

COMPETENCE : 1

LECON 10 :

EQUATIONS DE DROITES

NIVEAU : 3^è

NOMBRE DE SEANCES : 8

DUREE D'UNE SEANCE : 1 HEURE

Pré – requis		Matériels	
L'élève doit être capable de : ✓ Se rappeler des conditions d'orthogonalité et de colinéarité de deux vecteurs. ✓ Reconnaître une équation ; ✓ Traduire une situation en une équation ; ✓ D'exprimer une inconnue en fonction d'une autre inconnue ; ✓ Reconnaître des droites parallèles et perpendiculaires ;		✓ Manuels ✓ Fiches d'exercices ✓ Instruments de géométrie ✓ Calculatrice ✓ Internet ✓ Revues	
HABILETES		CONTENUS	
◆ Identifier		✓ Une équation de droite ✓ Les positions relatives de deux droites ✓ Le coefficient directeur d'une droite	
◆ Déterminer		✓ Une équation d'une droite passant par deux points ✓ Une équation d'une droite passant par un point et parallèle à une droite donnée ✓ Une équation d'une droite passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée dans un repère orthonormé ✓ Le coefficient directeur d'une droite	
◆ Vérifier		✓ L'appartenance d'un point à une droite ou non	
◆ Construire		✓ Une droite dont on connaît une équation ✓ Une droite connaissant un de ses points et son coefficient directeur	
◆ Calculer		✓ Le coefficient directeur d'une droite passant par deux points et non parallèle à l'axe des ordonnées	
◆ Lire		✓ Graphiquement le coefficient directeur d'une droite	

3^{ème} ***** THEME : GEOMETRIE ANALYTIQUE *****3^{ème}

◆ Justifier	✓ Le parallélisme de deux droites ✓ La perpendicularité de deux droites
◆ Traiter une situation	✓ De vie courante faisant appel à une équation de droite

Exemple d'apprentissage

Pour débiter un petit commerce à Adjamé, Ozoua veut acheter du soja à 550 f Cfa le kg et du mil à 300 f Cfa le kg. Elle dispose de 5000 f Cfa.

A l'aide d'un graphique, il est question d'indiquer les différentes possibilités d'achats (nombre de kg de soja et nombre de kg de mil)

Résolution :

Choix des inconnues

Soient x le nombre de Kg de Soja et y le nombre de Kg de mil.

Mise en équation

$$550x + 300y = 5000$$

$$\text{Si } x=2 \text{ on a : } 550 \times 2 + 300y = 5000$$

$$300y = 5000 - 1100$$

$$y = \frac{2800}{300} = 13$$

Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
	I) <u>Equation du 1^{er} degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$</u> 1) <u>Notion d'équation des $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$</u>	Activité : Voir la situation d'apprentissage		I) <u>Equation du 1^{er} degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$</u> 1) <u>Notion d'équation des $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$</u> <u>Voir activité :</u>
	2) <u>Transformations d'une équation</u>	Activité : On donne les équations suivantes : $(E1): x+2=10$ et $(E2): x+6=14$ $(E3): 3x=15$ et $(E4): 6x=30$ Justifie que les équations (E1) et (E2) ont la même solution de même que les équations (E3) et (E4).	Réponses attendues : $x+2=10; x=10-2=8$ $x+6=14; x=14-6=8$ $(E1) = (E2)$ $x+2+4=10+4$ Même démarche pour $(E3)$ et $(E4)$. Exercices de renfos : N°1 à 3 P 68 CIAM	2) <u>Transformations d'une équation</u> Propriétés : - Lorsqu'on ajoute un même nombre à chaque membre d'une équation ; on obtient une nouvelle équation qui à les mêmes solutions que l'équation de départ ; - Lorsqu'on multiplie par un même nombre non nul chaque membre d'une équation, on obtient une nouvelle équation qui à les mêmes solutions que l'équation de départ. Exemples : $(E1): 550x + 300y = 5000$ $(E2): 11x + 6y = 100$ $(E1)$ et $(E2)$ ont la même solution Remarque : Une équation de droite à autant de solutions que l'on veut.

