

COMPETENCE : 1

LECON 9 :

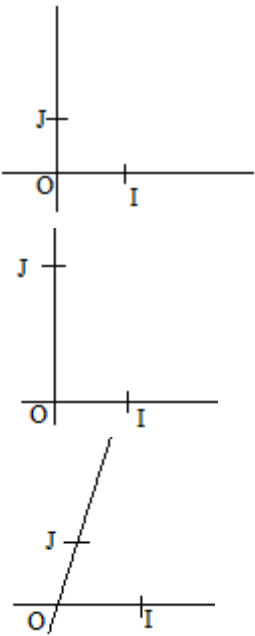
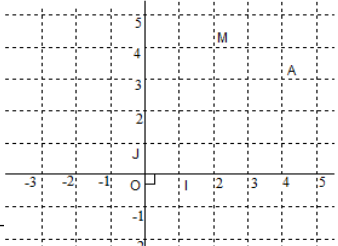
**COORDONNEES D'UN
VECTEUR**

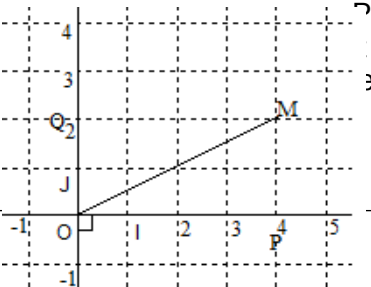
NIVEAU : 3^è

NOMBRE DE SEANCES : 8

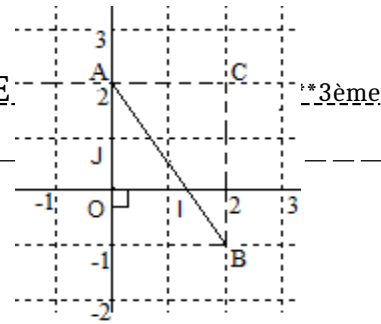
DUREE D'UNE SEANCE : 1 HEURE

Pré – requis		Matériels
L'élève doit être capable de :		
✓ Représenter un vecteur ; ✓ Reconnaître des vecteurs colinéaires et des vecteurs égaux ✓ Placer des points sur une droite graduée ✓ Lire les abscisses d'un point sur une droite graduée ; ✓ Reconnaître et construire deux droites perpendiculaires ✓ Reconnaître et construire deux droites parallèles		✓ Manuels ✓ Fiches d'exercices ✓ Instruments de géométrie ✓ Calculatrice ✓ Internet ✓ Revues
HABILETES	CONTENUS	
◆ Identifier	✓ Les différents repères du plan ; ✓ Les coordonnées d'un vecteur ; les coordonnées de deux vecteurs égaux ; ✓ Les coordonnées d'une somme de deux vecteurs ; ✓ Les coordonnées du produit d'un vecteur par un nombre réel ; ✓ Les coordonnées de deux vecteurs colinéaires ; ✓ La propriété relative aux coordonnées de deux vecteurs orthogonaux ; ✓ Les coordonnées du milieu d'un segment ; ✓ La propriété relative à la distance de deux points ; ✓ La propriété relative à la position relative de deux droites ; ✓ La propriété relative au parallélisme de deux droites ; ✓ La propriété relative à la perpendicularité de deux droites	
◆ Lire	✓ Le couple de coordonnées d'un vecteur dans un repère	
◆ Calculer	✓ Le couple de coordonnées d'un vecteur ; ✓ Le couple de coordonnées du milieu d'un segment ; ✓ La distance de deux points	
◆ Démontrer	✓ La colinéarité de deux vecteurs ; le parallélisme de deux droites ✓ L'orthogonalité de deux vecteurs ; la perpendicularité de deux droites	

