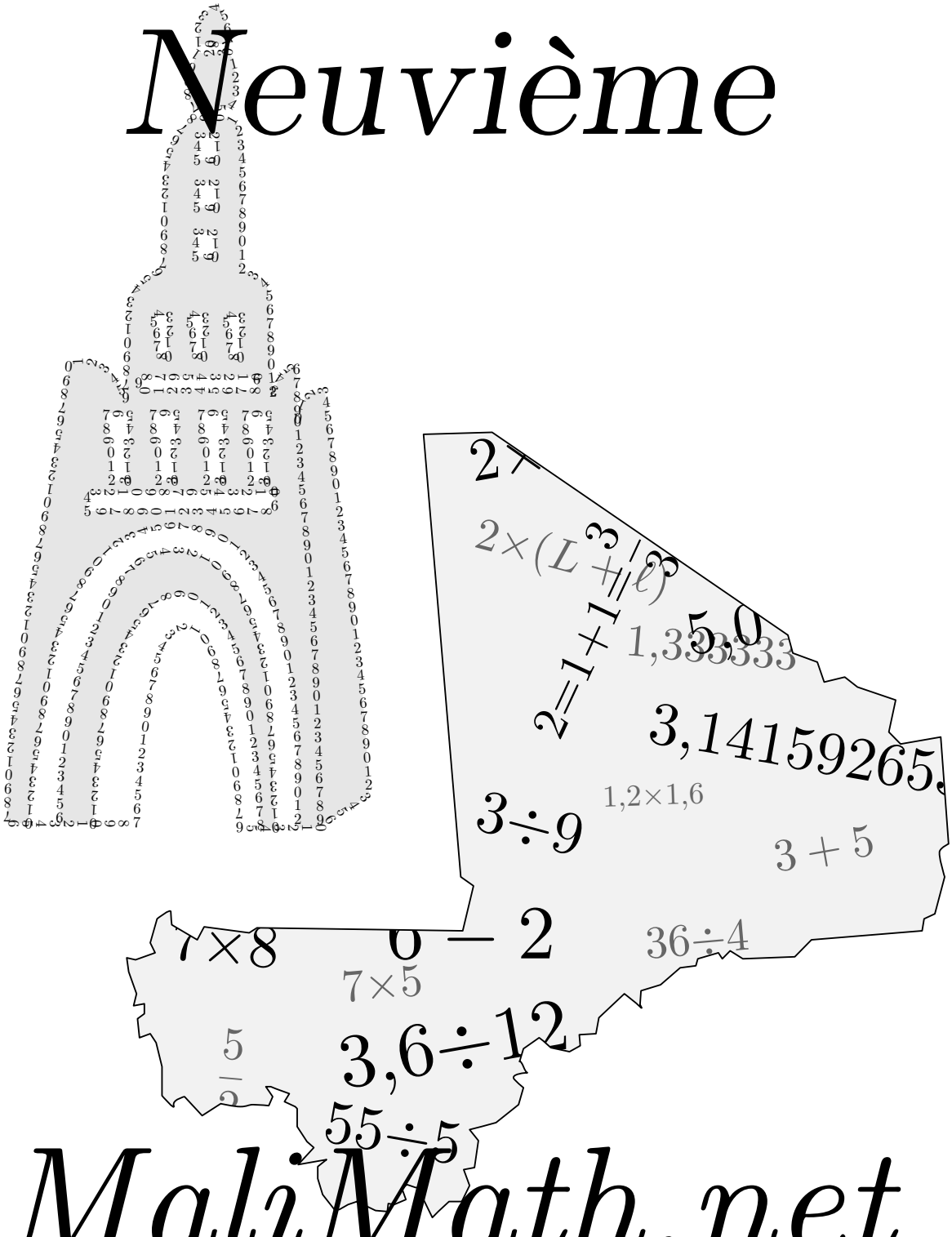
Cahier d'exercices

Neuvième



MaliMath.net

CamScanner

CamScanner

Neuvième

Sommaire:

A. Calculs numériques 1
B. Puissances 3
C. Les racines carrées 4
D. Les identités remarquables 7
E. Les symétries 12
F. Systèmes de deux équations à deux inconnues 19
G. Le théorème de Pythagore 21
H. Généralité et fonctions linéaires 26
I. Fonctions affines 28
J. Les angles inscrits et au centre 35
K. Le cosinus 37
L. Inéquations 40
M. Repérage dans le plan 42

A. Calculs numériques:

Exercice A.1 *(*)*

Utiliser la distributivité afin de pouvoir effectuer les calculs suivants de tête:

a. 49×6 b. 21×13

c. $5\times3{,}32+5\times1{,}68$ d. $1{,}2\times3{,}3-0{,}2\times3{,}3$

Exercice A.2 *(*)*

Effectuer les opérations suivantes. Les résultats doivent être donnés sous forme de fractions simplifiées.

a. $\frac{3}{7}+\frac{4}{21}$ b. $-\frac{1}{3}+1$ c. $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$

d. $\frac{5}{12}-\frac{2}{3}$ e. $\frac{1}{2}\times\frac{8}{6}\times\frac{3}{2}$ f. $\frac{-5}{2}\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\frac{3}{5}$

g. $\dfrac{(-2)\times5\times(-4)\times3\times7\times(-5)}{(-10)\times6}$

Exercice A.3 *(*)*

1. Donner la troncature au millième près de $A=25{,}3467$
2. Donner l'arrondi à 10^{-2} près de:
   $B=75{,}2445$; $C=0{,}3596$
3. Donner un encadrement au dixième près de $D=23{,}74$

Exercice A.4 *(*)*

Calculer et donner le résultat sous forme de fractions simplifiées.

a. $\frac{3}{4}+\frac{2}{6}$ b. $\frac{2}{15}+\frac{3}{20}$ c. $\frac{5}{12}-\frac{9}{8}$

d. $\frac{5}{6}-\frac{13}{9}$ e. $\frac{5}{12}-\frac{2}{15}$ f. $\frac{15}{66}-\frac{10}{44}$

Exercice A.5 *(*)*

Trois points A, B et C d'une droite graduée ont respectivement pour abscisse: $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{5}{12}$

Ces trois points sont-ils régulièrement espacés sur la droite graduée?

Exercice A.6 *(*)*

$$A=\frac{5}{4}+\frac{11}{4}\times\frac{20}{33} \quad ; \quad B=\frac{1}{12}\div\left(2-\frac{7}{3}\right)$$

Calculer A et B en détaillant les calculs.
Donner le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

Exercice A.7 *(*)*

Effectuer les calculs suivants, en détaillant les calculs et en donnant les résultats sous forme de fractions irréductibles:

$$A=\frac{2}{3}+\frac{5}{3}\times\frac{1}{15} \quad ; \quad B=\left(1-\frac{3}{7}\right)\div\frac{12}{5}$$

$$C=\frac{\frac{9}{2}}{3} \quad ; \quad D=\frac{\frac{3}{4}+3}{\frac{1}{2}+2}$$

Exercice A.8 *(*)*

Donner la valeur des expressions ci-dessous sous la forme de fractions irréductibles:

a. $\frac{2}{5}+1$ b. $\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}$ c. $\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{5}$

d. $\dfrac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{5}}$ e. $\dfrac{\frac{3}{2}-\frac{10}{6}}{\frac{2}{7}+\frac{1}{3}}$ f. $3-\dfrac{5}{1+\frac{1}{3}}$

Exercice A.9 *(*)*

Effectuer les calculs suivants et donner vos résultats sous la forme de fractions simplifiées:

a. $5-\frac{2}{3}-\frac{5}{6}$ b. $\frac{5}{2}-\frac{15}{6}\times\frac{21}{25}$

c. $\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{6}\right)\left(\frac{1}{3}-\frac{5}{2}\right)$ d. $\frac{6}{5}\times\left(\frac{16}{9}\times\frac{6}{32}-\frac{15}{12}\right)$

e. $\dfrac{2-\frac{5}{12}}{\frac{1}{3}-\frac{8}{5}}$ f. $\left(\frac{5}{2}-\frac{6}{25}\times\frac{15}{12}\right)\times\frac{6}{22}-\frac{3}{15}$

Exercice A.10 *(*)*

CamScanner

BY-NC

Donner la valeur des expressions suivantes sous la forme d'une fraction simplifiée :

a. $\frac{1}{3}-\frac{8}{9}+\frac{5}{6}$ b. $-\frac{2}{3}+\frac{1}{4}-\frac{5}{6}$ c. $\frac{2}{5}-\frac{1}{15}+\frac{2}{3}$

d. $\frac{15}{49}\times\frac{21}{25}$ e. $\frac{36}{64}\times\frac{24}{30}$ f. $\frac{55}{32}\times\frac{24}{33}$

g. $\dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{9}{16}}$ h. $\dfrac{\frac{5}{4}}{25}$ j. $\dfrac{21}{\frac{14}{15}}$

Exercice A.11 (*)

Calculer les fractions suivantes et ecrivez-les sous formes irréductibles :

a. $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}\times\frac{3}{2}$ b. $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\times\frac{5}{6}$

c. $\dfrac{\frac{4}{3}-\frac{5}{6}}{\frac{1}{2}+1}$ d. $3+\left(\frac{5}{6}\right)^2$

Exercice A.12 (*)

Effectuer les calculs suivants en donnant votre réponse sous forme d'une fraction irréductible.

a. $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}$ b. $\frac{7}{2}-\frac{2}{3}$

c. $\frac{7}{3}\times\frac{5}{4}+\frac{1}{6}$ d. $\frac{15}{9}\times\frac{12}{25}-\frac{7}{4}$

e. $\frac{9}{28}\times\frac{7}{5}+\frac{10}{3}\times\frac{6}{25}$ f. $\left(\frac{7}{3}-5\right)\times\frac{2}{5}$

Exercice A.13 (*)

Effectuer les calculs suivants et donner le résultat sous forme de fraction irréductible :

a. $\frac{-2}{-9}\times\frac{-3}{8}+\frac{3}{-36}$ b. $\left(\frac{3}{-3}+\frac{5}{6}\right)\left(2+\frac{-9}{2}\right)$

c. $\left(\frac{1}{3}-1\right)^2\left[\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]$ d. $\dfrac{\left(3-\frac{9}{5}\right)^2}{1-\frac{1}{5}}$

Exercice A.14 (*)

Dans cette partie, les calculs devront être détaillés.

On considère les trois nombres A, B et C :

$$A=-\frac{5}{3}+\frac{7}{5} \quad ; \quad B=\frac{7}{4}\div\frac{21}{9}$$

$$C=-2\times\left(60-5\times4^2\right)-(8-15)$$

1. Déterminer la valeur des expressions A et B sous la forme d'une fraction simplifiée.
2. Calculer la valeur de l'expression C.

Exercice A.15 (*)

Effectuer les calculs ci-dessous et donner les résultats sous forme de fractions irréductibles :

a. $\frac{2}{7}-\frac{15}{7}\div\frac{5}{4}$ b. $\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)\times\left(7+\frac{37}{9}\right)$ c. $\dfrac{\frac{4}{3}+\frac{3}{10}}{\frac{5}{2}-\frac{2}{5}}$

Exercice A.16 (*)

Effectuer les calculs suivants :

a. $\frac{3}{4}+\frac{5}{4}\div\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{2}\right)$ b. $\dfrac{\frac{4}{3}-1}{\frac{7}{6}-2}$

c. $\frac{5}{7}+\frac{1}{7}\times\left(5+\frac{1}{2}\right)$ d. $\frac{3}{7}-\frac{2}{7}\times\frac{21}{8}$

e. $\dfrac{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}}{\frac{17}{9}-\frac{1}{3}}$ f. $\frac{2}{13}-\frac{5}{13}\div\frac{10}{16}$

Exercice A.17 (*)

Vérifier l'exactitude de chacune des égalités ci-dessous :

a. $\dfrac{\left(1+\frac{1}{2}\right)^2}{\frac{3}{5}+\frac{3}{4}}=\frac{5}{3}$ b. $\dfrac{2}{1+\frac{3}{2+\frac{5}{2}}}=\frac{6}{5}$

c. $\dfrac{\frac{7}{8}-\frac{7}{8}\times\frac{3}{7}}{3\times2-2}=\frac{1}{8}$ d. $\left(\dfrac{\frac{25}{2}}{\left(\frac{5}{4}\right)^2}\right)^2=64$

Exercice A.18 (*)

Donner la valeur des expressions ci-dessous sous forme de fractions irréductibles :

a. $2-\frac{5}{4}+\frac{1}{3}$ b. $\frac{21}{26}\times\frac{13}{7}-\frac{13}{7}$

c. $\left(\frac{2}{15}-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{5}{2}+\frac{5}{4}\right)$ d. $\frac{42}{15}\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\times\frac{9}{7}\right)$

e. $\dfrac{1-\frac{11}{6}}{\frac{10}{9}+\frac{5}{6}}$ f. $\dfrac{1}{2+\frac{2}{1-\frac{5}{3}}}$

Exercice A.19 (*)

Déterminer la valeur des calculs suivants sous la forme d'une fraction irréductible :

a. $\frac{8}{5}-\frac{5}{7}\times\frac{14}{4}$ b. $\left(\frac{5}{4}-\frac{7}{2}\right)\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{6}\right)$ c. $\dfrac{\frac{5}{3}-\frac{7}{4}}{1+\frac{1}{6}}$

Exercice A.20 (*)

1. Effectuer le calcul ci-dessous et donner le résultat sous forme de fraction irréductible :

$$1-\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\right)$$

2. Un propriétaire terrien a vendu le quart de sa propriété en 2001 et les quatre cinquièmes **du reste** en 2002.
   a. Quelle fraction de la propriété a été vendue en 2002?
   b. Quelle fraction de la propriété reste invendue à l'issue des deux années?
   c. Quelle était la superficie de la propriété sachant que la partie invendue au bout des deux années représente six hectares?

Exercice A.21 (*)

CamScanner

BY-NC

$$A = 1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) \quad ; \quad B = \frac{3 - \frac{5}{2}}{1 + \frac{1}{5}}$$

1. En faisant apparaître les différentes étapes calcul, écrire A et B sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Calculer les quatre cinquièmes de $\frac{35}{8}$.
   On appellera C le résultat donné sous forme de fraction irréductible.
3. Montrer que la somme $A+B+C$ est un nombre entier.

Exercice A.22 *(*)*

Dans la question 1. de cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

1. Un propriétaire terrien a vendu le quart de sa propriété en 2006 puis le tiers du reste en 2007.

   Quelle fraction de sa propriété lui reste-t-il aujourd'hui?
2. Quelle est la superficie actuelle de sa propriété sachant qu'elle était au départ de 40 hectares?

Exercice A.23 *(*)*

1. Jacques, Jean et Emilie achète ensemble un terrain agricole de 72 hectares qu'ils se partagent ainsi :
   - Jean prend le tiers du terrain.
   - de la partie laissée par Jean, Jacques en prend les deux cinquièmes.
   - Emilie prend la partie restante.

   Déterminer la surface du terrain d'Emilie.
2. Avec le nombre 1 et les nombres présents dans l'énoncé, écrire un calcul donnant directement la superficie récupérée par Emile.

B. Puissances :

Exercice B.1 *(*)*

Calculer en donnant le résultat en écriture scientifique :

$$C = 153\times10^{-4} + 32\times10^{-3} - 16\times10^{-5}$$

Exercice B.2 *(*)*

1. Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :
   a. 351×10^{-41} b. $0{,}00124\times10^{14}$
2. Effectuer le calcul ci-dessous et donner l'écriture scientifique du résultat :
   $$\left(5\times10^{-43} + 10^{-41}\right)\times5\times10^{23}$$

Exercice B.3 *(*)*

On représente par n un entier naturel non nul.

1. Démontrer les égalités suivantes :
   a. $3^{2n} = 9^n$ b. $2^{n+1} - 2^n = 2^n$
2. a. Etablir l'égalité suivante :
   $20^n - 10^n = \left(2^n - 1\right)\times10^n$
   b. Déterminer l'écriture scientifique du nombre A défini par :
   $A = 20^{12} - 10^{12}$

Exercice B.4 *(*)*

Pour chaque calcul ci-dessous, effectuer une factorisation afin de simplifier l'écriture de l'expression :

a. $3^5 + 3^7$ b. $3\times5^2 + 2\times5^4$
c. $3^{10} - 2\times3^9$ d. $5\times8^5 - 5\times8^4$
e. $10^{20} + 10^{21} + 10^{22}$ f. $\frac{6^{10}}{3^9} + \frac{4^{10}}{2^8}$

Exercice B.5 *(*)*

1. Ecrire chaque nombre suivant sous la forme a^p où a est un nombre entier ou en écriture fractionnaire et p est un entier relatif :
   a. $7^5\times7^{-4}$ b. $\left(5^2\right)^{-2}$
   c. $5^4\times7^4$ d. $3^{10}\times3^{-15}\times5^5$
2. En utilisant la factorisation, simplifier les expressions suivantes :
   a. $25\times10^{35} + 12\times10^{33}$ b. $2^{10}\times5^4 - 5^4\times2^9$

Exercice B.6 *(*)*

1. Recopier et compléter convenablement les égalités suivantes :
   a. $524{,}2\times10^{-12} = 0{,}5242\times\ldots$ b. $0{,}054\times10^5 = \ldots\times10^3$
2. Ecrire chacune des expressions suivantes sous la forme a^n :
   a. $5^4\times5^{-6}$ b. $7^4\times3^4$ c. $\frac{5^4}{2^6}\times2^{10}$
   d. $1{,}2^5\times6^{-4}\times5^5$ e. $3^{-5}\times5^5$ f. $\frac{8^2}{2^5}$
3. A l'aide d'une factorisation, donner une écriture simplifiée des expressions suivantes :
   a. $3\times10^{14} + 5\times10^{15}$ b. $3^{10} - 9^6$

Exercice B.7 *(*)*

Calculer et donner le résultat sous forme de fraction irréductible :

$$A = \frac{26}{7} - \frac{22}{7}\times\frac{10}{33} \quad ; \quad B = \frac{7\times10^{35}}{49\times10^{34}}$$

Exercice B.8 *(*)*

Calculer les nombres suivants et mettre A et B sous forme de fractions irréductibles, donner le résultat de

CamScanner

CC BY-NC

C en écriture scientifique :

$$A = 1-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right) \quad ; \quad B = \frac{3-\frac{5}{2}}{1+\frac{1}{5}} \quad ; \quad C = \frac{7\times(10^5)^2\times10^{-3}}{35\times10^3}$$

Exercice B.9 (*)

1. On considère l'expression : $A = \dfrac{\frac{2}{3}+3}{\frac{1}{3}+5}$

   Ecrire A sous la forme d'une fraction irréductible.

2. On considère l'expression : $C = \dfrac{2{,}6\times10^2\times1{,}7\times10^2}{0{,}2\times10^5\times10^3}$

   Donner l'écriture scientifique de C.

Exercice B.10 (*)

On considère les deux nombres A et B :

$$A = \frac{7}{5}+\frac{3}{5}\times\frac{11}{6} \quad ; \quad B = \frac{4\times10^{14}\times12}{3\times10^{11}}$$

1. Calculer et donner A sous la forme de fraction irréductible.
2. Donner l'écriture scientifique de B

Exercice B.11 (*)

Effectuer les calculs suivants et donner leurs résultats sous forme de fractions irréductibles.

a. $\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)\div\frac{2}{5}$ b. $\frac{4}{7}-\frac{1}{7}\times\frac{5}{3}$

c. $\left(\frac{5}{7}\right)^2-\frac{2}{7}$ d. $\frac{12\times10^{-3}\times4^3\times10^7}{16\times10^2}$

Exercice B.12 (*)

Les questions suivantes sont indépendantes. On détaillera toutes les étapes des calculs.

1. a. Calculer $A = \left(\frac{-2}{7}+\frac{3}{7}\times\frac{59}{9}\right)\div\frac{25}{3}$ et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

   b. Le nombre A obtenu est-il un nombre entier? décimal? rationel? Justifier la réponse.

2. Calculer $B = \dfrac{4\times10^{-7}\times50\times\left(10^2\right)^5}{16\times10^{-5}}$ et donner le résultat en écriture scientifique.

Exercice B.13 (*)

On considère les trois nombres ci-dessous :

$$A = \frac{3-\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}\times7} \quad ; \quad B = \frac{49\times10^3\times6\times10^{-10}}{14\times10^{-2}} \quad ; \quad C = \frac{5-\frac{3}{4}}{3+6\times5}$$

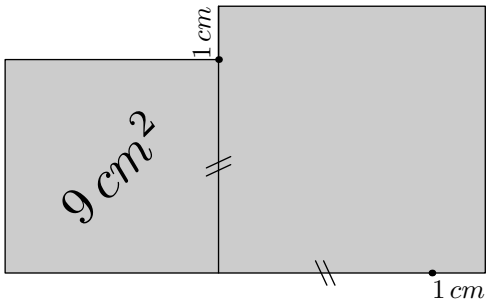
Répondre aux questions suivantes en précisant les différentes étapes de vos calculs.

1. Ecrire le nombre A ci-dessous sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Donner l'écriture scientifique du nombre B.
3. A l'aide de la calculatrice, donner la valeur approchée du nombre C au centième près.

C. Les racines carrées :

Exercice C.1 (*)

Ci-dessous, sont représentés deux carrés dont certaines mesures sont précisées sur la figure.



Existe-t-il un carré dont l'aire a pour valeur la somme des aires des deux carrés représentés? Si oui, donner la mesure de son côté.

Exercice C.2 (*)

Répondre à la question suivante à l'aide de la calculatrice :

1. Donner la troncature des nombres suivants au centième près :

   a. $\sqrt{2}$ b. $\sqrt{3}$ c. $\sqrt{10}$

2. Donner la valeur arrondie des nombres suivants à 10^{-2} près :

   a. $\sqrt{52}$ b. $\sqrt{4+0{,}03}$ c. $\dfrac{\sqrt{72}+2}{\sqrt{2}}$

3. Déterminer la valeur exacte des nombres suivants :

   a. $\sqrt{4}$ b. $\sqrt{25+75}$ c. $\sqrt{0{,}01}$

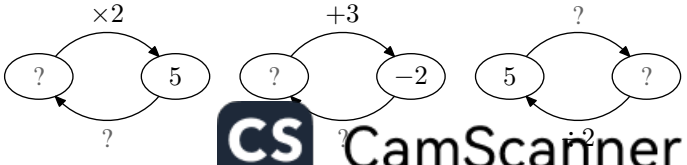
4. Résoudre les équations suivantes *(chacune de ces équations admettent deux solutions)* :

   a. $x^2 = 9$ b. $x^2 = 100$ c. $x^2 = 2$

Exercice C.3 (*)

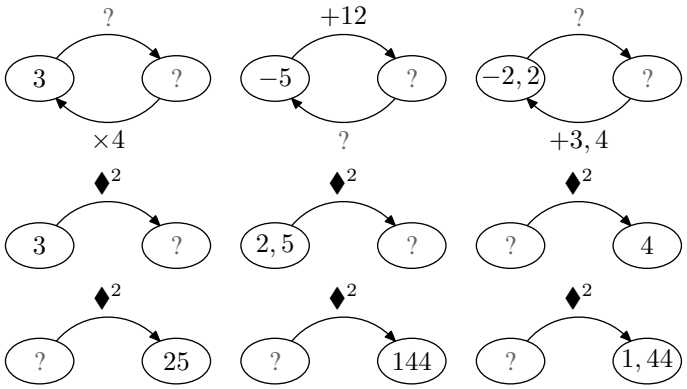
Compléter chacun des diagrammes ci-dessous en ajoutant le nombre et/ou l'opération manquante.

L'opération marquée $\blacklozenge^2$ représente le carré de $\blacklozenge$.



CamScanner

BY-NC



Exercice C.4 (*)

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, on souhaite de déterminer la valeur du nombre positif c vérifiant la relation suivante :

$a^2 + b^2 = c^2$

a	b	a^2	b^2	$a^2 + b^2 \rightsquigarrow c^2$	c
15	8				
21	20				
6	2,5				
7,7	3,6				

Indication : pour compléter la dernière colonne, utiliser la touche racine carré $\sqrt{\ }$ de votre calculatrice : la racine carrée est l'opération inverse du carré d'un nombre.

Exercice C.5 (*)

Compléter le tableau ci-dessous afin d'obtenir la valeur du nombre c vérifiant l'égalité demandée pour chaque ligne :

a	b	a^2	b^2	Egalité	c^2	c
12	5			$a^2+b^2=c^2$		
7	25			$a^2+c^2=b^2$		
5,8	4,2			$b^2+c^2=a^2$		
5,6	11,9			$c^2+a^2=b^2$		

Exercice C.6 (*)

Soit a un nombre positif, la définition de la racine carrée me permet d'établir les deux relations suivantes :

$\sqrt{a^2} = a \quad ; \quad \left(\sqrt{a}\right)^2 = a.$

Utiliser ces deux propriétés pour simplifier, si possible, les expressions suivantes :

a. $\left(\sqrt{4}\right)^2 + \left(\sqrt{6}\right)^2$ b. $\sqrt{3^2+4^2}$ c. $\left(\sqrt{4+6}\right)^2$

d. $\sqrt{(4+6)^2}$ e. $\sqrt{4^2}\times\sqrt{6^2}$ f. $\sqrt{4^2\times 6^2}$

Exercice C.7 (*)

1. Parmi les expressions ci-dessous, lesquelles définissent ou pas un nombre. Justifier votre réponse.

a. $\dfrac{1}{3^2-9}$ b. $\sqrt{2}$ c. $\sqrt{-1}$

d. $\sqrt{0}$ e. $\sqrt{(-1)^2}$ f. $\sqrt{\dfrac{3}{2}}$

2. Un élève affirme que : $\sqrt{20} = 10$
En utilisant seulement la définition de la racine carrée, justifier que son affirmation est fausse.

Exercice C.8 (*)

1. a. Calculer le carré du nombre $\sqrt{5}\times\sqrt{3}$.

b. Comparer les deux nombres : $\sqrt{5}\times\sqrt{3}$ et $\sqrt{15}$

c. Pour tout nombre a et b positif, justifier l'égalité :
$\sqrt{a}\times\sqrt{b} = \sqrt{a\times b}$

2. a. Simplifier le calcul suivant : $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$

b. Compléter la phrase suivante :
$\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ est un nombre dont le carré vaut ……

c. Pour tous nombres positifs a et b, avec $b\neq 0$, justifier l'égalité :
$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$

3. a. Quel nombre élevé au carré vaut 5^2 ?

b. En déduire la valeur de $\sqrt{5^2}$.

c. De la même manière, pour tout nombre réel positif a, déterminer la valeur de $\sqrt{a^2}$

4. a. Donner la valeur des carrés des deux nombres suivants :
$\sqrt{50}$; $5\sqrt{2}$
Comparer ces deux nombres.

b. Déterminer deux entiers a et b tel que :
$50 = a^2\times b$

c. En utilisant les questions 1. et 3. pour établir d'une autre manière l'égalité :
$\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

Exercice C.9 (*)

La définition du nombre $\sqrt{a}$ est l'unique nombre positif tel que son carré vale a. Ainsi, par définition, la racine carrée d'un nombre vérifie : $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$.

1. A partir de l'égalité $17^2 = 289$. Compléter les phrases suivantes :

a. Le nombre dont le carré vaut 289 est ……

Ainsi, on a $\sqrt{289}$ = ……

b. Le nombre dont le carré vaut 28 900 est ……

Ainsi, on a $\sqrt{28\,900}$ = ……

c. Le nombre dont le carré vaut 2,89 est ……

Ainsi, on a $\sqrt{2,89}$ = ……

2. a. Quelle est [illegible]re positif dont le carré vaut 5² ?

CamScanner

BY-NC

En déduire la valeur de $\sqrt{5^2}$?

b. Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

$A=\sqrt{12^2}$; $B=\sqrt{1{,}25^2}$; $C=\sqrt{(-5)^2}$

3. a. Elever au carré les deux nombres suivants :

$\sqrt{6}$; $\sqrt{2}\times\sqrt{3}$.

Que pouvez-vous dire de ces deux nombres?

b. Pour chacun des couples, faire de même pour montrer l'égalité de ses deux nombres :

$\left(\sqrt{21}\,;\sqrt{3}\times\sqrt{7}\right)$; $\left(\sqrt{12}\,;2\sqrt{3}\right)$

c. Faire apparaître des carrés en facteurs dans les nombres suivants :

36 ; 50 ; 20

d. En déduire une forme simplifiée des nombres suivant :

$\sqrt{36}$; $\sqrt{50}$; $\sqrt{20}$

Exercice C.10 (*)

Mettre les racines suivantes sous la forme $\sqrt{a}$:

a. $3\sqrt{2}$ b. $5\sqrt{7}$ c. $10\sqrt{0{,}1}$

d. $0{,}1\sqrt{2}$ e. $\sqrt{0{,}1}\times\sqrt{2{,}5}$ f. $\dfrac{3\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$

g. $\dfrac{\sqrt{75}}{5}$ h. $2\sqrt{5}\times3\sqrt{5}$ i. $20\sqrt{2}\times3\sqrt{5}$

Exercice C.11 (*)

1. Simplifier l'écriture de la somme ci-dessous :

$A=\sqrt{2}+2\sqrt{2}$

2. a. Simplifier l'expression des racines carrées suivantes :

$\sqrt{50}$; $\sqrt{32}$

b. Déduire de la question précédente une simplification de la somme :

$B=\sqrt{50}+\sqrt{32}+\sqrt{2}$

3. On considère le nombre : $C=2\sqrt{27}+5\sqrt{75}$

Justifier la simplification suivante :

$C=31\sqrt{3}$

Exercice C.12 (*)

Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b des nombres entiers.

a. $3\sqrt{28}-9\sqrt{7}$ b. $\sqrt{2}+\sqrt{32}+\sqrt{200}$

c. $2\sqrt{45}-3\sqrt{5}+\sqrt{20}$ d. $\sqrt{4500}+3\sqrt{5}-2\sqrt{125}$

Exercice C.13 (*)

Donner le résultat des calculs suivants sous la forme $a+b\sqrt{c}$, où a et b sont des nombres relatifs et où c est un nombre entier positif le plus petit possible.

a. $\sqrt{5}\times(2\sqrt{15}-3\sqrt{5})$ b. $(2\sqrt{3}+1)^2$

c. $(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})$ d. $(4\sqrt{5}-3\sqrt{3})(\sqrt{3}+2\sqrt{5})$

Exercice C.14 (*)

On considère l'expression : $A=(2x-3)(x-4)-(2x-3)^2$

1. Développer et réduire A.

2. Calculer A lorsque $x=\dfrac{3}{2}$, puis lorsque $x=3\cdot\sqrt{2}$

3. Factoriser A.

Exercice C.15 (*)

On donne :

$E=\dfrac{2}{3}+\dfrac{17}{2}\times\dfrac{4}{3}$; $F=\dfrac{\sqrt{6}\times\sqrt{3}\times\sqrt{16}}{\sqrt{2}}$

1. Démontrer que les nombres E et F sont égaux.

2. On donne $G=\left(10^{-1}+a\right)\times10^2$. Calculer le nombre a pour que l'égalité $E=G$ soit vraie.

Exercice C.16 (*)

On donne les nombres :

$A=\dfrac{3}{7}-\dfrac{2}{7}\times\dfrac{21}{8}$; $B=\dfrac{3\times10^2\times1{,}8\times10^{-3}}{6\times10^4}$

$C=\sqrt{12}-5\sqrt{75}+2\sqrt{147}$

1. Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

Ecrire toutes les étapes du calcul.

2. a. Donner l'écriture décimale de B.

b. Exprimer B en écriture scientifique.

3. Ecrire C sous la forme $a\sqrt{3}$, où a est un nombre entier.

Exercice C.17 (*)

1. Déterminer le $PGCD$ des deux entiers 1323 et 243.

2. Donner la forme simplifiée de la fraction $\dfrac{\sqrt{1323}}{\sqrt{243}}$

Exercice C.18 (*)

1. Sans calculer leur $PGCD$, dire pourquoi les entiers 648 et 972 ne sont pas premiers entre eux.

2. a. Calculer pgcd(972 ; 648).

b. Prouver que : $\sqrt{648}+\sqrt{972}=18\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$

Exercice C.19 (*)

1. Sans aucun calcul expliquer pourquoi on peut simplifier la fraction $\dfrac{4\,114}{7\,650}$.

2. Calculer le PGCD des entiers 4 114 et 7 650 avec la méthode de votre choix en détaillant les calculs.

3. Rendre irréductible la fraction $\dfrac{4\,114}{7\,650}$ en précisant par quel nombre vous simplifiez.

4. En utilisant les résultats des questions précédentes, mettre l'expression A suivante sous la la forme $n\sqrt{34}$, où n est un entier relatif, en détaillant les calculs :

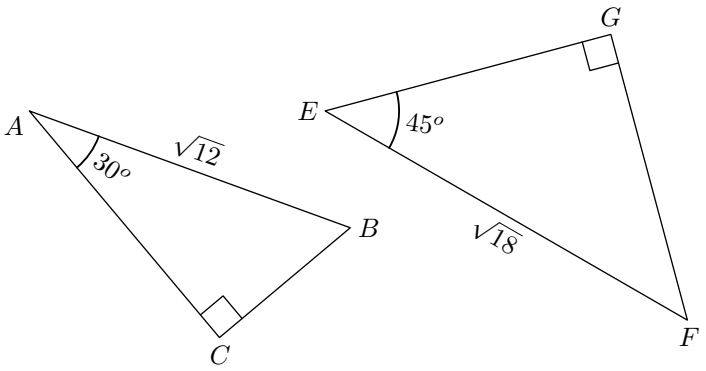
$5\sqrt{4\,114}-4\sqrt{7\,650}$

Exercice C.20 (*)

On considère les deux triangles ABC et EFG rectangles respectivement en C et G représentés ci-dessous :

CamScanner

BY-NC



1. a. Par supplémentarité des angles d'un triangle, déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

   b. Déterminer la mesure des longueurs BC et AC.

2. a. Justifier que le triangle EFG est un triangle isocèle rectangle.

   b. Déterminer la mesure de la longueur EG.

On rappelle le tableau des rapports trigonométriques des angles remarquables :

	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	

Exercice C.21 (*)

L'unité de longueur est le centimètre.

1. Construire un triangle DOS tel que :
   $DS = DO = 6\,cm$; $\widehat{ODS} = 120^o$
   Quel est la nature du triangle DOS? Justifier.

2. Dans le triangle DOS, tracer la hauteur issue de D. Elle coupe $[OS]$ en H.

   a. Placer le point H sur la figure.

   b. Calculer la valeur exacte de OH.

   c. En déduire que : $OS = 6\sqrt{3}\,cm$.

3. Dans le triangle DOS, la hauteur issue de S intercepte la droite (OD) au point I.

   a. Placer le point I sur la figure.

   b. Déterminer la valeur exacte de OI.

On donne le tableau ci-dessous des valeurs exactes des rapports trigonométriques pour les angles remarquables :

x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Exercice C.22 (*)

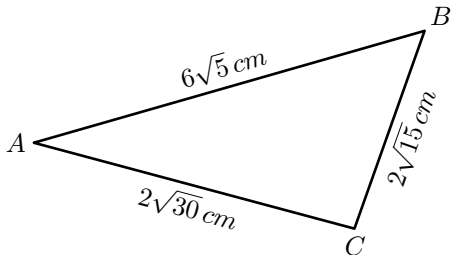
On considère l'expression : $E = (\sqrt{7}+1)^2 + (\sqrt{7}-1)^2$

1. Après avoir développé les carrés, montrer que E est un nombre entier.

2. En déduire la nature d'un triangle dont les côtés mesurent respectivement, en centimètres, $\sqrt{7}+1$, $\sqrt{7}-1$ et 4 ; justifier votre réponse.

Exercice C.23 (*)

1. Le triangle ABC ci-dessous est-il rectangle?



(Sur la figure les dimensions ne sont vraiment pas respectées)

2. Donner la valeur du nombre suivant :

$$D = \sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+3}}}}}} + 3$$

Exercice C.24 (*)

Ecrire les fractions suivantes sans radical au dénominateur :

a. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ b. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ c. $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}$

Exercice C.25 (*)

Enlever les racines du dénominateur des nombres suivants :

a. $\frac{2}{\sqrt{2}}$ b. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ c. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{15}}$ d. $\sqrt{\frac{2}{18}}$ e. $\sqrt{\frac{27}{3}}$

Exercice C.26 (*)

Cet exercice propose de comparer $\sqrt{5}$ et $\sqrt{3}+\sqrt{2}$

1. a. Tracer une triangle AIB rectangle isocèle en I tel que $AI = 3\,cm$

   b. Déteminer la longueur du segment $[AB]$.

   c. Tracer le point C tel que ABC soit rectangle en B et $BC = 3$. Montrer que : $AC = 3\sqrt{3}$

2. Tracer une demi-droite $[Ox)$ et reporter les longueurs sur cette demi-droite de sorte que :
   - le point G tel que : $OG = 3\sqrt{2}$
   - Le point H tel que : $OH = 3\sqrt{3}$
   - Le point J tel que : $OJ = 3\sqrt{2}+3\sqrt{3}$

3. En remarquant que : $9\times5 = 9\times4 + 9\times1$.
   Tracer un triangle rectangle dont l'hypoténuse à une longueur de $3\sqrt{5}$

4. a. Sur la demi-droite $[Ox)$, placer le point K tel que : $OK = 3\sqrt{5}$

   b. Graphiquement, comparer les longueurs OK et OJ.
   En déduit la comparaison des nombres $\sqrt{5}$ et $\sqrt{3}+\sqrt{2}$?

CamScanner

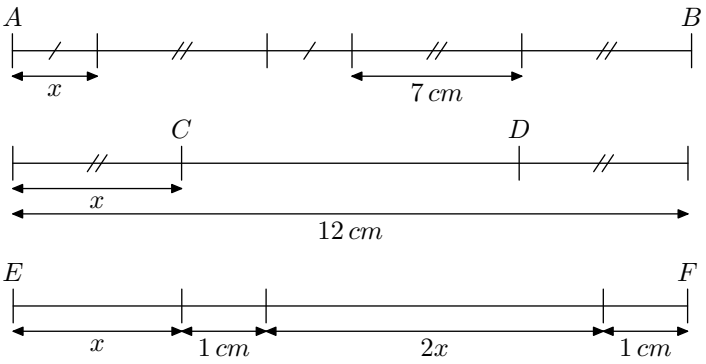
BY-NC

5. Développer puis simplifier : $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2$.

Celà concorde t-il avec la question 4. c. .

D. Les identités remarquables:

Exercice D.1 (*)



1. Déterminer, pour chacun des segments ci-dessus, une expression de leurs longueurs en fonction de x.
2. Donner la longueur de chacun de ces segments lorsque $x=5$.

Exercice D.2 (*)

On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre.
- Multiplier ce nombre par 3.
- Ajouter le carré du nombre choisi.
- Multiplier par 2.
- Ecrire le résultat.

1. Montrer que, si on choisit le nombre 10, le résultat obtenu est 260.
2. Calculer la valeur exacte du résultat obtenu lorsque :
   - Le nombre choisi est -5 ;
   - le nombre choisi est $\frac{2}{5}$.

Exercice D.3 (*)

Pour chacun des deux cas ci-dessous retrouver l'**expression littérale** qui a été rentrée dans la calculatrice afin d'obtenir le tableau suivant :

1.

Valeur de x	Résultat affiché
1	7
2	12
3	17
4	22

2.

Valeur de x	Résultat affiché
1	20
2	13
3	6
4	-1

Exercice D.4 (*)

Développer puis réduire chacune des expressions suivantes :

a. $2(x-2)+3(x+2)$ b. $4(1-x)+(3x+1)$

c. $3(2x-5)-2(x-1)$ d. $3(3x-2)-(2-x)$

e. $-4(x-2)+3(2x+1)$ f. $3(2x-2)-3(2-3x)$

Exercice D.5 (*)

Développer puis réduire les expressions suivantes :

a. $-(x^2-3x+2)+2(2x+1)$ b. $3(2x-1)-3(5-2x)$

d. $x(2x-1)-(x^2+11x+2)$ e. $2(1-x)-6(x+2)$

Exercice D.6 (*)

Ci-dessous est rappelé le développement des identités remarquables :

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2 \quad ; \quad (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$
$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

Utiliser ces identités remarquables pour déterminer par un calcul mental la valeur des calculs ci-dessous :

a. 21^2 b. 29^2 c. 21×19 d. 34×26

Exercice D.7 (*)

Nous allons factoriser les expressions suivantes :

a. $(2x-1)(3x+1)+(2x-1)(5-2x)$

b. $(x-3)(2x+2)+(x-3)x$

c. $2(x-1)-(x-1)(3x+3)$

d. $(4x+3)(2-3x)-(2-3x)(x-1)$

e. $(x+1)^2+(x+1)(2x-3)$

f. $(3x-4)(3-2x)-(3-2x)$

1. Chacune des expressions ci-dessus est une somme ou une différence où chacune de ses termes est un produit. Dans chaque expression, les deux produits possèdent un facteur commun qu'on notera k ; les deux autres facteurs seront notés a et b.

   Compléter le tableau ci-dessous :

	k	a	b
a.			
b.			
c.			
d.			
e.			
f.			

CamScanner

BY-NC

2. Utiliser une des deux expressions suivantes pour proposer la forme factorisée de chacune des expressions proposées :

$k\cdot a + k\cdot b = k\times(a+b)$; $k\cdot a - k\cdot b = k\times(a-b)$

Exercice D.8 (*)

Commencer pour chaque expression à souligner les facteurs communs dans chacun des termes. Puis, utiliser la distributivité pour factoriser ces expressions :

a. $4(5x+2)+2x(5x+2)$

b. $(3x+2)2x+2x(2-x)$

c. $5x(1-x)+(5x+2)(1-x)$

d. $(3x-2)(x+1)+(3x-2)(1-x)$

e. $(2x+1)(5x+1)-x(2x+1)$

f. $(9x+1)^2+(9x+1)(1-x)$

Exercice D.9 (*)

Factoriser les expressions suivantes :

a. $10x+x(x-4)$

b. x^2+3x

c. $3(x+2)+(x+1)(x+2)$

d. $(2-x)(x+1)-(2-x)$

e. $(2x-1)(x+1)+(x+5)(x+1)$

f. $(2x+3)^2+2x+3$

Exercice D.10 (*)

Factoriser les expressions ci-dessous *(on sera emmené à faire apparaitre un facteur commun aux termes de la somme)* :

a. $3x+9$

b. $14x-12$

c. $-2x-2$

d. $5x^2+7x$

e. $14-21x$

f. $7x+7x^2$

Exercice D.11 (*)

Développer les expressions suivantes :

a. $(x+1)(x+1)$

b. $(2x+3)(2x+3)$

c. $(x+6)(x+6)$

d. $(5x+1)(5x+1)$

e. $(3x+3)(3x+3)$

e. $(a+b)^2$

Exercice D.12 (*)

Développer les expressions suivantes :

a. $(x-2)(x-2)$

b. $(x-3)(x-3)$

c. $(3x-1)(3x-1)$

d. $(5x-1)(5x-1)$

e. $(3x-2)(3x-2)$

f. $(a-b)^2$

Exercice D.13 (*)

Développer les expressions suivantes :

a. $(x+2)(x-2)$

b. $(x+1)(x-1)$

c. $(2x-3)(2x+3)$

d. $(3-4x)(3+4x)$

e. $(2x+2)(2x-2)$

f. $(a+b)(a-b)$

Exercice D.14 (*)

En utilisant les identités remarquables, déterminer la forme développée et réduite des expressions suivantes :

a. $(5x+6)^2$

b. $(2x-6)(2x+6)$

c. $(8-4x)^2$

d. $(2x+1)(2x+1)$

e. $(1-x)(1+x)$

f. $(2-x)^2$

Exercice D.15 (*)

Développer et simplifier les expressions suivantes :

a. $(4x+3)^2$

b. $(4x-2)^2-2(x+2)$

c. $(3x-2)(3x+2)$

d. $(2x+1)(2x-1)+4\times\big[2+3(x+1)\big]$

Exercice D.16 (*)

Donner la forme développée et réduire des expressions suivantes :

a. $(3x+2)^2$

b. $(2-5x)^2$

c. $(3x+1)(3x-1)$

d. $(5x+1)(3-x)-3(1-x)$

Exercice D.17 (*)

Recopier et compléter les égalités suivantes pour que les égalités soient vraies :

a. $(2x+\ldots)^2=\ldots+20x+\ldots$

b. $(\ldots-\ldots)^2=81x^2-36x+\ldots$

c. $(\ldots-1)(\ldots+1)=9x^2-\ldots$

Exercice D.18 (*)

1. Développer : $(x-1)^2$.
Justifier que $99^2=9\,801$ en utilisant le développement précédent.

2. Développer : $(x-1)(x+1)$.
Justifier que $99\times101=9\,999$ en utilisant le développement précédent.

Exercice D.19 (*)

Voici les réponses proposées par un élève à un exercice. Pour chacune de ces résponses, expliquer pourquoi elle est exacte ou inexacte.

1. $x^2-81=(x-9)^2$

2. $(x-3)(x+5)=(x+1)^2-16$

3. Les entiers 735 et 674 sont premiers entre eux.

Exercice D.20 (*)

On considère les programmes de calcul suivants :

Programme A

- Choisir un nombre
- Lui ajouter 1
- Calculer le carré de la somme onbtenue
- Soustraire au résultat le carré du nombre départ

Programme B

- Choisir un nombre
- Ajouter 1 au double de ce nombre

1. On choisit 5 comme nombre de départ.
Quel résultat on avec chacun des deux programmes?

CamScanner

BY-NC

2. Démontrer que quel que soit le nombre choisi, les résultats obtenus avec les deux programmes sont toujours égaux.

Exercice D.21 (*)

Développer chacune des expressions suivantes :

a. $(3x+2)^2$ b. $(2x-5)^2$

c. $(3x+8)(3x-8)$ d. $(-4x-1)^2$

Exercice D.22 (*)

On considère le programme de calcul ci-dessous :

- Choisir un nombre
- Ajouter 2
- Elever cette somme au carré
- Soustraire au résultat le carré du nombre choisi au départ
- Soustraire au résultat 4.

1. a. Montrer que, si le nombre choisi 1, le programme de calcul renvoie le nombre 4.

   b. Montrer que, si le nombre choisi 5, le programme de calcul renvoie le nombre 20.

2. Quel est le nombre retourné par le programme de calcul si le nombre choisi est 2?

3. a. En notant x le nombre de départ, quelle est l'expression littérale obtenue par ce programme de calcul?

   b. Justifier que l'expression obtenue par le programme de calcul est égale à $4\times x$.

Exercice D.23 (*)

Tom doit calculer $3{,}5^2$.
"*Pas la peine de prendre la calculatrice*", lui dit Julie, tu n'as qu'à effectuer le produit de 3 par 4 et rajouter 0,25.

1. Effectuer le calcul proposé par Julie et vérifier que le résultat obtenu est bien le carré de 3,5.

2. Proposer une façon simple de calculer $7{,}5^2$ et donner le résultat.

3. Julie propose la conjecture suivante :
   $(n+0{,}5)^2 = n(n+1)+0{,}25$
   où n est un nombre entier positif.

   Prouver que la conjecture de Julie est vraie *(quel que soit le nombre n)*.

Exercice D.24 (*)

1. Parmi les trois expressions ci-dessous une seule a été obtenu par le développement d'une identité remarquable? Laquelle? Préciser l'expression de départ :

   a. $4x^2+6x+9$ b. $4x^2+24x+9$ c. $4x^2+12x+9$

2. Même question avec les expressions :

   a. $x^2-64x+64$ b. $x^2-16x+64$ c. $x^2-8x+64$

3. Même question avec les expressions :

   a. $9x^2+15x+25$ b. $9x^2+30x+25$ c. $9x^2+6x+25$

Exercice D.25 (*)

On considère les expressions littérales suivantes :

a. $25x^2+20x+4$ b. $9x^2+18x+9$ c. $81x^2+80x+25$

d. $4x^2-12x+9$ e. $9x^2-14x+4$ f. $25x^2-10x+1$

g. $16x^2-32x-16$ h. $25x^2-16$ i. $36-4x^2$

1. Les identités remarquables permettent d'écrire les factorisations suivantes :
   - $a^2+2\cdot ab+b^2=(a+b)^2$
   - $a^2-2\cdot ab+b^2=(a-b)^2$
   - $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

   En identifiant, si possible, chacune des expressions proposées à l'une des identités remarquables, compléter le tableau ci-dessous :

	a	b	$2\cdot ab$
a.			
b.			
c.			
d.			
e.			
f.			
g.			
h.			
i.			

2. Lorsque cela est possible, donner la forme factorisée de chacune des expressions.

Exercice D.26 (*)

Factoriser chacune des expressions littérales suivantes :

a. $9x^2+12x+4$ b. $x^2-10x+25$

c. $81x^2-126x+49$ d. $36x^2+24x+4$

e. x^2-16 f. $4x^2-25$

Exercice D.27 (*)

Factoriser chacune des expressions littérales suivantes :

a. x^2-2x+1 b. $9x^2+12x+4$

c. $25x^2-40x+16$ d. $81x^2-90x+25$

e. $49x^2+84x+36$ f. $100x^2-25$

Exercice D.28 (*)

Factoriser les expressions littérales suivantes :

a. x^2-1 b. $25x^2-50x+25$

c. $100x^2+140x+49$ d. $4x^2-1$

e. $\frac{1}{4}\cdot x^2-\frac{1}{9}$ f. $\frac{1}{9}x^2-\frac{2}{15}x+\frac{1}{25}$

CamScanner

BY-NC

Exercice D.29 *(*)*

Factoriser, si possible, les expressions littérales suivantes. En cas d'impossibilité, expliquer pourquoi.

a. $25x^2 - 49$
b. $9x^2 + 12x - 4$
c. $x^2 - 20x + 100$
d. $4x^2 + 24x + 9$
e. $100x^2 + 100x + 25$
f. $36x^2 - 1$

Exercice D.30 *(*)*

Factoriser, **si possible**, les expressions littérales suivantes en mettant en avant votre démarche :

a. $4x^2 - 24x + 9$
b. $9 + 24x - 16x^2$
c. $64x^2 - 9$
d. $9x^2 + 30x + 25$
e. $x^4 - 4x^2 + 4$
f. $16x^2 + 20x + 25$

Exercice D.31 *(*)*

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Anatole affirme :

> *"Pour tout nombre entier naturel n, l'expression $n^2-24n+144$ est toujours différente de zéro."*

A-t-il raison?

Exercice D.32 *(*)*

Factoriser les expressions littérales suivantes en mettant en avant votre démarche :

a. $9x^2 + 30x + 25$
b. $64x^2 - 49$
c. $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}$
d. $-x^2 - 4x - 4$
e. $(x + 1)^2 - (2 - 3x)(x + 1)$
f. $(2x - 1)(3x + 4) + (2x - 1)$

Exercice D.33 *(*)*

Factoriser les expressions suivantes :

a. $9x^2 - 42x + 49$
b. $4x^4 - 9$
c. $25x^2 + 30x + 9$
d. $(5x+1)(3-2x)-(5x+1)(2x+1)$
e. $(x+1)(2x-1)-(2x-1)$
f. $(2x - 1)^2 + (2x - 1)(3x + 1)$

Exercice D.34 *(*)*

Factoriser chacune des expressions suivantes :

a. $(5x + 2)(3 - 2x) - (5x + 2)(x + 1)$
b. $49x^2 - 42x + 9$
c. $(9x - 4)^2 - (9x - 4)$
d. $16x^2 - 1$

Exercice D.35 *(*)*

Factoriser les expressions suivantes, aucune explications n'est demandée :

a. $9x^4 - 12x^2 + 4$
b. $(3x + 1)^2 - (2 - 2x)^2$
c. $4 - 25x^2 - (5x + 2)(5x - 4)$

Exercice D.36 *(*)*

On considère l'expression littérale :
(E) : $(2x - 1)^2 - 3(x + 1)(2x - 1)$

1. Factoriser (E).
2. Développer (E).
3. Calculer (E) pour $x=1$ de trois manières différentes. Puis, calculer (E) pour $x=\frac{1}{4}$.

Question subsidiaire :

4. Quels sont les deux valeurs de x qui annulent l'expression (E).
Pouvez-vous justifier?

Exercice D.37 *(*)*

On considère l'expression : $C=(2x+5)^2-(x+3)(2x+5)$

1. Développer et réduire C.
2. Factoriser C.
3. Calculer l'expression C pour $x=-\frac{2}{3}$

Exercice D.38 *(*)*

1. Développer l'expression : $A=(2x+4)^2$
2. Donner la forme factorisée de : $B=4x^2+16x+16$
3. Donner la valeur de B pour $x=-2$

Exercice D.39 *(*)*

1. Développer l'expression : $A=(2x-1)^2$.
2. Donner la forme factoriser de : $B=4x^2-4x+1$
3. Donner la valeur de B pour $x=0$ et pour $x=\frac{1}{2}$

Exercice D.40 *(*)*

1. Réduire l'expressions A : $A=2\times\frac{3x+1}{4}-\frac{1-x}{2}$
2. Factoriser les expressions suivantes, aucune explications n'est demandée :

$B = (x+2)^2 - (1-2x)^2$; $C = 4-16x^2+(4x+2)(5x-4)$

Exercice D.41 *(*)*

On considère l'expression : $A=\frac{1}{4}\left[(a+b)^2-(a-b)^2\right]$

1. Calculer A pour $a=1$ et $b=5$.
2. Calculer A pour $a=-2$ et $b=-3$.
3. Alex affirme que le nombre A est égal au produit des nombres a et b. A-t-il raison? Justifier.

Exercice D.42 *(*)*

On considère l'expr... $E=(2x-3)^2+(2x-3)(x+8)$

CamScanner

BY-NC

1. Développer puis réduire l'expression algébrique E.

2. Factoriser l'expression algébrique E.

3. Calculer l'expression E quand $x = \frac{3}{2}$.

Exercice D.43 *(*)*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples *(QCM)*. Aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées, une seule d'entre elles est exacte.

Chaque réponse donne un point, une réponse fausse ou une absence de réponse n'enlève aucun point.

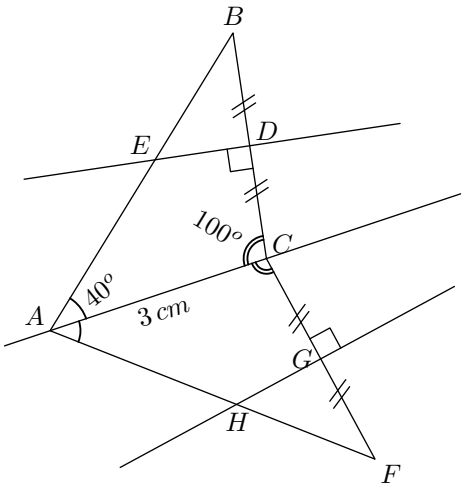
Pour chacune des questions, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

		Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
1.	$6 - 4(x - 2)$ est égale à	$2x - 4$	$14 - 4x$	$-2 - 4x$
2.	Quelle est l'expression factorisée de : $4x^2 - 12x + 9$	$(2x+3)(2x-3)$	$(2x+3)^2$	$(2x-3)^2$
3.	Pour $x = -2$, l'expression $5x^2 + 2x - 3$ est égale à	13	-27	17

E. Les symétries :

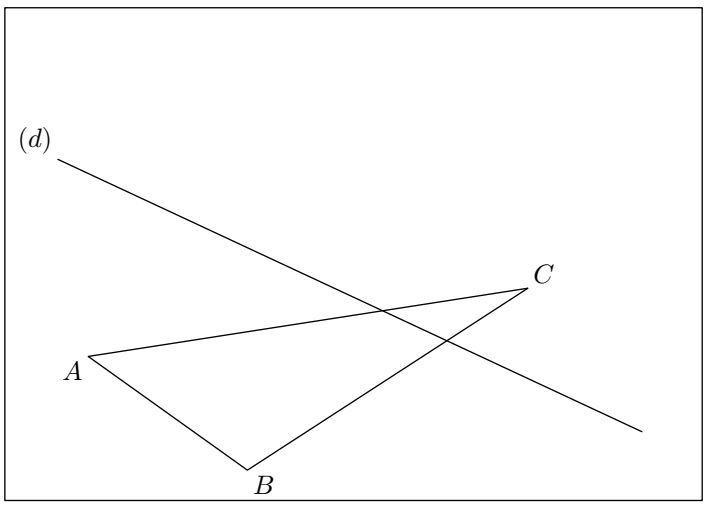
Exercice E.1 *(*)*

Donner le programme de tracé de la figure ci-dessous. On admet que la droite (AC) est un axe de symétrie de la figure.



Exercice E.2 *(*)*

On considère dans le cadre ci-dessous le triangle ABC et la droite (d').



1. Placer dans le cadre ci-dessus les points suivants :

   a. Le point A' symétrique du point A relativement à la droite (d).

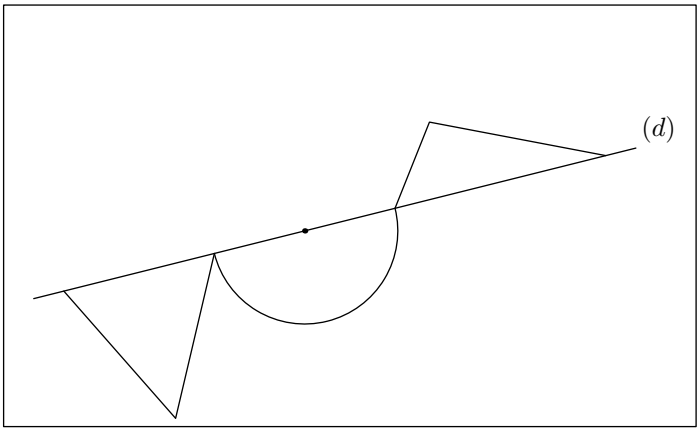
   b. Le point B' symétrique du point B relativement à la droite (d).

   c. Le point C' tel que C et C' soient symétriques par rapport à la droite (d).

2. Tracer le triangle $A'B'C'$.

Exercice E.3 *(*)*

Compléter la figure ci-dessous afin que celle-ci admette la droite (d) pour axe de symétrie :



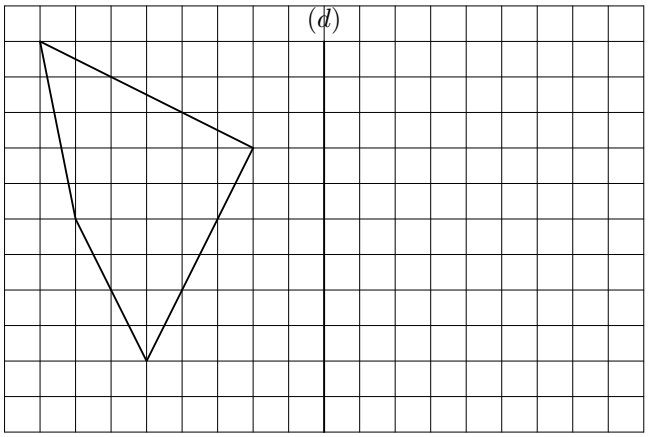
Exercice E.4 *(*)*

Effectuer le symétrique des deux polygones ci-dessous relativement à chacun de leurs axes.

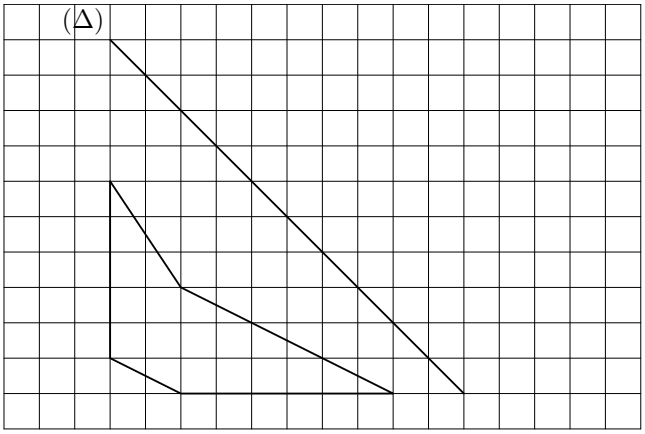
CamScanner

BY-NC

a.

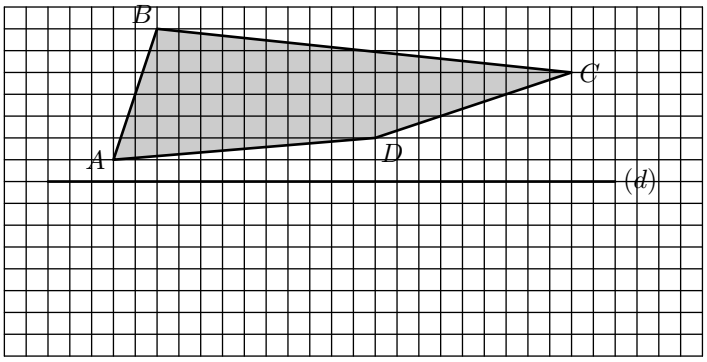


b.



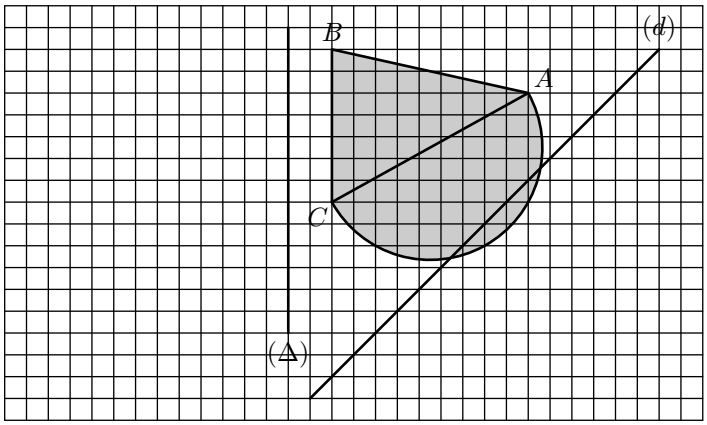
Exercice E.5 *(*)*

Tracer le symétrique du quadrilatère $ABCD$ par rapport à l'axe (d) :



Exercice E.6 *(*)*

La figure ci-dessous est composée d'un triangle et d'un demi-disque.

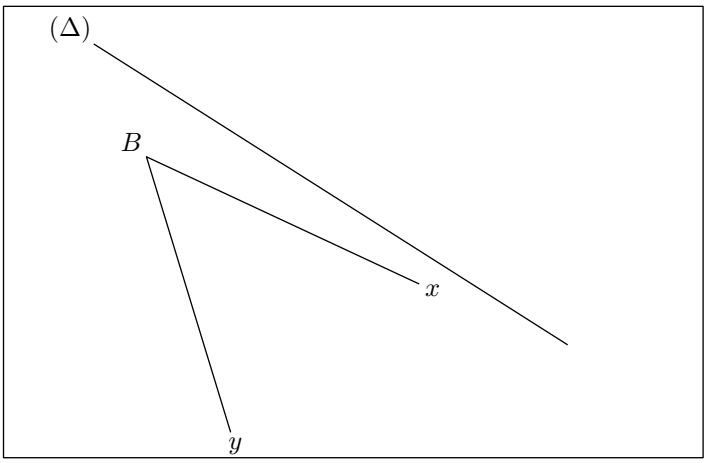


1. Tracer le symétrique de cette figure par rapport à l'axe (d).

2. Tracer le symétrique de cette figure par rapport à l'axe (Δ).

Exercice E.7 *(*)*

Ci-dessous sont représentés trois droites (d), (d') et (Δ).



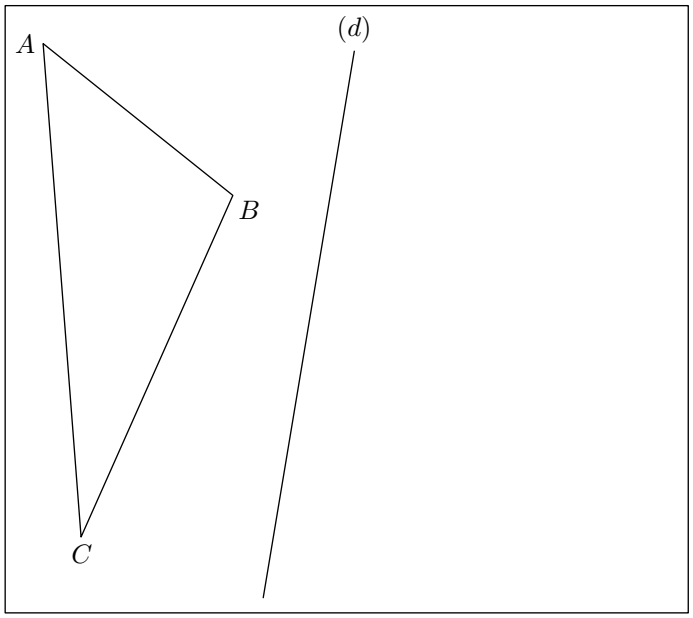
(Vos traits de construction ne doivent pas dépasser le cadre proposé.)

1. Tracer le symétrique de l'angle $\widehat{xBy}$ par la symétrie axiale d'axe (Δ).

2. Donner les mesures de l'angle $\widehat{xBy}$ et de son symétrique.

Exercice E.8 *(*)*

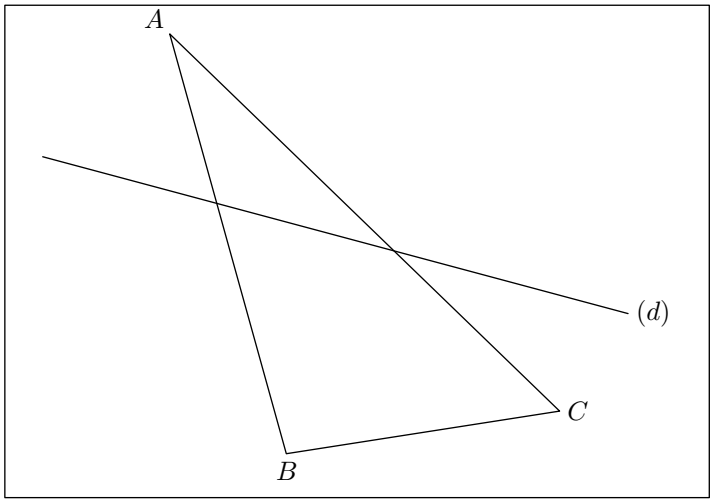
Tracer le symétrique du triangle ABC relativement à la droite (d).



Exercice E.9 *(*)*

On considère dans le cadre ci-dessous le triangle ABC et la droite (d).

CamScanner



1. Placer dans le cadre ci-dessus les points suivants :

   a. Le point A' symétrique du point A relativement à la droite (d).

   b. Le point B' symétrique du point B relativement à la droite (d).

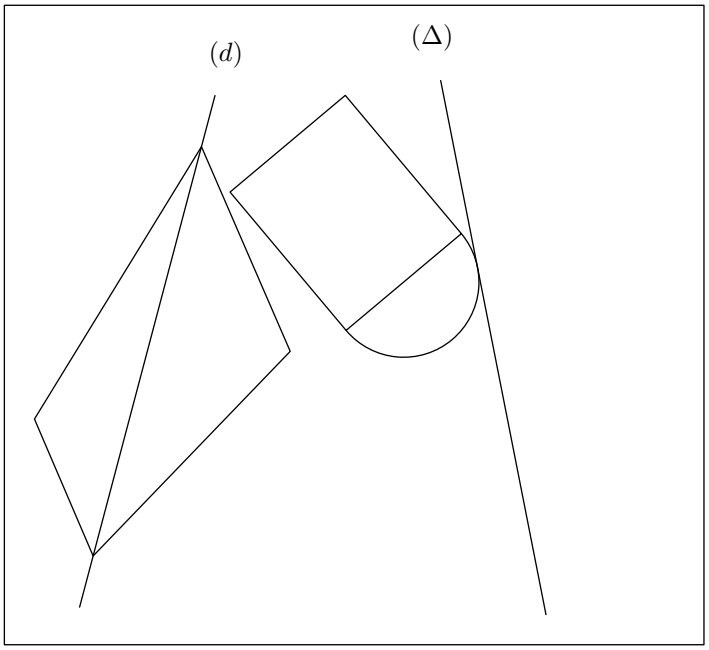
   c. Le point C' tel que C et C' soient symétriques par rapport à la droite (d).

2. Tracer le triangle $A'B'C'$.

Exercice E.10 *(*)*

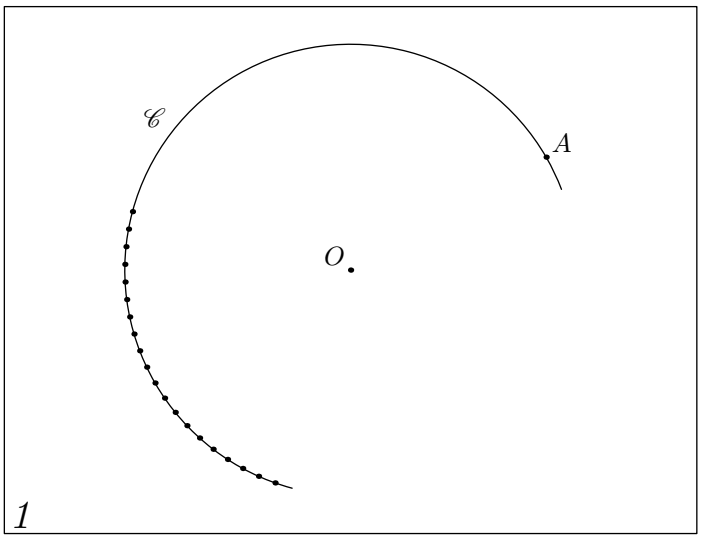
Ci-dessous sont représentés deux figures : un quadrilatère et un carré avec un demi-cercle.

Tracer les symétriques de ces deux figures respectivement par rapport aux droites (d) et (Δ).



Exercice E.11 *(*)*

1. *Dans le cadre 1 :*
   On souhaite faire glisser le point A sur l'arc de cercle $\mathscr{C}$ afin que ce déplacement soit un demi-tour autour du point O.



   Parmi les points proposés sur l'arc de cercle $\mathscr{C}$ lequel représente ce déplacement. Nommer ce point A'.

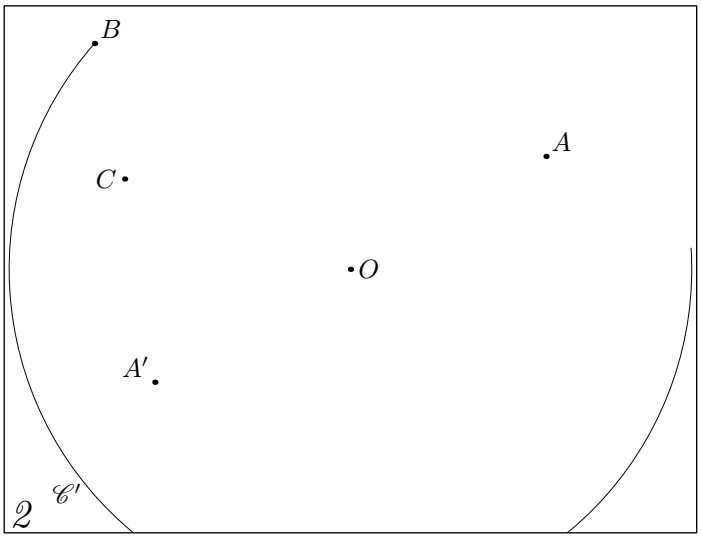
2. *Dans le cadre 2 :*

   a. Placer le point B' image du point B après un demi-tour sur le cercle $\mathscr{C}'$.
   Vérifier que le point O est le milieu du segment $[BB']$.

   b. En s'inspirant des méthodes de tracés des points A' et B' et à l'aide de la règle non-graduée et du compas, placer le point C' qui est l'image du point C ayant subi un demi-tour autour du point O.

   c. Tracer les triangles ABC et $A'B'C'$.

   d. Que peut-on dire du point O relativement à chacun des segments $[AA']$, $[BB']$, $[CC']$?



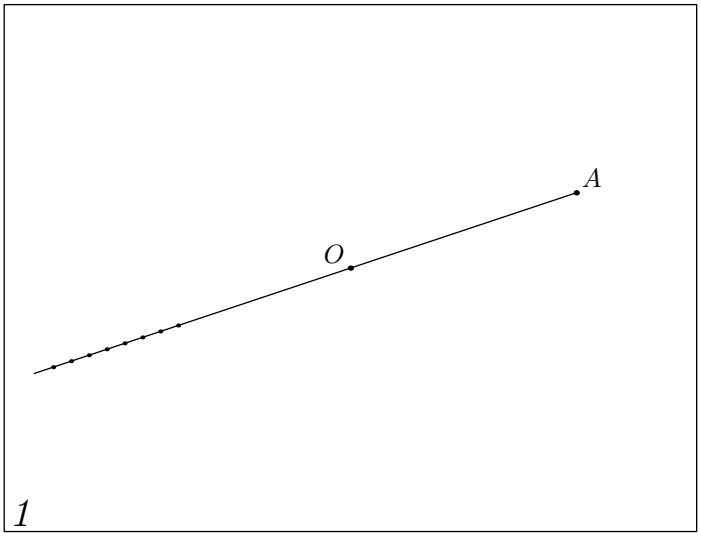
Exercice E.12 *(*)*

1. *Dans le cadre 1 :*

   On souhaite déplacer le point A en lui faisant faire un demi-tour autour du point O : l'image du point A se nommera A'.
   Le point A' sera aligné avec les points A et O : on a tracé dans le cadre ci-dessous la demi-droite $[AO)$:

CamScanner

BY-NC



a. Plusieurs points ont été placés sur la demi-droite $[AO)$. A l'aide du compas, déterminer la position du point A'.

b. Que pouvez-vous dire de la position du point O relativement au segment $[AA']$?

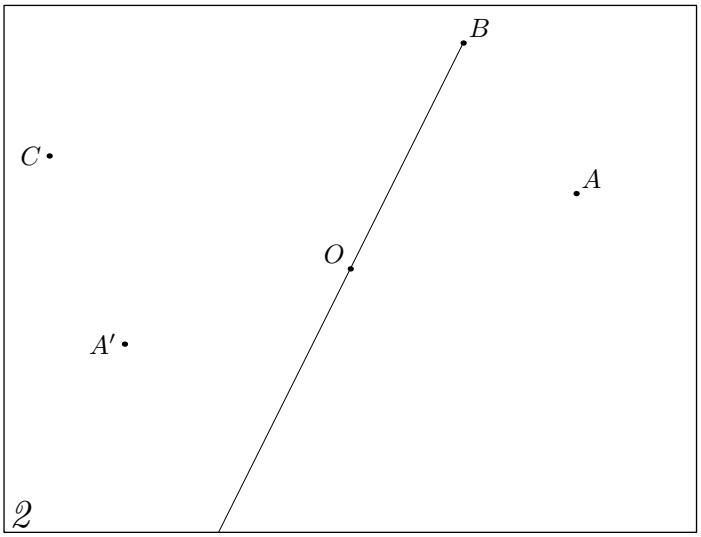
2. *Dans le cadre 2 :*

a. La demi-droite $[BO)$ a été tracée, à l'aide du compas, placer le point B' obtenu par demi-tour du point B autour du point O.

b. A l'aide de la règle non-graduée et du compas, déterminer la position du point C' obten par le demi-tour du point C autour du point O.

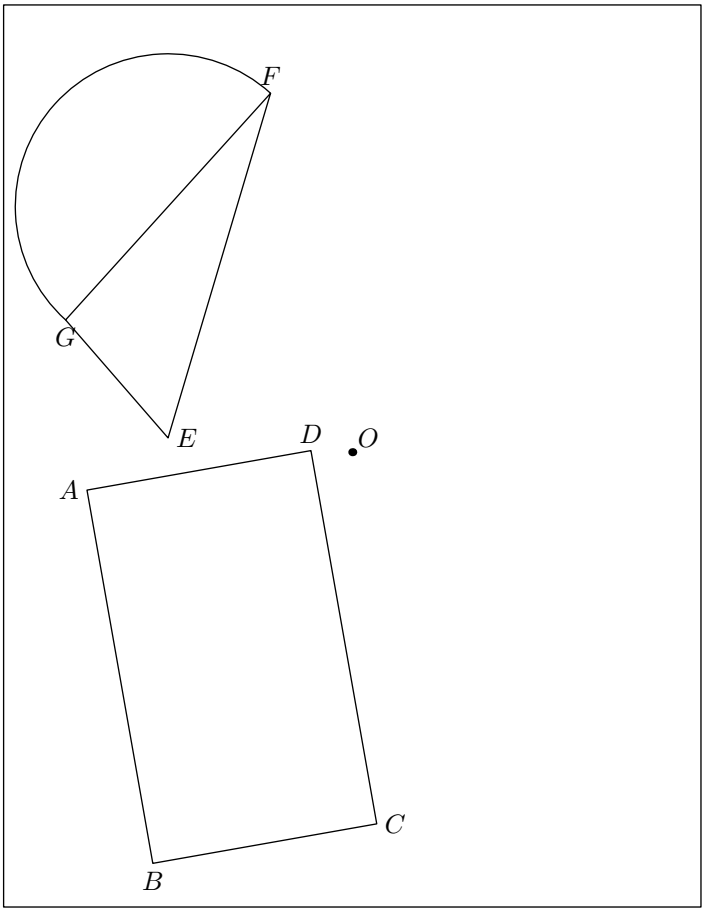
c. Tracer le triangle ABC et $A'B'C'$.

d. Que peut-ont dire de la position du point O relativement à chacun des segments $[AA']$, $[BB']$ et $[CC']$?



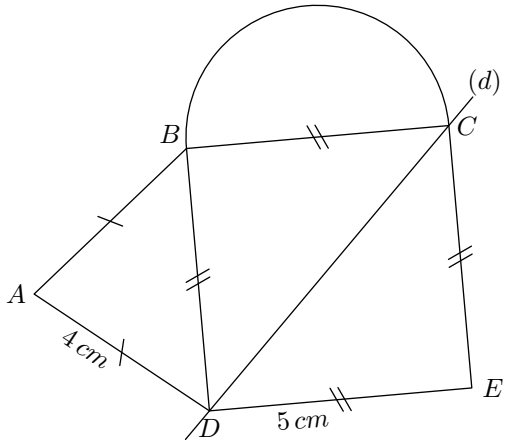
Exercice E.13 *(*)*

Tracer les symétriques par rapport à O des figures ci-dessous :



Exercice E.14 *(*)*

La figure ci-dessous est composé d'un carré, d'un triangle isocèle, d'un demi-cercle ayant pour diamètre un des côtés du carré et d'une droite (d) prolongeant une diagonale du carré :



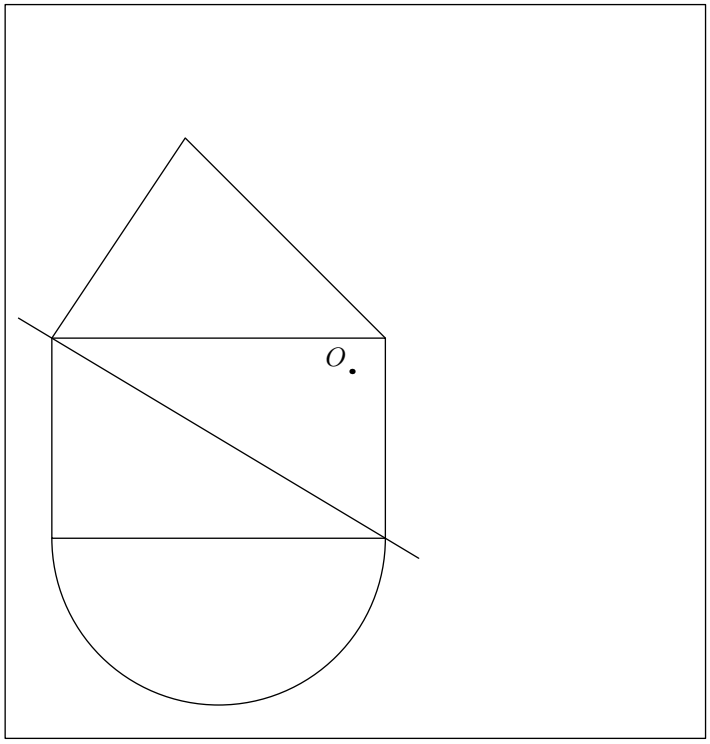
Reproduire cette figure, puis tracer le symétrique de cette figure par rapport au point E.

Exercice E.15 *(*)*

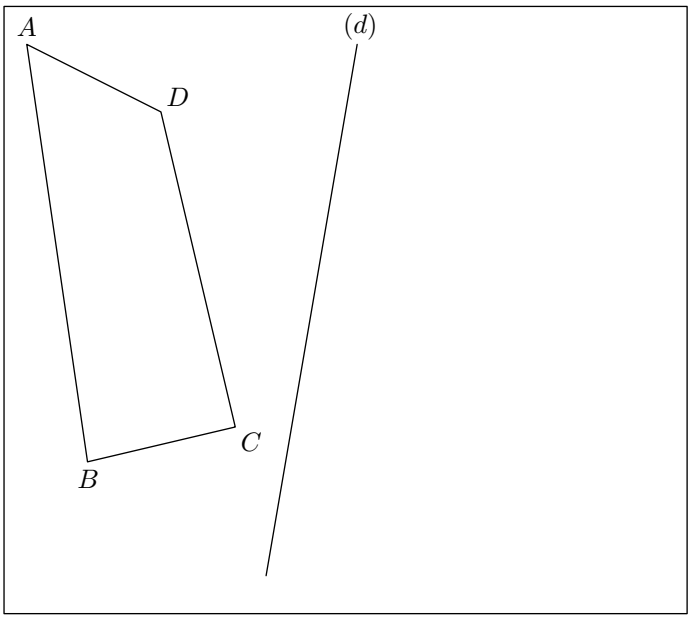
Tracer le symétrique de la figure ci-dessous par rapport au point O.*(laisser les traces de vos constructions)*

CamScanner

BY-NC



Exercice E.16 (*)



1. Tracer le quadrilatère $A'B'C'D'$ symétrique du quadrilatère $ABCD$ par la symétrie axiale d'axe (d).
2. a. A l'aide du compas, comparer les distances : AD et $A'D'$; AC et $A'C'$
   b. A l'aide de l'équerrre, comparer les angles $\widehat{BCD}$ et $\widehat{B'C'D'}$?
3. Quelles propriétés semblent conserver la symétrie axiale?

Exercice E.17 (*)

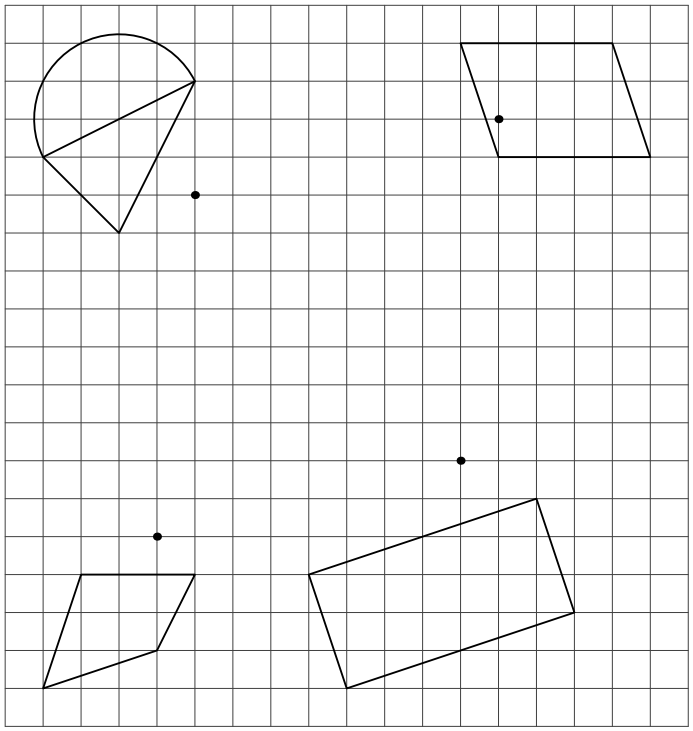
1. a. Dans le plan, tracer une droite (d) et deux points A et B de part et d'autre de (d).
   b. Tracer le segment $[AB]$ et nommer O le point d'intersection du segment $[AB]$ et de la droite (d).
   c. Construire les points symétriques de A et B par rapport à (d). Nommer les respectivement A' et B'.
2. Quelles remarques peut-on faire sur cette figure? Justifier vos réponses.

Exercice E.18 (*)

1. Tracer le rectangle $ABCD$ tel que : $AB = 8\,cm$; $AC = 9\,cm$
2. Nommer O le point d'intersection des diagonales. Tracer le cercle $\mathscr{C}$ de centre O passant par le point B. Que remarque-t-on? Justifier votre réponse
3. Tracer le symétrique du point A par rapport à la droite (BD). Que remarque-t-on? Justifier votre réponse.

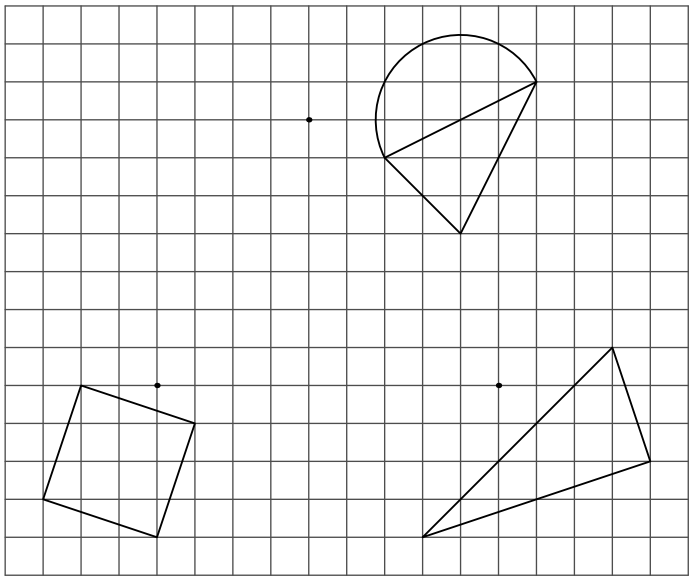
Exercice E.19 (*)

Tracer les symétriques des figures par rapport au point associé à chacune des figures :



Exercice E.20 (*)

Tracer les symétriques des trois figures ci-dessous en vous aidant du quadrilage :



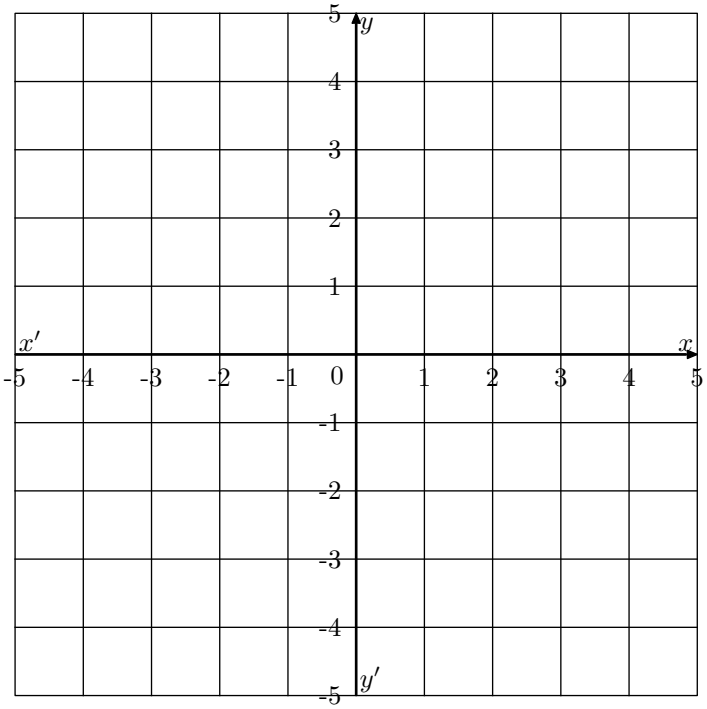
Exercice E.21 (*)

1. Placer dans le [illegible]i-dessous les points suivants : $A(2\,;1)$; [illegible] ; $C(-1\,;4)$

CamScanner

BY-NC

Tracer le triangle ABC en bleu.



2. a. Tracer le symétrique A' du point A relativement à la droite (xx').
Quels sont les coordonnées du point A'?.

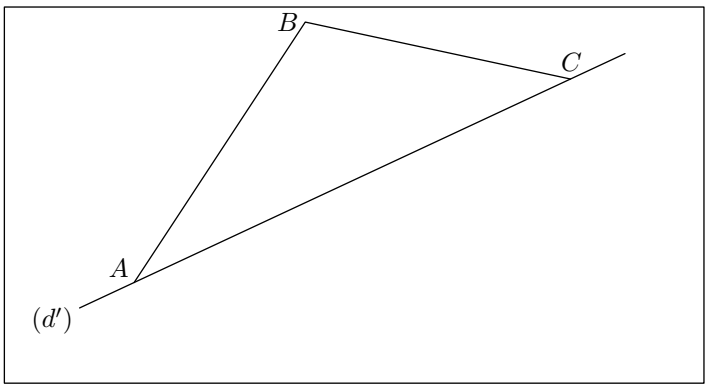
b. Tracer, en rouge, le symétrique du triangle ABC par rapport à (xx').

3. a. Tracer le symétrique A'' du point A par rapport à l'origine du repère.
Quels sont les coordonnées du point A''?.

b. Tracer, en vert, le symétrique du triangle ABC par rapport à l'origine du repère.