	3) <u>Représentations des solutions</u>			3) <u>Représentations des solutions</u>

Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
---------------------	------------------	-------------------------	------------------------------	-------

				Exemple : Représenter l'équation (E): $11x + 6y = 100$ Déterminons deux couples de solutions Si $y = 10$: $x = \frac{40}{11} = 3,6$ Si $x = 6$; $y = \frac{17}{3} = 5,7$ Remarque : Tous les points solutions de cette équation sont des points qui sont alignés.
	II) <u>Equations d'une droite</u> 1) <u>Recherche d'une équation de droite</u> a) <u>Droite passant par deux points</u>	Activité : Le plan est muni du repère (O ; I ; J). On donne les points A(-1;4) et B(3;2) Recherche une équation de la droite (AB). Cette équation est une équation de droite. Transforme l'équation obtenue ; Exprime x en fonction de y; de même y en fonction de x. Trouve deux couples de solutions de l'équation (AB).	Réponses attendues : Soit $M(x; y)$ un point du plan ; $M \in (AB)$ équivaut à $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires $\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x+1 \\ y-4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires équivaut à : $-6(x+1) - 4(y-4) = 0$ (AB): $-6x - 4y + 10 = 0$. Transformons l'équation (AB) : $-3x - 2y + 5 = 0$ Exprimons x en fonction de y $x = \frac{5}{3} - \frac{2}{3}y$ Exprimons y en fonction de x $y = \frac{5}{2} - \frac{3}{2}x$	II) <u>Equations d'une droite</u> 1) <u>Recherche d'une équation de droite</u> a) <u>Droite passant par deux points</u> Voir activité

Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
		Exercice de fixation : Dans le repère (O ; I ; J) trouve une équation de droite passant par les A(-3;2) et B(1;5)	Si $y=1$; $x=1$ Si $x=3$; $y=2$	
	b) Droite passant par un point donné et parallèle à une droite donnée	Activité : Le plan est muni du repère (O ; I ; J). On donne les points E(-4;3); F(2;6) et G(-3; -1) Recherche une équation de droite (D) parallèle à la droite (EF) et passant par le point G. La droite (D) a pour équation $x-2y+1=0$	Réponses attendues : Soit $M(x; y)$ un point du plan ; $M \in (D)$ équivaut à $\overrightarrow{GM}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires $\overrightarrow{GM} \begin{pmatrix} x+3 \\ y+1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{GM}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires $3(x+3)-6(y+1)=0$ $3x-6y+3=0$ $x-2y+1=0$ Exercices de renfos : N°5 à 7 P 68 CIAM	b) Droite passant par un point donné et parallèle à une droite donnée. Voir activité :
	c) Droite passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée	Activité : Le plan est muni du repère orthonormé (O ; I ; J). On donne les points P(-1;2) ; Q(-3 ;6) et R(3 ; -1) Recherche une équation de la droite (D) perpendiculaire à la droite	Réponses attendues : Soit $M(x; y)$ un point du plan ; $M \in (D)$ équivaut à $\overrightarrow{RM}$ et $\overrightarrow{PQ}$ sont orthogonaux. $\overrightarrow{RM} \begin{pmatrix} x-3 \\ y+1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PQ} \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$	c) Droite passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée Voir activité :

		(PQ) passant par le point R $-2x + 4y + 10 = 0$ est l'équation de la droite (D).	$\overrightarrow{GM}$ et $\overrightarrow{PQ}$ sont orthogonaux ; $-2(x-3) + 4(y+1) = 0$ $-2x + 4y + 10 = 0$	
--	--	---	--	--

Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
		Exercice de fixation : Le plan est muni du repère (O ; I ; J). On donne les points $A(3; 2)$; $B(-1; -4)$ et $C(-2; 1)$ 1) Trouve une équation de la droite (D1) passant par le point C et parallèle à la droite (AB). 2) Trouve une équation de la droite (D2) passant par le point A et perpendiculaire à la droite (BC).	Exercices de renfos : N°8 à 10 P 68 (CIAM)	Propriété : Dans le plan muni d'un repère (O ; I ; J) - Toute droite a une équation de la forme $px + qy + r = 0$ (P et q n'étant pas tous nuls) ; - Toute équation de la forme $px + qy + r = 0$ est une équation d'une droite (P et q n'étant pas tous nuls).
	2) <u>Construction d'une droite</u> a) <u>Recherche des couples de coordonnées de points d'une droite</u>	Activité : Le plan est muni du repère (O ; I ; J). (D) est la droite d'équation $2x + 3y - 4 = 0$	Réponses attendues : Exprimons y en fonction de x $y = \frac{4}{3} - \frac{2}{3}x$ Si $x = 2$ alors $y = 0$ Si $x = -4$ alors $y = 4$	2) <u>Construction d'une droite</u> a) <u>Recherche des couples de coordonnées de points d'une droite</u>