♦ Traiter une situation		✓ De vie courante faisant appel aux coordonnées de vecteurs.		
Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
	I) <u>Coordonnées d'un vecteur</u> 1) <u>Repères</u>	Présentation : 		I) <u>Coordonnées d'un vecteur</u> 1) <u>Repères</u> Présentation : Un repère du plan est un triplet (O ; I ; J) de points distincts non alignés du plan. - Il est orthogonal lorsque les droites (OI) et (OJ) sont perpendiculaires ; - Il est orthonormé lorsqu'il est orthogonal et normé ; - Il est normé lorsque les distances OI et OJ sont égales.
	2) <u>Couples de coordonnées d'un point.</u>	Activité : Le plan est muni du repère (O ; I ; J). Placer le point A qui a pour abscisse 4 et pour ordonnée 3. Placer le point M de coordonnées (2 ; 4).	Réponses attendues 	2) <u>Couples de coordonnées d'un point.</u>

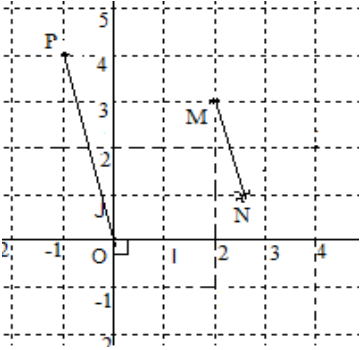
Moments didactiques	Plan de la leçon	On note $A(4;3)$ Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
	a) <u>Couple de nombres réels</u>	$(4;3)$ est le couple de coordonnées du point A. L'écriture $(x;y)$ désigne le couple de coordonnées des nombres réels x et y .		a) <u>Couple de nombres réels</u> L'écriture $(x;y)$ désigne le couple de coordonnées des nombres réels x et y avec x le nombre sur l'abscisse et y le nombre sur l'ordonnée. L'ensemble formé de tous les couples de nombres réels est noté $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$. On lit $\mathbb{R}$ <i>croix</i> $\mathbb{R}$.
	b) <u>Egalité de couples</u>	Exercice de fixation : N°1.a P 50 CIAM	Réponses attendues : $x+1=-2 \text{ et } y-5=-3$ $x=-3 \text{ et } y=2$ $(-3;2)$ $2x=-5 \text{ et } 3y=4$ $x=-\frac{5}{2} \text{ et } y=\frac{4}{3}$ $\left(-\frac{5}{2}; \frac{4}{3}\right)$ Exercice de renfos : N°4 p 56 (CIAM)	b) <u>Egalité de couples</u> Les couples $(x;y)$ et $(x';y')$ sont égaux équivalent à $x=x'$ et $y=y'$. Exemple : $(a;5)=(8;b)$ équivalent à $a=8$ et $b=5$ Remarque : Les couples $(2;3)$ et $(3;2)$ ne sont pas égaux.
	c) <u>Couple de coordonnées d'un vecteur</u>	Activité : Le plan est muni du repère $(O ; I ; J)$. On donne le point $M(4;2)$. Démontre que $\vec{OM} = 4.\vec{OI} + 2.\vec{OJ}$	Réponses attendues : 	c) <u>Couple de coordonnées d'un vecteur</u>

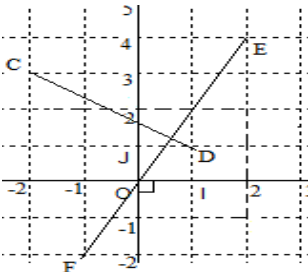
			projeté de M sur (OI) parallèlement à (OJ). Q est le projeté de M sur (OJ) parallèlement à (OI).	
Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
		Le couple de coordonnées $(4; 2)$ du point M dans le repère $(O; I; J)$ est appelé couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OM}$. On note : $\overrightarrow{OM} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ Exercices de fixation : N° 1.b ; 1.c et 1.d P50 CIAM	On écrit alors : $\overrightarrow{OP} = 4.\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OQ} = 2.\overrightarrow{OJ}$ $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PM}$ ($\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{OQ}$) $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$ $\overrightarrow{OM} = 4.\overrightarrow{OI} + 2.\overrightarrow{OJ}$ Exercices de renfos : N°1 ; 2 et 3 P 56 (CIAM)	Définition : Le plan est muni du repère $(O; I; J)$ A et B sont des points du plan. On appelle couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ le couple de nombres réels $(x; y)$ tel que $\overrightarrow{AB} = x.\overrightarrow{OI} + y.\overrightarrow{OJ}$ On écrit : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ou $\overrightarrow{AB} (x; y)$. Remarques : - Des vecteurs sont égaux lorsqu'ils ont des couples de coordonnées égaux ; - Le vecteur nul a pour couple de coordonnées $(0; 0)$.
	d) <u>Représentation d'un vecteur</u>	Activité : Le plan est muni du repère $(O; I; J)$. On donne un point A. Construis le point B tel qu'on ait $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ Exercice de fixation : N° 1.e P 50 (CIAM)	Réponses attendues On sait que $\overrightarrow{AB} = 2.\overrightarrow{OI} - 3.\overrightarrow{OJ}$ Soit un point du plan tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$ avec $\overrightarrow{AC} = 2.\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{CB} = -3.\overrightarrow{OJ}$	d) <u>Représentation d'un vecteur</u>



