

LECON 1 :**CALCUL LITTERAL**NIVEAU : 3^e

NOMBRE DE SEANCES : 10

DUREE D'UNE SEANCE : 1 HEURE

<u>Pré – requis</u> L'élève doit être capable de : - Reconnaître des nombres rationnels ; - Connaître les produits remarquables ; - Développer ; réduire et factoriser des expressions littérales ; - Trouver des fractions égales à une fraction donnée en multipliant ou en simplifiant ; - Connaître les règles de puissances ;		<u>Matériels</u> ✓ Manuel CIAM 3^e
<u>Savoirs</u> ✓ Identifier la propriété sur l'égalité des quotients ; ✓ Identifier les produits remarquables dans une expression littérale ; ✓ Identifier des facteurs communs dans un polynôme ; ✓ Appliquer les règles de calculs sur les puissances ;	<u>Savoir – Faire</u> ✓ Additionner, multiplier, diviser et simplifier des quotients ; ✓ Encadrer la somme, la différence de deux nombres connaissant un encadrement de chacun d'eux ; ✓ Encadrer le produit, le quotient de deux nombres positifs, connaissant un encadrement de chacun deux. ✓ Utiliser les propriétés de calcul sur les puissances ; ✓ Développer et réduire des expressions littérales ; ✓ Développer, réduire et ordonner un polynôme ; ✓ Factoriser un polynôme ; ✓ Calculer une valeur numérique d'une expression littérale ; ✓ Simplifier une fraction rationnelle ; ✓ Déterminer les valeurs de la variable pour lesquelles le quotient existe.	<u>Savoir –être</u> ✓ Faire preuve de persévérance et de rigueur; ✓ Adopter un esprit de collaboration ;

Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
I) Quotients 1) Egalités de quotients	Activité : 1°) Trouve une fraction égale à la fraction $\frac{5}{3}$. 2°) Justifie que $\frac{5+20}{3+12} = \frac{5}{3}$ 3°) On sait que $\frac{5}{3} = \frac{20}{12}$ Justifie que $\frac{5}{3} = \frac{40}{24}$	Réponses attendues : $\frac{5}{3} = \frac{5 \times 4}{3 \times 4} = \frac{20}{12}$ $\frac{5+20}{3+12} = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$ $\frac{40}{24} = \frac{20 \times 2}{12 \times 2}$ $\frac{5}{3} = \frac{5 \times 8}{3 \times 8} = \frac{40}{24}$ Donc $\frac{5}{3} = \frac{40}{24}$	I) Quotients 1) Egalités de quotients Propriété : $a; b; c$ et d sont des nombres différents de 0 ; $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{kc}{kd}$
2) Transformations d'égalités de quotients	Activité : $a; b; c$ et d sont des nombres différents de 0 ; Démontrons que : $ad = bc$ équivaut à $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Exercice d'application :	Réponses attendues : On a : $ad = bc$ équivaut à $\frac{ad}{bd} = \frac{bc}{bd}$ Or: $\frac{ad}{bd} = \frac{bc}{bd}$ équivaut à $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Donc; $ad = bc$ équivaut à $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Exercice de maison : N°1 P 128 (CIAM)	2) Transformations d'égalités de quotients Propriété : $a; b; c$ et d sont des nombres différents de 0 ; $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivaut à $ad = bc$
3) Opérations sur les quotients	Activité : Calcule les quotients suivants : $\frac{2}{3} + \frac{5}{4}$; $\frac{2}{3} \times \frac{5}{4}$; $\frac{2}{3} \div \frac{5}{4}$	Réponses attendues $\frac{2}{3} + \frac{5}{4} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} + \frac{5 \times 3}{4 \times 3}$ $= \frac{8}{12} + \frac{15}{12}$	3) Opérations sur les quotients Règles : $a; b; c$ et d sont des nombres différents de 0 ;