Exercice E.22 (*)

On considère la figure ci-dessous où la droite (d) passe par les points A et B :

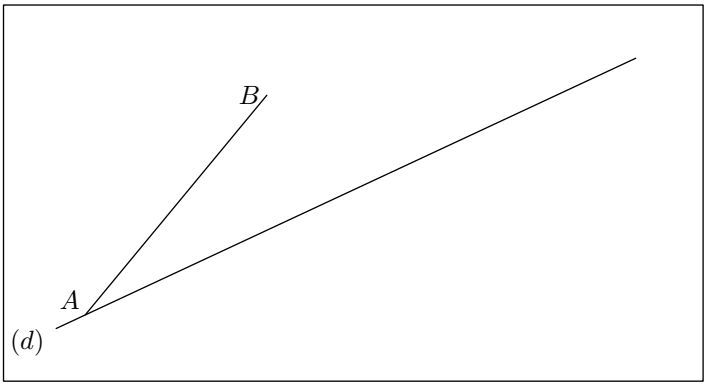


1. Tracer le symétrique du triangle ABC relativement à la droite (d).

2. Que représente la droite (d) pour l'angle $\widehat{BAB'}$?

Exercice E.23 (*)

On considère la figure ci-dessous où le point A appartient à la droite (d) :



1. Tracer le quadrilatère $ABCD$ tel que $ABCD$ soit un losange acceptant la droite (d) pour axe de symétrie.

2. Que représente la droite (d) pour l'angle $\widehat{BAC}$.

Exercice E.24 (*)

1. Construire un triangle ABC tel que :
$\widehat{BAC} = 110^o$; $AB = 6cm$; $AC = 10cm$

2. Construire la droite (d), bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$.

3. a. Placer le point I le point intersection de la droite (d) avec le segment $[BC]$.

b. Sans le mesurer, donner la mesure de l'angle $\widehat{BAI}$

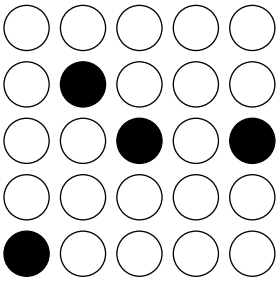
4. Placer :
- E le symétrique de B par rapport à (d)
- F le symétrique de C par rapport à (d)

5. Que peut-on dire du point d'intersection des segments $[BC]$ et $[EF]$? Justifier votre affirmation.

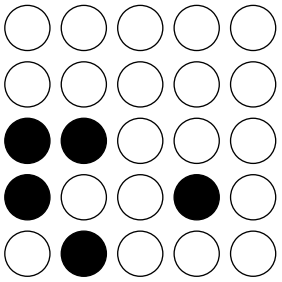
Exercice E.25 (*)

Pour chacune des figures ci-dessous, colorier le minimum de disque afin que chacune d'elle possède un centre de symétrie.

a.



b.

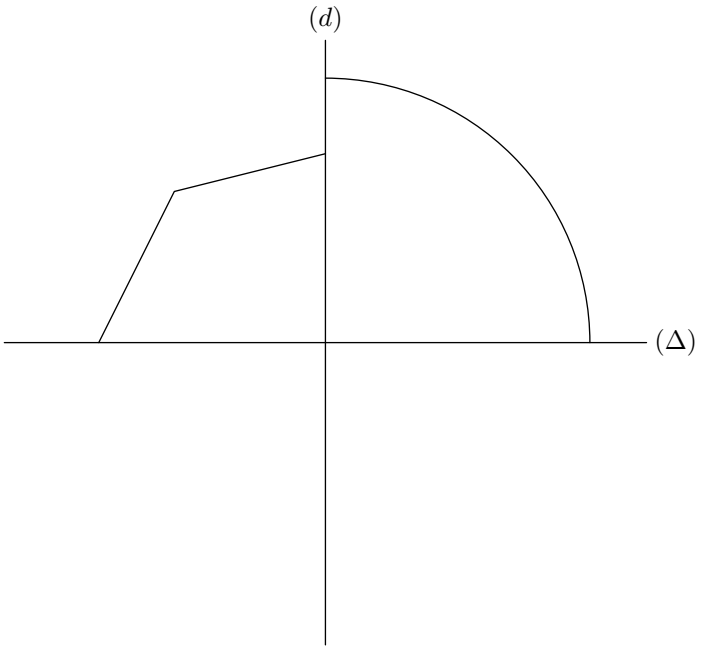


Exercice E.26 (*)

Compléter la figure ci-dessous afin que la figure obtenue admettent l'axe (d) et l'axe (Δ) comme axe de symétrie :

CamScanner

BY-NC



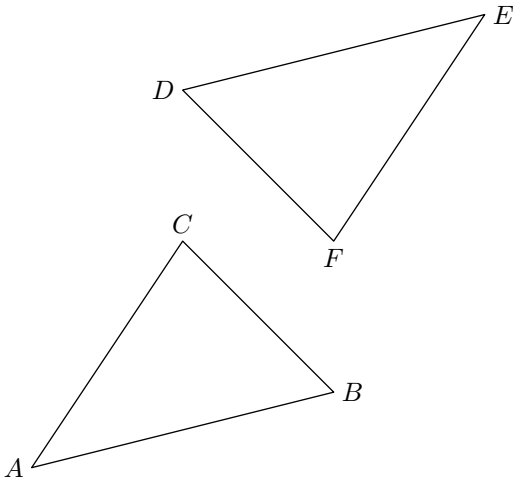
Exercice E.27 (*)

1. Tracer le triangle ABC tel que :
   $AB = 4cm$; $BC = 5cm$; $AC = 6cm$
2. Placer un point O tel que le segment $[AO]$ mesure les deux quart de $[AC]$.
3. Tracer le symétrique $A'B'C'$ du triangle ABC par rapport au point B.
4. Que pouvez-vous dire sur les segments $[AB]$ et $[A'B']$.

Exercice E.28 (*)

On considère la figure ci-dessous :

1. Le triangle DEF a été obtenu à partir du triangle ABC par une symétrie centrale : le but de cette question est de retrouver le centre de symétrie :



   a. Sachant que le triangle DEF a été obtenu par la symétrie centrale du triangle ABC, compléter les phrases suivantes :

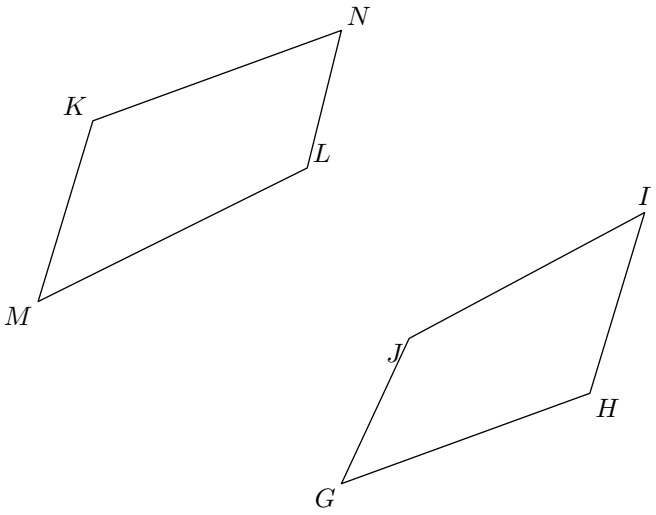
   - L'image du point A est le point ……
   - L'image du point B est le point ……
   - L'image du point C est le point ……

   b. Tracer les segments $[AE]$, $[BD]$ et $[CF]$. Que remarquez-vous?

   c. Nommer O le point de concourance de ces segments. Quelle propriété doit-on vérifier pour montrer que les points A et E sont symétriques par rapport au point O?

   d. Vérifier également que les couples de points suivant admettent le point O pour centre de symétrie :
   B ; D et C ; E

2. Dans cette question nous allons montrer que le quadrilatère $KNLM$ ne peut être obtenu par le symétrique du quadrilatère $IJGH$:



   a. Si le quadrilatère $IJGH$ était le symétrique du quadrilatère $KNLM$, compléter les phrases :

   - L'image du point I est le point ……
   - L'image du point J est le point ……
   - L'image du point G est le point ……
   - L'image du point H est le point ……

   b. Tracer chacun des segments reliant un point du quadrilatère $IJGH$ au point supposé symétrique.

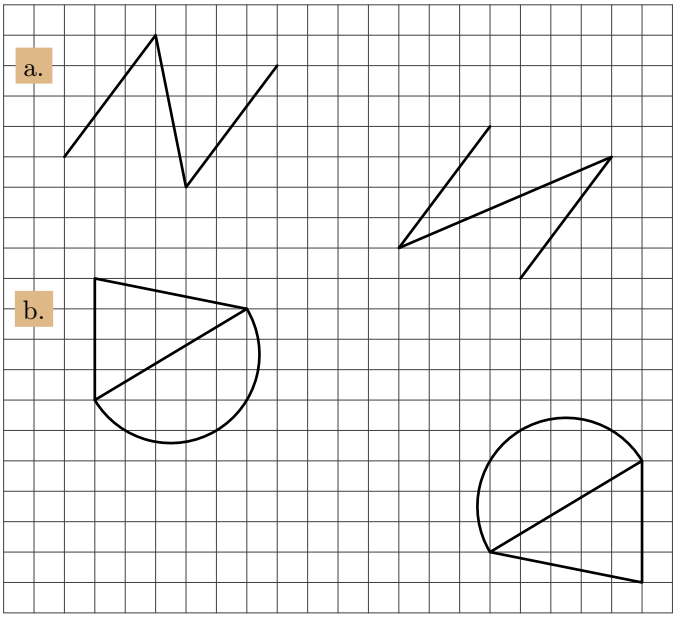
   c. Que remarquez-vous? Conclure.

Exercice E.29 (*)

Etudier les deux figures suivantes afin de déterminer ou non la présence d'un centre de symétrie :

CamScanner

BY-NC



Exercice E.30 *(*)*

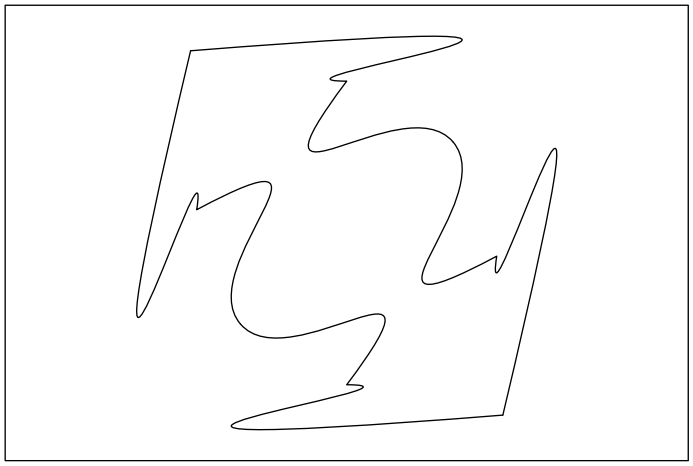
Déterminer l'axe de symétrique composé par ces deux textes :

La symétrie axiale affiche les mots avec un effet miroir

Tg ayant sigle axial
et mot les affiche
avec sens un effet
miroir.

Exercice E.31 *(*)*

On considère la figure ci-dessous :



Tracer l'ensemble des axes de symétries de cette figure en vous servant de votre compas et de votre règle non-graduée ; les traits de construction doivent être présents.

F. Systèmes de deux équations à deux inconnues:

Exercice F.1 *(*)*

On considère l'équation (E) à deux inconnues :
(E) : $2x - y = 3$

1. Parmi les couples ci-dessous, lesquels vérifient l'équation :
   a. $(2\,;1)$ b. $(-4\,;2)$ c. $(3\,;3)$
2. Donner deux autres couples vérifiant cette égalité.

Exercice F.2 *(*)*

On considère le système (E) de deux équations à deux inconnues :

$$(E) : \begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

Parmi les couples ci-dessous, lesquels sont solutions du système (E) :

a. $(1\,;-2)$ b. $(2\,;1)$ c. $(-3\,;6)$

Exercice F.3 *(*)*

Jean est allé à la "*tiendita*" de sa rue et a acheté 2 canettes de soda et 1 paquet [illegible]-com pour 19 pesos.

CamScanner

BY-NC

Le lendemain, il achète 2 canettes et 2 paquets de pop-corn pour 27 pesos.

1. Combien coûte un paquet de pop-corn?
2. En déduire le prix d'une canette de soda.
3. Vérifier que les valeurs trouvées vérifient bien l'énoncé.

Exercice F.4 *(*)*

Un collégien effectue deux achats :

- 3 crayon et 2 stylos noirs pour 10,80 pesos
- 1 crayon et 1 stylo noir pour 4,80 pesos.

1. a. Quel aurait été le prix de 3 crayons et de 3 stylo noir.
   b. En déduire le prix d'un stylo noir.
2. Déterminer le prix d'un crayon.
3. Vérifier que les prix trouvés vérifient les conditions de l'énoncé.

Exercice F.5 *(*)*

On considère le système d'équations suivants :

$$(S): \begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ 5x - 2y = 16 \end{cases}$$

Déterminer l'unique couple solution du sysème (S).

Exercice F.6 *(*)*

Un classeur coûte 1,80 € de plus qu'un cahier.
Sachant que 3 classeurs et 2 cahiers coûtent 11,40 €, donner le prix d'un classeur et d'un cahier.

Exercice F.7 *(*)*

On considère le système suivant : $(S): \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$

Résoudre le système (S).

Exercice F.8 *(*)*

On considère le système d'équations suivants :

$$(S): \begin{cases} 3x + 2y = 23 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Résoudre le système d'équations (S).

Exercice F.9 *(*)*

1. Résoudre par la méthode de combinaisons linéaires le système suivant :

$$(S): \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 4x + 3y = 3 \end{cases}$$

2. Résoudre par la méthode de la substitution le système suivant :

$$(T): \begin{cases} 3x + y = 16 \\ 8x - 5y = 12 \end{cases}$$

Exercice F.10 *(*)*

1. Résoudre le système : $(S): \begin{cases} 3x + 2y = 66 \\ x + 3y = 57 \end{cases}$
2. Vérifier que, pour la solution $(x\,;y)$ trouvé, on a $\frac{x}{y} = \frac{4}{5}$.

Exercice F.11 *(*)*

1. Résoudre le système :

$$(S): \begin{cases} 10x - 3y = 35 \\ 5x - 4y = -20 \end{cases}$$

2. Montrer que les valeurs trouvées pour x et y vérifient la condition suivante :

$$8\left(\frac{x-5}{y-5}\right) = 3\left(\frac{x+20}{y+20}\right)$$

Exercice F.12 *(*)*

1. Résoudre le système : $\begin{cases} 6x + 5y = 25 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$
2. Pierre et Jules achètent des poissons rouges et des poissons jaunes dans le même magasin spécialisé. Pour l'achat de 6 poissons rouges et de 5 poissons jaunes, Pierre dépense 25 euros.
   Pour l'achat de 2 poissons rouges et de 3 poissons jaunes, Jules dépense 11 euros.
   a. Quel est le prix d'un poisson rouge?
   b. Quel est le prix d'un poisson jaune?

La démarche suivie sera expliquée sur la copie.

Exercice F.13 *(*)*

1. Résoudre le système : $\begin{cases} 3x + 2y = 50{,}30 \\ x + 3y = 32{,}75 \end{cases}$
2. A la pépinière "Fruitfleur", un client achète 3 orangers et 2 citronniers pour 50,30 euros. Un autre client paye 32,75 euros pour 1 oranger et 3 citronniers. On désigne par x le prix d'un oranger et y celui d'un citronnier.
   a. Ecrire un système de deux équations qui traduit le problème.
   b. Calculer le prix d'un oranger et le prix d'un citronnier.

Exercice F.14 *(*)*

On considère le système suivant : $(S): \begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ 5x + 10y = 20 \end{cases}$

Résoudre le système (S).

Exercice F.15 *(*)*

On considère le système (S) déquations : $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$

Résoudre le système (S).

Exercice F.16 *(*)*

Un zoo propose deux tarifs d'entrée : un tarif pour les adultes et un autre pour les enfants.

Un groupe constitué de quatre enfants et d'un adulte paie 22 euros.

On peut traduire ces données par l'équation à deux inconnues :

$4x + y = 22$ (E_1)

CamScanner

BY-NC

1. Que représente l'inconnue x et que représente l'inconnue y dans cette équation?

Un autre groupe constitué de six enfants et de trois adultes paie 42 euros.

2. Traduire cette information par une seconde équation notée (E_2), dépendant des deux inconnues x et y.

3. Résoudre le système constitué des deux équations (E_1) et (E_2) précédentes.

4. Quel est le prix d'une entrée pour un enfant et quel est celui d'une entrée pour un adulte?

Exercice F.17 *(*)*

Un client d'une quincaillerie regarde les deux tickets de caisse suivant :

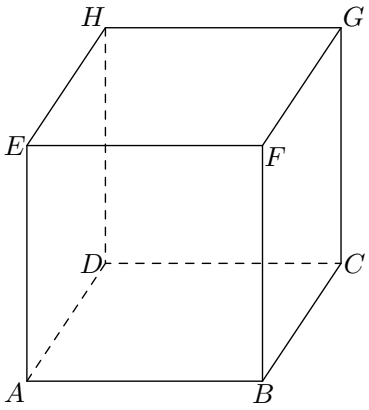
- 6 kilogrammes de vernis et 4 litres de cire ont couté 95 €.
- 3 kilogrammes de vernis et 3 litres de cire ont couté 55,50 €.

Déterminer le prix d'un kilogramme de vernis et le prix d'un litre de cire.

G. Le théorème de Pythagore:

Exercice G.1 *(*)*

On considère le cube $ABCDEFGH$ de côté $4\,cm$ représenté ci-dessous :

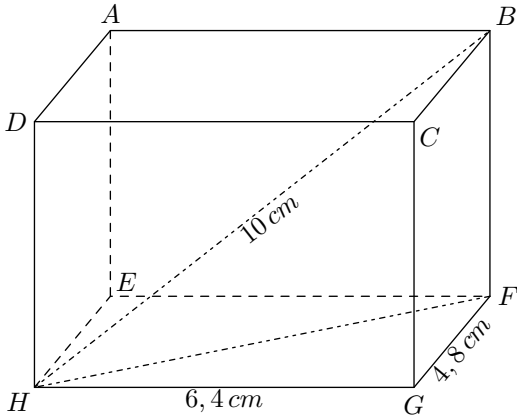


1. a. Combien de sommets comporte ce cube?
   b. Combien d'arêtes comporte ce cube?
   c. Combien de faces comporte ce cube?
2. Déterminer le volume de ce cube.
3. Déterminer l'aire latérale de ce cube.

Exercice G.2 *(*)*

On considère le pavé droit $ABCDEFGH$ représenté ci-dessous dont on connait les mesures suivantes :

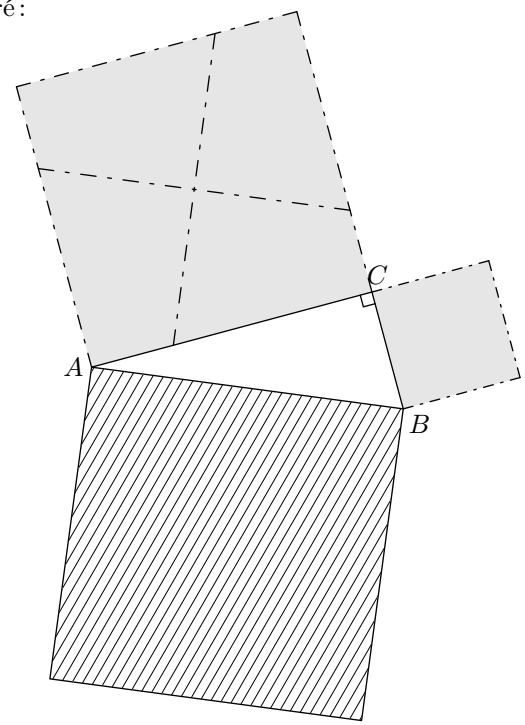
$HG = 6{,}4\,cm$; $FG = 4{,}8\,cm$; $HB = 10\,cm$



Déterminer la mesure exacte de la hauteur $[FB]$ de ce parallélépipède rectangle.

Exercice G.3 *(*)*

La figure ci-dessous est composée d'un triangle ABC rectangle en C. Sur chacun des côtés du triangle ABC est construit un carré :

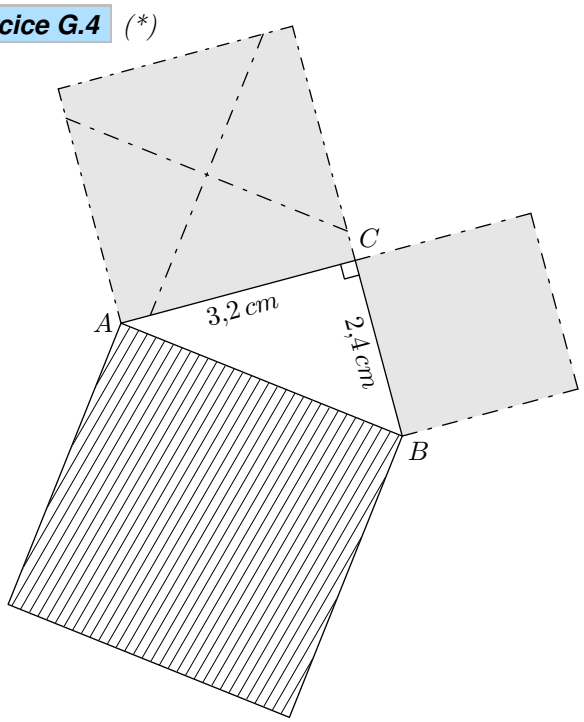


Découper les cinq parties présentées, sur la figure, en pointillés et trouver le "*bon*" pavage avec ces cinq parties recouvrant l'intégralité du grand carré hachuré.

CamScanner

CC BY-NC

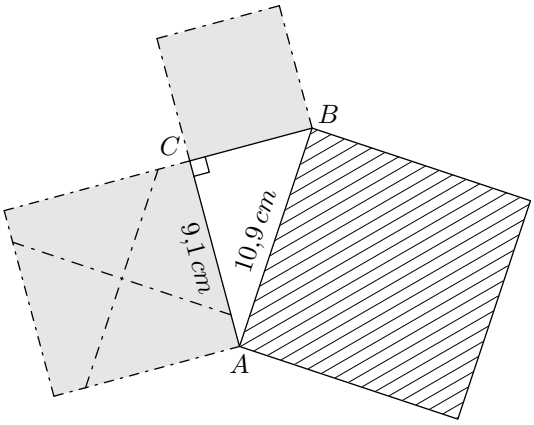
Exercice G.4 (*)



On admet que le découpage proposé recouvre parfaitement le carré hachuré construit à partir du côté $[AB]$.
Déterminer la mesure exacte du segment $[AB]$.

Exercice G.5 (*)

Le triangle ABC ci-dessous est rectangle en C.

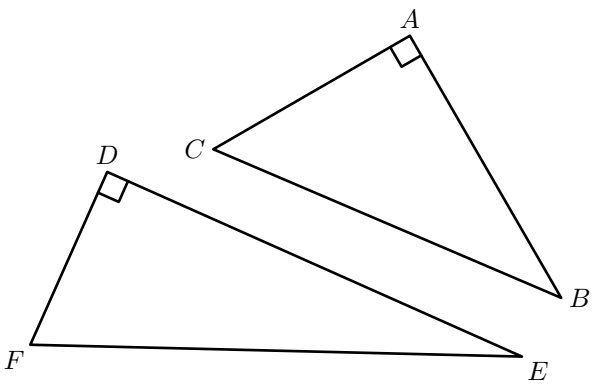


On admet que le découpage proposé des carrés grisés permet de recouvrir parfaitement et entièrement le carré hachuré.

Déterminer la longueur du côté $[BC]$.

Exercice G.6 (*)

On considère les deux triangles ABC et DEF rectangles respectivement D et A représentés ci-dessous :



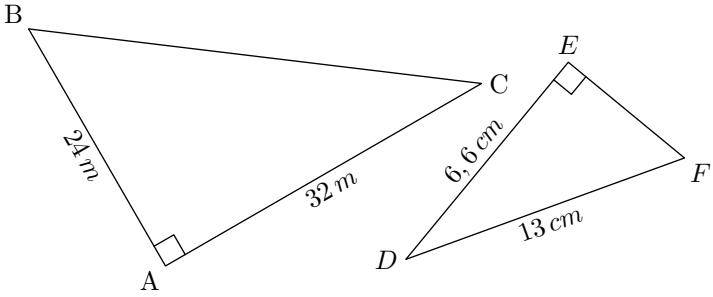
1. Compléter le tableau ci-dessous ; la première ligne est à compléter en prenant les mesures sur les triangles :

	AB	BC	AC	ED	DF	EF
x						
x^2						

2. Pour chaque triangle, écrire une expression de la forme :
$a^2 + b^2 = c^2$
où les nombres a, b, c représentent les longueurs du triangle.

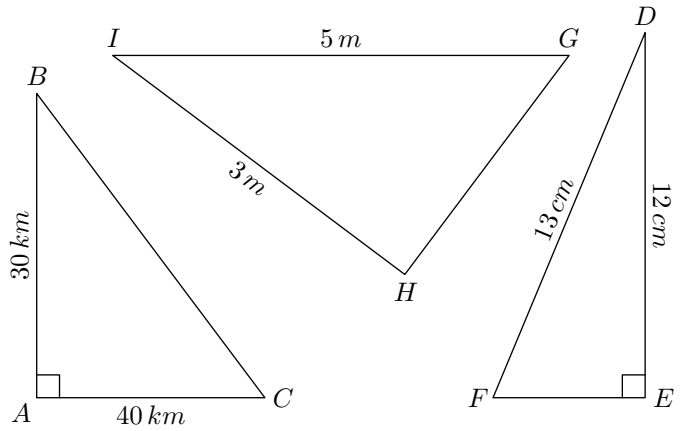
Exercice G.7 (*)

Dans chacun des triangles ci-dessous, déteminer la longueur inconnue.



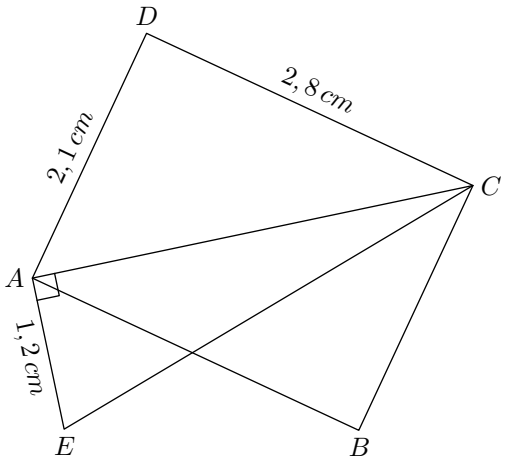
Exercice G.8 (*)

Pour chaque triangle, déterminer, si possible, la longueur inconnue.



Exercice G.9 (*)

Dans la figure ci-dessous, $ABCD$ est un rectangle et ACE est un triangle rectangle en A.



1. a. Justifier que le triangle ADC est un triangle rectangle en D.

b. Déterminer l[illegible]e du segment $[AC]$.

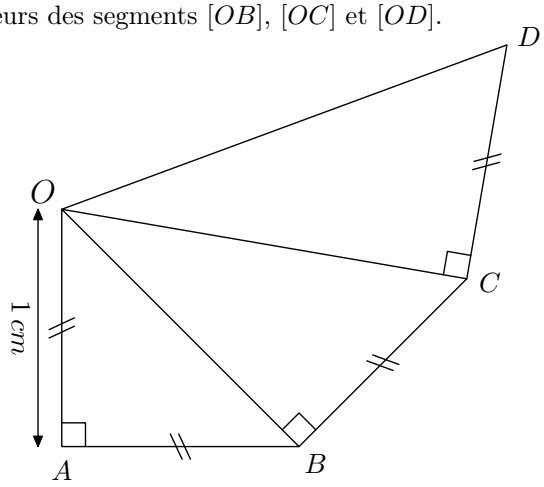
CamScanner

BY-NC

2. Déterminer la mesure du segment $[EC]$.

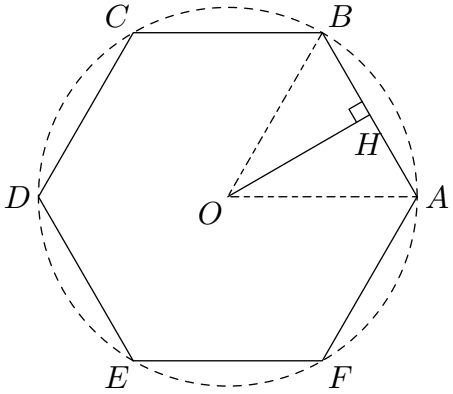
Exercice G.10 (*)

Sans aucune justification, donner la mesure exacte des longueurs des segments $[OB]$, $[OC]$ et $[OD]$.



Exercice G.11 (*)

Considérons l'hexagone régulier $ABCDEF$ de centre O représenté ci-dessous :

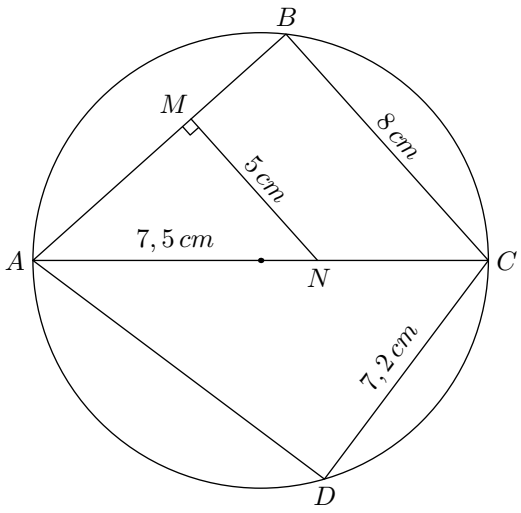


Le rayon du cercle a pour mesure $4\,cm$. Le point H est la hauteur issue du sommet O dans le triangle OAB.

1. a. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$. Justifier votre démarche.
   b. En déduire la mesure du segment $[AB]$.
   c. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{AOH}$. Justifier votre démarche.
2. Déterminer le périmètre de l'hexagone $ABCDEF$.
3. On donnera les mesures ci-dessous au centième de centimètres carrés.
   a. Déterminer l'aire du triangle OAB.
   b. En déduire l'aire de cet hexagone.

Exercice G.12 (*)

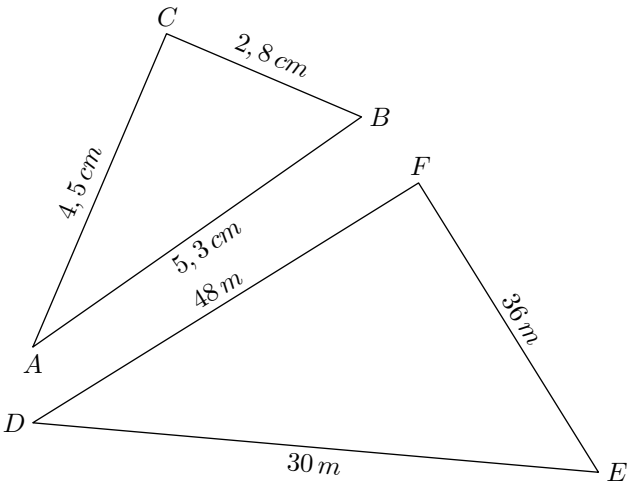
On considère le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[AC]$. Les points B et D sont deux points du cercle $\mathscr{C}$.
Le point M est un point du segment $[AB]$ et le point N est un point du segment $[AC]$ tels que $(AB) \perp (MN)$.



1. Justifier que les droites (BC) et (MN) sont parallèles.
2. Justifier que le segment $[AC]$ a pour longueur $12\,cm$
3. On admet que le triangle ADC est rectangle en D. Déterminer la mesure du segment $[AD]$.
4. Déterminer la mesure, arrondie au degré près, de l'angle $\widehat{DAC}$.

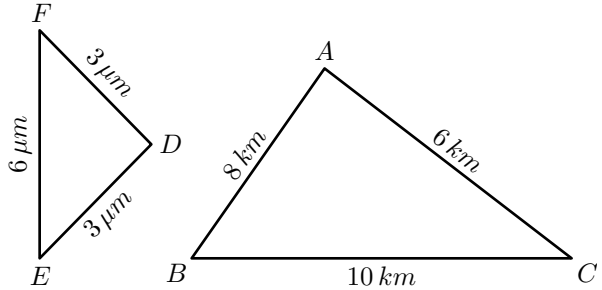
Exercice G.13 (*)

Déterminer la nature de chacun des triangles ci-dessous :



Exercice G.14 (*)

Déterminer la nature de chacun des triangles ci-dessous :

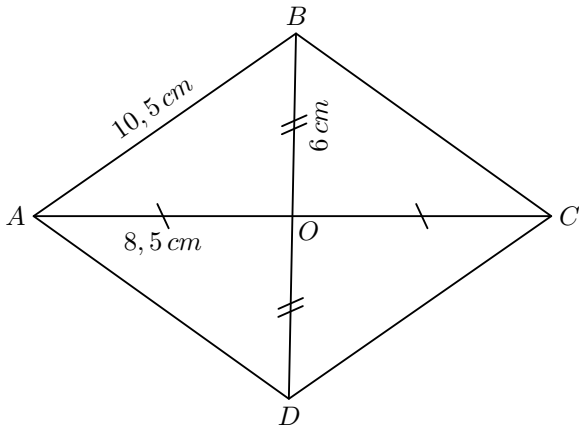


Exercice G.15 (*)

On considère le quadrilatère $ABCD$ représenté ci-dessous :

CamScanner

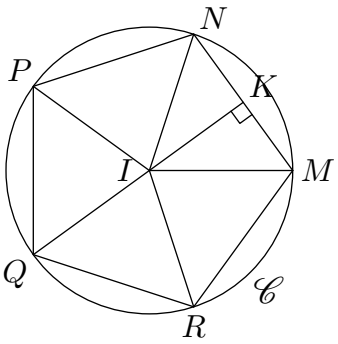
BY-NC



1. Justifier que $ABCD$ est un parallélogramme.
2. $ABCD$ est-il un rectangle? Justifier votre réponse.
3. $ABCD$ est-il un losange? Justifier votre réponse.

Exercice G.16 (*)

On considère le pentagone régulier $MNPQR$ inscrit dans le cercle $\mathscr{C}$ de centre I représenté en réduction ci-contre où le segment $[MN]$ mesure $12\,m$ en vraie grandeur.
Le point K représente le pied de la hauteur issue de I



1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{MNI}$.
2. On souhaite représenter dans le cadre ci-dessous, le triangle IMN à l'échelle $\frac{1}{4\,000}$

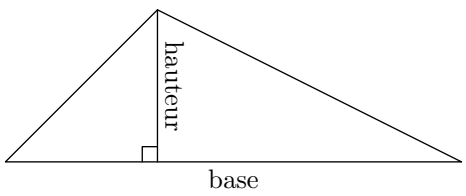
a. Donner la mesure du segment représentant le côté $[MN]$.

b. Effectuer la représentation du triangle IMN dans le cadre en y ajoutant la hauteur $[IK]$

3. En déduire une valeur approchée au mètre près de la hauteur $[IK]$.

Exercice G.17 (*)

On rappelle que l'aire d'un triangle se calcule par la formule :
$$\frac{\text{base}\times\text{hauteur}}{2}$$



Rémy dispose de $96\,m$ de grillage avec lesquels il souhaite construire un enclos pour son poney. Il cherche quelle forme donner à son encls pour que celui-i ait la plus grande surgace possible.

Toutes les parties sont indépendantes

Partie 1

Sa première idée est de réaliser un rectangle avec les $96\,m$ de grillage. Calculer la longueur et la largeur de ce rectangle sachant que :

- la longueur est le double de la largeur ;
- son périmètre est $96\,m$.

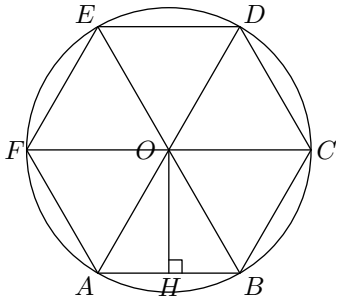
Calculer l'aire de ce rectangle de $96\,m$ de périmètre.

Partie 2

Sa deuxième idée est de réaliser un carré. Calculer l'aire d'un carré de $96\,m$ de périmètre

Partie 3

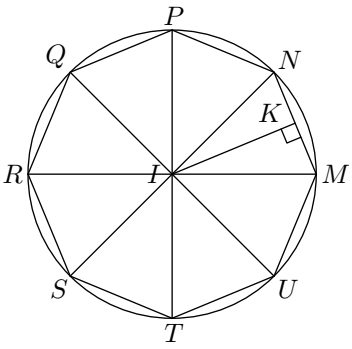
Sa troisième idée est de réaliser un hexagone régulier.
Le schéma à main levée ci-contre représente un héxagone régulier $ABCDEF$ de $96\,m$ de périmètre. IL est inscrit dans un cercle de centre O et de rayon $16\,m$. Le segment $[OH]$ est une hauteur du triangle équilatéral OBH.



1. Calculer la longueur OH, exprimée en m. En donner l'arrondi au centimètre près.
2. Utiliser ce résultat pour calculer l'aire du triangle OBA, exprimée en m^2 et arrondi au $1/10$.
3. En déduire l'arrondi à l'unité de l'aire d'un hexagone régulier de $96\,m$ de périmètre.

Partie 4

Sa quatrième idée est de réaliser un octogone régulier de $96\,m$ de périmètre.
La figure ci-contre représente le plan réalisé par Rémy.
Cet octogone est inscrit dans un cercle de centre I. Le segment $[IK]$ est une hauteur du triangle isocèle IMN.



1. Vérifier que $MN = 12\,m$ dans la réalité.
2. En prenant pour échelle $1\,cm$ pour $4\,m$, représenter dans le cadre ci-dessous le triangle IMN, puis le point K. Laisser apparents tous les traits de construction.

CamScanner

BY-NC

3. Mesurer sur votre plan la longueur IK.
Combien de mètres cela représente-t-il dans la réalité?

4. En déduire l'aire du triangle MIN, puis, à partir de cette valeur, calculer l'aire d'un octogone régulier de $96\,m$ de périmètre.

Partie 5

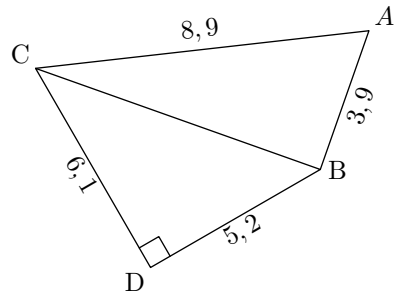
Les recherches ont permis à Rémy de remarquer que l'aire d'un polygone régulier de $96\,m$ de périmètre semble augmenter quand on augmente le nombre de ses côtés. Il imagine qu'un enclos circulaire aurait peut-être une surface encore plus grande.

1. Quel rayon faut-il prendre pour avoir un disque de périmètre $96\,m$?

2. En déduire l'aire d'un disque ayant pour périmètre $96\,m$.

Exercice G.18 (*)

On considère les deux triangles ABC et BCD représentés ci-dessous :



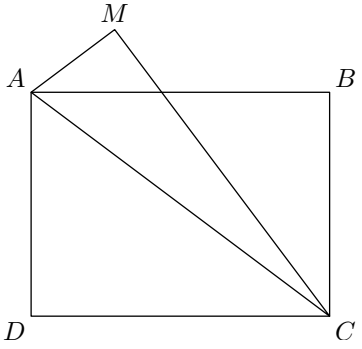
1. Calculer la longueur du segment $[BC]$ arrondie au dixième près.

2. Le triangle ABC est-il rectangle?

Exercice G.19 (*)

On considère un rectangle $ABCD$ ayant $20\,cm$ pour longueur et $15\,cm$ de largeur. Le point M est un point du plan tel que :
$AM = 7\,cm$; $MC = 24\,cm$

Une représentation de cette configuration est donnée ci-contre :



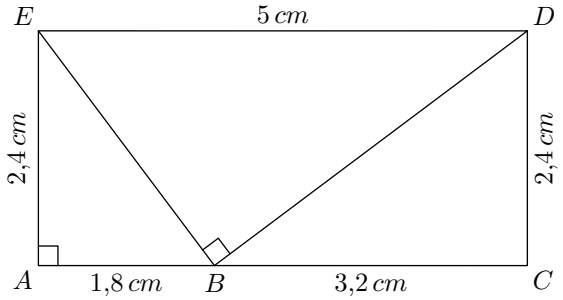
1. Justifier que le triangle ADC est rectangle en D.

2. Déterminer la mesure du segment $[AC]$.

3. Montrer que le triangle AMC est un triangle rectangle.

Exercice G.20 (*)

On considère la figure ci-dessous où les points A, B, C sont alignés et les triangles ABE et EBD sont respectivement rectangles en A et B.

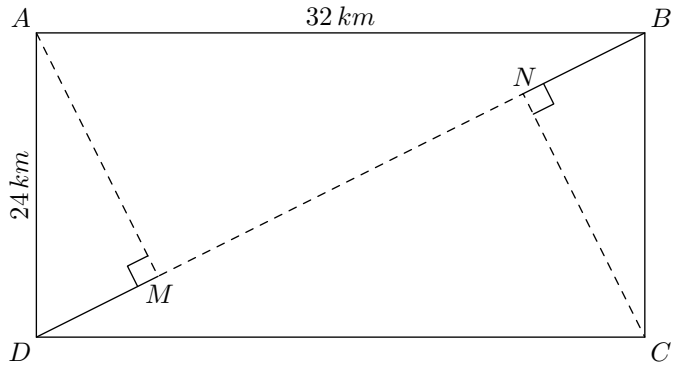


1. Démontrer que le segment $[BD]$ a pour longueur $4\,cm$.

2. Justifier que le triangle BCD est un triangle rectangle en C.

Exercice G.21 (*)

Un parc forestier est représenté ci-dessous par le rectangle $ABCD$:



Pour traverser de A en C cette forêt, un chemin représenté en pointillé a été percé à travers le parc.

1. a. Déterminer l'aire du triangle ABD.

   b. Déterminer la longueur du segment $[BD]$

   c. Comment s'appelle le segment $[AM]$ pour le triangle ABD?

   d. Déduire des questions précédentes la longueur du segment $[AM]$.

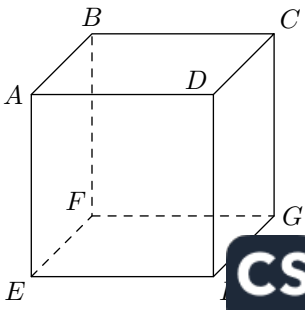
On admet que les triangles AMD et BCN sont de dimensions identiques.

2. a. Déterminer la longueur du segment $[DM]$.

   b. En déduire la longueur du segment $[MN]$.

3. Donner la longueur totale du chemin traversant cette forêt.

Exercice G.22 (*)



$ABCDEFGH$ est un cube de $3\,cm$ d'arête.

1. Calculer la longueur de $[AH]$ au millimètre près.

2. a. Sans justification, donner la nature du quadrilatère $ABGH$?

CamScanner

BY-NC

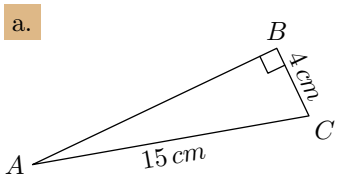
b. On admet que le triangle BAH est un triangle rectangle. Calculer la longueur de $[AG]$ au millimètre près.

Exercice G.23 (*)

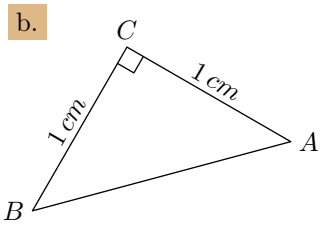
Les figures ne sont pas dessinés aux dimensions réelles.

Pour chacun des triangles, déterminer la longueur du segment $[AB]$, au dixième de centimètre près :

a.

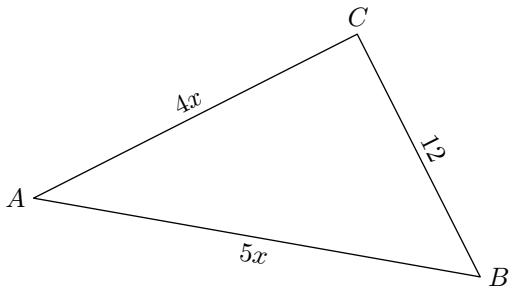


b.



Exercice G.24 (*)

On considère le triangle ABC ci-dessous où certaines des mesures du triangle sont exprimées en fonction d'une valeur indéterminée notée x :



Sans justification, déterminer une valeur de x pour laquelle le triangle ABC est rectangle en C.

H. Généralité et fonctions linéaires :

Exercice H.1 (*)

1. Tracer un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormal d'unité $1\,cm$ définie comme suit :
   - l'axe des abscisses doit représenter tous les nombres allant de -3 à 3 ;
   - l'axe des ordonnées doit représenter tous nombres allant de -4 à 4.
2. On considère la fonction f définie par la relation :
   $f : x \longmapsto 1{,}5x + 1$
   a. Compléter le tableau ci-dessous :

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$						

   b. Dans le repère de la question 1., placer les six points de coordonnées $(x\,;f(x))$ obtenus dans le tableau précédent.
   c. Que remarque-t-on sur la position de ces points?
3. On considère la fonction g dont l'image d'un nombre x est définie par :
   $g(x) = 0{,}5{\cdot}x^2 - 3$
   a. Compléter le tableau ci-dessous :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$g(x)$							

   b. Placer dans le repère, les sept points de coordonnées $(x\,;g(x))$ obtenus à partir du tableau précédent et les relier entre eux par une courbe.

Exercice H.2 (*)

On considère les deux fonctions f et g dont les images d'un nombre x sont définies par les relations :

$$f(x) = 2x - 1 \quad ; \quad g(x) = x^2 - 2x + 3$$

1. Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-2	1	4
$f(x)$			

x	-1	0	2
$g(x)$			

2. a. Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre 2 par la fonction f.
   b. A l'aide de la question 1., que peut-on dire des antécédents du nombre 3 par la fonction g.

Exercice H.3 (*)

Soit $ABCD$ un carré de côté $\mathcal{X}$ cm.

1. Compléter le tableau suivant :

x	0	0,5	1	2	3	4	5
Périmètre (P_x)							
Aire (A_x)							

2. Le passage de la 1° ligne à la 2° ligne est un phénomène de proportionnalité car :

   .....

   Le passage de la 1° ligne à la 3° ligne n'est pas un phénomène de proportionnalité car :

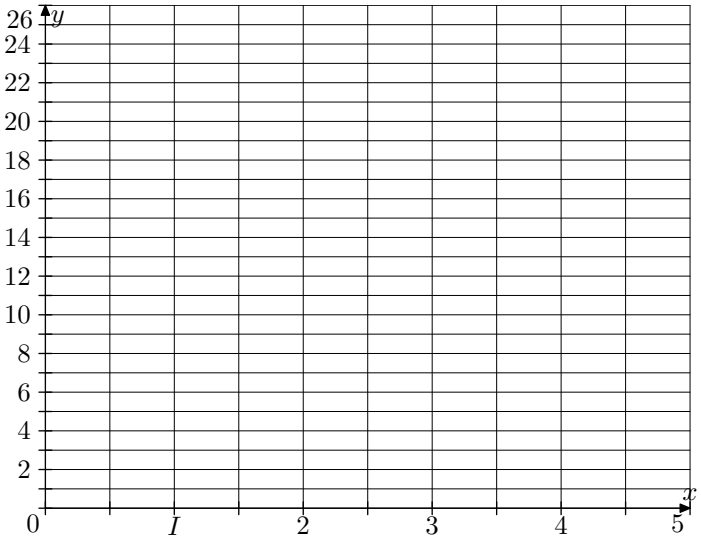
   ——— = et ——— =

   .....
3. On note $(\mathcal{P})$, la courbe formée des points dont les coordonnées sont de la forme $(x\,;P_x)$.

   On note $(\mathcal{A})$, la courbe formée des points dont les coordonnées sont de la forme $(x\,;A_x)$.
   a. Dans le repère ci-dessous, effectuer le tracé des courbes $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{A})$:

CamScanner

BY-NC

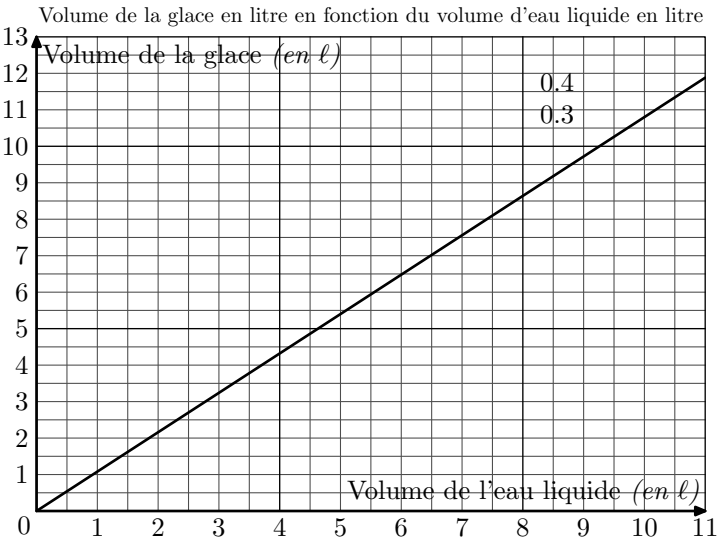


b. Compléter la phrase suivante :

La représentation d'une situation de proportionnalité est une . . . . . passant par . . . . . .

Exercice H.4 (*)

L'eau en gelant augmente volume. Le segment de droite ci-dessous représente le volume de glace *(en litres)* obtenu à partir d'un volume d'eau liquide *(en litres)*.



1. En utilisant le graphique, répondre aux questions suivantes :

   a. Quel est le volume de glace obtenu à partir de 6 litres de liquide?

   b. Quel volume d'eau liquide faut-il mettre à geler pour obtenir 10 litres de glace?

2. Le volume de glace est-il proportionnel au volume d'eau liquide? Justifier.

3. On admet que 10 litres d'eau donnent 10,8 litres de glace. De quel pourcentage ce volume augmente-t-il en gelant?

Exercice H.5 (*)

On considère une fonction linéaire f dont la représentation graphique passe par le point de coordonnée $(2\,;-3)$.

Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.

Exercice H.6 (*)

On considère une fonction f qui admet le tableau de valeur ci-dessous :

x	-1	0	3	4	6
$f(x)$	-3	0	9	12	18

1. Justifier que le tableau de valeurs est un tableau de proportionnalité.

2. Parmi les expressions ci-dessous, laquelle représente l'expression de la fonction f?

   a. $f(x) = x + 3$ b. $f(x) = 3x$ c. $f(x) = \dfrac{x}{3}$

Exercice H.7 (*)

On considère la fonction f linéaire ayant pour coefficient directeur $\dfrac{2}{3}$.

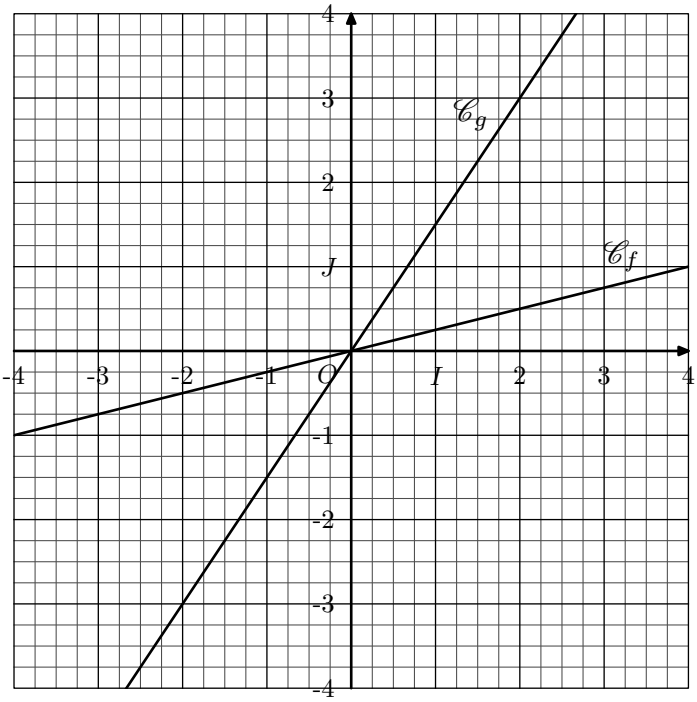
1. Déterminer l'expression de la fonction f.

2. Quels sont les images des nombres 6 et 8 par la fonction f?

3. Quel est l'antédents du nombre -2 par la fonction f?

Exercice H.8 (*)

Dans le repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous, ont été représentées les courbes représentatives de deux fonctions f et g représentées par des droites passant par l'origine du repère.



1. Par lecture graphique, relever les coordonnées de points de ces deux droites afin de compléter le tableau ci-dessous avec les valeurs de votre choix :

x					
$f(x)$					

x					
$g(x)$					

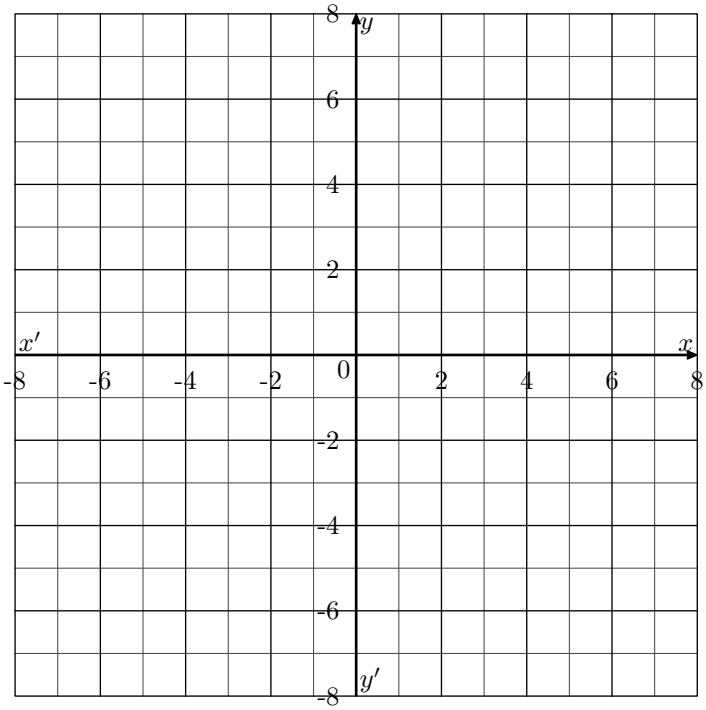
CamScanner

BY-NC

2. Justifier que ces deux tableaux sont des tableaux de proportionnalité?

Exercice H.9 *(*)*

On considère la fonction linéaire f de coefficient directeur 1,5 et le repère orthonormal donnée ci-dessous :



1. Ecrire l'expression algébrique de la fonction f.

2. a. Compléter le tableau ci-dessous avec les valeurs de votre choix afin d'obtenir un tableau de valeurs de la fonction f

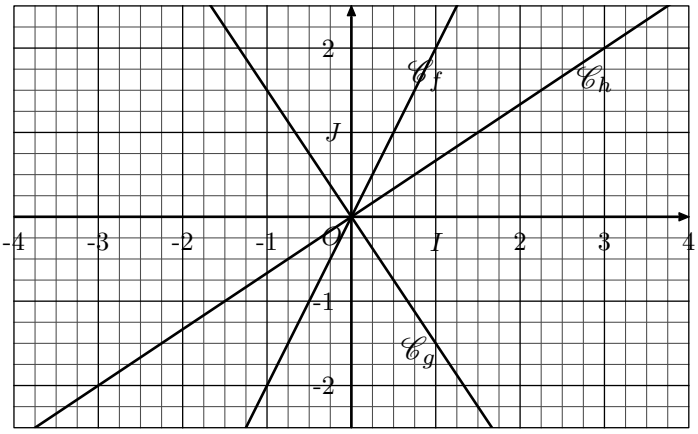
x						
$f(x)$						

b. Placer l'ensemble de ces points dans le repère. Que remarque-t-on?

c. Tracer la courbe représentative de la fonction f.

Exercice H.10 *(*)*

On considère les trois courbes $\mathscr{C}_f$, $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_g$ données ci-dessous dans le repère $(O\,;I\,;J)$ représentatives de trois fonctions f, g et h.



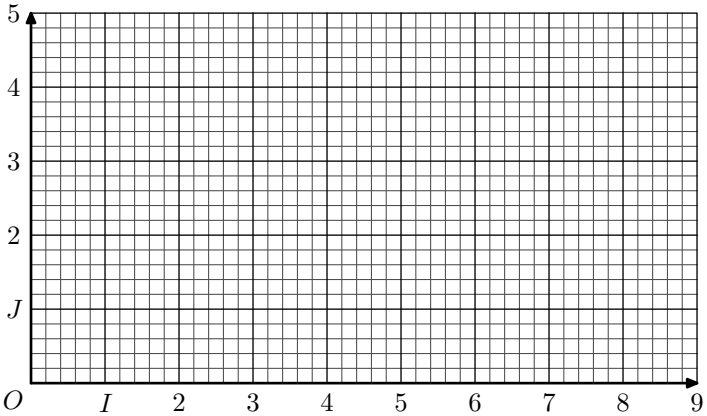
1. Justifier graphiquement que les trois fonctions f, g et h sont des fonctions linéaires.

2. Déterminer graphiquement le coefficient directeur de ces trois fonctions.

I. Fonctions affines:

Exercice I.1 *(*)*

On considère le plan muni d'un repère orthonormal $(O\,;I\,;J)$ représenté ci-dessous :



On considère les deux fonctions f et g définies par :

$$f(x) = -\frac{1}{4}\cdot x + 4 \qquad ; \qquad g(x) = \frac{1}{3}\cdot x$$

1. a. Donner la nature des deux fonctions f et g.

b. Compléter les deux tableaux de valeurs suivants :

x	0	4	6	8
$f(x)$				

x	0	3	6	9
$g(x)$				

2. Effectuer le tracé des courbes représentatives des fonctions f et g dans le repère ci-dessous.

3. Les courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ vont permettre d'obtenir les valeurs approchées des images et des antécédents de nombres par ces deux fonctions. Laisser les traits de constructions permettant de répondre aux questions suivantes :

a. Déterminer la valeur approchée de l'image de 2 par la fonction f.

b. Déterminer la valeur approchée de l'image de 4 par la fonction g.

c. Déterminer le*(s)* valeur*(s)* approchée*(s)* des antécédent*(s)* du nombre 2 par la fonction f.

d. Déterminer le*(s)* valeur*(s)* approchée*(s)* des antécédent*(s)* du nombre 2,5 par la fonction g.

Exercice I.2 *(*)*

CamScanner

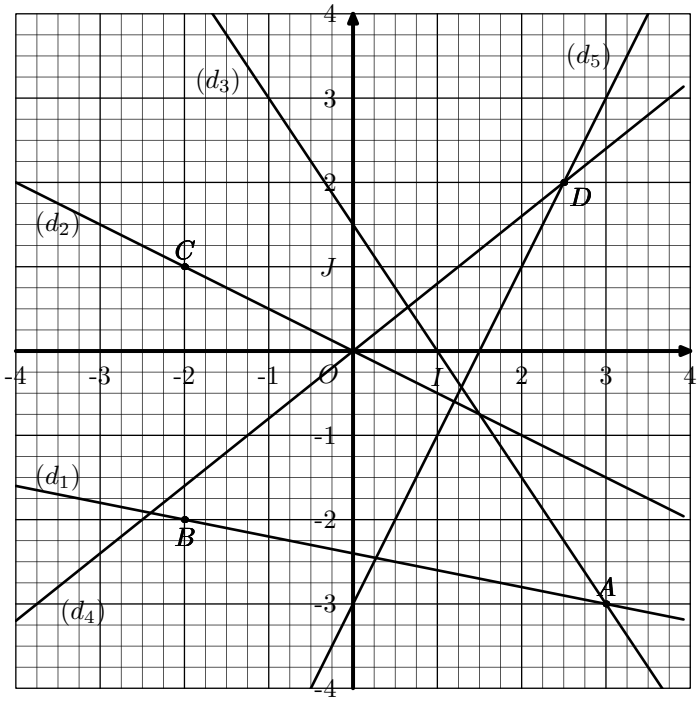
BY-NC

On considère la fonction f affine de coefficient directeur 2 et d'ordonnée à l'origine 1

1. Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.
2. Déterminer l'image du nombre 3 par la fonction f.
3. Déterminer l'antécédent du nombre 5 par la fonction f.

Exercice I.3 (*)

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O\,;I\,;J)$, on considère les cinq droites ci-dessous :



On considère également les cinq fonctions affines suivantes :

$f(x) = -0{,}2{\cdot}x - 2{,}4$; $g(x) = -1{,}5{\cdot}x + 1{,}5$

$h(x) = 0{,}8{\cdot}x$; $j(x) = -0{,}5{\cdot}x$; $k(x) = 2{\cdot}x - 3$

1. a. Donner les coordonnées du point A.
   b. Déterminer les deux fonctions affines dont le point A appartient à leur représentation graphique.
   c. Donner les coordonnées du point B.
   d. En déduire la fonction affine ayant la droite (d_1) pour représentation.
2. a. Donner les coordonnées du point C.
   b. Déterminer l'unique fonction affine, parmi celles définies dans l'énoncé, ayant le point C dans sa représentation graphique.
3. a. A l'aide des coordonnées du point D, déterminer les deux fonctions affines de l'énoncé ayant le point D dans le représentation graphique.
   b. Quelle fonction admet la droite (d_4) pour représentation graphique?

Exercice I.4 (*)

Pour l'ensemble de ses chantiers, l'entreprise se fournit auprès de deux grossistes. Les tarifs proposés pour des paquets de 10 dalles sont :

- Grossiste A : 48 € le paquet, livraison gratuite.
- Grossiste B : 42 € le paquet, livraison 45 € quel que soit le nombre de paquets.

1. Quel est le prix pour une commande de 9 paquets :
   a. avec le grossiste A?
   b. avec le grossiste B?
2. Exprimer en fonction du nombre n de paquets :
   a. le prix p_A en euros d'une commande de n paquets avec le grossiste A ;
   b. le prix p_B en euros d'une commande de n paquets avec le grossiste B.

Exercice I.5 (*)

La copie d'écran ci-dessous montre le travail qu'a effectué Camille à l'aide d'un tableur à propos des fonctions g et h définies par :

$g(x) = 5x^2 + x - 7$; $h(x) = 2x - 7$

Elle a recopié vers la droite les formules qu'elle avait saisies dans les cellules $B2$ et $B3$.

B2 | f_x $\sum$ = | =5 * B1 * B1 + B1 − 7

	A	B	C	D	E	F
1	x	-2	-1	0	1	2
2	$g(x) = 5x^2 + x - 7$	11	-3	-7	-1	15
3	$h(x) = 2x - 7$	-11	-9	-7	-5	-3

1. Donner un nombre qui a pour image -1 par la fonction g.
2. Ecrire les calculs montrant que : $g(-2) = 11$
3. Quelle formule Camille a-t-elle saisie dans la cellule $B3$?
4. a. Déduire du tableau une solution de l'équation : $5x^2 + x - 7 = 2x - 7$
   b. Cette équation a-t-elle une autre solution que celle trouvé grâce au tableur?

Exercice I.6 (*)

Partie A

Une compagnie de transport maritime met à disposition deux bateuax appelés CatamaranExpress et FerryVogue pour une traversée inter-îles de 17 kilomètres.

1. Le départ de CatamranExpress est à $5\,h\,45\,min$ pour une arrivée à $6\,h\,15\,min$.
   Calculer sa vitesse moyenne en $^{km}/_{h}$.
2. La vitesse moyenne de FerryVogue est de $20\,^{km}/_{h}$.
   A quelle heure est prévue son arrivée s'il quitte le quai à $6\,h$?

Partie B

On donne en document annexe les représentations graphiques $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ de deux fonctions. L'une d'entre elles est la représentation graphique d'une fonction affine g définie par :

$g(x) = 1\,000{\cdot}x + 6\,000$

A l'aide du graphique, répondre aux questions suivantes en faisant apparaître les tracés nécessaires à la lecture du graphique.

1. Lire les coordo[illegible] point E.

CamScanner

BY-NC

2. Quelles sont les abscisses des points d'intersection des deux représentations graphiques.

3. Laquelle de ces représentations est celle de g? Justifier.

4. Quelle est l'image de 12 par la fonction g? Vérifier la réponse par un calcul.

5. Quel est l'antécédente de 15 000 par la fonction g? Retrouver ce résultat en résolvant une équation.

Partie C

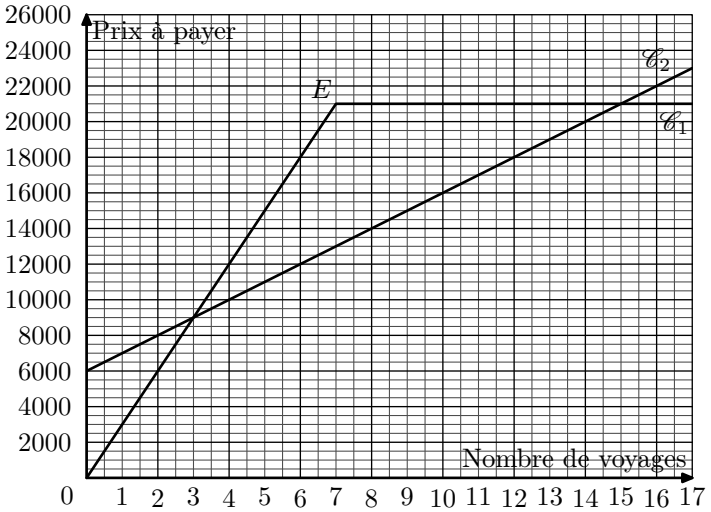
La compagnie de transport maritime propose trois tarifs pour un voyage quel que soit le bateau choisi :

- Tarif M : on paie 2 500 chaque voyage.
- Tarif N : on paie une carte mensuelle à 6 000 francs par voyage auquel s'ajoute 1 000 francs pour chaque voyage.
- Tarif P : on paie 3 000 francs par voyage jusqu'au septième voyage puis on effectue gratuitement les autres traversées jusqu'à la fin du mois.

1. Les prix à payer en fonction du nombre de voyages, avec deux de ces tarifs sont représentés par les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$. Indiquer sur votre copie pour chaque courbe, le tarif associé. *(Aucune justification attendue).*

2. Sur le document annexe *(à rendre avec la copie)* où figurent $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}$, construire la représentation graphique de la fonction f définie par :
$f : x \longmapsto 2\,500 \cdot x$

3. Par lecture graphique et en faisant apparaître les tracés utiles sur le document anenxe, trouver pour combien de voyages le tarif N est plus avantageux que les deux autres.



Exercice I.7 *(*)*

En physique, la tension U aux bornes d'une "résistance" est proportionnelle à l'intensité I du courant qui la traverse, c'est à dire :

$$U = R \times I$$

où R (valeur de la résistance) est le coefficient de proportionnalité.

On rappelle que l'unité de l'intensité est l'ampère et que l'unité de tension est le volt.

L'intensité I *(en ampères)*	0,02	0,03	0,04	0,08
Tension U *(en volts)*	3	4,5	6	12

1. a. Vérifier que ce tableau est un tableau de proportionnalité.

   b. Quel est le coefficient de proportionnalité?

   c. Calculer la tension U si l'intensité I vaut 0,07 ampères.

On nomme f la fonction qui donne la tension U en fonction de l'intensité I.

2. Préciser la nature de la fonction f et donner l'expression algébrique de $f(I)$.

3. Dans le repère en annexe, tracer la représentation graphique de la fonction f.

4. Lire graphiquement l'intensité quand $U = 10$ volts *(donner une valeur approchée avec la précision permise par le graphique).*

   Déterminer par un calcul la valeur exacte de l'intensité quand $U = 10$ volts.

Partie B

En physique, la puissance P de la "résistance" est le produit de la tension U ses bornes et de l'intensité I qui la traverse, c'est à dire :

$$P = U \times I$$

On rappelle que l'unité de puissance est le watt

1. En utilisant l'expression obtenue à la question 3 de la partie A, justifier que :
$P = 150 \times I^2$

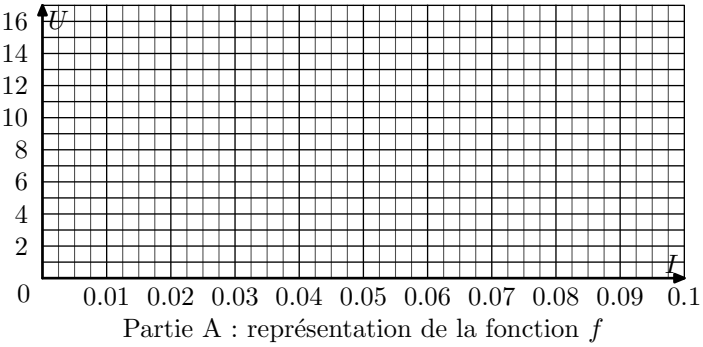
On nomme g la fonction qui donne la puissance P en fonction de l'intensité I.

2. Calculer l'image de 7,5 par la fonction g.
On donne, ci-dessous, la courbe représentative de la fonction g.

3. Lire graphiquement la puissance P quand $I = 5$ ampères *(on fera apparaître sur le graphique les traits de construction ayant permis la lecture).*

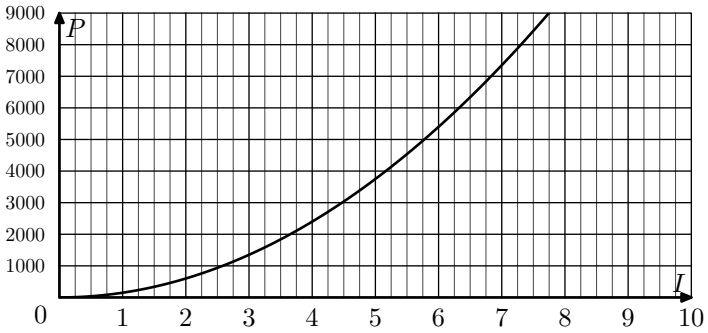
4. Lire graphiquement un antécédent de 2 500 par la fonction g *(on fera apparaître sur le graphique les traits de construction ayant permis la lecture).*

5. La puissance P est-elle proportionnelle à l'intensité I? Justifier la réponse.



Partie A : représentation de la fonction f

CamScanner



Partie B : représentation de la fonction g

Exercice I.8 (*)

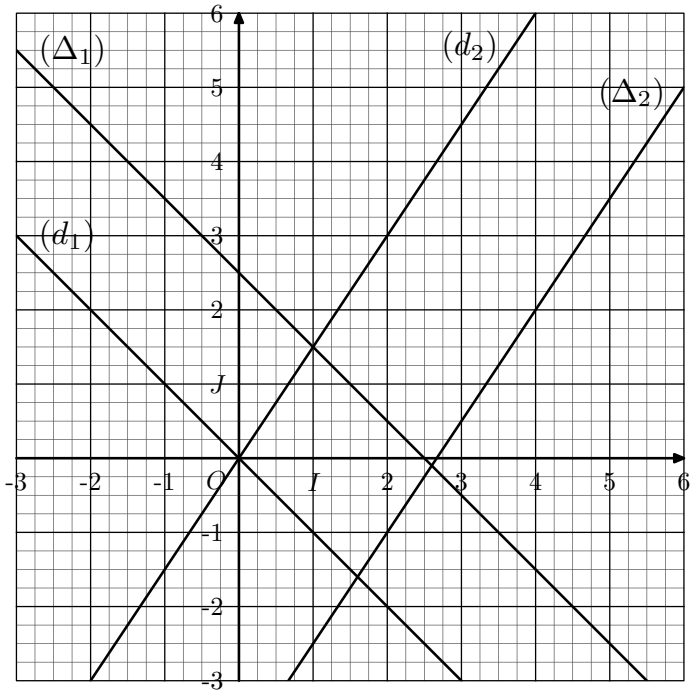
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions suivantes, trois réponses sont proposées, une seule est exacte.

Pour chaque question, indiquer sur la copie son numéro et recopier la réponse exacte.

	Soit f la fonction définie par $f(x)=-2x+3$			
1.	$f(x)$ est de la forme $ax+b$. La valeur de a est	3	-2	2
2.	L'image de 0 par f est :	1	1,5	3
3.	La droite qui représente la fonction f passe par le point	$A(-1;1)$	$B(-1;5)$	$C(1;-18)$
4.	L'antécédent de 4 par la fonction f est :	-5	$\frac{7}{2}$	$-\frac{1}{2}$
5.	La droite qui représente la fonction f coupe l'axe des ordonnées en	$D(1{,}5;0)$	$E(0;3)$	$F(0;2)$

Exercice I.9 (*)

Dans le plan muni du repère $(O\,;I\,;J)$, quatre droites sont représentées :



1. Nommer les droites qui sont la représentation d'une fonction linéaire.

2. Compléter les tableaux de valeurs suivants :

(d_1) :

x	-3	0	1,5	2
y				

(Δ_1) :

x	-3	0	1,5	2
y				

(d_2) :

x	1	1,5	2	3,5
y				

(Δ_2) :

x	1	1,5	2	3,5
y				

3. a. Donner le coefficient directeur de la droite (d_1).

b. Que peut-on dire des droites (d_1) et (Δ_1)?

c. Comparer les secondes lignes de ces deux tableaux.

d. Soit $M(x\,;y)$ un point quelconque de la droite (Δ_1). Parmi les égalités suivantes, donner celle qui permet de relier l'ordonnée y à l'abscisse x du point M :

$y=-x-2{,}5$; $y=-x+2{,}5$

$y=x-2{,}5$; $y=x+2{,}5$

4. a. Déterminer le coefficient de proportionnalité du tableau lié à la droite (d_2).

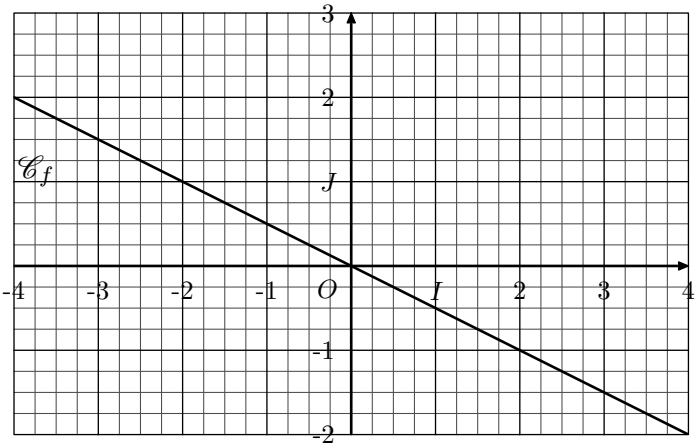
b. Donner l'expression de la fonction linéaire f associée à la droite (d_2) :

$f : x \longmapsto \ldots$

c. En déduire l'expression de la fonction affine g ayant pour représentation la droite (Δ_2).

Exercice I.10 (*)

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ représentée ci-dessous :



1. a. Quelle est la nature de la fonction f?

b. Donner la valeur du coefficient directeur de la fonction f.

2. On considère les deux fonctions g et h définie par :

$g(x)=x-1$; $h(x)=-\frac{1}{2}x+2$

On note $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$ les courbes représentatives de ces deux fonctions dans le repère $(O\,;I\,;J)$ ci-dessus :

a. Donner les coefficients directeurs associés des fonctions g et h.

b. Parmi les quatre points ci-dessous, lesquels appartiennent à la [illegible] $\mathscr{C}_g$? Lesquels appartiennent à la courbe $\mathscr{C}_h$?

CamScanner

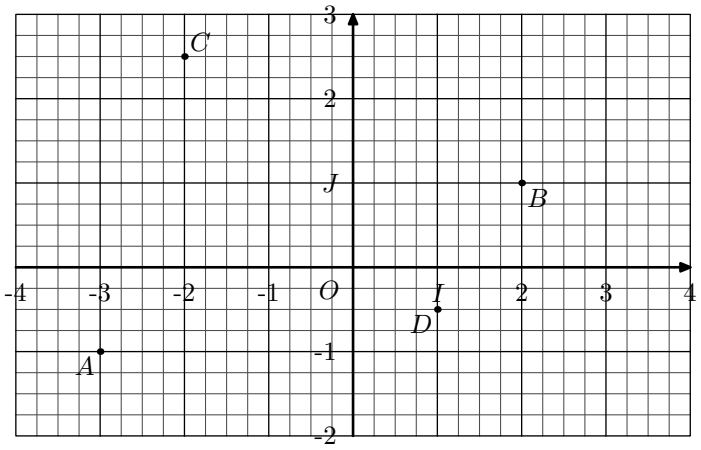
BY-NC

$A(0\,;2)$; $B(0\,;-1)$; $C(3\,;2)$; $D(2\,;1)$

c. Effectuer le tracé des courbes $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$.

Exercice I.11 (*)

Dans le plan muni du repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormal, on considère les points A, B, C et D représentés ci-dessous :



1. Donner les coordonnées des points A, B, C, D.

2. On considère la fonction f dont la représentation graphique est la droite (AB) :

   a. Montrer que le coefficient directeur de la droite (AB) vaut $\dfrac{2}{5}$.

   b. La fonction f admet pour expression :
   $f(x) = 0{,}4\cdot x + b$ où b est un nombre
   En utilisant les coordonnées du point B, déterminer la valeur de b.

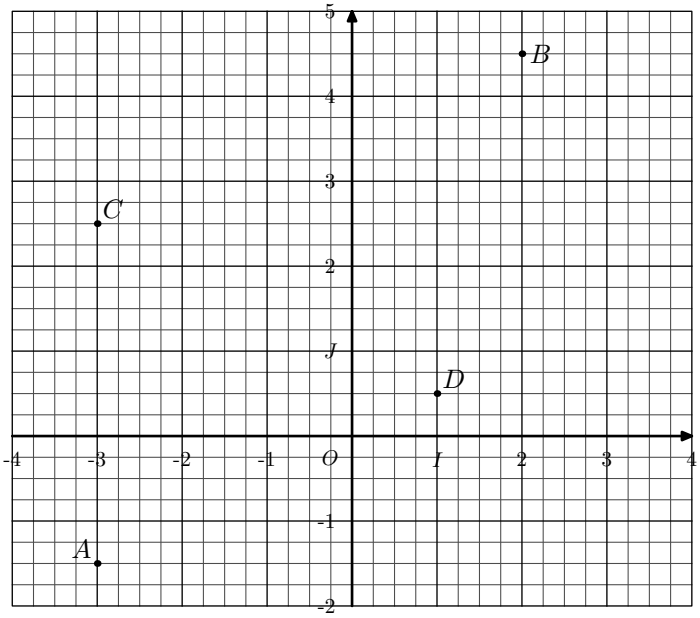
3. On considère la fonction g dont la représentation graphique est la droite (CD) :

   a. Déterminer le coefficient directeur de la droite (CD).

   b. Déterminer l'expression complète de la fonction g.

Exercice I.12 (*)

Dans le repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormal, on considère les points A, B, C, D représentés ci-dessous :



1. Donner les coordonnées des points A, B, C et D.

2. a. Tracer la droite (AB).

   b. Déterminer le coefficient directeur de la droite (AB).

   c. Ainsi, la fonction affine f, ayant la droite (AB) pour représentation, a pour expression :
   $f(x) = 1{,}2\cdot x + b$ où $b \in \mathbb{R}$.
   En utilisant les coordonnées du point B, déterminer la valeur de l'ordonnée à l'origine de la fonction f.

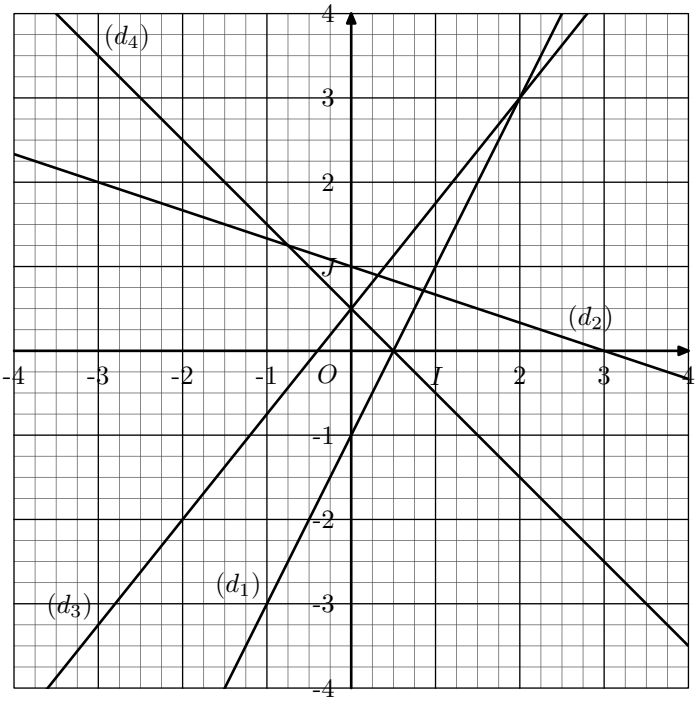
3. a. Tracer la droite (CD).

   b. Déterminer la valeur du quotient : $a = \dfrac{y_D - y_C}{x_D - y_C}$

   c. Soit g la fonction affine dont la représentation est la droite (CD). Parmi les expressions suivantes, donner l'expression de la fonction g :
   $g(x) = \dfrac{1}{2}\cdot x + 1$; $g(x) = -\dfrac{1}{2}\cdot x - 1$
   $g(x) = -\dfrac{1}{2}\cdot x + 1$; $g(x) = -2\cdot x + 1$
   Justifier votre réponse.

Exercice I.13 (*)

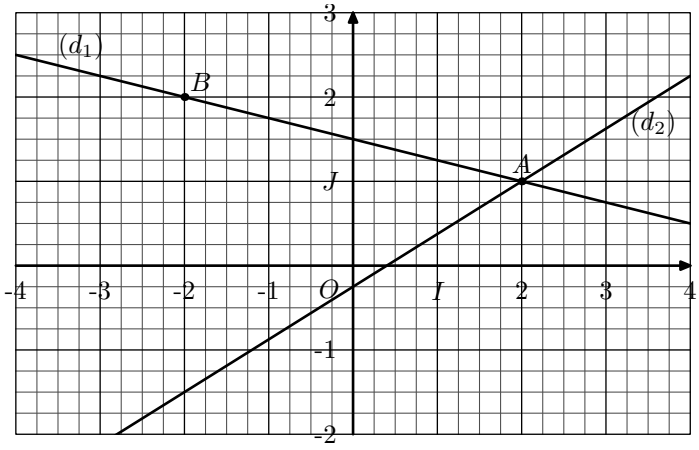
Déterminer les coefficients directeurs de chacune des trois droites représentées ci-dessous dans le repère $(O\,;I\,;J)$:



Exercice I.14 (*)

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormal, on considère les deux droites (d_1) et (d_2) ci-dessous :

CamScanner



1. Donner les coordonnées du point d'intersection des droites (d_1) et (d_2).

2. Soit f la fonction affine admettant pour représentation la droite (d_1).

   a. Déterminer le coefficient directeur de la fonction f.

   b. En déduire l'expression complète de la fonction f.

3. Soit g la fonction affine admettant pour représentation la droite (d_2). En explicitant votre démarche, déterminer l'expression de la fonction g.

4. On considère la fonction h définie, pour tout nombre réel x, par :
   $h(x) = \frac{3}{2} \times x + 2$
   Dans le plan, tracer la droite représentative de la fonction h.

Exercice I.15 *(*)*

M. Dubois réfléchit à son déménagement. Il a fait réaliser deux devis :

1. L'entreprise A lui a communiqué le graphique présenté en annexe. Celui-ci représente le coût du déménagement en fonction du volume à transporter.

   a. Quel serait le coût pour un volume de $20\,m^3$? Laisser apparent les tracés de construction.

   b. Le coût est-il proportionnel au volume transporté? Justifier. Soit g la fonction qui à x, volume à déménager en m^3, associe le coût du déménagement avec cette entreprise. Exprimer $g(x)$ en fonction de x.

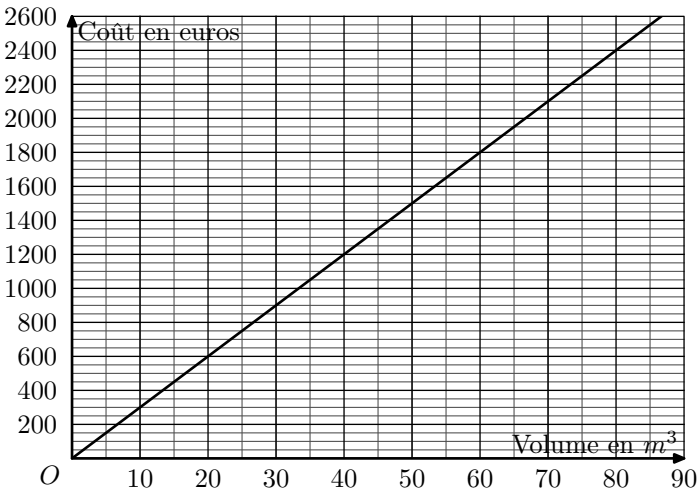
2. L'entreprise B lui a communiqué une formule :
   $f(x) = 10x + 800$
   où x est le volume *(en m^3)* à transporter et $f(x)$ le prix à payer en *(en e)*.

   a. Calculer $f(80)$. Que signifie le résultat obtenu?

   b. Déterminer par le calcul l'antécédent de 3 500 par la fonction f.

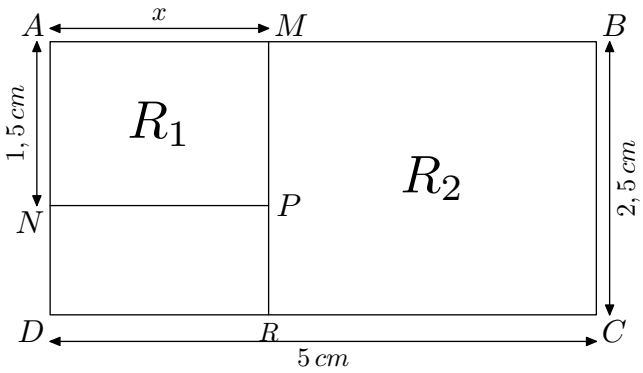
   c. Représenter graphiquement la fonction f sur le graphique présenté ci-dessous.

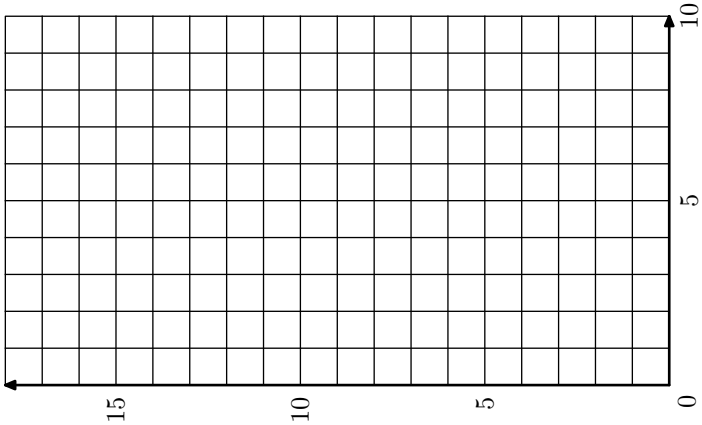
3. *M* Dubois estime à $60\,m^3$ le volume de son déménagement. Quelle société a-t-il intérêt à choisir? On justifiera graphiquement les réponse en laissant les tracés apparents.



Exercice I.16 *(*)*

$ABCD$ est un rectangle : $DC = 5\,cm$; $BC = 2{,}5cm$.
N est le point du segment $[AD]$ tel que : $AN = 1{,}5\,cm$.
M est un point du segment $[AB]$.
On note x la longueur du segment $[AM]$ exprimée en centimètres *(x est compris entre 0 et 5).*
$AMPN$ et $MBCR$ sont des rectangles notés respectivement R_1 et R_2.





1. a. Exprimer, en fonction de x, le périmètre de R_1.

   b. Exprimer, en fonction de x, le périmètre de R_2.

2. Résoudre l'équation : $2x+3 = -2x+15$.

3. Sur le repère suivant, pour $0 \leqslant x \leqslant 5$, représenter graphiquement les deux fonctions affines :
   $x \longmapsto 2x + 3$; $x \longmapsto -2x + 15$

4. Quel sont les valeurs de AM pour lesquelles le périmètre de R_2 est supérieur ou égal au périmètre de R_1? *(Aucune justification n'est attendue.)*

Exercice I.17 *(*)*

Une agence de locat[illegible]assette vidéo propose à ses clients

CamScanner

BY-NC

le choix entre deux tarifs.

- Tarif 1 : un abonnement mensuel de 15 € et 0,70 € par cassette louée.
- Tarif 2 : un abonnement mensuel de 11 € et 1,50 € par cassette louée.

1. Compléter le tableau suivant :

Nombre de cassettes louées	0	1	2	6	10
Prix payé avec le tarif 1					
Prix payé avec le tarif 2					

2. On appelle x le nombre de cassettes louées par un client en un mois.
Exprimer, en fonction de x :
   a. le prix payé avec le tarif 1, noté $P_1(x)$;
   b. le prix payé avec le tarif 2, noté $P_2(x)$.

3. Représenter graphiquement les fonctions affines.
   a. $P_1 : x \mapsto P_1(x) = 0{,}7x + 15$.
   b. $P_2 : x \mapsto P_2(x) = 1{,}5x + 11$

   On prendra sur l'axe des abscisses 1 cm pour une cassette et sur l'axe des ordonnées 1 cm pour 2 €.

4. a. Résoudre l'équation : $0{,}7x+15=1{,}5x+11$.
   Interpréter le résultat.
   b. Vérifier graphiquement cette solution en faisant apparaître les pointillés utiles.

5. En utilisant le graphique, combien faut-il louer de cassettes en un mois pour que le tarif 1 soit plus intéressant que le tarif 2?

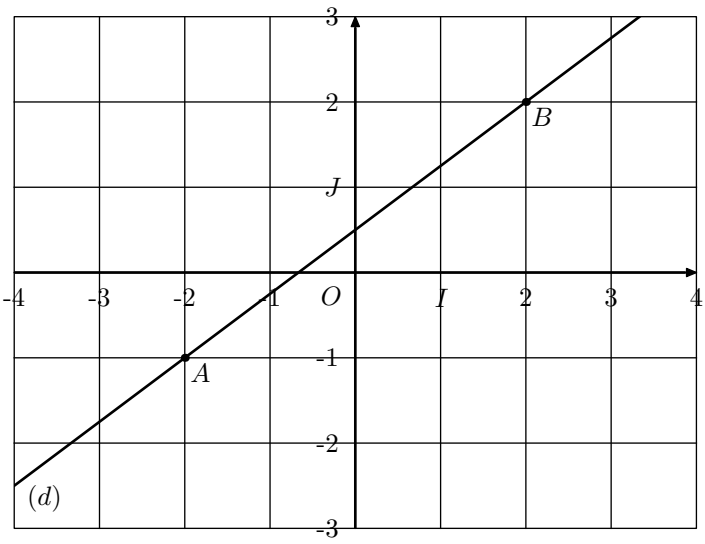
6. Monsieur Avent a choisi le tarif 2 et il a payé 29 € pour le mois.
Utiliser le graphique pour déterminer le nombre de cassettes qu'il a louées dans le mois.
Faire apparaître les pointillés utiles.

7. Monsieur Comic a choisi le tarif 1 et il a payé 19,90 € pour le mois.
   a. Trouver par un calcul le nombre de cassettes qu'il a louées dans le mois.
   b. Dans ce cas, quel est le prix moyen de la location d'une cassette?
   Donner le résultat au centime d'euro.