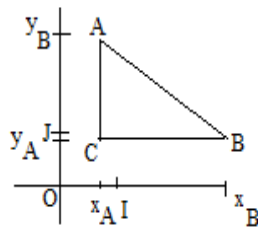
Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
	3) Coordonnées d'une somme de vecteur	Activité : Le plan est muni du repère (O ; I ; J). On donne les vecteurs $\vec{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\vec{EF} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ Détermine le couple de coordonnées de $\vec{AB} + \vec{EF}$. Exercice de fixation : On donne $\vec{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{CD} \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix}$ Calcule $\vec{AB} + \vec{CD}$	Réponses attendues On a : $\vec{AB} = 3.\vec{OI} - 4.\vec{OJ}$ et $\vec{EF} = \vec{OI} - 2.\vec{OJ}$ $\vec{AB} + \vec{EF} = (3+1)\vec{OI} + (-4-2)\vec{OJ}$ Exercices de renfos : N° 1.f et N° 5 P 50 et 56 CIAM	3) Coordonnées d'une somme de vecteur Propriété : Le plan est muni du repère (O ; I ; J). A ; B ; A' et B' sont des points du plan ; Si $\vec{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{A'B'} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ alors $\vec{AB} + \vec{A'B'} \begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$ Exemple : (Voir exercice de fixation)
	4) Coordonnées du produit d'un vecteur par un nombre	Activité : Le plan est muni du repère (O ; I ; J). On donne les vecteurs $\vec{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et un nombre réel k. Détermine le couple de coordonnées de $k.\vec{AB}$	Réponses attendues Construisons un point C du plan tel que : $\vec{AC} = k.\vec{AB}$ $\vec{AB} = x.\vec{OI} + y.\vec{OJ}$ $k.\vec{AB} = k(x.\vec{OI} + y.\vec{OJ})$ $\vec{AC} = k.\vec{AB} = kx.\vec{OI} + ky.\vec{OJ}$	4) Coordonnées du produit d'un vecteur par un nombre Propriété : Le plan est muni du repère. A et B sont des points du plan ; k est un nombre réel. Si $\vec{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ alors $k.\vec{AB} \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$

		Exercice de fixation : N°1.g P51 CIAM	$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$ Exercices de renfos : N°10 et 11 P 56 CIAM	
--	--	---	---	--

Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
	II) <u>Vecteurs colinéaires ; Vecteurs orthogonaux</u> 1) <u>Vecteurs colinéaires</u>	Activité : Le plan est muni du repère (O ; I ; J). On donne les vecteurs $\overrightarrow{MN} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OP} \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ Construis les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{OP}$. Calcule : $\frac{1}{2} \times 4 - (-2) \times (-1)$ A l'aide de tes instruments vérifie que (MN) // (OP) On dit que les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{OP}$ sont colinéaires. Exercice de fixation :	Réponses attendues  $\frac{1}{2} \times 4 - 2 \times (-1) = 2 - 2 = 0$ Exercice de renfos : N° 6 P56 CIAM	II) <u>Vecteurs colinéaires ; Vecteurs orthogonaux</u> 1) <u>Vecteurs colinéaires</u> Propriété : Le plan est muni d'un repère. $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{A'B'} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires équivaut à $x y' - x' y = 0$