		Trouve deux couples de points appartenant à la droite (D) ; Construis cette droite.	Soient A et B les deux couples de points ; $A(2; 0)$ et $B(-4; 4)$ Exercice de renfos : N°11 P68 CIAM	Remarques : - On pourra choisir judicieusement x ou y afin d'obtenir des points plus faciles à placer dans le plan muni du repère (O ; I ; J). (Nombres entiers relatifs de préférences). - On peut aussi choisir l'une des coordonnées égale à 0 ; on obtient ainsi les couples de coordonnées
--	--	--	---	---

Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
				du point d'intersection de la droite (D) avec l'un des axes.
	3) Coefficient directeur d'une droite a) Equation du type $y = ax + b$ ou $x = k$	Activité : Le plan est muni du repère (O ; I ; J). 1) (D) est la droite d'équation $6x + 2y - 5 = 0$ Exprime y en fonction de x C'est aussi une équation de la droite (D). Elle de la forme : $y = ax + b$ 2) On donne les points $A(-3; -2)$ et $B(5; -2)$ Les points A et B ont la même ordonnée qui est (-2) .	Réponses attendues : 1) (D) : $6x + 2y - 5 = 0$ On a : $y = -3x + \frac{5}{2}$ 2) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OI} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ Montrons que (AB) // (OI) $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{OI}$ sont colinéaires si : $8 \times 0 - 0 \times 1 = 0 - 0 = 0$ Donc (AB) // (OI)	3) Coefficient directeur d'une droite a) Equation du type $y = ax + b$ ou $x = k$ Voir activité : Propriétés : - Une droite (D) non parallèle à l'axe des ordonnées, a une équation de la forme $y = ax + b$; a est appelé le coefficient directeur de la droite (D) et b l' ordonnée à l'origine . - Une droite (D) parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la

		Justifie que la droite (AB) est parallèle à (OI) ; Détermine le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de (AB). Le coefficient directeur est nul et l'ordonnée à l'origine est - 2 3) On donne les points $E(4; -3)$ et $F(4;5)$. Les points E et F ont la même abscisse qui est 4	Le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la droite (AB) ; $M(x; y) \in (AB)$ tel que $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ soient colinéaires $y = -2$	forme $x = k$. Elle n'a ni coefficient directeur ni ordonnée à l'origine.
--	--	--	---	---

Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
		Justifie que la droite (EF) est parallèle à (OJ) ; Trouve une équation de la droite (EF). Ce type d'équation n'a ni coefficient directeur ni ordonnée à l'origine.	3) Justifier que les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{OJ}$ sont colinéaires. L'équation de la droite (EF) est de la forme $x = k$. Exercices de renfos : N° 12 ; 13 et 19 P 68 69 CIAM	Remarques : - Une droite d'équation du type $y = ax + b$ est nécessairement sécante à l'axe des ordonnées - Dans un repère orthonormé, lorsque le coefficient directeur d'une droite est positif, il est aussi appelé pente de la droite.
	b) Calcul du coefficient directeur d'une droite	Activité : Le plan est muni du repère (O ; I ; J). (D) est la droite d'équation $y = ax + b$. On donne $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$	Réponses attendues : On a : $y_A = ax_A + b$ et $y_B = ax_B + b$ $y_B - y_A = a(x_B - x_A)$ $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ avec $(x_B \neq x_A)$	b) Calcul du coefficient directeur d'une droite (Voir activité)

		Détermine le coefficient directeur a de la droite (D). $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ est le coefficient directeur de la droite (D) Exercice de fixation : On donne $A(-1 ; -4)$ et $B(-3 ; -2)$ Calcule le coefficient directeur de la droite (D) passant par les points A et B. Déduis-en l'équation de cette droite (D).	Réponses attendues : $a = \frac{-2+4}{-3+1} = \frac{2}{-2} = -1$ On sait une équation de droite est de la forme : $(D): y = ax + b$ $y = -x + b \text{ or } B \in (D)$ $-2 = 3 + b;$ $b = -2 - 3 = -5$ D'où : $(D): y = -x - 5$ Exercices de renfos : N° 14 ; 16 ; 17 P 69 CIAM	
--	--	--	--	--

Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
	III) Positions relatives de deux droites 1) Droites parallèles	Activité : Le plan est muni du repère (O ; I ; J). (D) est la droite d'équation $y = ax + b$ et (D') est la droite d'équation $y = a'x + b'$ Trouve une condition pour que les droites (D) et (D') soient parallèles.	Réponses attendues : A et B sont deux points de la droite (D) tel que : $x_A = 1$ et $x_B = 0$. On a alors : $A(1 ; a+b)$ et $B(0 ; b)$ A' et B' sont deux points de la droite (D') tel que : $x_{A'} = 1$ et $x_{B'} = 0$. On alors : $A'(1 ; a' + b')$ et $B'(0 ; b')$ (D) // (D') équivaut à :	III) Positions relatives de deux droites 1) Droites parallèles Propriété : Le plan est muni du repère (O ; I ; J). Les droites (D) et (D') ont pour coefficients directeurs a et a' (D) // (D') équivaut à $a = a'$

		Les deux coefficients directeurs sont égaux Exercice de fixation : N°3.a P 66 CIAM	$\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{B'A'}$ sont colinéaires $\overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} 1 \\ a+b-b \end{pmatrix}; \overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{B'A'} \begin{pmatrix} 1 \\ a'+b'-b' \end{pmatrix}; \overrightarrow{B'A'} \begin{pmatrix} 1 \\ a' \end{pmatrix}$ D'où : (D) // (D') équivaut à : $1 \times a' - 1 \times a = 0$ $a' = a$ Réponses attendues : (D): $x - 3y + 4 = 0$ $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ (D'): $-\frac{1}{3}x + y - 2 = 0$ $y = \frac{1}{3}x + 2$ Les deux coefficients sont égaux ; alors les droites (D) et (D') sont parallèles. Exercices de renfos : N° 23 à 26 P 70 CIAM	
--	--	---	---	--

Moments didactiques	Plan de la leçon	Activités du Professeur	Activités des apprenants(es)	Trace
	2) Droites perpendiculaires	Activité : Le plan est muni du repère (O ; I ; J). (D) est la droite d'équation $y = ax + b$ et (D') est la droite d'équation	Réponses attendues : A et B sont deux points de la droite (D) tel que : $x_A = 1$ et $x_B = 0$. On a alors : $A(1 ; a+b)$ et $B(0 ; b)$	2) Droites perpendiculaires Propriété :

		$y = a'x + b'$ Trouve une condition pour que les droites (D) et (D') soient perpendiculaires. Le produit des deux coefficients directeurs est égal à -1. <u>Exercice de fixation :</u> N° 3.c P 67 CIAM	A' et B' sont deux points de la droite (D') tel que : $x_{A'} = 1$ et $x_{B'} = 0$. On alors : $A'(1 ; a' + b')$ et $B'(0 ; b')$ (D) $\perp$ (D') équivaut à : $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{B'A'}$ sont orthogonaux $\overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{B'A'} \begin{pmatrix} 1 \\ a' \end{pmatrix}$ d'où : (D) $\perp$ (D') équivaut à : $1 \times 1 + a \times a' = 0$ $aa' = -1$ <u>Réponses attendues :</u> On a : $a = \frac{-6}{-6} = 1$ $y = x + b$; $4 = 1 + b$; $b = 3$ Donc (AB) : $y = x + 3$ Comme (AB) $\perp$ (CH) et que (CH) : $y = ax + b$, alors $a \times 1 = -1$ d'où $a = -1$ Donc (CH) : $y = -x + b$ $-1 = -2 + b$; $b = 1$ D'où (CH) : $y = -x + 1$ <u>Exercices de renfos :</u> N°24 à 32 P 70 CIAM	Le plan est muni du repère (O ; I ; J). Les droites (D) et (D') ont pour coefficients directeurs a et a' (D) $\perp$ (D') équivaut à $a \times a' = -1$
--	--	---	--	---