8. L'agence décide de proposer un troisième tarif à ses clients : un prix mensuel de 23 € quel que soit le nombre de cassettes louées dans le mois.
   a. Représenter sur le même graphique, le prix P_3 payé avec le tarif 3.
   b. Combien faut-il louer de cassettes pour que ce nouveau tarif soit plus avantageux que les autres?

Exercice I.18 (*)

Dans le repère $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous, est donnée la droite (d) représentative d'une fonction affine f.



L'expression algébrique de la fonction affine f est de la forme :
$f(x) = a\times x + b$
Le but de l'exercice est de déterminer les valeurs des deux nombres a et b.

1. Donner les coordonnées des points A et B.

Première méthode :

2. A l'aide des points A et B, déterminer le coefficient directeur de la fonction affine f.

3. A l'aide des coordonnées du point A ou du point B, déterminer la valeur du nombre b.
Ecrire l'expression complète de la fonction f.

Seconde méthode :

4. Justifier que les deux nombres a et b vérifient les deux équations ci-dessous :
$-2a + b = -1 \quad ; \quad 2a + b = 2$

5. Résoudre le système d'équations :
$$\begin{cases} -2a + b = -1 \\ 2a + b = 2 \end{cases}$$
Ecrire l'expression complète de la fonction f.

Exercice I.19 (*)

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O\,;I\,;J)$.
L'unité de longueur est le centimètre.

1. Soit f une fonction affine vérifiant :
$f(4) = -2 \quad ; \quad f(0) = 6$
   a. Déterminer l'expression de la fonction f.
   b. Effectuer le tracé de la représentation graphique de la fonction f.

2. Soit g la fonction affine définie par : $g(x)=\frac{1}{2}x+1$.
   a. Construire la droite (d) représentant graphiquement la fonction g.
   b. Montrer que $C(-4\,;-1)$ appartient à (d) et placer le point C.

3. a. Résoudre par le calcul le système d'équations suivant :
$$\begin{cases} y = -2x + 6 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

CamScanner

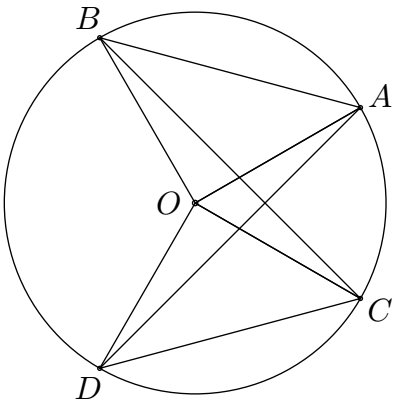
BY-NC

b. Expliquer comment on peut trouver graphiquement le résultat.

J. Les angles inscrits et au centre:

Exercice J.1 *(*)*

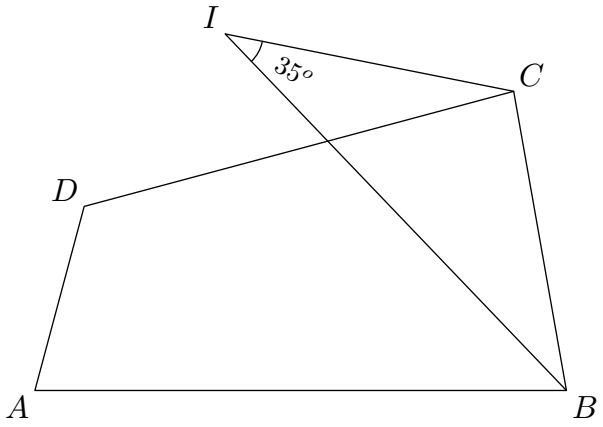
Compléter le tableau ci-dessous en indiquant quels sont les angles inscrits et en précisant alors l'arc de cercle intercepté.



Angle	$\widehat{ABC}$	$\widehat{BOD}$	$\widehat{AOD}$	$\widehat{DCB}$
Inscrit ou au centre				
Arc intercepté				

Exercice J.2 *(*)*

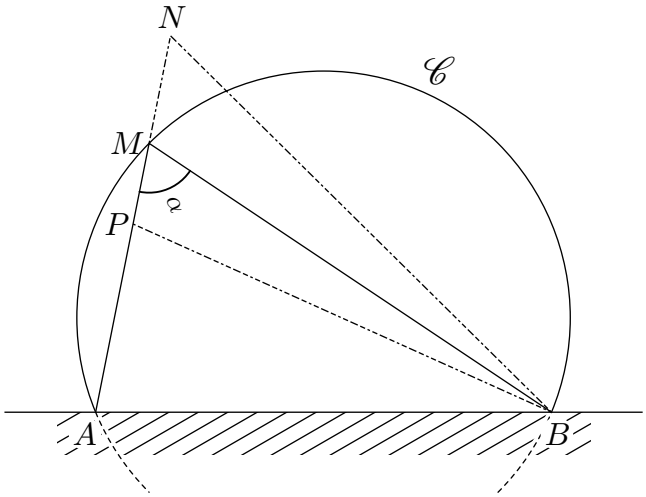
On munit le plan d'un quadrilatère $ABCD$ et d'un point I tel que $\widehat{CIB}=35^o$



1. A l'aide du compas et de la règle non-graduée, tracer le cercle circonscrit $\mathscr{C}$ au triangle BCI.
2. a. Placer le point M intersection de $[DA]$ et de $\mathscr{C}$.
   b. Mesurer l'angle $\widehat{CMB}$ au degré près.
3. a. Placer le point N intersection du segment $[AB]$ et du cercle $\mathscr{C}$.
   b. Mesurer l'angle $\widehat{CNB}$

Exercice J.3 *(*)*

Dans le plan, on considère le cercle $\mathscr{C}$; A, B, M trois points du cercle $\mathscr{C}$; on note α la valeur de la mesure $\widehat{AMB}$:

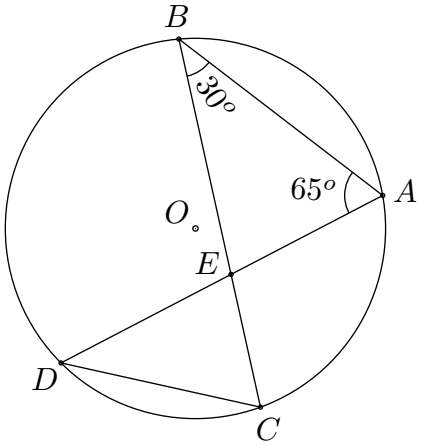


On considère tout au long de l'exercice le demi-plan non-hachuré:

1. Soit N un point de la demi-droite $[AM)$ extérieur au point $\mathscr{C}$:
   a. Etablir l'égalité: $\widehat{BNA}=\alpha-\widehat{NBM}$
   b. En déduire que pour tout point P appartenant à l'extérieur du cercle $\mathscr{C}$, on a:
   $\widehat{ANB} < \alpha$
2. a. Etablir l'égalité: $\widehat{APB}=\alpha+\widehat{MBP}$
   b. En déduire que, si P est un point intérieur au cercle $\mathscr{C}$, on a:
   $\widehat{APB} > \alpha$
3. Faire une conjecture sur l'ensemble des points Q du plan qui vérifient la relation:
   $\widehat{AQB} = \alpha$

Exercice J.4 *(*)*

Déterminer la mesure de chacun des angles du triangle EDC. Justifier votre démarche.



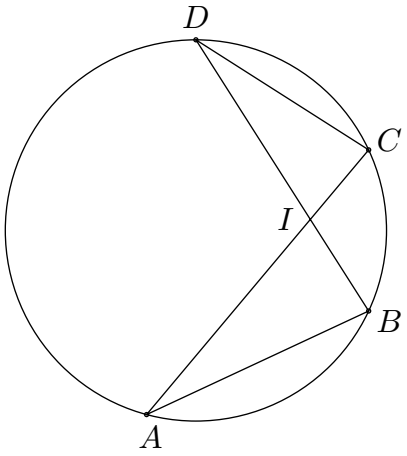
Exercice J.5 *(*)*

CamScanner

BY-NC

Dans la figure ci-contre, les points A, B, C et D appartiennent au cercle $\mathscr{C}$.

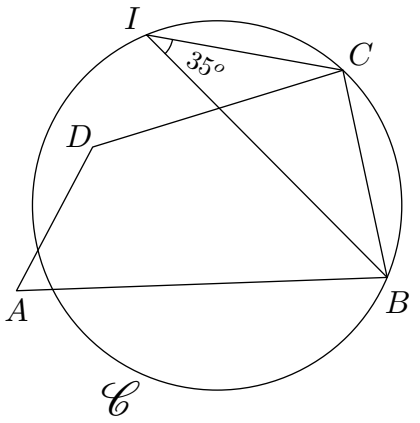
Montrer que les triangles DCM et ABM ont la mesure de leurs angles égales deux à deux.



Exercice J.6 (*)

On considère le quadrilatère $ABCD$ et le cercle $\mathscr{C}$ passant par les points B et C.
Soit I un point du cercle $\mathscr{C}$ tel que : $\widehat{CIB}=35^o$

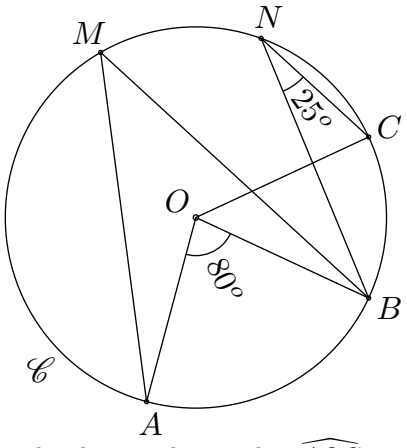
Déterminer un point M de $[DA]$ tel que : $\widehat{CMB}=35^o$.



Exercice J.7 (*)

Les points A, B, C, M et N appartiennent au cercle $\mathscr{C}$ de centre O vérifiant les mesures :
$\widehat{AOB}=80^o$; $\widehat{BNC}=25^o$

1. Calculer la mesure de $\widehat{AMB}$.
2. Calculer la mesure de chaque angle du triangle BOC.

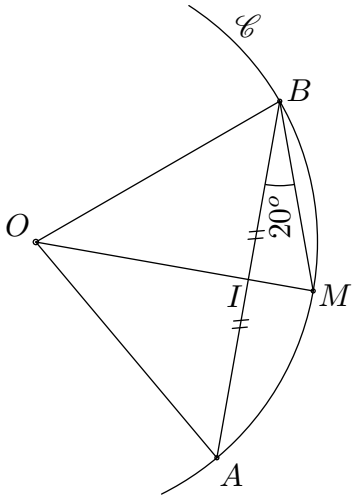


3. En déduire la mesure de chacun des angles $\widehat{AOC}$ et $\widehat{AMC}$.

Exercice J.8 (*)

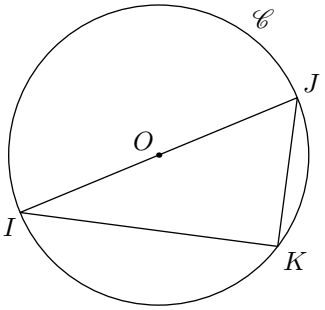
Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O. A, B, M trois points du cercle tel que $\widehat{ABM}=20^o$. Notons I le milieu du segment $[AB]$.

Calculer la valeur de l'angle $\widehat{AOB}$. Justifier.



Exercice J.9 (*)

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur ; on ne demande pas de la reproduire.
On considère un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de diamètre $8\,cm$.
I et J sont deux points diamétralement opposés. K est un point de $\mathscr{C}$ tel que $JK=4\,cm$.

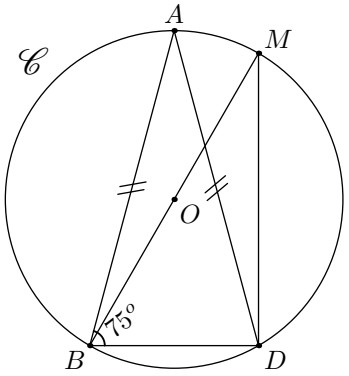


1. a. Préciser la nature du triangle OJK. Justifier.
   b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{JIK}$. Justifier votre réponse.
2. a. Préciser la nature du triangle IJK. Justifier.
   b. Donner la mesure, au millimètre près, du segment $[IK]$.
3. On appelle R le symétrique de K par rapport à la droite (IJ). Démontrer que le quadrilatère $ROKJ$ est un losange.

Exercice J.10 (*)

On considère la figure ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur. On ne demande pas de refaire la figure.

- ABD est un triangle isocèle en A tel que : $\widehat{ABD}=75^o$;
- $\mathscr{C}$ est le cercle circonscrit au triangle ABD ;
- O est le centre du cercle $\mathscr{C}$;
- $[BM]$ est un diamètre de $\mathscr{C}$.



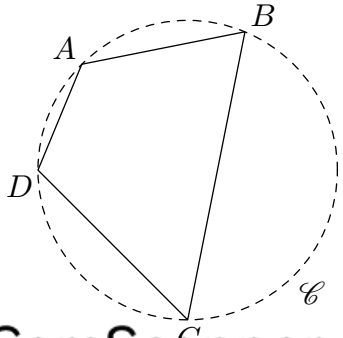
1. Quelle est la nature du triangle BMD? Justifier la réponse.
2. a. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAD}$.
   b. Citer un angle inscrit qui interceptent le même arc du cercle $\mathscr{C}$ que l'angle $\widehat{BMD}$.
   c. Justifier que l'angle $\widehat{BMD}$ mesure 30°.
3. On donne : $BD=5{,}6\,cm$; $BM=11{,}2\,cm$
   Calculer DM. On arrondira le résultat au dixième près.

Exercice J.11 (*)

On considère un quadrilatère $ABCD$ inscrit dans un cercle $\mathscr{C}$.

Démontrer que les angles opposés, dans la quadrilatère $ABCD$, sont des angles de mesures supplémentaires.

Indication : on utilisera les huits angles formés par l'intersection des diagonales du quadrilatère

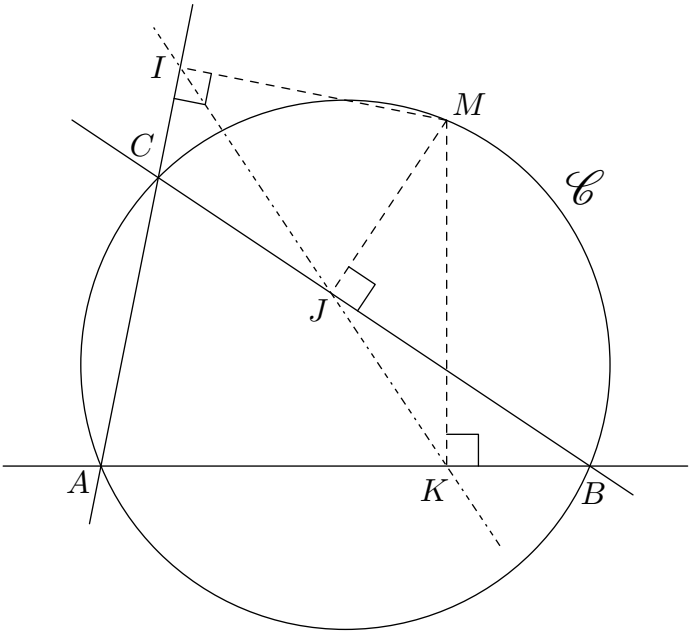


CamScanner

BY-NC

Exercice J.12 *(*)*

Dans le plan, on considère le triangle ABC quelconque et son cercle $\mathscr{C}$ circonscrit ; le point M est un point quelconque du cercle $\mathscr{C}$; on note I, J, K les projetés orthogonaux du point M respectivement sur les droites (AC), (BC), (AB).



Le but de cet exercice est de montrer que les points I, J, K sont alignés.

1. a. Etablir que les points I et J appartiennent au cercle de diamètre $[MC]$.

   b. Justifier que les angles $\widehat{IJM}$ et $\widehat{ICM}$ ont même mesure.

   c. En déduire la relation : $\widehat{ACM} = 180 - \widehat{IJM}$

2. a. Justifier que les points B, J, K, M sont cocycliques ; Préciser la nature du cercle auquel ils appartiennent.

   b. Etablir l'égalité : $\widehat{ABM} = 180 - \widehat{MJK}$
   Pour démontrer cette relation, on utilisera les diagonales du quadrilatères $JMBK$

3. Les points A, B, C, M sont cocycliques *(comme à la question 2. b.)* ; on admet la relation suivante :
   $\widehat{ABM} = 180 - \widehat{ACM}$

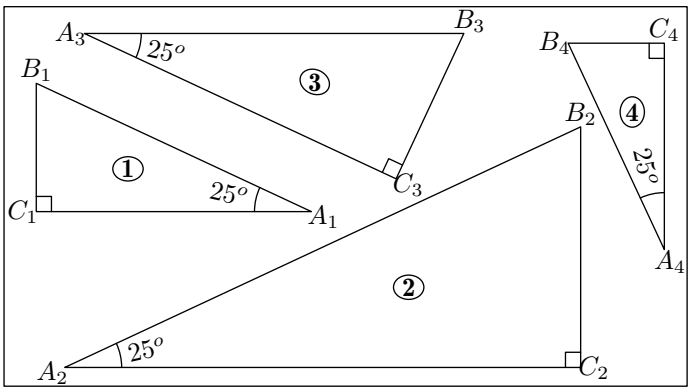
   En déduire que les points I, J, K sont alignés

La droite passant par ces trois points s'appelle la droite de Simson.

K. Le cosinus :

Exercice K.1 *(*)*

On considère les quatre triangles représentées ci-dessous sont rectangle et possèdent un angle de 25°.



1. En effectuant les mesures sur la figure ci-dessus, compléter le tableau ci-dessous en arrondissant les longueurs au millimètre près :

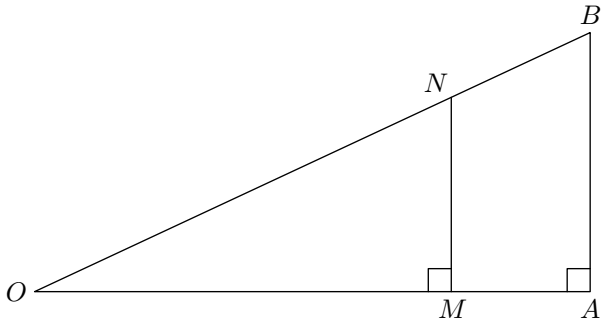
Triangle	1	2	3	4
Hypothénuse				
Côté adjacent à l'angle de 25°				

2. A l'aide de la calculatrice, donner les valeurs des quotients demandés arrondies au centième près :

Triangle	1	2	3	4
Longueur du côté adjacent à l'angle de 25° / Longueur de l'hypoténuse				

Exercice K.2 *(*)*

Soit OAB un triangle rectangle en A. On considère les points M et N appartenant respectivement aux segments $[OA]$ et $[OB]$ tels que le triangle OMN soit rectangle en M.



1. Justifier l'égalité suivante : $ON \times OA = OB \times OM$.

2. a. A l'aide de votre rapporteur, donner la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$.

   b. Effectuer les mesures, au millimètre près, sur la figure afin de compléter le tableau ci-dessous :

Segment	$[OA]$	$[OM]$	$[OB]$	$[ON]$
Longueur				

CamScanner

BY-NC

c. Donner la valeur approchée des quotients ci-dessous au millième près :

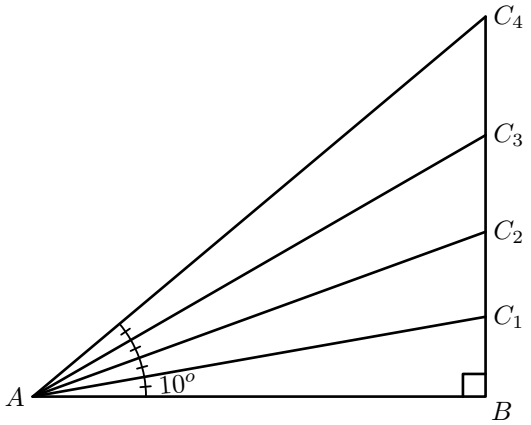
$$\frac{OM}{ON} \quad ; \quad \frac{OA}{OB}$$

3. a. Quelle conjecture peut-on faire à propos des quotients $\frac{OM}{ON}$ et $\frac{OA}{OB}$?

b. Justifier, à l'aide de la question 1. , l'égalité des deux quotients $\frac{OM}{ON}$ et $\frac{OA}{OB}$.

Exercice K.3 (*)

Soit ABC_4 un triangle rectangle en B. L'angle $\widehat{C_4AB}$ mesure 40°, il est partagé en quatre angles de même mesure à l'aide des points C_1, C_2, C_3 appartenant au segment $[BC_4]$



1. A l'aide de votre règle graduée, on donnera les mesures des longueurs arrondies au millimètre près. Les quotients de la dernière colonne seront arrondis au centième près :

i	$\widehat{BAC_i}$	AC_i	$\frac{AB}{AC_i}$
1			
2			
3			
4			

2. Compléter le tableau suivant à l'aide de la touche cos de votre calculatrice. On donnera les valeurs arrondies au millième près :

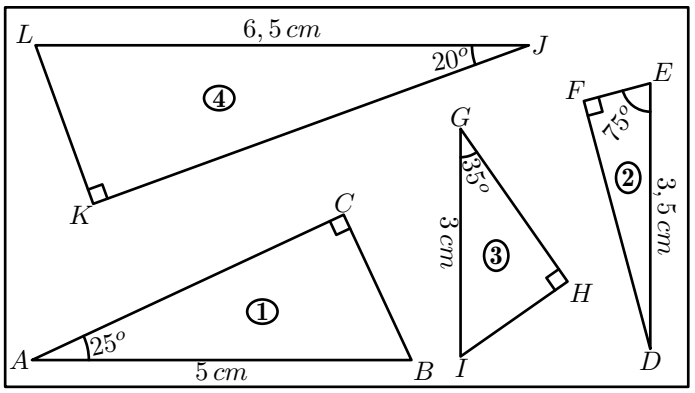
α	10°	20°	30°	40°
$\cos(\alpha)$				

Exercice K.4 (*)

Ci-dessous est donnée une partie de la table trigonométrique du cosinus.

α^o	$\cos\alpha^o$	α^o	$\cos\alpha^o$	α^o	$\cos\alpha$	α^o	$\cos\alpha^o$	α^o	$\cos\alpha^o$
0°	1	20°	0,94	40°	0,766	60°	0,5	80°	0,174
5°	0,996	25°	0,906	45°	0,707	65°	0,423	85°	0,087
10°	0,985	30°	0,866	50°	0,643	70°	0,342	90°	0
15°	0,966	35°	0,819	55°	0,574	75°	0,259		

On considère les quatre triangles représentées ci-dessous :



Déterminer la mesure des longueurs des segments suivants. On arrondira les résultats au millimètre près :

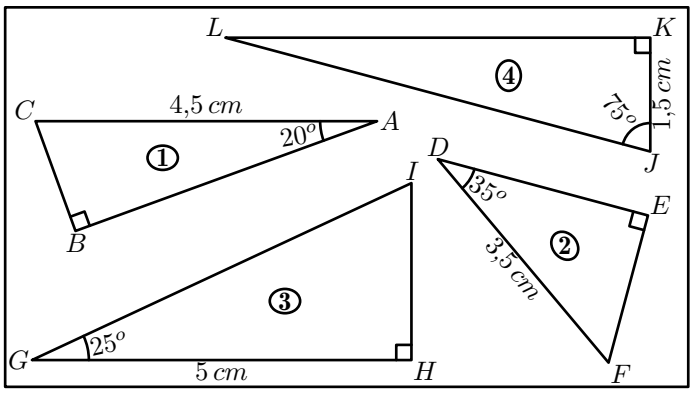
a. $[AC]$ b. $[EF]$ c. $[GH]$ d. $[KJ]$

Exercice K.5 (*)

Ci-dessous est donnée une partie de la table trigonométrique du cosinus.

α^o	$\cos\alpha^o$	α^o	$\cos\alpha^o$	α^o	$\cos\alpha$	α^o	$\cos\alpha^o$	α^o	$\cos\alpha^o$
0°	1	20°	0,94	40°	0,766	60°	0,5	80°	0,174
5°	0,996	25°	0,906	45°	0,707	65°	0,423	85°	0,087
10°	0,985	30°	0,866	50°	0,643	70°	0,342	90°	0
15°	0,966	35°	0,819	55°	0,574	75°	0,259		

On considère les quatre triangles représentées ci-dessous :



Déterminer la mesure des longueurs des segments suivants arrondie au millimètre près :

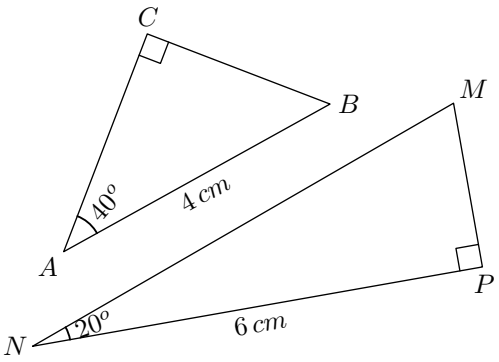
a. $[AC]$ b. $[EF]$ c. $[GH]$ d. $[KJ]$

Exercice K.6 (*)

On considère les deux triangles ABC et MNP représentés ci-dessous :

CamScanner

CC BY-NC



Déterminer les longueurs des segments suivants arrondie au millimètre :

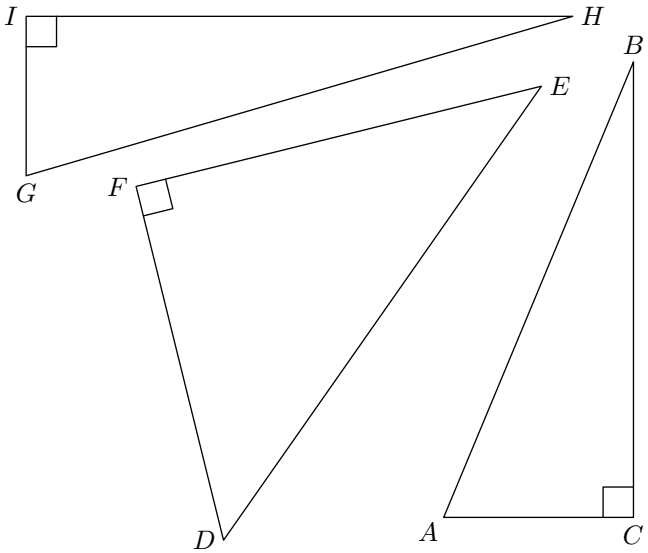
a. $[AC]$ b. $[MN]$

Exercice K.7 (*)

On rappelle certaines valeurs du cosinus dans la table de trigonométrie ci-dessous :

α	$\cos\alpha$	α	$\cos\alpha$	α	$\cos\alpha$	α	$\cos\alpha$	α	$\cos\alpha$
0	1,000	2	0,999	4	0,998	6	0,995	8	0,990
10	0,985	12	0,978	14	0,970	16	0,961	18	0,951
20	0,940	22	0,927	24	0,914	26	0,899	28	0,883
30	0,866	32	0,848	34	0,829	36	0,809	38	0,788
40	0,766	42	0,743	44	0,719	46	0,695	48	0,669
50	0,643	52	0,616	54	0,588	56	0,559	58	0,530
60	0,500	62	0,469	64	0,438	66	0,407	68	0,375
70	0,342	72	0,309	74	0,276	76	0,242	78	0,208
80	0,174	82	0,139	84	0,105	86	0,070	88	0,035

On considère les trois triangles rectangles ci-dessous :



1. a. Effectuer, sur la figure ci-dessus, les mesures suivantes :

AB	AC	BC	DE	DF	EF	GH	GI	HI

b. Pour chaque triangle, vérifier que les mesures de ses côtés vérifient la propriété de Pythagore.

2. Déterminer la valeur, arrondie au centième près, des quotients ci-dessous :

$\frac{AC}{AB}$	$\frac{BC}{AB}$	$\frac{DF}{DE}$	$\frac{EF}{DE}$	$\frac{HI}{HG}$	$\frac{GI}{HG}$

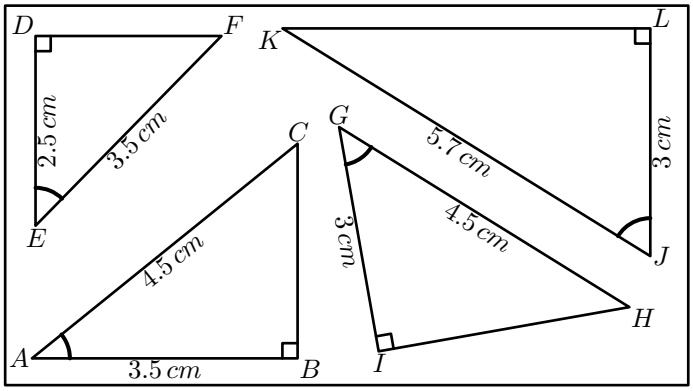
3. a. A l'aide de la table trigonométrique, donner une valeur approximative à l'unité de chacun des angles suivants :

$\widehat{BAC}$	$\widehat{ABC}$	$\widehat{FDE}$	$\widehat{FED}$	$\widehat{GHI}$	$\widehat{HGI}$

b. Pour chacun de ces triangles, vérifier que la somme de la mesure de ses angles est proche de 180°.

Exercice K.8 (*)

La figure ci-dessous représente quatre triangles ; des mesures sont portées sur celle-ci :

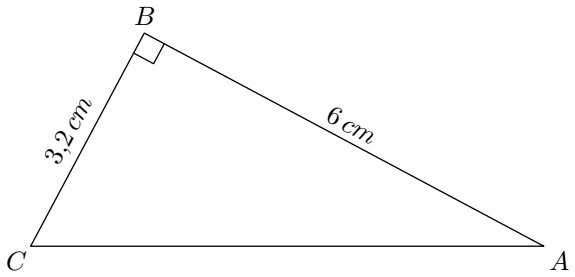


Déterminer la mesure des angles suivants arrondie au dixième de degré près :

a. $\widehat{BAC}$ b. $\widehat{DEF}$ c. $\widehat{HGI}$ d. $\widehat{LJK}$

Exercice K.9 (*)

On considère le triangle ABC rectangle en B représenté ci-dessous :



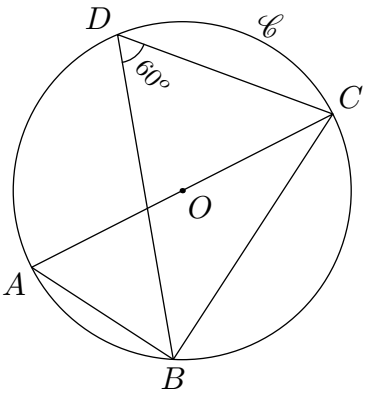
Déterminer les mesures des angles $\widehat{BCA}$ et $\widehat{CAB}$ arrondies au dixième de degré près.

Exercice K.10 (*)

CamScanner

Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O et de rayon $5\,cm$.
Les points A, O, C sont alignés.
D est un point de $\mathscr{C}$ tel que $\widehat{BDC}=60^o$.

Déterminer la mesure du segment $[BC]$ arrondie au millimètre près.

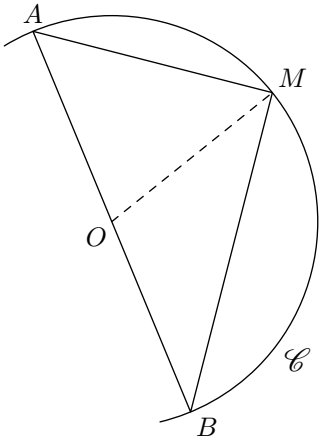


Exercice K.11 *(*)*

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur. Il n'est pas demandé de la reproduire.

$\mathscr{C}$ est un cercle de centre O et de diamètre $[AB]$ tel que $AB=6\,cm$. M est un point du cercle tel que $BM=4{,}8\,cm$.

1. Démontrer que le triangle ABM est rectangle en M.
2. Calculer la mesures de l'angle $\widehat{ABM}$, arrondie au degré.



3. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{AOM}$, arrondie au degré.

Exercice K.12 *(*)*

Démontrer, pour chacune des trois figures ci-dessous, que le triangle ABC est un triangle rectangle en utilisant les informations fournies.

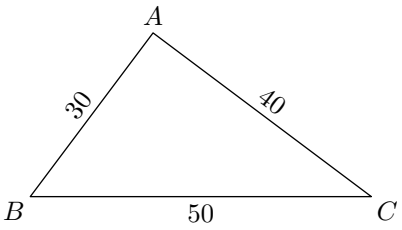


Figure n^o1

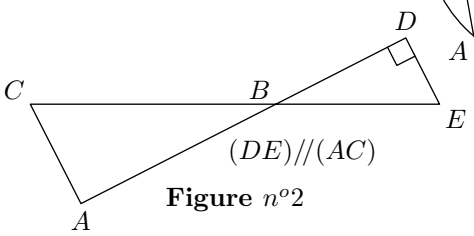


Figure n^o2

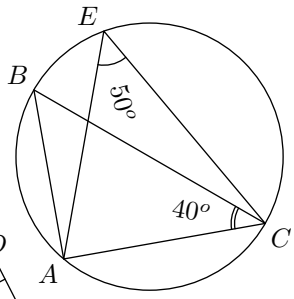


Figure n^o3

L. Inéquations:

Exercice L.1 *(*)*

Partie A

Un club multisport propose à ses utilisateurs de choisir entre les trois formules :

- Formule A : $1\,500\,F$ par séance.
- Formule B : forfait de $28\,000\,F$ par an auquel s'ajoute une participation de $800\,F$ par séance.
- Formule C : forfait de $98\,000\,F$ par an quel que soit le nombre de séances.

1. Tania décide de suivre une séance par mois pendant toute l'année.
Willy suivra une séance par semaine pendant toute l'année.
Raitua suivra deux séances par semaine pendant toute l'année

a. Recopier et compléter le tableau suivant. On ne demande aucun détail de calcul. On rappelle qu'une année comporte 52 semaines.

	Tania	Willy	Raitua
Nombre de séances pour l'année			
Prix à payer avec la formule A			
Prix à payer avec la formule B			
Prix à payer avec la formule C			

b. Quelle est la formule la plus avantageuse pour chacun?

2. On appelle x le nombre de séances suivies par une personne.
   - Soit P_A le prix à payer avec la formule A.
   - Soit P_B le prix à payer avec la formule B.

   Exprimer P_A et P_B en fonction de x.

3. Résoudre l'inéquation : $1\,500x \leqslant 28\,000+800x$

Partie B

Les tracés de cette partie seront réalisés sur une feuille de papier milliimétré.

Soit $f : x \longmapsto ax+b$ une fonction affine de droite représentative $\mathscr{D}$.
Tous les points $(x\,;$ vérifie la relation $y = ax + b$.
On dira que :

CamScanner

BY-NC

L'égalité $y=ax+b$ est l'équation de la droite $\mathscr{D}$.

Tracer un repère orthogonal $(O\,;I\,;J)$, O étant placé en bas à gauche.
On prendra les unités suivantes :

- $1\,cm$ pour 10 séances sur l'axe des abscisses ;
- $1\,cm$ pour $10\,000\,F$ sur l'axe des ordonnés.

1. Tracer dans ce repère les droites :
   - $\mathscr{D}_A$ d'équation : $y=1\,500x$;
   - $\mathscr{D}_B$ d'équation : $y=800x+28\,000$;
   - $\mathscr{D}_C$ d'équation : $y=98\,000$.

   Pour les questions suivantes, on fera apparaître les traits de construction pemettant d'y répondre. Aucun calcul n'est demandé.
2. Wanda a choisi la formule A et elle a payé $90\,000\,F$. Combien a-t-elle suivi de séances?
3. Déterminer par le calcul le nombre de séances à partir duquel il est plus avantageux de choisir la formule C.

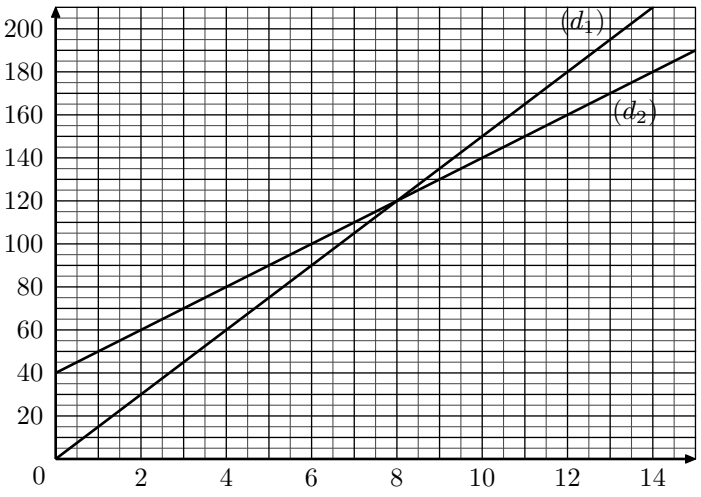
Exercice L.2 (*)

Dans un magasin, une cartouche d'encre pour imprimante coûte 15 euros. Sur un site internet, cette même cartouche coûte 10 euros, avec des frais de livraison fixes de 40 euros quel que soit le nombre de cartouches achetées.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Nombre de cartouches achetées	2	5	11	14
Prix à payer en magasin *(en euros)*				
Prix à payer par Internet *(en euros)*				

2. Le nombre de cartouches achetées est noté x.
   a. On note P_A le prix à payer pour l'achat de x cartouches en magasin.
   Exprimer P_A en fonction de x.
   b. On note P_B le prix à payer, en comptant la livraison, pour l'achat de x cartouches par Internet.
   Exprimer P_B en fonction de x.
3. Ci-dessous sont représentés deux droites (d_1) et (d_2) dans un repère orthogonal :



   Ces deux droites sont les représentations graphiques des fonctions P_A et P_B.
   a. Associer à chacune des fonctions (d_1) et (d_2) sa représentation graphqiue.
   b. Déterminer graphiquement le prix le plus avantageux pour l'achat de 10 cartouches *(laisser apparent vos traits de construction)*.
   c. Sonia dispose de 80 euros pour acheter des cartouches. Graphiquement, déterminer la formule la plus avantageuse pour Sonia? *(laisser appartent vos traits de construction)*.
4. a. Déterminer, à l'aide d'une inéquation, à partir de quel nombre de cartouches le prix sur Internet devient inférieur ou égal au prix en magasin?
   b. Justifier graphiquement le résultat précédent.

Exercice L.3 (*)

Première partie

L'association des élèves propose de fincancer le voyage de la classe de 3°1 d'un collège en vendant des tricots. Pour cela, elle propose trois formules de financement :

- formule A : $1\,000\,F$ par tricot vendu ;
- formule B : une aide forfaitaire de $20\,000\,F$ et $700\,F$ par tricot vendu ;
- formule C : une aide forfaitaire de $100\,000\,F$ quel que soit le nombre de tricots vendus.

1. a. Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre de tricots vendus	10	50	100	150	250
Formule A	10 000				
Formule B			90000		
Formule C	100 000				

   b. En s'aidant du tableau complété ci-dessus quelle est la formule qui rapporte plus d'argent à la classe si l'association vend 10 tricots? 100 tricots? 250 tricots?
2. Soit x, le nombre de tricots vendus par l'association des élèves. On appelle :
   - $P_A(x)$, le montant du financement obtenu par la classe si l'association vend x tricots avec la formule A ;
   - $P_B(x)$, le montant du financement obtenu par la classe si l'association vend x tricots avec la formule B.

   Exprimer $P_A(x)$ et $P_B(x)$, les montants de financement en fonction de x.
3. A partir de combien de tricots vendus, la formule A rapporte-t-elle plus d'argent, pour la classe de 3°1, que la formule B?

Deuxième partie

Les constructions seront réalisés sur une feuille millimétrée avec le plus grand soin.

1. Tracer un repère orthogonal $(O\,;I\,;J)$ avec O placé en bas à gauche.
   On prendra les unités suivantes :
   - $1\,cm$ pour 10 tricots vendus sur l'axe des abscisses.

CamScanner

CC BY-NC

- $1\,cm$ pour $10\,000\,F$ sur l'axe des ordonnées.

2. Dans le repère précédent, construire les représentations graphiques des fonctions f et g définies par :
$f(x) = 1\,000x$; $g(x) = 700x + 20\,000$

3. L'association des élèves a gagné $111\,000\,F$ avec la formule B.
Déterminer graphiquement le nombre de tricots vendus.
(On laissera apparents les traits de construction).

4. Retrouver le résultat de la question précédente, en résolvant une équation.

Remarque : Les différents prix sont donnés en francs polynésiens (FP). A titre indicatif, 1 euro = 119,33 FP.

Exercice L.4 (*)

Un vidéo-club propose différents tarifs pour l'emprunt de DVD :

- Tarif A : 4 € par DVD emprunté.
- Tarif B : 2,50 € par DVD emprunté, après avoir payé un abonnement de 18 €.
- Tarif C : abonnement de 70 € pour un nombre illimité de DVD.

1. Compléter le tableau suivant indiquant le prix à payer pour 5, ou 15 ou 25 DVD, aux tarifs A, B ou C.

	5 DVD	15 DVD	25 DVD
Coût au tarif A			
Coût au tarif B			
Coût au tarif C			

On note x le nombre de DVD empruntés.

2. On admet que les trois tarifs peuvent être exprimés à l'aide des fonctions suivantes :
$f : x \longmapsto 2{,}5x + 18$; $g : x \longmapsto 70$; $h : x \longmapsto 4x$

a. Associer à chaque tarif la fonction qui lui correspond.

b. Tracer dans un même repère les représentations graphiques de ces trois fonctions. On prendra en abscisse $1\,cm$ pour $2\,DVD$ et en ordonnée $1\,cm$ pour 5€.

3. a. Résoudre l'équation : $4x = 2{,}5x + 18$

b. Interpréter le résultat.

4. a. Résoudre graphiquement l'inéquations suivante :
$70 \leqslant 2{,}5x + 18$

b. Retrouver ensuite le résultat par le calcul.

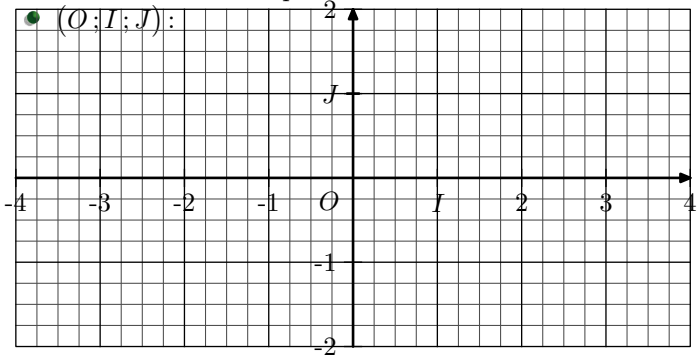
5. **Synthèse :** donner le tarif le plus intéressant selon le nombre de DVD empruntés.

M. Repérage dans le plan :

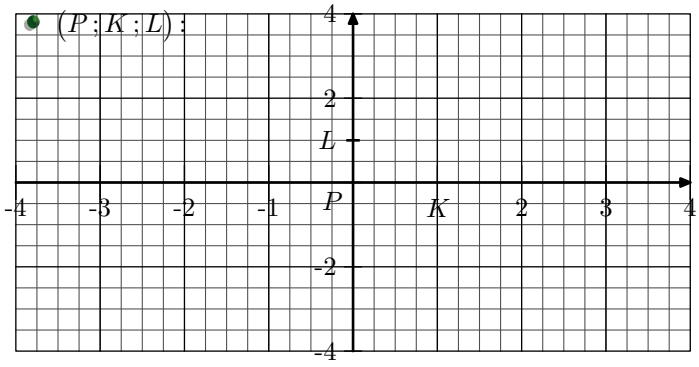
Exercice M.1 (*)

On considère les trois repères ci-dessous :

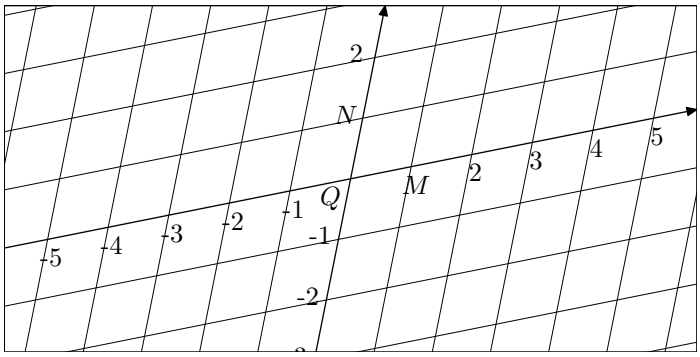
- $(O\,;I\,;J)$:



- $(P\,;K\,;L)$:



- $(Q\,;M\,;N)$:



1. Donner le nom de chacun de ces repères.

2. On considère les point A, B et C de coordonnées :
$A(3\,;-1)$; $B(0\,;-2)$; $C(2\,;2)$

a. Placer les points A, B et C dans chacun des repères.

b. Vérifier, à l'aide de l'équerre, que le triangle ABC est rectangle en A dans le repère $(O\,;I\,;J)$.

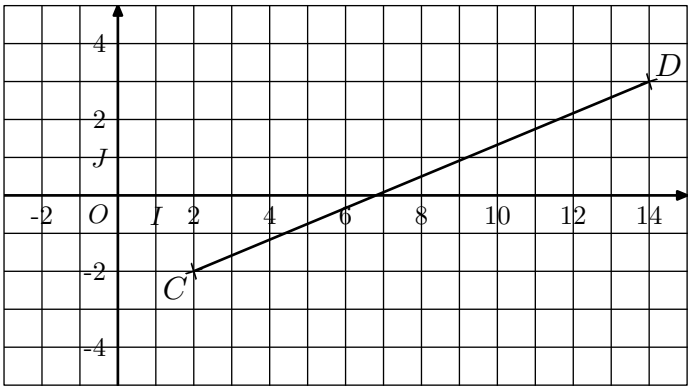
c. Quelle est la nature du triangle ABC dans les deux autres repères?

Exercice M.2 (*)

On considère le plan muni du repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé ci-dessous :

CamScanner

BY-NC



1. Le but de cette question est de déterminer la longueur du segment $[CD]$:

   a. Donner les coordonnées des points C et D.

   b. Placer le point $E(14\,;-2)$. Quelle est la nature du triangle CDE?

   c. Donner les mesures des segments $[CE]$ et $[ED]$.

   d. A l'aide du théorème de Pythagore, déterminer la longueur du segment $[CD]$.

2. Placer les points $F(-2\,;4)$ et $G(13\,;-4)$ dans le repère. Par une démarche similaire, montrer que : $FG=17$

3. Soient A et B deux points quelconques du plan de coordonnées respectives $(x_A\,;y_A)$ et $(x_B\,;y_B)$.

   Justifier que la distance AB en fonction de x_A, x_B, y_A et y_B s'exprime par :

   $$AB=\sqrt{\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2}$$

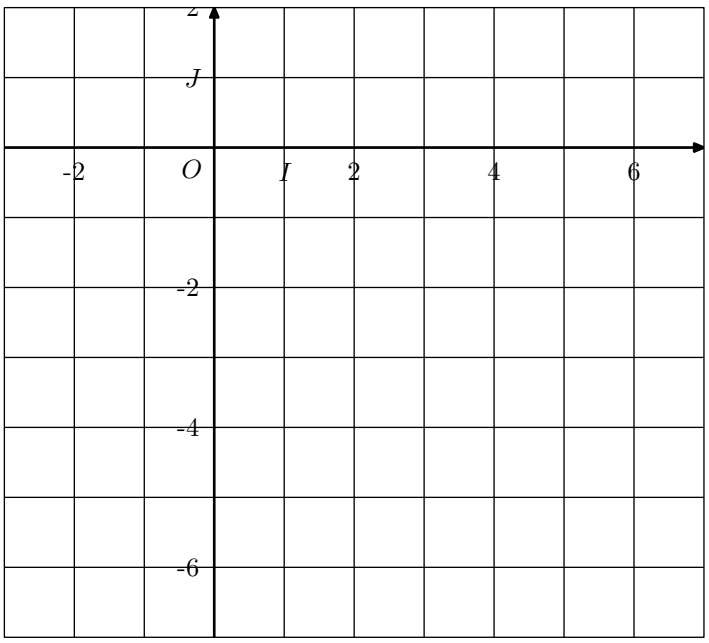
4. Utiliser la formule pour établir que : $CG=5\cdot\sqrt{5}$

Exercice M.3 *(*)*

On considère le plan munit d'un repère orthonormal $(O\,;I\,;J)$ et les quatre points A, B, C, D de coordonnées respectives :

$A(-2\,;-3)$; $B(0\,;1)$; $C(6\,;-2)$; $D(4\,;-6)$.

1. Placer ces quatre points dans le repère ci-dessous :



2. a. Déterminer les mesures exactes des quatre côtés du quadrilatère $ABCD$.

   b. Etablir que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

3. Démontrer que $ABCD$ est un rectangle.

Exercice M.4 *(*)*

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les trois points suivants :

$$A(-5\,;-4)\quad ;\quad B(3\,;-2)\quad ;\quad C\left(-\sqrt{3}-1\,;4\sqrt{3}-3\right)$$

Démontrer que le triangle ABC est équilatéral.

Exercice M.5 *(*)*

On considère le plan muni du repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormal. On considère les trois points suivants :

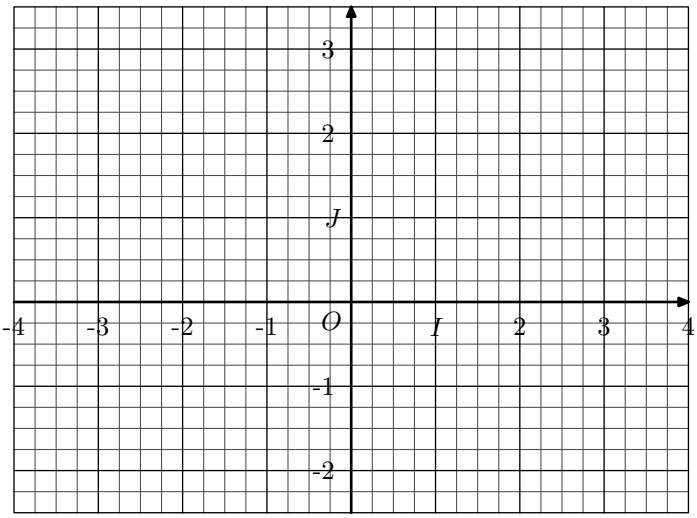
$$A\left(-\frac{5}{3}\,;1\right)\quad ;\quad B(-2\,;1)\quad ;\quad C\left(-\frac{11}{6}\,;1-\frac{\sqrt{3}}{6}\right)$$

1. Démontrer que : $AC=\frac{1}{3}$.

2. Démontrer que ABC est un triangle équilatéral.

Exercice M.6 *(*)*

Dans le plan muni du repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormal, on considère les trois points A, B et C de coordonnées :



1. Placer les poitns A, B et C dans le repère ci-dessus :
   $A(-3\,;-2)$; $B(2\,;0)$; $C(-1\,;3)$

Les questions suivantes vont permettre de déterminer les mesures des trois côtés du triangle ABC et d'en déduire la nature de ce triangle.

2. a. Placer le point D de coordonnées $(-3\,;3)$.

   b. Préciser la nature du triangle ACD.

   c. Dans le triangle ACD, déterminer la mesure de la longueur AC.

3. A l'aide du point $E(2\,;-2)$, déterminer la mesure du segment $[AB]$.

4. Déterminer la mesure du segment $[BC]$.

5. En déduire la nature du triangle ABC.

Exercice M.7 *(*)*

On munit le plan d[illegible]re orthonormal $(O\,;I\,;J)$.

CamScanner

BY-NC

1. On considère les trois points :
$A(1\,;2)$; $B(2\,;-1)$; $C(-2\,;1)$

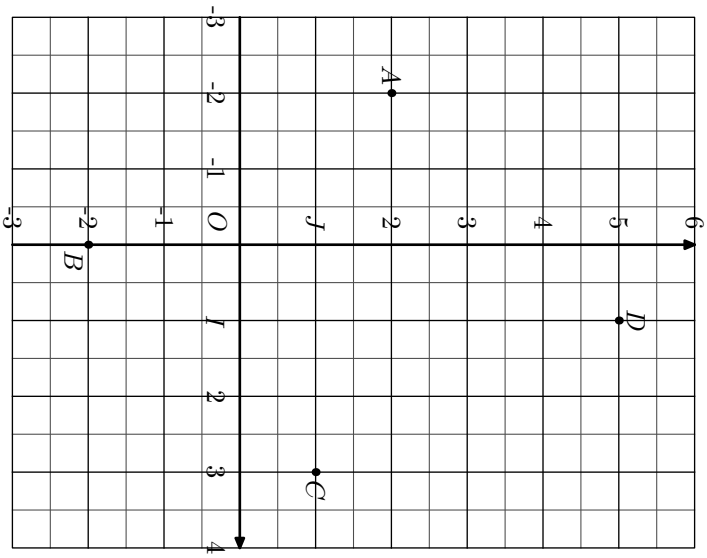
Démontrer que le triangle ABC est isocèle en A.

2. On considère les trois points suivants :
$D(-3\,;-1)$; $E(-2\,;-2)$; $F(0\,;2)$

Démontrer que le triangle DEF est rectangle en D.

Exercice M.8 (*)

On considère le plan muni du repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ et des quatre points A, B, C et D indiqués ci dessous :



1. Déterminer les coordonnées de ces points.

2. a. Soit K le milieu du segment $[AC]$, déterminer les coordonnées de K.

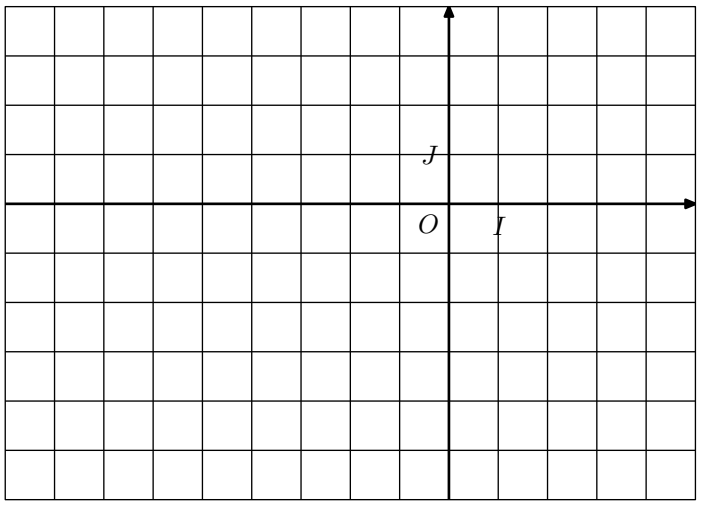
b. Soit L le milieu de $[BD]$, déterminer les coordonnées du point L.

3. En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

Exercice M.9 (*)

On considère le plan muni d'un repère orthonomal $(O\,;I\,;J)$ et les points suivants déterminés par leurs coordonnées :

$A(-4\,;1)$; $B(1\,;3)$; $C(-2\,;-3)$.



1. Placer sur le repère ci-dessus les points A, B, C.

2. Déterminer les coordonnées du point K milieu du segment $[AC]$.

3. Cherchons les coordonnées du point $D(x_D\,;y_D)$ afin que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme :

a. Justifier que les coordonnées du point D doivent vérifier les deux égalités suivantes :
$$\frac{1+x_D}{2}=-3 \quad ; \quad \frac{3+y_D}{2}=-1$$

b. Déduire des égalités suivantes les coordonnées du point D ; puis, placer ce point dans le repère.

Exercice M.10 (*)

Dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère les trois points A, B et C de coordonnées :

$A(2\,;1)$; $B(-3\,;-1)$; $C(1\,;-3)$

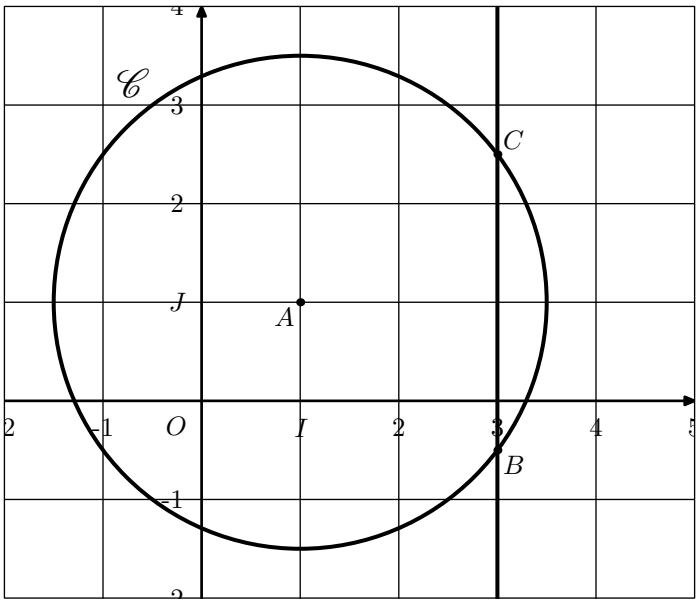
1. Déterminer la mesure de la longueur AB.

2. On note K le milieu du segment $[AC]$. Déterminer les coordonnées du point K.

3. Déterminer les coordonnées du point D tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice M.11 (*)

On munit le plan d'un repère orthonormal $\big(O\,;I\,;J\big)$.



On considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre $A(1\,;1)$ et de diamètre 5. Les points B et C sont les points d'intersection du cercle $\mathscr{C}$ avec la droite d'équation $x=3$.

1. Donner les abscisses des points C et B?

2. Justifier que l'ordonnée y_C du point C vérifie l'égalité suivante : $2^2+(1-y_C)^2=6{,}25$

3. On rappelle la propriété suivante :

> Si les carrés de nombres sont égaux alors ces deux nombres sont soit égaux, soit opposés.
>
> Qui se traduit par :
> $x^2=y^2 \quad \Longrightarrow \quad \big(x=y \quad \text{ou} \quad x=-y\big)$

En déduire les coordonnées des points C et B.

Exercice M.12 (*)

On considère le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé. On considère les tro[illegible]s :

$A(-1\,;4)$; $B(2\,;2)$; $C(0\,;-2)$

CamScanner

BY-NC

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.

2. Déterminer, au degré près, la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.

3. a. Sans justification, déterminer les coordonnées du point D diamétralement opposé au point C dans le cercle de diamètre $[AB]$.

   b. Montrer que le quadrilatère $ADBC$ est un rectangle.

Exercice M.13 *(*)*

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé.
On considère les trois points :

$A(-1\,;-2)$; $B(3\,;4)$; $C\left(2\,;1-2\sqrt{3}\right)$

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.

2. Déterminer les coordonnées du point D milieu du segment $[AB]$.

3. On considère le point E de coordonnées $(1\,;1-\sqrt{13})$.

   a. Déterminer la mesure du segment $[DE]$.

   b. Démontrer que le triangle ABE est rectangle.

4. a. Déterminer les coordonnées du point F diamétralement opposé à C dans le cercle de diamètre $[AB]$.

   b. Montrer que le quadrilatère $AFBC$ est un rectangle.

Exercice M.14 *(*)*

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ et les points :

$A(-2\,;3)$; $B(4\,;5)$; $D(-1\,;0)$

1. a. Déterminer les coordonnées de l'unique point C du plan afin que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.

   b. Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.

2. On considère les points : $E(2\,;1)$; $F(0\,;7)$

   a. Démontrer que le quadrilatère $AEBF$ est un parallélogramme.

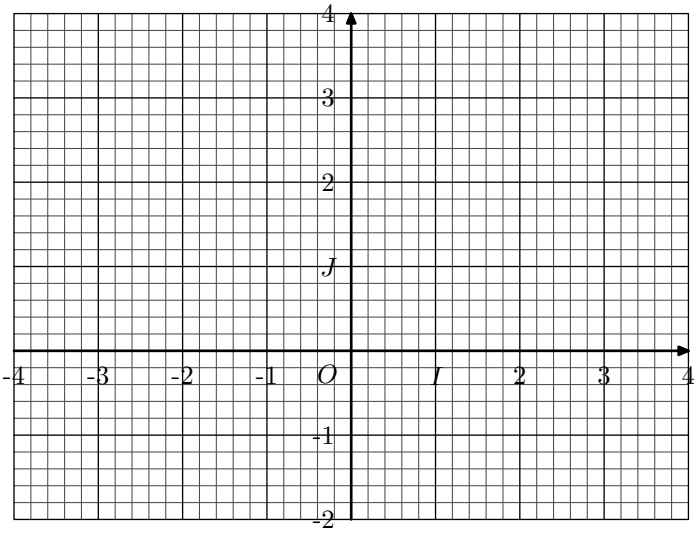
   b. Démontrer que le parallélogramme $AEBF$ est un losange.

   c. Démontrer que le losange $AEBF$ est un carré.

Exercice M.15 *(*)*

Dans le plan muni du repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère les points A et B :

$A(3\,;1)$; $B\left(\frac{3}{5}\,;-\frac{4}{5}\right)$



On considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre A et de rayon 3.

On complètera le repère au fur et à mesure des questions.

1. Justifier que le point B appartient au cercle $\mathscr{C}$.

2. Déterminer les coordonnées des points du cercle $\mathscr{C}$ ayant $\frac{6}{5}$ pour abscisse.

3. Les coordonnées du centre de gravité G d'un triangle ABC sont données par la formule :

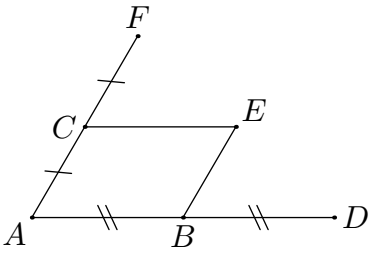
   $G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3}\,;\frac{y_A+y_B+y_C}{3}\right)$

   Déterminer les coordonnées du point C afin que le triangle ABC admettent le point J pour centre de gravité.

Exercice M.16 *(*)*

Dans le plan, on considère les points A, B, C, D et E tels que :

- C est le milieu de $[AF]$; B est le milieu de $[AD]$.
- Le quadrilatère $ABEC$ est un parallélogramme.



On mumit le plan du repère $(A\,;B\,;C)$ quelconque.

1. Dans le repère $(A\,;B\,;C)$, donner, sans justification, les coordonnées des six points de ce plan.

2. Justifier que les points E, F et D sont alignés.

Exercice M.17 *(*)*

On considère un carré $ABCD$ de côté $1\,cm$.

- Le point I est l'unique point tel que le triangle AIB soit équilatéral et soit contenu dans le carré $ABCD$;
- Le point J est l'unique point tel que le triangle BCJ soit équilatéral et soit extérieur au carré $ABCD$.

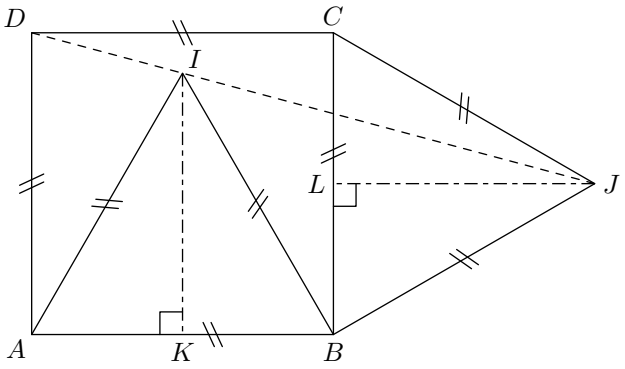
On note :

- K est le pied de la hauteur issue du sommet I dans le triangle AIB.
- L est le pied de la hauteur issue de J dans le triangle BCJ.

Voici la représentat[illegible]ette configuration :

CamScanner

BY-NC



Le but de l'exercice est de démontrer que les points D, I et J sont alignés.

On considère le plan munit du repère $(A\,;B\,;D)$.

1. Quelle est la nature du repère $(A\,;B\,;D)$?

2. a. Déterminer la longueur du segment $[KI]$.

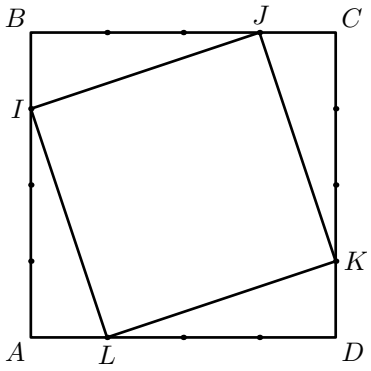
   b. Donner les coordonnées du point I dans le repère considéré.

3. En admettant que la longueur LJ mesure $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, donner les coordonnées du point J.

4. Considérons la droite (d) d'équation :
   $y = \left(\sqrt{3}-2\right)x+1$
   Montrer que les trois points D, I et J appartiennent à la droite (d).

Exercice M.18 (*)

On considère le carré $ABCD$ représenté ci-dessous :



Ses quatre côtés ont été partagés en quatre parts égales. On considère le quadrilatère $IJKL$ représenté dans la figure vérifiant :

$$BI = CJ = DK = AL = \frac{1}{4}\cdot AD$$

On considère le plan muni du repère $\left(A\,;D\,;B\right)$.

1. Donner les coordonnées des huit points de cette figure.

2. Démontrer que le quadrilatère $IJKL$ est un parallélogramme.

3. Démontrer que le parallélogramme $IJKL$ est un rectangle.

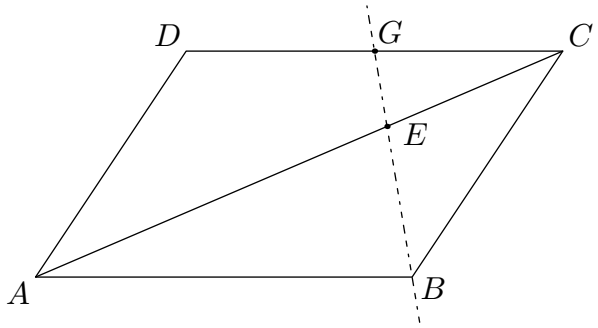
4. Démontrer que le rectangle $IJKL$ est un carré.

Exercice M.19 (*)

Soit $ABCD$ un parallélogramme. On note E le point appartenant au segment $[AC]$ vérifiant :

$$AE = \frac{2}{3}\cdot AC$$

Les droites (BE) et (CD) s'interceptent au point G.



Le plan est muni du repère $\left(A\,;B\,;C\right)$.

1. Donner, sans justification, les coordonnées des points :
   A ; B ; C ; D ; E

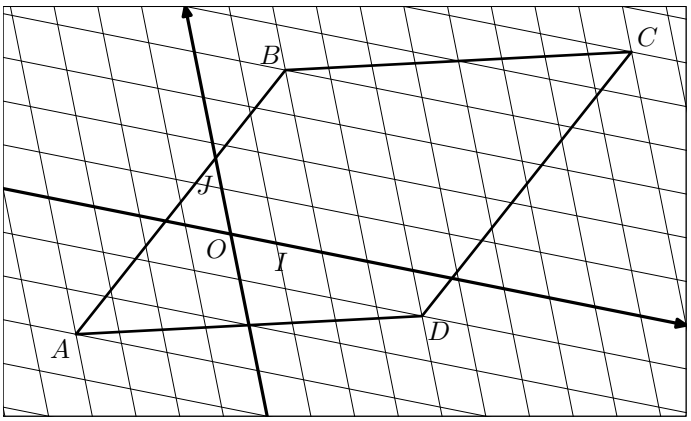
2. a. Justifier que la droite (BE) admet pour équation :
   $y = -\dfrac{2}{3}\cdot x + \dfrac{2}{3}$

   b. En déduire les coordonnées du point G.

3. Que représente le point G pour le segment $[CD]$? Justifier.

Exercice M.20 (*)

Le plan est muni d'un repère $\left(O\,;I\,;J\right)$ quelconque représenté ci-dessous. On considère les quatre points A, B, C et D :



1. Donner les coordonnées des points A, B, C et D dans le repère $\left(O\,;I\,;J\right)$.

2. Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

CamScanner

CamScanner

CamScanner

CamScanner

De nombreux exercices corrigés sur le site MaliMath

Ce livret est téléchargeable gratuitement sur le site :

http://malimath.net

IGEN Inspection Générale de l'Education Nationale
Groupe Mathématique

Ensup Bamako
École Normale Supérieure

CamScanner

Sujets du DEF préparation

+223 77278442

BaDiarra

Dramane

Exercice1 : Résous dans R les équations :

X2= 169 ; x2 – 16=0 ; x2=1,21

2x + 6= 4x – 6 + 8x ;

16x-4x-12=24x+2

$\frac{x+3}{2} - \frac{x+5}{3} = \frac{x+1}{3} + 1$; $x + 64 = 0$;

$\sqrt{x+3}$ =$\sqrt{13}$; $4x^2 - \frac{1}{4} = 0; 3x^2 = 48;$

$\sqrt{x+4}$= **2**

Exercice 2:Ecris sans radical les nombres :$\sqrt{144}$; $\sqrt{81}$; $\sqrt{324}$; $\sqrt{4900}$; $\sqrt{0{,}0064}$;

$\sqrt{(0{,}3)^2}$; $\sqrt{\sqrt{10^8}}$

Exercice 3 : Calcule les produits suivants $\sqrt{20} \times \sqrt{45}$; $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$; $\sqrt{5} \times \sqrt{125}$;

$$\sqrt{\sqrt{7}} \times \sqrt{7\sqrt{7}} \; ; \; \sqrt{2\sqrt{2}} \times \sqrt{4\sqrt{2}}$$

Exercice 4 :Ecris chacun des réels suivants sous forme $a\sqrt{b}$ **:**

$$\sqrt{12}\,;\sqrt{27} \; ; \; \sqrt{120} \; ; \; \sqrt{720} \; ; \; \sqrt{3200}$$

$$\sqrt{5^2 \times 3^2}\,;\sqrt{4^2 \times 7}$$

Exercice 5 : Ecris les nombres suivants sous la forme de produit de nombres premiers puis calcule leur racine carrée : 7056 ; 2916 ; 23716

Exercice 7 : Rends rationnels les dénominateurs des réels $\frac{3}{\sqrt{5}}$; $\frac{2}{\sqrt{3}}$; $\frac{1}{3+\sqrt{2}}$;$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{2}+4}{\sqrt{2}-\sqrt{5}}$; $\frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-1}$;

Exercice 8 :Extrais la racine carrée à 10^2 **près par défaut les nombres suivants : 1518 ; 1248601229**

Exercice 9 : On donne a =18 ; b=105 et c=17

1. **Trouve le nombre D sachant que D=**$b^2 - 4ac$
2. **Décompose en un produit de facteurs premiers le nombre naturel 9801 et en déduis** $\sqrt{9801}$

Exercice 10 :

Qui n'essaye rien n'a rien. Alors essayons l'exercice
+223 77 27 84 42

Le vrai pouvoir c'est la connaissance

Dramane Diarra

CamScanner

1) **Ecris le nombre 4356 sous la forme d'un produit de facteurs premiers. Prouve que ce nombre est un nombre naturel**

2) **Donne une écriture décimal de** $\sqrt{43{,}56}$

3) **Résous dans R l'équation** $(x-3{,}4)^2 = 4356$

Exercice 11 :

Résous graphiquement le système d'inéquation suivant : $\begin{cases} 2x+y<4 \\ x+4y>0 \end{cases}$

Exercice 12 :

On considère l'application f définie par : $f(x) = ax + b$ **où a et b sont des réels**

a) **Détermine a et b sachant que** $f(1) = 3$ *et* $f(3) = -1$

b) **Ecris alors** $f(x)$

Exercice 13 :

Dans une cour il y a des poules et des lapins. On compte 22 têtes et 54 pattes.

Trouve le nombre de poules et le nombre de lapins

Exercice 14 :

On désigne par A l'ensemble des réels $(x; y)$ **solutions de l'équation** $3x - 4y = 5$**.**

a) **Soit** $B = \{(7;4),\ (3;-3), (2;0{,}25).\}$

Trouve les couples de B qui sont élément de A ?

b) **Calcule le réel y pour que** $(\sqrt{2}; y)$ **soit élément de A.**

Exercice 15 :

Résous les systèmes suivants :

$\begin{cases} 2x+3y=1 \\ -3x+y=4 \end{cases}$; $\begin{cases} 3x-1 \leq -7(x+3) \\ 3x < 4x+3 \end{cases}$

Exercice 16 :

Deux entiers naturels distincts sont tels que :

Leur somme diminuée de 3 est égale au double du plus petits des deux nombres.

Le double de leur différence est égal au plus grand des deux nombres augmentés de 1. Trouve ces deux $nombres$

Exercice 17 : Simplifier les expressions suivantes :

A=$3\sqrt{20} + 4\sqrt{45} - 2\sqrt{80} + \sqrt{180}$

B=$3\sqrt{8a} - 5\sqrt{32a} + 7\sqrt{128a}$

C=$\sqrt{0{,}49} + \sqrt{0{,}16} + \sqrt{0{,}4}$

D=$\sqrt{32}$ **+** $3\sqrt{8}$ **-** $\sqrt{72}$ **-** **2**$\sqrt{128}$

Qui n'essaye rien n'a rien. Alors essayons l'exercice
+223 77 27 84 42

Le vrai pouvoir c'est la connaissance

Dramane Diarra

CamScanner

E=$\sqrt{180}$-$\sqrt{245}$+$\sqrt{320}$-$\sqrt{125}$

F=$\sqrt{12}-\sqrt{27}-\sqrt{48}$

G=$\sqrt{40}-\sqrt{160}+2\sqrt{250}$

H=$5\sqrt{49\times 2}+7\sqrt{64\times 2}-3\sqrt{81\times 2}$

I=$\sqrt{(ab)^2}+3\sqrt{(4ab)^2}+5\sqrt{(9ab)^2}$

J=$2\sqrt{3}-\frac{10}{4}\sqrt{3}+3\sqrt{27}$

Exercice 18 : Comparer :

$$2\sqrt{7}\ et\ 28\ ;\ 0{,}16\ et\ \frac{1}{2}\ ;\ 3\sqrt{2}\ et\ 2\sqrt{3}\ ;$$

$$-1000\ et\ -100\ ;\ \pi\ et\ 7$$

<u>Exercice 19</u> : Trouve x dans les expressions suivantes :

$\sqrt{x+\sqrt{13+\sqrt{6+\sqrt{9}}}}$ **= 5** ; $\sqrt{x+\sqrt{22+\sqrt{7+\sqrt{3+\sqrt{1}}}}}$ **= 3** ; $\sqrt{x+1}$**=6** ; $\sqrt{x-5}$ **= 4**

<u>Exercice 20</u> : Soit $A=2\sqrt{3}+5\ et\ B=2\sqrt{3}-5$

Calculer $A^2, B^2, A^2+B^2\ et\ \frac{A}{B}$

<u>Exercice 21</u> : Simplifie les expressions suivantes :

$A=2\sqrt{8}+2\sqrt{32}-3\sqrt{72}+\sqrt{128}$; **B=** $\sqrt{\frac{54}{8}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$

<u>Exercice 22</u> : Trouve le nombre naturel a dans les cas suivants :

a) $5^4\times 5^{3n}=5^{25}\ ;\ b)\ \frac{3^{12}}{9^n}=1\ \ ;\ c)\ 27^{4n}=3^{36}$

<u>Exercice 23</u> :

1) Factorise :

$$a)\ 4x^2-9\ ;\ \frac{1}{5}x^2-5$$

$$b)\ x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}$$

$$c)\ 25x^2-9-3(2-x)(5x+3)$$

2)Trouve les nombres E et F sachant que $\frac{E}{F}=\frac{7}{5}\ \ et\ \ 3E+2F=620$

<u>Exercice 24</u> : Soit une application h définie dans R par $h(x)=ax+b$**)**

Qui n'essaye rien n'a rien. Alors essayons l'exercice
+223 77 27 84 42

Le vrai pouvoir c'est la connaissance

Dramane Diarra

CamScanner

1) **Détermine les réels a et b sachant que** $h(4) = 0\ et\ h(1) = 2$
2) **Ecrit h(x) en remplaçant a et b par leurs valeurs trouvées puis fais sa représentation**

Exercice 25 : Résous et interprète graphiquement l'ensemble solution de l'inéquation $\frac{x+3}{2} + \frac{x-5}{3} \leq \frac{3}{2}$

<u>Exercice 27</u> : Trouve quatre nombre (x ; y ; z ; t) proportionnels à (-3, 10, -12, 9) et dont leur somme est -8

<u>Exercice 29</u> :

Un champ rectangulaire a un périmètre de 480m.

Calcule la longueur et la largeur de ce champ sachant que leurs mesures en mètres sont respectivement proportionnelles à 5 et 3

<u>Exercice 30</u> :

Une personne désire partager une somme entre ses quatre petits-enfants proportionnellement à leur âge 14ans, 10 ans, 6ans, 5 ans. Calculer la part de chaque enfant sachant que le premier reçoit 1680 F

<u>Exercice 31 :</u>

Trois personnes ont fondé une société et ont engagé : la première 500 000 F, la deuxième 300 000 F et la troisième 800 000 F. Elles doivent se partager un bénéfice de 199 500 F proportionnellement mises. Quelle est la part qui revient à chacune

<u>Exercice32</u> : La somme de deux nombres est 158, en ajoutant 25 à chacun d'eux l'un devient le triple de l'autre. Quelles sont ces deux nombres

<u>Exercice33</u> : On donne l'application f dans IR telle que $f(x) = ax + b$ **où a et b sont des réels.**

a) **Trouve les réels a et b sachant que** $f(\frac{5}{2})$**=2 et f(-** $\frac{1}{3}$**)= -** $\frac{11}{3}$**.**

Ecris alors f(x)

b)Résous dans R, l'inéquation $f(x) \geq -\frac{3}{4}$

c)Représente graphiquement f(x)

<u>Exercice34 :</u> Deux nombres naturels sont tels que :

a) **Leur somme diminuée de 3 est égale au double du plus petit des deux nombres**

Le double de leur différence est égal au plus grands des deux nombres augmentés de 1. Trouve ces deux nombres.

<u>Exercice35</u> : Dans le plan rapporté à un repère ($\vec{o}$ **;**$\vec{\imath}$ **;**$\vec{\jmath}$**) représente l'ensemble des solutions de chacun des systèmes suivants :**

A $\begin{cases} x + y - 1 \leq 0 \\ 2x - y \geq -1 \\ x - y \leq 0 \end{cases}$ **; B** $\begin{cases} x - y \geq 0 \\ x + y \leq -1 \\ x + 2y + 2 < 0 \end{cases}$

Qui n'essaye rien n'a rien. Alors essayons l'exercice
+223 77 27 84 42

Le vrai pouvoir c'est la connaissance

Dramane Diarra

CamScanner

Exercice36 : Fatoumata Sissoko achète 5kg de pommes et 4kg de mandarines pour un prix total 6950 f. sachant que le kg de mandarine coûte 320 f de plus que le kg de pommes. Calculer le prix d'un kg de pomme et celui d'un kg de mandarine.

Exercice37 : Le périmètre d'un champ rectangulaire est de 600m. Sa largeur vaut le quart de sa longueur.

a) **Calcule ses dimensions**
b) **Quelle serait la mesure du côté d'un champ carré ayant la même surface que ce champ rectangulaire. NB :** 12^2 **= 144**

Exercice38 : Le collège Moderne Cheick Modibo Diarra dispose 20 animaux comprenant des moutons et des poules. Le nombres de pattes de ces animaux est égal à 54. Trouve le nombre de moutons et de poules de ce collège.

Exercice39 : Trouve deux nombres entiers x et y tels que l'un soit le triple de l'autre et dont la somme est 840.

Exercice40 : Un groupe de passagers formé d'enseignants et d'élèves loue un car de 15 places faisant la liaison Bamako-Ségou. Une place coûte 2000 F pour un enseignant et 1500 F pour un élève. Au cours du départ le gestionnaire a enregistré 24 000 F de recette. Combien d'élèves et d'enseignants sont montés à bord du car ?

Exercice41 : Une école propose de partager 3120 cahiers proportionnellement aux effectifs de se trois classes du second cycle sachant que la 7ème Année 78 élèves, la 8ème Année 72 élèves et 9ème Année 90 élèves. Trouve la part de chaque classe. En déduis la part d'un élève.

Exercice 42 : Une somme est partagée entre trois personnes respectivement proportionnelles aux nombres 4, 5 et 7. Sachant que la première part vaut 16000 F, calcule :

a) **La part des autres personnes**
b) **Le montant total des parts**

Trouve trois nombres a, b, c proportionnel à 2, 3, et 7 sachant que 4a – b +5c= 12480

Exercice43 :

1) **Sachant que a + b= 1 -** $\sqrt{3}$ **et a×b=**$\sqrt{3}$ **– 2, calcule la valeur numérique des expressions suivants : K=**$a^2b + ab^2$ **; L=**$\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ **et M=**$a^2 + b^2$**. NB :** $(a+b)^2 - 2ab$
2) **On pose : X= K + M et Y=L + K**

a) **Calcule** $(X+Y)^2;\ (X-Y)^2\ puis$

X-Y et X+Y.

b) **En déduis une expression simple de X et de Y.**

Exercice44 :

1) **Trouve deux nombres a et b dont leur rapport est** $\frac{7}{14}\ et\ que$ **2a+5b=276**
2) **Les côtés a, b et c d'un triangle sont respectivement proportionnels aux nombres 7, 5 et 4. Calcule a, b et c sachant que le périmètre du triangle est 32cm.**

Qui n'essaye rien n'a rien. Alors essayons l'exercice
+223 77 27 84 42

Le vrai pouvoir c'est la connaissance

Dramane Diarra

CamScanner

Exercice45 : Un champ rectangulaire a un périmètre de 480m.

Calcule la longueur et la largeur de ce champ sachant que leurs mesures en mètres sont respectivement proportionnelles à 5et 3.

Exercice46 : Trouver quatre nombres (x, y, z, t) proportionnels à (-3, 10, -12, 9) et dont leur somme est -8

Exercice47 : Une personne désire partager une somme entre ses quatre petits-enfants proportionnellement à leur âge : 14ans, 10ans, 6ans, 5ans. Calculer la part de chaque enfant sachant que le premier reçoit 1680F.

Exercice48 : Partager une prime de 2460F entre trois personnes proportionnellement aux nombres 2, 3 et 5

Exercice49 : Trois personnes ont fondé une société et ont engagé : la première 500 000F, la deuxième 300 000F et la troisième 800 000F. Elles doivent se partager un bénéfice de 199 500F proportionnellement aux mises. Quelle est la part qui revient à chacune ?

Exercice50 : Partager 165 600F en partie inversement proportionnelle à $\frac{2}{3}; 3; \frac{1}{2}$

Exercice51 : Le rayon d'un cercle est 6cm en prenant $\pi = 3{,}14$

Complète :

Mesure de la longueur de l'arc en cm		**9,42**	
Mesure de l'arc en degrés	**50°**		**70°**

1) **Quelle est la mesure en radians puis en grade de l'arc de mesure 50°**
2) **Calcule l'aire d'un secteur circulaire de 50° de ce cercle.**

Exercice52 : Un père partage une somme de 204 000F entre ses trois enfants proportionnellement à 3, 5 et 4

Quelle est la part de chaque enfant ?

Exercice53 : Trouve trois (3) nombres a, b et C proportionnels à 2 ; 3 et 7 sachant que 4a – b + 5c= 12 480.

Détermine trois nombres a, b et c proportionnels à 3 ; 4 et 5 sachant que :

2a-3b+4c= 1400

Exercice54 : Quatre rectangle a les dimensions consignées dans le tableau suivant :

Longueur (cm)	**3,6**	**14,4**	**7,2**	**4,8**
Largeur (cm)	**2,4**	**0,6**	**1,2**	**1,8**

a) **Montre que les longueurs sont inversement proportionnelles au largeur**
b) **Compare les surfaces de ses rectangles.**

Qui n'essaye rien n'a rien. Alors essayons l'exercice
+223 77 27 84 42

Le vrai pouvoir c'est la connaissance

Dramane Diara

CamScanner

Exercice55 : L'âge d'un père est inférieur de trois (3) à la somme des âges de ses trois enfants. Tant que les âges du père et ses trois enfants sont respectivement proportionnels à 15 ; 5 ; 7 et 4. Trouve de chacun d'eux.

Exercice56 : Soit une application h définie dans $R\ par\ h(x) = ax + b.$

1-1 **Détermine les réels a et b sachant que** $h(4) = 0\ et\ h(1) = 2.$

1-2 **Ecrit h(x) en remplaçant a et b par leurs valeurs trouvées puis fais sa représentation.**

Exercice57 : Résous et interprète graphiquement l'ensemble solution de l'inéquation $\frac{x+3}{2} + \frac{x-5}{3} \leq \frac{3}{2}$

Exercice58 : Dans la cours du CAP de Sébénicoro M. Diarra dis qu'il a compté 20 véhicules (voitures et motos) dont 46 pneus. Il demande à ses élèves de calculer le nombre de voitures et de motos.

Exercice59 : On désigne par A l'ensemble des réels (x, y) solution de l'équation : 4x-3Y=5

Soit F=$\left\{(2;1);(3;2);(1;\ -3);(\frac{5}{4};0)\right\}$

Quels sont les couples de F qui sont éléments de A ?

Exercice60 : Soit f(x) une application affine définie par f(x)= ax + b

1.Détermine les réels a et sachant que f(2)= -1 et f(3)= 5. Ecris alors f(x)

2.Représente graphiquement f(x)

3.Résous dans IR, f(x)≤ 3

Exercice61 : Soit à résoudre le système suivant : $\begin{cases} 3x - 1 \leq x + 2 \\ 5x + 2 \geq 2x - 3 \end{cases}$

Exercice62 : A la fin d'une partie de chasse, un enfant demande à son père combien de pintades et de lièvres a-t-il tué. Il lui répond 12 têtes et 54 pattes.

Trouve le nombre de pintades et de lièvres tués.

Exercice63 : On désigne par A l'ensemble des réels (x ; y) solutions de l'équation $3x - 4y = 5$

a)Soit B=$\{(7;4),(3;\ -3),(2;0{,}25)\}$

Trouve les couples de B qui sont élément de A ?

b)Calcule le réel y pour que $(\sqrt{2};y)$ **soit élément de A.**

Exercice64 : Résous les systèmes suivants :

$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ -3x + y = 4 \end{cases}$; $\begin{cases} 3x - 1 \leq -7(x + 3) \\ 3x < 4x + 3 \end{cases}$

Exercice65 : Deux entiers naturels distincts sont tels que :

Leur somme diminuée de 3 est égale au

Double du plus petits des deux sommes.

Qui n'essaye rien n'a rien. Alors essayons l'exercice
+223 77 27 84 42

Le vrai pouvoir c'est la connaissance

Dramane Diarra

CamScanner

Le double de leur différence est égal au plus grands des deux nombres augmentés de 1. Trouve ces deux nombres.

Exercice66 : Rends rationnels les expressions suivantes :

$\frac{2}{\sqrt{2}}$; $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$; $\frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$;

$\frac{2}{\sqrt{3}}$; $\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-1}$; $\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+1}$; $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ **Puis en déduis**

$$\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-1}+\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+1}$$

Dramane Diarra

Pourquoi les élèves échouent leurs examens ?

20 raisons qui permet d'échouer

1. **La paresse**
2. **Procrastination et mauvaise gestion du temps**
3. **Manque de confiance à soi**

Qui n'essaye rien n'a rien. Alors essayons l'exercice

+223 77 27 84 42

Le vrai pouvoir c'est la connaissance

CamScanner

4. **Mauvaises habitudes de lecture**
5. **Manque d'intérêt**
6. **Un état d'esprit incorrect**
7. **Trop d'engagement**
8. **Fréquentation des élèves non sérieux**
9. **Manque de matériel**
10. **Mauvaise organisation**
11. **Manque de potentiel**
12. **L'incapacité d'étudier la tendance des anciens sujets**
13. **L'incapacité à lire largement**
14. **L'incapacité d'appliqué les connaissances**
15. **Ne pas suivre les instructions de l'examen**
16. **Mauvaise l'écriture**
17. **Mauvaises habitudes de dormir**
18. **Mauvaises alimentations**
19. **L'incapacité d'accomplir les taches**
20. **Compter sur les autres mauvaises pratiques**

<< Etes-vous un élève déterminer ?>>

Soyez un aujourd'hui

Dramane Diarra

Qui n'essaye rien n'a rien. Alors essayons l'exercice
+223 77 27 84 42

Le vrai pouvoir c'est la connaissance

CamScanner

Géométrie

Dramane Diarra

<u>Exercice1 :</u>

DEF est un triangle tel que :

DE= 3cm ; DF= 4cm ; EF= 5cm

1. **Démontre que ce triangle est rectangle.**
2. **Calcule : cos Ê ; sin Ê ; tan Ê**
3. **Soit H le pied de la hauteur relative à l'hypoténuse [EF]**

Calcule EH ; FH ; DH.

Exercice 2 : vérifie si les réels suivants sont des cosinus d'angles aigus :

Qui n'essaye rien n'a rien. Alors essayons l'exercice
+223 77 27 84 42

Le vrai pouvoir c'est la connaissance

CamScanner

$\frac{1}{2}$; **-1** ; **0,75** ; $\frac{1}{4}$; **3** ; $\frac{5}{4}$

Exercice 3 :

On considère un triangle IPK rectangle en I et H le pied de la hauteur issu de I

On pose IP= 4cm et IK= 3cm

a) **Construis ce triangle.**
b) **Calcule: PK; PH; KH; IH;** $\cos \hat{P}$**;sin**$\hat{P}$**; tan** $\hat{P}$

Exercice 4 :

Dans le plan rapporté à un repère cartésien (o, i, j) on donne les points E, F, G définis par: $\overrightarrow{OE}$**=** $2\vec{\imath}+\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OF}=-\vec{\jmath}$ **et** $\overrightarrow{OG} = -2\vec{\jmath}$

1) **Détermine les coordonnées des points E, F, G puis place-les dans le repère.**
2) **Calcule les coordonnées des vecteurs EF et FG.**
3) **Calcule les coordonnées du point A milieu du segment [EG].**
4) **Calcule les coordonnées du points H tel que (E, F, H, G) soit un parallélogramme.**
5) **Détermine une équation de la droite (EF).**

Exercice 5 : Dans le plan muni d'un repère orthonormé ($\vec{o}$; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$**), on considère les points A ; B ; C et D définis par :** $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{-3j}$; $\overrightarrow{OB}$**= -j - 7j ;** $\overrightarrow{OC}=\vec{\imath}+\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{5j}$

1. **Précise les coordonnées des points A ; B ; C et D puis place ces points dans le repère (** $\vec{o}$; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$ **)**
2. **Calcule les composantes des vecteurs** $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BC}$
3. **Montre que les points A ; B ; C sont alignés**
4. **Quelles sont les équations des droites (AB) et (CD) ?**
5. **Calculer les coordonnées du point N intersection des droites (AB) et (CD)**

EXERCICE 6 : Construis le triangle ABC dont les cotés mesurent : AB = 6cm ;

AC= 8cm ; BC = 10cm.

a. **ABC est-il un triangle rectangle ?**
Justifie.
b. **Calcule cos** $\hat{B}$**.**
c. **Construis le point H projeté orthogonal de A sur (BC).**
d. **Calcule BH ; AH ; HC puis tg** $\hat{C}$

Exercice 7 : Dans le plan rapporté au repère 0rthoganal (O ; i ; j) les point A ; B et C et sont définis par :

$\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{3\imath}$; $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{6\imath}+\overrightarrow{3\jmath}$; $\overrightarrow{OC}=-\frac{3}{2}\vec{\imath} - \frac{9}{2}\vec{\jmath}$

1. **Trouve les coordonnées des points A ; B et C puis place dans le repère**
2. **Calcule les coordonnées des vecteurs** $\overrightarrow{AB}$ **et** $\overrightarrow{AC}$ **et en déduis que les points A ; B et C sont aligné**
3. **a) Détermine les coordonnées du milieu M du segment [AB] puis celles du point D symétrie du point O par rapport au point M.**

c) **Dégage la nature du quadrilatère (O ; B ; D ; A).**

Qui n'essaye rien n'a rien. Alors essayons l'exercice
+223 77 27 84 42

Le vrai pouvoir c'est la connaissance

Drame Diarra

CamScanner

Ecris une équation de la droite (AM)

<u>Exercice 8</u> : Construis un triangle ABC tel que AB= 3cm ; BC= 5cm ; AC= 4cm

a. **Démontre que ce triangle est un triangle rectangle.**
b. **Trace sa hauteur AH puis calcule BH ; CH ; AH.**
c. **Calcule cos $\widehat{ABC}$**

<u>Exercice 9 :</u> Soit ABC un triangle rectangle en A. Sachant que BC= 8cm et cos $\hat{C}$= 0,8. Calcule AC

A partir du rapporteur mesure l'angle C

Calcule sa mesure en grades

<u>Exercice 10</u> : Soit ($\vec{o}$; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$) un repère du plan. Dans ce repère, on donne les points : A (2 ; -3), B (5 ; 3), C (-2 ; -4).

