesure est de 60°.

Triangle rectangle

Dans un triangle rectangle, les deux angles aigus sont complémentaires.

Somme des angles dans un triangle

Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°.

Inégalité triangulaire

Dans un triangle, la longueur d'un côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

PARALLÉLOGRAMMES PARTICULIERS

Parallélogramme

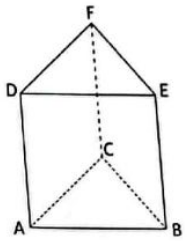
- Dans un parallélogramme :
  - Les angles des sommets opposés ont la même mesure.
  - Les angles de deux sommets consécutifs sont supplémentaires.
- Si un quadrilatère a deux côtés opposés de même longueur et de supports parallèles, alors c'est un parallélogramme.

Rectangle

- Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits.
- Si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un rectangle.
- Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.

PRISME DROIT

Définition



Volume d'un prisme droit

B : l'aire d'une base,
h : la hauteur,
V : le volume de ce prisme droit.
On a : V = B × h.

Aires d'un prisme droit

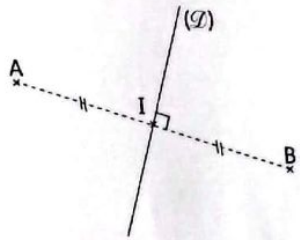
On désigne par :
P : le périmètre d'une base ;
$\mathcal{A}_l$: l'aire latérale ;
h : la hauteur.
$\mathcal{A}_l$ = P × h.

- L'aire totale d'un prisme droit est la somme de son aire latérale et des aires de ses bases.

FIGURES SYMÉTRIQUES PAR RAPPORT À UNE DROITE

Points symétriques par rapport à une droite

Deux points A et B sont symétriques par rapport à une droite (D) **signifie que** (D) est la médiatrice du segment [AB].
Chaque point de la droite (D) est **son propre symétrique**.



(D) ⊥ (AB) et AI = IB

Symétrique d'une figure par rapport à une droite

- Si des points sont alignés, alors leurs symétriques par rapport à une droite sont alignés.
- Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon.
- Le symétrique d'un angle est un angle de même mesure.

Axe de symétrie d'une figure

Une droite (D) est un axe de symétrie d'une figure (F) signifie que chaque point de (F) a pour symétrique par rapport à (D) un point de (F).

Scanné avec CamScanner

Mise en page : Vallesse Éditions
Tel : 2722410821 / 0101916125
Maquette couverture : Igraph
Achevé d'imprimer en Côte d'Ivoire
4e trimestre 2022
Dépôt légal : N° 18905 du 17 Août 2022

Scanné avec CamScanner

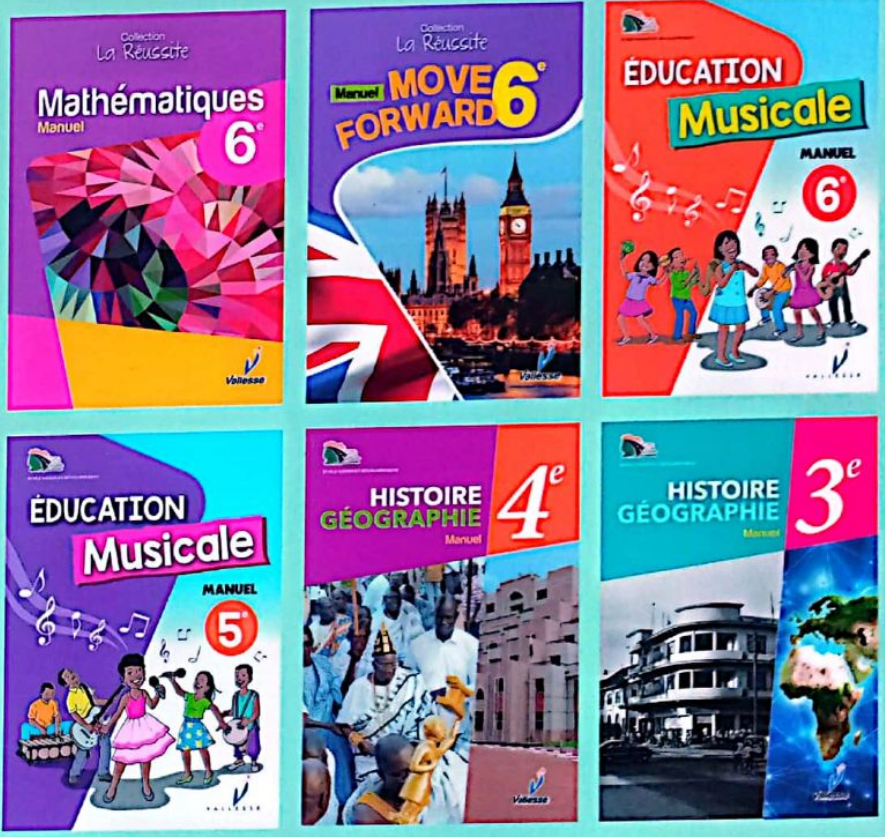
Collection La Réussite



Une collection pour vous conduire sur le chemin de la Réussite.
On y trouve, pour chaque leçon :

- *Situation d'apprentissage*
- *Habiletés et contenus*
- *Installation des habiletés*
- *Apprentissage de la rédaction*
- *Résumé de cours*
- *Exercices*
- *Coup de pouce*

Nos manuels



9 782384 030354
ISBN : 978-2-38403-035-4

Scanné avec CamScanner