

Exercices du 1^{er} Trimestre

ALGÈBRE

Classe : 9^e Année

Ecole : LIVIA LAMOURE

Exercice1 : Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

$$x^2=169; \quad x^2-16=0; \quad x^2=1,21; \quad 2x+6=4x-6+8x; \quad 16x-4x-12=24x+2; \quad 3\sqrt{2}x-11=2x+7; \\ \frac{x+3}{2} - \frac{x+5}{3} = \frac{x+1}{3} + 1; \quad x^2+64=0; \quad \sqrt{x+3}=\sqrt{13}; \quad 2x^2=\frac{8}{9}; \quad 4x^2-\frac{1}{4}=0; \quad 3x^2=48; \quad \sqrt{x+4}=2$$

Exercice2 : Ecris sans radical les nombres suivants

$$\sqrt{144}; \quad \sqrt{81}; \quad \sqrt{324}; \quad \sqrt{4900}; \quad \sqrt{0,0064}; \quad \sqrt{\frac{49}{16}}; \quad \sqrt{(0,3)^2}; \quad \sqrt{\sqrt{10^8}}$$

Exercice3 : Calcule les produits suivants

$$\sqrt{20} \times \sqrt{45}; \quad \sqrt{2} \times \sqrt{8}; \quad \sqrt{5} \times \sqrt{125}; \quad \sqrt{\sqrt{7}} \times \sqrt{7\sqrt{7}}; \quad \sqrt{2\sqrt{2}} \times \sqrt{4\sqrt{2}}$$

Exercice4 : Ecris chacun des réels suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}^+$

$$\sqrt{12}; \quad \sqrt{27}; \quad \sqrt{120}; \quad \sqrt{720}; \quad \sqrt{3200}; \quad \sqrt{5^5 \times 3^2}; \quad \sqrt{4^2 \times 7}$$

Exercice5 : Ecris les nombres suivants sous la forme de produits de nombres premiers, puis calcule leur racine carrée : 7056 ; 2916 ; 23716

Exercice6 : Décompose le nombre 27225 en produit de facteurs premiers .En déduis : $\sqrt{27225}$.

Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $x^2=27225$; $x(x^2-2x+1)=27225x$

Exercice7 : Simplifie les expressions suivantes :

$$A=\sqrt{32}+3\sqrt{8}-\sqrt{72}-2\sqrt{128}; \quad B=\sqrt{180}-\sqrt{245}+\sqrt{320}-\sqrt{125}; \quad C=\sqrt{12}-\sqrt{27}-\sqrt{48}; \\ D=\sqrt{40}-\sqrt{160}+2\sqrt{250}; \quad E=3\sqrt{20}+4\sqrt{45}-2\sqrt{80}-\sqrt{180}; \quad F=6\sqrt{75}-7\sqrt{48}+9\sqrt{192}; \\ G=5\sqrt{49 \times 2}+7\sqrt{64 \times 2}-3\sqrt{81 \times 2}; \quad H=\sqrt{(ab)^2}+3\sqrt{(4ab)^2}+5\sqrt{(9ab)^2}; \quad I=2\sqrt{3}-\frac{10}{4}\sqrt{3}+3\sqrt{27}; \\ J=8\sqrt{9x}-\sqrt{16x}+9\sqrt{144x}-3\sqrt{100x}$$

Exercice8 : Rends rationnels les dénominateurs des réels suivants :

$$\frac{3}{\sqrt{5}}; \quad \frac{2}{\sqrt{3}}; \quad \frac{1}{3+\sqrt{2}}; \quad \frac{\sqrt{2}+4}{\sqrt{2}-\sqrt{5}}; \quad \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}; \quad \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-1}; \quad \frac{3-\sqrt{2}}{4\sqrt{5}+3\sqrt{3}}; \quad \frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}-4}; \quad \frac{7\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$$

Exercice9 : Extrais la racine carrée à 10^{-2} près par défaut les nombres suivants :1518 ; 1248601229

Exercice10 : On donne $a=18$; $b=105$ et $c=17$

1. Trouve le nombre D sachant que $D=b^2-4ac$

2. Décompose en un produit de facteurs premiers le nombre naturel 9801 et en déduis $\sqrt{9801}$

Exercice11 :

1) Ecris le nombre 4356 sous la forme d'un produit de facteurs premiers. Prouve que ce nombre est le carré d'un naturel.