1) **Place ces points dans le plan.**
2) **Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BC}$**
3) **En déduis les composantes de ces mêmes vecteurs.**
4) **Trouve une équation p0ur chacune des droites (AB) ; (AC) et (BC).**

<u>Exercice 11</u> : Dans le plan rapporté à un repère cartésien ($\vec{0}$; $\vec{\imath}$;$\vec{\jmath}$) on les points A ; B ; c définis par :

$\overrightarrow{OA}$= -2$\vec{\imath}$ -3$\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OB}$= -4$\vec{\imath}$ -$\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OC}$= 2$\vec{\imath}$ + $\vec{\jmath}$

1. **Détermine les coordonnées des points A ; B ; C puis place les dans le repère**
2. **Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$**
3. **Trouve les coordonnées du point I milieu du segment [BC]**
4. **Trouve les coordonnées du point D tel que (A ; B ; C ; D) est un parallélogramme**
5. **Ecris une équation de la droite (AB) et une équation de la droite Δ passant par I et parallèle à (AC)**

<u>Exercice 12 :</u> Dans un repère cartésien ($\vec{o}$; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$), on donne les points A ; B ; C ;D définis par : $\overrightarrow{OA}$= 2$\vec{\imath}$ + 3$\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OB}$= 3$\vec{\imath}$; $\overrightarrow{OC}$=$-\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OD}$= $-2\vec{\imath} + \vec{\jmath}$

1. **Détermine les coordonnées des points A ; B ;C ;D puis place les dans ce repère**
2. **Calcule les coordonnes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ quelle est la nature du quadrilatère (A ; B ; C ;D)**
3. **Calcule les coordonnées du centre I de ce quadrilatère**
4. **Trouve une équation de la droite (BC) puis une équation de la droite parallèle à (AB) et passant par I**
5. **Quelles sont les coordonnées du point de rencontre E des droites Δ et (BC) ?**

<u>Exercice13</u> : Construis un triangle M N K tel que MN= 3cm ; MK= 4cm ; NK= 5cm

a) **Démontre la nature de ce triangle**
b) **Trace sa hauteur [MH] ; calcule NH et KH**
c) **Calcule Cos$\widehat{N}$; $Sin\widehat{N}$; $Tang\widehat{N}$**

<u>Exercice14</u> : On donne un cercle de centre O et de diamètre AB= 8cm. Sur ce cercle, construis à l'aide du rapporteur l'angle A$\hat{O}$E de 60°

Qui n'essaye rien n'a rien. Alors essayons l'exercice
+223 77 27 84 42

Dramane Diarra
CamScanner

1) **Calcule en degré la mesure des angles $A\hat{E}B$; $A\hat{B}E$; $B\hat{A}E$ en déduis la nature du triangle EAB**
2) **Démontre que le triangle OAE est un triangle équilatéral.**

<u>Exercice15</u> : Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(\vec{o};\vec{\imath};\vec{\jmath})$

1) **Place les points E et F définis par $\overrightarrow{OE}$=$-3\vec{\imath}+\vec{\jmath}$ et $\overrightarrow{OF}=\vec{\imath}+5\vec{\jmath}$**
2) **Calcule les coordonnées de milieu de [EF]**
3) **Calcule les coordonnées de H symétrique de E par rapport au point K (3 ; -3)**
4) **Vérifie que l'équation $x-y=-4$ est une équation de la droite (EF)**
5) **On donne le point L (-2 ; a). Détermine le réel a pour que le point I appartienne à la droite (EF)**
6) **Soit G le point du coordonnée (1 ;3). Démontre que les points E ; F et G sont alignés**

<u>Exercice16</u> : Construis un triangle ABC tel que AB=3cm ; BC=5cm ; AC=4cm

1) **Démontre que ce triangle est un triangle rectangle.**
2) **Soit H le pied de la hauteur issue de A. Calcule BH ; CH et AH**
3) **Calcule $Cos\hat{B}; Sin\hat{B}; \frac{Sin\hat{B}}{Cos\hat{B}}; Cot\hat{B}$**
4) **Calcule $Sin\hat{C}; Cos\hat{C}; tan\hat{C}; Cot\hat{C}$**

<u>Exercice17</u> : Soit un triangle ABC rectangle en A tel que :

AB=6cm ; AC=8cm

1) **Calcule BC**
2) **Construis le triangle ABC**
3) **Calcule $Cos\hat{B}; Cos\hat{C}$**
4) **Soit AH la hauteur issue de A. Calcule BH puis CH.**

<u>Exercice18</u> : Soit un triangle ABC rectangle en A tel que BC=4,5cm et Cos$\hat{C}=0{,}8$

1) **Calcule AC et AB puis construis ce triangle**
2) **Sachant que H est le projeté orthogonal de A sur [BC], calcule AH**
3) **On désigne par I et K les milieux respectifs de cotés [BC] et [AC]**
a) **Démontre que les droites (IK) et (AC) sont perpendiculaires**
b) **Calcule IK**
4) **Donne la nature des triangles IAB et IAC. Justifie ta réponse**

<u>Exercice19</u> : Dans le plan muni d'un repère cartésien (o ; i ; j). On donne les points A (-4 ;1) ; B (1 ; -4) ; C (8 ; 3) et D (3 ; 8)

1) **Place ces points dans le repère (o ; i ; j)**
2) **Trouve les coordonnées de I milieu de [AC] et celles de I milieu de [BD]. Que peut-on en déduis pour le quadruplet (A ; B ; C ; D) ?**
3) **Calcule les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BD}$**
4) **Détermine une équation de la droite(DC)**
5) **Le point E(-2 ; 13) appartient-il à cette droite (DC) ?**

<u>Exercice20 :</u> Soit un repère orthogonal (o ; i ; j), on donne les points A(2 ; 3) ; B(0 ;1) ; C(6 ; -1)

1) **Cherche les équations des droites (AB) et (AC)**
2) **Calcule les coordonnées du point I milieu [BC]**

Qui n'essaye rien n'a rien. Alors essayons l'exercice

+223 77 27 84 42

Dramane Diarra
CamScanner

3) **Calcule les coordonnées du point D symétrique de A par rapport à I. Quelle est la nature de quadrilatère ABCD ?**
4) **Cherche l'équation de la droite Δ parallèle à (AB) et passant par D**

<u>Exercice21</u> : Dans un repère cartésien (o ; i ; j), on donne les points A ; B ; C ; D définis par : $\overrightarrow{OA} = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath};\ \overrightarrow{OB} = 3\vec{\imath};$

$$\overrightarrow{OC} = -\vec{\imath} - 2\vec{\jmath};\ \overrightarrow{OD} = -2\vec{\imath} + \vec{\jmath}$$

1)Détermine les coordonnées des points A ; B ; C ; D puis place les dans ce repère

2)Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}\ et\ \overrightarrow{DC}$**. Quelle est la nature du quadrilatère (A ; B ; C ; D) ?**

3)Calcule les coordonnées du centre I de ce quadrilatère.

4)Trouve une équation de la droite (BC) puis une équation de la droite Δ parallèle à (AB) et passant par I.

5)Quelles sont les coordonnées du point de rencontre E des droites Δ et (BC)

Exercice22 :Dans le plan muni d'un repère orthonormé (o ; i ; j), on considère les points A ; B ; C et D définis par : $\overrightarrow{OA} = -3\vec{\jmath};\ \overrightarrow{OB} = -\vec{\imath} - 7\vec{\jmath};$

$$\overrightarrow{OC} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}\ ;\ \overrightarrow{OD} = 5\vec{\imath}$$

1) **Précise les coordonnées des points A ; B ; C ; D puis place ces points dans le repère**
2) **Calcule les composantes des vecteurs** $\overrightarrow{AB};\ \overrightarrow{AC};\ \overrightarrow{Bc}$
3) **Montre que les points A ; B ; C sont alignés.**
4) **Quelles sont les équations des droites (AB) et (CD) ?**
5) **Calcule les coordonnées du point N intersection des droites (AB) et (CD)**

<u>Exercice23</u> : Construis un cercle (C) de centre O et marque un point de A sur ce cercle.

a) **Construis l'image (c') de (C) par la translation de vecteur** $\vec{u}$ **sachant que :** $\vec{u} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA}$
b) **(C) et (C') sont sécants en M et N. Construis M' et N', images respectives de M et N par** $t_{\vec{u}}$.

Prouve que M' et N 'sont sur (C')

c) **Soit O' le centre du cercle (C'). Démontre que O'M'AN' est un losange ; que O'AM'M est un parallélogramme.**
d) **Démontre que M, O', N' sont alignés.**

<u>Exercice24</u> : Soit un triangle ABC. Construis l'image de la droite (BC) par la translation de vecteur $\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$**.**

<u>Exercice24</u> : Construis deux droites sécantes $d_1\ et\ d_2$ **et marque deux points A et B non situés sur ces droites et tels que la droite (AB) n'a ni la direction de** d_1 **ni celle de** d_2**.**

Construis l'image $d'_1\ de\ d_2$ **par la translation de vecteur**$\overrightarrow{AB}$. d'_1 **coupe** d_2 **en C.**

Qui n'essaye rien n'a rien. Alors essayons l'exercice
+223 77 27 84 42

Le vrai pouvoir c'est la connaissance

Dramane Diarra

CamScanner

Construis le point D dont l'image est C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

<u>Exercice25</u> : Construis un triangle isocèle ABC (AB=AC). Construis le symétrique D de A par rapport au milieu O de [BC]. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

<u>Exercice26</u> : Dessine un secteur angulaire $[\widehat{xoy}]$, puis marque un point I intérieur à ce secteur. Construis le parallélogramme OACB qui admet I pour centre et dont les sommets A et B sont situé respectivement sur [ox) et [oy).

<u>Exercice27</u> : Sur une droite d marque dans cet ordre quatre points A, B, C, D tels que AB=4cm, BC=2cm, CD=4cm. Du même côté de la droite d trace deux demi-droites parallèles [Ax) et [Cy). Sur [Ax) marque un point E et sur [Cy) un point F tel que AE=CF

<u>Exercice28</u> : Sur une droite d on marque dans cet ordre quatre points A, B, C, D tels que AB=4cm, BC=2cm, CD=4cm. De part et d'autre de la droite d trace deux demi-droites [Ax) et [Dy) parallèle. Sur [Ax) marque un point E et sur [Dy) un point F tel que AE=DF.

a. **Démontre que ABE et DCF sont isométrique**
b. **Quelle est l'isométrie qui transforme ABE et DCF ?**

<u>Exercice29</u> : Marque sur un cercle de centre O quatre points A, B, C, D dans cet ordre et trace le quadrilatère ABCD. Démontre que $\widehat{ABC} + \widehat{ADC}$ est un angle plat.

<u>Exercice30 :</u> Construis à la règle et au compas des secteurs angulaires mesurant en radians :

$$\frac{\pi}{4}\ ;\ \frac{\pi}{3}\ ;\ \pi\ ;\ 2\pi\ ;\ 5\pi\ ;\ \pi\ ;\ \pi$$
$$6\ ;\ 3\ ;\ 6\ ;\ 8\ ;\ 12$$

Exercice31 : Construis, à l'aide d'un rapporteur gradué en degrés, un secteur angulaire mesurant $\frac{\pi}{5}\ radians.$

<u>Exercice</u>32 : Construis, à l'aide d'un rapporteur gradué en degrés, un secteur angulaire mesurant 1,7 radian.

<u>Exercice33</u> : Donne la mesure en radians de chacun des angles suivants :

216° ; 150° ; 135°.

Exprime chacune de ces mesures à l'aide d'un produit d'une fraction simple par π

Dramane Diarra

CamScanner

Dramane Diarra a votre disposition (+223 77 27 84 42)

Dramane Diarra

Qui n’essaye rien n’a rien. Alors essayons l’exercice
+223 77 27 84 42

Le vrai pouvoir c’est la connaissance

CamScanner

RAPPELS

1. LES ENSEMBLES DE NOMBRES

$\mathbb{N}$: est l'ensemble des entiers(ou nombres) naturels.

$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$

$\mathbb{N}^* = \{1; 2; 3; \dots\}$

$\mathbb{Z}$: est l'ensemble des entiers relatifs.

$\mathbb{Z}^*$: est l'ensemble des entiers relatifs privé de 0.

$\mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; +1; +2; +3; \dots\}$

$\mathbb{Z}_+ = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$ $donc$ $\mathbb{Z}_+ = \mathbb{N}$

$\mathbb{Z}_- = \{0; -1; -2; -3; \dots\}$

$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_+ \cup \mathbb{Z}_-$

$\mathbb{D}$: est l'ensemble des décimaux relatifs.

Un décimal est un nombre qui peut s'écrire sous la forme $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{10^n}}$; $\mathbf{a} \in \mathbb{Z}$ **et** $\mathbf{n} \in \mathbb{N}$ (ou de la forme $a.10^p; a \in \mathbb{Z}\ et\ p \in \mathbb{Z}$.)

Exemple : 2,5 et $\frac{3}{4}$ sont des decimaux car :

$$\mathbf{2,5} = \frac{\mathbf{25}}{\mathbf{10}} = \frac{\mathbf{25}}{\mathbf{10^1}};$$

$$\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} = \mathbf{0,75} = \frac{\mathbf{75}}{\mathbf{100}} = \frac{\mathbf{75}}{\mathbf{10^2}}$$

$\mathbb{Q}$: est l'ensemble des nombres rationnels.

Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire sous la forme $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}$ avec $b \neq 0, a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z}$

Exemple : $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}; \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}\ et\ \frac{\mathbf{17}}{\mathbf{16}}$ sont des exemples de rationnels

2. NOMBRES OPPOSES :

Deux nombres a et b sont opposés lorsque

$\boldsymbol{a = -b}\ ou\ \boldsymbol{b = -a}\ \boldsymbol{ou\ a + (-b) = 0}$

$\boldsymbol{Exemple}$: $2\ et\ -2\ sont\ opposés$

3. NOMBRES INVERSES :

Deux nombres a et b sont inverses l'un de l'autre lorsque

$$\mathbf{ab = 1\ ou\ a = \frac{1}{b}\ ou\ b = \frac{1}{a}}$$

$\boldsymbol{Exemple}$: $\frac{7}{9}$ et $\frac{9}{7}$ sont inverses de même que -5 et $-\frac{1}{5}$

CamScanner

4. SUITE D'OPERATIONS :

Dans une suite d'opérations, on effectue d'abord dans les parenthèses puis les puissances ensuite les multiplications et enfin les additions et les soustractions.

Exemple : Calculons l'expression

$E = 5 + (3\times2^2 + 1)^2 - 2\times3^2 + 4\times5$; $E = 5 + 169 - 18 + 20$

$E = 5 + (3\times4 + 1)^2 - 2\times9 + 4\times5$; $\mathbf{E = 176}$

$E = 5 + (12 + 1)^2 - 2\times9 + 4\times5$

5. FRACTIONS

* $\mathbf{\frac{a}{b} = \frac{a\times k}{b\times k}}$ **avec** $\mathbf{b \neq 0}$ **et** $\mathbf{k \neq 0}$

Exemple : $\frac{66}{55} = \frac{6\times11}{5\times11} = \frac{6}{5}$

* $\mathbf{\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}}$; $\mathbf{\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}}$ ***avec*** $\boldsymbol{b \neq 0}$

Si les fractions n'ont pas même dénominateur, on les réduit au même dénominateur.

Exemples :

$\frac{11}{16} + \frac{15}{16} = \frac{11+15}{16} = \frac{26}{16} = \frac{13}{8}$; $\frac{13}{5} - \frac{7}{5} = \frac{13-7}{5} = \frac{6}{5}$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$; $\frac{14}{16} - 2 = \frac{14}{16} - \frac{32}{16} = -\frac{18}{16} = -\frac{9}{8}$

* $\mathbf{\frac{a}{b}\times\frac{c}{d} = \frac{a\times c}{b\times d}}$ avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$

Exemples :

$\frac{8}{9}\times\frac{15}{14} = \frac{8\times15}{9\times14} = \frac{2\times4\times3\times5}{3\times3\times2\times7} = \frac{20}{21}$; $13\times\frac{3}{8} = \frac{39}{8}$

* $\mathbf{\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b}\times\frac{d}{c}}$ ou $\mathbf{\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b}\times\frac{d}{c}}$ avec $b \neq 0, d \neq 0$ et $c \neq 0$

Exemples :

$\frac{15}{16} \div \frac{5}{8} = \frac{15}{16}\times\frac{8}{5} = \frac{3}{2}$; $\frac{\frac{8}{9}}{\frac{14}{15}} = \frac{8}{9}\times\frac{15}{14} = \frac{20}{21}$

CamScanner

6. EQUATION DU 1ER DEGRE A UNE INCONNUE

Résous dans $\mathbb{Q}$ les équations

a) $9x - 7 = 3 - 3x + 8$; b) $x + 0{,}6 = 4{,}8$;

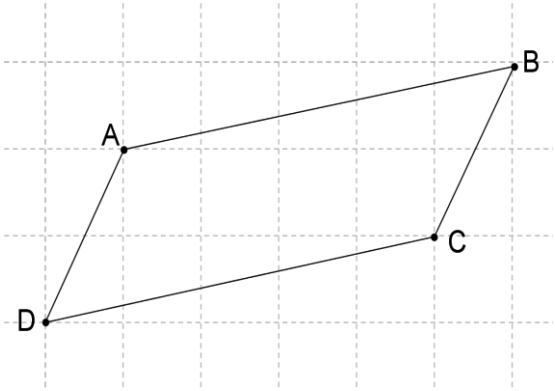
c) $2(3x - 1) - 2x = 7x + 3$;

$d)$ $\frac{6(x-5}{14} - \frac{2(-3x+8)}{7} - \frac{x-4}{2} = 1$

7. VECTEUR

7.1. Bipoints équipollents

- Un bipoint est un couple de points on le note par exemple : **(A ; B)**. A est la première composante et B la deuxième composante.
- Deux bipoints (A ; B) et (D ; C) sont équipollents lorsque les points A, B, C, D forment un parallélogramme.



7.2. Définition d'un vecteur : Un vecteur est un ensemble de bipoints équipollents. On note par exemple $\overrightarrow{AB}$ *on lit vecteur* $\overrightarrow{AB}$

- Le point **A** est **l'origine** du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
- Le point **B** est **l'extrémité** du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

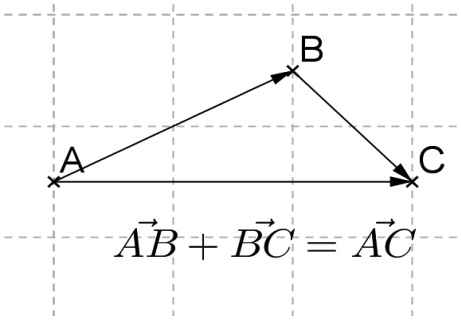
7.3. Vecteurs égaux : Deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{DC}$ sont égaux lorsqu'ils ont :

- **Même direction : (AB) // (CD) ;**
- **Même sens ;**
- **Même longueur.**

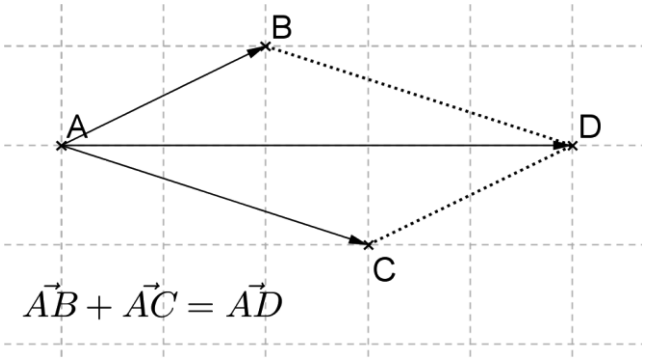
CamScanner

7.4. Somme de deux vecteurs

7.4.1. L'extrémité de l'un est l'origine de l'autre



7.4.2. Les deux vecteurs ont même origine (c'est la méthode du parallélogramme)

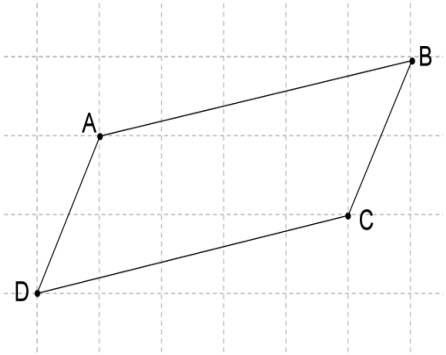


7.5. Vecteurs opposés – Vecteurs nuls

- Les vecteurs $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ et $\overrightarrow{\boldsymbol{BA}}$ ont même direction, même longueur mais de sens contraires, ils sont opposés.
  On note $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} = -\overrightarrow{\boldsymbol{BA}}$ ***ou*** $\overrightarrow{\boldsymbol{BA}} = -\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$
- Les vecteurs $\overrightarrow{\boldsymbol{AA}}$, $\overrightarrow{\boldsymbol{BB}}$, $\overrightarrow{\boldsymbol{CC}}$, …sont des **vecteurs nuls.** Ils sont représentés par un symbole unique $\vec{\boldsymbol{O}}$
  $\overrightarrow{\boldsymbol{AA}} = \overrightarrow{\boldsymbol{BB}} = \overrightarrow{\boldsymbol{CC}} = \cdots = \vec{\boldsymbol{O}}$

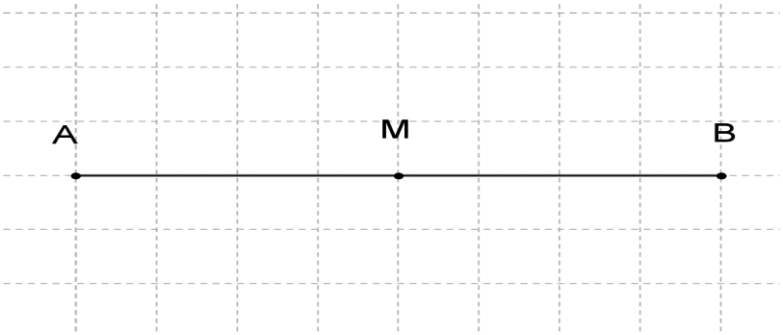
7.6. Langage vectoriel langage géométrique

- Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ alors ABCD est un parallélogramme.
- Si ABCD est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.



CamScanner

- Si $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ alors M est le milieu [AB].
  Si M est le milieu [AB] alors $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$



EXERCICES

1) Calcule et donne le résultat sous forme de fraction irréductible :

$\frac{1}{3}+\frac{2}{7}-3$; $1-3(\frac{1}{3}-1)^2$; $\frac{4}{7}-\left(\frac{2}{7}\times\frac{3}{4}\right)$; $\left(\frac{1}{3}-1\right)\div\left(-\frac{4}{9}\right)$;

$\frac{2}{3}+\frac{2}{7}\times\frac{14}{9}$; $-\frac{3}{14}+2\times\frac{1}{42}$; $\frac{1+\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}-2}$; $\frac{\frac{4}{3}-\frac{3}{2}}{1-\frac{1}{3}}$

2) *On donne*: $a=\frac{3}{5}$ *et* $b=\frac{5}{4}$.
   Calcule : a + b ; a – b ; $\frac{a}{b}$; ab^2. On donnera les résultats sous la forme d'une fraction irréductible.

3) A, B, C sont trois points non alignés.

a) Construis le point E tel que : $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC}$

b) Les égalités suivantes sont-elles vraies ?

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}\ ;\ \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC}\ ;\ \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CA}\ ;\ \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{EB}$$

4) Soit un triangle ABC.
   Construis les points D, E, F tels que :
   $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BC}$

Démontre que C est le milieu de (D, F).

CamScanner

ALGEBRE

CamScanner

Racine carrée d'un réel positif

I. CARRE D'UN NOMBRE

Le carré d'un nombre **a** est le nombre multiplié par lui-même $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{a}$.

On le note $\mathbf{a^2}$. On a : $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}^2$

N.B: Le carré d'un nombre est toujours positif.

Activité 1

Consigne : Calcule les carrés des nombres :

O ; 1 ; 2 ; -2 ; 3 ; -3 ; 1,4 ; 1,5 ; 1,41 et 1,42.

II. QUE SIGNIFIE $\sqrt{a}(a\ positif)$

Tu sais que $3^2 = 9$ alors $\sqrt{\mathbf{9}} = \mathbf{3}$ **;** on lit **"** racine carré de 9 égal à 3''

Le symbole $\sqrt{}$ est appelé radical. On dit que 9 est sous le radical.

Activité 2

Consigne :

1) Complète :

3^2=9 alors $\sqrt{\mathbf{9}} = \mathbf{3}$

0^2= alors $\sqrt{\ } =$

1^2= alors $\sqrt{\ } =$

2^2= alors $\sqrt{\ } =$

4^2= alors $\sqrt{\ } =$

5^2= alors $\sqrt{\ } =$

2) Trouve : $\sqrt{36} = \cdots$; $\sqrt{49} = \cdots$; $\sqrt{64} = \cdots$; $\sqrt{81} = \cdots$; $\sqrt{100} = \cdots$;

$\sqrt{121} = \cdots$; $\sqrt{144} = \cdots$; $\sqrt{169} = \cdots$; $\sqrt{0{,}25} = \cdots$; $\sqrt{1{,}21} = \cdots$

Définition :

Pour tout nombre a positif, $\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré est a.

Autrement dit $\sqrt{a^2} = a\ et\ \left(\sqrt{a}\right)^2 = a$

$\sqrt{a}$ n'existe jamais si a est négatif

CamScanner

Exemple: $\sqrt{-36}$ n'existe pas

$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a \text{ si } a \geq 0 \\ -a \text{ si } a \leq 0 \end{cases}$ $\quad$ ***Exemple***: $\begin{cases} \sqrt{7^2} = |7| = 7 \\ \sqrt{(-7)^2} = |-7| = 7 \end{cases}$

III. NOMBRES IRRATIONNELS

Observe la suite des carrés suivants :

$0^2 = 0$; $1^2 = 1$; $2^2 = 4$; $3^2 = 9$; $4^2 = 16$; $5^2 = 25$.

Les nombres 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 10 par exemple ne figure pas parmi les carrés. Et pourtant il existe un nombre qui multiplié par lui-même donne 2.

Ce nombre est $\sqrt{2}$.

On a :

$(1{,}4)^2 = 1{,}96$ et $(1{,}5)^2 = 2{,}25$ donc $1{,}4 < \sqrt{2} < 1{,}5$.

$(1{,}41)^2 = 1{,}9881$ et $(1{,}42)^2 = 2{,}0164$ donc $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$

Le nombre $\sqrt{2}$ existe mais sa valeur exacte n'est pas connue dans $\mathbb{Q}$. Donc $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre rationnel. Il est un nombre ***irrationnel***.

De même $2\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; $5\sqrt{3}$; π; 7π; $\sqrt{13}$; $-3\sqrt{13}$; $5\sqrt{13}$ sont des nombres irrationnels.

IV. L'ENSEMBLE $\mathbb{R}$ DES NOMBRES REELS

Définition : Les nombres rationnels et les nombres irrationnels forment un grand ensemble appelé ensemble des nombres réels et noté $\mathbb{R}$.

Retiens que : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

V. LES FORMULES FONDAMENTALES

Activité 3

Consigne 1 : Calcule

$\sqrt{9 \times 4} = \cdots$ $\qquad$ $\sqrt{9} \times \sqrt{4} = \cdots$

$\sqrt{4 \times 25} = \cdots$ $\qquad$ $\sqrt{4} \times \sqrt{25} = \cdots$

$\sqrt{81 \times 100} = \cdots$ $\qquad$ $\sqrt{81} \times \sqrt{100} = \cdots$

CamScanner

Consigne 2 : Calcule

$\sqrt{\frac{9}{4}} = \cdots$ $\qquad$ $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \cdots$

$\sqrt{\frac{36}{4}} = \cdots$ $\qquad$ $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}} = \cdots$

Propriétés : Pour tous nombres réels positifs a et b

$\sqrt{\mathbf{a} \times \mathbf{b}} = \sqrt{\mathbf{a}} \times \sqrt{\mathbf{b}}$ et $\sqrt{\mathbf{a}} \times \sqrt{\mathbf{b}} = \sqrt{\mathbf{a} \times \mathbf{b}}$

$\sqrt{\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}} = \frac{\sqrt{\mathbf{a}}}{\sqrt{\mathbf{b}}}$ et $\frac{\sqrt{\mathbf{a}}}{\sqrt{\mathbf{b}}} = \sqrt{\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}}$

Consigne 3 :

1) Ecris sous la forme $a\sqrt{b}$

$\sqrt{8};\ \sqrt{12};\ \sqrt{18};\ \sqrt{20};\ \sqrt{45};\ \sqrt{50};$

2) Simplifie :

$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}; \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}; \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}; \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}}$

VI. RESOLUTION DE L'EQUATION $x^2 = \alpha$

- Si α est positif, deux solutions :

  $\sqrt{\alpha}$ et $-\sqrt{\alpha}$ $\quad S = \{-\sqrt{\alpha}\ ; \sqrt{\alpha}\}$

- Si $\alpha = 0$, une seule solution : 0

  $s = \{0\}$

- Si α est négatif, pas de solution $s = \emptyset$

  Activité 4

  Consigne : Résous les équations suivantes dans $\mathbb{Z}$ puis $\mathbb{R}$:

  $x^2 = 9$; $x^2 = 7$; $2x^2 = 32$; $x^2 = -4$.

CamScanner

EXERCICES

1) Décompose en produit de facteurs premiers le nombre $A = 11025$ puis en déduire que la racine carré de ce nombre est un entier.

2) Calcule :

$\sqrt{49} + \sqrt{16} - \sqrt{9}$; $\sqrt{81} - \sqrt{121} + \sqrt{64}$; $2\sqrt{25} - \sqrt{81}$;

$\sqrt{1{,}21} + \sqrt{0{,}49} - \sqrt{0{,}64}$; $\sqrt{3} + \sqrt{3}$; $2\sqrt{3} + 7\sqrt{3}$;

$2\sqrt{3} - 7\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 7\sqrt{3}$; $2\sqrt{3} - 5\sqrt{2} - 7\sqrt{3} + 9\sqrt{2}$

3) Ecris sous la forme $a\sqrt{b}$:

$\sqrt{12}$; $\sqrt{18}$; $\sqrt{20}$; $\sqrt{27}$; $\sqrt{45}$; $\sqrt{48}$; $\sqrt{50}$;

$\sqrt{80}$; $\sqrt{96}$; $\sqrt{125}$; $\sqrt{180}$; $\sqrt{675}$; $\sqrt{363}$

4) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$x^2 = 25$; $x^2 - 64 = o$; $3x^2 = 48$; $x^2 = -25$;

$2x^2 - 98 = 0$; $x^2 - \frac{4}{9} = 0$ $25x^2 + 125 = 0$.

3) Démontre que : $1382976 = 2^6 \times 3^2 \times 7^4$ et en déduis :

a) La valeur exacte de $\sqrt{1382976}$

b) La valeur exacte de $\sqrt{1{,}382976}$

CamScanner

Calcul dans $\mathbb{R}$

I. RAPPELS : Pour $a \geq 0$ et $b > 0$

$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ et $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$; $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ et $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Activité 1

Consigne 1 : Simplifie

$\sqrt{8} \times \sqrt{2}$; $\sqrt{6} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}$; $\sqrt{75} \times \sqrt{3}$; $2\sqrt{5} \times (-\sqrt{45})$;

$2\sqrt{5} \times 3\sqrt{3}$; $\frac{\sqrt{63}}{2\sqrt{45}}$; $\sqrt{\frac{5}{14}} \times \sqrt{\frac{10}{7}}$

Consigne 2 : Calcule

$a = 3\sqrt{5} - 7\sqrt{5} + 12\sqrt{5}$; $b = 8\sqrt{7} - \sqrt{3} + \sqrt{7} - 5\sqrt{3}$;

$c = \sqrt{18} - \sqrt{8} - \sqrt{2}$; $d = 5\sqrt{80} - \sqrt{180} + \sqrt{20}$;

$e = 2\sqrt{3} - 5\sqrt{300} + 4\sqrt{12}$

II. DEVELOPPEMENT

- $a(b + c) = ab + ac$
- $a(b - c) = ab - ac$
- $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

Activité 2

Consigne : Développe et réduis les produits

$\sqrt{3}(5 + 2\sqrt{2})$; $\sqrt{2}(0{,}3 - \sqrt{2})$; $2\sqrt{5} + 1 - (3\sqrt{5} + 1)$;

$(5 + 2\sqrt{5})(3 - \sqrt{2})$; $(\sqrt{3} + 2)(\sqrt{5} - 1)$

III. QUOTIENT DE DEUX REELS (RENDRE RATIONNEL)

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}; \qquad \frac{a}{b\sqrt{c}} = \frac{a \times \sqrt{c}}{b\sqrt{c} \times \sqrt{c}} = \frac{a\sqrt{c}}{bc}$$

On dit que nous avons écris sans radical le dénominateur (ou rendu rationnel le dénominateur)

CamScanner

Activité 3

Consigne 1 : Ecris sans radical le dénominateur (ou rends rationnel le dénominateur) : $\frac{5}{\sqrt{3}}$; $\frac{7}{\sqrt{6}}$; $\frac{2}{3\sqrt{5}}$; $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

Consigne 2 : Calcule et simplifie : $\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{3}$; $\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{5}{25}$; $\frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{5\sqrt{6}}{2}$

IV. EXTRACTION DE LA RACINE CARREE

Exemple :

9 73 44	312
-9	$3^2 = 9$
0 73	$6\ 1 \times 1 = 61$
-61	$62\ 2 \times 2 = 1244$
12 44	
-1244	
0000	$\sqrt{\mathbf{97344}} = \mathbf{312}$

Activité 4

Consigne : Détermine de même $\sqrt{\mathbf{625}}$ ***et*** $\sqrt{\mathbf{3}}$

V. COMPARAISON DE DEUX NOMBRES IRRATIONNELS

1. En comparant leurs carrés

Si x et y sont positifs et si $x^2 < y^2$ alors $x < y$

Si x et y sont négatifs et si $x^2 < y^2$ alors $x > y$

Activité 5

Consigne 1 : Les deux nombres sont positifs

Compare $2\sqrt{3}$ *et* $3\sqrt{2}$; $5\sqrt{2}$ *et* $2\sqrt{7}$

$(2\sqrt{3})^2 = 4 \times 3 = 12$; $(3\sqrt{2})^2 = 9 \times 2 = 18$

$(2\sqrt{3})^2 < (3\sqrt{2})^2$ alors $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$

$(5\sqrt{2})^2 = 25 \times 2 = 50$; $(2\sqrt{7})^2 = 4 \times 7 = 28$

$(5\sqrt{2})^2 > (2\sqrt{7})^2$ alors $5\sqrt{2} > 2\sqrt{7}$

CamScanner

Consigne 2 : Les deux nombres sont négatifs

Compare : $-2\sqrt{3}\ et\ -3\sqrt{2}; -5\sqrt{2}\ et\ -2\sqrt{7}$

$(-2\sqrt{3})^2 < (-3\sqrt{2})^2$ alors$(-2\sqrt{3}) > (-3\sqrt{2})$

$(-5\sqrt{2})^2 > (-2\sqrt{7})^2$ alors $(-5\sqrt{2}) < (-2\sqrt{7})$

2. **En comparant leurs valeurs approchées**

Consigne 3 : On donne $\sqrt{2} = 1{,}414;\ \sqrt{3} = 1{,}732;\ \sqrt{7} = 2{,}645$

Compare $2\sqrt{3}\ et\ 3\sqrt{2}; -5\sqrt{2}\ et\ -2\sqrt{7}$

$2\sqrt{3} = 2 \times 1{,}732 =$ $\quad et\ 3\sqrt{2} = 3 \times 1{,}414 =$ $\quad alors\ 2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$

$-5\sqrt{2} = -5 \times 1{,}414 =$ $\quad et\ -2\sqrt{7} = -2 \times 2{,}645 =$

$alors\quad (-5\sqrt{2}) < (-2\sqrt{7})$

VI. FACTORISATION

Activité 6

Consigne 1 : Le facteur commun est apparent

Factorise : A = $3x^2$ - 2x et B = (x + 2)(4x – 5) + (x + 2)(5x + 1)

Rép : A = x(x – 2) et B = (x + 2)(9x – 4)

Consigne 2 : Le facteur commun est caché

Factorise : A = 3x + 6 ; B = $6x^2$ - 15x ;

C = (2x + 3)(4x – 3) - (4x + 6)(3x + 8) ;

D = (2x + 3)(x – 1) + (1 - x)

Rép : A = 3(x + 2) ; B = 3x(2x – 5) ; D = (x - 1)(2x + 2) = 2(x – 1)(x + 1)

C = (2x + 3)(-2x – 19) = -(2x + 3)(2x + 19)

CamScanner

EXERCICES

1) Simplifie(ou calcule, ou écris sous la forme $a\sqrt{b}$)

$A = \sqrt{44} - 5\sqrt{11} + \sqrt{99}$; $B = \sqrt{18} - 2\sqrt{50} + \sqrt{32}$;

$C = 8\sqrt{48} - 7\sqrt{27}$; $D = \sqrt{80} - 10\sqrt{20} + 2\sqrt{45}$;

$E = 2\sqrt{13} - 4\sqrt{117} + 9\sqrt{52}$ $F = \sqrt{80} - \sqrt{605} + 3\sqrt{245}$;

$G = 2\sqrt{48} - 5\sqrt{63} + \sqrt{700}$; $H = 5\sqrt{28} - \sqrt{63} + 2\sqrt{175}$;

$I = \sqrt{54} - 5\sqrt{96} + 3\sqrt{150}$

2) Effectue les calculs suivants sous la forme $a + b\sqrt{n}$ ou a et b sont des entiers relatifs et n un entier naturel :

$J = 2\sqrt{45} + \sqrt{225} - \sqrt{20} + \sqrt{125}$ $K = \sqrt{625} - \sqrt{28} + \sqrt{112} - 18$

$L = \sqrt{363} + 5\sqrt{3} + \sqrt{2} \times \sqrt{18} - 3\sqrt{12}$

4) Calcule :

$\sqrt{75} \times \sqrt{80}$; $3\sqrt{45} \times 2\sqrt{5}$; $4\sqrt{27} \times 2\sqrt{12}$;

$5\sqrt{72} \times 3\sqrt{50}$; $\sqrt{72} + \sqrt{128}$

5) Ecris sans radical au dénominateur ou rends rationnel :

$\frac{2}{\sqrt{7}}$; $\frac{5}{\sqrt{13}}$; $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{5}+3}{\sqrt{3}}$; $\frac{3}{2\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{5}}$

6) Simplifie :

$A = \sqrt{12 - \sqrt{12 - \sqrt{12 - \sqrt{9}}}}$; $B = \sqrt{5 \times \sqrt{5 \times \sqrt{5 \times \sqrt{5^2}}}}$

$C = \sqrt{5 \times \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2^2}}}}$; $D = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{9}}}}$;

$E = \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{3 + \sqrt{1}}}}$

CamScanner

7) Trouve x pour que $\sqrt{x+\sqrt{13+\sqrt{7+\sqrt{3+\sqrt{1}}}}}=5$

8) Range dans l'ordre décroissant les nombres réels suivants en comparant leurs carrés : $2\sqrt{5}$; $5\sqrt{2}$; $3\sqrt{3}$; $2\sqrt{6}$; 5

9) Résous dans R l'équation : $x\sqrt{3}-\sqrt{27}=0$ et montre que la solution trouvée est un entier naturel.

10) Développe et réduis

a = (5x – 4)(x + 3) ; b = (x + 7)(4-5x) ; c = -2(2x + 5)(x – 3)

d = 3x(x – 4)(7x – 1) ; e = (x + 5)(x – 3) + (2 – x)(3x – 2) ;

f = (3x + 2)(3x + 1) – (3x -1)(3x + 1)

g = (2x + 3)(3x – 2) – (x + 1) – (x + 1)(x – 1) + 3(x – 2)(2 – x)

11) Factorise

A = 21 – 7x ; B = 48 + 8a ; C = 35x – 7a + 42

D = (x + 2)(x – 3) + (x + 2)(2x – 1) ;

E = (2y – 3)(4x – 1) + 2x(2y -3) ;

F = 5(x – 2)(x + 3) + 4(2 – x)(x + 1) ;

G = 4x – 12 – 7(x – 3)

CamScanner

Puissances d'un nombre réel

I. DEFINITION :

Soit a un réel non nul et n un entier naturel :

$a \times a \times \ldots \times a$ (n facteurs) $= a^n$ se lit ''a puissance n''.

$\boldsymbol{Dans\ a^n,} \begin{cases} \boldsymbol{n\ est\ l'exposant} \\ \boldsymbol{a\ est\ la\ base} \end{cases}$

L'exposant indique le nombre de facteurs.

Remarque :

$a \times a = a^2$ se lit '' a puissance 2 '' ou '' a au carré''

$a \times a \times a = a^3$ se lit ''a puissance 3'' ou '' a au cube''.

Pour tout réel non nul a :

$a^0 = 1$ et $a^1 = a$; $a^n \neq a \times n$; $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$ Exemple : $\frac{1}{2^5} = 2^{-5}$

Activité 1

Consigne 1 : Ecris sous forme d'une puissance

$2 \times 2 \times 2 = \cdots$.; $(-3).(-3).(-3).(-3) = \cdots$.

$\pi.\pi.\pi.\pi.\pi = \cdots$; $\sqrt{3}.\sqrt{3}.\sqrt{3}.\sqrt{3}. = \cdots$

$49 = \ldots$; $1000 = \ldots$; $3\sqrt{3} = \ldots$

Consigne 2 : Calcule puis complète avec $=$ ou $\neq$

$15^2 = \ldots$ et $15 \times 2 = \ldots$ alors $15^2 \ldots 15 \times 2$;

$(-3)^4 = \cdots$ et $(-3) \times 4 = \cdots$ $alors$ $(-3)^4 \ldots (-3) \times 4$.

II. SIGNE DE a^n

Activité 2

Consigne : Calcule : $(-1)^1 = \cdots$; $(-1)^2 = \cdots$; $(-1)^3 = \cdots$; $(-1)^4 = \cdots$;

$(-1)^5 = \cdots$; $(-1)^6 = \cdots$; $(-1)^7 = \cdots$; $(-1)^8 = \cdots$

Tous les nombres négatifs se comportent de cette manière.

Signe de a^n : Si a est un réel négatif :

- a^n est positif lorsque n est pair
- a^n est négatif si n est impair.

CamScanner

III. PROPRIETE DES PUISSANCES

- Produit de puissances d'un même nombre

  $\boldsymbol{a^n . a^p = a^{n+p}}$ *avec* $\boldsymbol{a \neq 0, n \in \mathbb{Z}}$ *et* $\boldsymbol{p \in \mathbb{Z}}$

Exemple : $2^3 . 2^4 = 2^7$

- Puissance d'une puissance

  $\boldsymbol{(a^n)^p = a^{n.p}}$ $Exemple: (2^3)^4 = 2^{12}$

- Quotient de deux puissances d'un même nombre

  $\boldsymbol{\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}}$ $Exemple:$ $\boldsymbol{\frac{2^3}{2^4} = 2^{3-4} = 2^{-1}}$

- Puissance d'un produit : $\boldsymbol{(a.b)^n = a^n . b^n}$

Exemple : $(3x)^2 = 3^2 . x^2 = 9x^2$; $\left(2\sqrt{3}\right)^2 = 4 \times 3 = 12$

- Puissance d'un quotient $\boldsymbol{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$ **Exemple :** $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}$

- $\boldsymbol{\left(\sqrt{a}\right)^3 = a\sqrt{a}}$ **D'une manière générale :** Pour tout réel a positif

$\sqrt{a^n} = a^{\frac{n}{2}}$ lorsque n est pair

$\sqrt{a^n} = a^{\frac{n-1}{2}}\sqrt{a}$ lorsque n est impair

Exemple

$\sqrt{2^6} = 2^{\frac{6}{2}} = 2^3$ car 6 est pair

$\sqrt{2^7} = 2^{\frac{7-1}{2}}\sqrt{2} = 2^3\sqrt{2}$ car 7 est impair

- $\boldsymbol{a^n = a^p}$ $\boldsymbol{lorsque\ n = p}$ $\boldsymbol{et\ a^n = b^n}$ $\boldsymbol{lorsque\ a = b}$

Exemple : $5^a = 5^2$ alors a = 2

Activité 3

Consigne 1 : Ecris sous la forme d'une seule puissance d'un nombre réel

$(-7)^4$; $(-7)^6$; $\left(\sqrt{3}\right)^5 \times \left(\sqrt{3}\right)^3 \times \left(\sqrt{3}\right)$; $\left(\frac{-1}{3}\right)^2 . \left(\frac{-1}{3}\right)^4 . \left(\frac{-3}{3}\right)$;

$(x^3)^7$; $\left[\left(\frac{-7}{9}\right)^5\right]^7$; $\left[\left(\sqrt{2}\right)^3\right]^2 . \left[\left(\sqrt{2}\right)^4\right]^3$.

CamScanner

Consigne 2 : Remplace les points par les nombres qui conviennent

$$\frac{x^9.y^{12}}{27m^6} = \left[\frac{x^{\cdots}y^{\cdots}}{\ldots m^{\cdots}}\right]^3$$

Consigne 3 :

Trouve x dans les cas suivants : $2^x.2^3 = 2^7$; $(a^3)^x = a^{12}$

Consigne 4 : Calcule $A = 2x^2 - 3x + 2$ pour $x = 3$ puis pour $x = \sqrt{2}$.

CamScanner

EXERCICES

1) Effectue

   $(-2)^3$; -2^3 ; $\left(\sqrt{2}\right)^3$; $(-10)^5$; $(-1)^{13}$; $(-1)^{26}$; $(+1)^{15}$

2) Indique si les nombres suivants appartiennent à $\mathbb{R}^+$ *ou* $\mathbb{R}^-$

   $(-2)^5$; $(-5)^{13}$; $(-0{,}04)^{26}$; $(+1)^{14}$; $(-5185)^{5012}$; $(-64)^{1793}$; $(-1)^{26}$

3) Ecris sous la forme d'une seule puissance d'un nombre réel

   $(-3)^4\times(-3)^7$; $4^{11}\times4^{13}$; $\left[\left(\sqrt{5}\right)^4\right]^5$; $(7^3)^2$; $(-2)^2\times[(-2)^3]^2$; $8^7\times5^7$;

   $[(-3)\times4]^2$; $(-5)\times[(-5)^3]^2$

4) Trouve le naturel x tel que

a) $3^2\times3^x = 3^7$; $(-5)^3\times(-5)^4\times(-5)^x = (-5)^{13}$

b) $[(-7)^x]^2 = (-7)^{10}$; $(-4)^4\times[(-4)^3]^x = (-4)^{13}$

c) $\frac{7^x}{7^7} = 7^2$; $\frac{3^x}{3^4} = 1$; $2^x \times 2^{-5} = 1$

d) $x^3 = 5^3$; $(x^2)^4 = (3^4)^2$

5) Soient a et b deux réels non nuls, on donne

   $A = ab^2 \times \left(\frac{1}{b}\right)^4$ *et* $B = a^2\left(\frac{b}{a}\right)^3 \times \frac{1}{b^2}$

a) Donne une écriture simplifiée de A et de B.

b) Calcule la valeur numérique de AxB et de $\frac{A}{B}$ pour

   $a = 4.10^{-3}$ et $b = 2.10^{-2}$

6) Complète le tableau numérique ci- dessous :

x	-0,3	0,025	0,25	0,275	0,3	1,6	2	0,35
x^2	0,09					2,56		
x^3				0,020796875			8	0,042875

On donne : $A = x^2 + 0{,}5x - 0{,}075$ et $P = x^3 - 1{,}55x^2 + 0{,}155x + 0{,}12$.

Calcule A et P pour : $x = 0{,}025$; $x = -0{,}3$; $x = 1{,}6$; $x = 0{,}25$; $x = 0{,}3$

CamScanner

Produits remarquables

I. IDENTITES REMARQUABLES ET DEVELOPPEMENT

Pour tous nombres réels a et b, on développe :

$(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})^2 = \boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{2ab} + \boldsymbol{b}^2$

$(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})^2 = \boldsymbol{a}^2 - \boldsymbol{2ab} + \boldsymbol{b}^2$

$(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}) = \boldsymbol{a}^2 - \boldsymbol{b}^2$

Activité 1

Consigne 1 : Développe et réduis

$(3x + 2)^2 = \cdots ; \left(\frac{1}{3}x + 4\right)^2 = \cdots$

$\left(\sqrt{3} + 5\right)^2 = \cdots ; \left(a\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)^2 = \cdots$

Consigne 2 : Développe et réduis

$(2x - 3)^2 = \cdots ; \left(\frac{3}{2}x - \frac{5}{7}\right)^2 = \cdots$

$\left(1 - \sqrt{2}\right)^2 = \cdots ; \left(a\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)^2 = \cdots$

Consigne 3 : Développe et réduis

$(4x + 5)(4x - 5) = \cdots ; \left(a\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)\left(a\sqrt{3} + \sqrt{2}\right) = \cdots ;$

$\left(\sqrt{2} - x\right)\left(\sqrt{2} + x\right) = \cdots ; \left(\frac{1}{3}x + 2\right)\left(\frac{1}{3}x - 2\right) = \cdots$

II. IDENTITES REMARQUABLES ET FACTORISATION

Pour tous nombres réels a et b, on factorise :

$\boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{2ab} + \boldsymbol{b}^2 = (\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})^2$

$\boldsymbol{a}^2 - \boldsymbol{2ab} + \boldsymbol{b}^2 = (\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})^2$

$\boldsymbol{a}^2 - \boldsymbol{b}^2 = (\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})$

Activité 2

Consigne 1 : Factorise les expressions suivantes

$25x^2+30x+9= \ldots ; x^2+2x+1=\ldots ; x^2- 8x+16=\ldots ; 2 - x^2 =\ldots$

$9x^2- 24x + 16= \ldots ; 16x^2 - 25= \ldots ; x^2 - \frac{1}{9}=\ldots ;(x - 1)^2 - 4 =\ldots$

CamScanner

Consigne 2 : Ecris sous forme de produit de facteurs les expressions suivantes :

A= $(2x-5)^2$ - $(3x-5)(2x+1)$

B= x^2+ - 9 + $(2x+5)(x+3)$

C= $(2x-3)^2$ - $(x+2)^2$

III. RENDRE RATIONNEL LE DENOMINATEUR D'UN QUOTIENT

a + b et **a – b** sont deux **expressions conjuguées** l'une de l'autre. Leur produit, $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}) = \boldsymbol{a}^2 - \boldsymbol{b}^2$ est en général un rationnel.

Pour rendre rationnel le dénominateur d'un quotient, on multiplie le numérateur et le dénominateur par l'expression conjuguée du dénominateur.

Exemple : Dans $\frac{5}{\sqrt{3}-1}$

$\sqrt{3}-1$ est le dénominateur, son expression conjuguée est $\sqrt{3}+1$ donc :

$$\frac{5}{\sqrt{3}-1} = \frac{5(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{5(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3})^2-1^2} = \frac{5(\sqrt{3}+1)}{3-1} = \frac{5(\sqrt{3}+1)}{2}$$

Activité 3

Consigne 1 : Rends rationnel le dénominateur :

$$\frac{3}{\sqrt{5}-2}; \frac{3\sqrt{2}}{3+\sqrt{3}}$$

Consigne 2 : Effectue

$$\mathbf{A} = \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{5}}-\mathbf{1}} + \frac{\mathbf{3}}{\sqrt{\mathbf{5}}+\mathbf{1}}$$

CamScanner

EXERCICES

1) Développe et réduis

$a = (7x + 3)^2$; $b = \left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{4}\right)^2$; $c = \left(\sqrt{5} + 4\right)^2$; $d = (5x - 3)^2$;

$e = \left(\frac{7}{2} - \frac{2}{3}x\right)^2$; $g = (7x - 4)(7x + 4)$;

$h\left(\frac{3}{5} - \frac{2}{3}x\right)\left(\frac{3}{5} + \frac{2}{3}x\right)$; $i = \left(2\sqrt{3} + 7\right)\left(2\sqrt{3} - 7\right)$;

$j = (x + 3)^2 - (x - 4)(x + 4) + (4x - 3)^2$;

2) Factorise

$A = 64x^2 + 112x + 49$; $B = 36x^2 + 25 + 60x$

$C = x^2 - 10x + 25$; $D = 9x^2 + 64 - 48x$

$E = 49x^2 - 4$; $12x^2 - 75$; $G = \frac{49}{25} - \frac{81}{64}x^2$

$H = (5x + 3)^2 - (2x - 5)^2$; $I = \left(\frac{7}{2}x - \frac{3}{5}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}x + \frac{1}{4}\right)^2$

3) Ecris sans radical au dénominateur

$\frac{1}{3 + \sqrt{2}}$; $\frac{2}{5 + 2\sqrt{3}}$; $\frac{2 + 3\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1}$; $\frac{5}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$; $\frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$

4) On donne $A = 5 + 2\sqrt{3}$ *et* $B = 5 - 2\sqrt{3}$

a) Calcule A^2, B^2 et $A \times B$

b) Ecris $\frac{A}{B}$ sans radical au dénominateur

5) a) Ecris le réel $\frac{-2+2\sqrt{3}}{-2+\sqrt{3}}$ sans radical au dénominateur et sous une forme aussi simple que possible.

b) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\sqrt{3}(x - 1) + 3\sqrt{3} = 2(x - 1) + 4\sqrt{3}$

6) *Soit* $C = \frac{5 - \left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)^2}{\sqrt{27} - \sqrt{12}}$. *Calcule* C.

CamScanner

Suites de nombres proportionnels

I. DEFINITION D'UNE SUITE DE NOMBRES PROPORTIONNELS

Activité 1

Consigne 1 : Au marché, on a relevé les prix suivants de sucre chez quatre boutiquiers :

	Chez le 1er	Chez le 2ème	Chez le 3ème	Chez le 4ème
Prix en F CFA	3000	1200	4200	6000
Masse en kg	5	2	7	10

Ces boutiquiers ont – ils vendus le kilogramme de sucre au même prix ?

Exemple de réponse

$\frac{3000}{5} = 600; \frac{1200}{2} = 600; \frac{4200}{7} = 600; \frac{6000}{10} = 600$

Ces boutiquiers ont vendu le kilogramme de sucre au même prix car les quotients calculés sont tous égaux à 600.

On dit que les deux suites de nombres

3000 ; 1200 ; 4200 ; 6000 et 5 ; 2 ; 7 ; 10 sont proportionnelles

On écrit :

$\frac{3000}{5} = \frac{1200}{2} = \frac{4200}{7} = \frac{6000}{10} = 600$

Le nombre 600 est le coefficient (ou rapport) de proportionnalité.

Le tableau suivant appelé tableau de proportionnalité permet de retrouver les termes cachés ou effacés d'une des deux suites.

: 600	3000	1200	4200	6000	X 600
	5	2	7	10	

Exemple : Considérons le même tableau de proportionnalité avec des effacés. Retrouvons ces termes effacés. Soit x et y ces deux termes.

: 600	3000	x	4200	6000	X 600
	5	2	y	10	

$x = 2 \times 600 = 1200$ $y = 4200 \div 600 = 7$

CamScanner

Consigne 2 : Les suites : 30 10 70 et 6 2 14 sont-t-elles des suites de nombres proportionnels ? Pourquoi ?

Consigne 3 : Complète de manière à obtenir deux suites de nombres proportionnels après calcul du coefficient

$a)\ \frac{800}{2} = \frac{2000}{x} = \frac{y}{7} = \frac{4000}{t}$

b)

30	10	
	2	14

Définition : Deux suites de nombres non nuls :

$a, b, c, \ldots$ *et* $a', b', c', \ldots$ sont proportionnels lorsque les quotients $\frac{a}{a'}; \frac{b}{b'}; \frac{c}{c'}; \ldots$ *sont tous égaux on note* $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \cdots = k$

(k est le coefficient ou rapport de proportionnalité)

II. DEFINITION D'UNE PROPORTION :

On dit que quatre nombres, (a, b, c, d) pris dans cet ordre forment une proportion lorsque $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

a et d sont les extrêmes ; b et c sont les moyens.

Propriété fondamentale : Dans une proportion, le produit des moyens est égal au produit des extrêmes.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\ alors\ bc = ad$

Activité 2

Consigne 1 :

Reconnais les proportions dans les exemples suivants :

(3; 4 ; 6 ; 8) ; (2 ; 7 ; 3 ; 6) ; $\frac{\sqrt{3}}{a} = \frac{3}{a\sqrt{3}}$

Consigne 2 :

Sachant que (-5,1 ; 2,7 ; 17 ; x) forment une proportion, calcule x.

CamScanner

Consigne 3 :

Sachant que (9π ; x ; x ; π) est une proportion, calcule x.

III. PROPRIETES

Propriété 1 : Dans une proportion, on peut :

- Permuter les extrêmes : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivaut à $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$
- Permuter les moyens : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivaut à $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$
- Permuter à la fois les moyens et les extrêmes :

  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivaut à $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$

Activité 3

Consigne : Détermine deux nombres a et b sachant que $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$ et $a + b = 10$

Propriété 2 : On démontre que :

$$\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}} = \frac{\mathbf{a+c}}{\mathbf{b+d}} = \frac{\mathbf{a-c}}{\mathbf{b-d}}$$

$$\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{a'}} = \frac{\mathbf{b}}{\mathbf{b'}} = \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{c'}} = \frac{\mathbf{a+3b-5c}}{\mathbf{a'+3b'-5c'}}$$

Démonstration

Démontrons par exemple que :

$$\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{d}} = \frac{\boldsymbol{a+c}}{\boldsymbol{b+d}} = \frac{\boldsymbol{a-c}}{\boldsymbol{b-d}} \; et \; \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{a'}} = \frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{b'}} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{c'}} = \frac{\boldsymbol{a+3b-5c}}{\boldsymbol{a'+3b'-5c'}}$$

$$Posons \quad \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{d}} = k, on\ a : \frac{a}{b} = k\ alors\ a = kb \quad et \quad \frac{c}{d} = k\ alors\ c = kd$$

$$a + c = kb + kd = k(b + d)\ ainsi\ \ k = \frac{a+c}{b+d}$$

$$D'où\ \ \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{d}} = \frac{\boldsymbol{a+c}}{\boldsymbol{b+d}} de\ même\ on\ démontre\ que\ \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{d}} = \frac{\boldsymbol{a-c}}{\boldsymbol{b-d}}$$

$$Démontrons\ par\ exemple\ que\ \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{a'}} = \frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{b'}} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{c'}} = \frac{\boldsymbol{a+3b-5c}}{\boldsymbol{a'+3b'-5c'}}$$

$$Posons\ \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k, on\ a:$$

CamScanner

$\frac{a}{a'} = k\ alors\ a = ka', \frac{b}{b'} = k\ alors\ b = kb'\ \ et\ \ \frac{c}{c'} = k\ alors\ c = kc'$

$a + 3b - 5c = ka' + 3kb' - 5kc' = k(a' + 3b' - 5c')\ ainsi$

$k = \frac{a + 3b - 5c}{a' + 3b' - 5c'}\ d'où \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{a'}} = \frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{b'}} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{c'}} = \frac{\boldsymbol{a + 3b - 5c}}{\boldsymbol{a' + 3b' - 5c'}}$

Activité 4

Consigne : Trouve trois nombres a, b, c proportionnels à 5, 3, 7 sachant que 2a – b + c = 28.

IV. GRANDEURS INVERSEMENT PROPORTIONNELLES

Les grandeurs a, b, c, … sont inversement proportionnelles aux grandeurs a', b', c', … lorsque :

$\frac{a}{\frac{1}{a'}} = \frac{b}{\frac{1}{b'}} = \frac{c}{\frac{1}{c'}} = \cdots ou\ \ \boldsymbol{aa'} = \boldsymbol{bb'} = \boldsymbol{cc'} = \ldots$

Activité 5

Consigne : Trouve trois nombres x, y, z inversement proportionnels à 3, 2, 5 sachant que x + y – z = 57

CamScanner

EXERCICES

1) Calcule les réels a et b sachant que (a, b, 3, 5) forment une proportion et $a + b = 72$
2) Calcule x et y tel que : $\frac{x}{y} = 5 \; et \; x + y = 4{,}2$
3) Voici deux suites de nombres proportionnels, trouve x, y, z et t.

65	260	39	z	117
x	300	y	105	t

4) Trouve x, y, z et t sachant que

$$\frac{46}{x} = \frac{230}{z} = \frac{414}{108} = \frac{y}{6} = \frac{t}{72}$$

5) Trouve les nombres x vérifiant : $\frac{2x}{45} = \frac{280}{7x}$
6) Partage 66080F entre trois personnes proportionnellement à 4 ; 5 et 7.
7) Le directeur de l'école décide de partager une somme entre les quatre meilleurs élèves proportionnellement à 13, 10, 7 et 4.
   a) Trouve la part de chaque élève sachant que le premier doit recevoir 58500F.
   b) Calcule la somme à partager.
8) Le périmètre d'un terrain triangulaire est de 150 m.
   Les mesures des côtés sont proportionnelles aux nombres 4 ; 5 et 6.
   Calcule les dimensions de ce terrain.
9) Partage 48000 en parties proportionnelles à 5 ; 11 et 14.
10) Trouve trois nombres x, y et z proportionnels à 2 ; 3 et 5 sachant que

   $3x + 2y + z = 1870$.

CamScanner

11) A la suite des résultats du DEF, le Ministère de l'Education Nationale a décidé de donner des prix aux trois meilleurs élèves du Mali. Le premier reçoit une somme de 400000F ; le deuxième une somme de 300000F et le troisième une somme de 200000F.

Pour les motiver encore plus, on leur donne la somme de 180000F tout en leur exigeant de faire le partage proportionnellement à leur premier gain.

Quelle est la part qui reviendra à chacun d'eux ?

12) Quatre rectangles ont les dimensions consignées dans le tableau suivant :

Longueur (cm)	3,6	14,4	7,2	4,8
Largeur (cm)	2,4	0,6	1,2	1,8

a) Montre que les longueurs sont inversement proportionnelles aux largeurs.

b) Compare les surfaces de ces rectangles.

CamScanner

Encadrement d'un réel par des décimaux

I. ENCADREMENT D'UN NOMBRE REEL

Activité 1

Consigne : Effectue $\frac{8}{7}$ à 0,001 près puis complète avec l'un des signes d'inégalité $< ou >$.

$1{,}14 \ldots \frac{8}{7}; \frac{8}{7} \ldots 1{,}15$

Exemple de réponse

$\frac{8}{7} = 1{,}142$ on a : $1{,}14 < \frac{8}{7}; \frac{8}{7} < 1{,}15$

Conclusion : On peut donc écrire la double inégalité suivante :

$1{,}14 \leq \frac{8}{7}; \frac{8}{7} < 1{,}15 \; ou \; 114.10^{-2} \leq \frac{8}{7} < 11510^{-2}$

On dit que nous avons réalisé un encadrement d'ordre 2 de $\frac{8}{7}$ car

$1{,}15 - 1{,}14 = 0{,}01 = \frac{1}{100} = 10^{-2}$

- L'amplitude de cet encadrement est : 0,01 ou $\frac{1}{100}$ ou 10^{-2}
- 1,14 *une valeur approhée de* $\frac{8}{7}$ à 10^{-2} près par **défaut**.
- 1,15 *est une valeur approchée de* $\frac{8}{7}$ à 10^{-2} par **excès**.

Règle : Pour encadrer un réel négatif, on encadre d'abord sa valeur absolue puis on multiplie cette double inégalité par (-1).

Activité 2

Consigne 1 :

Trouve l'encadrement d'ordre 2 puis d'ordre 3 de $\pi = 3{,}14159$

Rép : D'ordre 2 : $3{,}14 \leq \pi < 3{,}15$; D'ordre 3 : $3{,}141 \leq \pi < 3{,}142$

Consigne 2 :

Trouvons l'encadrement d'ordre 1 puis d'ordre 2 du nombre négatif $-\frac{3}{7}$

CamScanner

Exemple de réponse

$\frac{3}{7} = 0{,}4285$

Encadrement d'ordre 1 de $-\frac{3}{7}$

$0{,}4 \leq \frac{3}{7} < 0{,}5$ *on en déduit* $-0{,}5 \leq \frac{3}{7} < -0{,}4$

Encadrement d'ordre 2 de $-\frac{3}{7}$

$0{,}42 \leq \frac{3}{7} < 0{,}43$ *on en déduit* $-0{,}43 \leq \frac{3}{7} < -0{,}42$

II. ENCADREMENT D'UNE SOMME

Règle : Pour trouver un encadrement de a et b, on ajoute membre à membre les encadrements de a et b.

$$\begin{array}{r} x \leq a < y \\ x' \leq b < y' \\ \hline x + x' \leq a + b < y + y' \end{array}$$

Activité 3

Consigne : On donne les encadrements :

$3{,}1415 \leq \pi < 3{,}141$ *et* $1{,}7320 \leq \sqrt{3} < 1{,}7321$

Trouve un encadrement de $\pi + \sqrt{3}$

Rép : $4{,}8735 \leq \pi + \sqrt{3} < 4{,}6737$

On en déduit les encadrements

Ordre 0 : $4 \leq \pi + \sqrt{3} < 5$

Ordre 2 : $4{,}87 \leq \pi + \sqrt{3} < 4{,}88$

Ordre 3 : $4{,}873 \leq \pi + \sqrt{3} < 4{,}874$

III. ENCADREMENT D'UN PRODUIT

Règle 1 : Pour encadrer le produit $a\sqrt{5}$, on multiplie membre à membre les inégalités.

CamScanner

Règle2 : Pour encadrer - $a\sqrt{5}$, on encadre d'abord $|-a\sqrt{5}|$ puis on multiplie les membres de l'inégalité par (-1)

Activité 4

Consigne : On donne les encadrements :

$0{,}571 \leq a < 0{,}572$ *et* $2{,}236 \leq \sqrt{5} < 2{,}237$.

Trouve un encadrement d'ordre 1 et d'ordre 3 de $a\sqrt{5}$ et $-a\sqrt{5}$

Rép : $1{,}276756 \leq a\sqrt{5} < 1{,}279564$

On en déduit les encadrements :

Ordre 1: $1{,}2 \leq a\sqrt{5} < 1{,}3$

Ordre 3 : $1{,}276 \leq a\sqrt{5} < 1{,}277$

Ordre 1: $-1{,}3 \leq -a\sqrt{5} < -1{,}2$

Ordre 3 : $-1{,}277 \leq -a\sqrt{5} < -1{,}276$

IV. ENCADREMENT D'UN QUOTIENT EXACT

Règle : Pour trouver un encadrement du quotient $\frac{x}{y}$, on procède comme suit : $a \leq x < b$ *et* $c \leq y < d$

On fait : $\frac{a}{d} \leq \frac{x}{y} < \frac{b}{c}$

Activité 5

Consigne : 0n donne $3{,}14 \leq \pi < 3{,}15$ *et* $1{,}41 \leq \sqrt{2} < 1{,}42$

Trouve un encadrement du quotient $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$.

Rép : $2{,}21126 \leq \frac{\pi}{\sqrt{2}} < 2{,}23404$

On en déduit les encadrements

Ordre 1: $2{,}2 \leq \frac{\pi}{\sqrt{2}} < 2{,}3$

Ordre 2 : $2{,}21 \leq \frac{\pi}{\sqrt{2}} < 1{,}22$

Ordre 3 : $2{,}211 \leq \frac{\pi}{\sqrt{2}} < 1{,}212$

CamScanner

V. ENCADREMENT D'UNE RACINE CARREE

On extrait la racine carrée. Cela permet de trouver des encadrements d'un ordre aussi grand qu'on le souhaite.

Activité 6

Consigne : Trouve l'encadrement d'ordre 2 puis d'ordre 3 de $\sqrt{147}$.

Exemple de réponse

147	12,124
-1	$1^2=1$
047	$22\times2=44$
-44	$241\times1=241$
0300	$2422\times2=4844$
-241	$14244\times4=56976$
05900	
-4944	
105600	
-56976	
45624	

$\sqrt{147} = 12{,}124$

Ordre 2 : $12{,}1 \leq \sqrt{147} < 1{,}2$; **Ordre 3** : $12{,}124 \leq \sqrt{147} < 1{,}125$

CamScanner

EXERCICES

1) Soit x = 1,712123… et y = 2,513444…
   a) Encadre x et y à 10^{-1} près
   b) Encadre x et y à 10^{-2} près
   c) Encadre x et y à 10^{-3} près
   d) Encadre x + y à 10^{-2} près
   e) Encadre 8x et -4y à 10^{-1} près
2) soit$x = \frac{13}{7}$ et $y = \frac{19}{17}$
   a) Trouve les valeurs approchées par défaut à 10^{-3} près de x et de y.
   b) Encadre x + y à 10^{-2} près
   c) Encadre 3x - 2 et -2y +5 à 10^{-2} près
   d) Encadre $\frac{x}{y}$ à 10^{-1} près
3) On donne $A = \sqrt{5} - 2\sqrt{7}$

Sachant que $2{,}236 \leq \sqrt{5} < 2{,}237$ et que $2{,}645 \leq \sqrt{7} < 2{,}646$,

a) Donne l'encadrement d'ordre 1 de A ;
b) Donne l'encadrement de A à 10^{-2} près.
c) Donne une valeur approchée à 0,001 près par excès de A.

CamScanner

Equation du 1er degré à deux inconnues dans IRxIR

I. DEFINITION D'UNE EQUATION DU 1ER DEGRE A DEUX INCONNUES

Une équation du 1er degré à deux inconnues peut se ramener sous la forme $ax + by = c$, a, b, c sont des réels ; x et y sont les inconnues.

Exemples : $2x - 3y = -1$; $x + y = 0$; $2a - 2b = 5$; ... sont des équations du 1er degré à deux inconnues x, y et a, b.

II. VERIFIER SI UN COUPLE EST SOLUTION D'UNE EQUATION DU 1ER DEGRE A DEUX INCONNUES

Les solutions d'une équation du 1er degré à deux inconnues sont les couples (x ; y) ; (a ; b) ; ....

Un couple est solution d'une équation lorsqu'il vérifie cette équation.

On remplace x et y par leur valeur dans l'équation.

Activité 1

Consigne : Soit l'équation $3x - 2y + 6 = 0$

Les couples (-1 ; 1,5) ; (2 ; 2) ; (-4 ; -3) ; (-5 ; -0,5) sont-ils solutions de l'équation donnée ?

III. COMMENT TROUVER DES COUPLES SOLUTIONS D'UNE EQUATION

Activité 2

Soit l'équation $3x - 2y + 6 = 0$.

Consigne 1 : Trouve deux couples solutions de l'équation donnée.

Consigne 2 : Détermine x ou y de manière que les couples suivants soient solutions de l'équation donnée :

(x ; 6) ; $(\frac{1}{3}; y)$; $(x; 0)$; $(0; y)$; $(x; \sqrt{2})$; (-2 ; y).

Consigne 3 : Exprime l'une des inconnues en fonction de l'autre.

Exemple de réponse

y en fonction de x	x en fonction de y

CamScanner

$3x - 2y + 6 = 0$	$3x - 2y + 6 = 0$
$-2y = -3x - 6$	$3x = 2y - 6$
$2y = 3x + 6$	
$y = \frac{3}{2}x + 3$	$x = \frac{2}{3}y - 2$
Dans ce cas $S = \{(x; y)\}$ *ou*	Dans ce cas $S = \{(x; y)\}$ *ou*
$S = \left\{\left(x; \frac{3}{2}x + 3\right) x \in \mathbb{R}\right\}$	$S = \left\{\left(\frac{2}{3}y - 2; y\right) y \in \mathbb{R}\right\}$

IV. REPRESENTATION GRAPHIQUE

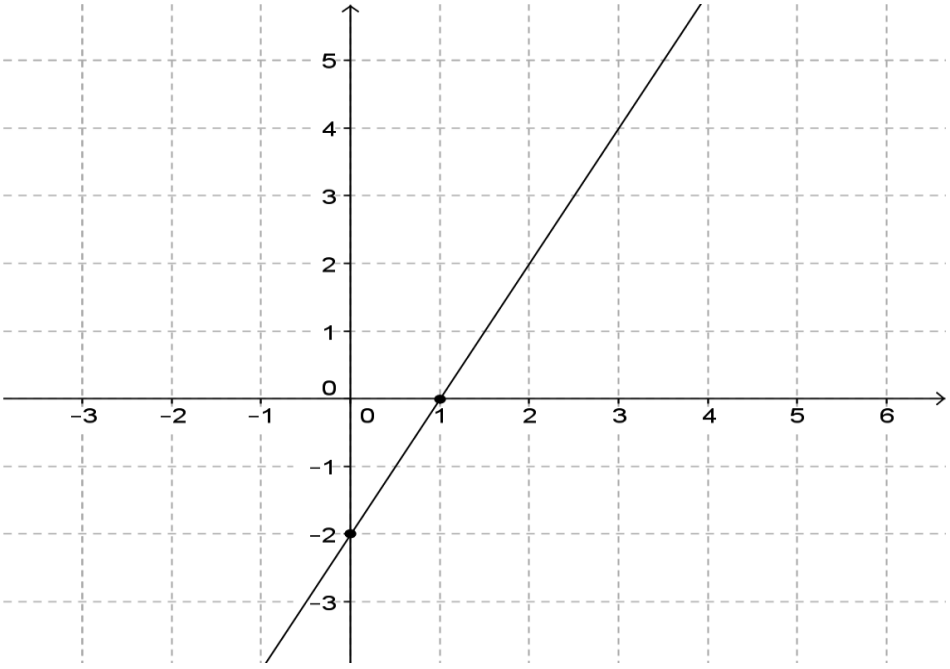
Pour représenter une équation du 1er degré à deux inconnues, il faut trouver deux couples solutions.

Dans un repère du plan, on place deux points dont les coordonnées sont les deux couples solutions de l'équation.

L'ensemble solution est représenté par la droite passant par ces deux points.

Exemple : Représentons graphiquement l'équation 2x – y = 2

Tableau des valeurs		
x	0	1
y	-2	0



CamScanner

Remarque : La représentation graphique d'une équation du 1er degré à deux inconnues est une droite. Une droite étant illimitée alors une équation du 1er degré à deux inconnues admet une infinité de solutions.

Activité 3

Soit l'équation $3x - 2y + 6 = 0$

Consigne : Dans un repère du plan, représente l'ensemble solution de l'équation donnée.

CamScanner

EXERCICES

1) On donne les équations :

$$\mathbf{5}x - \mathbf{3}y = \mathbf{2}\ (1) \text{ et } \mathbf{3}x - y = \mathbf{5}\ (2)$$

a) Parmi les couples suivants (-1 ; -8), (-3 ; -4), $\left(\frac{7}{2}; 2\right)$;

$\left(1+\sqrt{5}; 3\sqrt{5}-2\right)$, quels sont ceux qui sont solutions de l'équation (1) ? De l'équation (2) ?

b) Détermine x ou y pour que les couples suivants soient solutions de l'équation (1) : (1 ; y), (2 ; y), $\left(x; \frac{1}{3}\right)$; $\left(x; \sqrt{2}\right)$.

c) Trouve m, n, t et z tels que les couples (m ; 5), (-3 ; n), (t ; 1), $(z; -1+\sqrt{2})$ soient solutions de l'équation (2).

2) On donne les équations

$$-x + 2y = 4 \quad (1) \quad et \quad 2x - y = 1 \quad (2)$$

Parmi les couples suivants : $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$; $(0: 1)$; $(1; 1)$; $\left(1; \frac{5}{2}\right)$; $(2; 3)$, quels sont ceux qui sont solution :

a) de l'équation (1) ;

b) de l'équation (2) ;

c) à la fois des équations (1) et (2) ?

3) Un élève a deux notes sur 20 en mathématiques, l'une de l'interrogation (note x) l'autre de devoir (note y). on appelle moyenne pondérée de cet élève le nombre $m = \frac{3x+2y}{5}$ (on dit que x est affecté du coefficient 3 et y du coefficient 2).

a) Calcule la moyenne pondérée de Karim qui a eu 12 en interrogation et 13 en devoir.

b) Paul voudrait avoir 10 de moyenne pondérée. Il a eu 4 en devoir. Quelle note lui faut-il en interrogation ?

c) Mariam a eu comme moyenne pondérée 14. Sa note d'interrogation est 16. Quelle est sa note de devoir ?

CamScanner

Système de deux équations du 1er degré à deux inconnues dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$

I. DEFINITIONS :

- Un système de deux équations du 1er degré à deux inconnues x et y est de la forme : $\begin{cases} ax + by = c & (1) \\ a'x + b'y = c' & (2) \end{cases}$ avec a, b, c, a', b', c' des réels.

  Cette représentation signifie $ax + by = c$ *et* $a'x + b'y = c'$

- Le mot « **et** » signifie en même temps ou à la fois ou simultanément.

Ainsi l'accolade a valeur de et.

- Lorsqu'il y a deux inconnues dans un problème, il faut en général deux équations pour les déterminer.

II. RESOLUTION

Un système de deux équations du 1er degré à deux inconnues peut être résolu algébriquement ou graphiquement.

Un couple est solution du système lorsqu'il est à la fois solution des équations (1) et (2).

Si E_1 est l'ensemble solution de l'équation (1) et E_2 celui de l'équation (2) alors l'ensemble solution du système est $S = E_1 \cap E_2$

1. Résolution algébrique d'un système

Soit à résoudre le système $\begin{cases} 2x - y = 1 & (1) \\ -x + 2y = 4 & (2) \end{cases}$

Résolvons ce système par différentes méthodes :

1.1. Méthode par substitution

Règle : On exprime l'une des inconnues en fonction de l'autre dans une des équations, par exemple dans (1) et on le remplace par sa valeur dans (2).

$\begin{cases} 2x - y = 1 & (1) \\ -x + 2y = 4 & (2) \end{cases}$

- On exprime l'une des inconnues en fonction de l'autre.

CamScanner

Par exemple dans (1) : y = 2x - 1

- On remplace alors y par sa valeur dans (2), on obtient :

  -x + 2(2x – 1) = 4 ce qui conduit à x = 2

Donc $y = 2 \times 2 - 1$ $d'o$ù $y = 3$

L'ensemble solution du système est : $S = \{(2; 3)\}$

Activité 1

Consigne : Résous par cette méthode $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$

Rép : $S = \{(1; 2)\}$

1.2. Méthode par élimination ou par addition

Règle : On choisit l'inconnue que l'on va « faire disparaitre », on multiplie chaque équation par un nombre de façon qu'en ajoutant les équations l'inconnue choisie « disparaisse » ; on résout l'équation à une inconnue obtenue.

$\begin{cases} 2x - y = 1 \quad (1) \\ -x + 2y = 4 \quad (2) \end{cases}$

En choisissant de « faire disparaitre » y, on multiplie l'équation (1) par2 ainsi, on obtient :

$\begin{cases} 4x - 2y = 2 \quad (1) \\ -x + 2y = 4 \quad (2) \end{cases}$

En faisant la somme des deux équations, on obtient : 3x = 6 d'où x = 2

On choisit de « faire disparaitre » ensuite x, on multiplie l'équation (2) par2 ainsi, on obtient :

$\begin{cases} 2x - y = 1 \quad (1) \\ -2x + 4y = 8 \quad (2) \end{cases}$

En faisant la somme des deux équations, on obtient : 3y = 9 d'où y = 3

L'ensemble solution du système est : $S = \{(2; 3)\}$

Activité 2

Consigne Résous par cette méthode $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$

CamScanner

1.3. Méthode par comparaison

Règle : On exprime l'une des inconnues en fonction de l'autre dans les deux équations puis on égalise les deux résultats ; on résout l'équation à une inconnue obtenue.

$\begin{cases} 2x - y = 1 \quad (1) \\ -x + 2y = 4 \quad (2) \end{cases}$

Dans (1) : $y = 2x - 1$

Dans (2) : $y = \frac{1}{2}x + 2$

Ainsi on a : $2x - 1 = \frac{1}{2}x + 2$ d'où $x = 2$; on fait de même pour trouver y.

$S = \{(2; 3)\}$

Activité 3

Consigne : Résous par cette méthode $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$

1.4. Méthode mixte : Elle consiste à déterminer une des inconnues par une méthode et l'autre inconnue par une autre méthode.

Activité 4

Consigne : Résous par cette méthode $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$

2. Résolution graphique d'un système

Méthode : Dans un repère du plan, on trace la droite représentative de chacune des deux droites du système. La solution du système si elle existe est graphiquement le couple de coordonnées du point d'intersection des deux droites.

Exemple : Résolvons graphiquement le système

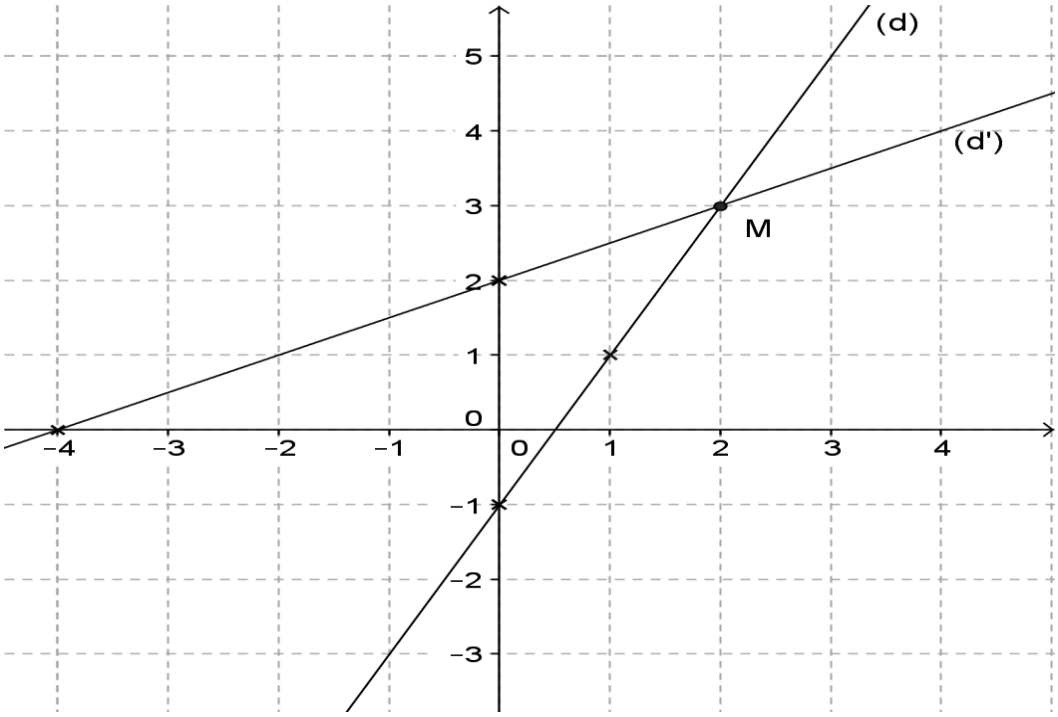
$\begin{cases} 2x - y = 1 \quad (1) \\ -x + 2y = 4 \quad (2) \end{cases}$

Soit : (d) : $2x - y = 1$ et (d') : $-x + 2y = 4$

On trace les droites (d) et (d')

CamScanner

	$2x - y = 1$		$-x + 2y = 4$	
x	0	1	0	-4
y	-1	1	2	0



Graphiquement les droites (d) et (d') se coupent en M (2 ; 3).

Donc S = {(2 ; 3)}

Activité 4

Consigne : Résous graphiquement le système suivant :

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \quad (1) \\ -x + 2y = 4 \quad (2) \end{cases}$$

CamScanner

III. UTILISATION DES SYSTEMES DE DEUX EQUATIONS POUR RESOUDRE DES PROBLEMES CONCRETS

Pour résoudre un problème ; il faut suivre les cinq (5) étapes suivantes :

1. Choix de l'inconnue et contraintes
2. Mise en équation : (C'est traduire l'énoncé par une équation)
3. Résolution de l'équation
4. Conclusion
5. Vérification

Exemple : Mon oncle possède des poules et des moutons. On compte 11 têtes et 30 pattes.

Détermine le nombre de poules et de moutons de mon oncle.

Exemple de résolution

Choix des inconnues et contraintes

Soit x le nombre de moutons et y le nombre de poules.

x et y sont des nombres naturels.

Mise en équation

On sait que :

Un mouton a une tête et une poule a une tête donc : $x + y = 11$

Un mouton a quatre pattes et une poule a deux pattes : $4x + 2y = 30$

On obtient ainsi le système :

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ 4x + 2y = 30 \end{cases}$$

Résolution du système

L'ensemble solution du système est : $S = \{(4; 7)\}$

Conclusion

Mon oncle possède : 4 moutons et 7 poules.

Vérification

Les têtes : $4 + 7 = 11$ et Les pattes : $4 \times 4 + 2 \times 7 = 16 + 14 = 30$

CamScanner

Activité 5

Consigne : Une élève de 6ème Année fait des courses pour elle et ses camarades :

— la première fois, elle achète 5 crayons et 2 gommes pour 325F ;

— la seconde fois, elle achète 8 crayons et 3 gommes pour 500F.

En utilisant un système d'équations, aider l'élève de 6ème Année à retrouver le prix de chaque article.

IV. SYSTEMES PARTICULIERS

Activité 6

Consigne :

Résous graphiquement le système suivant. Que constates-tu ?

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 2y = 4 \end{cases}$$

Résous algébriquement le même système et conclues.

Activité 7

Consigne :

Résous le système suivant. Que constates-tu ?

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 2y = 3 \end{cases}$$

Résous algébriquement le même système et conclues.

Synthèse : Un système peut avoir, une solution unique, une infinité de solutions ou ne pas avoir de solution.

Si le système admet :

- une solution unique : les deux droites représentatives sont sécantes ;
- une infinité de solutions : les deux droites représentatives sont confondues ;
- pas de solution : les deux droites représentatives sont strictement parallèles.

CamScanner

EXERCICES

1) Résous les systèmes suivants :

$\begin{cases} x+y=4 \\ x+2y=6 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x+3y=12 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$; $\begin{cases} 0{,}6x+0{,}3y-3=0 \\ 8x+4y-2=0 \end{cases}$

2) On considère le système d'équations suivant :

$\begin{cases} 3x+2y=4 \\ -2x+y=9 \end{cases}$

Soit E_1 l'ensemble des solutions de la première équation et E_2 l'ensemble des solutions de la deuxième équation.

a) Montre que $(4 ; -4) \in E_1$ et $(5 ; 3) \notin E_2$.

b) Détermine $E_1 \cap E_2$

3) Dans un plan muni du repère orthonormé$(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère les droites (D) et (L), d'équations respectives suivantes :

(D) : $3x + 2y - 4 = 0$

(L) : $2x - y + 9 = 0$

a) Détermine les coordonnées de leur point d'intersection A.

b) Construis (D) et (L).

4) On considère le système d'équations : $\begin{cases} 2x+6y=-3 \\ 2x-4y=-8 \end{cases}$

a) Résous le système.

b) Trace sur un même graphique dans un plan muni d'un repère$(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, les droites représentatives de chacune des équations du système.

c) Vérifie graphiquement les résultats de la première question.

5) x et y désignent des nombres réels.

On considère $A = (x - 1)(6y + x) - (x - 3)^2$

$B = 6xy + 2x - 9y - 9$

a) Développe et réduis A.

b) Montre que A – B peut s'écrire $3(x + y)$.

c) Calcule la somme $x + y$ pour que A – B soit égale à 15.

CamScanner

d) Résous le système : $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - 9y = -17{,}5 \end{cases}$

e) Calcule pour $x = \frac{5}{2}$ et $y = \frac{5}{2}$

- La somme x + y,
- La différence A – B,
- La valeur prise par B.

6) Deux entiers m et p sont tels que :

$m^2 - p^2 = 304$ et $m + p = 38$.

Calcule (m – p) puis m et p.

7) Un groupe d'élèves cotise pour faire un cadeau à un maître.

Si chacun versait 775F, alors il leur manquerait 375F. Mais si chacun d'eux versait 830F, alors il y aurait 450F en trop.

a) Détermine le nombre d'élèves du groupe et la valeur du cadeau.

b) Détermine ce que chacun doit verser.

8) Deux champs carrés ont pour côté x et y.

La somme des aires des deux champs est 1850 m^2.

On donne un champ rectangulaire de dimensions x et y, sa surface étant $xy = 875$ m^2.

a) Calcule le périmètre du rectangle.

b) Calcule la différence des côtés.

c) Calcul les dimensions du rectangle.

9) Au marché Binta a acheté des œufs à 50F l'unité. Sa fille très turbulente en casse 10. Elle revend le reste à 60F l'unité et réalise un bénéfice égal au dixième du prix d'achat des œufs.

a) Combien d'œufs Binta a-t-elle acheté ?

b) Quel est le bénéfice réalisé ?