		N° 2.a et 2.b P52 CIAM		
	2) <u>Vecteurs orthogonaux</u>	Activité : Le plan est muni du repère (O ; I ; J). On donne les vecteurs $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}$ Construis les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$. Calcule : $4 \times (-3) + 2 \times 6$ A l'aide des instruments vérifie que $(CD) \perp (EF)$	Réponses attendues  $4 \times (-3) + 2 \times 6 = -12 + 12 = 0$	2) <u>Vecteurs orthogonaux</u> Propriété : Le plan est muni d'un repère orthonormé. $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{A'B'}$ sont deux vecteurs non nuls. $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{A'B'} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont orthogonaux équivaut à $x x' + y y' = 0$.
Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace

		Exercice de fixation : N°2.e et 2.d P53 CIAM	Exercices de renfos : N° 7 et 8 P 57 CIAM	
	III) <u>Calculs dans un repère</u> 1) <u>Calculs des coordonnées d'un vecteur</u>	Activité : Le plan est muni du repère (O ; I ; J). On donne les $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ Démontre que : $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\overrightarrow{OI} +$ Exercice de fixation : N° 3.a P 54 CIAM	Réponses attendues Exprimons $\overrightarrow{AB}$ en fonction de $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$. D'abord $\overrightarrow{OA} = x_A\overrightarrow{OI} + y_A\overrightarrow{OJ}$ et $\overrightarrow{OB} = x_B\overrightarrow{OI} + y_B\overrightarrow{OJ}$ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$ D'où $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\overrightarrow{OI} + (y_B - y_A)\overrightarrow{OJ}$ Exercice de renfos : N°9 P 56 CIAM	III) <u>Calculs dans un repère</u> 1) <u>Calculs des coordonnées d'un vecteur</u> Propriété : Le plan est muni d'un repère. A et B sont deux points du plan ; Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ alors $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$
	2) <u>Coordonnées du milieu d'un segment</u>	Activité : Le plan est muni du repère (O ; I ; J). On donne les $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ Soit K le milieu du segment [AB]. Détermine les coordonnées du point K en utilisant l'égalité vectorielle : $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{KB}$ Exercices de fixation : N° 3.d et 3.e P54 CIAM	Réponses attendues On a: $\overrightarrow{AK} \begin{pmatrix} x_K - x_A \\ y_K - y_A \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{KB} \begin{pmatrix} x_B - x_K \\ y_B - y_K \end{pmatrix}$. Comme $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{KB}$ alors $x_K - x_A = x_B - x_K$ et $y_K - y_A = y_B - y_K$ d'où $x_K = \frac{x_A + x_B}{2}$ et $y_K = \frac{y_A + y_B}{2}$	2) <u>Coordonnées du milieu d'un segment</u> Propriété Le plan est muni du repère (O ; I ; J). K est le milieu du segment [AB]. Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ alors $K \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$

			$K\left(\frac{x_A+x_B}{2}; \frac{y_A+y_B}{2}\right)$ Exercice de renfos : N° 23 P57 CIAM	
Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
	3) <u>Distance de deux points</u>	Activité : Le plan est muni du repère (O ; I ; J). On donne les $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ Soit $C(x_C; y_C)$ tel que $x_C = x_A$ et $y_C = y_B$ Déterminons distance AC et BC Dans le triangle ABC rectangle en C ; calcule AB. E  AM	Réponses attendues On sait que: $AC^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2$ $CB^2 = (x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2$ Comme ABC est un triangle rectangle en C ; alors $AB^2 = AC^2 + CB^2$ $AB^2 = (y_C - y_A)^2 + (x_B - x_C)^2$ or $x_C = x_A$ et $y_C = y_B$ donc $AB^2 = (y_B - y_A)^2 + (x_B - x_A)^2$ $AB = \sqrt{(y_B - y_A)^2 + (x_B - x_A)^2}$ Exercices de renfos : N° 19 à 31 P57-58 CIAM	3) <u>Distance de deux points</u> Propriété Le plan est muni du repère (O ; I ; J). K est le milieu du segment [AB]. Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ alors $AB = \sqrt{(y_B - y_A)^2 + (x_B - x_A)^2}$ Exemple : (Voir exercice de fixation)

3^{ème} ***** THEME : GEOMETRIE ANALYTIQUE *****3^{ème}