2) Donne une écriture décimale de $\sqrt{43,56}$

3) Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $(x-3,4)^2=43,56$

Exercice12 : Soit les réels A et B tels que :

1) Simplifie A et B :
$$A = \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{3 + \sqrt{1}}}}; \quad B = \sqrt{1 + \sqrt{5 + \sqrt{13 + \sqrt{9}}}}$$

2) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations : $\sqrt{x + \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{3 + \sqrt{1}}}}} = 5$; $\sqrt{x + \sqrt{1 + \sqrt{5 + \sqrt{13 + \sqrt{9}}}}} = 5$

Exercice13 :

1) Trouve $a \in \mathbb{N}$ dans les cas suivants : $5^a \times 25 = 125$; $9^{3a} = 3^{12}$; $(7^a)^3 = 1$; $\frac{13^{a-4}}{13} = 169$; $4^{2-a} = 1$; $5 \times 5^a = 25$

2) Trouve $x \in \mathbb{N}$ dans les cas suivants :

$16^x = 2^8$; $7^{2x} \times 49 = 7^8$; $(27)^{4x} = 3^{36}$; $2^x \times 2(2^3)^0 = 8$; $2^{3x-6} = 1$; $3^2 \times 3^{3x} \times 3 = 27^4$

Exercice14 : a et b étant deux nombres réels non nuls, on pose : $K = (a \cdot b)^2 \left(\frac{1}{b}\right)^4$ et $T = a^2 \left(\frac{b}{a}\right)^3 \left(\frac{1}{b^2}\right)$

a) Simplifie K et T

b) Calcule la valeur numérique $K \times T$ et de $\frac{K}{T}$ pour $a = 4 \cdot 10^{-3}$ et $b = 2 \cdot 10^{-2}$

Exercice15 : Soit x et y ; deux réels tels que : $x = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{3}}$; $y = \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{3}}$

Calcule les produits suivants : a) x^2 ; b) $2 \times \frac{1}{y}$; c) $3 \times x^2 \times y$; d) $\frac{x}{y}$

Exercice16 :

1) Calcule puis simplifie chacune des expressions suivantes :

$$M = \frac{2}{3} - \frac{5}{3} \times \left(1 - \frac{5}{3}\right) \quad \text{et} \quad N = \frac{(2 \cdot 10^{-2})^3 \times 4 \cdot 10^5}{16}$$

2) Calcule : $(\sqrt{3} - 3)^2$ et $(2\sqrt{3} - 3)^2$ puis, écris sous la forme $a + b\sqrt{3}$, où a et b sont des entiers relatifs, les expressions S et R telles que : $S = \sqrt{12 - 6\sqrt{3}}$; $R = \sqrt{21 - 12\sqrt{3}}$

Exercice17 : Développe : $(\sqrt{7} - 1)^2$; $(\sqrt{2} + \sqrt{6})^2$; $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2$; $(3x+5)^2$; $(3+2\sqrt{3})(3-2\sqrt{3})$; $(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})$; $(5\sqrt{3} - 2\sqrt{5})(5\sqrt{3} + 2\sqrt{5})$

Exercice 18 : Factorise les expressions suivantes :

$A = 4x^2 + 20x + 25$; $B = (3x-5)^2 - 49$; $C = x^2 - 9 + (4x+5)(x-3)$; $D = (2-x)(3x+5) - 3(2-x) + 8(2-x)$;
 $E = (2x-3)(x-1)^2 - 4(2x-3)$; $F = (x-5)(3x-8) + (x-5)^2 + 2x^2 - 50$; $G = (2x+5)^2 - (x-4)^2$;
 $H = 9x^2 - 12x + 4 + (6x-4)(x+4) - 18x^2 + 8$; $I = 4x^2 + 4x + 1$; $J = 16x^2 - 56x + 49$; $K = 4x^2 + 12x + 9$;
 $L = 16 - 24x + 9x^2 - (8-6x)(2x-1)$; $M = (5-x)^2 - (2x-1)^2$; $N = 4x^2 - x^3$; $O = 4x^2 - 49$;
 $P = (5x-10)(x+3) - 3(x^2-4)$; $Q = 12x^3 - 16x^2 - (3x-4)$; $R = (5-3x)(x-2) + 9x^2 - 30x + 25$

Exercice19 : x est un nombre réel positif.

1) Développe et réduis $(3 - \sqrt{2})^2$

2) Factorise : $x^2 - (11 - 6\sqrt{2})$

Exercice20 : Complète les égalités suivantes.

1) $(\sqrt{3} + \text{-----})^2 = 4\sqrt{3} + 7$

2) $(\sqrt{2} - \text{-----})^2 = 11 - 6\sqrt{2}$

Exercice21 : On donne les réels : $A = 5\sqrt{3} + 5$ et $B = 5\sqrt{3} - 5$

a) Calcule : A^2 ; B^2 ; $A^2 - B^2$; $A \times B$; $(A+B)^2$; $(A-B)^2$

b) Rends rationnel le dénominateur de $\frac{A}{B}$ puis donne sa valeur approchée au millièmème près. On prendra $\sqrt{3} = 1,732$

Exercice22 : Simplifie le plus possible.