CamScanner

Application linéaire

I. DEFINITION D'UNE APPLICATION LINEAIRE

Définition : On appelle application linéaire, toute relation du type = $\boldsymbol{ax}$ *ou* $\boldsymbol{f(x) = ax}, a \in \mathbb{R}$.

x a pour image y ou f(x)

Exemples : y = 2x ; $\mathbf{y = x\sqrt{2}}$; g(x)= 1,7x **;** $\mathbf{f(x) = \frac{-5}{2}x}$ sont des applications linéaires.

II. REPRESENTATION GRAPHIQUE

Activité 1

Soit l'application linéaire y= 2x ou f(x)= 2x.

Consigne 1 : Complète le tableau suivant :

Point	O	A	B	C
X	0	1		
y			-2	4

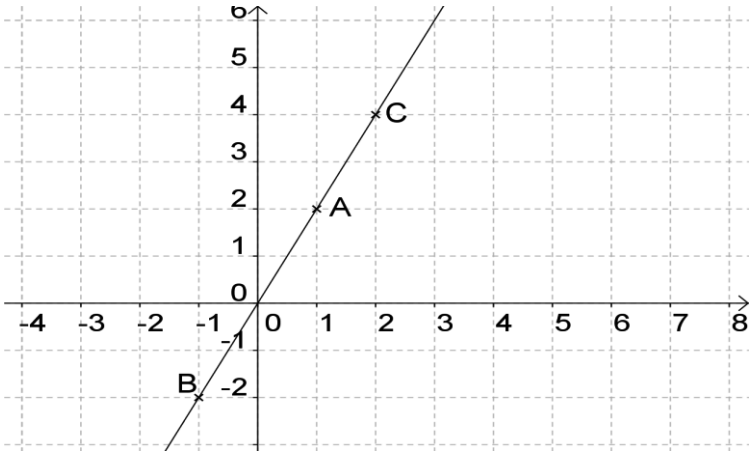
Consigne 2 : Place les points A, B, C dans un repère$(o; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$. Trace la droite (AC). Que constates-tu ?

Exemple de réponse

Consigne 1 : Complète le tableau suivant :

Point	O	A	B	C
X	0	1	-1	2
y	0	2	-2	4

Consigne 2 :



CamScanner

Constat : Les points O, A, B, C sont alignés.

Conclusion : La représentation graphique d'une application linéaire est une droite passant par l'origine du repère et le point de coordonnées (1 ; a).

a est le coefficient directeur de la droite.

Si le repère est orthonormé, a est appelé la **pente**.

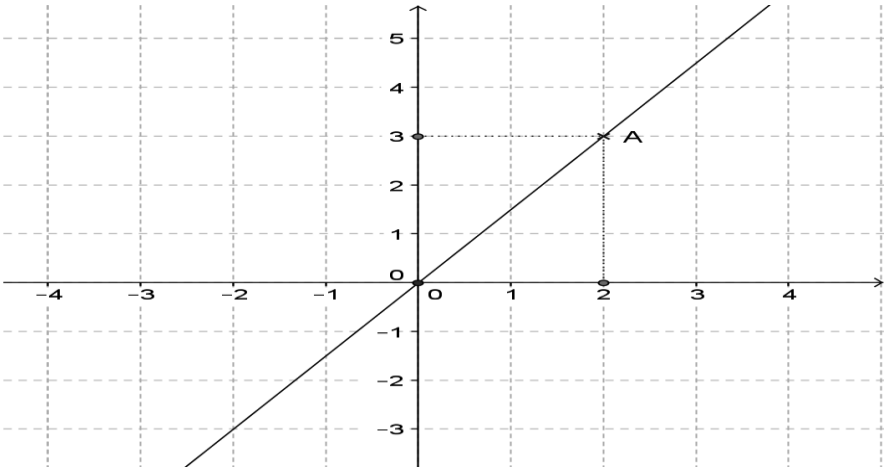
Consigne 3 : Représente graphiquement les applications linéaires suivantes : $y = -x$; $y = x$ et $y = \frac{5}{2}x$.

III. DETERMINATION D'UNE APPLICATION LINEAIRE

Déterminer une application linéaire $y = ax$, c'est trouver son coefficient directeur **a**.

Activité 2

Consigne 1 : Détermine la relation du type $\boldsymbol{y = ax}$ qui correspond au graphique ci-dessous.



Exemple de réponse

La droite passe parle point A(2 ; 3)ce qui correspond à :

Si $x = 2$ alors $y = 3$

sachant que $y = ax$ *on*: $3 = 2a$;

alors $a = \frac{3}{2}$ *ainsi la relation est*: $y = \frac{3}{2}x$

Consigne 2 : Détermine l'application linéaire f telle que $f(2) = 4$.

Rép : $f(x) = 2x$.

CamScanner

EXERCICES

1) Soit f une application linéaire (f(x) = ax)

   A l'aide du tableau suivant, détermine le coefficient a et complète le tableau.

x	2	6.10^{-3}	$-3\sqrt{5}$		
f(x)	$\frac{4}{3}$			$\frac{2}{\sqrt{2}+1}$	2^3

2) Trouve la relation du type y = ax sachant que :

   a) Si x = -1 alors y = 1

   b) Si x = -1 alors y = 2

   c) Si x = 4 alors y = 2

3) Détermine les applications linéaires f, g,h et k telles que :

   f(10) = 5 ; $g(\sqrt{2}) = 2$; $h\left(\frac{3}{2}\right) = -1 =$; $k(-\frac{5}{3}) = \frac{1}{2}$.

4) Représente graphiquement chacune des applications linéaires suivantes :$f(x) = 4x; g(x) = -3x$; $h(x) = \frac{1}{2}x$.

5) La représentation d'une droite passe par l'origine du repère et le point de coordonnées (-5 ; -3). Quelle est l'application linéaire correspondante à cette droite ?

6) Un vidéo- club propose la formule suivante de location de cassettes :

   <u>Formule</u> : sans abonnement, 40F par cassette louée.

   a) Complète le tableau suivant après l'avoir reproduit.

x est le nombre de cassettes louées en un an	0	2	5	12
p(x) représente la dépense				

   b) Exprime p(x) en fonction de x. Précise la nature de p.

   c) Dans un repère orthonormé représente graphiquement l'applications p(on prendra 1 cm pour une cassette en abscisse et 1 cm 50F en ordonnée).

CamScanner

Système d'inéquations du 1er degré à une inconnue dans $\mathbb{R}$

I. INEQUATION DU 1ER DEGRE A UNE INCONNUE

Rappels :

Si $\mathbf{a} > b$ et m un réel positif alors $\mathbf{a}.\mathbf{m} > b.m$

Si $\mathbf{a} > b$ et m un réel négatif alors $\mathbf{a}.\mathbf{m} < b.m$

Activité 1

Consigne : Résous et interprète graphiquement l'ensemble solution des inéquations : $4x - 1 > x + 2$ et $2x + 2 > 3x + 5$

II. RESOLUTION D'UN SYSTEME D'INEQUATIONS DU 1ER DEGRE A UNE INCONNUE

Un système d'inéquations est composé de deux ou plusieurs inéquations du 1er degré à une inconnue.

Résolution : Pour résoudre un système d'inéquations, on résout séparément chacune des inéquations.

Les solutions du système sont des nombres qui sont à la fois solution des inéquations qui composent le système.

Exemple : Soit à résoudre le système : $\begin{cases} \mathbf{4x - 7 \leq 5} \\ \mathbf{3x - 8} < 5x - 4 \end{cases}$

Exemple de réponse

$\mathbf{4x - 7 \leq 5}$

$\mathbf{4x \leq 5 + 7}$

$\mathbf{4x \leq 12}$

$\mathbf{x \leq 3}$

$\boldsymbol{S_1} = \{x/x \in \mathbb{R}, \mathbf{x \leq 3}\}$

$\mathbf{3x - 8} < 5x - 4$

$\mathbf{3x - 5x} < -4 + \mathbf{8}$

$\mathbf{-2x} < 4$

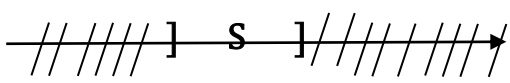
$\mathbf{x} > -2$

$\boldsymbol{S_2} = \{x/x \in \mathbb{R}, \mathbf{x} > -2\}$

Ensemble solution du système :

$\boldsymbol{S = S_1 \cap S_2} = \{x/x \in \mathbb{R}, \mathbf{x \leq 3 \text{ et } x} > -2\}$

Représentation graphique :



CamScanner

Activité 2

Consigne : Résous et interprète graphiquement l'ensemble solution du système : $\begin{cases} \mathbf{2 + x < 6 - 3x} \\ \mathbf{3(x + 1) < x + 4} \end{cases}$

III. INEQUATION SE RAMENANT A LA RESOLUTION DE SYSTEME

Rappels :

- Tout nombre positif est supérieur ou égal à 0 :

  Si x est positif alors $\boldsymbol{x > 0}$

- Tout nombre négatif est inférieur ou égal à 0 :

  Si x est négatif alors $\boldsymbol{x \leq 0}$

- Si $ab \geq 0$ alors $\begin{cases} \mathbf{a \geq 0} \\ \mathbf{b \geq 0} \end{cases}$ **ou** $\begin{cases} \mathbf{a \leq 0} \\ \mathbf{b \leq 0} \end{cases}$

- Si $ab \leq 0$ alors $\begin{cases} \mathbf{a \geq 0} \\ \mathbf{b \leq 0} \end{cases}$ **ou** $\begin{cases} \mathbf{a \leq 0} \\ \mathbf{b \geq 0} \end{cases}$

Exemple : Soit à résoudre l'inéquation : $(x - 2)(x + 3) \leq 0$

Il s'agit ici de trouver l'ensemble des nombres tels que le produit suivant $(x - 2)(x + 3)$ soit négatif.

$(x - 2)(x + 3)$ négatif si : $\begin{cases} \mathbf{x - 2 \geq 0} \\ \mathbf{x + 3 \leq 0} \end{cases} \mathbf{(1)}$ **ou** $\begin{cases} \mathbf{x - 2 \leq 0} \\ \mathbf{x + 3 \geq 0} \end{cases} \mathbf{(2)}$

$\boldsymbol{S_1 = \emptyset ; S_2 = \{x / x \in \mathbb{R}, x \leq 2 \text{ et } x \geq -3\}}$

Ensemble solution de l'inéquation est alors :

$\boldsymbol{S = S_1 \cup S_2 = \{x / x \in \mathbb{R}, x \leq 2 \text{ et } x \geq -3\}}$

Activité 3

Consigne : Résous l'inéquation : $\mathbf{(x - 1)(2x + 3) > 0}$

CamScanner

Exercices

1) Résous, dans $\mathbb{R}$, et interprète graphiquement l'ensemble solution des systèmes suivants :

$$\begin{cases} 3(4x-3) > 3x+4 \\ 4(x-4) > 3x-14 \end{cases} ; \begin{cases} 15x-2 > x+\frac{1}{3} \\ 4(x-4) < 3x-14 \end{cases} ; \begin{cases} 6x+\frac{5}{7} > 4x+7 \\ \frac{8x+2}{2} < 2x+25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8(x-2)+19 \geq \frac{15+8}{2} \\ 2(2x+3) \geq \frac{20x+2}{4} \end{cases} ; \begin{cases} \frac{x}{5} < \frac{x+1}{3} - 4 \\ \frac{x}{2} > \frac{3x}{4} + 1 \end{cases} ; \begin{cases} \frac{5}{12} - \frac{x}{8} < 2x + \frac{13}{6} \\ \frac{14}{15}x - 3 \leq \frac{1}{5}x - \frac{2}{3} \end{cases}$$

2) La somme de quatre entiers consécutifs est plus grande que 2006. Que peut-on en déduire pour le plus petit de ces entiers ?

3) a) Quels sont les entiers dont le triple augmenté de dix est inférieur à quarante ?

   a) Quels sont les entiers dont le double diminué de quatre est supérieur à douze ?

   b) Est-il exact qu'un seul entier vérifie les deux conditions précédentes ?

CamScanner

Application affine

I. DEFINITION D'UNE APPLICATION AFFINE

Définition : On appelle application affine, toute relation du type

$\boldsymbol{y = ax + b \text{ ou } f(x) = a\,x + b}$, *a et b sont des réels*.

$\boldsymbol{x \text{ a pour image } y \text{ ou } f(x)}$.

Exemples : $y = 2x + 7$; $y = x\sqrt{2} - 1$; $g(x) = 1{,}7x - 5$; $f(x) = \frac{-5}{2}x + 3$ sont des applications affines.

Activité 1

Soit l'application affine $y = 2x + 1$ ou $f(x) = 2x + 1$.

Consigne 1 : Complète le tableau suivant :

Points	O	A	B	C
x	0	1		
y			-2	4

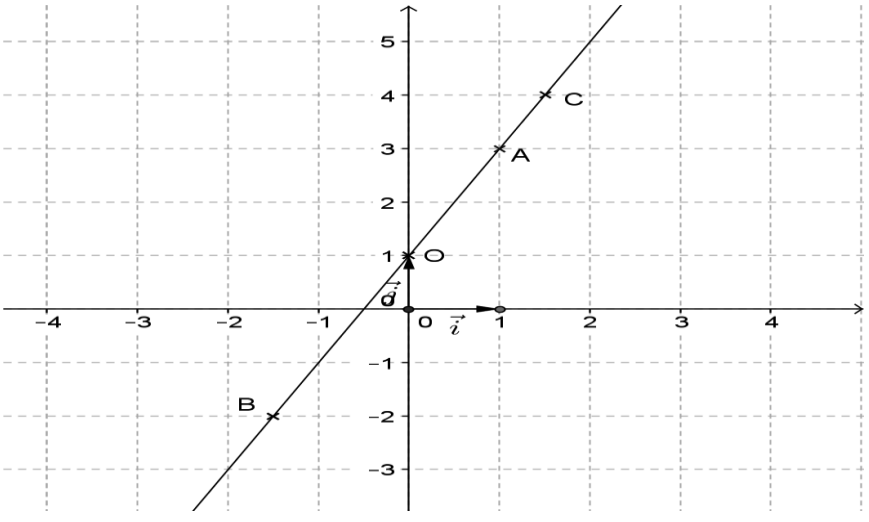
Consigne 2 : Représente les points A, B, C dans un repère$(o; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$. Trace la droite (AC). Que constates-tu ?

Exemple de réponse

Consigne 1

Points	O	A	B	C
x	0	1	-3/2	3/2
y	1	3	-2	4

Consigne 2



CamScanner

Constat : Les points O, A, B, C sont alignés.

Conclusion : La représentation graphique d'une application affine est une droite.

Le réel **a** est le coefficient directeur de la droite.

Si le repère est orthonormé, a est appelé la **pente**.

II. REPRESENTATION GRAPHIQUE

Activité 2

Consigne : Représente graphiquement les applications affines suivantes :

$\mathbf{y = -x + 1}$; $\mathbf{y = x - 1}$ et $\mathbf{y = \frac{5}{2}x - 2}$.

III. DETERMINATION D'UNE APPLICATION AFFINE

Déterminer une application affine $\boldsymbol{y = ax + b}$, c'est trouver les réels **a** et **b**.

Activité 3

1. **Méthode algébrique**

   Consigne : Détermine l'application affine f telle que :

   $f(2) = 1$ *et* $f(-2) = 3$.

   Exemple de réponse

   $f(x) = ax + b$

   $f(2) = 2a + b = 1 \quad et\ f(-2) = -a + b = 3$

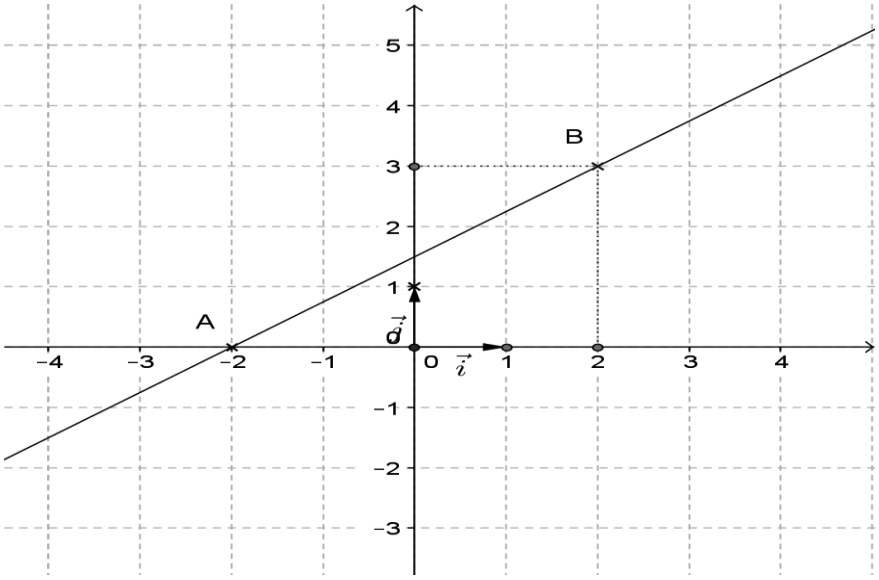
   $On\ resout\ le\ système \begin{cases} 2a + b = 1 \\ -2a + b = 3 \end{cases}$

   $On\ trouve\ a = -\frac{1}{2}\ et\ b = 2\ \ ainsi\ \ f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$

2. **Méthode graphique**

   Consigne : Détermine la relation du type $\boldsymbol{y = ax + b}$ qui correspond au graphique ci-dessous.

CamScanner



Exemple de réponse

La droite représentative de y = ax + b passe par les points A(-2 ;0) et B(2 ;3), ainsi

$pour\ x = -2\ \ alors\ y = 0 :\ 0 = -2a + b$

$pour\ x = 2\ alors\ y = 3 : 3 = 2a + b$

$On\ resout\ le\ système \begin{cases} 2a + b = 3 \\ -2a + b = 0 \end{cases}$

$On\ trouve\ a = \frac{3}{4}\ et\ b = \frac{3}{2}\ \ ainsi\ \ y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$

CamScanner

Exercices

1) Soient les applications f, g, h telles que :
   a) $f(3) = 4\ et\ f(-1) = 2$
   b) $g(\sqrt{2}) = 0\ et\ g(-\sqrt{2}) = 4$
   c) $h(1) = \sqrt{2}\ et\ h(3) = 0$
2) Dans les cas suivants, détermine la relation du type $y = ax + b$ sachant que :
   a) si $x = 2$ alors $y = -3$ et si $x = -2$ alors $y = 1$
   b) si $x = 2$ alors $y = -5$ et si $x = -1$ alors $y = 1$
   c) si $x = 4$ alors $y = -1$ et si $x = -1$ alors $y = -3,5$
3) Détermine l'application affine f telle que :
   $F(2) = -5$ et $f(-1) = 1$
   a) Trouve l'image de 2 par f.
   b) Trouve l'antécédent de -7 par f.
   c) Représente graphiquement l'application f.
4) Soit les points A(-1 ; -1), B(2 ; 2) et C(-1 ; 2).
   a) Détermine l'application affine dont la représentation graphique passe par les points A et B.
   b) Le point C appartient-il à cette représentation ?
5) Un vidéo- club propose deux formules de location de cassettes :
   <u>Formule A</u> : abonnement de un an pour 150F, ensuite 25F par cassette louée.
   <u>Formule B</u> : sans abonnement, 40F par cassette louée.
   a) Complète le tableau suivant après l'avoir reproduit.

x est le nombre de cassettes louées en un an	0	2	5	12
A(x) représente la dépense avec la formule A				
B(x) représente la dépense avec la formule B				

   b) Exprime A(x) et B(x) en fonction de x. Précise la nature de A et B.

CamScanner

c) Dans un repère orthonormé représente graphiquement les applications A et B(on prendra 1 cm pour une cassette en abscisse et 1 cm 50F en ordonnée).

d) Pour quel nombre de cassettes, le prix des formules A et B est-il le même ?

e) A partir de combien de cassettes la formule A devient-elle la plus avantageuse ?

6) On considère l'application polynôme, notée f_m qui associe à tout nombre réel x son image $f_m(x) = \frac{3m+x}{2} - \frac{mx-9}{6}$ ou m est un réel donné.

a) Montre que f_m est une application affine.

b) Détermine m pour que f_m soit une application linéaire. Soit g cette application.

c) Détermine m pour que f_m soit une application constante. Soit h cette application.

d) Détermine m pour que $f_m(3)$ soit nul. Soit i l'application obtenue.

e) Construis dans un repère orthonormé les représentations de g, h et i.

7) Détermine une application affine g dont la représentation graphique a pour coefficient directeur -2 et passe par le point de coordonnées (3 ; -3)

8) Soit l'application affine g définie par :
$g(x) = ax + b$ *et telle que* $g(4) = -13$ *et* $g(-9) = 52$.

a) Calcule a et b.

b) Trouve les images de -3 ; 0,9 ; $\frac{4}{3}$ et de l'inverse de -5 par f.

c) Trouve antécédents des réels suivants par f : -8 ; $\sqrt{2}$; $\frac{2}{3}$; $(-2)^3$.

CamScanner

Inéquations et système d'inéquations du 1er degré à deux inconnues dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$

I. INEQUATIONS DU 1ER DEGRE A DEUX INCONNUES

1. **Exemples :** Les équations

$2x + 3y < 5$; $y \geq 7x - 1$; $ax + by + c \leq 0$ sont des inéquations du premier degré à deux inconnues.

2. **Théorème :**

   La droite d'équation $ax + by + c = 0$ partage le plan en deux demi-plans (régions) dans l'une $ax + by + c \leq 0$ et dans l'autre $ax + by + c \geq 0$.

3. **Résolution :** Pratiquement, la résolution d'une inéquation du premier degré à deux inconnues est graphique.

   Méthode : Pour résoudre l'inéquation$ax + by + c \leq 0$,

   - On trace la droite d'équation a$x + by + c = 0$
   - On vérifie pour un couple de l'une des deux régions
   - Si le couple est solution, sa région est solution ; si le couple n'est pas solution, sa région n'est pas solution et on la hachure.

   Exemple de résolution : Soit à résoudre l'inéquation : $x - y \geq 2$

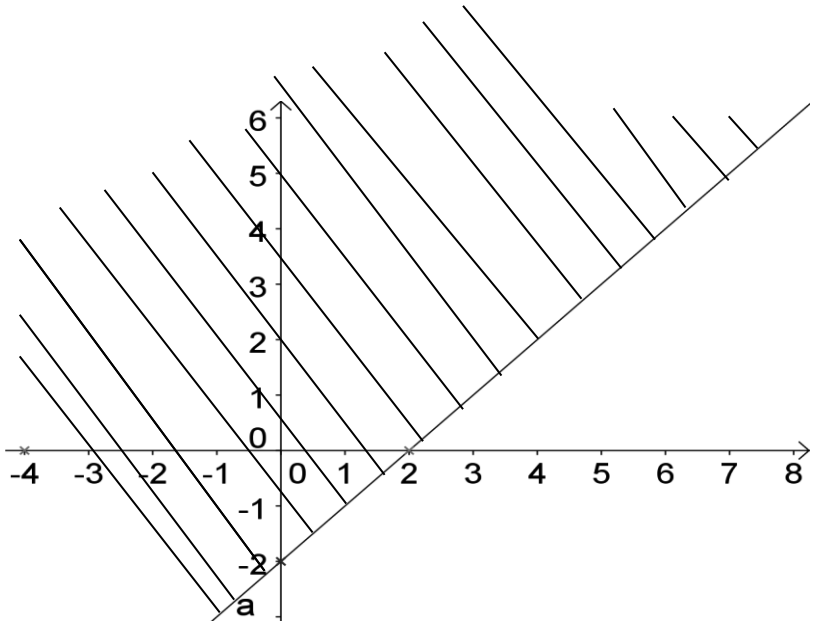
x – y = 2		
x	0	2
y	-2	0

   Vérifions si le couple (0 ; 0) est solution

   $0 - 0 \geq 2$ fausse donc le couple (0 ; 0) n'est pas solution.

   On hachure la région contenant l'origine (0 ; 0) du repère.

CamScanner



Activité

Consigne : Résous graphiquement, dans le même repère, les inéquations

$2x - 3y \geq 6$; $2x + y - 3 < 0$

II. SYSTEME D'INEQUATIONS DU 1ER DEGRE A DEUX INCONNUES

Un système d'inéquations du premier degré à deux inconnues est composé de deux ou plusieurs inéquations du premier degré à deux inconnues

1. **Résolution :** Pour résoudre graphiquement un système d'inéquations du premier degré à deux inconnues, on résout graphiquement chacune des inéquations.

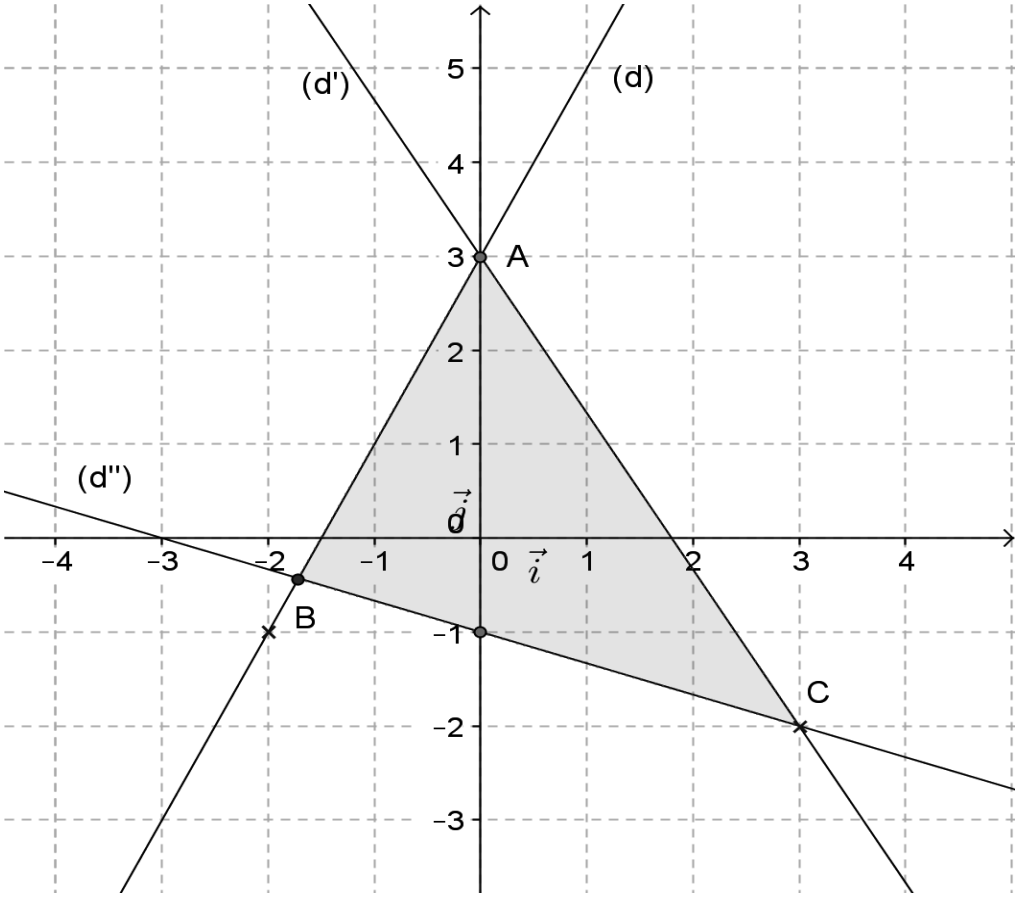
   L'ensemble solution du système est l'intersection des ensembles solutions des inéquations qui composent le système.

2. **Exemple de résolution :** Soit à résoudre graphiquement le système suivant :

$$\begin{cases} 2x - y + 3 \geq 0 & (1) \\ 5x + 3y - 9 \leq 0 & (2) \\ x + 3y + 3 \geq 0 & (3) \end{cases}$$

	(d) : $2x - y + 3 = 0$		**(d') :** $5x + 3y - 9 = 0$		**(d'') :** $x + 3y + 3 = 0$	
x	0	-2	0	3	0	3
y	3	-1	3	-2	-1	-2

CamScanner



Le couple (0 ; 0) est solution de chacune des inéquations (1), (2) et (3).

Soit $(d) \cap (d') = \{A\}$ $(d \cap (d'') = \{B\}$ $(d') \cap (d'') = \{C\}$

L'ensemble solution du système est S, la partie du plan limité par le triangle ABC.

CamScanner

Exercices

1) Résous graphiquement les inéquations et indique trois solutions à titre d'exemple.

a) $8x - 4y + 3 \geq 2x - 14y$; $c)\ (2x + y) - (x - 3y + 1) \leq x + y$

b) $(4x - 5) - (2y + x) \leq 3x + y + 2$; $d)\ \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+1} \geq \frac{4}{x-2}$

2) Résous graphiquement les systèmes et indique trois solutions à titre d'exemple.

$\begin{cases} 5x + 3y + 2 \geq 0 \\ 7x + 4y + 4 \leq \end{cases}$; $\begin{cases} 4x - 3y \leq 4 \\ 5x - 4y \geq 1 \end{cases}$;

$\begin{cases} \frac{x - 2y}{3} \leq 4 - 2y \\ 4x + \geq \frac{x - y}{2} \end{cases}$; $\begin{cases} 5x + 4y - 10 \leq 0 \\ 2x + 2y - 3 \leq 0 \\ 4x + 2y - 5 \geq 0 \end{cases}$

3) Résous graphiquement l'inéquation et le système suivants :

$2x - 4y > -8$; $\begin{cases} 2x + y > 5 \\ x - 3y > 6 \end{cases}$

CamScanner

Application affine par morceaux (ou par intervalles)

I. COÏNCIDENCE SUR UNE PARTIE DE $\mathbb{R}$

Deux applications **f** et **g** coïncident sur une partie I de $\mathbb{R}$ lorsque pour tout **x** élément de I, $\boldsymbol{f(x) = g(x)}$.

II. DEFINITION

On appelle application affine par morceaux (ou par intervalles), toute application qui coïncide sur des parties de $\mathbb{R}$avec des applications affines.

Exemples

L'application f définie par : f(x) = |x| ou $\begin{cases} si\ x \geq 0,\ f(x) = x \\ si\ x \leq 0,\ f(x) = -x \end{cases}$;

L'application g définie par : $\begin{cases} si\ x \leq 2, g(x) = -x \\ si\ x > 2, g(x) = 0{,}5 \end{cases}$; et

L'application h définie par : $\begin{cases} si\ -2 \leq x \leq 3,\ h(x) = 2x - 1 \\ si\ 3 \leq x \leq 4,\ h(x) = 3x \\ si 4 \leq x \leq 6,\ h(x) = -2 \end{cases}$ sont des exemples d'applications affines par morceaux.

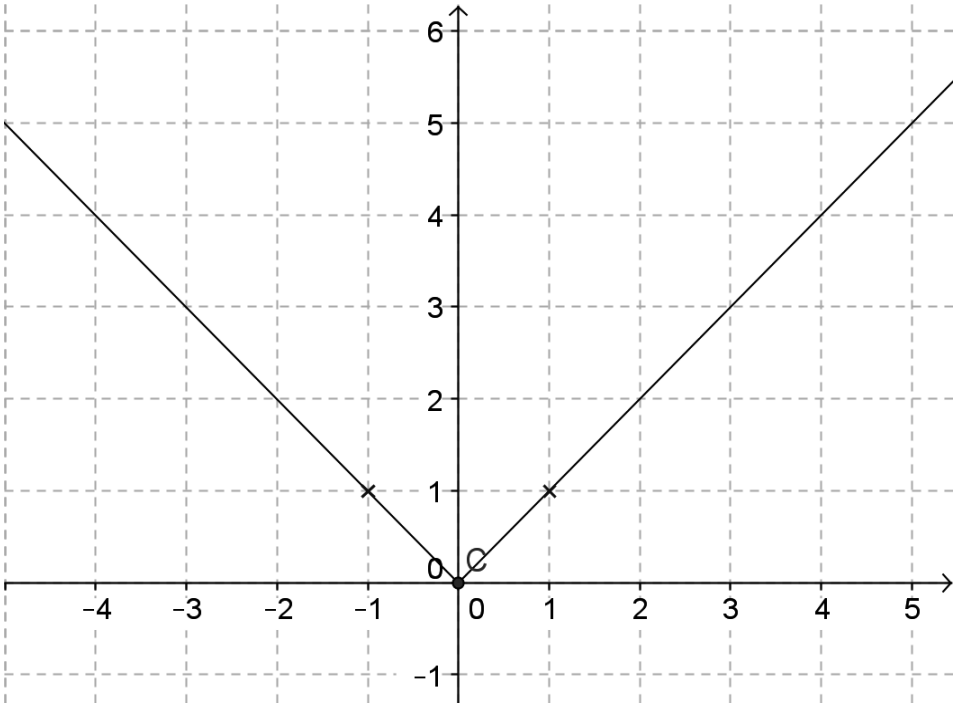
III. REPRESENTATION GRAPHIQUE D'APPLICATIONS AFFINE PAR MORCEAUX

Exemple de représentation : soit à représenter L'application f définie par : **f(x) = |x|** ou $\begin{cases} \textbf{si x} \geq \textbf{0}, \textbf{f(x)} = \textbf{x} \\ \textbf{si x} \leq \textbf{0}, \textbf{f(x)} = -\textbf{x} \end{cases}$

On représente les droites d'équations respectives $y = x\ et\ y = -x$.

La représentation de f est la réunion des deux demi-droites vérifiant les expressions de f.

CamScanner



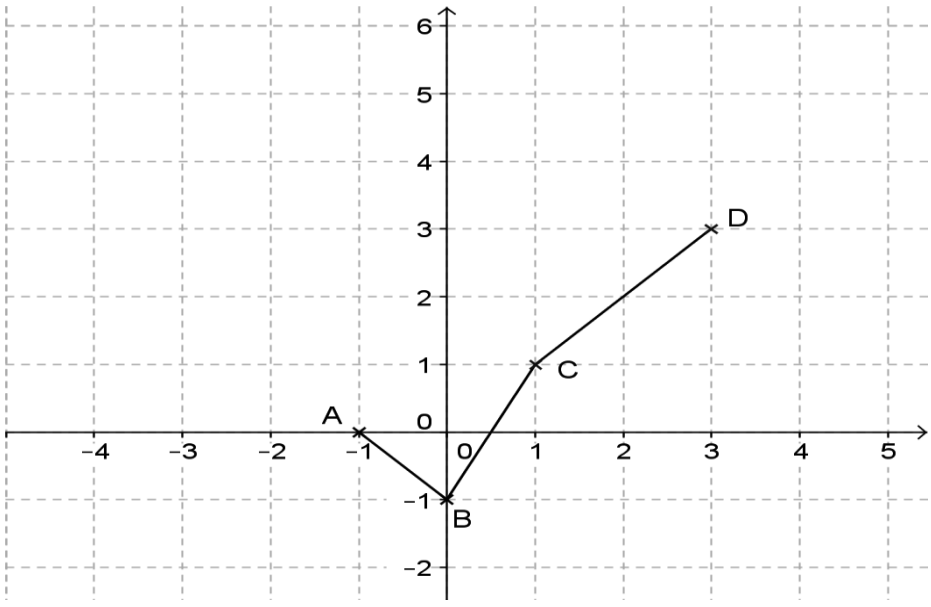
Activité

Consigne : Représente l'application h définie par :

$$\begin{cases} si\ -2 \leq x \leq 0,\ h(x) = 2x - 1 \\ si\ \ 0 \leq x \leq 1,\ h(x) = 3x \\ si\ \ 1 \leq x \leq 4,\ h(x) = -2 \end{cases}$$

IV. DETERMINATION D'UNE APPLICATION AFFINE PAR MORCEAUX

Exemple : Définir à l'aide de formules appropriées l'application p représentée par le graphe suivant :



CamScanner

D’après le graphique :

Pour $x \leq 0$, p coïncide avec la droite (AB)

Pour $0 \leq x \leq 1$, p coïncide avec la droite (BC)

Pour $1 \leq x \leq 3$, p coïncide avec la droite (CD)

Il s’agit de trouver les applications affines correspondantes aux droites (AB), (BC) et (CD)

D’après le graphique :

A(-1 ;0), B(0 ;-1) C(1 ;1) et D(3 ;3)

L’application p est définie par : $\begin{cases} si\ x \leq 0,\ p(x) = -x - 1 \\ si\ 0 \leq x \leq 1,\ p(x) = 2x - 1 \\ si\ 1 \leq x \leq 3,\ p(x) = x \end{cases}$

CamScanner

Exercices

1) Représente graphiquement les applications affines par morceaux suivantes :

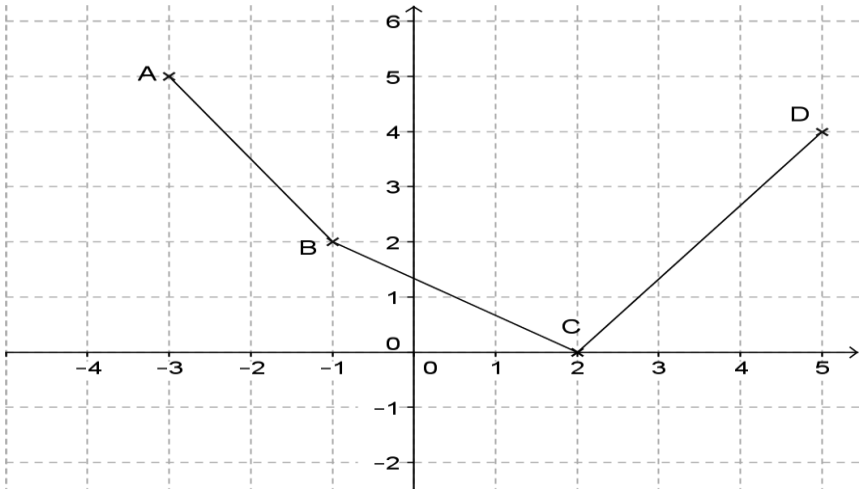
a) $\begin{cases} si\ -2 \leq x < 0,\ f(x) = 1 \\ si\ 0 \leq x < 2,\ f(x) = x - 1 \\ si\ 2 \leq x < 3,\ f(x) = 2x - 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} si\ x \leq -1,\ g(x) = 2 \\ si\ -1 < x \leq 1,\ g(x) = -2x \\ si\ x \geq 1,\ g(x) = -2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} si\ 0 \leq x < 1,\ h(x) = x \\ 1 \leq x < 2,\ h(x) = 1 \\ 2 \leq x < 3,\ h(x) = x - 2 \\ 3 \leq x < 4,\ h(x) = 1 \end{cases}$

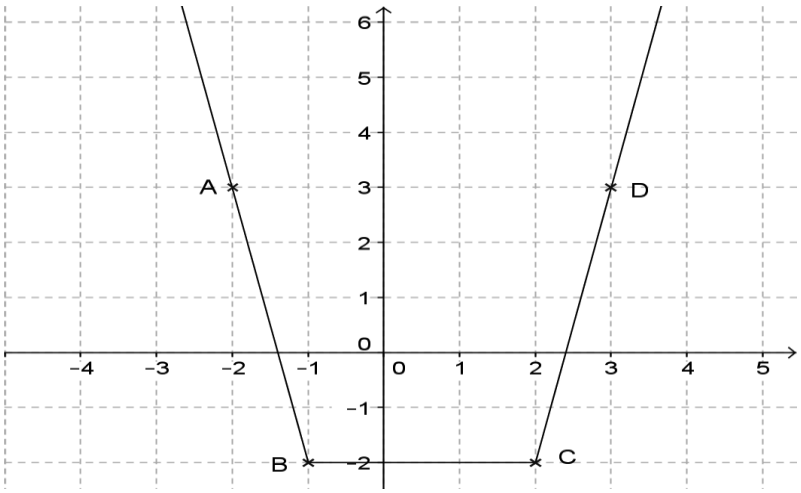
2) Détermine les applications affines par morceaux dont les représentations graphiques sont les suivants :

a)



CamScanner

b)



3) Soient f et g les applications affines définies par :

$$f(x) = \frac{x}{2} + 3;\ \ g(x) = -2x + 3$$

a) Représente graphiquement dans un repère orthonormé les applications f et g.

b) Soit h l'application affine par intervalles définie par :

$$\begin{cases} h(x) = \frac{x}{2} + 3 \ lorsque\ x\ est\ strictement\ négatif \\ h(x) = -2x + 3 \ lorsque\ x\ est\ positif \end{cases}$$

c) Résous graphiquement les équations :

$$h(x) = 4 \ \ et\ h(x) = -1$$

CamScanner

Application polynôme

I. DEFINITIONS ET EXEMPLES

Poly = plusieurs ; ***nôme*** = terme

Définition : Une application polynôme à une variable x peut s'écrire sous la forme : $\boldsymbol{f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_0}$

- **x** est la **variable.**
- Les réels $\boldsymbol{a_n x^n}, \boldsymbol{a_{n-1} x^{n-1}}, \ldots et \boldsymbol{a_0}$ sont les **coefficients.**
- Chaque terme est un **monôme.**

Exemples :

$A(x) = 16x^4 - 24x^3 + 40x^2$; $B(x) = 18x^7 + 27x^5 - 36x^3$;

$C(x) = 5x^2 + 4x - 7$

- **Degré d'un polynôme :** C'est le plus grand exposant de la variable dont le coefficient n'est pas zéro.
- **Ordonner un polynôme :** Un polynôme peut être ordonné suivant les puissances croissantes de la variable x ou suivant les puissances décroissantes de la variable x.

Exemple : Soit le polynôme $f(x) = 2x + 5x^3 - 7 - x^2$

Ce polynôme peut s'écrire :

$f(x) = 5x^3 - x^2 + 2x - 7$ (puissances décroissantes de x)

$f(x) = -7 + 2x - x^2 + 5x^3$ (puissances croissantes de x)

Activité 1

Consigne 1 : Complète le tableau suivant :

Polynôme	Degré
$f(x) = 2x - 7$	
$f(x) = 5x^3 - 7$	
$f(x) = -x^5$	
$f(x) = -7$	
$f(x) = 0$	

CamScanner

Consigne 2 : Soit $g(x) = 5x^0 - 3x + 9x^2 - x^4$

Ordonne g(x) suivant les puissances croissantes de x puis g(x) suivant les puissances décroissantes de x.

II. VALEUR NUMERIQUE (OU IMAGE) D'UN POLYNOME

L'écriture f(x) signifie l'image de x par f.

Pour trouver f(a), on remplace x par a dans l'expression de f(x).

Activité 2

Consigne : Soit $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$

1) Donne le degré de f(x).
2) Calcule : f(0), f(1), f(5), f(-3), $f\left(\frac{3}{2}\right)$, $f(\sqrt{2})$ puis écris les résultats dans le tableau suivant

x	0	1	5	-3	$\frac{3}{2}$	$\sqrt{2}$
f(x)						

III. DEVELOPPER, REDUIRE ET ORDONNER UN POLYNOME

Pour tous nombres réels a, b, m et k, on développe :

- $k(a + b) = ka + kb$
- $k(a - b) = ka - kb$
- $(a + m)(b + k) = ab + ka + mb + mk$
- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Activité 3

Consigne : Développe, réduis et ordonne les polynômes suivant les puissances croissantes de x : $A(x) = -2x + (3x - 2) - (3 + 7x - 5x^2)$

$B(x) = 8 - 4x(7x - 3) + (7x - 2)(5x + 3)$

$C(x) = 3(x - 1)(x - 2)(x + 2) - (x - 1)(x^2 + 1)$

$D(x) = (2x + 3)^2 - (x - 5)^2 + (4x + 5)(4x - 5)$

CamScanner

IV. OPERATIONS SUR LES POLYNOMES

Activité 4

Soit les polynômes :

$A(x) = x^2 + x - 20$; $B(x) = x^2 - x - 12$; $f(x) = 2x$;

$g(x) = 3x + 1$;

Consigne 1: Calcule $A(x) + B(x)$; $A(x) - B(x)$; $A(x) \times B(x)$.

Consigne 2: Calcule $f(x) - g(x)$; $\frac{2}{3}.\mathbf{g(x)} + \frac{3}{2}.\mathbf{f(x)}$

V. FACTORISATION DES POLYNOMES

Factoriser, c'est transformer une somme en un produit.

On factorise par :

- la mise en facteur d'un facteur commun (apparent ou caché)
- l'utilisation des produits remarquables.

Activité 5

Consigne 1: Factorise les polynômes suivants

$A(x) = 16x^3 - +24x^2 + 40x$; $B(x) = 18x^5 + 27x^3 - 36x^2$.

Consigne 2: Ecris sous forme de produits de facteurs du 1er degré

$f(x) = 2(2x - 5)(4 - 2x) + (3 + 5x)(2x - 5)$

$g(x) = (2x - 1)(3x - 2) - (2x - 1)(4x - 1)$

$h(x) = 2(7 - 3x)(4 + x) - 5(3 - 2x)(4 + x) + (4 + x)$

Consigne 3: Factorise

$F(x) = (2x - 1)(3x - 2) + (1 - 2x)(4x - 1)$

$G(x) = (4x - 6)(x + 2) - (1 - x)(6x - 9) - 10x + 15$

$H(x) = (3x - 1)(2x + 1) + (x - \frac{1}{3})(5x + 3)$

Consigne 4: Factorise

$9x^2 + 30x + 25$; $\mathbf{x^2 - \frac{1}{9}}$; $8x^2 - 18$

$A(x) = x^2 - 4 - (x - 2)(2x - 7)$; $B(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 12$

CamScanner

VI. RESOLUTION DE CERTAINES EQUATIONS DE DEGRE SUPERIEUR A 1

Un polynôme peut s'écrire sous une forme développée ou sous une forme factorisée. L'une ou l'autre de ces formes peut être utilisé pour résoudre une équation.

On utilise souvent la propriété :

« Un produit de facteurs est nul si l'un au moins des facteurs est nul »

Exemple de résolution : Résous dans chacun des ensembles suivants $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}$, **et** $\mathbb{R}$ l'équation $(x - 2)(3x - 1)(2x + 1) = 0$

Les valeurs possibles de x : $\mathbf{2}; \frac{1}{3}; -\frac{1}{2}$

Dans $\mathbb{N}$, $\boldsymbol{S = \{2\}}$ **car** $\frac{1}{3} \notin \mathbb{N}$ **et** $-\frac{1}{2} \notin \mathbb{N}$

Dans $\mathbb{Z}$, $\mathbf{S} = \{\mathbf{2}\}$ car $\frac{1}{3} \notin \mathbb{Z}$ et $-\frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$

Dans $\mathbb{D}$, $S = \left\{2 ; \frac{1}{2}\right\}$ car $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$

Dans$\mathbb{R}$, $\mathbf{S} = \left\{\mathbf{2}; \frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right\}$

Activité 6

On donne les polynômes

$f(x) = (x + 1)(x - 3)$ et $g(x) = (x - 3)(3x - 2)$

Consigne 1 : Développe, réduit et ordonne f(x) et g(x) suivant les puissances décroissantes de x.

Consigne 2 : résous dans IR les équations :

a) $f(x) = 0$ c) $f(x) = -4$

b) $f(x) = -3$ d) $f(x) = g(x)$

CamScanner

Exercices

1) On considère deux applications polynômes g et h telles que :

   $f(x) = 2x^2 - 9x + 9$ et $g(x) = 2x^2 - 7x + 5$.

   Calcule $f(x) + g(x)$; $f(x) - g(x)$ et $f(x) \times g(x)$

2) On te donne l'application polynôme f définie par :

   $f(x) = (x - 3)(2x + 5) + x^2 - 9$

a) Développe, réduis et ordonne f(x) suivant les puissances décroissantes de x.

b) Calcule f(-3) et f(3)

c) Factorise f(x).

d) Résous dans R les équations : $f(x) = -24$ et $f(x) = 0$

3) On considère la fonction f définie par : $f(x) = 4x^3 + 3x^2 + ax + b$

   a. Détermine les réels a et b sachant que $f(1) = 0$ et $f(-2) = -15$.

   b. Ecris f(x) sous la forme d'un produit de polynômes du premier degré.

   c. Résous dans N l'équation $f(x) = 0$.

4) On donne deux applications polynôme f et g définies par :

$f(x) = (2x + 1)^2 - (x - 7)^2$; $g(x) = (x + 8)(2x + 1) + x^2 + 16x + 64$.

   a) Développe, réduis et ordonne f(x) et g(x) suivant les puissances croissantes de x.

   b) Factorise f(x) et g(x).

   c) Résous les équations : $f(x) = 0$ et $f(x) = g(x)$.

   d) Calcule $f(2\sqrt{5})$ et $\frac{1}{12} f(2\sqrt{5})$ sachant que $2{,}236 \leq \sqrt{5} < 2{,}237$, donne un encadrement de $\frac{1}{12} f(2\sqrt{5})$ puis en déduis l'encadrement d'ordre 1 de $\frac{1}{12} f(2\sqrt{5})$.

5) Factorise les polynômes suivants :

   $A(x) = 16x^4 - 24x^3 + 40x^2$;

   $B(x) = 18x^7 + 27x^5 - 36x^3$;

CamScanner

$C(x) = (3x + 2)^2 - (2x + 3)^2$

$D(x) = (9x^2 - 1)(2x + 3) - (4x^2 - 9)(3x + 1)$

$E(x) = (x^2 - 4)(3x - 1) - (9x^2 - 1)(x + 2)$

6) On considère les polynômes suivants :

$f(x) = \frac{1}{4}(x + 1)^2$ et $g(x) = \frac{1}{6}(x + 1)[(x + 1)^2 - 7x - 7]$.

a) Factorise g(x).

b) Calcule $f(\sqrt{5})$.

c) Développe $(\sqrt{5} + 1)^2$ et $(\sqrt{5} - 1)^2$. en déduis une expression plus simple de $A = \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$ et $B = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$ puis vérifie que $f(\sqrt{5}) = \frac{A}{B}$

7) On considère les 3 fonctions polynômes f, g et h de IR dans IR définis par $f(x) = (2x - 5)^2 - (x - 3)^2$

$g(x) = (x + 3)(x - 2) - h(x)$

$h(x) = ax^2 + bx + c$

a) Détermine les réels a, b et c sachant que

$h(0) = -4$; $h(2) = 0$ et $h(-2) = -16$

Ecris alors $h(x)$

b) Développe réduis et ordonné $f(x)$ et $g(x)$

c) Ecris $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produit de facteurs.

d) Résous dans IR les équations $g(x) = 0$; $g(x) = -2$

8) Soient deux applications f et g définies par

a) $f(x) = 9x^2 - 1 + (-6x + 2)(x + 1) - (2x - 3)(3x - 1)$

b) $g(x) = (x - 2)^2 - (4x - 8)(x + 2) + x^2 - 4x + 4)$

c) Développe, réduis et ordonne $f(x)$ et $g(x)$ suivant les puissances décroissantes de x.

d) Calcule: f(x) + g(x) ;f(x) - g(x) ; f(x) × g(x).

e) Factorise $f(x)$ et $g(x)$

CamScanner

f) Résous dans IR les équations $f(x) = 0$ et $f(x) = g(x)$

9) On considère l'application polynôme f et IR vers IR définie par $f(x) = (3x + 2)^2 - (2x - 5)^2$

a) Développe réduis et ordonne $f(x)$ selon les puissants décroissantes de x.

b) Factorise $f(x)$

c) Détermine l'ensemble des réels x vérifiant $f(x) \geq 5x^2 + 3$

d) Calcule $f(\sqrt{2})$

d) Sachant que $1{,}414 \leq \sqrt{2} < 1{,}415$ donne un encadrement de $f(\sqrt{2})$à 10^{-2} près.

10) Soient f et g deux applications telles que :

$f(x) = x^2 + x - 6$ et $g(x) = x^2 - 3x + 2$

a) Calcule $f(x) + g(x)$; $f(x) - g(x)$; $f(x) \times g(x)$.

b) Trouve deux applications f_1 et g_1 telles que :

$f(x) = f_1(x) + x - 2$

$g(x) = g_1(x) + x - 2$

c) En déduis les éléments des ensembles suivants :

$F = \{x/x \in R, f(x) = 0\}$; $G = \{x/x \in R, g(x) = 0\}$

$E = \{x/x \in R, f(x) = 0 \text{ et } g(x) = 0\}$

11) On donne les polynômes $A(x) = 36x^2 - 49 - 3(x - 1)(6x - 7)$

$B = (3 - 2x)(x + 7) + (9 + 12x + 4x^2)$

a) Développe, réduis et ordonne A(x) et B(x).

b) Factorise A(x) et B(x).

c) Vérifie les résultats précédentes en calculant à chaque fois A(x) et B(x) pour $x = 1$ et $x = -1$.

d) Soit $C(x) = A(x) - B(x)$. Développe C(x) et factorise C(x).

CamScanner

Fonction « Fraction rationnelle»

I. DEFINITIONS

1. **Définition :** Soient f et g deux fonctions polynômes avec g non nulle. La fonction numérique q : $\begin{cases} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{f(x)}{g(x)} \end{cases}$ est appelée une fonction ou fraction rationnelle.
2. **Ensemble de définition :** On appelle ensemble de définition (ou domaine de définition) d'une fonction rationnelle q, l'ensemble des valeurs pour lesquelles le calcul est possible. Ce sont des valeurs pour lesquelles le dénominateur est différent de zéro.
   On note D_q l'ensemble de définition de q.
3. **Exemple :**

- $h(x) = \frac{x+2}{x^2+1}$ pour tout $x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \neq 0$ $\mathcal{D}_h = \mathbb{R}$
- $r(x) = \frac{1}{x}$ $\mathcal{D}_r = \mathbb{R} - \{0\}$ ou $\mathcal{D}_r = \mathbb{R}^*$
- $q(x) = \frac{x^2-2x+3}{x^2-1}$

$x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-1) \neq 0$ $si \begin{cases} x+1 \neq 0 \\ et \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq -1$ et $x \neq 1$

$\mathcal{D}_q = \mathbb{R} - \{-1 ; 1\}$

Activité 1

Consigne :

Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :

$$H(x) = \frac{(x+1)(5x-8)}{(5x-8)(x-4)}; R(x) = \frac{3x^2-2x-1}{2x^2+5}; g(x) = \frac{x+1}{x+3}$$

CamScanner

II. SIMPLIFICATION D'UNE FRACTION RATIONNELLE

Avant toute simplification, il faut donner l'ensemble de définition d'une fonction rationnelle.

On simplifie une fonction dans son domaine de définition.

Exemple : Soit à simplifier $H(x) = \frac{(x+1)(5x-8)}{(5x-8)(x-4)}$

$\mathcal{D}_H = \mathbb{R} - \{\frac{8}{5}; 4\}$

$H(x) = \frac{(x+1)(5x-8)}{(5x-8)(x-4)}$, on simplifie par (5x – 8) en écrivant :

Pour tout x ∈ $\boldsymbol{\mathcal{D}}_H$: $H(x) = \frac{x+1}{x-4}$

Remarque :

$Les\ fonctions\ H(x) = \frac{(x+1)(5x-8)}{(5x-8)(x-4)}\ \ et\ H'(x) = \frac{x+1}{x-4}$

($\mathcal{D}_{H'} = \mathbb{R} - \{4\}$), n'ont pas même ensemble de définition mais dans

$\boldsymbol{\mathcal{D}}_H \cap \mathcal{D}_{H'} = \mathbb{R} - \{\frac{8}{4}; 4\}$, H(x) = H'(x)

Activité 2

Consigne : On donne les polynômes $f(x) = (3x + 2)^2 - (2x + 3)^2$ et $g(x) = x^2 - 2x + 1$. Simplifie les fonctions rationnelles :

$h(x) = \frac{9x^2 - 16}{9x^2 - 24x + 16}; q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

III. RESOLUTION D'EQUATIONS

f(x) et g(x) étant deux polynômes.

Pour résoudre les équations du type $\frac{\mathbf{f(x)}}{\mathbf{g(x)}} = \mathbf{0}$; $\frac{\mathbf{f(x)}}{\mathbf{g(x)}} = \mathbf{1}$;

$\frac{\mathbf{f(x)}}{\mathbf{g(x)}} = \mathbf{a}$ et $\frac{\mathbf{f(x)}}{\mathbf{g(x)}} = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}$, il est préférable d'utiliser la forme simplifiée de $\frac{\mathbf{f(x)}}{\mathbf{g(x)}}$.

Activité 3

Consigne : Soit $\mathbf{q(x)} = \frac{\mathbf{5(x+1)(x-1)}}{\mathbf{(x-1)^2}}$

Résous dans $\mathbb{R}$ les équations $\mathbf{q(x) = 0}$; $\mathbf{q(x) = 1}$; $\mathbf{q(x) = \frac{3}{2}}$

CamScanner

Exemple de réponse

$\mathbf{q(x)} = \frac{\mathbf{5(x+1)(x-1)}}{\mathbf{(x-1)^2}}$ $\mathcal{D}_q = \mathbb{R}$ - {1}.

Pour tout x ∈ $\mathcal{D}_q$: $\mathbf{q(x)} = \frac{\mathbf{5x+5}}{\mathbf{x-1}}$

$Q(x) = 0$ *équivaut* à $\frac{5x+5}{x-1} = 0$ *équivaut* à $5x + 5 = 0$

alors $x = -1 \in \boldsymbol{\mathcal{D}q}$ *donc* $S = \{-1\}$

$Q(x) = 1$ *équivaut* à $\frac{5x+5}{x-1} = 1$ *équivaut* à $5x + 5 = x - 1$ *alrs*

$x = -\frac{3}{2} \in \boldsymbol{\mathcal{D}q}$

donc $S = \{-\frac{3}{2}\}$

$Q(x) = \frac{3}{2}$ *équivaut* à $\frac{\mathbf{5x+5)}}{\mathbf{x-1}} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$ *alors* $\mathbf{2(5x+5) = 3(x-1)}$

équivaut à $10x + 10 = 3x - 3$ *alors* $x = -\frac{13}{7} \in \mathcal{D}q$ donc $S = \{-\frac{13}{7}\}$

CamScanner

Exercices

1) Détermine l'ensemble de définition puis simplifie les fonctions rationnelles suivantes :

$$f(x) = \frac{(2x-3)(16x^2-4)}{(4x+2)(4x^2-1)}; \quad g(x) = \frac{(6x+8x^2)(2x+3)}{2(4x^3+12x^2+9x)};$$

$$h(x) = \frac{4x-x^3}{4x+2x^2}; \quad r(x) = \frac{-9-12x-4x^2}{2x+3};$$

$$q(x) = \frac{4x^2-(3x-1)(2x+5)}{4x^2+20x+25};$$

$$t(x) = \frac{(2x-3)(x-4)+(4x^2-9)-(2x-3)^2}{x^2+4x+4}$$

2) On considère la fonction rationnelle g de IR vers IR définie par

$$g(x) = \frac{(5x-7)(x+3)}{(3x-5)(7-5x)}$$

a) Détermine l'ensemble de définition E de g

b) Dans E simplifie $g(x)$

c) Calcule $g(\sqrt{3})$ en donner une écriture ne comportant pas le radical au dénominateur

d) Résoudre dans E l'équation

$$\frac{x+3}{5-3x} = \frac{1}{3}$$

3) Soit l'application dans R définie par :

$f(x) = (x-\frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4}$

a) Factorise f(x).

b) Résous dans R l'équation $f(x) = 0$.

c) Soit g l'application dans R définie par : $g(x) = ax^2 + bx + 1$.
Calcule les réels a et b sachant que $g(1) = 0$ et $g(2) = 1$.

d) Soit h la fonction dans R définie par :

$$h(x) = \frac{f(x)}{x+1} - \frac{x^2-2x+1}{(x-2)}$$

CamScanner

1. Détermine l'ensemble de définition D de cette fonction.
2. Démontre que pour tout x élément de D on a :

   $h(x) = \frac{3-2x}{x-2}$

4) On donne $A(x) = 2x^2 + 2x - 4$ et $B(x) = (x-1)^2 + x^2 - 3x + 2$.
   a) Développe, réduis et ordonne le produit : $2(x-1)(x+2)$.
   b) Factorise A(x).
   c) Développe, réduis et ordonne le produit : $(x-1)(x-2)$.
   d) Factorise B(x).
   e) On considère maintenant l'expression : $C(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$

- Simplifie C(x) en précisant pour quelles valeurs de x la simplification est légitime ?
- Calcule C(x) pour les valeurs suivantes de x : 0 ; 1 ; -2 ; -1.

5) On considère les deux fonctions polynômes f et g définies dans IR par :

   $f(x) = (3x+1)^2(3x-1)^2 - 4(3x+1)^2$

   $g(x) = 9x(3x+2)(2x-5)(x+1) + 3(2x-5)(x+1)$

   a) Ecris f(x) et g(x) sous forme de produit de facteurs du 1er degré.
   b) Résous dans IR les équations : $f(x) = 0$ puis $g(x) = 0$.
   c) Soit la fonction rationnelle q définie par : $q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

      Détermine l'ensemble de définition de q puis simplifie q(x).

CamScanner

GEOMETRIE

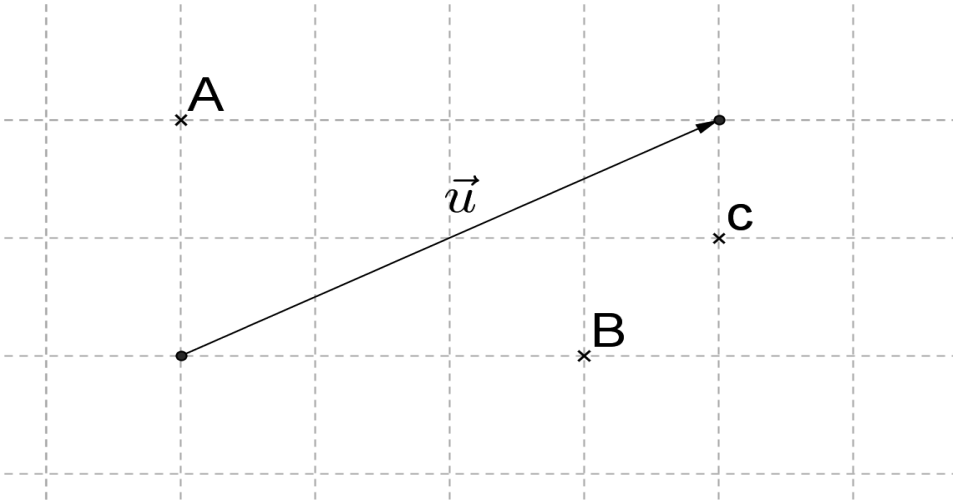
CamScanner

TRANSLATION

1. DEFINITION

Activité 1

Consigne 1 : Reproduis la figure suivante puis construis les points A', B' et C' tels que : $\overrightarrow{AA'} = \vec{u}$; $\overrightarrow{BB'} = \vec{u}$; $\overrightarrow{CC'} = \vec{u}$



On dit que les points A', B' et C' sont les images respectives des points A, B, et C par une correspondance (**application**) appelée **translation** de vecteur $\vec{u}$ qu'on note $t_{\vec{u}}$ ainsi :

$\mathbf{t_{\vec{u}}(A) = A'}$ **signifie** $\mathbf{\overrightarrow{AA'} = \vec{u}}$

$\mathbf{t_{\vec{u}}(B) = B'}$ **signifie** $\mathbf{\overrightarrow{BB'} = \vec{u}}$

$\mathbf{t_{\vec{u}}(C) = C'}$ **signifie** $\mathbf{\overrightarrow{CC'} = \vec{u}}$

Définition :

On appelle translation de vecteur $\vec{u}$, l'application du plan P dans P qui à tout point M du plan associe le point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$. On la note $t_{\vec{u}}$.

Notation : La translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ se note $t_{\overrightarrow{AB}}$

$\mathbf{t_{\overrightarrow{AB}}(M) = M'}$ **signifie** $\mathbf{\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}}$

M' est l'image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$

Consigne 2 : Traduis par une égalité vectorielle chacune des phrases suivantes :

CamScanner

a) Le point A est l'image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$.

b) L'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$ est B.

c) Le point R se transforme en M par la translation de vecteur $\vec{V}$

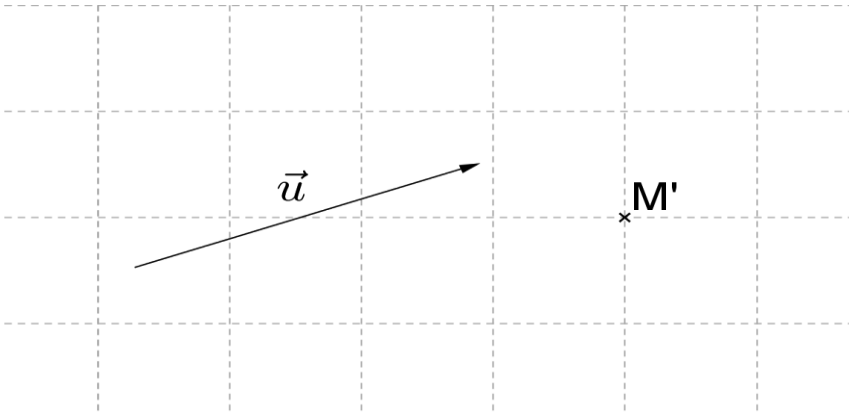
d) Le point I est le translaté du point O dans la translation de vecteur $\overrightarrow{CN}$.

Rép : $t_{\overrightarrow{CD}}(B) = A$ alors $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$; $t_{\overrightarrow{CD}}(A) = B$ alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$; $t_{\vec{V}}(R) =$ M alors $\overrightarrow{RM} = \vec{V}$; $t_{\overrightarrow{CN}}(O) = I$ alors $\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{CN}$

2. PROPRIETES ET IMAGE DE FIGURE PAR UNE TRANSLATION

Activité 2

Consigne 1 : Dans la figure suivante, construis le point M tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$.

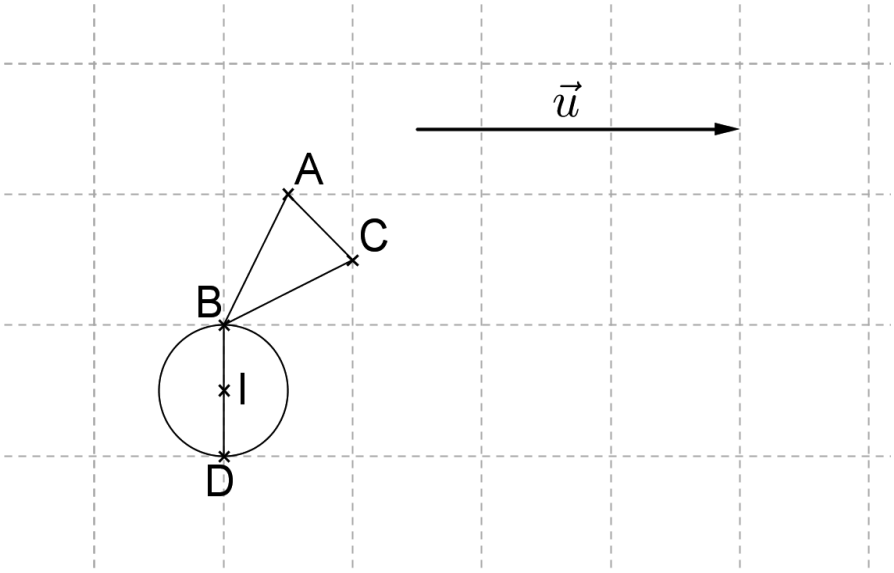


Par $t_{\vec{u}}$ M' est l'unique image de M et M est l'unique antécédent de M'. $t_{\vec{u}}$ **est une bijection** du plan.

$\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$ **équivaut à** $\overrightarrow{M'M} = -\vec{u}$ donc le point **M** est l'image de **M'** par la translation de vecteur $-\vec{u}$ appelée **translation réciproque de la translation de vecteur** $\vec{u}$ est noté $(t_{\vec{u}})^{-1} = t_{-\vec{u}}$.

Consigne 2 : Reproduis la figure suivante puis construis les images A', B', C', D', I' des points A, B, C, D, I, par $t_{\vec{u}}$.

CamScanner



1) Complète avec = ou ≠

$d(A,B) \ldots d(A',B')$; $d(D,I) \ldots d(D',I')$; $d(A,C) \ldots d(A',C')$

La translation conserve les distances.

2) Complète les phrases suivantes :

Les points B, I, D sont …… , leurs images B', I', D' sont aussi …..

3) Complète avec = ou ≠ en utilisant ton rapporteur

$\widehat{BAC} \ldots \widehat{B'A'C'}$; $\widehat{IBC} \ldots \widehat{I'B'C'}$.

La translation conserve les angles.

4) Complète avec = ou ≠ : $\overrightarrow{AB} \ldots \overrightarrow{A'B'}$

Propriété fondamentale

si $\left.\begin{matrix} t_{\vec{u}}(A) = A' \text{et} \\ t_{\vec{u}}(B) = B' \end{matrix}\right\}$ alors $\overrightarrow{\mathbf{A'B'}} = \overrightarrow{\mathbf{AB}}$

Théorème 1 : Tout point du plan a une image unique et tout point du plan a un antécédent unique donc une translation est une **bijection** du plan.

Théorème 2 : Toute translation conserve les distances.

Toute translation conserve aussi :

- les angles – l'alignement – les aires – le concours – le parallélisme.

CamScanner

Cas particulier : La translation de vecteur nul, $\boldsymbol{t_{\vec{0}}}$, transforme tout point du plan en lui-même. On dit que tout point du plan est invariant par $\boldsymbol{t_{\vec{0}}}$.

Image d'une figure par une translation :

Par une translation, l'image :

- d'un segment est un segment de même longueur ;
- d'une droite est une droite parallèle ;
- d'une demi-droite est une demi-droite parallèle de même sens ;
- d'un cercle de centre O par $\boldsymbol{t_{\vec{u}}}$ est cercle de centre $\boldsymbol{O' = t_{\vec{u}}(O)}$ et de même rayon r.

CamScanner

Exercices

1) Construis un parallélogramme ABCD de centre O, puis complète :

$t_{\overrightarrow{AB}}(D) = \cdots$; $t_{\overrightarrow{BC}}(A) = \cdots$; $t_{\overrightarrow{CD}}(B) = \cdots$; $t_{\overrightarrow{DA}}(C) = \cdots$;

$t_{\overrightarrow{AD}}(B) = \cdots$; $t_{\overrightarrow{DC}}(A) = \cdots$; $t_{\overrightarrow{CB}}(D) = \cdots$; $t_{\overrightarrow{BA}}(C) = \cdots$;

$t_{\overrightarrow{AO}}(O) = \cdots$; $t_{\overrightarrow{BO}}(O) = \cdots$; $t_{\overrightarrow{CO}}(O) = \cdots$; $t_{\overrightarrow{DO}}(O) = \cdots$.

2) Trace une droite Δ. Marque sur cette droite et dans cet ordre les points A, B, C, D, E tels que les longueurs AB, BC, C, DE sont égales.

Complete : $t_{\overrightarrow{AB}}(A) = \cdots$; $t_{\overrightarrow{AB}}(B) = \cdots$; $t_{\overrightarrow{AC}}(B) = \cdots$; $t_{\overrightarrow{DA}}(E) = \cdots$

3) ABCD est un parallélogramme.

Construis les points E et F tels que : $E = t_{\overrightarrow{AC}}(C)$; $F = t_{\overrightarrow{AC}}(B)$

a) Démontre que les quadrilatères BCEF et ADEF sont des parallélogrammes.

b) Démontre que C est le milieu de [DF].

4) Soient A, B et C trois points non alignés et $t_{\overrightarrow{AB}}$ la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

a) Construis les images A', B', C' de A, B et C

b) Que peux-tu dire A' et B ?

c) Démontre que A, B, B' sont alignés. Que représente B pour [AB'] ?

5) Soit ABC un triangle. On pose : $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$; $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$; $\vec{w} = \overrightarrow{CA}$.

Construis les images A', B', C' des points A, B, C dans la translation t_u.

Construis les images A'', B'', C'' des ponts A', B', C' dans la translation $t_{\vec{v}}$.

Construis les images A_1, B_1, C_1 des ponts A'', B'', C'' dans la translation $t_{\vec{w}}$.

Que remarques-tu ?

6) A, B, C sont trois points non alignés.

c) Construis le point E tel que $t_{\overrightarrow{AC}}(B) = E$.

d) Les égalités suivantes sont-elles vraie ?

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$; $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CA}$; $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{EB}$

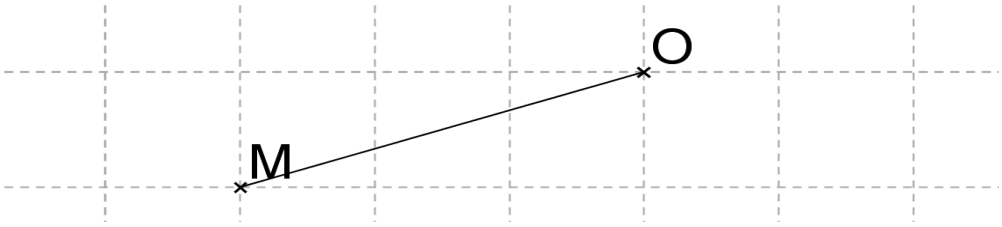
CamScanner

Symétrie centrale

I. DEFINITION

Activité 1

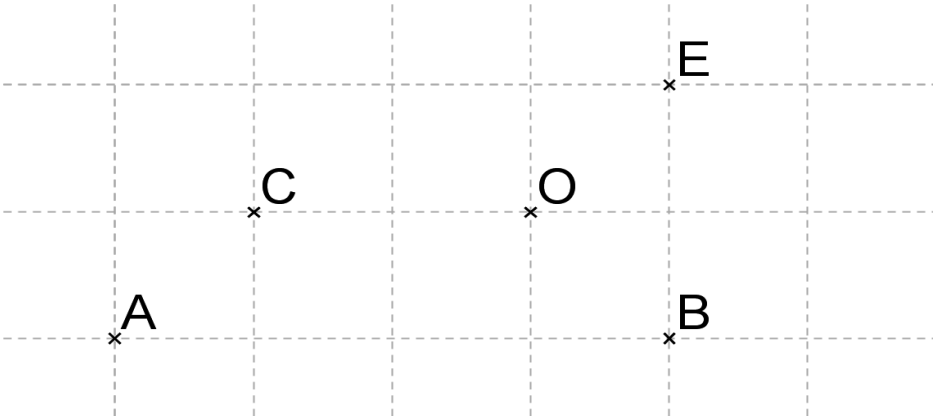
Consigne 1 : Dans la figure suivante, construis le point M' tel que O est le milieu de $[MM']$



Le point M est tel que $\overrightarrow{MO} = \overrightarrow{OM'}$ ou $\overrightarrow{OM'} = -\overrightarrow{OM}$.

On dit que le point M'est le symétrique de M par rapport à O.

Consigne 2 : Observe la figure suivante puis construis les symétriques D, F, G et H des points A, B, C et E par rapport à O.



Exemple de réponse

Les points D, F, G, H sont les images respectives des points A, B, C, E par une application appelée symétrie centrale de centre O, noté S_O.

$S_O(A) =$ D alors $\overrightarrow{OD} = -\overrightarrow{OA}$

$S_O(B) = F$ *alors* $\overrightarrow{OF} = -\overrightarrow{OB}$

$S_O(C) =$ G alors $\overrightarrow{OD} = -\overrightarrow{OG}$

$S_O(E) =$ H alors $\overrightarrow{OF} = -\overrightarrow{OH}$

CamScanner

Définition : On appelle symétrie centrale de centre O, l'application du plan P dans P qui à tout point M plan associe le point M' tel que $\overrightarrow{OM'} = -\overrightarrow{OM}$.

O est le milieu de [MM'].

Notations :

- La symétrie centrale de entre O est notée S_O.
- Si $S_O(M) = M'$ alors O est le milieu de [MM'] et $\overrightarrow{OM'} = -\overrightarrow{OM}$
- $S_O(O) = O$ alors O est le seul point invariant par S_O.

Consigne 3 : Traduis par une égalité vectorielle les phrases :

1) D est le symétrique de B par rapport au point K.
2) E est le symétrique de A par rapport à M.
3) L'image de A par la symétrie centre B est C.

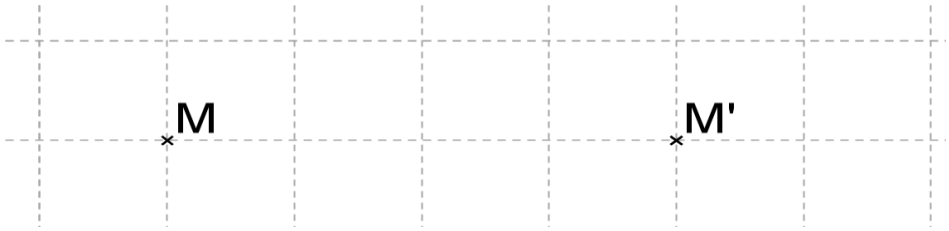
Réponse : $S_K(B) = D$ alors $\overrightarrow{KD} = -\overrightarrow{KB}$

$S_M(A) = E$ alors $\overrightarrow{ME} = -\overrightarrow{MA}$; $S_B(A) = C$ alors $\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{BA}$

II. PROPRIETES ET IMAGE DE FIGURE PAR UNE SYMETRIE CENTRALE

Activité 2

Consigne 1 : Observe la figure suivante, construis le point O centre de la symétrie qui transforme M en M'.



Complete: $S_O(M) = \ldots$; $S_O(M') = \ldots$

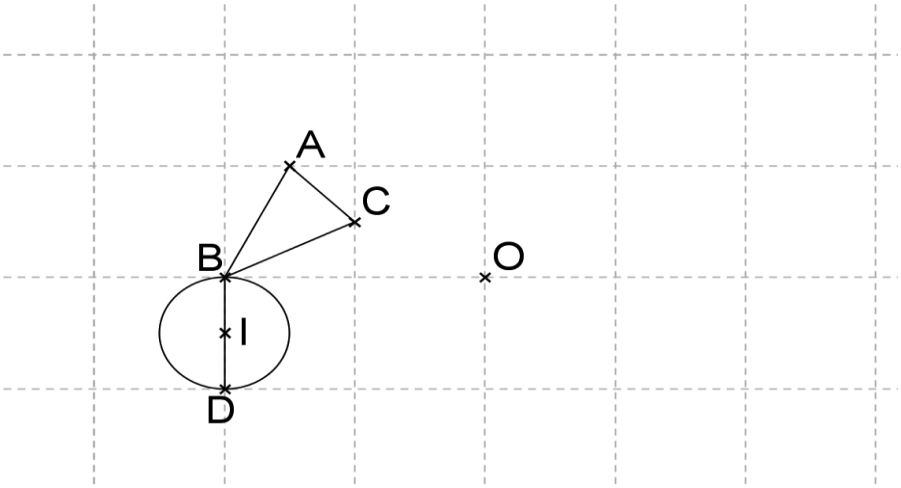
Propriété

S_O est une bijection. Sa bijection réciproque est **S_O** elle-même.

S_O^{-1} *es la reciproque de* S_O. *On a* $S_O = S_O^{-1}$

Consigne 2 : Reproduis la figure suivante puis construis les images A', B', C', D' et I' des ponts A, B, C, D et I par S_O.

CamScanner



1) Complète avec = ou ≠

$d(A,B) \ldots d(A',B')$; $d(I,D) \ldots d(I',D')$; $\widehat{BAC} \ldots \widehat{B'A'C'}$; $\widehat{DBC} \ldots \widehat{D'B'C'}$

2) Complète les phrases suivantes :

Les points A, B et D sont ……, leurs images A', B' et D' sont aussi …

Théorème 1 : La symétrie centrale *conserve les distances.*

Théorème 2 : La symétrie centrale *conserve* les angles.

Image d'une figure par une symétrie centrale :

Par une symétrie centrale, l'image :

- d'un segment est un segment de même longueur ;
- d'une droite est une droite parallèle ;
- d'une demi-droite est une demi-droite parallèle de sens contraires ;
- d'un cercle de centre I par S_O est cercle de centre $I' = S_O(I)$ et de même rayon r.

CamScanner

Exercices

1) Construis, un parallélogramme ABCD de centre O, puis complète :
   $S_O(D) = \cdots ;\ S_O(A) = \cdots ; S_O(B) = \cdots ; S_O(C) = \cdots$
2) Dessine un triangle ABC, puis les points I et J milieux respectifs des côtés [AB] et [AC]. Les droites (CI) et (BJ) se coupent en S.
   a) Construis les symétriques de S par rapport à I et J désignés par P et Q.
   b) Démontre que les quadrilatères APBS et AQCS sont des parallélogrammes.
3) Les points A, B, C et D appartiennent à un cercle de rayon 2 cm. On note **I** le milieu de [AB], **J** celui de [BC], E le symétrique de D par rapport à **I** et F le symétrique de D par rapport à **J**.
   a) Fais une figure illustrant cet énoncé.
   b) Démontre que les quadrilatères AEBD et DBFC sont des parallélogrammes.
   c) Compare les vecteurs $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{DB}$ *et* $\overrightarrow{CF}$.
   d) Complète :
      $t_{\overrightarrow{AE}}(D) = \cdots ;\ t_{\overrightarrow{FC}}(B) = \cdots ;\ S_I(A) = \cdots ;\ S_J(B) = \cdots$
4) Soit USR un triangle rectangle en U et I milieu de [SR].
   a) Construis le point D image du point U par la translation de vecteur $\overrightarrow{IR}$.
   b) Construis le point A image du point D dans la symétrie centrale de centre I.
   c) Démontre que le quadrilatère UDRI est un parallélogramme.
5) Trace un rectangle ABCD de centre O.
   a) Soit le I milieu de [AB] et E le symétrique de D par rapport à I. Prouve que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CB}$, puis en déduis la nature du triangle AEC.

CamScanner

b) Soit F le symétrique de O par rapport à (BC) et G le point d'intersection des droites (BF) et (CD). Donne la nature du quadrilatère BFCO.

c) Vrai ou faux ?

$.\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DO}$ $.\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{CA}$ $.\overrightarrow{FO} = \overrightarrow{AB}$

$.\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{GC}$ $.\overrightarrow{IE} = \overrightarrow{CF}$ $.(IC)//(\mathrm{EF})$

6) Soit AEF un triangle quelconque.

a) Construis le symétrique B de A par rapport à E, puis le symétrique C de B par rapport à F.

b) Construis le point D image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

c) Donne la nature du quadrilatère ABDC.

d) Complète : $t_{\overrightarrow{AB}}(A) = \cdots$; $t_{\overrightarrow{AB}}(C) = \cdots$; $S_F(A) = \cdots$; $S_F(B) = \cdots$

CamScanner

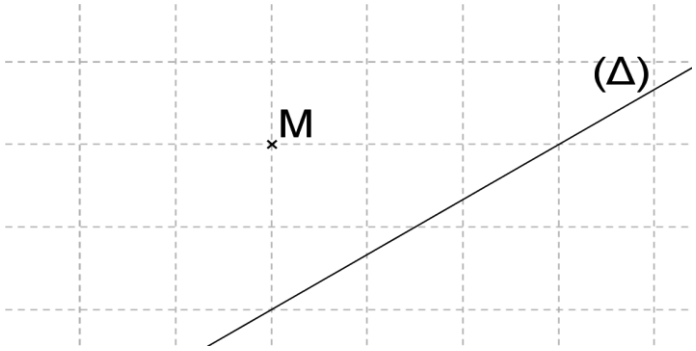
Symétrie orthogonale

I. DEFINITION

Activité 1

Consigne 1 : Définis la médiatrice d'un segment

Consigne 2 : Reproduis la figure suivante et construis le point M' tel que (Δ) soit la médiatrice de$[MM']$.

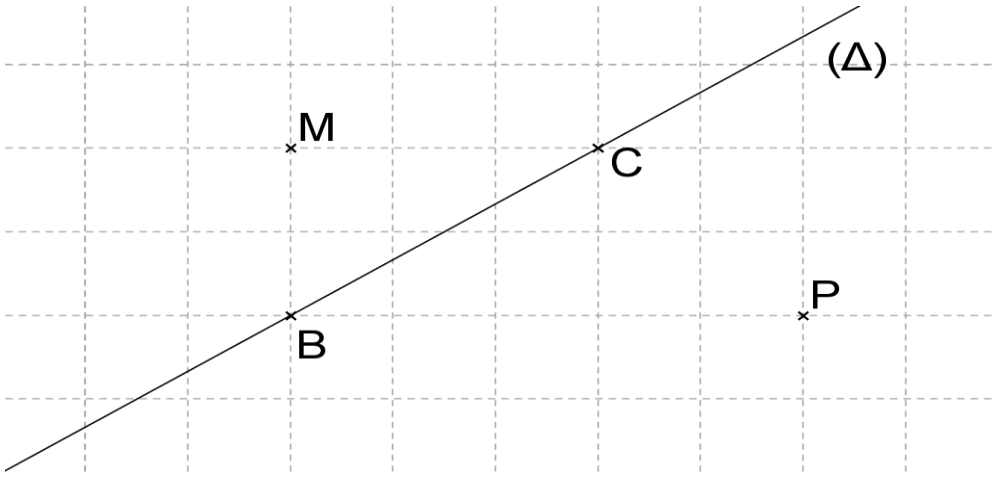


Conclusion : On dit que M' est le symétrique de M par rapport à (Δ).

On note $S_{(\Delta)}(M) =$ M'. La droite (Δ) est appelée **axe de la symétrie**.

Le point O est le projeté orthogonal de M sur (Δ).

Consigne 3 : Reproduis la figure suivante puis construis les points M' et P' symétriques respectifs des points M et P par rapport à (Δ).



Complète :

$S_{(\Delta)}(M) =$ ..... ; $S_{(\Delta)}(P) =$... ; $S_{(\Delta)}(M') =$ ..... ; $S_{(\Delta)}(P') =$... ; $S_{(\Delta)}(B) =$ ...

$S_{(\Delta)}(C) =$ ...

S_{Δ}est-elle une application ?

CamScanner

Conclusion : $S_{(\Delta)}$est une application.

- *T*out point de (Δ) est invariant par $S_{(\Delta)}$.
- S_{Δ} est une bijection, sa bijection réciproque est elle-même.

Définition de la médiatrice d'un segment : La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et passant par le milieu du segment.

Définition : On appelle symétrie orthogonale par rapport à la droite (∆) [ou d'axe (∆)], l'application du plan dans le plan qui a tout point M associe le point M' tel que :

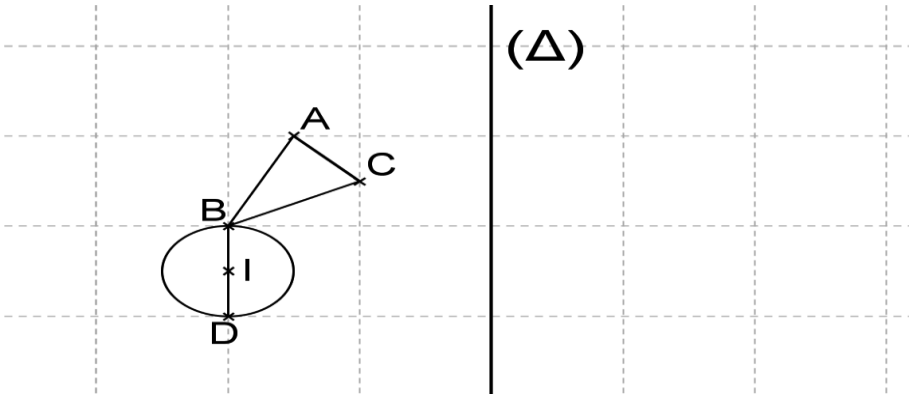
- Si M ∈ (∆), son image est lui-même
- Si M ∉ (∆), son image est M' tel que (∆) est la médiatrice de [MM'].
  On note $S_{\Delta}(M) = M'$

La droite(∆) est appelée axe de la symétrie orthogonale (ou réflexion).

II. PROPRIETES ET IMAGE DE FIGURES PAR UNE SYMETRIE ORTHOGONALE

Activité 2

Consigne : Reproduis la figure suivante puis construis les images A', B', C', D', I' des ponts A, B, C, D, I par S_{Δ}.



Complète avec = ou ≠

$d(A,B) \ldots d(A',B')$; $d(I,D) \ldots d(I',D')$; $\widehat{BAC} \ldots \widehat{B'A'C'}$; $\widehat{DBC} \ldots \widehat{D'B'C'}$

Théorème 1 : La symétrie orthogonale *conserve les distances.*

Théorème 2 : La symétrie orthogonale *conserve* les angles.

CamScanner

Image d'une figure par une symétrie orthogonale :

Par une La symétrie orthogonale, l'image :

- d'un segment est un segment de même longueur ;
- d'une droite est une droite ;
- d'une demi-droite est une demi-droite ;
- d'un cercle de centre O par $S_{(\Delta)}$ est un cercle de centre $O' = S_{\Delta}(O)$ et de même rayon r.

CamScanner

Exercices

1) Soit un segment [AB] et une droite (Δ) sécante à la droite (AB) en I ; (Δ) n'est pas orthogonale à (AB) et les trois points A, B et I sont distincts.
   a) Construis les symétriques A' et B' de A et de B par rapport à (Δ). Qu'est (Δ) pour [AA'] et [BB'] ?
   b) Trouve les images du point I et du bipoint (A, B) dans $S_{(\Delta)}$.
   c) Compare AB et A'B', A'B et AB', IA et IA'.
2) Soient deux droites (Δ) et (Δ'), sécantes en O et un point A n'appartenant ni à (Δ) ni à (Δ'). On appelle B, le symétrique de A par rapport à (Δ) et C, le symétrique de A par rapport à (Δ'). Donne le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.
3) Marque trois points non alignés A, B et C. soit I milieu de [BC]
   a) Construis le symétrique E de A par rapport à I.
   b) Complète : $t_{\overrightarrow{AB}}(C) = \cdots$; $t_{\overrightarrow{AI}}(I) = \cdots$; $t_{\overrightarrow{EB}}(C) = \cdots$
   c) Construis le symétrique de la figure (A, B, E, C) par rapport à la droite passant par B et perpendiculaire à (BC).
4) On considère A, B et C trois points non alignés.
   a) Dessine les symétriques B' et C' de B et C par la symétrie de centre A.
   b) Trouve l'image A' de A par la symétrie orthogonale d'axe (BC).
   c) Place les images B_1 et C_1 des points B et C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
   d) Dis la nature du quadrilatère BCC_1B_1. Justifie.
5) Soit USR un triangle rectangle en U et I milieu de [SR].
   a) Construis le point D image du point U par la translation de vecteur $\overrightarrow{IR}$.
   b) Construis le point A image du point D dans la symétrie de centre I.

CamScanner

c) Démontre que le quadrilatère UDRI est un parallélogramme.
d) Construis le symétrique M de S dans la symétrie d'axe (AD).
e) Trace le cercle circonscrit au triangle USR.

