

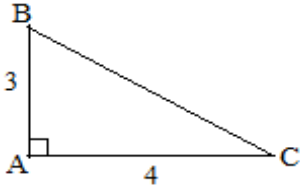
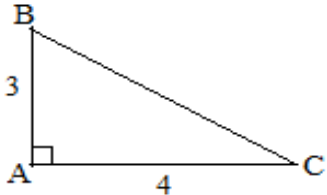
LECON**TRIANGLE RECTANGLE**NIVEAU : 3^e

NOMBRE DE SEANCES : 14

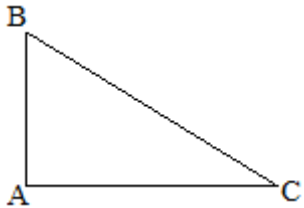
DUREE D'UNE SEANCE : 1 HEURE

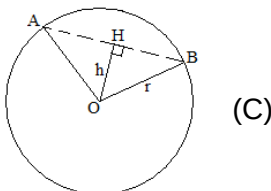
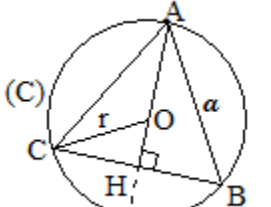
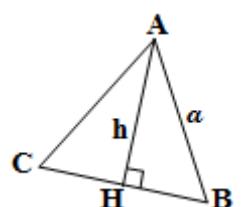
<u>Pré – requis</u> L'élève doit être capable de : - Reconnaître un triangle rectangle ; - Reconnaître l'hypoténuse d'un triangle rectangle ; - Reconnaître des angles aigus et obtus ; - Calculer des distances.		<u>Matériels</u> ✓ Manuel CIAM 3^e ; ✓ Fiches d'exercices ; ✓ Internet ; ✓ Calculatrice ; ✓ Instruments de géométrie ; ✓ Revues.
<u>Savoirs</u> ✓ Utiliser les propriétés liées à la propriété de Pythagore pour calculer des distances ; ✓ Calculer le cosinus ; le sinus et la tangente d'un angle dans un triangle rectangle ; ✓ Lire et utiliser la table trigonométrique ; ✓ Donner et encadrer la mesure d'un angle ;	<u>Savoir – Faire</u> ✓ Justifier qu'un triangle est rectangle ; ✓ Calculer différentes longueurs dans un triangle rectangle ; ✓ Résoudre des problèmes de vie courante en utilisant les propriétés de Pythagore ; ✓ Calculer le cosinus d'un angle aigu, connaissant les mesures des côtés. ✓ Calculer le sinus d'un angle aigu, connaissant les mesures des cotés ; ✓ Calculer les longueurs de deux côtés connaissant la mesure d'un angle aigu et la longueur du troisième côté ; ✓ Calculer le cosinus d'un angle aigu, connaissant le sinus et inversement ; ✓ Calculer la tangente d'un angle aigu d'un triangle rectangle connaissant les mesures des côtés ;	<u>Savoir –être</u> ✓ Faire preuve de persévérance et de rigueur ; ✓ Adopter un esprit de collaboration ;

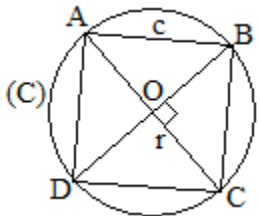
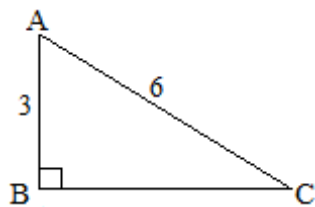
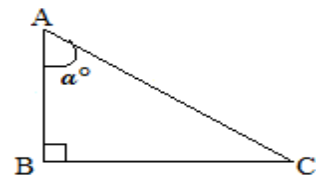
	✓ Calculer la longueur d'un des côtés de l'angle droit connaissant la longueur de l'autre côté et la tangente d'un angle aigu. ✓ utiliser une table trigonométrique ou une calculatrice pour : ✓ Déterminer le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle dont on connaît la mesure ; ✓ Lire ou encadrer éventuellement la mesure d'un angle quand on connaît le cosinus, le sinus ou la tangente ; ✓ Donner une valeur approchée ou exacte de la mesure d'un angle aigu.	
--	--	--

