

1. Définition d'une proportion

Quatre nombres a , b , c et d étant non nuls, on dit que

a	b
c	d

est une

proportion lorsque l'une des conditions suivantes (équivalentes) est vérifiée :

Condition 1 :

Les rapports $\frac{a}{c}$ et $\frac{b}{d}$ sont égaux. ou encore $a = kc$ et $b = kd$

Les lignes sont proportionnelles, leur coefficient de proportionnalité est k .

Condition 2 :

Les rapports $\frac{b}{a}$ et $\frac{d}{c}$ sont égaux. ou encore $b = la$ et $d = lc$

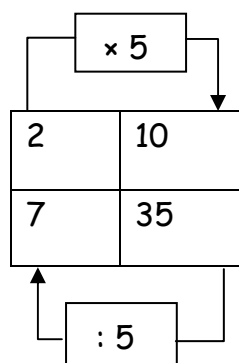
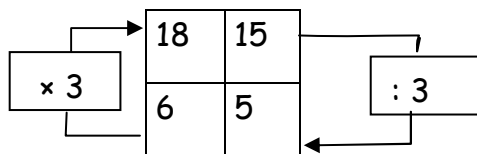
Les colonnes sont proportionnelles, leur coefficient de proportionnalité est l .

Condition 3 :

$ad = bc$

Les « produits en croix » sont égaux.

Exemples :



2. Propriété des proportions

Si

a	b
c	d

 est une proportion, alors les tableaux

a	b	a+b
c	d	c+d

 et

a	xa
c	xc

 sont aussi des tableaux de proportionnalité.

Exemple :

Le fichier informatique contenant les 50 premières pages d'un manuscrit a une taille de 160 Ko. Quelle taille de fichier prévoir pour les 105 pages de ce manuscrit.

50	100	5	105
160	320	16	336

Réponse : 336 Ko

On complète les colonnes 2 et 3 à partir de la première ($\times 2$ et $: 10$) et la quatrième par addition des colonnes 2 et 3.

3. Partage proportionnel

Soit à répartir une taxe de 2000 € en proportion des superficies de 3 terrains qui sont respectivement de 550, 640 et 1200 m².

On complète le tableau de proportion suivant :

550	640	1200	d
a	b	c	2000

On a : $a + b + c = 2000$

$d = 550 + 640 + 1200 = 2\ 390$

Le coefficient de proportionnalité des lignes est donc : $\frac{2000}{2390} = \frac{200}{239}$

On en déduit $a = 550 \times \frac{200}{239} \approx 460,25 \text{ €}$ $b = 640 \times \frac{200}{239} \approx 535,56 \text{ €}$

et $c = 1200 \times \frac{200}{239} \approx 1004,18 \text{ €}$

4. Fonction linéaire et proportion

Exemple :

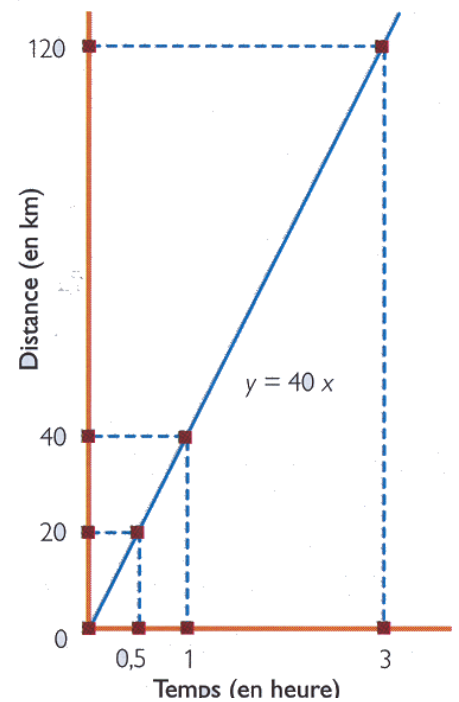
Un scooter roule à une vitesse constante de 40 km/h.

Etudions la distance d (en km) qu'il parcourt en fonction du temps t (en h).

Ces deux grandeurs sont proportionnelles.

Le coefficient de proportionnalité des lignes est 40.

t	0,5	1	3
d	20	40	120



Si f est la fonction linéaire $x \rightarrow kx$, pour tous les nombres a et b :

a	b
$f(a)$	$f(b)$

est une proportion de coefficient k .
 $f(x)$ est proportionnel à x .

5. Fonction affine et proportion

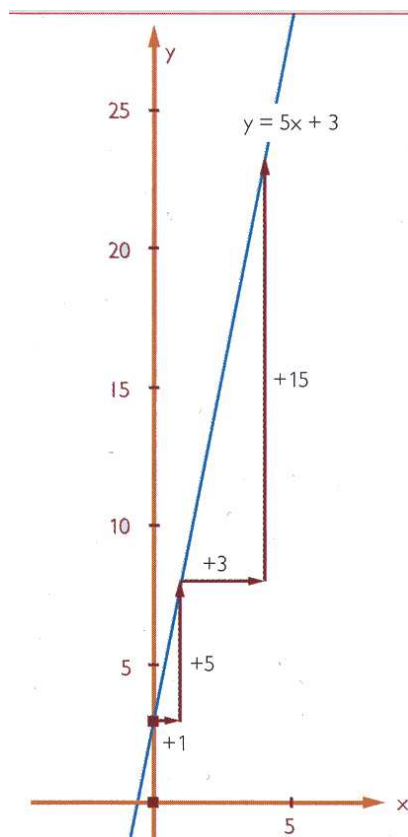
Exemple :

Considérons la fonction affine $f : x \rightarrow 5x + 3$

A partir d'un tableau de valeurs de f , indiquons les variations de x et de $f(x)$

x	0	1	4	x
$f(x)$	3	8	23	$5x + 3$
Variations de x		+1	+3	$x-4$
Variations de $f(x)$		5	15	$5x - 20$

On observe que les variations de $f(x)$ sont proportionnelles aux variations de x .
Le rapport 5 est le coefficient de la droite qui représente la fonction f .



Si f est la fonction affine $x \rightarrow kx + l$, pour tous les nombres a, b, c et d :

$a-b$	$c-d$
$f(a)-f(b)$	$f(c)-f(d)$

est une proportion de coefficient k .

Les variations de $f(x)$ sont proportionnelles à celles de x .