6) Soit USR un triangle rectangle en U et I milieu de [SR].
a) Construis le point D image du point U par la translation de vecteur $\overrightarrow{IR}$.
b) Construis le point A image du point D dans la symétrie centrale de centre I.
c) Démontre que le quadrilatère UDRI est un parallélogramme.
d) Construis le symétrique M de S dans la symétrie orthogonale d'axe (AD).
e) Trace le cercle circonscrit au triangle USR.

CamScanner

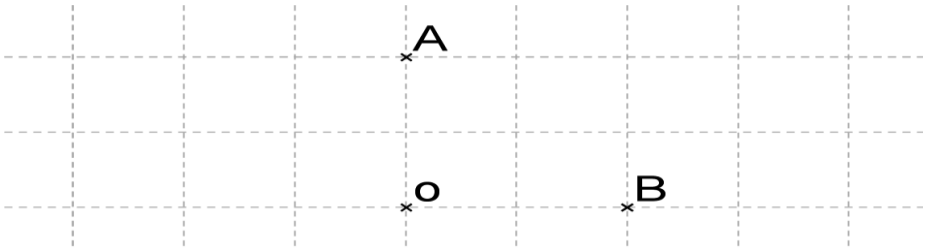
Homothétie

" Un moyen de réduire ou d'agrandir "

I. DEFINITION D'UNE HOMOTHETIE

Activité 1

Consigne 1 : Observe la figure suivante puis construis les points A' et B' tels que : $\overrightarrow{OA'} = 3\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB'} = 3\overrightarrow{OB}$



Les points A' et B' sont les images respectives des points A et B par une application appelée homothétie de centre O et de rapport 3. On note $h_{(0,3)}$ ou h.

$\mathbf{h(A) = A' \text{ signifie } \overrightarrow{OA'} = 3\overrightarrow{OA}}$

$\mathbf{h(B) = B' \text{ signifie } \overrightarrow{OB'} = 3\overrightarrow{OB}}$

Définition : Etant donné un point fixe O du plan et un réel non nul k, l'application du plan qui a tout point M du plan fait correspondre le point M' tel que : $\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$, se nomme **homothétie** de centre **O** et de rapport **k**. On note $h_{(0,k)}$ ou simplement h.

$\mathbf{h(M) = M' signifie\ \overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}}$

Remarques

- $h(O) = O$, le centre de l'homothétie est le seul point invariant.
- Si A' est l'image de A par une homothétie de centre I et de rapport différent de 1, les point I, A, A' sont alignés.

Consigne 2 : Traduis par une égalité vectorielle les phrases suivantes :

a) A est l'image de B par l'homothétie de centre C et de rapport $\frac{2}{3}$

b) L'image de A par l'homothétie de centre C et de rapport -5 est B.

CamScanner

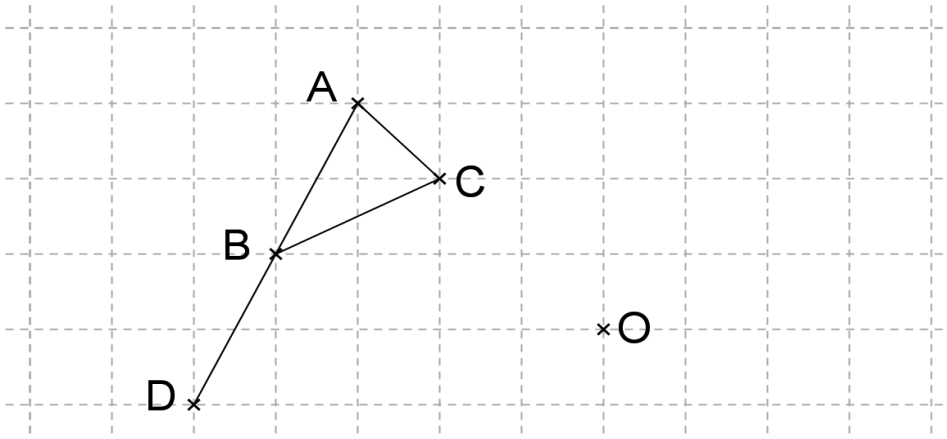
c) Par l'homothétie de centre A, l'image de R est P, le rapport est m.

Réponse : a) $\overrightarrow{CA} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$; b) $\overrightarrow{CB} = -5\overrightarrow{CA}$; c) $\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AR}$

II. PROPRIETES ET IMAGE DE FIGURE PAR UNE HOMOTHETIE

Activité 2

Consigne : Reproduis la figure suivante puis construis les images A', B', C', D' des ponts A, B, C, D par l'homothétie de centre O et de rapport 2 et vérifie que : $\overrightarrow{A'B'} = 2\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{A'C'} = 2\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{A'D'} = 2\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{B'C'} = 2\overrightarrow{BC}$



Théorème : Si A' et B' sont les images respectives de deux points A et B par une homothétie de rapport k (non nul), alors on a :

$\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{AB}$.

Image d'ensemble de points :

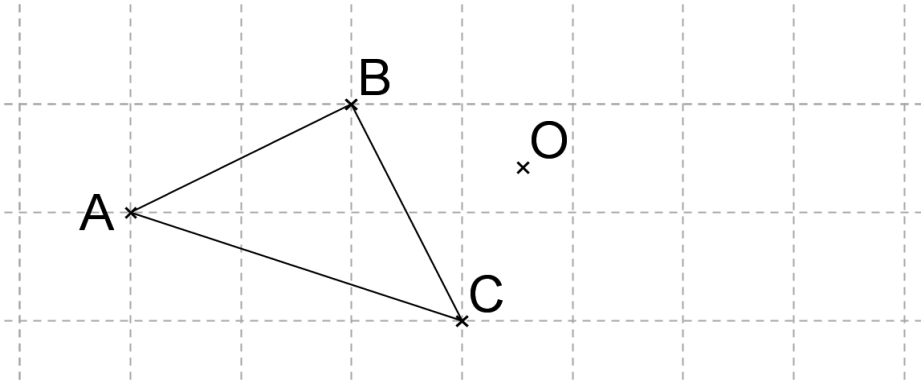
Par une homothétie :

- L'image d'une droite est une droite parallèle ;
- L'image d'une demi-droite est une demi-droite parallèle de même sens si le rapport k est positifs et de sens contraire si le rapport est négatif ;
- L'image d'un segment est un segment ;
- L'image d'un secteur angulaire est un secteur de même mesure.

CamScanner

Exercices

1) Observe la figure suivante



Construis l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport 2 puis par l'homothétie de centre O et de rapport -2.

2) ABC est un triangle et I le milieu de [BC].
   a) Construis l'image A' du point A par l'homothétie h de centre C et de rapport $\frac{1}{2}$.
   b) Quelle est l'image de la droite (AB) par h ?
   c) Quelle est l'image de la droite (BC) par h ?
3) Soit un carré ABCD de centre O. construis son image par l'homothétie de centre O et de rapport -3.
4) Soit un carré ABCD de centre O et le point E symétrique de O par rapport à B.

   Construis l'image du carré ABCD par :
   a) l'homothétie de centre A et de rapport $-\frac{1}{2}$;
   b) l'homothétie de centre E et de rapport 2.
5) Soit un rectangle ABCD et un point E extérieur à ce rectangle.

   Construis l'image du rectangle par l'homothétie de centre E et de rapport -2.
6) Dessine l'image $\mathcal{C}'$ du cercle $\mathcal{C}$ par l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$.

CamScanner

Quel est le rapport de l'aire de $\mathcal{C}$' à l'aire de $\mathcal{C}$?

7) Trois points A, B, C sont alignés dans cet ordre et sont tels que, l'unité étant le cm, $AB = 2$ et $BC = 3$.
   a) Détermine le rapport de l'homothétie de centre A qui transforme B en C.
   b) Détermine le rapport de l'homothétie de centre B qui transforme C en A.
   c) Détermine le rapport de l'homothétie de centre C qui transforme A en B.

CamScanner

Longueur d'un arc

I. RELATION ENTRE LA LONGUEUR D'UN ARC ET SA MESURE EN DEGRES OU GRADES

Activité 3

Consigne 1 : Voici les résultats des mesures effectuées sur des arcs d'un cercle.

Complète le tableau suivant. Que constates-tu ?

Longueur (**L**) de l'arc en **cm**	1,7	3,4	5,1
Mesure (**d**) de l'arc en **degrés**	20	40	60
Quotient des deux mesures $\frac{\mathbf{L}}{\mathbf{d}}$			

Constat : Je constate que les quotients calculés sont tous égaux à **0,085** donc $\frac{1,7}{20} = \frac{3,4}{40} = \frac{5,1}{60}$

Nous avons deux suites de nombres proportionnels.

Propriété : Les longueurs des arcs d'un même cercle sont proportionnelles à leurs mesures en degrés ou grades $\frac{L_1}{d_1} = \frac{L_2}{d_2} ou \frac{L_1}{g_1} = \frac{L_2}{g_2}$.

Consigne 2 : Un arc de cercle de 17° a pour longueur 25m

1) Quelle est la longueur d'un arc de cercle de 45° ?
2) Quelle est la mesure en degrés d'un arc de ce cercle de 50m ?

II. LONGUEUR D'UN ARC DE CERCLE EN DEGRES OU GRADES

La longueur (ou périmètre) d'un cercle de rayon R est $p = 2\pi R$ et le cercle complet mesure 360°. Ainsi la longueur L d'un arc de ce cercle est telle que :

- Si la mesure de l'arc est d (en degrés) : $\mathbf{L} = \frac{\mathbf{2\pi Rd}}{\mathbf{360}}$ ou $\mathbf{L} = \frac{\mathbf{\pi Rd}}{\mathbf{180}}$
- Si la mesure de l'arc est g (en grades) : $\mathbf{L} = \frac{\mathbf{2\pi Rg}}{\mathbf{400}}$ ou $\mathbf{L} = \frac{\mathbf{\pi Rg}}{\mathbf{200}}$

Activité 4

Consigne : Le rayon d'un cercle est 5cm. $\pi = 3,14$

1) Calcule la longueur L_1 d'un arc de ce cercle de40°.

CamScanner

2) Calcule la longueur L_2 d'un arc de ce cercle de 75gr.

III. LE RADIAN

Définition du radian : Le radian (rd ou rad), sur un cercle, est la mesure d'un arc dont la longueur est égale au rayon (le demi-cercle est alors un arc de π radians).

$\boldsymbol{\pi}$ rad $= \mathbf{180°}; \mathbf{90°} = \dfrac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{2}}$ rad

Pour convertir **d** (degrés) en **α** (radians) ou de **α** (radians) en **d** (degrés), on applique la formule : $\dfrac{\boldsymbol{\alpha}}{\boldsymbol{\pi}} = \dfrac{\mathbf{d}}{\mathbf{180}}$

Activité 5

Consigne :

1. Trouve la mesure en radians de chacun des arcs de 30°, de 45°, de 60°.
2. Calcule en degrés les mesures des arcs suivants donnés en radians : $\frac{3\pi}{2}; \frac{2\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}$

Exemple de réponse

$$1\ \alpha = \frac{d\times\pi}{180}\begin{cases} d = 30° alors \alpha = \frac{\pi}{6} \\ d = 45° alors \alpha = \frac{\pi}{4} \\ d = 60° alors \alpha = \frac{\pi}{3} \end{cases} 2\ d = \frac{180\times\alpha}{\pi}\begin{cases} \alpha = \frac{3\pi}{2} alors d = 270° \\ \alpha = \frac{2\pi}{3} alors d = 120° \\ \alpha = \frac{5\pi}{6} alors d = 150° \end{cases}$$

IV. LONGUEUR D'UN ARC EN RADIANS

Si le rayon d'un cercle a pour longueur **R**, un arc de ce cercle de mesure **α** (en radians) a pour longueur : $\mathbf{L = R.\alpha}$

Activité 6

Consigne : Le rayon d'un cercle est 3cm.

1) Un arc de ce cercle mesure 1,5 rad. Trouve sa longueur.
2) Un arc de ce cercle a une longueur de 8,1cm. Trouve sa mesure en radians.

CamScanner

Exercices

1) Exprime en grades et en radians les mesures des arcs suivants :
   75° ; 105° ; 36° ; 108° ; 120° ; 72°.
2) Exprime en degrés et en radians les mesures des arcs suivants :
   120gr ; 72gr ; 75gr ; 105gr ; 180gr.
3) Exprime en degrés et en grades les mesures des arcs
   suivants : $\frac{\pi}{3}rad; \frac{\pi}{12}rad; \frac{5\pi}{6}rad; \frac{\pi}{15}rad; \frac{7\pi}{4}rad; \frac{3\pi}{2}rad; \frac{3\pi}{4}rad; \frac{2\pi}{3}rad$
4) Le rayon d'un cercle est 2,5cm. $\pi = 3{,}14$
   a) Calcule la longueur L_1 d'un arc de ce cercle de 25°.
   b) Calcule la longueur L_2 d'un arc de ce cercle de 20gr.
5) Le rayon d'un cercle est 5cm. $\pi = 3{,}14$
   a) Calcule la longueur L_1 d'un arc de ce cercle de70°.
   b) Calcule la longueur L_2 d'un arc de ce cercle de 72gr.
6) Le rayon d'un cercle est 3cm.
   a) Un arc de ce cercle mesure $\frac{\pi}{12}rad$. Trouve sa longueur.
   b) Un arc de ce cercle a une longueur de 5cm. Trouve sa mesure en radians.
7) Le rayon d'un cercle est 5cm.
   a) Un arc de ce cercle mesure $\frac{\pi}{15}rad$. Trouve sa longueur.
   b) Un arc de ce cercle a une longueur de 3cm. Trouve sa mesure en radians.
8) Un arc d'un cercle a pour longueur 1,57cm. Détermine le rayon de ce cercle lorsque :
   a) l'arc mesure 40° ;
   b) l'arc mesure $\frac{3\pi}{4}rad$

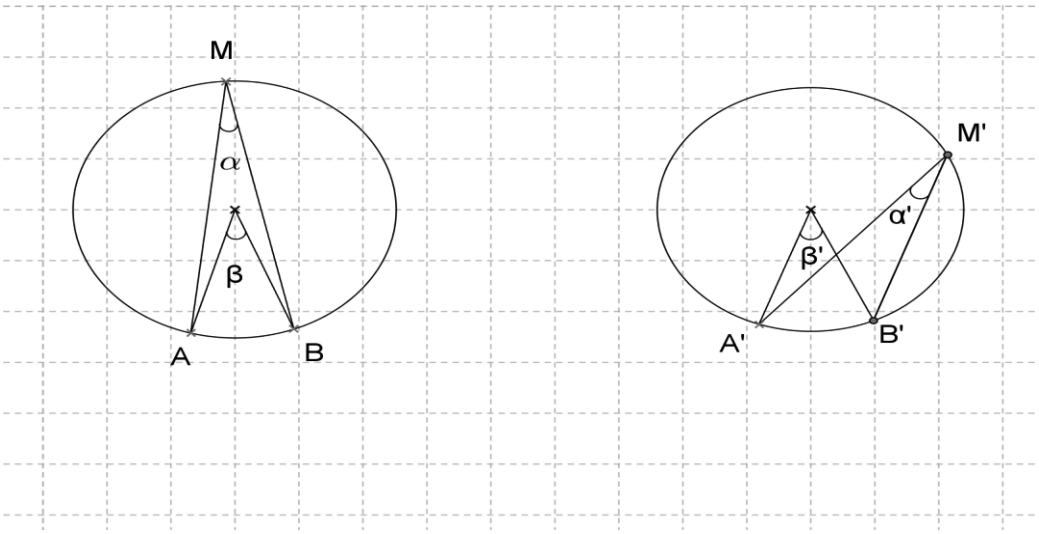
CamScanner

Angle-Aire d'un secteur circulaire

I. SECTEUR ANGULAIRE INSCRIT DANS UN CERCLE ET SECTEUR ANGULAIRE AU CENTRE CORRESPONDANT

Activité 1

Consigne : Observe les figures, effectue les mesures puis complète le tableau. Que peux-tu conclure ?



Angle inscrit α	$\boldsymbol{\alpha_1 = \cdots}$	$\boldsymbol{\alpha_2 = \cdots}$
Angle au centre correspondant β	$\boldsymbol{\beta_1 = \cdots}$	$\boldsymbol{\beta_2 = \cdots}$
Relation entre α et β	$\boldsymbol{\alpha_1 = \cdots \beta_1}$	$\boldsymbol{\alpha_1 = \cdots \beta_2}$

Conclusion : Dans tous ces cas, on a : $\boldsymbol{\alpha = \frac{1}{2}\beta}$

Ainsi : $\boldsymbol{\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB}}$

Angle inscrit = moitié de angle au centre correspondant

Théorème fondamental : La mesure d'un secteur angulaire inscrit dans un cercle est égale à la moitié de la mesure du secteur angulaire au centre correspondant (ou associé).

CamScanner

II. AIRE D'UN SECTEUR CIRCULAIRE

L'aire **A** d'un secteur circulaire est égale au demi-produit du rayon **R** du cercle par la longueur **L** de l'arc intercepté : $\mathcal{A} = \frac{1}{2} L.R$

- Si l'angle est d (en degrés) : $\mathcal{A} = \frac{\pi R^2 d}{360}$
- Si l'angle est g (en grades) : $\mathcal{A} = \frac{\pi R^2 g}{400}$
- Si l'angle est α (en radians) : $\mathcal{A} = \frac{1}{2} R^2 \alpha$

Activité 2

Consigne : Calcule les aires des secteurs circulaires ayant respectivement pour angles 17° ; 50grades ; 1,2 radians dans un cercle de 10cm de rayon.

CamScanner

Exercices

1) Complète le tableau suivant :

R	4	5	
L	7		1,5
$\mathcal{A}$		12	7,5

2) Calcule l'aire du secteur circulaire dans les cas suivant :
   a) d = 20° R = 5cm ;
   b) g = 30gr R = 5cm ;
   c) $\boldsymbol{\alpha}$ = 2,5rad R = 5cm ;
   d) d = 75° R = 3cm ;
   e) g = 120gr R = 3cm ;
   f) $\boldsymbol{\alpha} = \frac{2\pi}{3} rad$ R = 3cm ;

3) Le rayon d'un cercle est 10cm.
   a) Complète le tableau suivant :

Arc	$\boldsymbol{\alpha}$	$\boldsymbol{\beta}$	$\boldsymbol{\gamma}$	$\boldsymbol{\theta}$	$\boldsymbol{\lambda}$
Mesure de la longueur de l'arc en cm		10,5		14	
Mesure de l'arc en degrés	60		85		75

   b) Calcule en radians puis en grades la mesure d'un arc de 50°.
   c) Calcule aire d'un secteur circulaire d'angle 50°.On prendra $\pi = 3{,}14$.

4) On partage un cercle de 3cm de rayon en trois arcs (a), (b), (c) et dont les mesures en degrés sont proportionnelles aux nombres 3 ; 10 et 5.
   a) Calcule les mesures de ces arcs.
   b) Calcule la longueur de l'arc (a).
   c) Exprime en radians puis en grades les mesures des arcs (a), (b) et (c).
   d) Calcule l'aire de 2,7 radians de même cercle.

CamScanner

Positions relatives d'un cercle et d'une droite-Tangente

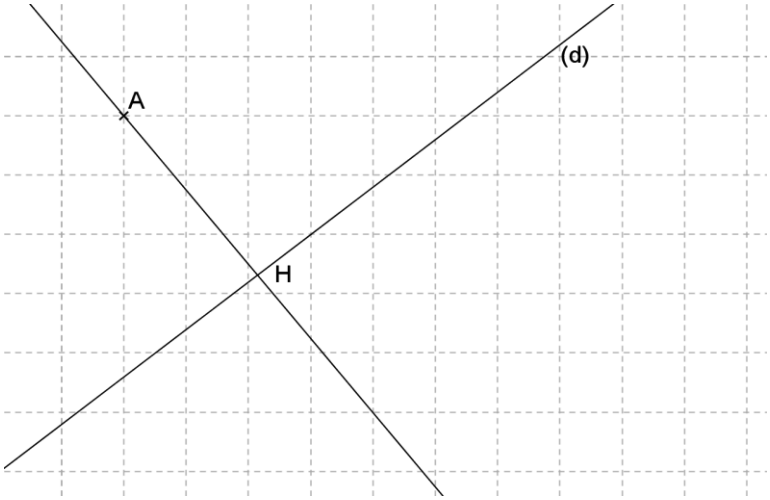
I. DISTANCE D'UN POINT A UNE DROITE

Activité 1

Consigne : Soit une droite (d) et un point A n'appartenant pas à (d).

Trace une droite passant par A et perpendiculaire à (d), elle coupe (d) en H.

Exemple de réponse



Conclusion :

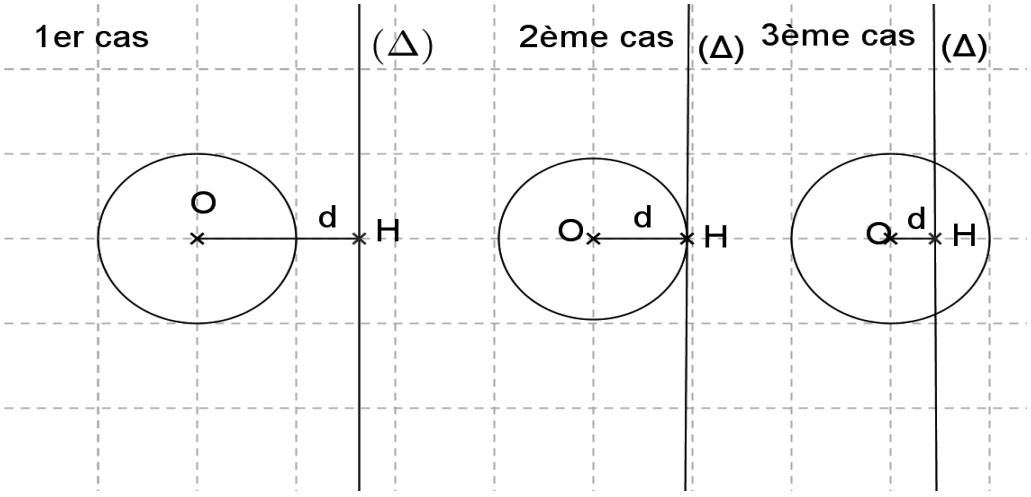
- Le point **H** s'appelle le **projeté orthogonal** du point **A** sur la droite (d).
- La distance du point A au point H est la distance du pont A à la droite (d).

II. POSITIONS RELATIVES D'UN CERCLE ET D'UNE DROITE

Activité 2

Consigne : Observe les trois figures suivantes dans lesquelles **d** est la distance du centre **O** du cercle à la droite **(Δ)** (d = OH) et **R** le rayon du cercle.

CamScanner



Compare **d** et **R** dans chacun des trois cas.

Positions d'un cercle $(\mathcal{C})$ par rapport à une droite (Δ)

Soit un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et rayon **R**, on le note ; $\mathcal{C}$**(O ; R),** et **d** la distance de O à une droite **(Δ)** :

- si $\mathbf{d} > R$, $(\mathcal{C})$ et (Δ) n'ont pas de points communs : la droite est extérieure au cercle
- si $\mathbf{d} = \mathbf{R}$, $(\mathcal{C})$ et (Δ) ont un (1) point d'intersection : la droite est tangente au cercle
- si $\mathbf{d} < R$, $(\mathcal{C})$ et (Δ) ont deux (2) points d'intersection : la droite est sécante au cercle

Théorème : Si **d** désigne la distance du centre d'un de rayon **R** à une droite (Δ), on a les trois propriétés :

1- **(Δ)** est extérieure au cercle équivaut à $\mathbf{d} > \mathbf{R}$
2- **(Δ)** est sécante au cercle équivaut à $\mathbf{d} < \mathbf{R}$
3- **(Δ)** est tangente au cercle équivaut à $\mathbf{d} = \mathbf{R}$

III. TANGENTE A UN CERCLE

Définition : La tangente à un cercle en un point est la droite perpendiculaire au rayon qui passe par ce point.

CamScanner

Remarque : Si deux points A et B sont diamétralement opposés sur un cercle de centre O alors O est le milieu de [AB] et le segment [AB] est un diamètre du cercle.

Activité 3

Consigne : Construis un cercle de centre O et de rayon 3cm.

1) Trace un diamètre [AB] de ce cercle. Que représente le point O pour le segment [AB].
2) Trace deux droites (d) et (d') tangentes à ce cercle respectivement en A et en B. démontre que (d) et (d') sont parallèles.

CamScanner

Exercices

1) Tracer une droite $\mathcal{D}$ puis construis des points A, B, C, D, E, situés d'un même côté de $\mathcal{D}$ à 4cm de distance de cette droite.

   Que remarques-tu ? Sur quelle ligne particulière ces points sont-ils situés ?

2) Soit **H** le projeté sur une droite (**Δ**) du centre **O** d'un cercle de rayon **R**. Sans faire de figure, complète le tableau suivant :

OH	**R**	**Position relative de la droite et du cercle**
5cm	2cm	La droite ne coupe pas le cercle
2cm	5cm	
10cm	10cm	
1m	1dm	

3) Complète le tableau suivant :

Position relative de la droite (Δ) et du cercle($\mathcal{C}$)	**Relation entre d et R**	**Nombre de points d'intersection**
Δ est extérieure à $\mathcal{C}$		
Δ est ……	d = R	
Δest ……		2

4) Soit un segment [AB] de longueur 5cm et M milieu de [AB].
   a) Construis la médiatrice d de [AB].
   b) Construis deux cercles de centres respectifs A et B, tangentes à d en M.

5) Construis un cercle de centre O et de rayon 2 cm.

a) Trace un diamètre [AB] de e cercle. Que représente O pour le segment [AB].

b) Construis deux droites (d) et (d') respectivement tangentes au cercle en A et B. Comment sont les droites (d) et (d') ?

CamScanner

6) Soit un segment [AB] tel que AB = 7cm et (Δ) la médiatrice de [AB].
   $\mathcal{C}_1$ est le cercle de centre A et de rayon 4cm, $\mathcal{C}_2$ est le cercle de centre B et de rayon 3cm et $\mathcal{C}_3$ est le cercle de centre A et de rayon 3,5cm.
   a) Fais une figure.
   b) Donne la position de chacun des cercles $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}_3$ par rapport à (Δ).

7) L'unité de longueur est le centimètre.
   Trace une droite (Δ) et un point I dont la distance à(Δ) est 4. On appelle H le projeté orthogonal de I sur (Δ). Trace les 7 cercles de centre I et de rayon respectifs 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.
   Complète le tableau suivant :

Rayon du cercle	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de points communs du cercle avec la droite							

8) On considère une droite (d), un cercle $\mathcal{C}$ de centre O, de rayon r, et H le projeté orthogonal de O sur (d).
   A quelle condition ce cercle a-t-il :

- Deux points communs avec (d) ?
- Un seul point commun avec (d) ?
- Aucun point commun avec (d) ?

CamScanner

Cas d'isométrie des triangles

I. DEFINITIONS

Définition d'une isométrie : On appelle isométrie, toute application (ou transformation) du plan sur le plan qui conserve les distances.

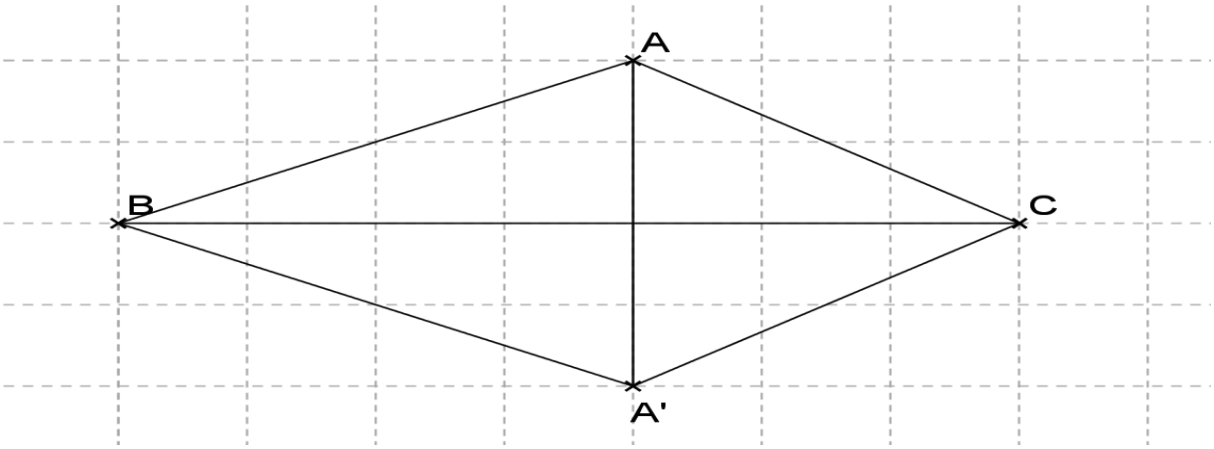
La translation, la symétrie centrale, la symétrie orthogonale sont des isométries.

Triangles isométriques : Deux triangles sont isométriques lorsque l'un est l'image de l'autre par une transformation du plan qui conserve les distances (translation, symétrie centrale, symétrie orthogonale).

Deux triangles isométriques sont superposables.

Activité 4

Observe la figure suivante



Consigne :

1) Complete : $S_{(BC)}(B) = \ldots$; $S_{(BC)}(C) = \ldots$; $S_{(BC)}(A) = \ldots$.
2) Les triangles ABC et A'BC sont-ils isométriques?

II. CAS D'ISOMETRIE DES TRIANGLES

On peut utiliser l'un des trois cas suivants pour montrer que deux triangles sont isométriques.

Premier cas : Si deux triangles ont un côté égal respectivement et deux angles respectivement égaux, alors ils sont isométriques.

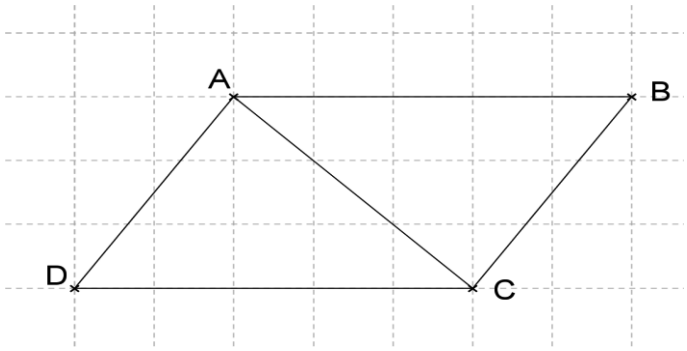
CamScanner

Deuxième cas : Si deux triangles ont un angle égal, compris entre deux côtés respectivement égaux, alors ils sont isométriques.

Troisième cas : Si deux triangles ont leurs trois côtés respectivement égaux, alors ils sont isométriques.

Activité 4

Observe la figure suivante où ABCD est un parallélogramme.



Consigne : Prouve de trois manières différentes que les triangles ABC et ADC sont isométriques.

Exemple de réponse

1ère manière : ABCD étant un parallélogramme de centre O alors :

$S_O(A) = C$; $S_O(B) = D$ *et* $S_O(C) = A$ *donc ADC est l'imagedeABC* S_O

d'où les triangles ABC et ADC sont isométriques.

2ème manière : ABCD étant un parallélogramme de centre O alors :

$AB = DC; BC = AD$ *et* $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ *ainsi* $\widehat{ABC}$ *et* $\widehat{ADC}$ *sont l'angle*

respectivement égal compris entre deux côtés respectivement égaux donc ABC et ADC sont isométriques.

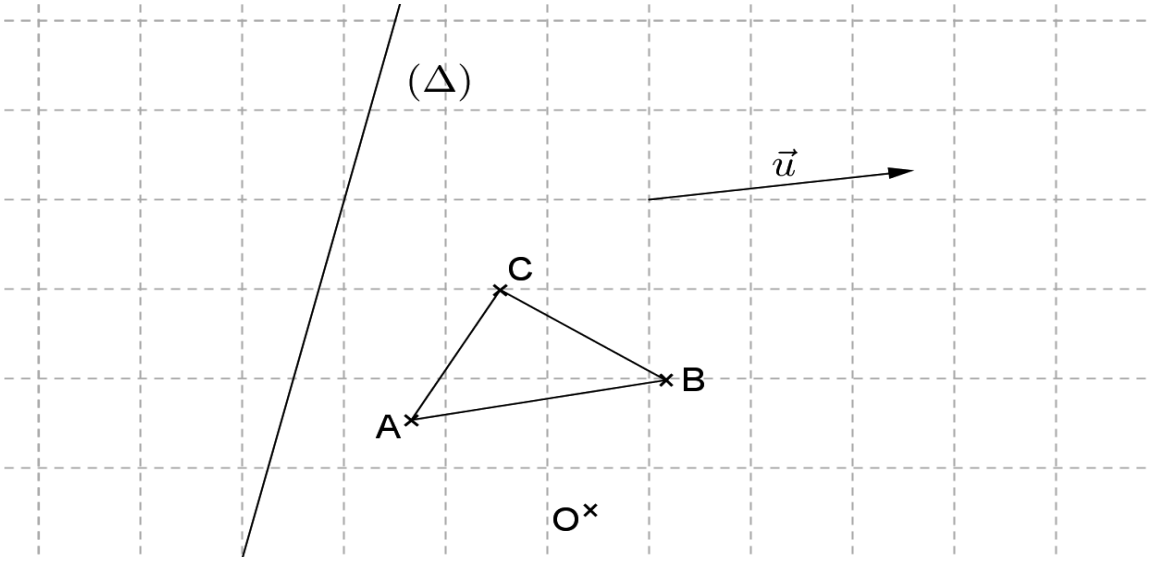
3ème manière : ABCD étant un parallélogramme de centre O alors :

AB= DC ; BC = AD et AC = AC donc ABC et ADC sont isométriques.

CamScanner

Exercices

1) Observe la figure suivante



Construis :

- l'image $A_1B_1C_1$ du triangle ABC par $t_{\vec{u}}$;
- l'image $A_2B_2C_2$ du triangle ABC par S_O ;
- l'image $A_3B_3C_3$ du triangle ABC par S_Δ ;

Démontre que les triangles suivants sont isométriques :

a) $A_1B_1C_1$ et $A_2B_2C_2$;
b) $A_1B_1C_1$ et $A_3B_3C_3$;
c) $A_2B_2C_2$ et $A_3B_3C_3$

2) Construis deux triangles ABC et A'B'C' rectangles respectivement en A et A' tels que AB = A'B' et AC = A'C'.

a) Démontre que les triangles ABC et A'B'C' sont isométriques.
b) Deux triangles rectangles ayant un angle aigu de même mesure sont-ils toujours isométriques ?

3) Soit Δ et Δ' deux droites parallèles.

d est une droite qui coupe Δ en A et Δ' en A' ; O est un point de d, distinct de A et de A'.

(d') est une droite passant par O et coupe Δ en B et Δ' en B'.

a) Fais une figure.

CamScanner

b) Les triangles OAB et OA'B' sont-ils isométriques ?

4) Dessine un triangle ABC non isocèle. De l'autre côté de A par rapport à (BC), construis le point A' tel que $A'B = AC$ et $A'C = AB$.
   a) Démontre que les triangles ABC et A'CB sont isométriques.
   b) Quelle est l'isométrie qui transforme ABC en A'CB ?

5) ABC est triangle isocèle en A tel que $AB = AC = 2BC$. I et J sont les milieux respectifs des segments [AB] et [AC].
   a) Démontre que AJB et AJC sont isométriques.
   b) Démontre que JBC et IDC sont isométriques.

CamScanner

Repères cartésiens du plan
Coordonnées d'un point

I. TYPES DE REPERES CARTESIENS

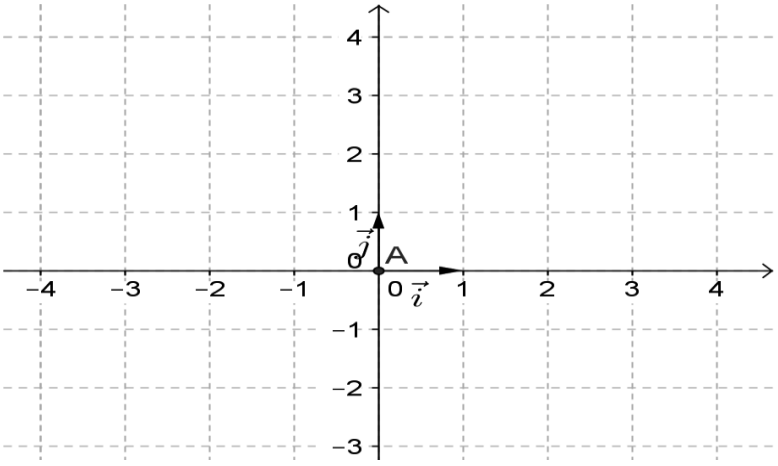
Activité 1

Consigne :

1) Qu'est-ce qu'un axe ?
2) Dessine deux axes de même origine O.

Exemple de réponse

1) Un axe est une droite régulièrement graduée.
2) Figure



Conclusion : Ce système d'axe s'appelle un repère cartésien du plan, qu'on peut noter $(O,\ \vec{\imath}\ ,\ \vec{\jmath})$ où :

- le point O est l'origine du repère ;
- $\vec{\imath}$ est le vecteur unitaire (ou vecteur de base) sur l'axe des abscisses ;
- $\vec{\jmath}$ est le vecteur unitaire (ou vecteur de base) sur l'axe des ordonnées.

Types de repère

Selon les positions des axes et les longueurs des vecteurs de base, on distingue :

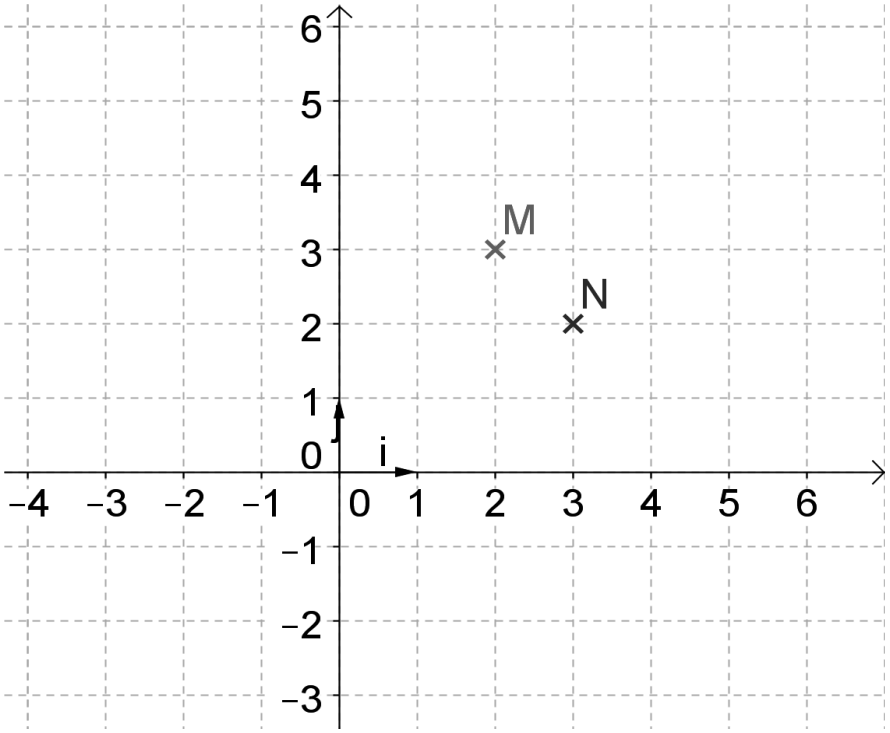
- le repère **orthogonal** : les deux axes sont perpendiculaires ;
- le repère **normé** : les deux vecteurs de base ont même longueur ;

CamScanner

- le repère **orthonormé** : les deux axes sont perpendiculaires et les deux vecteurs de base ont même longueur ; on l'appelle aussi repère orthonormal.
- Le repère quelconque : qui n'est ni **orthogonal**, ni **normé**, ni **orthonormé.**

II. COORDONNEES CARTESIENNES D'UN POINT

Voici un repère cartésien et deux points.



Le point M est repéré par le couple de nombres (2 ; 3).

- Le nombre 2 est l'abscisse de M : l'abscisse d M est notée $x_M \; donc \; x_M = 2$.
- Le nombre 3 est l'ordonnée de M : l'ordonnée de M est notée $y_M \; donc \; x_M = 3$
  - Les nombres 2 et 3 sont les coordonnées de M, on écrit M(2 ; 3) on lit « M de coordonnées (2 ; 3) » de même N(3 ; 2).
    On a donc (2 ; 3) ≠ (3 ; 2)

CamScanner

Activité 2

Consigne : Dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ du plan, marque les points $A(4 ; 3)$, B(3 ; 4), C(-3 ; 4), D(3 ; -4), E(-3 ; -4), F(0 ; 3), G(0 ; -3), H(-3 ; 0), K$(\frac{5}{2} ; 0)$, L$(\frac{3}{2} ; \frac{7}{2})$.

Propriétés

Dans un repère du Plan :

- A chaque point M du plan correspond d'une manière unique ses coordonnées x et y;
- Les coordonnées d'un point du plan étant données, ce point est défini de manière unique dans le plan ;
- Tous les points de l'axe des ordonnées ont une abscisse nulle. Si le point Q est sur l'axe des ordonnées alors Q(0 ; y) ;
- Tous les points de l'axe des abscisses ont une ordonnée nulle. Si le point P est sur l'axe des abscisses alors P(x ; 0) ;
- L'origine d'un repère du plan a pour coordonnées (0 ; 0).

CamScanner

Exercices

1) Dans un repère du plan, marque les points

   A (1 ; 3), B (-2 ; 1), C (-4 ; -2), D (0 ; 4), E (2 ; 0), $F\left(\frac{5}{2};2\right)$, $G\left(5;\frac{9}{2}\right)$

2) Dans un repère orthonormé du plan, marque les points

   A (-4 ; 2), B (-2 ; 4), C (4 ; -2).

   Trace le triangle ABC et affirme sa nature

3) Dans un repère orthonormé du plan, marque les points

   P (-2 ; 2), R (2 ; 6), M (6 ; 2), L (2 ; -2).

   Trace le quadrilatère PRML et affirme sa nature

4) Dans un repère orthonormé (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$) du plan, marque les points

   A (-2 ; 2), B (1 ; 5), C (3 ; 3).

   Trace le quadrilatère ABCO et affirme sa nature

5) Construis un triangle ABC rectangle en A tel que

   AB = 3cm et AC = 4cm.

   Donne les coordonnées du milieu O de [BC] et celles du centre de gravité G du triangle ABC dans le repère $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$

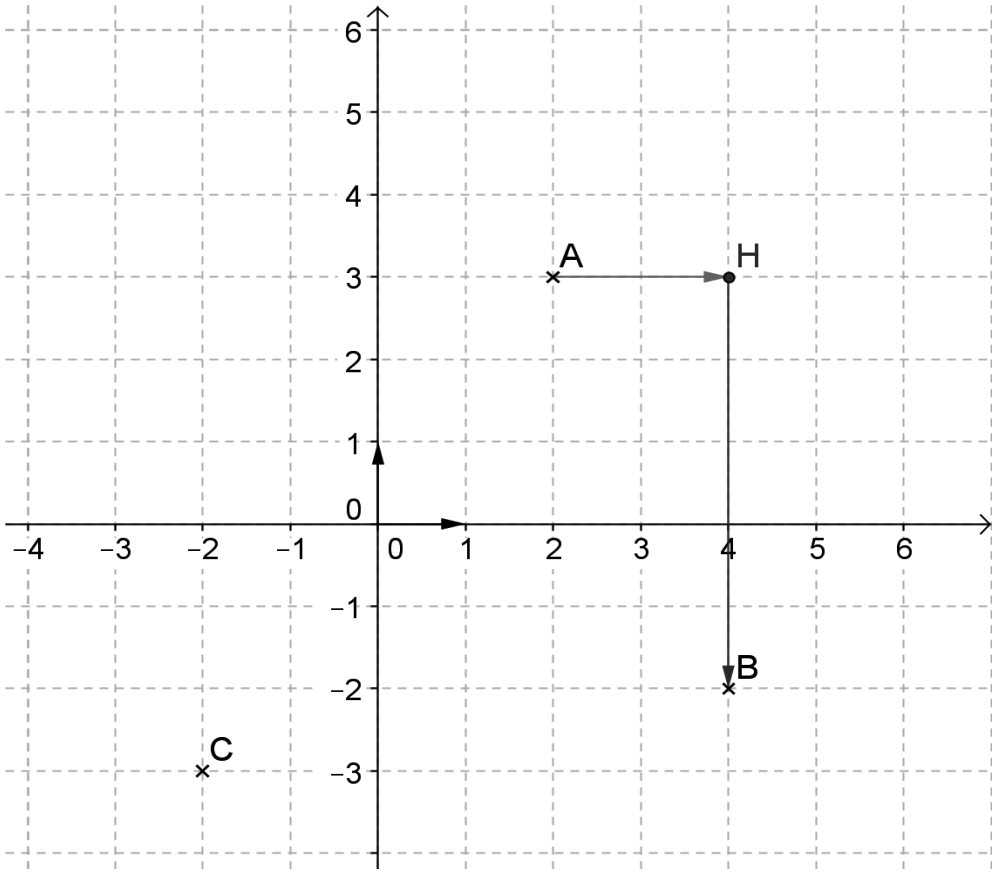
CamScanner

Coordonnées et composantes d'un vecteur

I. COORDONNEES D'UN VECTEUR DEFINI PAR DEUX POINTS

Activité 1

Consigne : Dans le plan muni d'un repère $((o;\vec{\imath};\vec{\jmath})$, place les points A (2 ; 3), B (4 ; -2) et C (-2 ; -3).



Détermination des coordonnées

Pour aller de A à B, déplaçons-nous horizontalement (de A à H) de 2pas vers la droite (+2) puis verticalement (de H à B) de 5 pas vers le bas (-5).

Ainsi le vecteur$\overrightarrow{AB}$. a pour coordonnées (2 ; -5), on écrit $\overrightarrow{AB}\binom{2}{-5}$ ou $\overrightarrow{\mathrm{AB}}(2;-5)$, cela correspond au calcul suivant :

$$\overrightarrow{AB}\begin{vmatrix} x_B - x_A = 4 - 2 = 2 \\ y_B - y_A = -2 - 3 = -5 \end{vmatrix} \overrightarrow{AB}\binom{2}{-5}$$

CamScanner

Consigne 2 : Calcule les coordonnées des vecteurs :

$\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}$. Que remarques-tu ?

$\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}, \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-4\\-6\end{pmatrix}, \overrightarrow{CA}\begin{pmatrix}4\\6\end{pmatrix}, \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-6\\-1\end{pmatrix}, \overrightarrow{CB}\begin{pmatrix}6\\1\end{pmatrix}$

On remarque que $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CA},\ \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{CB}$.

Consigne 3 : Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$. Que peux-tu en déduire ?

$\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}, \overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}, \overrightarrow{OC}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$,

Les coordonnées de $\overrightarrow{OA}$ sont celles de A, de même $\overrightarrow{OB}$ et B ; $\overrightarrow{OC}$ et C.

Calcul de coordonnées : Si $A(x_A;\ y_A)\ et\ B(x_B;\ y_B)$, On a

$\overrightarrow{AB}\begin{vmatrix}x_B - x_A\\y_B - y_A\end{vmatrix}\ \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B - x_A\\y_B - y_A\end{pmatrix}$

Remarque

- D'une manière générale $\overrightarrow{PQ} = -\overrightarrow{QP}$, on dit que les vecteurs $\overrightarrow{PQ}\ et\ \overrightarrow{QP}$ sont opposés.
- étant l'origine du repère O (0 ; 0) :

  - Si M(x ;y) alors $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$

  - Si $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ alors M $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$

II. COMPOSANTES D'UN VECTEUR

Dans un repère $((o;\vec{\imath};\vec{\jmath}), \vec{\imath}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} et\ \vec{\jmath}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

Si $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}$dans le repère $((o;\vec{\imath};\vec{\jmath})$, alors les composantes de $\overrightarrow{AB}$ sont $2\vec{\imath}$ et -$5\vec{\jmath}$ et on écrit $\overrightarrow{AB}$en fonction de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{AB} = 2\vec{\imath} - 5\vec{\jmath}$.

CamScanner

Activité 2

Consigne : Le repère étant $((o;\vec{\imath};\vec{\jmath})$, complète tableau suivant :

Vecteur	Composantes	En fonction de $\vec{\imath}et\vec{\jmath}$
$\overrightarrow{AB}(2;-5)$	$2\vec{\imath}$ et $-5\vec{\jmath}$	$\overrightarrow{AB}=2\vec{\imath}-5\vec{\jmath}$
$\overrightarrow{BA}(-2;5)$	$2\vec{\imath}$ et $5\vec{\jmath}$	$\overrightarrow{BA}=-2\vec{\imath}+5\vec{\jmath}$
$\overrightarrow{AC}(-4;-6)$	et	
$\overrightarrow{CA}(4;6)$	et	
$\overrightarrow{BC}(-6;-1)$	et	
$\overrightarrow{CB}(6;1)$	et	
	et	$\overrightarrow{OA}=2\vec{\imath}+3\vec{\jmath}$
	et	$\overrightarrow{0B}=4\vec{\imath}-2\vec{\jmath}$
	et	$\overrightarrow{OC}=-2\vec{\imath}-3\vec{\jmath}$

Remarque : Si O est l'origine du repère et

$\overrightarrow{OM}=a\vec{\imath}+b\vec{\jmath}$ alors M (a ; b)

Exemple : $\overrightarrow{OA}=2\vec{\imath}+3\vec{\jmath}$ alors A(2 ; 3)

III. EGALITE DE DEUX VECTEURS

Deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont égaux lorsque $\begin{cases}x=x'\\y=y'\end{cases}$

Activité 3

Consigne : Dans un repère $((o;\vec{\imath};\vec{\jmath})$, marque les points A (-1 ; 2) ; B (5 ; 3) ; C (3 ; 0) et D (-3 ;-1).

1) Démontre que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.
2) Calcule les coordonnées du point E tel que ACED soit un parallélogramme.

Rép :

1) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}6\\1\end{pmatrix}, \overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}6\\1\end{pmatrix} donc \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ alors ABCD est un parallélogramme.

2) $ACED\ est\ un\ parallélogramme\ alors\ \overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DE}$

$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DE}\ équivaut\ à\ \begin{pmatrix}x_C-x_A\\y_C-y_A\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x_E-x_D\\y_E-y_D\end{pmatrix}$ $\quad E(1\ ;\ -3)$

CamScanner

IV. COORDONNEES DE $\vec{u}+\vec{v}$ et $k\vec{u}$

Si $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ et k un réel non nul ;

$(\vec{u}+\vec{v})\begin{pmatrix}x+x'\\y+y'\end{pmatrix}$; $k\vec{u}\begin{pmatrix}kx\\ky\end{pmatrix}$

Activité 4

Consigne : On donne $\vec{u}(1;-2)$ et $\vec{v}(3;2)$

Calcule les coordonnées des vecteurs $\vec{u}+\vec{v}$; $\vec{u}-\vec{v}$; $3\vec{u}$; $-\vec{v}$ *et* $3\vec{u}-\vec{v}$;

$\vec{u}+\vec{v}(4;0)$; $\vec{u}-\vec{v}(-2;-4)$; $3\vec{u}(3;-6)$; $-\vec{v}(-3;-2)$; $3\vec{u}(3;-6)$;

$$(3\vec{u}-\vec{v})(0;-8)$$

V. COORDONNEES DU MILIEU D'UN SEGMENT

Soit M le milieu du segment [AB], on a : $x_M=\frac{x_A+x_B}{2}$ *et* $y_M=\frac{y_A+y_B}{2}$

$$M\left(\frac{x_A+x_B}{2}\ ;\ \frac{y_A+y_B}{2}\right)$$

Activité 5

Consigne : On donne les points

A(-1 ;2) ; B(5 ;3) ; C(3 ;0) et D(-3 ;-1).

Calcule les coordonnées des points M, K et L milieux respectifs des segments [AD], [AC] et [BD].

Rép : $M\left(-2\ ;\frac{1}{2}\right)$; $K(1\ ;1)$ $etL(1\ ;1)$

K = L donc les diagonales ABC D ont le même milieu alors ABCD est un parallélogramme.

VI. POINTS ALIGNES

Vecteurs colinéaires :

Deux vecteurs $\vec{\mathbf{u}}\begin{pmatrix}\mathbf{a}\\\mathbf{b}\end{pmatrix}$ et $\vec{\mathbf{v}}\begin{pmatrix}\mathbf{a'}\\\mathbf{b'}\end{pmatrix}$ sont colinéaires lorsque :

$\boldsymbol{ab'=ba'}$ *ou* $\boldsymbol{ab'-ba'=0}$.

Points alignés : Trois points A, B et C sont alignés lorsque les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

CamScanner

Activité 6

Consigne 1 : Dans les cas suivants les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{\vec{v}}$ sont-ils colinéaires ?

a) $\vec{u}\binom{2,5}{5}$ et $\vec{v}\binom{5}{1}$

b) $\vec{u}\binom{1}{3}$ et $\vec{v}\binom{5}{2}$

Exemple de réponse

a) $25\times1 = 5\times5$ alors $\vec{u}$ $et\vec{\vec{v}}$ sont colinéaires.

b) $1\times2 \neq 3\times5$alors $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.

Consigne 2 : On donne les points $B(5\,;3)$; $C(3\,;0)$ et $E(1\,;-3)$.

Les points B, C et E sont-ils alignés ?

Exemple de réponse

$\overrightarrow{BC}\binom{-2}{-3}$, $\overrightarrow{BE}\binom{-4}{-6}(-2).(-6) = (-3).(-4)$ alors les points sont alignés.

VII. COORDONNEES ET TRANSFORMATIONS DU PLAN

Activité 7

Consigne : Dans un plan muni d'un repère $(o;\vec{\imath};\vec{\jmath})$, on donne le point P(-2 ; -1) et le vecteur $\vec{u}(2;3)$.

1) Traduis chacune des phrases suivantes par une égalité vectorielle :
   a) Q est le transformé de P par la translation de vecteur$\vec{u}$.
   b) R est l'image de P par rapport à Q.
   c) S est l'image de P par l'homothétie de centre O et de rapport -2.
2) Calcule les coordonnées des points Q, R et S.

CamScanner

Exercices

1) Le plan est rapporté à un repère$(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

   On donne les points A ; B ; C ; D ; E ; F ; G définis par :

   $\overrightarrow{OA} = 2\vec{\imath} + 5\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OB} = 6\vec{\imath} - \vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OC} = -4\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OD} = -2\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$;

   $\overrightarrow{OE} = 3\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OF} = -\vec{\imath} - \vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OG} = 3\vec{\imath}$

   a) Place ces points dans le repère.

   b) Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{EF}$; $\overrightarrow{FG}$ *et* $\overrightarrow{AC}$.

   c) Les points I, J, K, L sont les milieux respectifs des segments [AB], [BC], [CD], [DA].

   Calcule les coordonnées des points I, J, K, L.

   d) Démontre que le quadrilatère IJKL est un parallélogramme.

   e) Calcule les coordonnées des points P et Q tels que :

   $\overrightarrow{EP} = \overrightarrow{FG}$ *et* $\overrightarrow{EQ} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EG}$

2) Dans les cas suivants, les points A, B et C sont-ils alignés ?

   a) A (1 ; -1), B (2 ; 3), C (4 ; 7) c) A (0 ; 0), $B(-\sqrt{2}\ ;\ 3)$, C(4 ; 1)

   b) A (-1 ; 2), B (1 ; 5), C (3 ; 8)d) $A\left(0;\frac{5}{4}\right), B(1;0), C(4;\ -\frac{15}{4})$

3) Le plan est rapporté à un repère$(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on donne les points A (2 ; -1), B (1 ; 3) et $E\left(-\frac{5}{2};y\right)$

   a) Exprime $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$ en fonction de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$.

   b) Calcule y pour que les points B, C, E soient alignés.

4) Le plan est rapporté à un repère$(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

   Soit A (1 ; 5) et B (-4 ; 3)

   Calcule les coordonnés du point M tel que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$.

   Même question avec A (-5 ; 7) et B (0 ; 1)

5) Le plan est rapporté à un repère$(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

   Soit A(1 ; 2), B(-5 ; 2), $C\left(\sqrt{3};1\right)$.

   Calcule les coordonnées des points E, F, G, H définies par :

CamScanner

$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CG} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CH} = \vec{0}$

6) Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère les points A (2 ; 3) et I(4 ; 5).
   a. Calcule les coordonnées du point M image du point A dans la symétrie de centre I : $M = S_I(A)$.
   b. Calcule les coordonnées du point N image du point A par la translation de vecteur $\vec{V}(1; -3)$.
   c. Calcule les coordonnées du vecteur$\overrightarrow{MN}$.

CamScanner

Equation d'une droite

Une droite est déterminée par :

- la donnée de deux de ses points ;
- la donnée d'un de ses points et sa direction (vecteur directeur)

I. EQUATION D'UNE DROITE DEFINIE PAR DEUX POINTS

Activité 1

Dans un repère du plan, marque les points A (2 ; -3) et B (0 ; 2).

Consigne 1 : Soit un point M(x ; y). Détermine une relation entre x et y pour que les points A, B, M soient alignés.

Indication :

$\overrightarrow{\mathbf{AM}}\begin{pmatrix}\mathbf{x-2}\\ \mathbf{y+3}\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\mathbf{AB}}\begin{pmatrix}\mathbf{-2}\\ \mathbf{5}\end{pmatrix}$**. A, B, M** sont alignés lorsque $\overrightarrow{\mathbf{AM}}$ et $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ sont colinéaires c'est-à-dire si $5(x-2) = -2\,(y+3)$.Cette relation est appelé équation de la droite passant par les points A et B.

Equation de la droite (AB)

Si $A\,(x_A\,;\,y_A)\ et\ B(x_B\,;\,y_B)$, une équation de la droite (AB) est :

$$(\mathbf{y_B - y_A})(\mathbf{x - x_A}) - (\mathbf{x_B - x_A})(\mathbf{y - y_A}) = \mathbf{0}$$

Consigne 2 : Dans un repère du plan, on donne les points A (2 ; -3), B (0 ; 2) et C (-3 ; 1). Détermine une équation de chacune des droites (AC) et (BC).

II. EQUATION D'UNE DROITE DEFINIE PAR UN POINT ET UN VECTEUR DIRECTEUR

Activité 2

Consigne 1 : soient les points A (1 ; 4) et M (x ; y) et un vecteur $\vec{\mathbf{u}}\begin{pmatrix}\mathbf{2}\\ \mathbf{3}\end{pmatrix}$.

Détermine une relation entre x et y pour que les vecteurs $\overrightarrow{\mathbf{AM}}$ et $\vec{\mathbf{u}}$ soient colinéaires.

Equation de la droite (d) passant par A et de vecteur directeur $\vec{\mathbf{u}}$

L'équation de la droite passant par un point A (x_A ; y_A) et de vecteur directeur $\vec{\mathbf{u}}\begin{pmatrix}\mathbf{a}\\ \mathbf{b}\end{pmatrix}$ est : $\boldsymbol{b}\,(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x_A}) - \boldsymbol{a}\,(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{y_A}) = \mathbf{0}$

CamScanner

Consigne 2 : Détermine une équation de la droite (d) passant par B (3 ; 1) et de vecteur directeur $\vec{\mathbf{u}}\binom{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$.

III. VECTEUR DIRECTEUR D'UNE DROITE

- Le vecteur $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ est un vecteur directeur de la droite (AB) et tout vecteur colinéaire à $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ c'est-à-dire tout vecteur de la forme $k\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ avec k ≠ 0.
- La droite d'équation $\boldsymbol{ax + by + c = 0}$ a pour vecteur directeur $\vec{\mathbf{u}}\binom{\mathbf{-b}}{\mathbf{a}}$ et tout vecteur de la forme $\boldsymbol{k\vec{u}}$ est aussi un vecteur directeur de la droite (AB)

Activité 3

Consigne 2 : Trouve un vecteur directeur de chacune des droites :

(d) : $5x + 2y = 3$; (Δ) : $2x - 3y + 6 = 0$

IV. REPRESENTATION GRAPHIQUE D'UNE DROITE

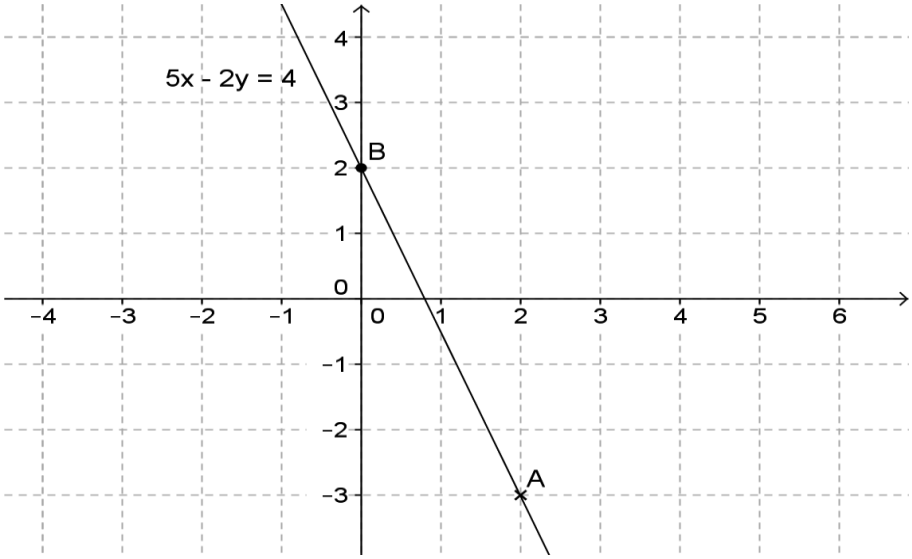
Point et droite : Un point appartient à une droite si ses coordonnées vérifient l'équation de cette droite.

Méthode : Pour représenter une droite connaissant son équation, il suffit de, déterminer les coordonnées de deux points de cette droite, placer ces deux points dans un repère du plan et tracer la droite passant par ces deux points.

Exemple : Soit à représenter la droite d'équation : $5x - 2y = 4$

Les points A(2 ; -3) et B(0 ; 2) sont deux points de cette droite . Il suffit de placer ces deux points dans un repère et tracer la droite passant par les points A et B.

CamScanner



Activité 4

Consigne 2 : Dans un repère du plan, construis les droites

(d) : $5x + 2y = 3$; (Δ) : $2x - 3y + 6 = 0$

Indication :

Pour (d) : A (-1 ; 4) et B (1 ; -1)

Pour (Δ) : C (0 ; 2) et D (-3 ; 0)

V. INTERSECTION DE DEUX DROITES

Méthode : Pour déterminer les coordonnées du point d'intersection M de deux droites (d) et (d'), on résout le système formé par les équations de (d) et (d'). Le couple solution du système représente les coordonnées du point M. $(d) \cap (d') = \{M\}$

Activité 5

Consigne 2 : Les droites (Δ) et (Δ') ont pour équations respectives

$x - 2y + 1 = 0$ et $2x - y = -2$.

Calcule et retrouve graphiquement les coordonnées du point M tel que

$(\Delta) \cap (\Delta') = \{M\}$

CamScanner

Exercices

Dans tous les exercices qui suivent le plan est muni d'un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) Détermine une équation de la droite (AB) dans les cas suivants :
   a) A (0 ; 1) et B (3 ; 0) ; d) A (0,36 ; -1) et B (0 ; 0)
   b) A (8 ; -5) et B (2 ; 1) ; e) $A\ (4\sqrt{2}\ ;\ 1)\ et\ B\ (-5\sqrt{3}\ ;\ 1)$
   c) A (-3 ; 4) et B (3 ; -4) ; f) $A\ (2\ ;\ \frac{3}{2})\ et\ B\ (-5\ ;\ 8)$
2) Détermine une équation de la droite (Δ) définie par le point A et le vecteur $\vec{u}$ dans les cas suivants :
   a) $A(0;0)\ et\ \vec{u}(1;2);$ $d)\ A(-3;4)\ et\ \vec{u}(0;1);$
   b) $A(1;2)\ et\ \vec{u}(1;0);$ $e)\ A\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right)\ et\ \vec{u}(4;3)$
   c) $A(-16;15)\ et\ \vec{u}\left(3\sqrt{2};\ -1\right);$ $f)\ A\left(\sqrt{2};1\right)\ et\ \vec{u}\left(1;\ \sqrt{2}\right)$
3) Détermine un vecteur directeur de chacune des droites :

$$d_1: 2x - y + 3 = 0; \qquad d_2: -x\sqrt{2} + 4 = 0;$$
$$d_3: y = 0; \qquad d_4: x + 18y - 7 = 0;$$
$$d_5: 4x + 5y - 7 = 0; \qquad d_6: -3x + y\sqrt{2} + 8\sqrt{3} = 0;$$

4) Détermine l'intersection des droites (Δ) et (Δ'), par calcul et graphiquement :
   a) $(\Delta): x + 2y = 4;$ $(\Delta'): 3x - 5y = -8$
   b) $(\Delta): 3x - 5y = -8\ ;$ $(\Delta'): x + 3y = 1$
   c) $(\Delta): y = 3x - 2;$ $(\Delta'): y = 2x - 3$
5) On donne les points A (2 ; 3), B (5 ; 7) et C (-6 ; -8)
   a) Détermine une équation de la droite (AB).
   b) Le point E de la droite (AB) a pour abscisse -4. Détermine son ordonnée.
   c) Détermine l'abscisse du point F de la droite (AB) d'ordonnée 4.

CamScanner

6) On donne les point A et B de coordonnées respectives (a, 0) et (0 ; b) avec ab ≠ 0.
   a) Trouve une relation de la forme $px + qy = r$ caractérisant la droite (AB).
   b) Montre que cette équation peut se mettre sous la forme $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
7) Dans un repère orthonormé, place quelques points dont les coordonnées vérifient l'équation $y = x^2$. Est-ce que $y = x^2$ est l'équation d'une droite ?

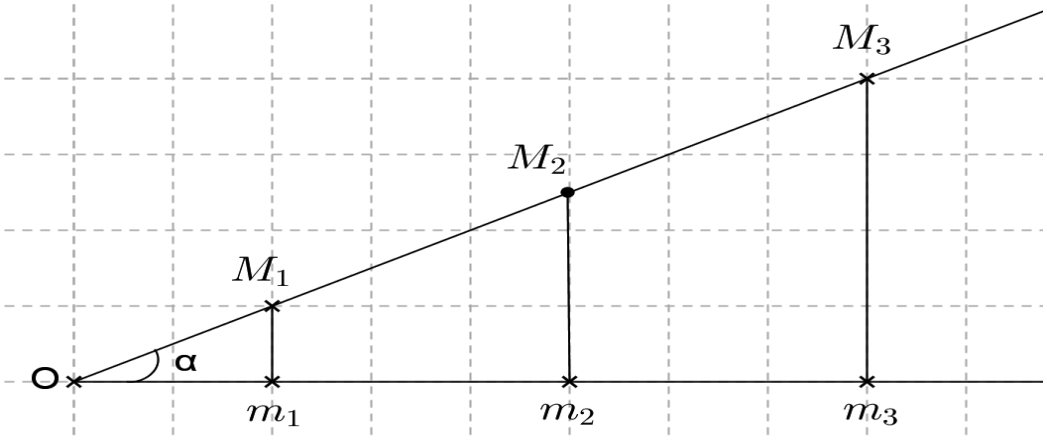
CamScanner

Cosinus d'un angle aigu

I. DEFINITION ET CALCUL DU COSINUS D'UN ANGLE AIGU

Activité 1

Consigne 1 : Soit un secteur angulaire $\left[\widehat{\mathbf{xOy}}\right]$ d'angle α. Les points m_1, m_2 et m_3 de [Ox) sont les projetés orthogonaux des points M_1, M_2 et M_3 de [Oy) sur [Ox).



En utilisant la figure et une règle graduée, trouve la mesure de la longueur de chacun des segments suivants : [Om_1], [Om_2], [Om_3], [OM_1], [OM_2], [OM_3].

Calcule les rapports $\frac{\mathbf{Om1}}{\mathbf{OM1}}$; $\frac{\mathbf{Om2}}{\mathbf{OM2}}$ **et** $\frac{\mathbf{Om3}}{\mathbf{OM3}}$ que constates-tu ?

Conclusion : La valeur commune de ces rapports s'appelle le cosinus de l'angle aigu α. On le note $\mathbf{cos\alpha} = \frac{\mathbf{Om}}{\mathbf{OM}}$. Ce rapport ne dépend pas de l'unité choisie.

Définition

Le triangle mOM étant rectangle en m, le côté [OM] est **l'hypoténuse** et le côté [Om] s'appelle **côté adjacent** pour l'angle α.

$$Ainsi\ \mathbf{cos\alpha} = \frac{\mathbf{Om}}{\mathbf{OM}} = \frac{\mathbf{côté\ adjacent}}{\mathbf{hypoténuse}}$$

Consigne 2 : Construis un triangle ABC rectangle en A tel que :

AB = 3cm et $\widehat{\mathbf{ABC}} = \mathbf{60°}$ **.** Mesure BC puis calcule Cos60°.

CamScanner

II. PROPRIETE DU COSINUS D'UN ANGLE AIGU

- Le triangle mOM étant rectangle en m, alors $\mathbf{cos\alpha} = \frac{\mathbf{Om}}{\mathbf{OM}}$
  - Si $\alpha = 0$ alors $Om = OM$ et $cos0° = 1$
  - Si $\alpha = 90°$ alors $Om = 0$ et $cos90° = 0$
- Un angle aigu est un angle dont la mesure est comprise entre 0° et 90°
  - Le cosinus d'un angle aigu est entre 0 et 1.
    Si α est angle aigu alors $0 < \cos \boldsymbol{\alpha} < 1$
  - Tout nombre réel a compris entre 0 et 1 correspond au cosinus d'un et d'un seul angle aigu α tel que $\mathbf{cos}\,\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{a}$
  - A tout angle $\boldsymbol{\alpha}$ tel que $0° \leq \boldsymbol{\alpha} \leq 90°$ correspond un réel $\mathbf{cos}\,\boldsymbol{\alpha}$ tel que $1 \geq \cos \boldsymbol{\alpha} \geq 0$

Activité 2

Consigne : Parmi les réels suivants, quels sont ceux qui peuvent être des cosinus d'angle aigu ? Pourquoi ?

$0{,}14$; $\frac{5}{3}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{9}{2}$; π

CamScanner

Exercices

1) Dessine un triangle rectangle en A tel que

   AB = 3cm ; AC = 4cm et BC = 5cm.

   a) Complete les phrases suivantes :

- Le côté … est l'hypoténuse du triangle ABC.
- Pour l'angle $\widehat{\mathbf{ABC}}$ le côté adjacent est …
- Pour l'angle $\widehat{\mathbf{ACB}}$ le côté adjacent est …

   b) Calcule $\mathbf{Cos}\widehat{\mathbf{ABC}}$ et $\mathbf{Cos}\widehat{\mathbf{ACB}}$

2) Dans un triangle EFG rectangle en E, FG = 4,5 cm et $\cos \hat{G} = 0{,}8$. Calcule EG.

3) Construis un triangle isocèle ABC tel que :

   AB = AC = 6cm et $\widehat{BAC} = 120°$

   a) Calcule la longueur du côté [BC].

   b) Calcule la longueur de la hauteur relative au côté [BC].

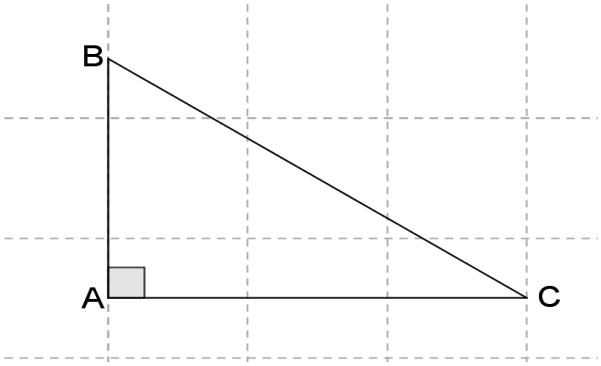
   On donne $\cos 60° = \frac{1}{2}$; $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

CamScanner

Relations métriques dans le triangle rectangle-Théorème de Pythagore

I. RELATIONS METRIQUES DANS LE TRIANGLE RECTANGLE

Rappel : Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit.

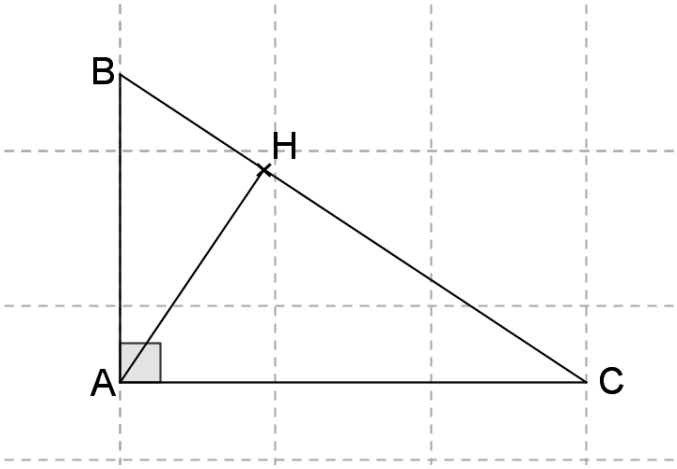


Dans ce triangle, le plus grand côté [BC] s'appelle hypoténuse et les deux autres côtés [AB] et [AC] sont les côtés de l'angle droit.

Activité 1

Soit un triangle ABC rectangle en A et [AH] sa hauteur issue de A.

On dit que H est le pied de la hauteur issue de A.



Consigne 1 :

Trouve deux rapports égaux à $\cos \widehat{B}$ et deux rapports égaux à $\cos \widehat{C}$

Exemple de réponse

$Dans\ le\ triangle\ ABC\ rectangle\ en\ A\ \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}\ et\ \cos \hat{C} = \frac{AC}{BC}$

CamScanner

$Dans\ le\ triangle\ ABH\ rectangle\ en\ H\ \cos\hat{B} = \frac{BH}{AB}$

$Dans\ le\ triangle\ AHC\ rectangle\ en\ H\ \cos\hat{C} = \frac{CH}{AC}$

Consigne 2 :

Déduis de la consigne1 l'expression de **AB^2** et celle de **AC^2** appelées relations métriques dans le triangle rectangle ABC ci-dessus.

Exemple de réponse

$Des\ deux\ rapports\ de\ \cos\hat{B}\ ,on\ a : \frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB}\ équivaut$ à

$AB^2 = BHxBC \quad (1)$

$Des\ deux\ rapports\ de\ \cos\hat{C}\ ,on\ a : \frac{AC}{BC} = \frac{CH}{AC}\ équivaut$ à

$AC^2 = CHxBC \quad (2)$

Théorème : Si ABC est un triangle rectangle en A et [AH] sa hauteur, on a :

$AB^2 = BHxBC \quad (1)$

$AC^2 = CHxBC \quad (2)$

II. THEOREME DE PYTHAGORE

Activité 2

Soit un triangle ABC rectangle en A et [AH] sa hauteur.

On a :$AB^2 = BHxBC(1)\ et\ AC^2 = CHxBC \quad (2)$

Consigne 1 : Déduis des relations (1) et (2) l'égalité $AB^2 + AC^2 = BC^2$

Exemple de réponse

$AB^2 = BHxBC \quad (1)$
$AC^2 = CHxBC \quad (2)$ *en ajoutant membre* à *membre les égalité* (1)*et* (2),

$on\ obtient\ AB^2 + AC^2 = BC^2$

$La\ relation\ AB^2 + AC^2 = BC^2\ est\ appelé\ relation\ de\ Pythagore$

Enoncé du théorème de Pythagore : Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

CamScanner

Calcul des longueurs des côté du triangle rectangle

Si le triangle ABC est rectangle en A alors $AB^2 + AC^2 = BC^2$

Longueur de l'hypoténuse : $\boldsymbol{BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}}$

Longueur des côtés de l'angledroit :

$\boldsymbol{AB = \sqrt{BC^2 - AC^2}}$ *et* $\boldsymbol{AC = \sqrt{BC^2 - AB^2}}$

Consigne 2 : Dans un triangle LIT rectangle en L :

a) Calcule LI sachant que IT = 17 et TL = 15.

b) Calcule IT sachant que LI = 12 et LT = 5.

III. RECIPROQUE DU THEOREME DE PYTHAGORE

Enoncé de la réciproque du théorème de Pythagore : Dans un triangle, si le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors le triangle est rectangle.

Pour démontrer qu'un triangle est rectangle, on utilise la réciproque du théorème de Pythagore.

Activité 3

Consigne 1 : Un triangle ABC tel que AB = 3 ; AC = 4 et BC = 5 est-il rectangle ?

Consigne 2 : Un triangle RAS tel que RA = 85 ; AS = 77 et SR = 36 est-il rectangle ?

Remarque : On peut démontrer qu'un triangle est rectangle en montrant qu'il a un angle droit.

Consigne 3 : Construis Un triangle ABC tel que

BC = 7cm; $\boldsymbol{\widehat{BCA} = 37°}$ et $\boldsymbol{\widehat{ABC} = 53°}$

1. Prouve que le triangle ABC est rectangle.
2. Calcule les longueurs des deux côtés du triangle.
   On donne cos37° = 0,79.

Indication :

$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$ alors $\widehat{A} = 90°$ par suite le triangle ABC est rectangle en A

CamScanner

Exercices

1) Un triangle ABC a les caractéristiques suivantes :

   $AC = \frac{10\sqrt{3}}{3}$; $AB = \frac{5\sqrt{3}}{3}$; et $BC = 5$

   Ce triangle est-il rectangle ?

2) ABC est un triangle rectangle en A et [AH] sa hauteur.

   Sachant que $AB = 6$ et $AC = 10$, calcule : $\cos \hat{B}$, BH, CH et AH.

3) Dans les cas suivants, ABC est un triangle rectangle en A et H le pied de la hauteur issue de A.

   a) $AC = 11{,}2$ cm ; $AB = 6{,}6$ cm. Calcule BC, CH, BH et AH.

   b) $AC = 2$ cm ; $AB = \sqrt{5}$ cm. Calcule BC, CH, BH et AH.

   c) $AC = 3$ cm ; $AB = 6{,}6$ cm. Calcule BC, CH, BH et AH.

   d) $AC = 17$ cm ; $AH = 2{,}4$ cm. Calcule CH.

4) ABC est un triangle rectangle en A.

   $BC = 2a$ et $AB = a\sqrt{3}$. Calcule AC.

5) Soit ABC un triangle isocèle de sommet principal A tel que $AB = 6$ cm et $BC = 8$ cm.

   On désigne par H le pied de la hauteur issue de A. La perpendiculaire à (AB) en A coupe la droite (BC) en F.

   a) Fais un dessin.

   b) Calcule les distances BH et AH.

   c) Calcule le cosinus de l'angle ABH.

   d) Utilise ce résultat pour calculer la mesure du côté [BF] dans le triangle rectangle ABF.

6) Soit ABC un triangle rectangle en A. on désigne par H le pied de la hauteur issue de A.

   a) Construis ce triangle sachant que $\hat{B} = 60^0$ et $AB = 4$ cm.

   b) Calcule BC, AC, BH, HC et AH. On donne $\cos 60^0 = \frac{1}{2}$.

CamScanner

7. On donne un triangle ABC rectangle en A, dans lequel l'hypoténuse [BC] mesure 5,8cm et le côté [AB] 4cm.

   Calcule AC et la longueur de chacune des trois médianes.

8. Un triangle ABC rectangle en A est tel que : $BC = 4\sqrt{3}\ et\ AC = 6$

a) Calcule AB.

b) Calcule $\cos\widehat{ABC}\ et\ \cos\widehat{ACB}$

9) On considère un triangle OAB rectangle en O tel que :

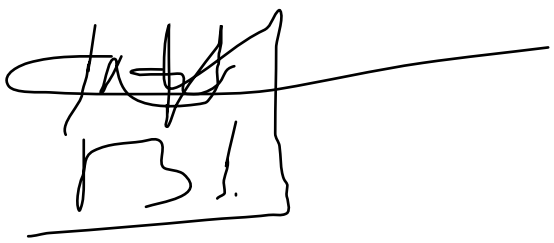
   OA = 4cm ; OB = 5cm.

   a) Construis le cercle $(\mathcal{C})$ de diamètre [AB] et la droite tangente (T) en A à ce cercle qui coupe (OB) en K.

   b) Calcule AB ; BK ; OK et AK.

   c) Détermine le point I centre de $(\mathcal{C})$ et le point I', symétrique de I par rapport à A.

   d) Construis le point L, image de I' dans la translation du vecteur $\overrightarrow{KI}$ puis montre que le quadrilatère KILI' est un parallélogramme.



CamScanner

Conditions de parallélisme de deux droites

I. RECONNAITRE DEUX DROITES PARALLELES

Deux droites parallèles ont même direction.

Les deux droites ont une équation de la forme : $ax + by + c = 0$

Soit (d) : $ax + by + c = 0$ et (d') : $a'x + b'y + c' = 0$

(d) // (d') lorsque $ab' = ba'$ ou $ab' - ba' = 0$

Les deux droites ont une équation de la forme : $y = ax + b$

Soit (Δ) : $y = ax + b$ et (Δ') : $+ y' = a'x + b'$

(Δ) // (Δ') lorsque $a = a'$

Théorème : Deux droites parallèles ont même coefficient directeur.

Propriété : Si deux droites sont parallèles, tout vecteur directeur de l'une est aussi vecteur directeur de l'autre.

Activité 1

Consigne 1 : Trouve la position relative des deux droites (Δ) et (Δ') dans les cas suivants :

a) (Δ) : $\frac{2}{3}x + \frac{5}{4}y = 1$ et (Δ') : $8x + 15y = 12$

b) (Δ) : $3x + 2y = 10$ et (Δ') : $2x - 3y = -2$

Consigne 2 : Les droites (d) et (d') sont-elles parallèles dans les cas suivants ?

a) (d): $y = \frac{3}{2}x + 5$ et (d') : $y = 1{,}5x - 2$

b) (d) : $y = \frac{6}{4}x + \frac{1}{2}$ et (d') : $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$

CamScanner

II. DROITES PARALLELES ET REPERE DU PLAN

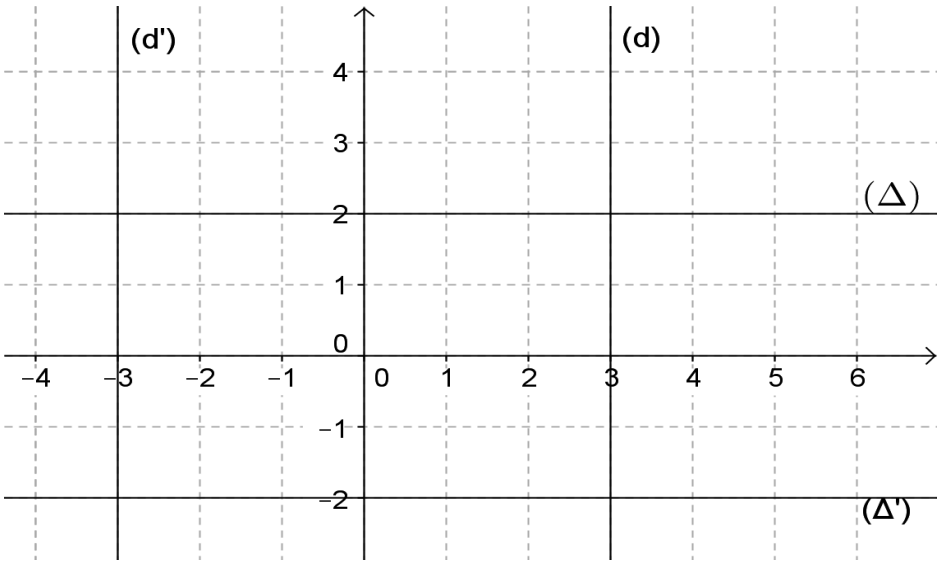
Théorème :

- Toute droite dont l'équation peut s'écrire sous la forme $\boldsymbol{x = a}$ (avec a ϵ $\mathbb{R}$) est parallèle à l'axe des ordonnées.
- Toute droite dont l'équation peut s'écrire sous la forme $\boldsymbol{y = b}$ (avec a ϵ $\mathbb{R}$) est parallèle à l'axe des abscisses.

Exemples :

(d) : x = 3 ; (d') : x = -3

(Δ) : y = 2 ; (Δ) : y = -2



III. EQUATION D'UNE DROITE PASSANT PAR UN POINT ET PARALLELE A UNE DROITE CONNUE

Activité 2

Consigne 1 : Détermine une équation de la droite (Δ) passant par A (-3 ; 1) et parallèle à la droite (d) d'équation : x + 4y + 7 = 0.

Consigne 2 : Détermine une équation de la droite (Δ') passant par B (1 ; 2) et parallèle à la droite (d') d'équation : $y = -5x + 1$

CamScanner

Exercices

1) Dans les cas suivants, les droites (Δ) et $(\mathcal{D})$ sont-elles parallèles ?

   a) $(\Delta): 2x - 3y = 2$ et $(\mathcal{D}): -2x + 3y = 1$

   b) $(\Delta): x + y = 0$ et $(\mathcal{D}): 2x + 2y = -5$

   c) $(\Delta): x - y = -2$ et $(\mathcal{D}): x + y = 6$

   d) $(\Delta): y = \frac{5}{2}x + 3$ et $(\mathcal{D}): y = 2{,}5x - 3$

   e) $(\Delta): x\sqrt{3} - y = 4$ et $(\mathcal{D}): 3x - y\sqrt{3} = -7$

   f) $(\Delta): \quad y = \frac{5\sqrt{3}}{3}x - 1$ et $(\mathcal{D}): y = \frac{5}{\sqrt{3}}x + 2$

2) Détermine une équation de la droite $(\mathcal{D})$ passant par A et parallèle à (Δ).

   a) A (1 ; 3) et $(\Delta) : 5x - 3y = -4$

   b) A (0 ; 0) et $(\Delta) : y = -2x + 5$

   c) A $(3 ; -\sqrt{2})$ et $(\Delta) : x - 3 = 0$

   d) A (0 ; 17) et $(\Delta) : x\sqrt{3} - y = -17$

3) Dans un repère orthonormé du plan, on donne les points A (0 ; 3) ; B (-4 ; 0) ; D (2 ; 0) et C (0 ; a) $a \in \mathbb{R}$.

   Détermine le réel a pour que les droites (AB) et (CD) soient parallèles.

CamScanner

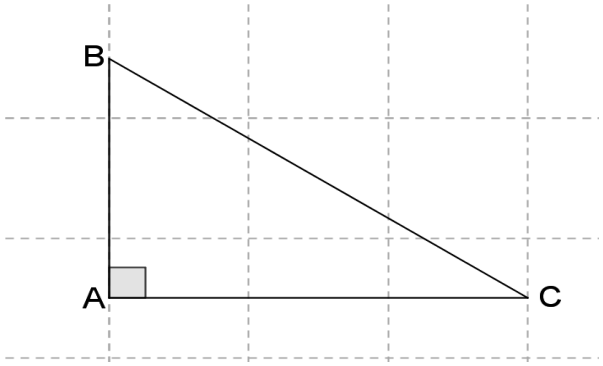
Trigonométrie pratique

I. LES RAPPORTS TRIGONOMETRIQUES

Les rapports trigonométriques pour un angle sont : le sinus (**sin**), le cosinus (**cos**), la tangente (**tg** ou **tan**) et la cotangente (**cotg** ou **cotan** ou **tan^{-1}**).

Remarque : Les notations cos, sin, tan et tan^{-1} se trouvent sur les calculatrices scientifiques

Nous allons définir ces rapports dans un triangle rectangle.



Le triangle ABC est rectangle en A. Le coté [BC] est l'hypoténuse.

Pour l'angle $\widehat{ABC} = \hat{B}$: [AB] est le coté adjacent et [AC] est le coté opposé.

Pour l'angle $\widehat{ACB} = \hat{C}$: [AC] est le coté adjacent et [AB] est le coté opposé.

On appelle sinus de l'angle $\hat{B}$, le rapport

$$\frac{coté\ opposé}{hypoténuse} \quad donc \quad \mathbf{\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}}$$

On appelle cosinus de l'angle $\hat{B}$, le rapport

$$\frac{coté\ adjacent}{hypoténuse} \quad donc \quad \mathbf{\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}}$$

On appelle tangente de l'angle $\hat{B}$, le rapport

$$\frac{coté\ opposé}{coté\ adjacent} \quad donc \quad \mathbf{\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}}$$

On appelle cotangente de l'angle $\hat{B}$, le rapport

$$\frac{coté\ adjacent}{coté\ opposé} \quad donc \quad \mathbf{\text{cotan}\, \hat{B} = \frac{AB}{AC}}$$

CamScanner

Quelques valeurs usuelles

Angle en degrés	**0**	**30**	**45**	**60**	**90**
Angle en radians	**0**	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
Sinus (sin)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
Cosinus (cos)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Tangente (tan)	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	

II. RELATIONS ENTRE LES RAPPORTS TRIGONOMETRIQUES D'UN ANGLE AIGU

Activité 1

Consigne : Construis un triangle ABC rectangle en A tel que $\widehat{ACB} = x$

1) Détermine cos(x) , sin(x) et tan(x).
2) Calcule $\frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ et compare-le à tan(x).
3) Ecris le théorème de Pythagore pour le triangle ABC.
4) Ecris le théorème de Pythagore en fonction de cos(x) et sin(x).

Relations fondamentales de la trigonométrie

Pour tout angle x, $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ *et* $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

III. TABLES TRIGONOMETRIQUES

Activité 2

Consigne : Utilise la table trigonométrique pour déterminer :

Cos 16°, sin 35° , tan44°, cos 76°, sin75°, tan89°.