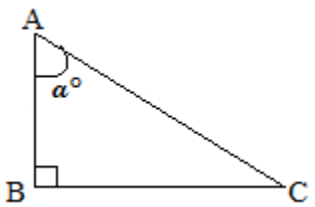
Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
I) <u>Propriété De Pythagore</u> 1) <u>Propriété De Pythagore</u>	Activité : ABC est un triangle rectangle en A tels que : $AB=3$ et $AC=4$ 1°) Construis le triangle ABC ; 2°) Comment appelle t- on le côté le plus long de ce triangle ? 3°) Détermine la longueur de ce côté. Cette propriété s'appelle la propriété de Pythagore. <u>Exercice d'application :</u> N° 1a P22 (CIAM)	Réponses attendues : 1°)  2°) Le côté le plus long s'appelle l'hypoténuse. 3°) On a : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ $= 3^2 + 4^2$ $= 9 + 16$ $BC^2 = 25$ $BC = \sqrt{25}$ $BC = 5$ Réponses attendues : $BC^2 = AC^2 + AB^2$ $= 7^2 + 5^2$ $= 49 + 25$ $BC^2 = 74$ $BC = \sqrt{74}$ $BC^2 = AC^2 + AB^2$ $AC^2 = BC^2 - AB^2$ $= 10^2 - 5^2$ $AC^2 = 75$ $AC = \sqrt{75}$ $AC = 5\sqrt{3}$	I) <u>Propriété de Pythagore</u> 1) <u>Propriété De Pythagore</u> Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.  ABC est un triangle rectangle en A ; $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace

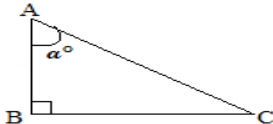
2) Réciproque de la propriété de Pythagore	Activité : ABC est un triangle tels que : $AB=6$; $AC=8$ et $BC=10$ 1°) Calcule le carré de chaque côté de ce triangle ; 2°) Justifie que ce triangle est rectangle Cette propriété est appelée propriété réciproque de Pythagore. Exercice d'application : Dans chacun des cas suivants ; détermine la nature du triangle EFG. a/ $EF=\sqrt{75}$; $EG=5\sqrt{2}$; $FG=5$ b/ $EF=4$; $EG=8$; $FG=7$	Réponses attendues : 1°) $AB^2=6^2=36$ $AC^2=8^2=64$ $BC^2=10^2=100$ 2°) On sait que dans un triangle rectangle ; le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés et donc par vérification, on a: $6^2+8^2=36+64=100$ On constate que $AB^2+AC^2=BC^2$ Réponses attendues a/ $(\sqrt{75})^2=75$ $(5\sqrt{2})^2=25 \times 2=50$ $5^2=25$ On voit que $50+25=75$ Donc EFG est un triangle rectangle en G b/ En faisons les mêmes calculs que a/ on voit que : $16+49 \neq 64$ donc EFG n'est pas un triangle rectangle. Exercices de maison : N°2 ; 3 et 4 P31 (CIAM)	2) Réciproque de la propriété de Pythagore Si dans un triangle ; le carré d'un côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés ; alors ce triangle est rectangle.  $AB^2+AC^2=BC^2$ donc ABC est triangle rectangle en A.
--	---	--	--

Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
3) Propriétés de Pythagore et calcul de distances	Utilisation de la propriété de Pythagore.  (C) a) Démontre que : $AB = 2\sqrt{r^2 - h^2}$  (C) b) Démontre que : $a = r\sqrt{3}$  c) Démont re que :	Réponses attendues : a) D'après la propriété de Pythagore ; on a : $r^2 = h^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2$ $\frac{AB^2}{4} = r^2 - h^2$ $AB^2 = 4(r^2 - h^2)$ $AB = 2\sqrt{r^2 - h^2}$ b) D'après la propriété de Pythagore ; on a : $r^2 = CH^2 + OH^2$ $= \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{r}{2}\right)^2$ $= \frac{a^2}{4} + \frac{r^2}{4};$ $4r^2 = a^2 + r^2$ $a^2 = 4r^2 - r^2$ $a = r\sqrt{3}$ c) D'après la propriété de Pythagore ; on a : $a^2 = AH^2 + HB^2$ $= h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \text{ donc}$ $h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$	3) Propriétés de Pythagore et calcul de distances a) Corde d'un cercle : b) Triangle équilatéral et cercle circonscrit : c) Hauteur d'un triangle équilatéral

	$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	$= \frac{4a^2 - a^2}{4}$ $h = \sqrt{\frac{3a^2}{4}}$	
Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
	 d) Démontre que : $c = r\sqrt{2}$	$h = \frac{a}{2}\sqrt{3}$ d) D'après la propriété de Pythagore ; on a : $c^2 = OD^2 + OC^2$ $= r^2 + r^2$ $c^2 = 2r^2$ $c = r\sqrt{2}$	d) Carré inscrit dans un cercle.
II) Cosinus et Sinus d'un angle aigu 1) Définitions :	Activité : ABC est un triangle rectangle en B tels que $AC=6$ et $BC=3$ 1°) Détermine la longueur du côté BC. 2°) Calcule le quotient $\frac{AB}{AC}$ Ce rapport correspond au sinus de l'angle $\widehat{ACB}$ $\sinus \widehat{ACB} = \frac{\text{côté opposé à l'angle } \widehat{C}}{\text{hypoténuse}}$ 3°) Calcule le quotient $\frac{BC}{AC}$	 1°) D'après la propriété de Pythagore ; $AC^2 = AB^2 + BC^2 \text{ donc}$ $BC^2 = AC^2 - AB^2$ $= 6^2 - 3^2$ $BC^2 = 27$ $BC = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ 2°) $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 3°) $\frac{BC}{AC} = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$	II) Cosinus et Sinus d'un angle aigu 1) Définitions : Dans un triangle rectangle ; - On appelle sinus d'un angle aigu(ou de sa mesure), le quotient du côté opposé à cet angle par l'hypoténuse. - On appelle cosinus d'un angle aigu(ou de sa mesure), le quotient du côté adjacent à cet angle par l'hypoténuse.
		 l'hypoténuse.	

	Ce rapport correspond au cosinus de l'angle $\widehat{ACB}$ $\cosinus \widehat{ACB} = \frac{\text{côté adjacent à l'angle}}{\text{hypoténuse}}$		$\sinus \widehat{BAC} = \frac{\text{côté opposé à l'angle } \widehat{A}}{\text{hypoténuse}} = \frac{BC}{AC}$
Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
	Exercice d'application : N°2a P 24 (CIAM)	Exercices de maison : N°8 10 et 13 P31 (CIAM)	$\cosinus \widehat{BAC} = \frac{\text{côté adjacent à l'angle}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{AC}$
2) <u>Somme des carrés du cosinus et du sinus d'un angle.</u>	Activité :  ABC est un triangle rectangle en B tels que : $AC = 6 ; BC = 4$ et $AB = 2\sqrt{5}$; $mes \widehat{A} = a^\circ$ On a : $AB < AC$; $BC < AC$ 1°) Justifie que : $0 < \frac{AB}{AC} < 1$ et $0 < \frac{BC}{AC} < 1$ On sait que : $\frac{\sqrt{5}}{6} > 0$; de même $1 > 0$ donc $0 < \frac{\sqrt{5}}{6} < 1$ d'où	Réponses attendues: 1°) Faisons les rapports: $\frac{AB}{AC} < \frac{AC}{AC} ; \frac{2\sqrt{5}}{6} < \frac{6}{6}$; $\frac{\sqrt{5}}{6} < 1$ Même méthode pour l'inégalité : $BC < AC$ 2°) $\cosinus \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC}$ $\sinus \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC}$	2) <u>Somme des carrés du cosinus et du sinus d'un angle.</u> Propriétés : Pour tout angle aigu de mesure a° ; on a : - $0 < \cos a^\circ < 1$; $0 < \sin a^\circ < 1$