		$= \frac{23}{12}$	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$
Plan de la leçon	3 ^{ème} *** Activités du Professeur	~~CALCUL LITTÉRAL ***~~ 3 ^{ème} Activités des apprenants(es)	Trace
	Exercice d'application N° 1a P121 (CIAM)	$\frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{2 \times 5}{3 \times 4}$ $= \frac{10}{12}$ $= \frac{5}{6}$ $\frac{2}{3} \div \frac{5}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ $= \frac{8}{15}$ Exercice de maison : N° 2 P 128 (CIAM)	$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} = \frac{ac}{bd}$ $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$
II) Calcul littéral 1) Puissance à exposant entier naturel	Activité : Ecris plus simplement les expressions suivantes : $3^5 \times 4^5$; $6^5 \times 6^{-7}$; $(3^4)^3$ $\frac{4^6}{4^8}$; $2^{-3} \times 2^3$ Exercice d'application : N°2a P 122 (CIAM)	Réponses attendues : $3^5 \times 4^5 = (3 \times 4)^5 = 759375$ $6^5 \times 6^{-7} = 6^{5-7} = 6^{-2}$ $(3^4)^3 = (3^{4 \times 3}) = 3^{12}$ $\frac{4^6}{4^8} = 4^6 \times 4^{-8} = 4^{6-8} = 4^{-2}$ $2^{-3} \times 2^3 = 2^{-3+3} = 2^0 = 1$	II) Calcul littéral 1) Puissance à exposant entier naturel Notation : a est un nombre différent de 0 ; n est un nombre entier naturel différent de 0. L'inverse de a^n est noté a^{-n} . $a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad ; \quad a^{-n} \times a^n = 1$ Exemples : $3^{-5} = \frac{1}{3^5} \quad ; \quad a^{-3} \times a^3 = a^{-3+3}$ Propriété : a et b sont des nombres différents de 0 ; m et n sont des nombres entiers relatifs ; $a^n \times b^n = (a \times b)^n$ $a^m \times a^n = a^{m+n}$

Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
	3^{ème}***	Exercice de maison : Calcul littéral. ***3^{ème}	$(a^m)^n = a^{m \times n}$; $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
2) Développement et réduction	Activité : Réduis les expressions suivantes : $x - (2x + 1) \quad ; \quad x - (2x - 1)$ $x + (2x - 1)$ Activité : 1°) Développe les produits suivants : $3x(2+x) \quad ; \quad x(4x-1) \quad ;$ $5x(3+2x^2+x)$ 2°) Factorise les expressions littérales ci-dessous : $2x+8x^2 \quad ; \quad x^2-5x^3 \quad ;$ $(3x+1)(2x-1)+5x(3x+1)$ Exercice d'application : Trouve un procédé permettant de calculer mentalement les produits suivants : $99^2 \quad ; \quad 101^2 - 99^2 \quad ;$ $46 \times 54 \quad ; \quad 105^2$	Réponses attendues $x - (2x + 1) = x - 2x - 1$ $= -x - 1$ $x - (2x - 1) = x - 2x + 1$ $= -x + 1$ $x + 2x - 1 = x + 2x - 1$ $= 3x - 1$ Réponses attendues 1°) $A = 3x(2+x)$ $= 6x + 3x^2$ $B = x(4x-1)$ $= 4x^2 - x$ $C = 5x(3+2x^2+x)$ $= 15x + 10x^3 + 5x^2$ 2°) $2x+8x^2 = 2x(1+4x)$ $x^2-5x^3 = x^2(1-5x)$ $D = (3x+1)(2x-1) + 5x(3x+1)$ $= (3x+1)[(2x-1)+5x]$ $= (3x+1)(7x-1)$ Réponses attendues : $99^2 = (100-1)^2$ $= 100^2 - 200 + 1$ $= 9801$ $101^2 - 99^2 = (100+1)^2(100-1)^2$ $= 100^2 - 1^2$ $= 9999$	2) Développement et réduction Propriété : <i>Suppression de parenthèses</i> a, b et c sont des nombres ; on a : $a + (b - c) = a + b - c$ $a - (b - c) = a - b + c$ $a - (b + c) = a - b - c$ Rappels ➤ <i>Règles de priorité</i> La multiplication est prioritaire sur l'addition et sur la soustraction ; L'élévation. ➤ <i>Développement d'un produit ; factorisation</i> x, y et z sont des nombres ; on a : $x(y+z) = xy + xz$ $x(y-z) = xy - xz$ Exemple 1 1°) Développe et réduis l'expression A $A = (2a-6)(3-4a)$ 2°) Calcule la valeur numérique de A pour $a = -4$ ➤ <i>Egalités remarquables</i> a et b sont des nombres ; on a : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace

		$46 \times 54 = (50 - 4)(50 + 4)$ $= 50^2 - 4^2$ $= 2500 - 16 = 2484$ $105^2 = (100 + 5)^2$ $= 100^2 + 1000 + 5^2$ $= 11025$ Exercices de maison : N°4 ; 5 et 6 P128 (CIAM)	Exemple 2 Développe et réduis les expressions littérales P ; Q et R. $P = (3a + 1)^2 ; \quad Q = (7 - a)^2 ;$ $R = (12a + 3)(12a - 3)$
3) Factorisation	Activité : Mettre en évidence un facteur commun Factorisons les expressions littérales A ; B et C : $A = 2x(3x + 1) - 17(3x + 1)$ $B = 3x(2x + 1) + 2x + 1$ $C = x(x - 1) + 3(1 - x)$	Réponses attendues : $A = 2x(3x + 1) - 17(3x + 1)$ $= (3x + 1)(2x - 17)$ $B = 3x(2x + 1) + 2x + 1$ $= (2x + 1)(3x + 1)$ $C = x(x - 1) + 3(1 - x)$ $= (x - 1)(x - 3)$	3) Factorisation <i>Mettre en évidence un facteur commun (Voir Activité)</i>
	Utiliser les produits remarquables Factorisons les expressions littérales A ; B et C. $A = 9a^2 + 24a + 16$ $B = 64 - 16x + x^2$ $C = 25 - (3x + 7)^2$	Réponses attendues : $A = 9a^2 + 24a + 16$ $= (3a)^2 + 2 \times 3a \times 4 + 4^2$ $= (3a + 4)^2$ $B = 64 - 16x + x^2$ $= 8^2 - 2 \times 8 \times x + x^2$ $= (8 - x)^2$ $C = 25 - (3x + 7)^2$ $= 5^2 - (3x + 7)^2$ $= [5 - (3x + 7)][5 + (3x + 7)]$ $= (5 - 3x - 7)(5 + 3x + 7)$ $= (-2 - 3x)(12 + 3x)$	<i>Utiliser les produits remarquables</i>

Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
	Utiliser plusieurs techniques Factorisons les expressions littérales A ; B et C. $A = x^3 - x$ $B = 4x^2 - 9 + (x+1)(2x-3)$ $C = x^2 - 10x + 25 + 4x(5-x)$	Réponses attendues : $A = x^3 - x = x(x^2 - 1)$ $= x(x-1)(x+1)$ $B = 4x^2 - 9 + (x+1)(2x-3)$ $= (2x)^2 - 3^2 + (x+1)(2x-3) = (2x-3)(2x+3) + (x+1)(2x-3)$ $= (2x-3)[(2x+3) + (x+1)]$ $= (2x-3)(3x+4)$ $C = x^2 - 10x + 25 + 4x(5-x)$ $= (x-5)^2 + 4x(5-x)$ $= (x-5)[(x-5) - 4x]$ $= (x-5)(-3x-5)$ Exercices de maison : N° 7 ; 8 et 9 P 128(CIAM)	<i>Utiliser plusieurs techniques</i> (Voir Activité)
4) Produit nul ; nombres de même carré	Activité : a et b sont des nombres entiers ; 1°) Dans quelle condition le produit $a \times b = 0$? 2°) Dans quelle condition le produit $a \times b \neq 0$?	Réponses attendues : 1°) $a \times b = 0$ si $a=0$ ou $b=0$ 2°) $a \times b \neq 0$ si $a \neq 0$ et $b \neq 0$	4) Produit nul ; nombres de même carré ❖ Produit nul Propriétés : - Un produit est égal à zéro lorsque l'un au moins de ses facteurs est égal à zéro. a et b sont des nombres : $ab=0$ équivaut à $a=0$ ou $b=0$ - Un produit est différent de zéro lorsque tous les facteurs sont différents de zéro. a et b sont des nombres : $ab \neq 0$ équivaut à $a \neq 0$ et $b \neq 0$

Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
	Activité : On sait que : $(4^2) = (-4)^2 = 16$ Trouve d'autres nombres que les nombres a ou $-a$, ayant pour carré a^2	Réponse attendue : Cherchons x tel que : $x^2 = a^2$ On a : $x^2 - a^2 = 0$ $(x-a)(x+a) = 0$ équ à $(x-a) = 0$ ou $(x+a) = 0$ $x = a$ ou $x = -a$ Donc les seuls nombres ayant pour carré a^2 sont a et $-a$ Exercices de maison : 1°) Dans chacun des suivants détermine les valeurs de x $(2x-1)(x-6) = 0$ $(3+4x)(2x-3) = 0$ 2°) Factorise l'expression de A ; puis les valeurs de x pour $A=0$ $A = 4x^2 - 9 + (x+1)(2x-3)$	Propriétés : - a et b sont des nombres : $a^2 = b^2$ équivaut à $a=b$ ou $a=-b$ Exemple : $x^2 = 4$ équivaut à $x=2$ ou $x=-2$ - a et b sont des nombres positifs : $a^2 = b^2$ équivaut à $a=b$.
III) <u>Exemples d'expressions littérales</u> 1) <u>Polynômes</u>	Présentation : ➤ On considère l'expression littérale : $5x^2$ C'est un monôme en x ; 5 est le coefficient du monôme ; 2 est le degré du monôme On rappelle que pour x différent de 0 ; $x^0 = 1$; $4x^0 = 4$		III) <u>Exemples d'expressions littérales</u> 1) <u>Polynômes</u> (Voir Présentation)

Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
	On convient de dire que tout nombre différent de 0 est un monôme. ➤ On considère l'expression littérale : $22x^9 - 76x^6 - 5$ C'est une somme algébrique de monômes. Ses termes sont ordonnés suivant les puissances décroissantes de x. $22x^9$ est le monôme de degré le plus élevé ; il a 9 pour degré. On dit que $22x^9 - 76x^6 - 5$ est unpolynôme de degré 9		
2) <u>Fractions rationnelles</u> a) <u>Présentation</u>	Présentation : On considère l'expression littérale : $A = \frac{x^3 + 5x^2}{x^2 - x} ;$ Cette expression s'appelle la fraction rationnelle. Donner les deux parties qui composent cette fraction rationnelle.	Réponses attendue s: On a le numérateur $(x^3 + 5x^2)$ et le dénominateur $(x^2 - x)$	2) <u>Fractions rationnelles</u> a) <u>Présentation</u>
b) <u>Condition d'existence</u>	1°) Factoriser le numérateur et le dénominateur de l'expression A.	Réponses attendues : 1°) Numérateur $x^3 + 5x^2 = x^2(x + 5)$	b) <u>Condition d'existence</u>

	2°) Explique pourquoi les seules valeurs de x pour	Dénominateur $x^2 - x = x(x - 1)$	
Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
	lesquelles on ne peut pas calculer une valeur numérique de A sont 0 et 1. On dit que la condition d'existence d'une valeur numérique de A est $x \neq 0$ et $x \neq 1$. 3°) Calcule une valeur numérique de A pour chacune des valeurs de $x = 2$; $x = -3$ Exercice d'application : N°3a P 127 (CIAM)	2°) Lorsqu'on remplace x par les valeurs 0 ou 1 ; on ne peut obtenir de valeur numérique de A. 3°) Pour $x = 2$; on a : $A = \frac{2^3 + 5 \times 2}{2^2 - 2} = \frac{18}{2} = 9$ Pour $x = -3$; on a : $A = \frac{(-3)^3 + 5 \times (-3)}{(-3)^2 - (-3)} = \frac{-42}{12} = \frac{-7}{2}$	Remarque : Une valeur numérique d'une fraction rationnelle n'existe que si le dénominateur est différent de 0. Exemple : Donner la condition d'existence de la fraction rationnelle ; $B = \frac{2x-3}{x+5}$ B existe si et seulement si $x+5 \neq 0$ $x \neq -5$ B existe pour $x \neq -5$
c) Simplification	Activité : On veut trouver une écriture plus simple de l'expression littérale : $A = \frac{x^3 + 5x^2}{x^2 - x}$ 1°) On factorise le numérateur et le dénominateur de A. On dit que la fraction rationnelle a été simplifiée par x. On écrit : Pour $x \neq 0$ et $x \neq 1$;	Réponses attendues : 1°) On a : $A = \frac{x^{2(x+5)}}{x(x-1)}$ Pour $x \neq 0$ et $x \neq 1$, on a : $A = \frac{x(x+5)}{(x-1)}$ Exercices de maison : N°14 P 129 (CIAM)	c) Simplification Méthode : <i>Pour simplifier une fraction rationnelle.</i> On procède comme suit : On factorise le numérateur et le dénominateur ; On détermine la condition d'existence d'une valeur numérique de la fraction rationnelle ; On simplifie la fraction rationnelle pour chacun des facteurs communs figurant au numérateur et au dénominateur ; On écrit la fraction rationnelle simplifiée, précédée de la condition d'existence d'une valeur numérique de la fraction rationnelle.

	$A = \frac{x(x+5)}{x-1}$	N° 17 P 117 (Théorème)	
--	--------------------------	------------------------	--

3^{ème}***

CALCUL LITERAL. ***3^{ème}