

PERIMETRE ASSOLI CENTRE	BEPC BLANC	TROISIEME
20-02-2025	EPREUVE DE MATHEMETIQUES	Durée : 2h

EXERCICE1

8pts

Votre établissement a reçu un don de construction du terrain de sport par une ONG. L'ingénieur en charge des travaux propose les coordonnées des quatre points A(7; 1); B(8; 4); C(-1; 7) et D(-2; 4) comme sommets du terrain. Il demande à sa fille Aïcha de placer les points A, B, C et D dans un repère orthonormé (O, I, J), de trouver les coordonnées du centre du terrain, de calculer ses dimensions puis de vérifier si les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires. Mais cette dernière n'y arrive pas.

Par une figure claire et un travail bien rédigé, répondez à ses inquiétudes.

CM1= 2pts CM2= 2,5pts CM3= 2pts CP=1,5pt

EXERCICE2

6pts

Partie A

F est un polynôme défini par: $F = 3(x-2)^2 - 4 + x^2 - (x+5)(x-2)$

1) Développe, réduis et ordonne F suivant les puissances croissantes de x.

0,5pt

2) Ecris F sous la forme de produit de facteur du premier degré.

0,5pt

3) Soit Q, la fraction rationnelle définie par : $Q = \frac{(x-2)(3x-9)}{3x^2-12}$

a) Détermine la condition d'existence de Q.

0,5pt

b) Justifie que $Q = \frac{x-3}{x+2}$ lorsqu'elle existe.

0,5pt

c) Résous $Q = \frac{1}{2}$.

0,5pt

d) Calcule Q pour $x = \sqrt{2}$ (Rends rationnel le dénominateur).

0,5pt

e) Sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$, détermine un encadrement de Q à 10^{-2} près.

0,5pt

Partie B

Dans un plan, on considère un carré ABCD tel que AB=8cm. Soit O milieu de [AB] et E est le point du segment [AD] tel que AE=2cm.

1) Fais la figure.

0,5pt

2) Calcule OC, OE et CE.

0,25pt×3

3) Démontre que le triangle OCE est rectangle.

0,5pt

4) Soit α la mesure de l'angle AOE.

a) Calcule $\cos \alpha$. b) Déduis à 1 degré près l'encadrement de α .

0,25pt+0,5pt

EXERCICE3

6pts

1) Complète sans recopier. **(0,5pt×6)**

a) $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = \dots\dots\dots$ b) $[-5; 4] \cup [2; \rightarrow] = \dots\dots\dots$ c)

$\sin A = 0,8$ alors $\cos A = \dots\dots\dots$; d) $\sin B = 90^\circ$ alors $\cos B = \dots\dots\dots$

Soit le triangle ABC ; $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$. Si $\frac{AB}{AC} = \frac{AM}{AN}$ alors (MN) et (BC) sont $\dots\dots\dots$ e) $\dots\dots\dots$ d'après la propriété $\dots\dots$ f) de Thalès.

2) **Choisis la bonne réponse : (0,5pt×6)**

2-1) Le plan est muni du repère (O, I, J). On donne $E(3; 4)$ et $F(-5; 2)$. Le point K, milieu de [EF] a pour coordonnées le couple : a) $(-9; -2)$; b) $(-1; 3)$; c) $(2,5; -0,5)$

2-2) Le système d'équation $\begin{cases} x - 4 < 0 \end{cases}$

$$2x + 1 \geq 5x - 4 \text{ a pour solution}$$

le couple :

$$a)] \frac{5}{3}; 5[\quad b) S =] - ; \frac{5}{3}] \quad c) S = [\frac{5}{3}; 5[$$

$$2-3) \text{ La réduction de } A = \frac{6}{35} - \frac{2}{7} \times \frac{1}{2} \text{ est : } a) \frac{1}{35} ; \quad b) \frac{11}{35} ; \quad c) -\frac{1}{35}$$

$$2-4) -6 + 2\sqrt{9} - 7,5\sqrt{12} \text{ donne } a) 0 ; \quad b) 3\sqrt{3} ; \quad c) -5\sqrt{3} ; d) \text{ aucune bonne réponse}$$

2-5) L'écriture simplifiée de : $\vec{EF} + \vec{CD} + \vec{FD} + \vec{DE}$ est:

$$a) \vec{CD} \quad b) \vec{EF} \quad c) \vec{AD} \quad d) \vec{FE}$$

$$\text{Le résultat de l'opération } \left(\frac{4}{6} - \frac{2}{9} \right) \times \left(\frac{1}{5} \div \frac{3}{10} \right) \text{ est :}$$