$A = (3 + \sqrt{7})^2 - 16$; $B = (3 - \sqrt{7})(3 + \sqrt{7})$

Calcule $(A-B)^2$; $(A+B)^2$ puis $\frac{B}{A}$ sous la forme la plus réduite.

Exercice23 : On désigne par a et b les réels : $a = \sqrt{17 + 12\sqrt{2}}$ et $b = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$

Calcule le produit $a \times b$. On pose $U = a + b$ et $V = a - b$

Calcule U^2 et V^2 en déduire U et V

Exercice24: On donne : $A = \sqrt{3} - 2\sqrt{5}$ et $B = 5\sqrt{5} - \sqrt{3}$

1) Calcule $A + B$ puis donne le résultat sous la forme $a\sqrt{5}$ ou a est un nombre entier

2) Calcule A^2 et $A \times B$ puis donne le résultat sous la forme $p + q\sqrt{15}$ ou p et q sont des nombres entiers.

Exercice25: Soit l'expression: $B = x^2 - 2x + 1$; x étant un réel

a) Montre que B est un carré

b) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sqrt{B} = 3$

Exercice26 : Soit $x = \sqrt{3} + 1$ et $y = \sqrt{2}\sqrt{2 + \sqrt{3}}$. Calcule x^2 et y^2 . Que peut-on en déduire ?

Exercice27 : Un champ rectangulaire a les dimensions suivantes : $L = 2\sqrt{3} + 2$ et $K = 2\sqrt{3} - 2$

1) Calcule le périmètre de ce rectangle

2) Calcule son aire

3) Calcule ensuite le diamètre d du cercle circonscrit à ce rectangle.

On donne $d = \sqrt{L^2 + K^2}$ et l'unité de mesure est le centimètre

Exercice28 :

1) Trouve deux nombres x et y proportionnels à 7 et 3 ; la somme des deux nombres est égale à 84.

2) Calcule a et b tels que : $a + b = 10$ et $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$

Exercice29: Trois personnes se partagent une somme de 4800F proportionnellement aux nombres 10; 13 ; 17. Quelle est la part de chaque personne ?

Exercice30 : L'âge d'un père est inférieur de 3ans à la somme des âges de ses trois enfants. Sachant que les âges du père et de ses trois enfants sont respectivement proportionnels à 15 ; 7 ; 5 et 4. Trouve l'âge de chacun d'eux.

Exercice31 : Trouve trois nombres a ; b ; c proportionnels à 2 ; 3 et 7 sachant que : $4a - b + 5c = 12480$.

Exercice32 : Une somme est partagée entre trois personnes les parts sont respectivement proportionnelles à 4 ; 5 et 7 sachant que la première part vaut 16000F. Calcule :

a) La somme qui revient à chacune des autres personnes.

b) Le montant total des parts.

Exercice 33 : A la suite des résultats du DEF le ministre de l'éducation décide de donner des prix aux meilleurs élèves du Mali; le premier reçoit une somme de 400000F, le deuxième une somme de 300000F et le troisième une somme de 200000F.

Pour les motiver encore plus on leur donne une somme de 180000F tout en exigeant de faire le partage proportionnellement à leurs premiers gains.

Quelle est la part qui reviendra à chacun d'eux ?

Exercice 34: Un champ rectangulaire a un périmètre de 240m. Calcule la longueur et la largeur sachant que leurs mesures en mètres sont proportionnelles à 7 et 5.

Exercice 35: Trois personnes ont fondé une société et ont engagé: la première 500000F, la deuxième 600000F et la troisième 800000F.

Elles doivent se partager un bénéfice de 199500F proportionnellement aux mises. Quelle est la part qui revient à chacune ?

Exercice36: Partager 165600F en parties inversement proportionnelles à $\frac{2}{3}$; 3 ; $\frac{1}{2}$.

Exercice37: Sachant que $1,414 \leq \sqrt{2} < 1,415$. Trouve l'encadrement d'ordre 3 de $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$.

Exercice 38: Sachant que $2,236 \leq \sqrt{5} < 2,237$. Trouve l'encadrement d'ordre 3 de $\frac{1}{2-\sqrt{5}}$.

Exercice 39: Sachant que $2,236 \leq \sqrt{5} < 2,237$ et $1,414 \leq \sqrt{2} < 1,415$. Donne un encadrement du nombre réel de $A = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{2}$ à 0,01 près.

Exercice 40: Développe $(3\sqrt{2} + 5)(3\sqrt{2} - 5)$. Déduis- en une écriture simplifiée du nombre $\frac{-7\sqrt{2}}{3\sqrt{2}+5}$.

Donne un encadrement à 10^{-2} près du nombre $6-5\sqrt{2}$ sachant que : $1,414 \leq \sqrt{2} < 1,415$