CamScanner

Angle	Sinus	Tangentes	Cotangentes	Cosinus	
1	0,0175	0,0175	57,2900	0,9998	89
2	0,0349	0,0349	28,6363	0,9994	88
3	0,0523	0,0524	19,0811	0,9986	87
4	0,0698	0,0699	14,3007	0,9976	86
5	0,0872	0,0875	11,4301	0,9962	85
6	0 ,1045	0,1051	9,5144	0,9945	84
7	0,1219	0,1228	8,1443	0,9925	83
8	0,1392	0,1405	7,1154	0,9903	82
9	0,1564	0,1584	6,3138	0,9877	81
10	0,1736	0,1763	5,6713	0,9848	80
11	0,1908	0,1944	5,1446	0,9816	79
12	0,2079	0,2126	4,7046	0,9781	78
13	0,2250	0,2309	4,3315	0,9744	77
14	0,2419	0,2493	4,0108	0,9703	76
15	0,2588	0,2679	3,7321	0,9659	75
16	0,2756	0,2867	3,4874	0,9613	74
17	0 ,2924	0,3057	3,2709	0,9563	73
18	0,3090	0,3249	3,0777	0,9511	72
19	0,3256	0,3443	2,9042	0,9455	71
20	0,3420	0,3640	2,7475	0,9397	70
21	0,3584	0,3839	2,6051	0,9336	69
22	0,3746	0,4040	2,4751	0,9272	68
23	0,3907	0,4245	2,3559	0,9205	67
24	0,4067	0,4452	2,2460	0,9135	66
25	0,4226	0,4663	2,1445	0,9063	65
26	0,4384	0,4877	2,0503	0,8988	64
27	0,4540	0,5095	1,9626	0,8910	63
28	0,4695	0,5317	1,8807	0,8829	62
29	0,4848	0,5543	1,8040	0,8746	61
30	0,5000	0,5774	1,7321	0,8660	60
31	0,5150	0,6009	1,6643	0,8572	59
32	0,5299	0,6249	1,6003	0,8480	58
33	0,5446	0,6494	1,5399	0,8387	57
34	0,5592	0,6745	1,4826	0,8290	56
35	0,5736	0,7002	1,4281	0,8192	55
36	0,5878	0,7265	1,3764	0,8090	54
37	0,6018	0,7536	1,3270	0,7986	53
38	0,6157	0,7813	1,2799	0,7880	52
39	0,6293	0,8098	1,2349	0,7771	51
40	0,6428	0,8391	1,1918	0,7660	50
41	0,6561	0,8693	1,1504	0,7547	49
42	0,6691	0,9004	1,1106	0,7431	48
43	0,6820	0,9325	1,0724	0,7314	47
44	0,6947	0,9657	1,0355	0,7193	46
45	0,7071	1,0000	1,0000	0,7071	45
	Cosinus	Cotangentes	Tangentes	Sinus	Angle

CamScanner

Exercices

1) Construis un triangle EFG tel que EF = 3cm, EG = 4cm et FG = 5cm.

   a) Démontre ce triangle est rectangle.

   b) Recopie et complète les phrases suivantes avec « adjacent », « opposé » ou « l'hypoténuse »

   - Le côté [EF]est … à l'angle $\widehat{G}$.
   - Le côté [EG]est … à l'angle $\widehat{G}$.
   - Le côté [FG]est … du triangle EFG.
   - Le côté [EG]est … à l'angle $\widehat{F}$.

   c) Recopie et complète les phrases suivantes avec « Le sinus », « Le cosinus » ou « La tangente »

   - … de l'angle $\widehat{G}$ est égal (e) à $\frac{3}{4}$.
   - … de l'angle $\widehat{G}$ est égal (e) à $\frac{4}{5}$.
   - … de l'angle $\widehat{F}$ est égal (e) à $\frac{4}{3}$.
   - … de l'angle $\widehat{F}$ est égal (e) à $\frac{4}{5}$.

2) Dans le triangle ABC rectangle en A.

   a) On donne AC = 4, AB =5.

   Calcule BC, $\cos\widehat{B}$, $\cos\widehat{C}$, $\sin\widehat{B}$, $\sin\widehat{C}$, $\tan\widehat{B}$ et $\tan\widehat{C}$

   b) On donne BC = 12, $\cos\widehat{B} = \frac{2}{3}$.

   Calcule AC, AB, $\sin\widehat{B}$, $\cos\widehat{C}$, $\sin\widehat{C}$, $\tan\widehat{B}$ et $\tan\widehat{C}$

   c) On donne AC = 15,$\sin\widehat{C} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

   Calcule BC, AB, $\tan\widehat{B}$, $\tan\widehat{C}\cos\widehat{C}$, $\cos\widehat{B}$, et, $\sin\widehat{B}$.

3) **α** est un angle aigu.

   a) On donne $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$. Calcule $\sin\alpha$.

   b) On donne $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$. Calcule $\sin\alpha$.

   c) On donne $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$. Calcule $\cos\alpha$.

CamScanner

Orthogonalité de deux vecteurs

I. RECONNAITRE SI DEUX VECTEURS SONT ORTHOGONAUX

Dans un repère orthonormé, deux vecteurs $\vec{u}\binom{a}{b}$ et $\vec{v}\binom{a'}{b'}$ sont orthogonaux lorsque $\boldsymbol{aa' + bb' = 0}$. $On\ note\ \vec{u} \perp \vec{v}$.

Activité 1

Consigne 1 : Les vecteurs suivants sont-ils orthogonaux ?

$\overrightarrow{\mathbf{u_1}}\binom{\mathbf{2}}{\mathbf{1}}$ et $\overrightarrow{\mathbf{v_1}}\binom{\mathbf{3}}{\mathbf{-6}}$; $\overrightarrow{\mathbf{u_2}}\binom{\mathbf{3}}{\mathbf{-8}}$ et $\overrightarrow{\mathbf{v_2}}\binom{\mathbf{4}}{\mathbf{2}}$

Consigne 2 : Soit A (-2 ; 1), B (4 ; 3) et C (-1 ; y).

Calcule y pour que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ soient orthogonaux.

II. VECTEURS ORTHOGONAUX ET TRIANGLE

Activité 2

Consigne : Dans un repère orthonormé, place les points :

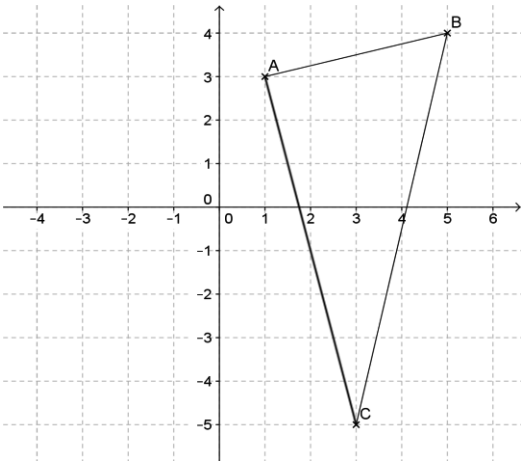
A (1 ; 3), B (5 ; 4) et C (3 ; -5)

Démontre que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux. En déduis la nature du triangle ABC.

Exemple de réponse

$\overrightarrow{AB}\binom{4}{1}$; $\overrightarrow{AC}\binom{2}{-8}$; $ona: 4 \times 2 + 1 \times (-8) = 8 - 8 = 0$ $alors$ $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$

On en déduit que le triangle ABC est rectangle en A.



CamScanner

Exercices

1) Parmi les vecteurs $\vec{u}, \vec{v}$ *et* $\vec{w}$, deux sont orthogonaux. Trouve-les dans les cas suivants :

   a) $\vec{u}(-2;3), \vec{v}(4;2{,}5)$ *et* $\vec{w}\left(3\sqrt{3}; 2\sqrt{3}\right)$

   b) $\vec{u}\left(\frac{2}{5}; \frac{7}{10}\right), \vec{v}\left(-\frac{2}{5}; 0{,}2\right)$ *et* $\vec{w}\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$

   c) $\vec{u}\left(\sqrt{5}-2; \sqrt{3}+2\right), \vec{v}\left(2+\sqrt{5}; \sqrt{5}-2\right)$ *et* $\vec{w}\left(2+\sqrt{3}; 2-\sqrt{5}\right)$

2) Détermine la valeur de m pour laquelle les vecteurs $\vec{u}(2m; m-3)$ et $\vec{v}(2; -1)$ sont orthogonaux. Donne alors les coordonnées de $\vec{u}$.

3) Détermine les valeurs de m pour lesquelles les vecteurs $\vec{u}(m+3; 8)$ et $\vec{v}(m-3; -2)$ sont orthogonaux. Dans chaque cas donne les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.



CamScanner

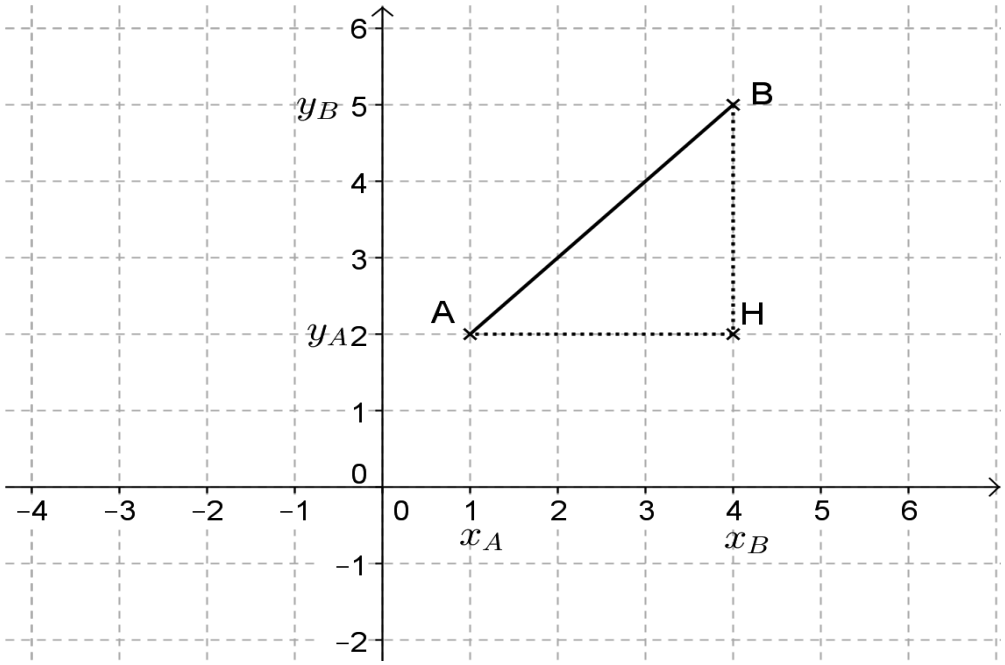
Distance de deux points-norme d'un vecteur dans un repère orthonormé

I. DISTANCE DE DEUX POINTS

Activité 1

Consigne 1 : Observe la figure suivante où le repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ est orthonormé et le triangle ABH est rectangle en H.

1) Détermine la distance AH en fonction de x_A et x_B puis la distance BH en fonction de y_A et y_B.
2) Applique le théorème de Pythagore au triangle ABH.



Exemple de réponse

1) La distance AH par rapport à l'axe $(O;\vec{\imath},)$: $AH = |x_B - x_A|$

   La distance BH par rapport à l'axe $(O;\vec{\jmath})$: $BH = |y_B - y_A|$
2) Application du théorème de Pythagore au triangle ABH :

   $AB^2 = AH^2 + BH^2$ *en remplaçant AH et BH par leur expression, on*

   on a: $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$

Dans un repère orthonormé, la distance de deux points A et B se note

CamScanner

d (A, B) ou simplement AB et on a :

$\mathbf{d(A,B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$

$\mathbf{AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Exemple : On donne A (2 ; -1), B (-4 ; 3)

Calculons d(A,B) et d(B,A)

$$\boldsymbol{d(A,B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-4-2)^2 + (3+1)^2} = 2\sqrt{13}}$$

$$\boldsymbol{d(B,A) = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(2+4)^2 + (-1-3)^2} = 2\sqrt{13}}$$

Remarque : En général **d (A, B) = d (B ; A)**

Consigne 2 : Dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, place les points A (-4 ; -1), B (0 ; 5) et C (2 ; -5).

1) Calcule les distances AB, AC et BC.
2) Donne la nature du triangle ABC.

II. DISTANCE ET CERCLE

Un point A appartient (ou est élément) à un cercle C(O,r) lorsque d(O, A) = r. A ∈ C(O, r).

Activité 2

Consigne : Dans un repère orthonormé, on donne A(-4 ; 5) et B(2 ; -3). Montre que B est élément du cercle C(A, 10)

Exemple de réponse

On calcule

$$\boldsymbol{d(A,B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(2+4)^2 + (-3-5)^2}}$$

$$\boldsymbol{AB = \sqrt{100} = 10}$$

$$\boldsymbol{AB = 10\ alors\ B \in C(A,10)}$$

Remarque : Le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle est le milieu de l'hypoténuse, son rayon est $\mathbf{r = \frac{hypoténuse}{2}}$

CamScanner

Activité 3

Consigne : Dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, place les points A (1 ; 3), B (2 ; -1) et C (6 ; 0).

1) Donne la nature du triangle ABC.
2) Soit C le cercle circonscrit au triangle ABC.

a) Calcule son rayon r.

b) Montre que D (5 ;4) appartient à ce cercle.

Exemple de réponse

1) $AB = \sqrt{17};\ AC = \sqrt{34}; BC = \sqrt{17}$ $AB = BC$ *alors le triangle* ABC *est isocèle.* $AB^2 + BC^2 = AC^2$ *alors le triangle* ABC *est rectangle en* B

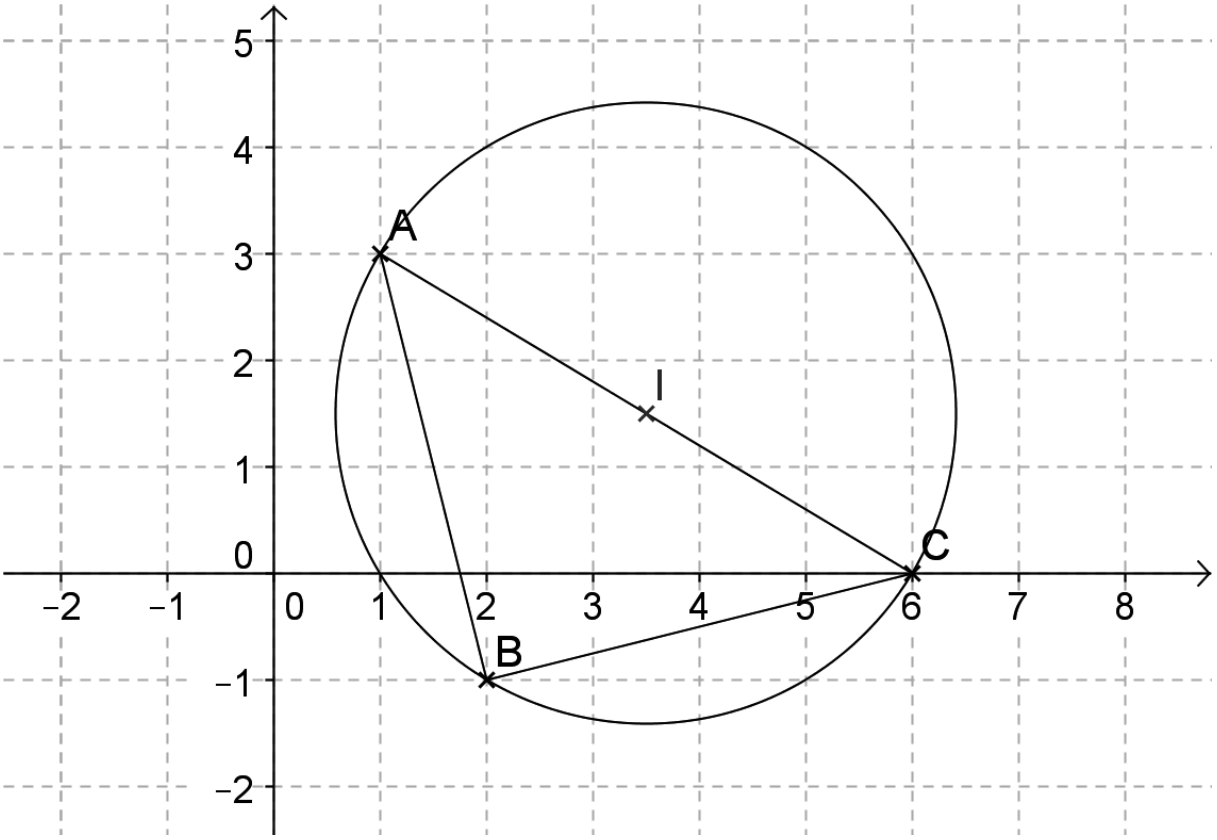
Conclusion : *Le triangle* ABC *est rectangle et isocèle en* B.

2) *Le triangle* ABC *étant rectangle en* B

$a)$ *Le rayon* : $r = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{34}}{2}$ *Le centre* $I\left(\frac{7}{2}; \frac{3}{2}\right)$

$b)$ $ID = \frac{\sqrt{34}}{2}$ *alors* D *appartient au cercle de centre* I *et de rayon* r.

CamScanner



III. NORME D'UN VECTEUR

Définition : La norme d'un vecteur est la longueur de ce vecteur, on note par exemple $\| \overrightarrow{AB} \|$ se lit « norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$ »

$\| \vec{u} \|$ se lit « norme du vecteur $\vec{u}$ »

Formule :

$$\| \overrightarrow{\mathbf{AB}} \| = \sqrt{(\mathbf{x_B} - \mathbf{x_A})^2 + (\mathbf{y_B} - \mathbf{y_A})^2}$$

si $\vec{\mathbf{u}} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix}$, $\| \vec{\mathbf{u}} \| = \sqrt{\mathbf{x^2} + \mathbf{y^2}}$

Remarque: $\left\| \overrightarrow{AB} \right\| = d(A, B) = AB$

Activité 4

Consigne 1 : Calcule les normes des vecteurs $\vec{u}(2; 3)$ *et* $\vec{v}(-4; 5)$

Consigne 2 : Dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, place les points D (0 ; -2), E (-1 ;1) et C (6 ; 0). Calcule les normes des vecteurs $\overrightarrow{\mathbf{DE}}$, $\overrightarrow{\mathbf{EF}}$ et $\overrightarrow{\mathbf{DF}}$ puis démontre que le triangle DEF est rectangle.

CamScanner

Exercices

Dans tous ces exercices, le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1) Dans les cas suivants, on donne les points A, B, C. Calcule les distances AB, AC et BC puis donne en justifiant la particularité du triangle ABC.
   a) $A(1;4), B(4;8)\ et\ C(5;1)$
   b) $A\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right), B\left(\frac{1}{6};\frac{7}{6}\right)\ et\ C\left(\frac{5}{6};\frac{1}{2}\right)$
   c) $A(-1;1), B\left(\sqrt{2}-1;\sqrt{2}+1\right)\ et\ C\left(\sqrt{2}-1;-\sqrt{2}+1\right)$
   d) $A(0;1), B\left(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2}\right)\ et\ C\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2}\right)$
2) Calcule la norme de chacun des vecteurs !
   a. $\vec{u}(-2;3), \vec{v}(4;2{,}5)\ et\ \vec{w}\left(3\sqrt{3};2\sqrt{3}\right)$
   b. $\vec{u}\left(\frac{2}{5};\frac{7}{10}\right), \vec{v}\left(-\frac{2}{5};0{,}2\right)\ et\ \vec{w}\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$
   c. $\vec{u}\left(\sqrt{5}-2;\sqrt{3}+2\right), \vec{v}\left(2+\sqrt{5};\sqrt{5}-2\right)\ et\ \vec{w}\left(2+\sqrt{3};2-\sqrt{5}\right)$
3) Soit A(2 ; -1) ; B(5 ; 3) et C(x+1 ; 1).
   Dans les cas suivants, place A et B, puis construis C et calcule x de façon que :
   a) Le triangle ABC soit rectangle en A ;
   b) Le triangle ABC soit rectangle en C ;
   c) Le triangle ABC soit isocèle en A.
4) On considère les points A (-2 ; 1), B (3 ; 6), C (4 ; -1) et D (a ; b).
   a) Calcule a et b tel que ABCD soit un parallélogramme.

   Calcule les coordonnées du centre I de ce parallélogramme.

   Dans la suite de l'exercice, D (-1 ; -6).
   b) Détermine une équation de la droite (BD).

   Calcule les coordonnées du point E intersection de la droite (BD) avec l'axe des ordonnées.

CamScanner

c) Calcule d(E,A), d(E,C) et d(A,C). Précise la nature du triangle AEC.

d) Précise le centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle AEC. Montre que le point F (2 ; -3) appartient à ce cercle.

e) Place tous les points dans le repère et trace le parallélogramme, le triangle et le cercle.

5) On considère les points A, B et C définis par :

$$\overrightarrow{OA} = 2\,\vec{j},\ \ \overrightarrow{OB} = 4\,\vec{\imath} - \vec{j},\ \ \overrightarrow{OC} = -\frac{3}{8}\overrightarrow{OA} - \frac{7}{4}\overrightarrow{OB}$$

1) Ecris les coordonnées des points A, B et C puis place ces points dans le repère.

2) Soit H l'image de B dans la symétrie de centre A.
Calcule d^2(B,H) ; d^2(H,C) ; d^2(B,C) et donne la nature du triangle HBC.

6) On considère les points $A(5;9); B(-3;1) et\ C(9;5)$

a) Calcule $\|\overrightarrow{AB}\|; \|\overrightarrow{BC}\|; \|\overrightarrow{AC}\|$ En déduire la nature du triangle ABC.

b) Calcule le cosinus et la tangente de l'angle géométrique $\widehat{ABC}$.

7) On donne les points E ; F et G définis de la manière suivante :

$$\overrightarrow{OE} = 3\vec{\imath} + 2\vec{j}\ ;\ \overrightarrow{OF} = -\vec{\imath} + 3\vec{j};\ \overrightarrow{OG} = 2\vec{\imath} - 2\vec{j}$$

a) Trouve les coordonnées des points E ; F ; G, puis place-les dans le repère.

b) Trouve la nature du triangle EFG après avoir calculé les longueurs de ses côtés.

c) Trouve la mesure du secteur angulaire [EFG] et calcule le cosinus de [FGE]

d) Calcule les coordonnées du point H, symétrique de E par rapport au milieu I de [FG].

e) Dis la nature du quadrilatère FEGH. Justifie ta réponse.

CamScanner

Conditions de perpendicularité de deux droites

I. RECONNAITRE SI DEUX DROITES SONT PERPENDICULAIRES

- **Les deux droites ont une équation de la forme ax + by = c**

Dans un repère orthonormé, deux droites

$(\Delta) : \boldsymbol{ax + by = c}$ *et* $(\Delta') : \boldsymbol{a'x + b'y = c'}$ sont **orthogonales** (perpendiculaires) lorsque : $\boldsymbol{aa' + bb' = 0}$

- **Les deux droites ont une équation de la forme : y = ax + b**

$(\Delta) : \boldsymbol{y = ax + b}$ *et* $(\Delta') : \boldsymbol{y = a'x + b'}$

sont **orthogonales** (perpendiculaires) lorsque : $\boldsymbol{aa' = -1}$

Activité 1

Consigne 1 : Les droites (D) et (D') sont-elles perpendiculaires dans les cas suivants :

a) (D) : 3x – 4y + 7 = 0 et (D') : 2x + 1,5y = 1

b) (D) : $x\sqrt{2} + y = 3$ et (D') : $x\sqrt{2} - 2y = -5$

Consigne 2 : Les droites (D) et (D') sont-elles perpendiculaires dans les cas suivants :

a) (D) : y = – 3x + 2 et (D') : $y = \frac{1}{3}x - 5$

b) (D) : $y = (\sqrt{2} - \sqrt{3})x - 1$ et (D') : $y = (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + 7$

II. EQUATION D'UNE DROITE PASSANT PAR UN POINT ET PERPENDICULAIRE A UNE DROITE D'EQUATION DONNEE

Activité 2

Consigne 1 : Détermine une équation de la droite **(Δ)** passant par le point **A (-3 ; 1)** et perpendiculaire à la droite **(d) :** $\boldsymbol{x + 4y + 7 = 0}$.

Consigne 2 : Détermine une équation de la droite **Δ'** passant par le point **B (1 ; 1)** et perpendiculaire à droite **(d') :** $\boldsymbol{y = -5x + 1}$.

CamScanner

III. EQUATION DE LA MEDIATRICE D'UN SEGMENT

Définition 1 : La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.

Définition 2 : La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistant (égale distance) des extrémités de ce segment.

Exemple : Dans un repère orthonormé, on donne les deux points A (-3 ; -2) et B (1 ; -4).

En utilisant chacune des deux définitions, détermine une équation de la médiatrice Δ du segment [AB].

Exemple de réponse

En utilisant la définition 1 :

On calcule les coordonnées du milieu de [AB].

Soit I milieu de [AB]. I(-1 ; -3)

$\overrightarrow{\mathbf{AB}}\begin{pmatrix}\mathbf{4}\\\mathbf{-2}\end{pmatrix}$ **est un vecteur directeur de** (**AB**).

Soit M(x ; y) $\in (\Delta)$

$\mathbf{I} \in (\Delta)$donc $\overrightarrow{\mathbf{IM}} \perp \overrightarrow{\mathbf{AB}}$ d'où l'équationde (Δ) : $\begin{pmatrix}\mathbf{x+1}\\\mathbf{y+3}\end{pmatrix} \rightrightarrows \begin{pmatrix}\mathbf{4}\\\mathbf{-2}\end{pmatrix}$

$4(x+1)-2(y+3)=0$

(Δ) : $2x-y-1=0$

En utilisant la définition 2 :

Soit M(x ; y) un point de la médiatrice (Δ) du segment [AB] alors AM = BM équivaut à $AM^2 = BM^2$.

$(x-xA)^2+(y-yA)^2=(x-xB)^2+(y-yB)^2$

$(x+3)^2+(y+2)^2=(x-1)^2+(y+4)^2$

(Δ) : $2x-y-1=0$

CamScanner

Exercices

1) Dans les cas suivants, les droites (Δ) et $(\mathcal{D})$ sont-elles perpendiculaires ?
   a) $(\Delta): 2x + 3y = 2$ et $(\mathcal{D}): -3x + 2y = 1$
   b) $(\Delta): x - y = 0$ et $(\mathcal{D}): 2x + 2y = -5$
   c) $(\Delta): x - y = -2$ et $(\mathcal{D}): x + y = 6$
   d) $(\Delta): y = \frac{5}{2}x + 3$ et $(\mathcal{D}): y = -\frac{2}{5}x - 3$
   e) $(\Delta): x\sqrt{3} - 3y = 4$ et $(\mathcal{D}): 3x + y\sqrt{3} = -7$
   f) $(\Delta): \quad y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x - 1$ et $(\mathcal{D}): y = \frac{3}{\sqrt{3}}x + 2$
2) Détermine une équation de la droite $(\mathcal{D})$ passant par A et perpendiculaire à (Δ).
   a) A (1 ; 3) et $(\Delta) : 5x - 3y = -4$
   b) A (0 ; 0) et $(\Delta) : y = -2x + 5$
   c) A $(3 ; -\sqrt{2})$ et $(\Delta) : x - 3 = 0$
   d) A (0 ; 17) et $(\Delta) : x\sqrt{3} - y = -17$
3) Dans un repère orthonormé du plan, on donne les points
   A (0 ; 3) ; B (-4 ; 0) ; D (2 ; 0) et C (0 ; a) $a \in \mathbb{R}$.
   Détermine le réel a pour que les droites (AB) et (CD) soient perpendiculaires.
4) Dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ du plan, place les points
   A (2 ; 0) ; B (3 ; 4).
   a) Détermine une équation de la médiatrice de chacun des segments [OA] et [OB].
   b) Calcule les coordonnées du centre du cercle circonscrit au triangle OAB et le rayon de ce cercle.
5) Soit (d) la droite d'équation $2x + 3y + 6 = 0$ et (Δ) la droite d'équation $y = mx$ $(m \in \mathbb{R})$

CamScanner

Détermine m pour que les droites (d) et (Δ) soient orthogonales. Calcule alors les coordonnées de leur point d'intersection.

6) Tu as un repère orthonormé et les points A(1 ; 3), B(-1 ; -1), C(3 ; 1)
   a) Calcule les coordonnées de M symétrique de A par rapport au milieu I de [BC] ; puis les coordonnées de H tel que C milieu de [BH].
   b) Calcule les coordonnées du milieu R de [AM].
   c) Quelle est la nature de ABMC ?
   d) Trouve une équation de chacune des droites (AB) ; (BH) et (AM).
   e) Trouve une équation de (Δ) passant par A et perpendiculaire à (MH), puis une équation de (Δ') passant par B et parallèle à (Δ).
   f) Démontre que les droites d : $3x - 7y + 14 = 0$ et d' : $6x - 14y = -5$ sont parallèle et que les droites d_1 : $3x + 2y = -1$ et d_2 : $2x - 3y = -5$ sont perpendiculaires.

7) Dans le plan rapporté à un repère orthonormé d'origine **O**, place les points **A(2 ;6)** et **B(-2 ;4).**
   1. a) Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{OB}$.
      b) Calcule les longueurs **AB** et **OB.**
      c) Démontre que les droites **(AB)** et **(OB)** sont perpendiculaires.
      d) Quelle est la nature du triangle **OAB** ?
   2. Ecris une équation de la droite **(AB).**
   3. La droite **(AB)** coupe l'axe des abscisses en **C.**
      a) Calcule les coordonnées du point **C**.
      b) Calcule la longueur **BC**.
   4. La perpendiculaire à la droite **(AB)** en **A** coupe l'axe des abscisses en **H.** Que peux-tu dire des droites **(AH)** et **(OB)** ? Calcule **OH**.

CamScanner

Symétries laissant invariantes les figures usuelles

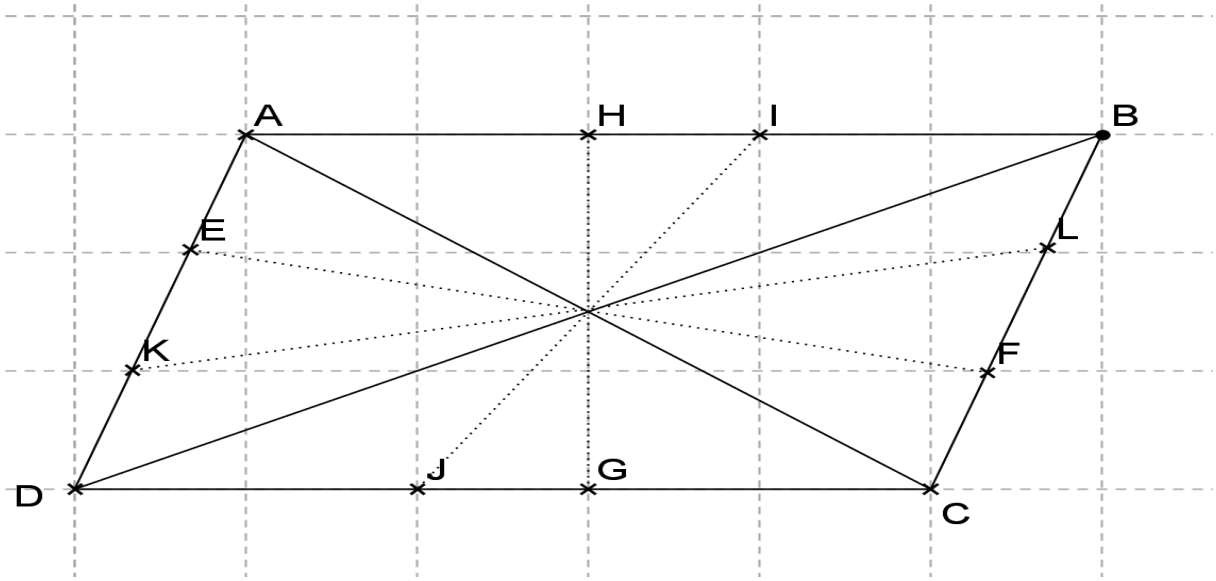
I. CENTRE DE SYMETRIE D'UNE FIGURE

Activité 1

Consigne : Construis un parallélogramme ABCD et son centre O.

1) Complète $S_O(A) = \ldots$; $S_O(B) = \ldots$; $S_O(C) = \ldots$; $S_O(D) = \ldots$
2) Place plusieurs points sur le parallélogramme et construis leurs images par S_O. que constates-tu ?

Exemple de réponse



Constat : Chaque point du parallélogramme a son symétrique par rapport à O sur le parallélogramme.

Interprétation du constat : On dit que **O** est un **centre de symétrie** pour le parallélogramme ABCD.

II. AXE DE SYMETRIE D'UNE FIGURE

Activité 2

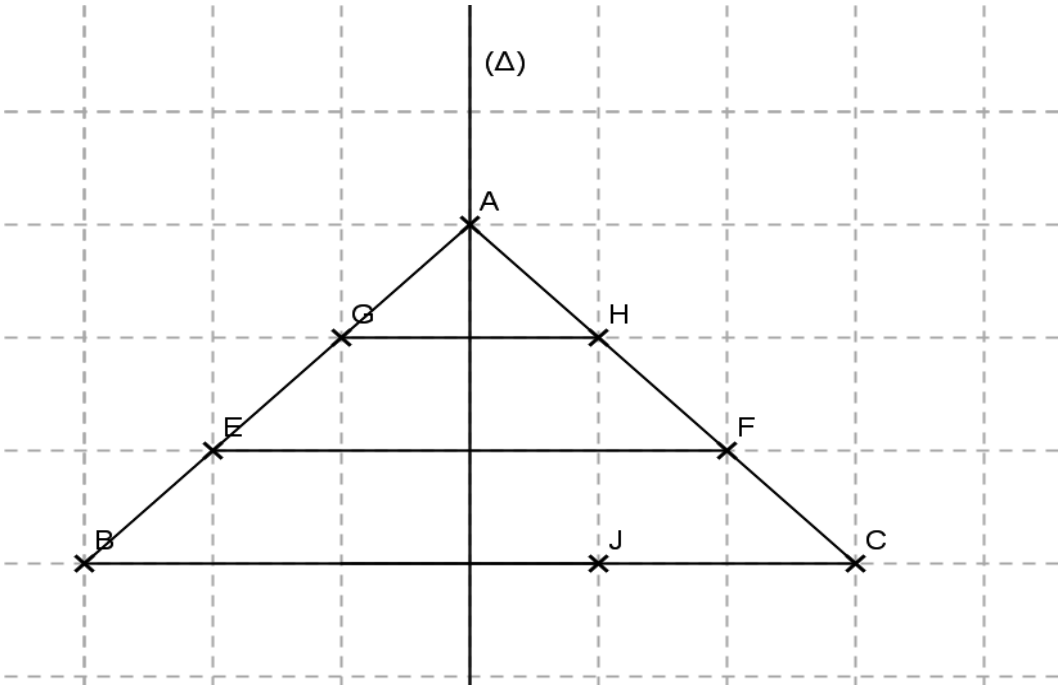
Consigne : Soit ABC un triangle isocèle de sommet A (AB = AC). Construis la médiatrice (Δ) de [BC].

1) Complète $S_{(\Delta)}(A) = \ldots$; $S_{(\Delta)}(B) = \ldots$; $S_{(\Delta)}(C) = \ldots$

CamScanner

2) Place plusieurs points sur le triangle et construis leurs images par S_O. que constates-tu ?

Exemple de réponse



Constat : Chaque point du triangle a son symétrique par rapport à (Δ) sur le triangle.

Interprétation du constat : On dit que **(Δ)** est un **axe de symétrie** pour le triangle ABC.

Définition d'un centre de symétrie : Dire qu'une figure admet un point O pour centre de symétrie signifie que cette figure est invariante par S_O.

Définition d'un axe de symétrie : Dire qu'une figure admet une droite **(Δ)** pour axe de symétrie signifie que cette figure est invariante par $S_{(\Delta)}$.

N.B : Les centres et axes de symétrie d'une figure sont ses éléments de symétrie de cette figure.

Activité 3

Consigne 1 : Dessine et nomme les éléments de symétrie d'un segment [AB] et d'une droite (d).

CamScanner

Exemple de réponse

Les éléments de symétrie d'un segment sont : son milieu et sa médiatrice.

Théorème : Les éléments de symétrie d'une droite (d) sont :

- La droite (d) elle-même ;
- Toute droite perpendiculaire à (d) ;
- Tout point de (d).

Consigne 2 : Dessine et nomme les éléments de symétrie d'un carré

Théorème : Le carré a cinq éléments de symétrie ;

- Le centre ;
- Les deux médiatrices des côtés opposés ;
- Les deux diagonales.

Consigne 3 :

1) Ecris les théorèmes analogues pour les rectangles et les losanges.
2) Démontre que le centre d'un cercle est centre de symétrie pour le cercle.

CamScanner

Exercices

1) Nomme et construis les éléments de symétrie de chacune des figures suivantes :
    a) d'un triangle équilatéral ;
    b) d'un demi-cercle ;
    c) d'un quart de cercle ;
    d) d'un hexagone régulier ;
    e) d'une figure formée par deux droites perpendiculaires ;
    f) d'une figure formée par deux droites parallèles
2) Cite les lettres de l'alphabet qui,
        a) ont un centre de symétrie ;
        b) ont un axe de symétrie « vertical »
        c) ont un axe de symétrie « horizontal »
        d) n'ont d'éléments de symétrie.
3) Construis un triangle ABC isocèle de sommet principal A.
    Nomme et construis l'axe de symétrie du triangle ABC.
4) Soit ABCD un trapèze isocèle (AD = BC) et (Δ) la médiatrice de [AB].
        a) Fais une figure.
        b) Montre que (Δ) est aussi la médiatrice de [DC].
        c) Montre que les diagonales [AC] et [BD] ont même longueur.
        d) En déduis que tout trapèze isocèle admet un axe de symétrie.
5) Construis deux cercles concentriques $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ de rayon respectifs r et r'.
    Nomme les éléments de symétrie de $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$.

CamScanner

Ministère de l'Education Nationale

République du Mali

Un Peuple-Un But-Une Foi

****

Collection DEF en Poche

La clé du DEF

Des sujets du DEF : Enoncés et Corrections

Mathématiques

ANNÉE SCOLAIRE 2020/2021

CamScanner

SOMMAIRE

Avant-propos 4

Auteurs 4

RAPPELS 5

ENONCES 7

DEF 2010 7

DEF 2011 8

DEF 2012 9

DEF 2013 10

DEF 2014 11

DEF 2015 12

DEF 2016 13

DEF 2017 14

DEF 2018 15

DEF 2019 16

DEF 2020 17

Solutions 18

DEF 2010 18

Algèbre : 18

Géométrie : 19

DEF 2011 21

I- Algèbre : 21

II-Géométrie : 22

DEF 2012 24

I- Algèbre: 24

II- Géométrie : 25

DEF 2013 27

I- Algèbre : 27

II- Géométrie : 28

DEF 2014 29

M.DIARRA Alassane

CamScanner

I- Algèbre: 29
II- Géométrie : 31
DEF 2015 33
I- Algèbre : 33
II-Géométrie : 34
DEF 2016 35
I- Algèbre : 35
II- Géométrie : 36
DEF 2017 38
I- Algèbre: 38
II- Géométrie : 40
DEF 2018 41
I- Algèbre: 41
II- Géométrie : 42
DEF 2019 43
I- Algèbre : 43
II- Géométrie : 44
DEF 2020 46
I- Algèbre : 46
II- Géométrie : 47

M. DIARRA Alassane

CamScanner

Avant-propos

Bissimillah Rahman Rahim, Allahoumasoli Allah Seydina Mohamadine Wassolim (S.A.W).

Ce manuel a été élaboré par les Frères Alassane et Fousseyni permettant d'aider les candidats au DEF qui sont les élèves de la 9ème année à mieux maîtriser les Mathématiques surtout les anciens sujets du DEF.

Il contient des anciens sujets de 2010 à 2020 et leurs solutions, il comprend :

- - première partie Rappels ;
  - deuxième partie Enoncés ;
  - troisième partie Solutions.

Nulle œuvre humaine n'est tenue parfaite donc vos suggestions et critiques sont les bienvenus !

M. DIARRA Alassane

Auteurs

Les frères Jumeaux « Alassane et Fousseyni »

Email : www.alassanediarra9101@gmail.com

Tél : (00223) 91 01 09 99 / 77 82 33 03

CamScanner

RAPPELS

1. LES ENSEMBLES DE NOMBRES :

IN : est l'ensemble des entiers (ou nombres) naturels.

IN = {0 ; 1 ; 2 ; 3 ; .....}

IN* = {1 ; 2 ; 3 ; .....}

IZ : est l'ensemble des entiers relatifs.

IZ = {... ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; +1 ; +2 ; +3 ; ...}

IZ* : est l'ensemble des entiers relatifs privé de zéro (0).

IZ_+ = {0 ; 1 ; 2 ; 3 ; ...} Donc IZ_+ = IN

IZ_- = {0 ; -1 ; -2 ; -3 ; ....}

IZ = $IZ_+ \cup IZ_-$

ID : est l'ensemble des nombres décimaux relatifs.

Un décimal est un nombre qui peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{10^n}$; a $\in$ IZ et n $\in$ IN (ou de la forme a.10^P ; a $\in$ IZ et P $\in$ IZ).

Exemples : 2,5 et $\frac{3}{4}$ sont des décimaux car :

$\mathbf{2,5 = \frac{25}{10} = \frac{25}{10^1}}$; $\mathbf{\frac{3}{4} = 0,75 = \frac{75}{100} = \frac{75}{10^2}}$

IQ : est l'ensemble des nombres rationnels.

Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ avec b ≠ 0 ; a $\in$ IZ et b $\in$ IZ.

Exemples : $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{4}$ **et** $\frac{17}{16}$ sont des exemples de rationnels.

2. NOMBRES OPPOSES :

Deux nombres a et b sont opposés lorsque : **a = -b ou b = -a ou a + b = 0.**

Exemples : 2 et -2 sont opposés.

3. NOMBRES INVERSES :

Deux nombres a et b sont inverses l'un de l'autre lorsque **ab = 1 ou a = $\frac{1}{b}$ ou b = $\frac{1}{a}$.** **Exemples :** $\frac{7}{9}$ et $\frac{9}{7}$ sont inverses de même que -5 et **-** $\frac{1}{5}$**.**

3. OPERATIONS DANS ℚ :

a) Somme et différence de deux nombres rationnels :

a, b, c, d des nombres rationnels : $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + b \times c}{b \times d}$ **et** $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \times d - b \times c}{b \times d}$

Exemples : $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{2 \times 5 + 3 \times 1}{3 \times 5} = \frac{10+3}{15} = \frac{13}{15}$ **et** $\frac{7}{2} - \frac{8}{3} = \frac{7 \times 3 - 2 \times 8}{2 \times 3} = \frac{21-16}{6} = \frac{5}{6}$

M. DIARRA Alassane

CamScanner

b) Produit et quotient de deux nombres rationnels :

a, b, c, d des nombres rationnels : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ **et** $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$

Exemples : $\frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{1 \times 2}{4 \times 5} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ **et** $\frac{3}{7} \div \frac{5}{2} = \frac{3}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 2}{7 \times 5} = \frac{6}{35}$

4. PROPRIETES DE PUISSANCES :

- Produit de puissances d'un même nombre

$a^n . a^p = a^{n+p}$ avec a ≠ 0 ; n ϵ IZ et p ϵ IZ. **Exemple :** $2^3 . 2^4 = 2^7$

- Puissance d'une puissance $(a^n)^p = a^{n.p}$ Exemple : $(2^3)^4 = 2^{12}$

- Quotient de deux puissances d'un même nombre

$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$ Exemple : $\frac{2^3}{2^4} = 2^{3-4} = 2^{-1}$

-Puissance d'un produit

$(a.b)^n = a^n . b^n$ Exemple : $(3x)^2 = 3^2 . x^2 = 9x^2$; $(2\sqrt{3})^2 = 4 \times 3 = 12$.

- Puissance d'un quotient $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$ Exemple : $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}$.

-$(\sqrt{a})^3 = a\sqrt{a}$. **D'une manière générale :** Pour tout réel a positif,

$\sqrt{a^n} = a^{\frac{n}{2}}$ lorsque **n** est pair

$\sqrt{a^n} = a^{\frac{n-1}{2}} \times \sqrt{a}$ lorsque **n** est impair

Exemple : $\sqrt{2^6} = 2^{\frac{6}{2}} = 2^3$ car 6 est pair ; $\sqrt{2^7} = 2^{\frac{7-1}{2}}\sqrt{2}$ car 7 est impair

-$a^n = a^p$ lorsque **n = p** et $a^n = b^n$ lorsque **a = b**

Exemple : $5^a = 5^2$ alors **a = 2.**

5. PRODUITS REMARQUABLES :

a) Identités remarquables et développement

Pour tous nombres réels a et b, on développe :

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\quad$ **$(x + 2)^2$**= $x^2 + 2.x.2 + 2^2 = x^2 + 4x + 4$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $\quad$ **$(2x - 5)^2$**= $(2x)^2 - 2.2x.5 + 5^2 = 4x^2 - 20x + 25$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ $\quad$ **$(x + 6)(x - 6)$** = $x^2 - 6^2 = x^2 - 36$

b) Identités remarquables et factorisation

Pour tous nombres réels a et b, on factorise :

$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ $\quad$ $9x^2 + 12x + 4 = (3x + 2)^2 = (3x + 2)(3x + 2)$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ $\quad$ $\frac{1}{4}x^2 - 7x + 49 = (\frac{1}{2}x - 7)^2 = (\frac{1}{2}x - 7)(\frac{1}{2}x - 7)$

M. DIARRA Alassane

CamScanner

$\mathbf{a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)}$ $16x^2 - 64 = (4x + 8)(4x - 8)$

ENONCES

DEF 2010

I-Algèbre :

Exercice 1 :

1°) a) Décompose les nombres naturels 320 et 48 en produits de facteurs premiers. En déduire $\sqrt{320}$ et $\sqrt{48}$ sous forme de $x\sqrt{y}$.

b) Vérifier que le réel $5 - 2\sqrt{5}$ est positif.

2°) Ecris les réels suivants sous forme de fraction ou de nombre entier relatif.

$$E = \frac{\sqrt{\frac{3+\sqrt{2}}{4}} - \sqrt{\frac{3}{2}}}{\sqrt{3+\sqrt{2}} - \sqrt{6}}; \qquad T = \frac{\sqrt{20-\sqrt{320}} - \sqrt{12+\sqrt{48}}}{\sqrt{3+\sqrt{3}} - \sqrt{5-2\sqrt{5}}}.$$

Exercice 2 :

Soient les réels a, b, c.

- Développe : $(a + b + c)^2$ et $(a + b + c)^3$.

2- Démontre que si a + b + c = 0 alors $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.

Problème :

Un train est constitué, à l'aller de deux locomotives identiques et de dix wagons-citernes du même modèle et ce train mesure alors 152 m de long. Après avoir vidé le contenu de tous les wagons-citernes, on décroche une locomotive et on ajoute deux wagons-citernes vides. Après ces changements, le train ainsi constitué mesure 160 m de long. Trouve la longueur d'une locomotive et celle d'un wagon-citerne.

II- GEOMETRIE :

PARTIE A :

Soient E, F, G un triangle rectangle en F et soit O le milieu de l'hypoténuse. La bissectrice de $\widehat{FOG}$ coupe (FG) en I.

1 – Démontre que (OI) est parallèle à (EF).

2 – Démontre que les angles $\widehat{FOI}$ et $\widehat{FEO}$ ont même mesure.

3 – Le point O a pour image T par la symétrie orthogonale d'axe (FG).

M. DIARRA Alassane

CamScanner

Démontre que (FT) est parallèle à (FG) et précise la nature du quadrilatère OGTF.

PARTIE B : Le plan est rapporté au repère orthonormé (O ; $\overrightarrow{OE'}, \overrightarrow{OF}$).

1- Trace par rapport à ce repère la droite (D) d'équation y = 2x + 1 et place le point A (2 ; 2).

2- Construis le point A' tel que la droite (D) soit médiatrice du segment [AA']. Donne une équation de la droite (AA').

3- Calcule les coordonnées du point d'intersection H de la droite (AA') et de la droite (D). On appelle B le point d'abscisse O de la droite (D).

Sachant que 2,235<$\sqrt{5}$< 2,236. Calcule à 10^{-2} près par défaut les longueurs A'B et BH. (Prendre le centimètre comme unité de longueur).

NB : **Les deux parties A et B sont indépendantes.**

DEF 2011

I-Algèbre :

Exercice 1 :

La somme de deux nombres entiers est 320. Si l'on divise le plus grand des deux nombres par l'autre, le quotient est 3 et le reste est 8. Quels sont ces deux nombres ?

Exercice 2 :

Soient les nombres réels a et b tels que : a = $\frac{m-1}{2}$ et b = $\frac{m-4}{2}$.

Calcule le nombre réel m pour que :

1°) a et b soient opposés.

2°) a et b soient inverses.

Problème :

On donne les deux applications f et g définis de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par :

f(x) = $\frac{x-2}{9}$ - x^3 + 2x² et g(x) = (7x – 3)² - 5².

1- Factorise f(x) et g(x) dans IR puis résous f(x) = 0 et g(x) = 0.

2- On considère la fonction rationnelle h définie dans IR² par : h(x) = $\frac{x^2-\frac{1}{9}}{f(x)}$.

a) Détermine le domaine de définition de h dans IR er puis simplifie h(x).

b) Calcule h ($\sqrt{3}$).

C) Résous g(x) = - 16.

M.DIARRA Alassane

CamScanner

II- GEOMETRIE :

Exercice 1 :

Dessine un triangle ABC rectangle en A. Soit I le milieu de l'hypoténuse BC. Construis l'image I_1 de I par la translation du vecteur $\overrightarrow{BA}$ et l'image I_2 de I par la translation du vecteur $\overrightarrow{CA}$. Montre que les points I_1 ; A et I_2 sont alignés.

Exercice 2 :

On considère un cercle de centre A et de rayon r = 5cm. Soit [EF] un de ses diamètres, M est un point du segment [AE] tel que AM = 4cm et P un point du cercle tel que MP = 3cm.

a) Représente la figure.

b) Montre que le triangle AMP est rectangle en M.

c) Trace la tangente au cercle en F. Cette droite coupe la droite (AP) en T. Démontre que les droites (FT) et (MP) sont parallèles.

d) Calcule la longueur AT.

DEF 2012

I-ALGEBRE :

Exercice 1 :

Trouve a Ɛ IN tel que : $\mathbf{2^{4-a} = 1}$; $\mathbf{(3^a)^5 = 1}$; $\mathbf{9^{3a} = 3^{12}}$; $\mathbf{(2^2)^{3a} = 4^6}$; $\mathbf{5 \times 5^{a-3} = 25}$.

Exercice 2 :

a) Développe $(3\sqrt{2} + 5)(3\sqrt{2} - 5)$. En déduis une écriture simplifiée du nombre $\frac{-7\sqrt{2}}{3\sqrt{2}+5}$.

b) Donne un encadrement à 10^{-2} près du nombre $6 - 5\sqrt{2}$ sachant que : $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$.

Exercice 3 :

On donne **a** = $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$ **et b** = $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$.

On pose : U = a + b.

a) Calcule axb ;

b) Calcule U^2.

Problème :

L'âge d'un père est inférieur de 3 ans à la somme des âges de ses trois enfants.

M.DIARRA Alassane

CamScanner

Sachant que les âges du père et de ses trois enfants sont respectivement proportionnels à 15 ; 7 ; 5 et 4, trouve l'âge de chacun d'eux.

II- GEOMETRIE :

PARTIE I:

Soit A, B, C un triangle isocèle de base [BC] et I le milieu de [BC]. On construit le point Q tel que $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IQ}$. Démontre que le quadrilatère ACQB est un parallélogramme puis un losange.

PARTIE II :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (o ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$), on donne les points A (4 ; 2) ; B(2 ; 6) ; C(-1 ; -3).

1- Place ces points et trace les médiatrices (Δ) et (Δ') des segments [AB] et [AC].

2- Trouve une équation de (Δ) et une équation de (Δ') et détermine les coordonnées de M point d'intersection de (Δ) et (Δ').

3- Montre que M appartient à la médiatrice de [BC].

NB : Les parties I et II sont indépendantes.

DEF 2013

I-ALGEBRE :

1°) Compare, d'après leurs carrés, les nombres suivants :

$3\sqrt{5}$ et $2\sqrt{11}$; $\sqrt{24}$ et $2 + \sqrt{3}$; $\sqrt{5} + \sqrt{7}$ et $\sqrt{12 + 2\sqrt{35}}$.

2°) Trois personnes se partagent une somme proportionnellement à 12 ; 15 et 14 sachant que la part du troisième vaut 28 000F.

Calcule : - la part qui revient à chacune des deux personnes ;

- la somme à partager.

3°) On donne f(x) = $\frac{1}{4}(x + 1)^2$.

a) Développe, réduis et ordonne f(x) suivant les puissances décroissantes de x.

b) Résous dans IR, f(x) = 0 et f(x) = 1/4.

c) Développe $(\sqrt{5}+ 1)^2$ et $(\sqrt{5}- 1)^2$. En déduis une expression plus simple de A = $\sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$ et B = $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$.

d) Montre que f $(\sqrt{5}) = \frac{A}{B}$.

II- GEOMETRIE : Le plan est rapporté à un repère orthonormé (o ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$).

On donne les points suivants A (-2 ; 5) ; B(-2 ; -3) et C($\frac{10}{3}$; 1).

1°) Place ces points dans le repère.

M. DIARRA Alassane

CamScanner

2°) Trouve une équation de la hauteur h_1 issue de B puis une équation de la hauteur h_2 issue de C. Trouve les coordonnées du point H intersection de h_1 et h_2.

3°) Trouve une équation de la médiatrice de [AC] puis une équation de la médiatrice de [AB]. Quelles sont les coordonnées du centre W du cercle circonscrit au triangle ABC ?

4°) Trouve les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC.

5°) Démontre que les points W, G, H sont tels que : $2\times\overrightarrow{WG} = \overrightarrow{WH}$.

DEF 2014

I-ALGEBRE :

On considère les applications : f, g, h définies de IR vers IR

par $f(x) = (2x + 3)^2 - (x + 6)^2$; $h(x) = ax^2 + bx + c$; $g(x) = (x + 3)(5 - x) - h(x)$

1. Détermine les réels a ; b et c de h(x) sachant que h (0) = 18 ; h (-3) = 0 et h (-1) = -8. Ecris h(x).

2. Développe, réduis et ordonne f(x) et g(x) suivant les puissances décroissantes de x.

3. Factorise f(x) et g(x).

4. Soit la fonction rationnelle q définie par : $q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.

a) Détermine l'ensemble de définition de q et simplifie q(x).

b) Résous dans IR les équations : $q(x) = 0$; $q(x) = -\frac{9}{4}$; $q(x) = \sqrt{3}$.

II- GEOMETRIE :

Exercice 1 :

Construis un triangle ABC dont les côtés mesurent : AB = 3cm ; AC = 4cm ; BC = 5cm. Détermine la nature du triangle.

Calcule : $\cos\hat{C}$; $\cos\hat{B}$.

Construis le point H projeté orthogonal sur (BC).

Exercice 2 :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (o ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$).

1°) Place ces points A (2 ; 4) ; B (-2 ; 0) et C (4; 0) dans le repère.

2°) Calcule les coordonnées des points A' et B' respectivement milieu de [BC] et [AC].

M. DIARRA Alassane

CamScanner

3°) Trouve une équation de (AA') et une équation de (BB').
En déduis les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC.
4°) Trouve une équation de la médiatrice de [BC] et celle de [AC]. En déduis les coordonnées du centre du cercle circonscrit au triangle ABC et calcule le rayon de ce cercle.

DEF 2015

I-ALGEBRE :

A) On définit le polynôme P(x) tel que : **$P(x) = x^2 + (a - b + 3) + 2a - 3b$** où **a** et **b** sont deux réels.
1) Calcule **a** et **b** sachant que **P(0) = 9** et P(1) = 4.
2) En remplaçant a et b par leurs valeurs ainsi trouvées, factorise P(x).
B) On considère les applications polynômes suivantes :
$A(x) = (x - 5)(3x - 8) + (x - 5)^2 + 2x^2 - 50$; B(x) = (3x – 15).
1) Développe, réduis et ordonne ces polynômes suivant les puissances décroissantes de x.
2) Factorise **A(x)** et **B(x).**
3) Résous dans IR les équations suivantes : **A(x) = 0 ; B(x) = 0 ; A(x) = B(x).**
4) Détermine l'ensemble de définition de la fonction rationnelle **f(x) =** $\frac{A(x)}{B(x)}$**.**
5) Calcule **f(0) ; f($\sqrt{2}$).**

II- GEOMETRIE :
Dans le plan muni d'un repère orthonormé **(O, I, J)**, on considère les points **A, B, C** tels que **: A(0 ; 3) ; B(6 ; 3)** et **C(-3/2 ; +9/3).**
1) Place ces points dans le repère puis montre que **A, B, C** sont alignés.
2) Détermine les coordonnées du milieu **M** de **[BC]** puis celles du point **D** symétrique de **O** par rapport à **M**.
3) Calcule les distances **: d(O, C) ; d(O,D) ; d(C,D).** En déduis la nature du triangle **OCD.**
4) Calcule les coordonnées du centre I du cercle circonscrit au triangle **OCD** puis calcule son rayon **r.**

M.DIARRA Alassane

CamScanner

DEF 2016

I-ALGEBRE :

Exercice 1 :(4 points)

Calcule et donne le résultat sous la forme la plus simple :

A = 2 + (2 + $\sqrt{2}$) (2 + $\sqrt{2+\sqrt{2}}$) (2 – $\sqrt{2+\sqrt{2}}$) ; B = 2×$\sqrt{\frac{2}{27}}$×$\sqrt{\frac{3}{8}}$; C = 4×$\sqrt{\frac{26}{5}}$×$\sqrt{\frac{65}{8}}$.

Exercice 2 :(4 points)

On considère les polynômes : A(x) = (9x² - 1) (2x + 3) – (4x² - 9) (3x + 1) ;

B(x) = (x² - 4) (3x – 1) – (9x² - 1) (x + 2).

1°) Mettre A(x) et B(x) sous la forme de produit de polynômes du 1er degré.

2°) Soit la fonction rationnelle P telle que P(x) = $\frac{A(x)}{B(x)}$. Montre que P(x) après simplification peut s'écrire sous la forme P'(x) = =$\frac{1+3x}{1-3x}$.

Quel est l'ensemble de définition de P'(x) ?

Problème : « les âges d'Ali et Boubacar » (2 points)

Ali s'adresse à Boubacar en ces termes ; « j'ai trois fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez. Quand vous aurez l'âge que j'ai la somme de nos âges sera égal à 98 ans ». Détermine l'âge de chacune de ces deux personnes.

II- GEOMETRIE : (10 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (o ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$) (unité : 1 cm).

1°) a) Place dans le repère les points A(-4 ; 1) ; D(2 ; 7) ; E(0 ; -3).

b) Calcule les distances AD ; AE ; DE et en déduis la nature du triangle EAD.

2°) Détermine les coordonnées du point F image du point D par la translation du vecteur $\overrightarrow{AE}$.

3°) Soit ($\mathcal{C}$) le cercle circonscrit au triangle EAD.

a) Détermine les coordonnées du point K, centre du cercle ($\mathcal{C}$) puis calcule son rayon.

b) Montre que le point F appartient au cercle ($\mathcal{C}$).

4°) Détermine une équation de chacune des droites (AD) et (AE).

5°) Montre que les droites (AD) et (AE) sont perpendiculaires.

M.DIARRA Alassane

CamScanner

DEF 2017

I-ALGEBRE :

Exercice 1 :(4 points)

Dessine un triangle ABC tels que AB = 4cm ; BC = 5cm et AC = 3cm.

1°) Montre que ABC est un triangle rectangle en A.

2°) Calcule les valeurs suivantes : sin $(\hat{B})$; cos $(\hat{B})$; tan $(\hat{B})$.

Exercice 2 :(4 points)

Soient les polynômes suivants : $f(x) = (4x + 5)^2 - (2x - 3)^2$ et

$g(x) = (3x + 1)(3x + 2) - (x - 8)(3x + 1) + 9x^2 - 1$.

1°) Développe, réduis et ordonne f(x) et g(x) suivant les puissances croissantes de x.

2°) Factorise f(x) et g(x).

3°) Résous dans IR, les équations f(x) = 0 et g(x) = 0.

Problème :(2 points)

Lors d'un spectacle, la famille NIARE, composée de 4 adultes et de 3 enfants, a payé 165 FCFA. Pour le même spectacle, la famille DIARRA, composée de 2 adultes et de 2 enfants, a payé 90 FCFA.

1°) Quel est le prix du spectacle pour un adulte et le prix du spectacle pour un enfant.

2°) Combien paiera la famille DIALLO, sachant qu'elle est composée de 3 adultes et de 2 enfants ?

II- GEOMETRIE : (10 points)

1°) a) Place dans le repère les points A (3 ; 2) ; B (9 ; 5) ; C (1 ; 6).

b) Calcule les coordonnées du point K milieu du segment [AC].

2°) Cherche les coordonnées du point D $(x_D ; y_D)$ afin que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme.

a) Justifie que les coordonnées de D doivent vérifier les deux égalités suivantes : $\frac{9+x_D}{2} = 2$; $\frac{5+y_D}{2} = 4$.

b) Déduis des égalités suivantes les coordonnées du point D ; puis place ce point dans le repère.

3°) On considère le point E (7 : 9).

Le quadrilatère ABEC est-il un rectangle ? Justifie votre réponse.

4°) Détermine la nature du polygone ABED. Calcule les distances : AB ; ED et AC.

5°) Détermine l'aire $\mathcal{A}$ du polygone ABED.

M. DIARRA Alassane

CamScanner

DEF 2018

I- ALGEBRE :

Exercice 1 : (4 points)

1.) Calculer a, b, c dans les proportions suivantes :

a) $\frac{a}{4} = \frac{2}{5}$; b) $\frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{c}{12}$ et a + b + c = 9

2.) Déterminer les réels A et B tels que :

$A = \sqrt{32 + \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{3 + \sqrt{1}}}}}$ $B = 4\sqrt{8} - 3\sqrt{12} + \sqrt{16}$

Exercice 2 : (4 points)

Soient les polynômes suivants : $f(x) = (x+4)^2-(2x-1)^2$ et
$g(x) = (2x-3)(2x+1)-(3-2x)(x+1)$.

1.) Mettre f(x) et g(x) sous forme de produits de facteurs du premier degré.

2.) Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations f(x) = 0 et g(x) = 0.

Problème : (2 points)

Le bureau des supporteurs d'une équipe de football décide de payer un ballon de football à 11 900 FCFA. Il resterait 300 FCFA après l'achat du ballon, si chaque homme du bureau payait 700 FCFA et chaque femme 500 FCFA. Mais si chaque homme du bureau payait 500 FCFA et chaque femme 700 FCFA, il manquerait 100 FCFA pour l'achat du ballon. Quel est le nombre d'hommes et de femmes qui composent ce bureau ?

II- Géométrie : (10 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O ; I ; J) d'unité 1 cm.

1.) Place dans le repère les points A (-1 ; 4), B (0 ; -1), C (4 ; 5).

2.) Calcule les distances : d (A ; B) ; d (A ; C) ; d (B ; C) et en déduire la nature du triangle ABC.

3.) Déterminer les coordonnées du point I centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

4.) Trouver les coordonnées du point D, image du point B par la translation du vecteur $\overrightarrow{AC}$.

M.DIARRA Alassane

CamScanner

5.) Montrer que la droite (AD) est perpendiculaire à la droite (BC).
Détermine la nature et l'aire du polygone ABDC.

DEF 2019

I- ALGEBRE :

Exercice 01 : (4 points)

Soient a et b deux réels tels que a = 4 - $3\sqrt{3}$ et b = 3 + $\frac{4}{3}\sqrt{3}$.

1°) Calculer a^2 et b^2 ; 2°) Montrer que $a^2 + 3b^2 = 86$.

3°) On donne P = $\sqrt{43 - 24\sqrt{3}}$; écrire P sous la forme de m$\sqrt{3}$ + n avec m et n deux entiers relatifs.

Exercice 02 : (4 points)

Soient les polynômes suivants : $f(x) = (2x+1)^2 - (x-4)^2$ et
$g(x) = (2x+1)(x+1) - 4x^2 - 2x$.

1°) Ecrire f(x) et g(x) sous forme de produits de facteurs du premier degré.

2°) Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations f(x) = 0 et g(x) = 0.

Problème : (2 points)

Pour cinq melons et deux mangues, Abdoul a payé 760 FCFA. Alima a acheté trois melons et une mangue, elle a payé 440 FCFA. Quel est le prix d'un melon et celui d'une mangue ?

II – GEOMETRIE : (10 points)

Partie A : Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J) d'unité 1 cm.

1°) Donne une équation de la droite (AB) passant par A (x_A ;y_A) et B (x_B ;y_B) ;

2°) Donne une équation de la droite (Δ) passant par le point A (-1 ; 2) et de vecteur directeur $\vec{U}$ (4 ; 3).

3°) On donne le point A du plan et le vecteur $\overrightarrow{AB}$ tels que : A (2 ; -3) et $\overrightarrow{AB}$ (1 ; 4).
Détermine les coordonnées du point B.

4°) On donne la droite (K) d'équation : y = -2x + 1 et la droite (L) d'équation : 4x + 2y -5 = 0. Démontre que les droites (K) et (L) sont parallèles.

Partie B : Dans un repère orthonormé (O ; I ; J), on donne les droites
(D) : y=2x + 4 et (D') : x + 2y – 3 = 0.

1. Démontre que (D) passe par le point B (-5 ;-6) et que (D') passe par E (5 ; -1).

2. Démontre que (D) et (D') sont perpendiculaires en un point A dont on donnera les coordonnées.

M.DIARRA Alassane

CamScanner

3. Calcule les distances AB et AE.

4. Trace (D) et (D') dans le repère (O ; I ; J).

5. Démontre que le triangle ABE est un triangle rectangle en A.

DEF 2020

I- ALGEBRE :

Exercice 01 :

1°) Comparez : $\sqrt{\frac{50}{2}}$ et $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$; $\sqrt{4 \times 25}$ et $\sqrt{4} \times \sqrt{25}$.

2°) Simplifier les expressions suivantes :

A = $7\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$; B = $(\sqrt{5} - 3)(4 + \sqrt{5})$; C = $(\sqrt{3} + 5\sqrt{2})^2$.

3°) Développer, réduire et ordonner f(x) ; g(x) et h(x) suivant les puissances décroissantes de x :

f(x) = $(3x - 2)^2 + (x - 4)(x + 4)$ et g(x) = $(2x - 6)^2 - (4x - 3)^2$ et

h(x) = $(2x - 5)(3x + 1) - (3x + 3)(3x - 3)$

Exercice 01 :

Fatou achète 2 pigeons et 3 pintades à 40 Euros.

Moussa achète 7 pigeons et 2 pintades à 55 Euros.

En désignant par x le prix d'achat d'un pigeon et y celui d'une pintade :

1- Traduire chacune de ces phrases en une équation.

2- Ecris le système formé par ces équations.

3- En déduis le prix d'achat d'un pigeon et celui d'une pintade.

II – GEOMETRIE :

1°) Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J), place les points suivants : A(1 ;3), B(4 ;-1), C(-3 ;0).

2°) Calcule les distances AB, BC, et AC. Donne la nature du triangle ABC et justifie ta réponse.

3°) Calcule les coordonnées du point K centre du cercle circonscrit au triangle ABC. Trouve la longueur du rayon de ce cercle.

4°) Trouve l'équation de la droite (AF) avec F(-6 ;4).

5°) Quelle est la position de cette droite par rapport au cercle ?

M. DIARRA Alassane

CamScanner

Solutions

DEF 2010

Algèbre :

Exercice 1 : 1) a- Décompose les nombres naturels 320 et 48 en produits de facteurs premiers. En déduisons $\sqrt{320}$ et $\sqrt{48}$ sous forme de $x\sqrt{y}$.

320	2
160	2
80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

$320 = 2^6 \times 5$

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$48 = 2^4 \times 3$

$\sqrt{320} = \sqrt{2^6 \times 5} = \sqrt{64 \times 5} = \boxed{8\sqrt{5}}$

$\sqrt{48} = \sqrt{2^4 \times 3} = \sqrt{16 \times 3} = \boxed{4\sqrt{3}}$

b) Vérifions que le réel $5-2\sqrt{5}$ est positif. Elevons les termes au carré,

$(5)^2-(2\sqrt{5})^2 = 25-20 = 5 > 0$, alors $5-2\sqrt{5}$ positif.

2) Ecrivons les réels E et T sous forme de fraction ou de nombre entier relatif.

$$E = \frac{\sqrt{\frac{3+\sqrt{2}}{4}} - \sqrt{\frac{3}{2}}}{\sqrt{3+\sqrt{3}-\sqrt{6}}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{4}(3+\sqrt{2})} - \sqrt{\frac{1}{4}\times 6}}{\sqrt{3+\sqrt{2}-\sqrt{6}}} = \frac{\frac{1}{2}(\sqrt{3+\sqrt{2}} - \sqrt{6})}{\sqrt{3+\sqrt{2}-\sqrt{6}}} \Rightarrow \boxed{E = ½}$$

$$T = \frac{\sqrt{20-\sqrt{320}} - \sqrt{12+\sqrt{48}}}{\sqrt{3+\sqrt{3}-\sqrt{5-2\sqrt{5}}}} = \frac{\sqrt{4(5-2\sqrt{5})} - \sqrt{4(3+\sqrt{3})}}{\sqrt{3+\sqrt{3}-\sqrt{5-2\sqrt{5}}}} = \frac{2\times\sqrt{5-2\sqrt{5}} - \sqrt{3+\sqrt{3}}}{-(\sqrt{5-2\sqrt{5}} - \sqrt{3+\sqrt{3}})} \Rightarrow \boxed{T = -2}$$

Exercice 2:

1- Développons : $(a+b+c)^2$ et $(a+b+c)^3$

* $(a+b+c)^2 = (a+b)^2+2.(a+b).c+c^2$

$= a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2$

$\boxed{(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac}$

* $(a+b+c)^3 = (a+b+c)(a+b+c)^2 = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac)$

$= a^3+b^3+c^3+ab^2+ac^2+a^2b+c^2b+a^2c+b^2c+2a^2b+2abc+2a^2c+2ab^2+2b^2c$

$+2abc+2abc+2bc^2+2ac^2$

$\boxed{(a+b+c)^3 = a^3+b^3+c^3+3ab^2+3ac^2+3a^2b+3c^2b+3a^2c+3b^2c+6abc}$

M.DIARRA Alassane

CamScanner

2) Démontrons que si a+b+c = 0, alors $a^3+b^3+c^3 = 3abc$

On sait que : a= -(b+c) ; b= -(a+c) ; c= -(a+b)

$a^3+b^3+c^3 = a^2a+b^2b+c^2c$ => $a^3+b^3+c^3 = -a^2(b+c)-b^2(a+c)-c^2(a+b)$

$= - a^2b - a^2c - b^2a - b^2c - c^2a - c^2b$

$= - a^2b – b^2a – a^2c –c^2a – b^2c – c^2b$

$= - ab(a+b) – ac(a+c) – bc(b+c)$

$= abc + abc + abc$

$= 3abc$

d'où $\boxed{a^3+b^3+c^3 = 3abc}$

Problème: Trouvons la longueur d'une locomotive et celle d'un wagon-citerne. Soient x et y ces deux longueurs respectives.

$$\begin{cases} 2x + 10y = 152 & ① \\ x + 12y = 160 & ② \end{cases}$$

En utilisant ces deux équations, on aura: $\boxed{x = 16m \text{ et } y = 12m}$

Une locomotive mesure 16m et un wagon-citerne mesure 12m.

Géométrie :

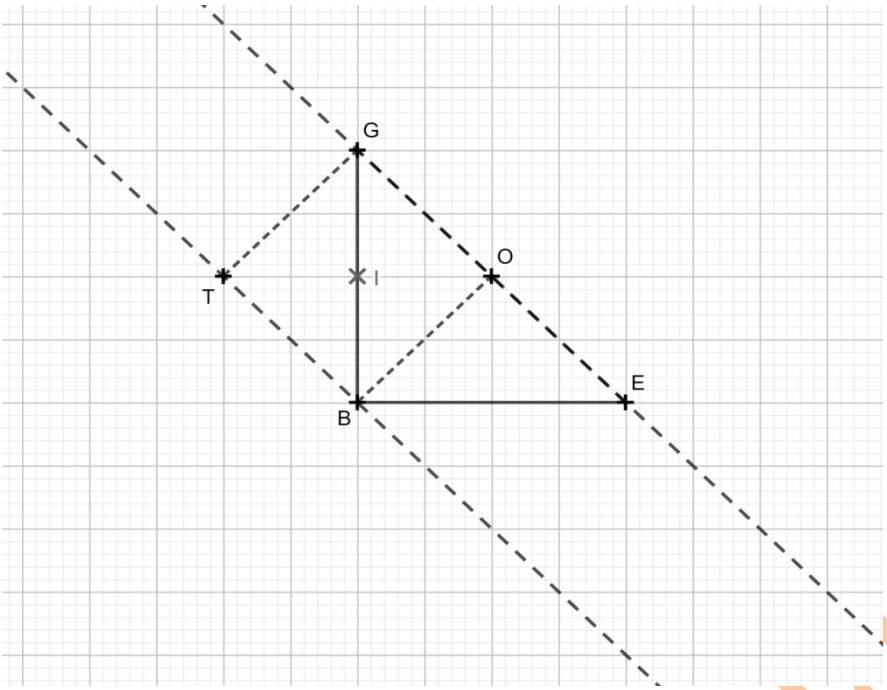
Partie A 1) EFG étant un triangle rectangle, O∈(EG) et (OI) ⊥ (FG), alors (OI)//(EF).

2) $\widehat{FOI}$ et $\widehat{FEO}$ ont même mesure car (OI)//(EF) et que $\widehat{FOI}$ se trouve dans le secteur angulaire $\widehat{FEO}$. 3) On remarque que IG = FI et FO = OG d'où FT = OG. Alors (FT)//(EG).

Le quadrilatère OGTF est un carré.

M. DIARRA Alassane

CamScanner



Partie B

1) Traçons la droite (D) : y = 2x+1 et plaçons le point A (2 ; 2).

2) Donnons une équation de la droite (AA'). Soit A' (x ; y) tel que (D)⊥(AA').

Posons $\underset{AA'}{\longrightarrow}\begin{pmatrix}x-2\\y-2\end{pmatrix}$ X ; Y et $\underset{U}{\rightarrow}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ X' ; Y', vecteur directeur de (D). D'après la formule : XX'+YY' = 0, on a : (x-2)×1 + (y-2)× 2 = 0

(AA') : x+2y-6 = 0

3) Calculons les coordonnées de H. Formons un système avec les deux équations. $\begin{cases}(D): y = 2x + 1\\(AA') : x + 2y - 6 = 0\end{cases}$

On trouve x = 4/5 et y = 13/5 **H($\frac{4}{5}$; $\frac{13}{5}$)**

Calculons les longueurs BH et AB. B (0 ; 1)

$BH = \sqrt{(x_H - x_B)^2 + (y_H - y_B)^2} = \sqrt{\left(\frac{4}{5} - 0\right)^2 + (\frac{13}{5} - 1)^2}$

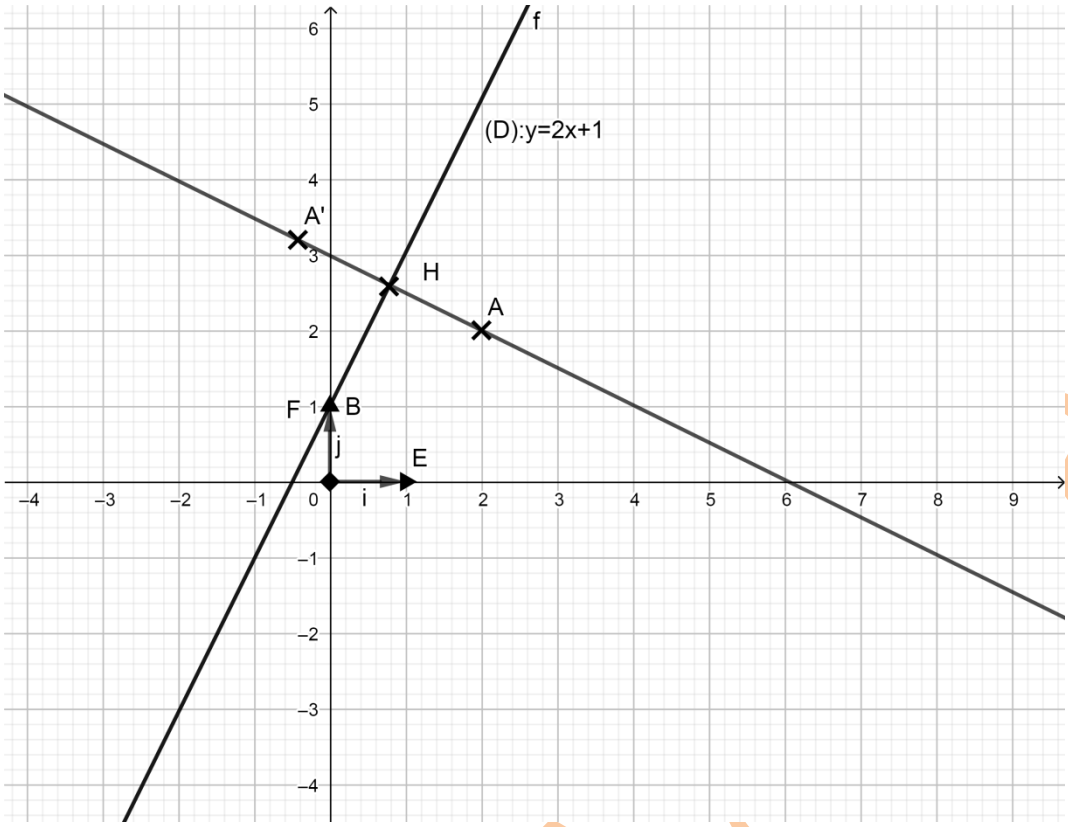
$= \sqrt{\frac{80}{25}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ **BH = $\frac{4\times 2{,}23}{5}$ = 1,78 cm**

Sur la figure, on voit que B est équidistant de A' et A, alors A'B = AB.

$AB = \sqrt{(0-2)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{5}$ => **AB = 2,23 cm**

M. DIARRA Alassane

CamScanner



DEF 2011

I- Algèbre :

Exercice 1 : Trouvons ces deux nombres x et y : x>y, x+y = 320 ①

$\frac{x}{y}$: q = 3 et r = 8 => x = 3y+3 ②. En utilisant ces deux équations, on trouve : x = 242 et y = 78

Exercice 2 : $a = \frac{m-1}{2}$ et $b = \frac{m-4}{2}$

Calculons le nombre réel m pour que :

a-) a et b soient opposés. $a = -b \Rightarrow \frac{m-1}{2} = -(\frac{m-4}{2}) \Rightarrow m-1 = -m+4$

$\Rightarrow 2m = 5 \Rightarrow \boxed{m = 5/2}$

b-) a et b soient inverses. $a = 1/b$ ou $b = 1/a$ ou $ab = 1$

$ab = 1 \Rightarrow (\frac{m-1}{2})(\frac{m-4}{2}) = 1 \Rightarrow \frac{(m-1)(m-4)}{4} = 1 \Rightarrow m^2-5m = 0$

$\Rightarrow m(m-5) = 0$ $\boxed{m = 0 \text{ ou } m = 5}$

Problème : $f(x) = \frac{x-2}{9} - x^3 + x^2$ et $g(x) = (7x-3)^2-5^2$

1) Factorisons f et g dans IR puis résolvons f(x) = 0 et g(x) = 0

$f(x) = \frac{x-2}{9} - x^3 + 2x^2 = \frac{x-2}{9} - x^2(x-2)$ $g(x) = (7x-3)^2-5^2$

M. DIARRA Alassane
CamScanner

$= (x-2)(\frac{1}{9} - x^2) = -(x-2)(x^2 - \frac{1}{9})$

$\boxed{f(x) = -(x-2)(x - \frac{1}{3})(x + \frac{1}{3})}$

$f(x) = 0 \Rightarrow -(x-2)(x - \frac{1}{3})(x + \frac{1}{3}) = 0$

$x = 2$ ou $x = \frac{1}{3}$ ou $x = -\frac{1}{3}$

$\boxed{S = \left\{-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; 2\right\}}$

$= [(7x - 3) - 5][(7x - 3) + 5]$

$= (7x-3-5)(7x-3+5)$

$\boxed{g(x) = (7x-8)(7x+2)}$

$g(x) = 0 \Rightarrow (7x-8)(7x+2) = 0$

$x = 8/7$ ou $x = -2/7$

$\boxed{S = \left\{-\frac{2}{7}; \frac{8}{7}\right\}}$

2) $h(x) = \frac{x^2 - \frac{1}{9}}{f(x)}$

a) Déterminons le domaine de définition de h dans IR puis simplifions h(x).

$h(x) = \frac{x^2 - \frac{1}{9}}{f(x)} = \frac{(x - \frac{1}{3})(x + \frac{1}{3})}{-(x-2)(x - \frac{1}{3})(x + \frac{1}{3})}$ $D_h = \left\{x \epsilon IR / -(x-2)\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) \neq 0\right\}$

$x \neq 2$ ou $x \neq -1/3$ ou $x \neq 1/3$ $\boxed{D_h = IR - \left\{-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; 2\right\}}$

a) Calculons $h(\sqrt{3})$. $h(\sqrt{3}) = \frac{(\sqrt{3})^2 - \frac{1}{9}}{\frac{\sqrt{3}-2}{9} - (\sqrt{3})^3 + 2(\sqrt{3})^2} = \frac{27}{52 - 26\sqrt{3}}$

On rends rationnel : $\boxed{h(\sqrt{3}) = \frac{702 + 351\sqrt{3}}{338}}$

c) Résolvons $g(x) = -16 \Rightarrow (7x - 8)(7x+2) = -16$

$\Rightarrow 49x^2 + 14x - 56x - 16 = -16$

$\Rightarrow 49x^2 - 42x = 0$

$\Rightarrow 7x(7x-6) = 0$ $7x = 0$ ou $7x - 6 = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $x = 6/7$

$\boxed{S = \left\{0; \frac{6}{7}\right\}}$

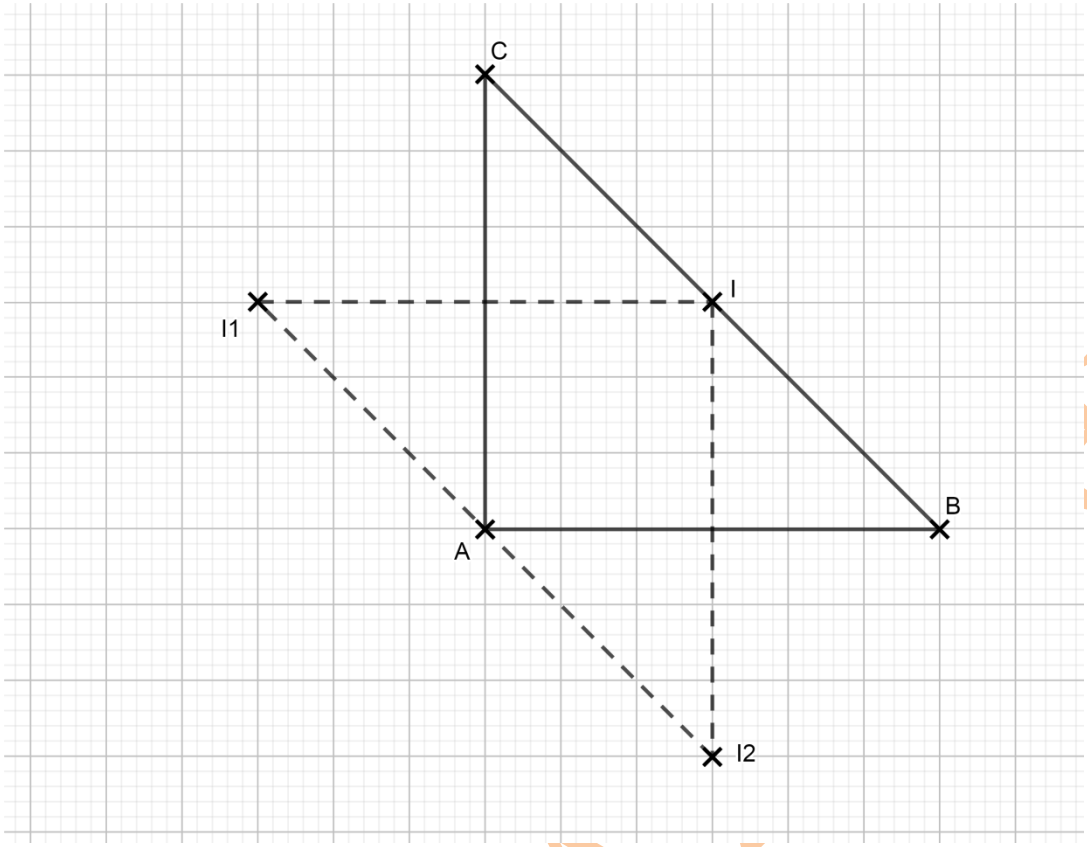
II-Géométrie :

Exercice 1 :

Explication : Les points I_1 ; A et I_2 sont alignés car A est élément de la droite $(I_1 I_2)$.

M. DIARRA Alassane

CamScanner



Exercice 2 :

a) Représentation de la figure.

b) Montrons que AMP est rectangle en M: AM = 4cm ; MP = 3cm

$AP^2 = AM^2 + MP^2 + 16 + 9 = 25 \Rightarrow AP = 5cm$, alors AMP est rectangle en M.

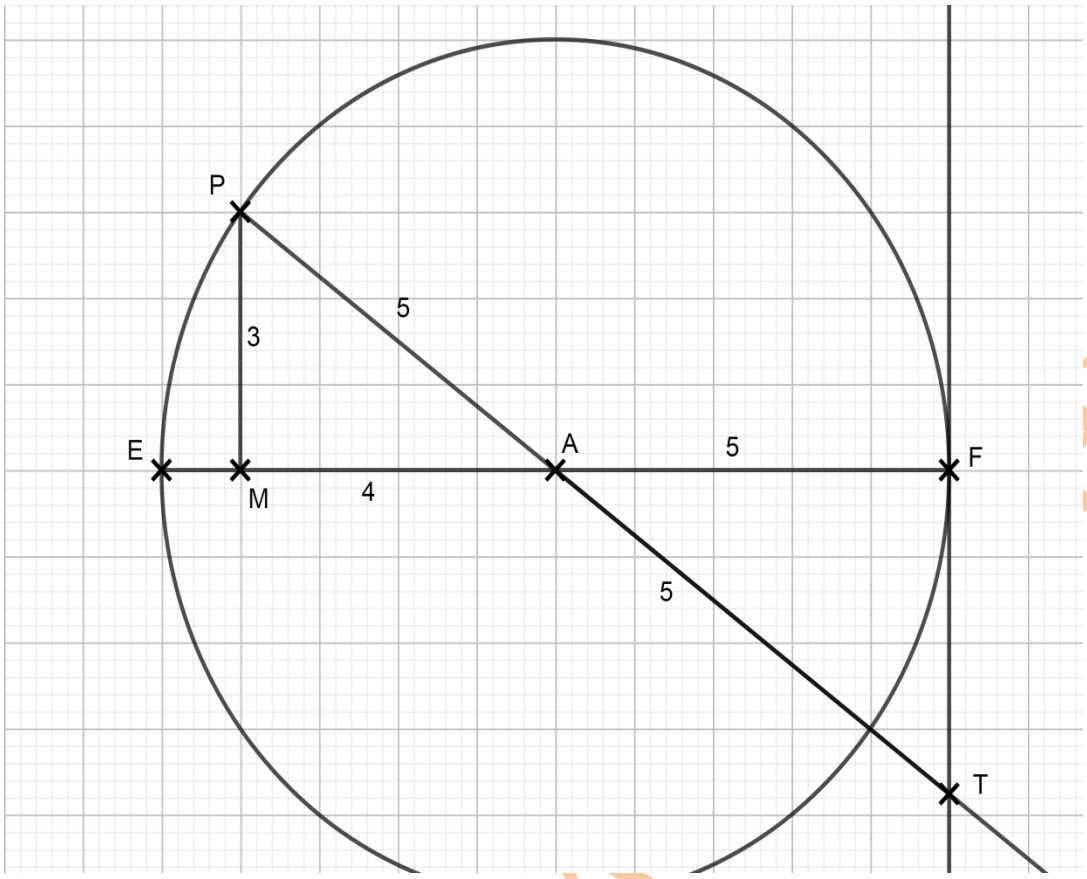
c) (MP)//(EF) et que la tangente est toujours parallèle au diamètre, ici (EF). Alors (MP) et (FT) sont parallèles.

d) Calculons la longueur AT.

On mesure l'angle $\widehat{FAT} = 35°$. Dans le triangle FAT $\cos 35° = \frac{FA}{AT}$

$AT = \frac{FA}{\cos 35°} = \frac{5}{\cos 35°} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{AT = 6,1\ cm}}$

M. DIARRA Alassane
CamScanner



DEF 2012

I- Algèbre:

Exercice1: Trouvons aϵIN tel que :

$2^{4-a}=1 => 2^{4-a} = 2^0 => 4 - a = 0 =>$ $\boxed{a = 4}$

$(3^a)^5 = 1 => 3^{5a} = 3^0 => 5a = 0 =>$ $\boxed{a = 0}$

$9^{3a} = 3^{12} => (3^2)^{3a} = 3^{12} => 3^{6a} = 3^{12} => 6a = 12 =>$ $\boxed{a = 2}$

$(2^2)^{3a} = 4^6 => (2^2)^{3a} = (2^2)^6 => 3a = 6 =>$ $\boxed{a = 2}$

$5\times 5^{a-3} = 25 => 5^{a-3+1} = 5^2 => 5^{a-2} = 5^2 => a - 2 = 2 =>$ $\boxed{a = 4}$

Exercice 2 : a) Développons : $(3\sqrt{2} + 5)(3\sqrt{2} - 5) = 18 - 25 =$ $\boxed{-7}$

En déduisons une écriture simplifiée :

$$\frac{-7\sqrt{2}}{3\sqrt{2}+5} = \frac{(-7\sqrt{2})(3\sqrt{2}-5)}{-7} = \sqrt{2}(3\sqrt{2} - 5) = \boxed{6 - 5\sqrt{2}}$$

b) Donnons un encadrement à 10^{-2} près de $6 - 5\sqrt{2}$.

$1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42 => 7{,}05 < 5\sqrt{2} < 7{,}10 => -7{,}10 < \sqrt{2} < -7{,}01$

$\boxed{\mathbf{1,10} < 6 - 5\sqrt{2} < -1{,}05}$

M. DIARRA Alassane
CamScanner

Exercice 3 : $a = \sqrt{7-4\sqrt{3}}$ *et* $b = \sqrt{7+4\sqrt{3}}$; $U = a + b$

a) Calculons ab.