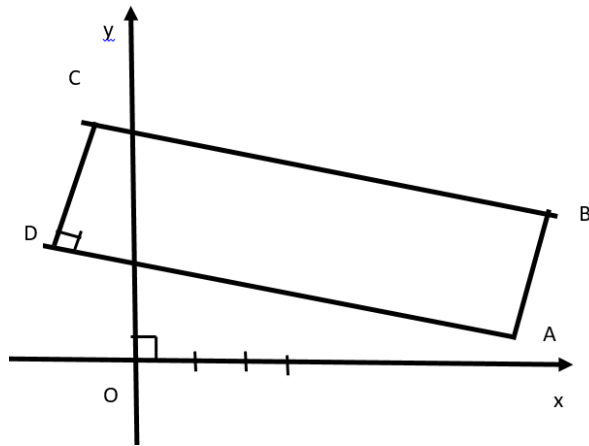
$$a) \frac{2}{76} \quad b) -\frac{8}{27} \quad c) \frac{8}{75} \quad d) \frac{8}{27}$$

PROPOSITION DU CORRIGE TYPE

EXERCICE1

Données : Terrain ABCD de forme rectangulaire tels que : A(7;1); B(8;4); C(-1;7); D(-2;4).

Faisons la figure :



Trouver les coordonnées du centre du terrain ; soit I ce centre. Comme ABCD est un rectangle, le centre I est le milieu des diagonales [AC] et [DB]. $I\left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2}\right); I(3;4)$

Calculer ses dimensions : longueur AD et largeur : AB

$$AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} = \sqrt{(-2 - 7)^2 + (4 - 1)^2} = \sqrt{81 + 9} ; AD = 3\sqrt{10} \quad AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(8 - 7)^2 + (4 - 1)^2} ; AB = \sqrt{10}$$

Vérifions si les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires :

$\vec{AB}(1;3)$; $\vec{BC}(-9;3)$. $XX' + YY' = -9 + 9 = 0$; donc les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$ sont orthogonaux. Par conséquent, les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.

CONCLUSION : le centre du terrain a pour coordonnées (3;4), les dimensions sont $3\sqrt{10}$ et $\sqrt{10}$ et les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.

GRILLE DE CORRECTION

CRITERES	INDICATEURS	INDICES	BAREMES	
PERTINENCE	Adéquation avec le support	Utilisations des données : Terrain ABCD de forme rectangulaire tels que : A (7;1);B(8;4); C(-1;7); D (-2;4).	0,5pt	2pts
	Adéquation avec la consigne	-Figure (placer les points) - Coordonnées du centre - Dimensions - Vérification du parallélisme	0,75pt	
	Justesse de la réponse au regard de la consigne	- La figure - I(3;4) - $AD = 3\sqrt{10}$ $AB = \sqrt{10}$ - les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires -Conclusion	0,75pt	
CORRECTION	Adéquation des outils et concepts mathématique avec la situation	- Formule de calcul du couple de coordonnées du milieu d'un segment - Formule de calcul des distances - calcul avec les radicaux - Orthogonalité des deux vecteurs	1pt	2.5p

	Respect des étapes de l'utilisation	Respects de l'utilisation (calcul de coordonnées du centre, AD et AB ; conclusion)	0.75pt	ts
	Justesse des résultats obtenue au regard des outils et concepts utiliser	Calculs - Figure - $I(3;4)$ - $AD = 3\sqrt{10}$ $AB = \sqrt{10}$ - les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires -conclusion	0.75	
COHERENCE	Bon enchainement des étapes de la démarche	-Les étapes pour reproduire la figure et calculer le couple de coordonnées du centre, les distances sont bien enchainées	1pt	2pts
	Conformité des résultats et conclusion à la démarche	Les opérations effectuées sont exactes	1pt	
PERFECTIONNEMENT	Le problème est entièrement résolu	Le problème est entièrement résolu	0,75pt	1,5pts
	La production est -elle bien présentée ?	La propreté de la production Lisibilité de l'écriture	0,75pt	