	$0 < \frac{AB}{AC} < 1$ 2°) Déduis-en le cosinus et le sinus de l'angle $\widehat{BAC}$. D'après 1°) et 2°), on écrit : $0 < \cos a^\circ < 1 \text{ et } 0 < \sin a^\circ < 1$		
Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
	3°) Calcule: $(\cos a^\circ)^2 + (\sin a^\circ)^2$ Exercice d'application: Le cosinus d'un angle aigu $\widehat{A}$ est égal à $\frac{3}{5}$. Calcule le sinus de cet angle.	3°) $(\cos a^\circ)^2 + (\sin a^\circ)^2 = \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9} + \frac{4}{9} = 1$ Réponse attendue On sait que: $(\cos a^\circ)^2 + (\sin a^\circ)^2 = 1$ $(\sin a^\circ)^2 = 1 - (\cos a^\circ)^2$ $(\sin a^\circ)^2 = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2$ $= 1 - \frac{9}{25} = \frac{25-9}{25} = \frac{16}{25}$ $(\sin a^\circ)^2 = \frac{16}{25}$ $\sin a^\circ = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$ Exercices de maison:	- $\cos^2 a^\circ + \sin^2 a^\circ = 1$ Exemple : (Voir exercice d'application).

		N°11 et 12 P31 (CIAM)	
3) <u>Cosinus et sinus d'angles complémentaires</u>	Activité : ABC est un triangle rectangle en B.  1°) Justifie que : $\text{mes } \widehat{A} + \text{mes } \widehat{C} = 90^\circ$ 2°) Que peut-on dire des angles $\widehat{A}$ et $\widehat{C}$?	Réponses attendues : 1°) On sait que ABC est un triangle rectangle en B, donc $\text{mes } \widehat{B} = 90^\circ$ et comme dans un triangle la somme des angles est de 180° ; alors on a : $\text{mes } \widehat{A} + \text{mes } \widehat{C} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ 2°) On peut dire que les angles $\widehat{A}$ et $\widehat{C}$ sont complémentaires.	3) <u>Cosinus et sinus d'angles complémentaires</u>
Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace

	3°) Compare : $\sin \widehat{A}$ et $\cos \widehat{C}$; $\sin \widehat{C}$ et $\cos \widehat{A}$	3°) $\sin \widehat{A} = \frac{BC}{AC}$ et $\cos \widehat{C} = \frac{BC}{AC}$ Donc $\sin \widehat{A} = \cos \widehat{C}$ Même démarche pour le 2^e cas.	Propriété : Lorsque deux angles sont complémentaires, le sinus de l'un est égal au cosinus de l'autre.  $\cos(90 - a)^\circ = \sin a^\circ$ $\cos \widehat{C} = \sin \widehat{A}$ $\sin(90 - a)^\circ = \cos a^\circ$ $\sin \widehat{A} = \cos \widehat{C}$												
4) <u>Cosinus et sinus d'angles particuliers</u>		<table border="1"> <tr> <td>a°</td><td>30°</td><td>45°</td><td>60°</td></tr> <tr> <td>sin</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{\sqrt{2}}{2}$</td><td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td></tr> <tr> <td>cos</td><td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td><td>$\frac{\sqrt{2}}{2}$</td><td>$\frac{1}{2}$</td></tr> </table>	a°	30°	45°	60°	sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	4) <u>Cosinus et sinus d'angles particuliers</u>
a°	30°	45°	60°												
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$												
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$												
III) <u>Tangente d'un angle aigu</u> 1) <u>Définition et Propriété</u>	Activité : ABC est un triangle rectangle en B. 1°) Justifie que : $\frac{\sin \widehat{A}}{\cos \widehat{A}} = \frac{BC}{AB}$ Ce nombre qui est égal à $\frac{BC}{AB}$ est la tangente de l'angle $\widehat{A}$ (ou de sa mesure a°). On le note : $\tan \widehat{A}$ ou $\tan a^\circ$ 2°) Que représente les côtés BC et AC pour l'angle $\widehat{A}$.	Réponse attendue : 1°) On sait que : $\sin \widehat{A} = \frac{BC}{AC} \text{ et } \cos \widehat{A} = \frac{AB}{AC}$ $\frac{\sin \widehat{A}}{\cos \widehat{A}} = \frac{\frac{BC}{AC}}{\frac{AB}{AC}} = \frac{BC}{AC} \times \frac{AC}{AB}$ $= \frac{BC}{AB}$ 2°)	III) <u>Tangente d'un angle aigu</u> 1) <u>Définition et Propriété</u> Définition : Dans un triangle rectangle ; on appelle tangente d'un angle aigu (ou de sa mesure), le quotient du côté opposé à cet angle par le côté adjacent.  $\tan a^\circ = \tan \widehat{A}$ $= \frac{BC}{AB}$												

		BC est le côté opposé de l'angle $\widehat{A}$ et AC est le côté adjacent de l'angle $\widehat{A}$.	$= \frac{\text{Côté opp à } \widehat{A}}{\text{Côté Adj à } \widehat{A}}$
Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
	Exercice d'application : N° 3a P27 (CIAM)		Propriété : La tangente d'un angle aigu est égale au quotient du sinus de cet angle par son cosinus.  $\tan \widehat{A} = \frac{\sin \widehat{A}}{\cos \widehat{A}}$ $\tan \widehat{A} = \tan a^\circ = \frac{\sin a^\circ}{\cos a^\circ}$

2) <u>Tangentes d'angles complémentaires.</u>	Activité : ABC est un triangle rectangle en B. Calcule $\tan \widehat{A} \times \tan \widehat{C}$ La tangente des deux angles complémentaires sont inverses l'un de l'autre. Exercice d'application : N° 3b P27 (CIAM)	Réponse attendue : On a $\sin \widehat{A} = \cos \widehat{C}$ et $\cos \widehat{A} = \sin \widehat{C}$ $\tan \widehat{A} \times \tan \widehat{C}$ $= \frac{\sin \widehat{A}}{\cos \widehat{A}} \times \frac{\sin \widehat{C}}{\cos \widehat{C}} = 1$ Exercices de maison : N° 19 20 P 32 (CIAM)	2) <u>Tangentes d'angles complémentaires</u> Propriété : Dans un triangle rectangle, les tangentes des deux angles complémentaires sont inverses de l'autre. $\tan a^\circ \times \tan (90 - a)^\circ = 1$ $\tan \widehat{A} \times \tan \widehat{C} = 1$
IV) <u>Utilisation de la table trigonométrique</u>		Exercices de maison : De N° 21 à 25 P 32(CIAM)	IV) <u>Utilisation de la table trigonométrique</u> a) <u>Lire le sinus et le cosinus d'un angle aigu.</u> b) <u>Trouver la mesure d'un angle, connaissant son sinus ou son cosinus.</u> c) <u>Trouver l'encadrement de la mesure d'un angle aigu.</u> d) <u>Trouver une valeur approchée de la mesure d'un côté.</u>