EXERCICE2

PARTIE A

$$1) F = 3(x-2)^2 - 4 + x^2 - (x+5)(x-2) = 3(x^2 - 4x + 4) - 4 + x^2 - (x^2 + 3x - 10) = 3x^2 - 12x + 12 - 4 + x^2 - x^2 - 3x + 10$$

$$F = 3x^2 - 15x + 18$$

$$2) F = 3(x-2)^2 - 4 + x^2 - (x+5)(x-2) = 3(x-2)(x-2) + (x-2)(x+2) - (x+5)(x-2)$$

$$F = (x-2)[3(x-2) + (x+2) - (x+5)] = (x-2)(3x-6+x+2-x-5) = (x-2)(3x-9) = 3(x-2)(x-3)$$

$$3) Q = \frac{(x-2)(3x-9)}{3x^2-12} = \frac{3(x-2)(x-3)}{3(x-2)(x+2)} \quad \text{a) } Q \text{ existe si et seulement si } (x-2)(x+2) \neq 0 ; x \neq 2 \text{ et } x \neq -2$$

Q existe pour $x \neq 2$ et $x \neq -2$

$$b) Q = \frac{x-3}{x+2} \text{ car en simplifiant } Q \text{ par } 3(x-2), \text{ on a : } Q = \frac{x-3}{x+2}.$$

$$c) \frac{x-3}{x+2} = \frac{1}{2} ; 2x-6 = x+2 ; x=8 ; S = \{8\}$$

$$d) Q = \frac{x-3}{x+2} = \frac{\sqrt{2}-3}{\sqrt{2}+2} = \frac{(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}-2)}{(\sqrt{2}+2)(\sqrt{2}-2)} = \frac{2-5\sqrt{2}+6}{2-4} = \frac{8-5\sqrt{2}}{-2} \quad Q = \frac{-8+5\sqrt{2}}{2}$$

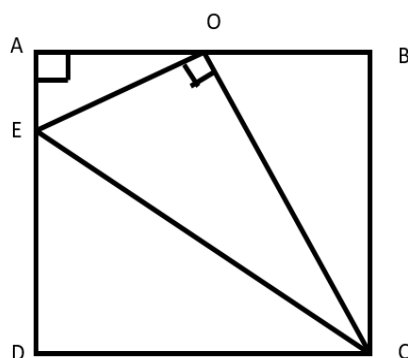
$$e) 1,414 < \sqrt{2} < 1,415 ; 5 \times 1,414 < 5 \times \sqrt{2} < 5 \times 1,415 ; 7,070 < 5\sqrt{2} < 7,075 ;$$

$$-8 + 7,070 < -8 + 5\sqrt{2} < -8 + 7,075 ; \frac{-0,93}{2} < \frac{-8+5\sqrt{2}}{2} < \frac{-0,925}{2} ; -0,465 < \frac{-8+5\sqrt{2}}{2} < -0,4625$$

$$\mathbf{-0,46 < Q < -0,45}$$

PARTIE B

1) Figure :



2) Calcul de OC, OE et CE

Comme OBC est un triangle rectangle en B, $OC^2 = OB^2 + BC^2 = 16 + 64 = 80$

$OC = \sqrt{80}$; $OC = 4\sqrt{5}\text{cm}$. De même $OE^2 = OA^2 + AE^2 = 16 + 4 = 20$; $OE = 2\sqrt{5}\text{cm}$

$CE^2 = DE^2 + DC^2 = 36 + 64 = 100$. $CE = 10\text{cm}$

3) Démontrons que le triangle OCE est rectangle : $OE^2 = 20$; $OC^2 = 80$ et $CE^2 = 100$.

Donc OCE est un triangle rectangle en O d'après la propriété réciproque de Pythagore.

$$4) a) \text{ Calculons } \cos \alpha : \cos \alpha = \frac{OA}{OE} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

b) Déduisons à 1 degré près l'encadrement de α : $26^\circ < \alpha < 27^\circ$

EXERCICE3

1) Complétons

a) $-2 + \sqrt{5}$; b) $[-5 ; \rightarrow[$; c) 53° ; d) 0; e) parallèles; f) réciproque

2) Bonne réponse

2-1- b) $(-1 ; 3)$ 2-2) $\left[\leftarrow ; \frac{5}{3} \right]$; 2-3) a) $\frac{1}{35}$; 2-4) d) aucune bonne réponse; 2-5) a) $\overrightarrow{CD}$; 2-6)

$$d) \frac{8}{27}.$$