$ab = (\sqrt{7-4\sqrt{3}})(\sqrt{7+4\sqrt{3}})$

$= \sqrt{(7-4\sqrt{3})(7+4\sqrt{3})}$

$= \sqrt{49-48}$

$= \sqrt{1}$

$\boxed{ab = 1}$

b) Calculons U^2

$U^2 = (a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$= 7-4\sqrt{3}+7+4\sqrt{3}+2\times 1$

$U^2 = 14+2$

$\boxed{U^2 = 16}$

Problème : Soient p, x, y et z les âges respectifs du père et ceux de ses enfants.

$x+y+z = p+3$

$\frac{p}{15} = \frac{x}{7} = \frac{y}{5} = \frac{z}{4} = \frac{p+x+y+z}{31}$

$\frac{p}{15} = \frac{3+2p}{31} \Rightarrow 31p = 45+30p \Rightarrow \boxed{p = 45\ ans}$

$\frac{x}{7} = \frac{p}{15} \Rightarrow \frac{x}{7} = \frac{45}{15} \Rightarrow \frac{x}{7} = 3 \Rightarrow \boxed{x = 21\ ans}$

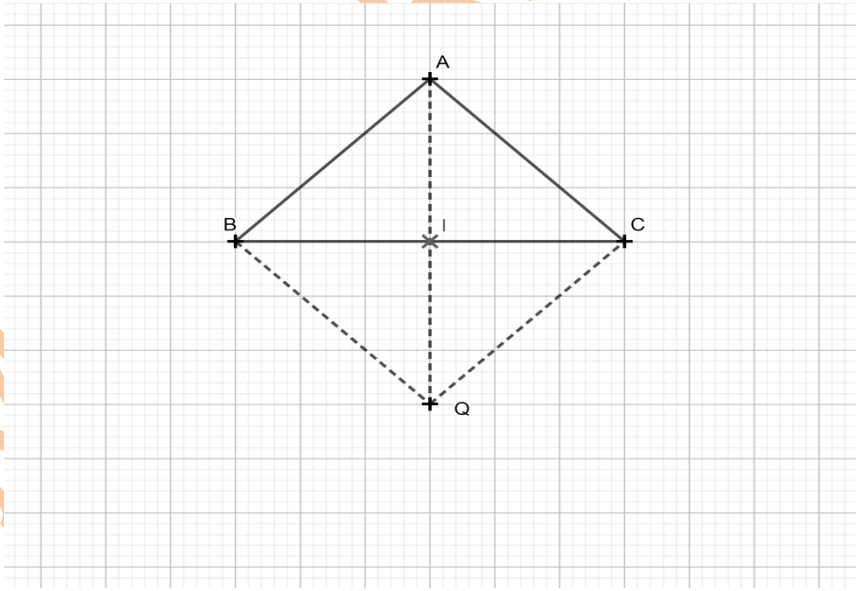
$\frac{y}{5} = 3 \Rightarrow \boxed{y = 15\ ans}$

$\frac{z}{4} = 3 \Rightarrow \boxed{z = 12\ ans}$

II- Géométrie :

A- Partie : I

ABC étant isocèle, I milieu de [BC], $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IQ}$. Alors BQ = AC = BA = QC, d'où ACQB est un parallélogramme puis un losange.



B- Partie : II

1) Voir figure.

2) Trouvons une équation de (Δ) et celle de (Δ').

PRA Alassane
CamScanner

* $\overrightarrow{AB}\binom{2-4}{6-2} => \overrightarrow{AB}\binom{-2}{4}$. Soient I milieu de [AB], I(3 ; 4) et N(x ; y)ϵ(Δ) tel que : (AB) ⊥ (IN), $\overrightarrow{IN}\binom{x-3}{y-4}$. XX'+YY' = 0 => -2(x-3) + 4(y-4) = 0

$$\boxed{(\Delta) : x - 2y + 5 = 0}$$

* $\overrightarrow{AC}\binom{-1-4}{-3-2} => \overrightarrow{AC}\binom{-5}{-5}$. Soient J milieu de [AC], J($\frac{3}{2}$; $\frac{-1}{2}$) et L(x ; y)ϵ(Δ') tel que : (AC) ⊥ (JL), $\overrightarrow{JL}\binom{x-\frac{3}{2}}{y+\frac{1}{2}}$. XX'+YY' = 0 => $-5(x-\frac{3}{2})-5(y+\frac{1}{2}) = 0$

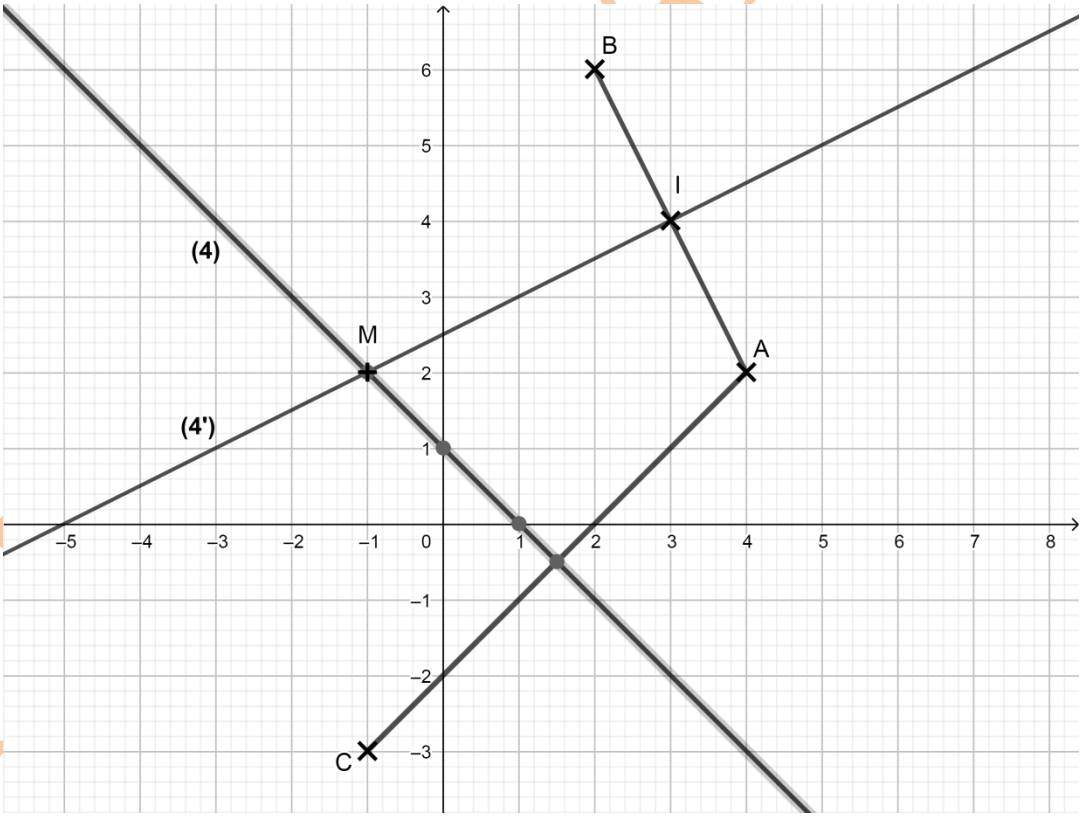
Après simplification, on a : $\boxed{(\Delta') : x + y - 1 = 0}$

Déterminons les coordonnées de M, intersection des droites (Δ) et (Δ').

Formons un système avec les deux équations.

$\begin{cases} x - 2y + 5 = 0 & \mathbb{1} \\ x + y - 1 = 0 & \mathbb{2} \end{cases}$ Après résolution, on aura : x = -1 et y = 2 $\boxed{M\binom{-1}{2}}$

3) Dans un triangle les trois médiatrices se coupent en un point, M est le point d'intersection des médiatrices des segments [AB] et [AC], alors il appartient aussi à celle [BC].



CamScanner

DEF 2013

I- Algèbre :

1) Comparons :

* $3\sqrt{5}$ *et* $2\sqrt{11}$: $(3\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{11})^2 = 27-44 = -17 < 0$, alors $\boxed{3\sqrt{5} < 2\sqrt{11}}$

* $\sqrt{24}$ et $2+\sqrt{3}$: $(\sqrt{24})^2 - (2+\sqrt{3})^2 = 24-4\sqrt{3}-7 = 17-4\sqrt{7}$

$\Rightarrow (17)^2 - 4\sqrt{7})^2 = 289-112 = 177 > 0$, alors $\boxed{\sqrt{24} > 2+\sqrt{3}}$

* $\sqrt{5}+\sqrt{7}$ et $\sqrt{12+2\sqrt{35}}$:

$(\sqrt{5}+\sqrt{7})^2 - (\sqrt{12+2\sqrt{35}})^2 = 5+2\sqrt{5\times 7}+7-(12+2\sqrt{35})$

$= 12+2\sqrt{35}-12-2\sqrt{35} = 0$, alors $\boxed{\sqrt{5}+\sqrt{7} = \sqrt{12+2\sqrt{35}}}$

2) Soient x, y et z les parts respectifs des trois personnes.

$\frac{x}{12} = \frac{y}{15} = \frac{28\,000}{14} = 2000$ $\quad$ $\frac{x}{12} = 2000 \Rightarrow \boxed{x = 24\,000\ FCFA}$

$\frac{y}{15} = 2000 \Rightarrow \boxed{y = 30\,000\ FCFA}$ *et* $\boxed{z = 28\,000 FCFA}$

La somme à partager est : S=24 000+30 000+28 000$\Rightarrow \boxed{S = 82000 FCFA}$

3) $f(x) = \frac{1}{4}(x+1)^2$

a) Développons, réduisons et ordonnons : $\quad f(x) = \frac{1}{4}(x^2+2x+1)$

b) Résolvons dans IR, $f(x) = 0$ et $f(x) = \frac{1}{4}$.

$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{1}(x^2+2x+1) = 0 \Rightarrow x^2+2x+1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0$

$\Rightarrow x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$ $\quad \boxed{S = \{-1\}}$

$f(x) = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4}(x^2+2x+1) = \frac{1}{4} \Rightarrow x^2+2x+1 = 1 \Rightarrow x^2+2x = 0$

$\Rightarrow x(x+2) = 0$

$x = 0$ ou $x+2 = 0 \Rightarrow x = -2$ $\quad \boxed{S = \{-2; 0\}}$

c) Développons $(\sqrt{5}+1)^2$ *et* $(\sqrt{5}-1)^2$

$(\sqrt{5}+1)^2 = 6+2\sqrt{5}$; $\quad (\sqrt{5}-1)^2 = 6-2\sqrt{5}$.

En déduisons : $\quad A = \sqrt{6+2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} = \boxed{\sqrt{5}+1}$

$B = \sqrt{6-2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} = \boxed{\sqrt{5}-1}$

d) Montrons que $f(\sqrt{5}) = \frac{A}{B}$

M. DIARRA Alassane

CamScanner

$\frac{A}{B}=\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}=\frac{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5})^2-(1)^2}=\frac{(\sqrt{5}+1)^2}{5-1}=\frac{(\sqrt{5}+1)^2}{4}=\frac{1}{4}(\sqrt{5}+1)^2$

$f(\sqrt{5})=\frac{1}{4}(\sqrt{5}+1)^2=\frac{A}{B}$ Alors $\boxed{\mathbf{f(\sqrt{5})=\frac{A}{B}}}$ CQFM(ce qui fallait montrer)

II- Géométrie :

A (-2 ; 5) ; B (-2 ; -3) ; C ($\frac{10}{3}$; 1)

1) Plaçons les points A ; B et C (voit figure)

2) Trouvons une équation de h_1 et celle de h_2.

* h_1 passe par B et ⊥ à (AC).

Soit H(x ; y)ϵh_1, tel que (BH) ⊥ (AC) et XX'+YY' = 0

$\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix}x+2\\y+3\end{pmatrix}$ X ; Y et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\frac{16}{3}\\-4\end{pmatrix}$X', Y' XX'+YY' = 0 => $\frac{16}{3}$(x+2)-4(y+3) = 0

$\Rightarrow \boxed{\mathbf{(h_1) : 4x-3y-1 = 0}}$

* h_2 passe par C et ⊥ à (AB).

Soit H(x ; y)ϵh_2, tel que (CH) ⊥ (AB) et XX'+YY' = 0

$\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}x-\frac{10}{3}\\y-1\end{pmatrix}$ X ; Y et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\-8\end{pmatrix}$X', Y' XX'+YY' = 0 =>0$(x-\frac{10}{3})$-8(y-1) = 0

$\Rightarrow \boxed{\mathbf{(h_2) : y = 1}}$

Trouvons les coordonnées de H ; formons un système avec les deux équations. $\begin{cases}4x-3y-1=0\\y=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4x-3\times1-1=0\\y=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$ $\boxed{\mathbf{H\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}}}$

3) Trouvons une équation de la médiatrice de [AC] puis celle de la médiatrice de [AB].

* Soient (Δ) l'équation de la médiatrice de [AC], M(x ; y)ϵ(Δ), I($\frac{2}{3}$; 3) milieu de [AC] tel que (IM)⊥(AC). $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\frac{16}{3}\\-4\end{pmatrix}$ X ; Y et $\overrightarrow{IM}\begin{pmatrix}x-\frac{2}{3}\\y-3\end{pmatrix}$X', Y'

$\frac{16}{3}(x-\frac{2}{3})$ - 4(y-3) = 0 => 48x-36y+76 = 0 $\boxed{\mathbf{(\Delta) : 12x-9y+19 = 0}}$

* Soient (Δ') l'équation de la médiatrice de [AB], N(x ; y)ϵ(Δ), J(−2 ; 1) milieu de [AB] tel que (JN)⊥(AB). $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\-8\end{pmatrix}$ X ; Y et $\overrightarrow{JN}\begin{pmatrix}x+2\\y-1\end{pmatrix}$X', Y'

$0(x+2)$ - 8(y-1) = 0 => -8y-8 = 0 $\boxed{\mathbf{(\Delta) : y = 1}}$

Les coordonnées du centre W du cercle circonscrit au triangle ABC sont :

W est le point d'intersection des droites (Δ) et (Δ').

$\begin{cases}12x-9y+19=0\\y=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}12x=9\times1-19\\y=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{-5}{6}\\y=1\end{cases}$ $\boxed{\mathbf{W\begin{pmatrix}\frac{-5}{6}\\1\end{pmatrix}}}$

4) Trouvons les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC.

M.DIARRA Alassane

CamScanner

G est le point d'intersection des médianes.

Soient (D) la médiane passant par B (-2 ; -3) et I ($\frac{2}{3}$; 3) milieu de [AC] ;

M(x ; y)ϵ(D) tel que (BM)//(BI) $\underset{BI}{\rightarrow}\begin{pmatrix}\frac{8}{3}\\6\end{pmatrix}$ X ; Y et $\underset{BM}{\longrightarrow}\begin{pmatrix}x+2\\y+3\end{pmatrix}$X', Y'

XY' = X'Y => $6(+2) = \frac{8}{3}(y+3)$ => (D) : 9x-4y+6 = 0

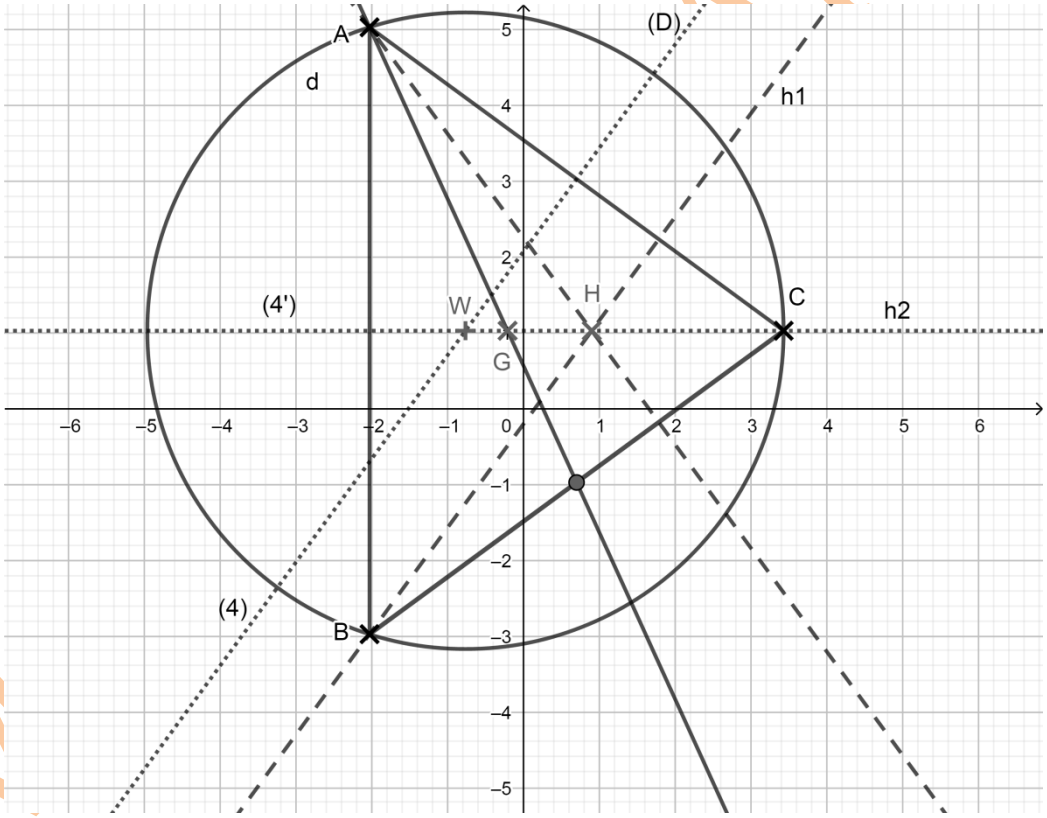
(h_2) : y = 1, est aussi la médiane passant par C et H milieu de [AB].

$\begin{cases}9x-4y+6=0\\ y=1\end{cases}$ => $\begin{cases}x=\frac{-2}{9}\\ y=1\end{cases}$ $\boxed{G\begin{pmatrix}\frac{-2}{9}\\1\end{pmatrix}}$

5) Démontrons que W, G, H sont tels que : $2\times\overrightarrow{WG} = \overrightarrow{GH}$

H (1 ; 1) ; $G\begin{pmatrix}\frac{-2}{9}\\1\end{pmatrix}$; $W\begin{pmatrix}\frac{-5}{6}\\1\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{GH}\begin{pmatrix}1+\frac{2}{9}\\1-1\end{pmatrix}$ =>$\overrightarrow{GH}\begin{pmatrix}\frac{11}{9}\\0\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{WG}\begin{pmatrix}\frac{-2}{9}+\frac{5}{6}\\1-1\end{pmatrix}$ => $\overrightarrow{WG}\begin{pmatrix}\frac{33}{54}\\0\end{pmatrix}$ => $\overrightarrow{WG}\begin{pmatrix}\frac{11}{18}\\0\end{pmatrix}\frac{11}{9} = 2\times\frac{11}{18}$ Alors $\boxed{2\times\overrightarrow{WG} = \overrightarrow{GH}}$



DEF 2014

I- Algèbre:

$f(x)= (2x+3)^2-(x+6)^2$; $h(x)=ax^2+bx+c$; $g(x)= (x+3)(5-x)-h(x)$

1) Déterminons les réels a, b et c.

CamScanner

$h(0) = 18 \Rightarrow a(0)^2+b(0)+c = 0 \Rightarrow \boxed{c = 18}$

$h(-3) = 0 \Rightarrow a(-3)^2+b(-3)+c = 0 \Rightarrow 9a-3b+18 = 0 \Rightarrow 3a-b+6 = 0$ ①

$h(-1) = -8 \Rightarrow a-b+18 = -8 \Rightarrow a-b = -26 \Rightarrow b = a+26$ ②

①: $3a-a-26+6 = 0 \Rightarrow \boxed{a = 10}$

②: $b = 10+26 \Rightarrow \boxed{b = 36}$ Ecrivons: $\boxed{h(x) = 10x^2+36x+18}$

2) Développons, réduisons et ordonnons f et g.

$f(x) = (2x+3)^2 - (x+6)^2 = 4x^2+12x+9-(x^2+12x+36)$

$= 4x^2+\cancel{12x}+9-x^2-\cancel{12x}-36 = 3x^2-27 \Rightarrow \boxed{f(x) = 3x^2-27}$

$g(x) = (x+3)(5-x)-h(x) = (x+3)(5-x)-(10x^2+12x+36)$

$= 5x-x^2+15-3x-10x^2-36x-18 = > \boxed{g(x) = -11x^2-34x-3}$

3) Factorisons f et g.

$f(x) = (2x+3)^2 - (x+6)^2 = [(2x + 3) - (x + 6)][(2x + 3) + (x + 6)]$

$= (2x+3-x-6)(2x+3+x+6) \Rightarrow f(x) = 3(x-3)(x+3)$

$g(x) = (x+3)(5-x)-h(x) = (x+3)(5-x)-(10x^2+36x+18)$

Factorisons h(x), $h(-3) = 0$ alors $h(x) = (x+3)(ax+b)$

$= ax^2+bx+3ax+3b$

$= ax^2+(3a+b)x+3b$

$h(x) = h(x) \Rightarrow 10x^2+36x+18 = ax^2+(3a+b)x+3b$

Par identification, $a = 10$; $3b = 18 \Rightarrow b = 6$

D'où $g(x) = \underline{(x+3)}(5-x)-\underline{(x+3)}(10x+6) = (x+3)[(5 - x) - (10x + 6)]$

$= (x+3)(5-x-10x-6) \Rightarrow g(x) = (x+3)(-11x-1)$

4) $q(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{3(x-3)(x+3)}{(x+3)(-11x-1)}$

a) Déterminons l'ensemble de définition de q.

$D_{h=\{x\epsilon IR/(x+3)(-11x-1)\neq 0\}} \Rightarrow (x+3)(-11x-1)\neq 0 \Rightarrow x\neq -3$ ou $x\neq\frac{-1}{11}$ $\quad \boldsymbol{D_{h=IR-\left\{3\,;\,\frac{-1}{11}\right\}}}$

$q(x) = \frac{3(x-3)\cancel{(x+3)}}{\cancel{(x+3)}(-11x-1)} = \frac{3(x-3)}{(-11x-1)}$

b) Résolvons dans IR :

* $q(x) = 0 \Rightarrow \frac{3(x-3)}{(-11x-1)} = 0 \Rightarrow 3(x-3) = 0 \quad x = 3 \quad \boxed{S = \{3\}}$

* $q(x) = \frac{-9}{4} \Rightarrow \frac{-3(x-3)}{11x+1} = \frac{-9}{4} \Rightarrow \frac{x-3}{11x+1} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4x-12 = 33x+3$

$\Rightarrow 29x = -15 \Rightarrow x = \frac{-15}{29} \quad \boxed{S = \left\{\frac{-15}{29}\right\}}$

M. DIARRA Alassane

CamScanner

II- Géométrie :

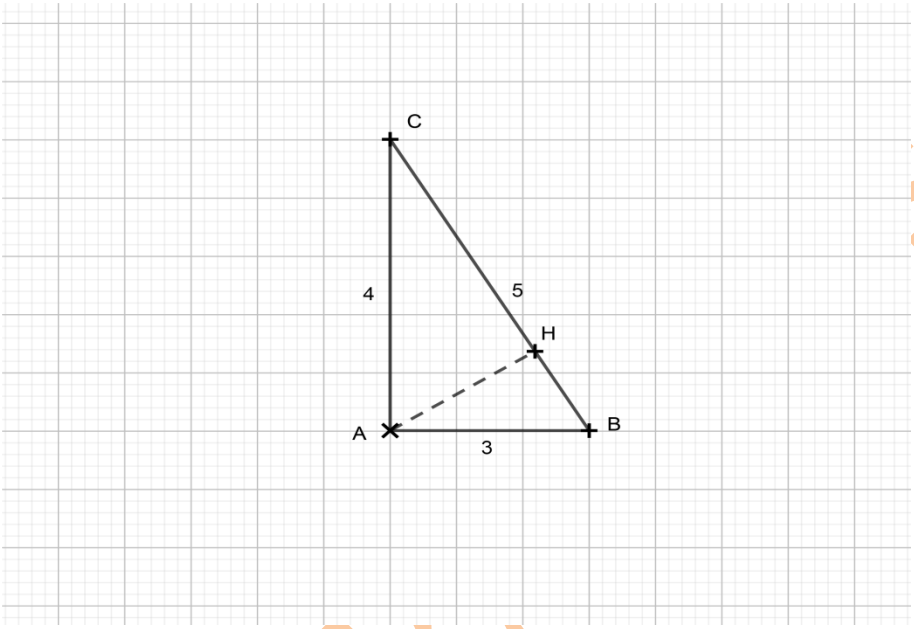
Exercice 1 : AB = 3cm ; AC = 4cm ; BC = 5cm

Déterminons la nature du triangle ABC.

$AB^2 = 3^2 = 9$; $AC^2 = 4^2 = 16$; $BC^2 = 5^2 = 25$

$AB^2+AC^2 = 25 = BC^2$, alors ABC est rectangle en A. Calculons :

$\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$; $\cos C = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$. Construisons le point H (voir figure).



Exercice 2 :

1) Plaçons les points A(2 ; 4), B(-2 ; 0) et C(4 ; 0) (voir figure)

2) Calculons les coordonnées des points A' et B'.

$A' : \begin{cases} \frac{-2+4}{2} = 1 \\ \frac{0+0}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{A'\binom{1}{0}}$; $B' : \begin{cases} \frac{2+4}{2} = 3 \\ \frac{4+0}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{B'\binom{3}{2}}$

3) Trouvons une équation de (AA') et une équation de (BB').

* Soient M(x ; y)ϵ(AA'), (AA') passe par A et A' tel que (AM)//(AA').

$XY' = X'Y : \begin{cases} \overrightarrow{AM}\binom{x-2}{y-4} \\ \overrightarrow{AA'}\binom{-1}{-4} \end{cases}$ -4(x-2) = -1(y-4) $\Rightarrow$ **(AA') : 4x-y-4 = 0**

* Soient N(x ; y)ϵ(BB'), (BB') passe par B et B' tel que (BN)//(BB').

$XY' = X'Y : \begin{cases} \overrightarrow{BN}\binom{x+2}{y-0} \\ \overrightarrow{BB'}\binom{5}{2} \end{cases}$ 2(x+2) = 5y $\Rightarrow$ **(BB') : 2x-5y+4 = 0**

En déduisons les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC.

Formons un système avec les équations de (AA') et (BB').

M DIARRA Alassane
CamScanner

$\begin{cases} 4x - y - 4 = 0 \\ 2x - 5y + 4 = 0 \end{cases}$ $x = \frac{4}{3}$ et $y = \frac{10}{9}$ $\boxed{G\begin{pmatrix} \frac{4}{3} \\ \frac{10}{9} \end{pmatrix}}$

4) Trouvons une équation de la médiatrice de [BC] puis celle de la médiatrice de [AC].

* Soient (Δ) l'équation de la médiatrice de [BC], M(x ; y)ϵ(Δ), I(1 ; 0) milieu de [BC] tel que (IM)⊥(BC). $\underset{BC}{\rightarrow}\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ X ; Y et $\underset{IM}{\rightarrow}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-0 \end{pmatrix}$X', Y'

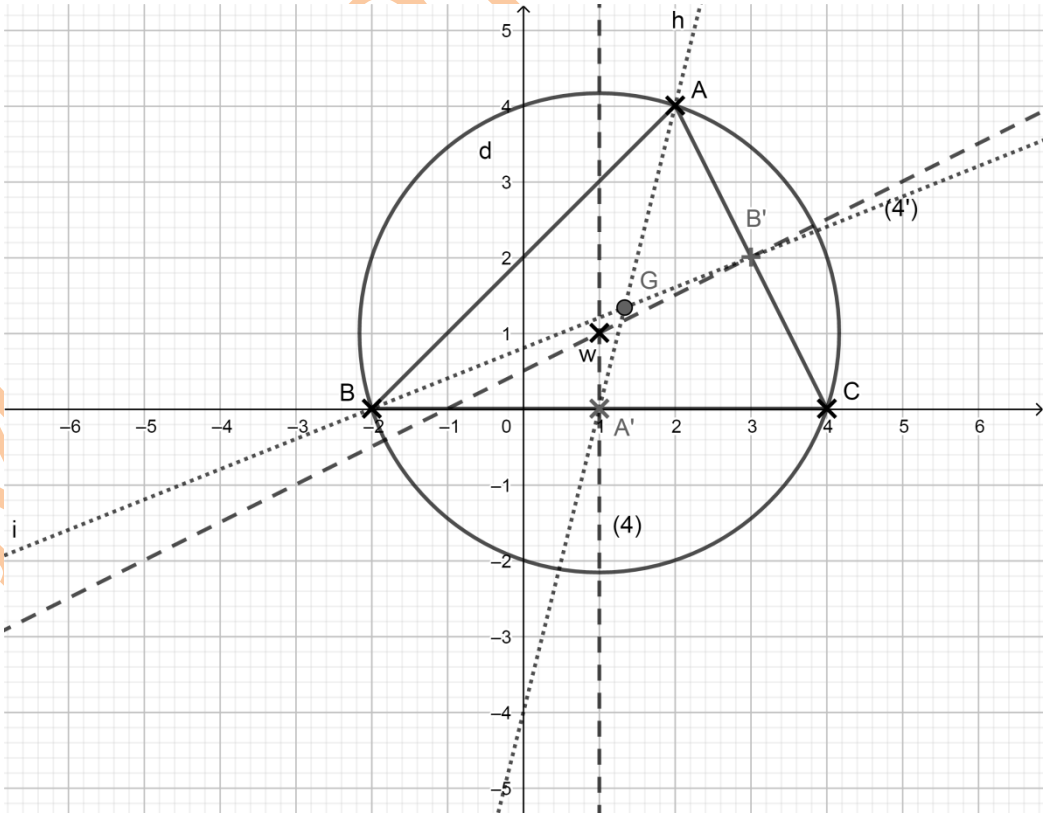
$6(x-1) + 0(y) = 0 \Rightarrow 6(x-1) = 0 \Rightarrow$ $\boxed{(\Delta) : x = 1}$

* Soient (Δ') l'équation de la médiatrice de [AC], N(x ; y)ϵ(Δ'), J(3 ; 2) milieu de [AC] tel que (JN)⊥(AC). $\underset{AC}{\rightarrow}\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ X ; Y et $\underset{JN}{\rightarrow}\begin{pmatrix} x-3 \\ y-2 \end{pmatrix}$X', Y'

$2(x-3) - 4(y-2) = 0 \Rightarrow 2x - 4y + 2 = 0$ $\boxed{(\Delta') : x - 2y + 1 = 0}$

En déduisons les coordonnées du centre ω du cercle circonscrit au triangle ABC sont : W est le point d'intersection des droites (Δ) et (Δ').

$\begin{cases} x = 1 \\ x - 2y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ $\boxed{\omega\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}}$



CamScanner

DEF 2015

I- Algèbre :

A-/ $P(x) = x^2+(a-b+3)x+2a-3b$

1) Calculons a et b sachant que:

$P(0) = 9 \Rightarrow (0)^2+(a-b+3)(0)+2a-3b = 9 \Rightarrow 2a-3b = 9$ 𝟙

$P(1) = 4 \Rightarrow (1)^2+(a-b+3)(1)+2a-3b = 4 \Rightarrow 3a-4b = 0 \Rightarrow a = \frac{4b}{3}$ 𝟚

𝟙 : $2(\frac{4b}{3})-3b = 9 \Rightarrow 8b-9b = 27 \Rightarrow$ **b = -27** et **a = -36**

2) Factorisons P(x) : $P(x) = x^2+(-36+27+3)x+2(-36)-3(-27)$

$= x^2-6x+9 = (x-3)^2 \Rightarrow$ **P(x) = (x-3)(x-3)**

B-/ $A(x) = (x-5)(3x-8)+(x-5)^2+2x^2-50$ et $B(x) = (3x-15)$

$A(x) = (x-5)(3x-8)+(x-5)^2+2x^2-50 = 3x^2-23x+40+x^2-10x+25+2x^2-50$

$A(x) = 6x^2-13x+25$

$B(x) = (3x-15) \Rightarrow$ **B(x) = 3x-15**

2) Factorisons A(x) et B(x).

$A(x) = (x-5)(3x-8)+(x-5)^2+2x^2-50$

$= \underline{(x-5)}(3x-8)+\underline{(x-5)}(x-5)+2\underline{(x-5)}(x+5)$

$= (x-5)(3x-8+x-5+2x+10)$

A(x) = 3(x-5)(3x-1)

$B(x) = (3x-15) \Rightarrow$ **B(x) = 3(x-5)**

3) Résolvons dans IR les équations: $A(x) = 0 \Rightarrow 3(x-5)(3x-1) = 0$

$3(x-5) = 0$ ou $3x-1 = 0 \Rightarrow x = 5$ ou $x = -1/3$ $\quad$ **$S = \left\{-\frac{1}{3}; 5\right\}$**

$A(x) = B(x) \Rightarrow \cancel{3(x-5)}(3x-1) = \cancel{3(x-5)} \Rightarrow 3x-1 = 1 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$ $\quad$ **$S = \left\{\frac{2}{3}\right\}$**

4) Déterminons l'ensemble de définition de f.

$f(x) = \frac{A(x)}{B(x)} = \frac{3(x-5)(3x-1)}{3(x-5)}$ $D_f = \{x \epsilon IR / 3(x-5) \neq 0\}$

$3(x-5) \neq 0 \Rightarrow x \neq 5$ $\quad$ **$D_f = IR - \{5\}$**

5) Calculons f(0) et $f(\sqrt{2})$.

$f(x) = \frac{3(x-5)(3x-1)}{3(x-5)} = 3x-1$ $\quad$ $\begin{cases} f(0) = 3(0)-1 \Rightarrow f(0) = -1 \\ f(\sqrt{2}) = 3(\sqrt{2})-1 \end{cases}$

M.DIARRA Alassane

CamScanner

II-Géométrie :

A(0 ;3) ; B(6 ; 3) ; C($\frac{-3}{2}$; $\frac{+9}{3}$)

1) Plaçons les points A, B et C puis montrons que A, B, C sont alignés.

A, B, C sont alignés ssi $\overrightarrow{AB} = k \times \overrightarrow{AC}$ $\quad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\frac{-3}{2}-0\\3-3\end{pmatrix} => \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\frac{-3}{2}\\0\end{pmatrix}, \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}6-0\\3-3\end{pmatrix}$

$=> \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}$; $3 = -2(\frac{-3}{2})$, alors $\overrightarrow{AB} = -2 \times \overrightarrow{AC}$. D'où A, B, C sont alignés.

2) Déterminons les coordonnées du milieu M de [BC] puis celles du point D symétrique de O par rapport à M.

* M : $\begin{cases}\frac{\frac{-3}{2}+6}{2} = \frac{9}{4}\\ \frac{3+3}{2} = 3\end{cases} => \boxed{\mathbf{M}\begin{pmatrix}\frac{9}{4}\\3\end{pmatrix}}$

* $\overrightarrow{MD} = -\overrightarrow{MO} => \begin{pmatrix}x-\frac{9}{4}\\y-3\end{pmatrix} = -\begin{pmatrix}\frac{-9}{4}\\-3\end{pmatrix} \begin{cases}x = \frac{9}{2}\\ y = 6\end{cases} => \boxed{\mathbf{D}\begin{pmatrix}\frac{9}{2}\\6\end{pmatrix}}$

3) Calculons les distances :

$d(O,C) = \sqrt{\left(\frac{-3}{2}-0\right)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{\frac{9}{4}+9} = \sqrt{\frac{45}{4}} = \boxed{\frac{3\sqrt{5}}{2}}$

$d(O,D) = \sqrt{\left(\frac{9}{2}-0\right)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{\frac{81}{4}+36} = \sqrt{\frac{225}{4}} = \boxed{\frac{15}{2}}$

$d(C,D) = \sqrt{\left(\frac{9}{2}+\frac{3}{2}\right)^2 + (6-3)^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45} = \boxed{3\sqrt{5}}$

$OD^2 = \frac{225}{4}$; $CD^2 = 45$; $OC^2 = \frac{45}{4}$; $CD^2 + OC^2 = \frac{225}{4} = OD^2$, OCD est rectangle en C.

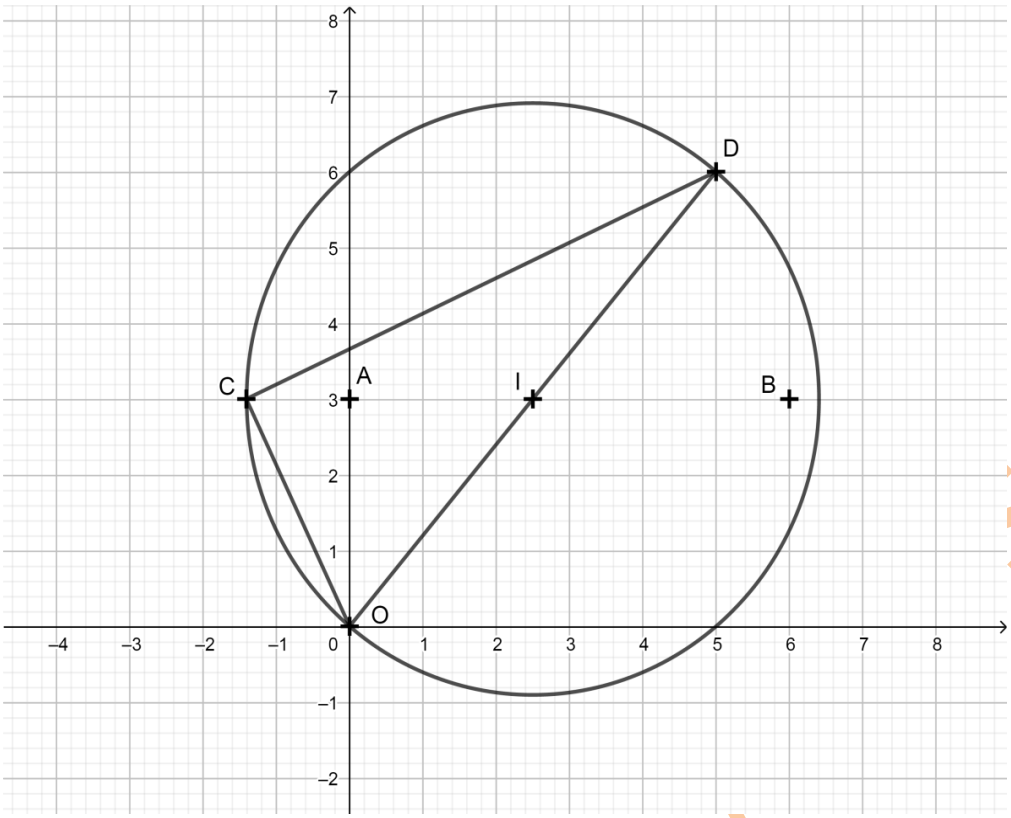
4) Calculons les coordonnées de I puis calculons le rayon r.

OCD étant rectangle en C, I est le milieu de [OD] son hypoténuse.

I : $\begin{cases}\frac{0+\frac{9}{2}}{2} = \frac{9}{4}\\ \frac{0+6}{2} = 3\end{cases} => \boxed{\boldsymbol{I}\begin{pmatrix}\frac{9}{4}\\3\end{pmatrix}}$ $\qquad r = \frac{OD}{2} = \frac{\frac{15}{2}}{2} => \boxed{\boldsymbol{r} = \frac{15}{4}}$

M. DIARRA Alassane

CamScanner



DEF 2016

I- <u>Algèbre</u> :

<u>Exercice 1</u>:

Calculons et donnons le résultat le plus simple.

$A = 2+(2+\sqrt{2})(2+\sqrt{2+\sqrt{2}})(2-\sqrt{2+\sqrt{2}}) = 2+(2+\sqrt{2})(4-2-\sqrt{2})$

$= 2+(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2}) = 2+4-2 = 4 \Rightarrow \boxed{A = 4}$

$B = 2\sqrt{\frac{2}{27}} \times \sqrt{\frac{3}{8}} = 2\sqrt{\frac{2\times3}{27\times8}} = 2\sqrt{\frac{1\times1}{9\times4}} = 2\sqrt{\frac{1}{36}} = 2\times\frac{1}{6} \Rightarrow \boxed{B = \frac{1}{3}}$

$C = 4\sqrt{\frac{26}{5}} \times \sqrt{\frac{65}{8}} = 4\sqrt{\frac{26\times65}{5\times8}} = 4\sqrt{\frac{13\times13}{1\times4}} = 4\sqrt{\frac{169}{4}} = 4\times\frac{13}{2} = 26 \Rightarrow \boxed{C = 26}$

<u>Exercice 2</u> : A(x) = $(9x^2-1)(2x+3) - (4x^2-9)(3x+1)$ et

$B(x) = (x^2-4)(3x-1) - (9x^2-1)(x+2)$

1) Mettons A(x) et B(x) en produits de facteurs premiers.

$A(x) = (9x^2-1)(2x+3) - (4x^2-9)(3x+1)$

$= \underline{(3x+1)}(3x-1)\underline{(2x+3)} - (2x-3)\underline{(2x+3)}\underline{(3x+1)}$

$= (3x+1)(2x+3)(3x-1-2x+3)$

$\boxed{A(x) = (3x+1)(2x+3)(x+2)}$

$B(x) = (x^2-4)(3x-1) - (9x^2-1)(x+2)$

CamScanner

$= (x-2)\underline{(x+2)}\underline{(3x-1)}-\underline{(3x-1)}(3x+1)\underline{(x+2)}$

$= (x+2)(3x-1)(x-2-3x-1)$

$\boxed{B(x) = (x+2)(3x-1)(-2x-3)}$

2) $P(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$

Montrons que P(x) peut s'écrire sous la forme de $P'(x) = \frac{1+3x}{1-3x}$

$P(x) = \frac{(3x+1)(2x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1)(-2x-3)} = = \frac{(3x+1)\cancel{(2x+3)}\cancel{(x+2)}}{-\cancel{(x+2)}(3x-1)\cancel{(2x+3)}} = \frac{3x+1}{-(3x-1)} = \frac{1+3x}{1-3x} = P'(x)$

$D_{p'} = \{x \epsilon IR / 1-3x \neq 0\}$ 1-3x≠0 => $x \neq \frac{1}{3}$ $\boxed{D_{p'} = IR - \left\{\frac{1}{3}\right\}}$

Problème : Déterminons les deux âges.

Soient x, l'âge d'Ali, y celui de Boubacar, k et k' les intervalles des temps.

	Passé	Présent	Futur
Ali	x-k	x	x+k'
Boubacar	y-k	y	y+k'

$$\begin{cases} x = 3(y-k) & ① \\ x-k = y & ② \end{cases} \quad \begin{cases} x = y+k' & ③ \\ x+k'+y+k' = 98 & ④ \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3(y-k) & ① \\ x-k = y & ② \end{cases} => \begin{cases} k = \frac{3y-x}{3} \\ k = x-y \end{cases} => k = k => x-y = \frac{3y-x}{3} => \mathbf{2x = 3y\ (I)}$$

$$\begin{cases} x = y+k' & ③ \\ x+k'+y+k' = 98 & ④ \end{cases} => \begin{cases} k' = x-y \\ x+y+2k' = 98 \end{cases} => x+y+2(x-y) = 98$$

$=> \mathbf{3x-y = 98\ (II)}$

$$\begin{cases} 2x = 3y\ (I) \\ 3x-y = 98\ (II) \end{cases} => \begin{cases} y = \frac{2x}{3} \\ y = -98+3x \end{cases} => y = y$$

$$=> \frac{2x}{3} = -98+3x => 7x = 294$$

$\boxed{x = 42 \text{ ans}}$ et $y = \frac{2\times 42}{3} => \boxed{y = 28 \text{ ans}}$

II- Géométrie :

1- a) Plaçons les points A(-4 ; 1) ; D(2 ; 7) ; E(0 ; -3)

b) Calculons les distances : $AD = \sqrt{(2+4)^2+(7-1)^2} = \sqrt{36+36} = \boxed{6\sqrt{2}}$

$AE = \sqrt{(0+4)^2+(-3-1)^2} = \sqrt{16+16} = \boxed{4\sqrt{2}}$

M. DIARRA Alassane

CamScanner

$DE = \sqrt{(0-2)^2 + (-3-7)^2} = \sqrt{4+100} = \sqrt{104} = \sqrt{4 \times 26} = \boxed{2\sqrt{26}}$

$DE^2 = 104$; $AD^2 = 72$; $AE^2 = 32$; $AD^2 + AE^2 = 104 = DE^2$, alors EAD est rectangle en A.

2) Les coordonnées de F sont :

$t_{\overrightarrow{AE}(D)} = F \Rightarrow \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{DF} \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-2 \\ y-7 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \end{cases}$ $\boxed{F\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}}$

3- a) Déterminons les coordonnées de K puis calculons le rayon r.

EAD étant rectangle en A, K est le milieu de [ED] son hypoténuse.

K : $\begin{cases} \frac{0+2}{2} = 1 \\ \frac{-3+7}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{K\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}}$ $\quad r = \frac{ED}{2} = \frac{2\sqrt{26}}{2} \Rightarrow \boxed{r = \sqrt{26}}$

b) Montrons que F est élément de $(\mathcal{C})$.ED est le diamètre de $(\mathcal{C})$ et F forme avec [ED] un triangle rectangle en F. On sait que tout point formant un triangle rectangle en ce point avec le diamètre d'un cercle, ce point est élément de ce cercle. Alors F appartient à $(\mathcal{C})$.

4) Déterminons une équation des droites (AD) et (AE).

* Soit M(x ; y)ϵ(AD) tel que (AM)//(AD)

$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x+4 \\ y-1 \end{pmatrix}$ X' ; Y' et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$ X ; Y $\quad XY' = X'Y \Rightarrow 6(x+4) = 6(y-1)$

$\Rightarrow \boxed{(AD) : x - y + 5 = 0}$

* Soit N(x ; y)ϵ(AE) tel que (AN)//(AE)

$\overrightarrow{AN}\begin{pmatrix} x+4 \\ y-1 \end{pmatrix}$ X' ; Y' et $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$ X ; Y $XY' = X'Y \Rightarrow 4(x+4) = -4(y-1)$

$\Rightarrow \boxed{(AE) : x + y + 3 = 0}$

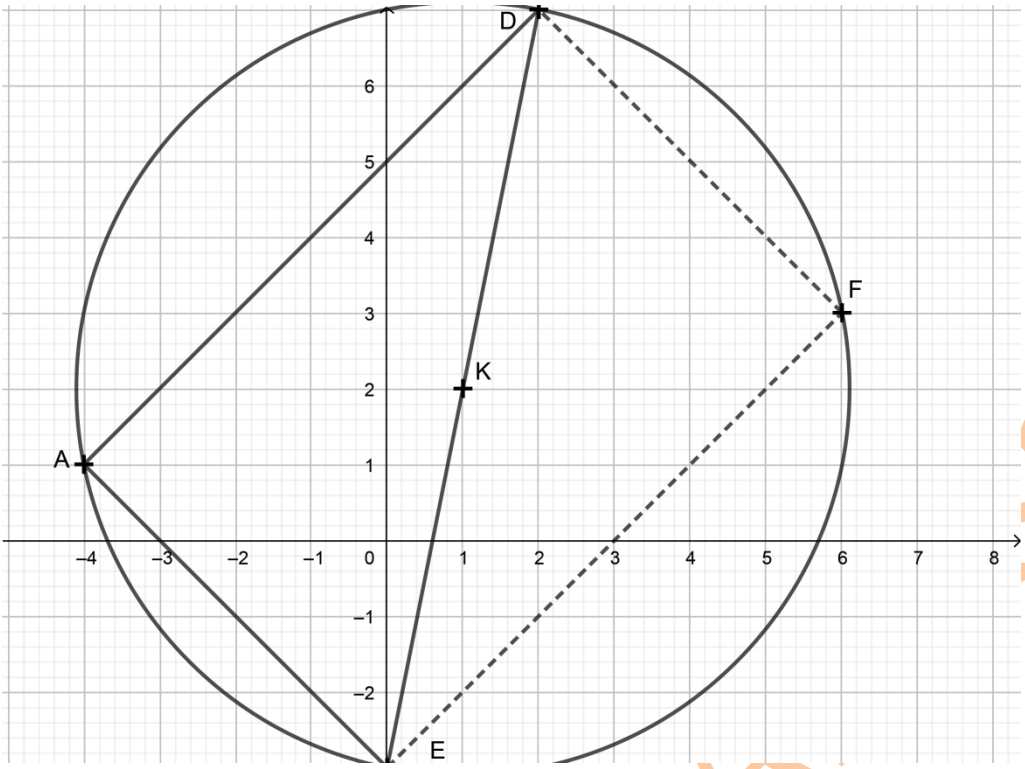
5) Montrons que (AD) et (AE) sont perpendiculaires.

(AD) : x-y+5 = 0 => y= x+5 ; $\alpha = 1$/(AE) : x+y+3 = 0 => y = -x-3 ; $\alpha' = -1$

(AD)$\perp$(AE) ssi $\alpha\alpha' = -1$ $\quad \alpha\alpha' = 1(-1) = -1$, alors (AD)$\perp$(AE)

M. DIARRA Alassane

CamScanner



DEF 2017

I- <u>Algèbre:</u>

<u>Exercice 1</u> : AB = 4cm ; AC = 3cm ; BC = 5cm.

1) Déterminons la nature du triangle ABC.

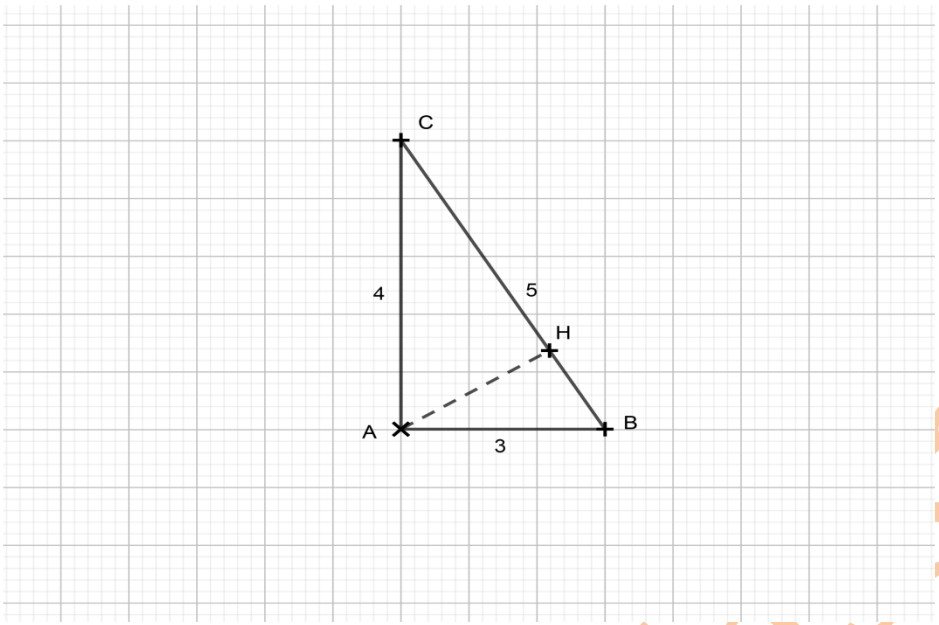
$AB^2 = 4^2 = 16$; $AC^2 = 3^2 = 9$; $BC^2 = 5^2 = 25$

$AB^2 + AC^2 = 25 = BC^2$, alors ABC est rectangle en A.

2) Calculons : $\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5}$; $\cos C = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5}$; $\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{4}$

M. DIARRA Alassane

CamScanner



Exercice 2 : $f(x) = (4x+5)^2-(2x-3)^2$ et
$g(x) = (3x+1)(3x+2)-(x-8)(3x+1)+9x^2-1$

1) Développons, réduisons et ordonnons f et g suivant les puissances croissantes de x. $f(x) = (4x+5)^2-(2x-3)^2 = 16x^2+40x+25-4x^2+12x-9$

$= 12x^2+52x+16 \Rightarrow$ **$f(x) = 16+52x+12x^2$**

$g(x) = (3x+1)(3x+2)-(x-8)(3x+1)+9x^2-1 = 9x^2+9x+2-(3x^2-21x-8)+9x^2-1$

$= 18x^2+9x+1-3x^2+21x+8 \Rightarrow$ **$g(x) = 9+30x+15x^2$**

2) Factorisons f et g. $f(x) = [(4x + 5) - (2x - 3)][(4x + 5) + (2x - 3)]$

$= (2x+8)(6x) \Rightarrow$ **$f(x) = 6x(2x+8)$**

$g(x) = (3x+1)(3x+2)-(x-8)(3x+1)+(3x-1)(3x+1)$

$= (3x+1)[(3x + 2) - (x - 8) + (3x - 1)]$

$= (3x+1)(2x+10+3x-1)$

$g(x) = (3x+1)(5x+9)$

3) Résolvons $f(x) = 0$ et $g(x) = 0$

$f(x) = 0 \Rightarrow 6x(2x+8) = 0 \Rightarrow 6x = 0$ ou $2x+8 = 0$

$x = 0$ ou $x = -4$ **$S = \{-4; 0\}$**

$g(x) = 0 \Rightarrow (3x+1)(5x+9) = 0 \Rightarrow 3x+1 = 0$ ou $5x+9 = 0$

$x = \frac{-1}{3}$ ou $x = \frac{-9}{5}$ **$S = \left\{\frac{-9}{5}; \frac{-1}{3}\right\}$**

Problème :

1) Soient x le prix pour un adulte et y celui pour un enfant, déterminons-les.

$$\begin{cases} 4x + 3y = 165 & ① \\ 2x + 2y = 90 & ② \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 165 \\ x + y = 45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{x = 15} \\ \boldsymbol{y = 30} \end{cases}$$

Le prix pour un adulte est 15 Euros et 30 Euros pour un enfant.

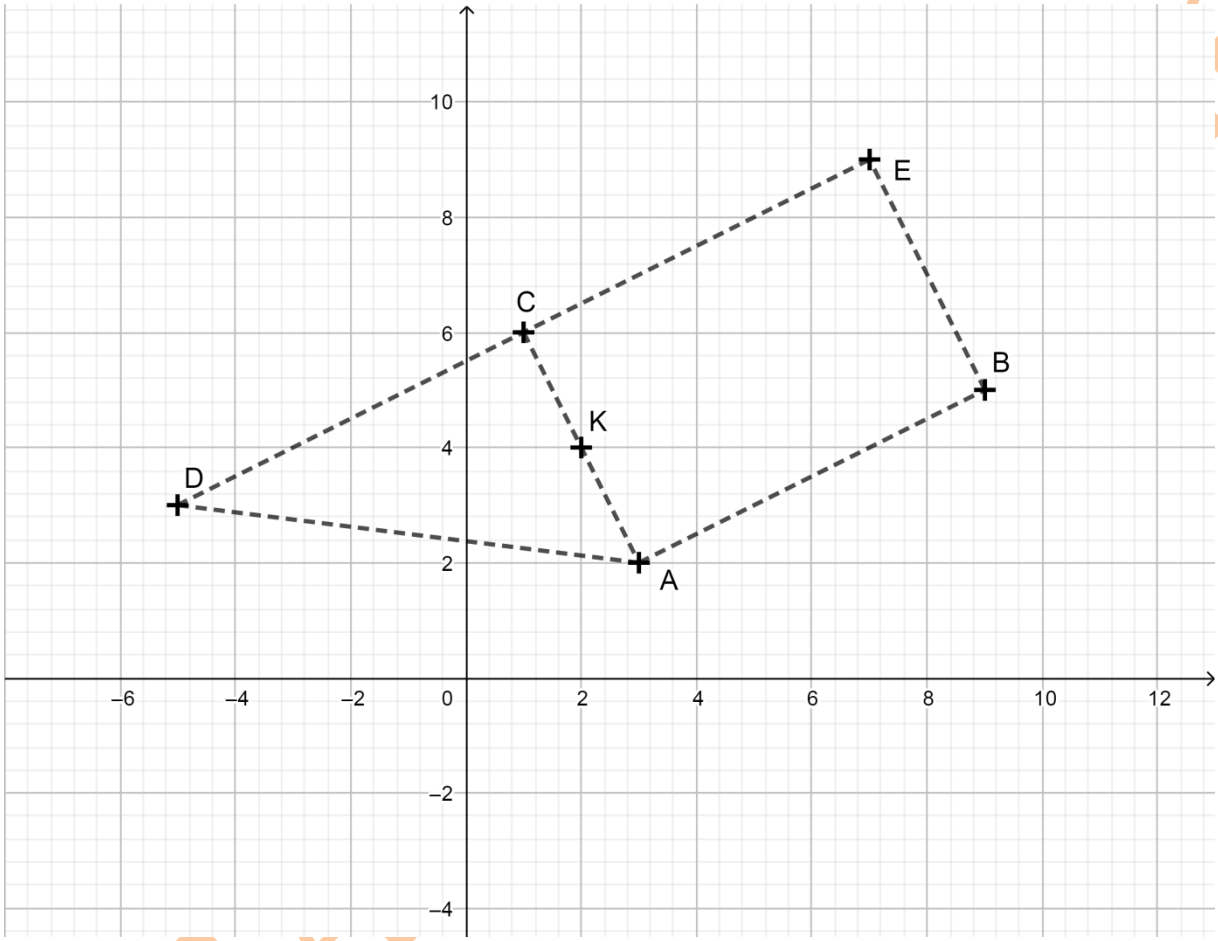
M. DIARRA Alassane
CamScanner

2) La somme S à payer par la famille DIALLO est : $S = 3x+2y = 3\times30+2\times15$

$\boxed{S = 120 \text{ Euros}}$

II- Géométrie :

1- a) Plaçons les points : A(3 ; 2) ; B(9 ; 5) ; C(1 ; 6) (voir figure)



b) Calculons les coordonnées de K milieu de [AC].

$$K = \begin{cases} \frac{3+1}{2} = 2 \\ \frac{2+6}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow \boxed{K\binom{2}{4}}$$

2- a) Justification :

ABCD est un parallélogramme, on constate que $\overrightarrow{KD} = -\overrightarrow{KB}$

$$\Rightarrow \binom{x_D-2}{y_D-4} = -\binom{9-2}{5-4} \Rightarrow \begin{cases} x_D - 2 = -9 + 2 \\ y_D - 4 = -5 + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D + 9 = 4 \\ y_D + 5 = 8 \end{cases}$$

Divisons le tout par 2, $\begin{cases} \frac{x_D+9}{2} = 2 \\ \frac{y_D+5}{2} = 4 \end{cases}$

b) Déduisons les coordonnées du point D. $\frac{x_D+9}{2} = 2 \Rightarrow x_D = 4\text{-}9$; $x_D = -5$

CamScanner

$\frac{y_D+5}{2} = 4 => y_D = 8\text{-}5$; $y_D = 3$ $\boxed{D\binom{-5}{3}}$

3) $E\binom{7}{9}$ Le quadrilatère ABEC est un rectangle ssi $\underset{AB}{\rightarrow} = \overrightarrow{CE'}$ $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AB}\binom{6}{3} = \overrightarrow{CE}\binom{6}{3}$ et $\overrightarrow{AC}\binom{-2}{4} = \overrightarrow{BE}\binom{-2}{4}$

Soient $\overrightarrow{AB}\binom{x}{y}$; $\overrightarrow{AC}\binom{x'}{y'}$ $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$ ssi $\frac{x}{x'} = \frac{y}{y'} => \frac{6}{6} = \frac{3}{3}$, alors $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$.

D'où ABEC est un rectangle.

4) Le polygone ABED est un trapèze rectangle en E.

$AB = \sqrt{(6)^2 + (3)^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45} = \boxed{3\sqrt{5}cm}$

$ED = \sqrt{(7+5)^2 + (9-3)^2} = \sqrt{144+36} = \sqrt{180} = \boxed{6\sqrt{5}\ cm}$

$AC = \sqrt{(-2)^2 + (4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = \boxed{2\sqrt{5}cm}$

5) Déterminons l'aire $\mathscr{A}$ du polygone ABED.

$\mathscr{A} = \frac{(ED+AB)\times AC}{2} = \frac{(3\sqrt{5}+6\sqrt{5})\times 2\sqrt{5}}{2} = \frac{9\sqrt{5}\times 2\sqrt{5}}{2} = \frac{18\times 5}{2} => \boxed{\mathscr{A} = 45cm^2}$

DEF 2018

I- Algèbre:

Exercice 1:

1) Calculons a, b et c.

a) $\frac{a}{4} = \frac{2}{5} => 5a = 4\times 2 => \boxed{a = \frac{8}{5}}$

b) $\frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{c}{12}$ et $a+b+c = 9$ $=> \frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{c}{12} = \frac{a+b+c}{18} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$

$\frac{a}{2} = \frac{1}{2} => \boxed{a = 1}$; $\frac{b}{4} = \frac{1}{2} => \boxed{b = 2}$; $\frac{c}{12} = \frac{1}{2} => \boxed{c = 6}$

2) Déterminons les réels A et B.

$$A = \sqrt{32 + \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{3 + \sqrt{1}}}}} = \sqrt{32 + \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{3+1}}}}$$

$$= \sqrt{32 + \sqrt{13 + \sqrt{7+2}}} = \sqrt{32 + \sqrt{13+3}} = \sqrt{32+4} = \sqrt{36} = 6 => \boxed{A = 6}$$

$B = 4\sqrt{8} - 3\sqrt{18} + \sqrt{16} = 4\sqrt{4\times 2} - 3\sqrt{9\times 2} + \sqrt{(4)^2}$

$= 8\sqrt{2} - 9\sqrt{2} + 4 = -\sqrt{2} + 4 => \boxed{B = -\sqrt{2}+4}$

Exercice 2 : $f(x) = (x+4)^2 - (2x-1)^2$; $g(x) = (2x-3)(2x+1) - (3-2x)(x+1)$

1) Mettons f et g sous forme de produits de facteurs premiers.

$f(x) = (x+4)^2 - (2x-1)^2 = [(x+4) - (2x-1)][(x+4) + (2x-1)]$

M. DIARRA Alassane

CamScanner

$= (x+4-2x+1)(x+4+2x-1)$

$\boxed{f(x) = (-x+5)(3x+3)}$

$g(x) = (2x-3)(2x+1)-(3-2x)(x+1) = (2x-3)(2x+1)+(2x-3)(x+1)$

$= (2x-3)(2x+1+x+1)$

$\boxed{g(x) = (2x-3)(3x+2)}$

2) Résolvons dans IR, $f(x) = 0$ et $g(x) = 0$.

$f(x) = 0 \Rightarrow (-x+5)(3x+3) = 0 \Rightarrow -x+5 = 0$ ou $3x+3 = 0$

$x = 5$ ou $x = -1$ $\quad \boxed{S = \{-1; 5\}}$

$g(x) = 0 \Rightarrow (2x-3)(3x+2) = 0 \Rightarrow 2x-3 = 0$ ou $3x+2 = 0$

$x = \frac{3}{2}$ ou $x = \frac{-2}{3}$ $\quad \boxed{S = \left\{\frac{-2}{3}; \frac{3}{2}\right\}}$

Problème : Déterminons le nombre d'hommes et celui de femmes, soient x et y ces deux nombres respectifs.

$$\begin{cases} 700x + 500y = 11\,900 + 300 \\ 500x + 700y = 11\,900 - 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7\cancel{00}x + 5\cancel{00}y = 12\,2\cancel{00} \\ 5\cancel{00}x + 7\cancel{00}y = 11\,8\cancel{00} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7x + 5y = 122 \quad ① \\ 5x + 7y = 118 \quad ② \end{cases}$$

La résolution de ce système nous donne $\boxed{x = 11}$ et $\boxed{y = 9}$.

Ce bureau compose 11 hommes et 9 femmes.

II- Géométrie :

1) Plaçons les points A(-1 ; 4) ; B(0 ; -1) ; C(4 ; 5) (voir figure)

2) Calculons les distances : $d(A,B) = \sqrt{(0+1)^2 + (-1-4)^2} = \sqrt{1+25} = \boxed{\sqrt{26}}$

$d(A,C) = \sqrt{(4+1)^2 + (5-4)^2} = \sqrt{25+1} = \boxed{\sqrt{26}}$

$d(B,C) = \sqrt{(4-0)^2 + (5+1)^2} = \sqrt{16+36} = \sqrt{52} = \boxed{2\sqrt{13}}$

$AB^2 = 26$; $AC^2 = 26$; $BC^2 = 52$; $AB^2 + AC^2 = 52 = BC^2$, d'où ABC est rectangle en A.

3) Déterminons les coordonnées de I milieu de [BC].

$$I = \begin{cases} \frac{0+4}{2} = 2 \\ \frac{-1+5}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{I\binom{2}{2}}$$

4) Trouvons les coordonnées du point D(x ; y).

$t_{\overrightarrow{AC}}(B) = D \Rightarrow \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD} \Rightarrow \binom{5}{1} = \binom{x-0}{y+1} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 0 \end{cases}$ $\quad \boxed{D\binom{5}{0}}$

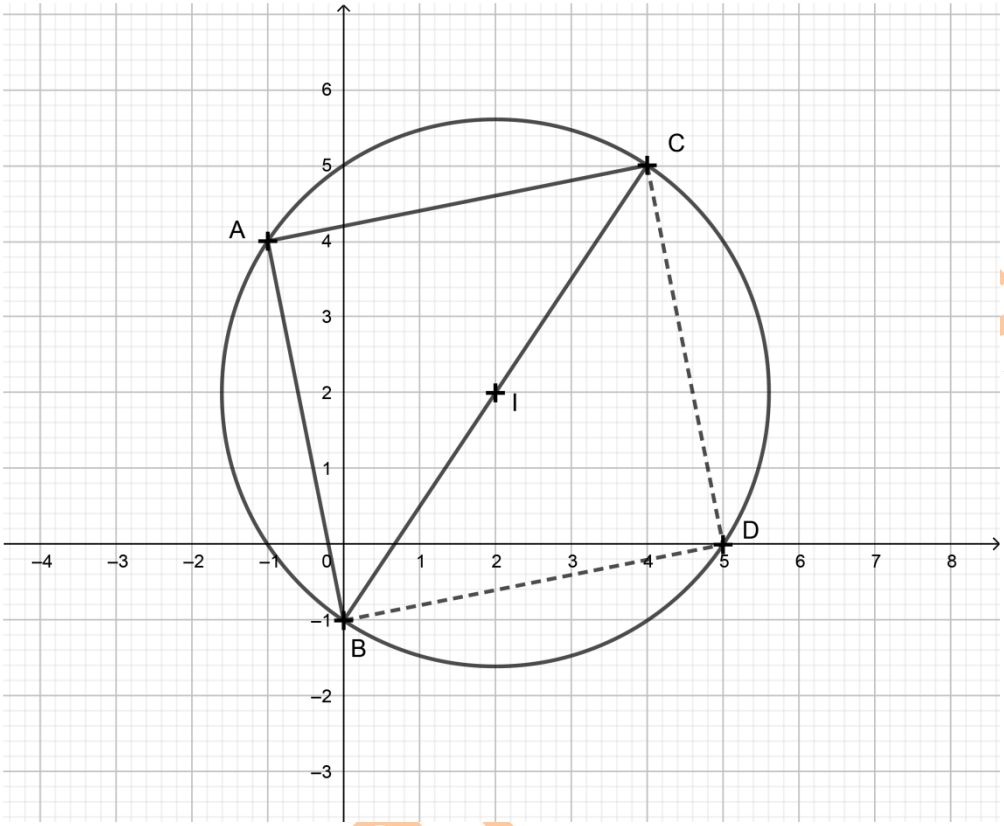
5) Montrons que (AD) et (BC) sont perpendiculaires.

ABC étant rectangle en A, D image de B par la $t_{\overrightarrow{AC}}$, de plus (AD) et (BC) sont

M.DIARRA Alassane

CamScanner

les diagonales du polygone ABCD d'où (AD) et (BC) sont perpendiculaires.
Le polygone ABCD est un carré.
Son aire est : $\mathcal{A} = AB^2 = AC^2 = (\sqrt{26})^2 = 26 \Rightarrow$ $\boxed{\mathcal{A} = 26\ cm^2}$



DEF 2019

I- Algèbre :

Exercice 1 : $a = 4-3\sqrt{3}$ et $b = 3+\frac{4\sqrt{3}}{3}$

1) Calculons : $a^2 = (4-3\sqrt{3})^2 = 4^2-2\times4\times3\sqrt{3}+(3\sqrt{3})^2 = 16-24\sqrt{3}+27$

$$\boxed{a^2 = 43-24\sqrt{3}}$$

$b^2 = (3+\frac{4\sqrt{3}}{3})^2 = 3^2+2\times3\times\frac{4\sqrt{3}}{3}+(\frac{4\sqrt{3}}{3})^2 = 9+8\sqrt{3}+\frac{48}{9} = \frac{43}{3}+8\sqrt{3}$

$$\boxed{b^2 = \frac{43+24\sqrt{3}}{3}}$$

2) Montrons que $a^2+3b^2 = 86$

$a^2+3b^2 = 43-24\sqrt{3}+3(\frac{43+24\sqrt{3}}{3}) = 43-\cancel{24\sqrt{3}}+43+\cancel{24\sqrt{3}} = 86$,

alors $\mathbf{a^2+3b^2 = 86}$

3) $P = \sqrt{43-24\sqrt{3}}$ Ecrivons P sous forme de $m\sqrt{3}+n$.

CamScanner

$P = \sqrt{43 - 24\sqrt{3}} = \sqrt{a^2} = \sqrt{(4 - 3\sqrt{3})^2} = 4\text{-}3\sqrt{3}$

P = -3$\sqrt{3}$+4 : $\begin{cases} \boldsymbol{m = -3} \\ \boldsymbol{n = 4} \end{cases}$

Exercice 2 : $f(x) = (2x+1)^2 - (x-4)^2$ et $g(x) = (2x+1)(x+1)-4x^2-2x$

1) Ecrivons f et g sous forme de produits de facteurs premiers.

$f(x) = (2x+1)^2 - (x-4)^2 = [(2x + 1) - (x - 4)][(2x + 1) + (x - 4)]$

$= (2x+1-x+4)(2x+1+x-4) \Rightarrow$ **f(x) = (x+5)(3x-3)**

$g(x) = (2x+1)(x+1)-4x^2-2x = (2x+1)(x+1)-2x(2x+1)$

$= (2x+1)(x+1-2x) \Rightarrow$ **g(x)= (2x+1)(-x+1)**

2) Résolvons dans IR, $f(x) = 0$ et $g(x) = 0$

$f(x) = 0 \Rightarrow (x+5)(3x-3) = 0 \Rightarrow x+5 = 0$ ou $3x-3 = 0$

$x = -5$ ou $x = 1$ **S= {−5; 1}**

$g(x) = (2x+1)(-x+1) = 0 \Rightarrow 2x+1 = 0$ ou $-x+1 = 0$

$x = \frac{-1}{2}$ ou $x = 1$ **S = $\left\{\frac{-1}{2}; 1\right\}$**

Problème : Déterminons le prix d'un melon et celui d'une mangue, soient x et y ces deux prix.

$\begin{cases} 5x + 2y = 760 & ① \\ 3x - y = 440 & ② \end{cases}$ Après résolution, on aura : **x = 120 FCFA** le prix d'un melon et **y = 80 FCFA** celui d'une mangue.

II- Géométrie :

Partie : A

1) Donnons une équation de la droite (AB) passant par $A\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$

Soit $M(x ; y) \in (AB)$ tel que $\overrightarrow{AM} // \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-x_A \\ y-y_A \end{pmatrix} X ; Y$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B-x_A \\ y_B-y_A \end{pmatrix} X' ; Y'$

$XY' = X'Y \Rightarrow (x - x_A)(y_B - y_A) = (y - y_A)(x_B - x_A)$

$\Rightarrow xy_B - xy_A - x_Ay_B + \cancel{x_Ay_A} = yx_B - yx_A - y_Ax_B + \cancel{y_Ax_A}$

$\Rightarrow (y_B - y_A)x - x_Ay_B = (x_B - x_A)y - y_Ax_B$

(AB) : $(y_B - y_A)x - (x_B - x_A)y - x_Ay_B + y_Ax_B$

2) Donnons une équation de la droite (Δ) passant par A(2 ; -3) et de vecteur directeur $\vec{U}(4 ; 3)$.

Soit $N(x ; y) \in (\Delta)$ tel que $\overrightarrow{AN}\begin{pmatrix} x-2 \\ y+3 \end{pmatrix} // \vec{U}\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$; $XY' = X'Y \Rightarrow 3(x-2) = 4(y+3)$

(Δ) : 3x-4y-18 = 0

M. DIARRA Alassane

CamScanner

3) Déterminons les coordonnées de B. $\overrightarrow{AB}\binom{1}{4}$; A(2 ; -3)

$\overrightarrow{AB}\binom{x_B-x_A}{y_B-y_A} \Rightarrow \begin{cases} x_B - x_A = 1 \\ y_B - y_A = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 3 \\ y_B = 1 \end{cases}$ $\boxed{B\binom{3}{1}}$

4) (K) : y = -2x+1 ; $\boldsymbol{\alpha} = -2$ et (L) : 4x+2y-5 = 0

y = -2x+$\frac{5}{2}$; $\boldsymbol{\alpha} = -2$

(K) et (L) sont parallèles ssi $\alpha = \alpha' \Rightarrow -2 = -2$, alors (K) // (L).

Partie : B (D) : y = 2x+4 et (D') : x+2y-3 = 0

1) (D) passe par B(-5 ; -6) si les coordonnées de B vérifie l'équation de (D).

-6 = 2(-5)+ 4 = 0 => -6 = -6, alors Bϵ(D).

(D') passe par E(5 ; 1) si les coordonnées de E vérifie l'équation de (D').

5+2(-1)-3 = 0 => 5-5 = 0, alors Eϵ(D').

2) Démontrons que (D) et (D') sont perpendiculaires en un point dont on donnera les coordonnées. (D) : y = 2x+4 ; $\boldsymbol{\alpha} = 2$

(D') : y = $\frac{-1}{2}$x+$\frac{3}{2}$; $\boldsymbol{\alpha'} = -1/2$

(D)⊥(D') ssi $\alpha\alpha' = -1$ $\alpha\alpha' = 2(-1/2) = -1$, alors **(D)⊥(D').**

A étant l'intersection de (D) et (D'), ses coordonnées sont le couple de solution du système formé par les deux équations de (D) et (D').

$\begin{cases} y = 2x + 4 & ① \\ x + 2y - 3 = 0 & ② \end{cases}$ On aura : x = -1 et y = 2 $\boxed{A\binom{-1}{2}}$ 3)

Calculons les distances :

$AB = \sqrt{(-5+1)^2 + (-6-2)^2} = \sqrt{16+64} = \sqrt{80} = \boxed{4\sqrt{5}cm}$

$AE = \sqrt{(5+1)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45} = \boxed{3\sqrt{5}cm}$

4) Traçons (D) et (D') dans le repère.

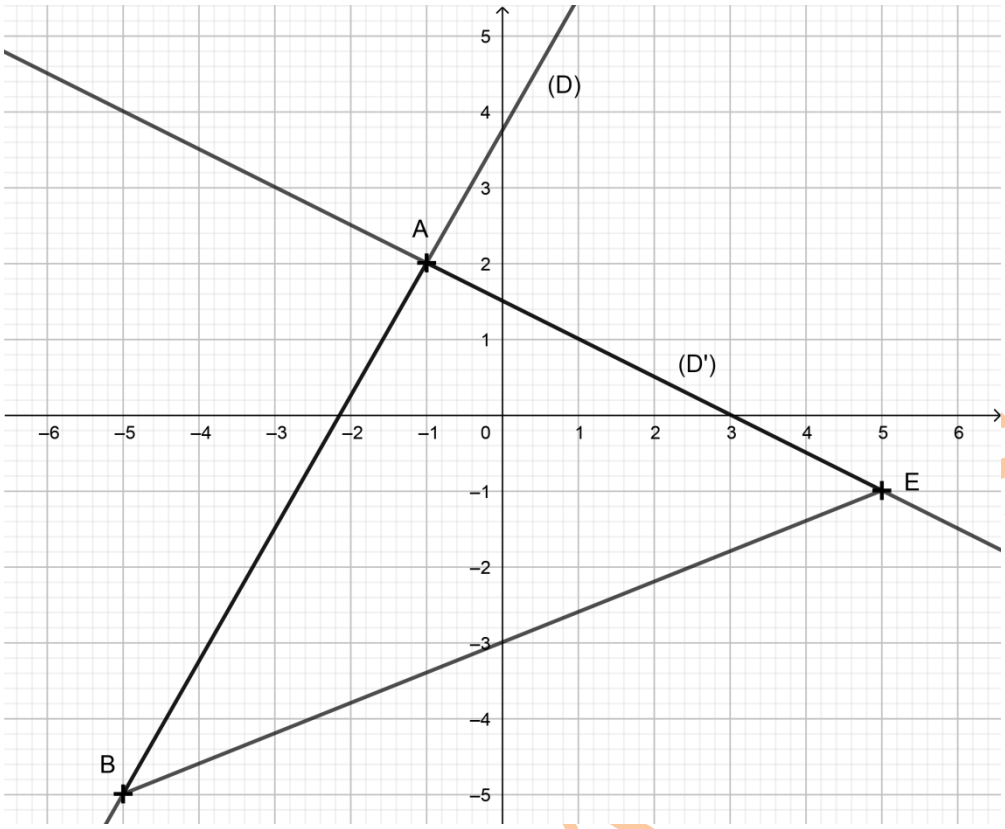
5) ABE est rectangle en A ssi $BE^2 = AB^2+AE^2$; $BE^2 = (5+5)^2+(-1+6)^2 = 125$

$AB^2 = 80$; $AE^2 = 45$

$AB^2+AE^2 = 125 = BE^2$, alors ABE est bien rectangle en A.

M. DIARRA Alassane

CamScanner



DEF 2020

I- Algèbre :

Exercice 1 :

1°) Comparons : $\sqrt{\frac{50}{2}} = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$; $\sqrt{4 \times 25} = \sqrt{4} \times \sqrt{25}$

2°) Simplifions les expressions suivantes :

$A = 7\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = (7 + 3 - 5)\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$ => $\boxed{A = 5\sqrt{2}}$

$B = (\sqrt{5} - 3)(4 + \sqrt{5}) = (\sqrt{5})^2 + 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5} - 12$

$= 5 - 12 + \sqrt{5}$

$\boxed{B = -7\sqrt{5}}$

M. DIARRA Alassane

CamScanner

$C = (\sqrt{3} + 5\sqrt{2})^2 = (\sqrt{3})^2 + 5\times 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} + (5\sqrt{2})^2$

$= 3 + 10\sqrt{6} + 50$

$\boxed{\mathbf{C = 53 + 10\sqrt{6}}}$

3°) Développons, réduisons et ordonnons :

$f(x) = (3x - 2)^2 + (x - 4)(x + 4)$

$= 9x^2 - 12x + 4 + x^2 - 16$

$\boxed{\mathbf{f(x) = 10x^2 - 12x - 12}}$

$g(x) = (2x - 6)^2 - (4x - 3)^2$

$= 4x^2 - \cancel{24x} + 36 - 16x^2 + \cancel{24x} - 9$

$\boxed{\mathbf{g(x) = -12x^2 + 27}}$

$h(x) = (2x - 5)(3x + 1) - (3x + 3)(3x - 3)$

$= 6x^2 - 13x - 5 - 9x^2 + 9$

$\boxed{\mathbf{h(x) = -3x^2 - 13x + 4}}$

Exercice 2 : Sachant x le prix d'achat d'un pigeon et y celui d'une pintade.

1°) Traduction : $2x + 6y = 80$

$7x + 2y = 55$

2°) Ecrivons : $\begin{cases} 2x + 6y = 80 \\ 7x + 2y = 55 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 6y = 80 \\ -21x - 6y = -165 \end{cases}$

$-17x = -85$

$\Rightarrow \mathbf{x = 5}$

Remplaçons x par sa valeur dans 1

$10 + 3y = 40 \Rightarrow y = \frac{30}{3} \Rightarrow \mathbf{y = 10}$

Un pigeon coûte 5 Euros et une pintade coûte 10 Euros.

II- Géométrie :

1) Plaçons les points A(1 ; 3) ; B(4 ; -1) ; C(-3 ; 0) (voir figure)

2) Calculons les distances : $d(A,B) = \sqrt{(4-1)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{25} = \mathbf{5}$

$d(A,C) = \sqrt{(-3-1)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{25} = \mathbf{5}$

$d(B,C) = \sqrt{(-3-4)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{\mathbf{50}}$

$AB^2 = 5$; $AC^2 = 5$; $BC^2 = 50$; $AB^2 + AC^2 = 50 = BC^2$, d'où ABC est rectangle en A.

M. DIARRA Alassane

CamScanner

3) Déterminons les coordonnées de K milieu de [BC].

$$K = \begin{cases} \frac{4-3}{2} = \frac{1}{2} \\ \frac{-1+0}{2} = \frac{-1}{2} \end{cases} => \boxed{K(\frac{1}{2}; \frac{-1}{2})}$$

Le rayon r = KA = KC = KB

$$r = KC = \sqrt{(-3-\frac{1}{2})^2 + (0+\frac{1}{2})^2} = \sqrt{\frac{49}{4}+\frac{1}{4}}$$

$$r = \frac{\sqrt{50}}{2} => r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

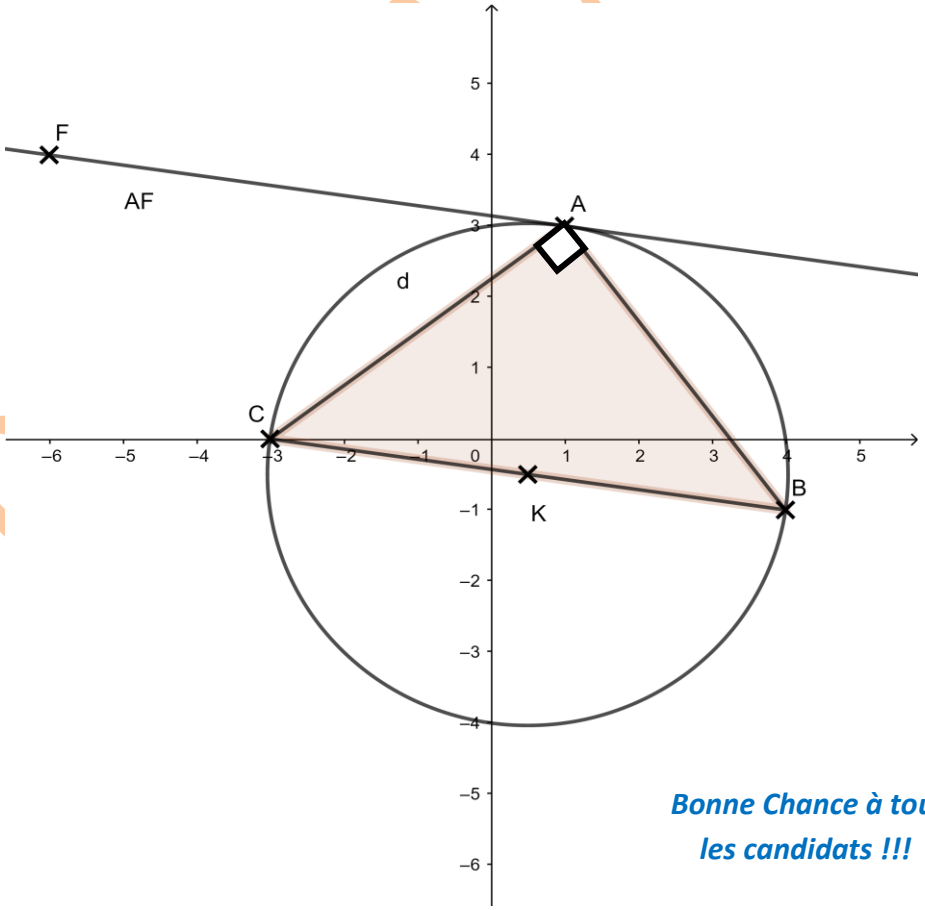
4°) F(-6 ; 4). L'équation de la droite (AF) est :

Soit M(x ; y)ϵ(AF) tel que (AM)//(AF)

$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-3 \end{pmatrix}$ X' ; Y' et $\overrightarrow{AF}\begin{pmatrix} -7 \\ 1 \end{pmatrix}$ X ; Y XY' = X'Y =>(x-1) =-7(y-3)

$$=> \boxed{(\boldsymbol{AF}) : \boldsymbol{x + 7y - 22 = 0}}$$

5°) La droite (AF) est la tangente en A par rapport au cercle.



Bonne Chance à tous les candidats !!!

CamScanner

Classe 9eme Année

BROCHURE DE MATHEMATIQUE

EXERCICES CORIGEES

Réaliser par Mr DIARRA SIRAMAN enseignant au second cycle SEBE I

2017

BAMAKO SECOND CYCLE SEBE I

CamScanner

Table des matières

1. DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 03 MARS 2017 3
2. REPONSE DU DEVOIR SUVEILLE DU VENDREDI 03 MARS 2017 4
3. DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 30 NOVEMBRE 2012 8
4. DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 30 OCTOBRE 2015 9
5. REPONSE DU DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 30 OCTOBRE 2015 10
6. DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 21 OCTOBRE 2016 13
7. DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 25 NOVEMBRE 2016 14
8. COMPOSITIONS DU PREMIER TRIMESTRE 2015-2016 15
9. REPONSE COMPOSITIONS DU PREMIER TRIMES 2015-2016 16
10. COMPOSITIONS DU PREMIER TRIMESTRE 2012-2013 19
11. DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 04 DECEMBRE 2015 20
12. REPONSE DU DEVOIR SUVEILLE DU VENDREDI 04/12/2017 21
13. COMPOSITIONS DU PREMIER TRIMESTRE 2013-2014 24
14. REPONSE COMPOSITIONS DU PREMIER TRIMES 2013-2014 25
15. PREMIER TEST 9eme Année 2003-2004 27
16. SUJET A-2016-2017 28
17. REPONSE DU SUJET A-2016-2017 29
18. SUJET B-2016-2017 32
19. REPONSE DU SUJET B-2016-2017 33
20. COMPOSITIONS DU DEUXIEME TRIMESTRE 2014-2015 38
21. REPONSE COMPOSITIONS DU DEUXIEME TRIMEST 2014-2015 39
22. COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMESTRE 2009-2010 43
23. COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMESTRE 2014-2015 44
24. REPONSE COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMES 2014-2015 45
25. COMPOSITIONS DU DEUXIEME TRIMESTRE 2015-2016 50
26. REPONSE COMPOSITIONS DU DEUXIEME TRIMES 2015-2016 51
27. COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMESTRE 2013-2014 55
28. REPONSE COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMES 2013-2014 56
29. SUJET D.E.F. 2014 61
30. REPONSE DU SUJET D.E.F. 2014 62
31. COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMESTRE 2015-2016 67
32. REPONSE COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMES 2015-2016 68
33. SUJET N°1 73

CamScanner

34. REPONSE DU SUJET N°1 74
35. SUJET N°2 79
36. SUJET N°3 80
37. SUJET N°4 81
38. SUJET N°5 82
39. SUJET N°6 83
40. REPONSE DU SUJET N°6 84
41. SUJET N°7 88
42. REPONSE DU SUJET N°7 89

CamScanner

DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 03 MARS 2017

I. Algèbre :

Exercice 1 :

1) Détermine les nombres réels x qui satisfont la double inégalité :
   $\boldsymbol{2x+5<x+4<3x+8}$
2) Résous graphiquement le système d'inéquations suivant ;
   $\begin{cases} \boldsymbol{x+y+1<0} \\ \boldsymbol{-x+y-5>0} \end{cases}$

Exercice 2 :

Seydou a des mangues. Il dit : « Si je triplais mon nombre de mangues et si l'on me donnait **10** mangues, je serais en possession de plus de **106** mangues. Cependant, si je doublais mon nombre de mangues et si j'en donnais **20**, il me resterait moins de **48** ». Trouve le nombre de mangues de Seydou.

Exercice 3 :

$a\ et\ b$ Sont deux réels, soit l'application affine définie par : $\boldsymbol{f(x)=ax+b}$

1) Détermine $a\ et\ b$ sachant que $\boldsymbol{f\left(\frac{1}{2}\right)=-5}\ et\ \boldsymbol{f\left(-\frac{1}{2}\right)=-7}$;
2) Ecris alors $\boldsymbol{f(x)}$ **;**
3) Résous dans $\mathbb{R}$: $\boldsymbol{2f(x)=0}$; $\boldsymbol{f(x)\leq 0}$.

II. Géométrie :

Exercice 1 :

Dans le plan rapporté à un repère cartésien $(\vec{o},\vec{\imath},\vec{\jmath})$ on donne les points **D, E, F, G** définis par : $\boldsymbol{\overrightarrow{OD}=-2\vec{\imath}+\vec{\jmath}}$; $\boldsymbol{\overrightarrow{OE}=2\vec{\jmath}}$; $\boldsymbol{\overrightarrow{OF}=4\vec{\imath}+4\vec{\jmath}}\ \boldsymbol{et}\ \boldsymbol{\overrightarrow{OG}=\vec{\imath}+\vec{\jmath}}$

1) Détermine les coordonnées des points **D, E, F, G** puis place-les dans le repère.
2) Calcule les coordonnées des vecteurs $\boldsymbol{\overrightarrow{DE}}\ et\ \boldsymbol{\overrightarrow{DF}}$**.**
3) Prouve que les points **D, E, F** sont alignés.
4) Calcule les coordonnées du point **A** milieu du segment $[\boldsymbol{GF}]$**.**
5) Calcule les coordonnées du point **H** pour que **(E, F, H, G)** soit un parallélogramme.
6) Détermine une équation de la droite **(DF).**

CamScanner

REPONSE DU DEVOIR SUVEILLE DU VENDREDI 03 MARS 2017

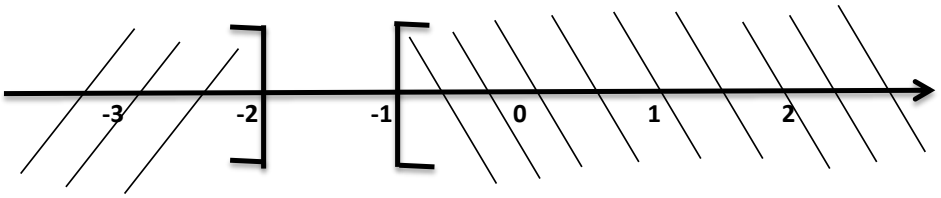
I. Algèbre

Exercice 1 :

1) Je résous :

$$2x + 5 < x + 4 < 3x + 8$$

$$\begin{cases} 2x + 5 < x + 4 \\ x + 4 < 3x + 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 1 < 0 \\ -2x - 4 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > -2 \end{cases}$$



$S = \{x \ / x \in \mathbb{R};\ -2 < x < -1\}$

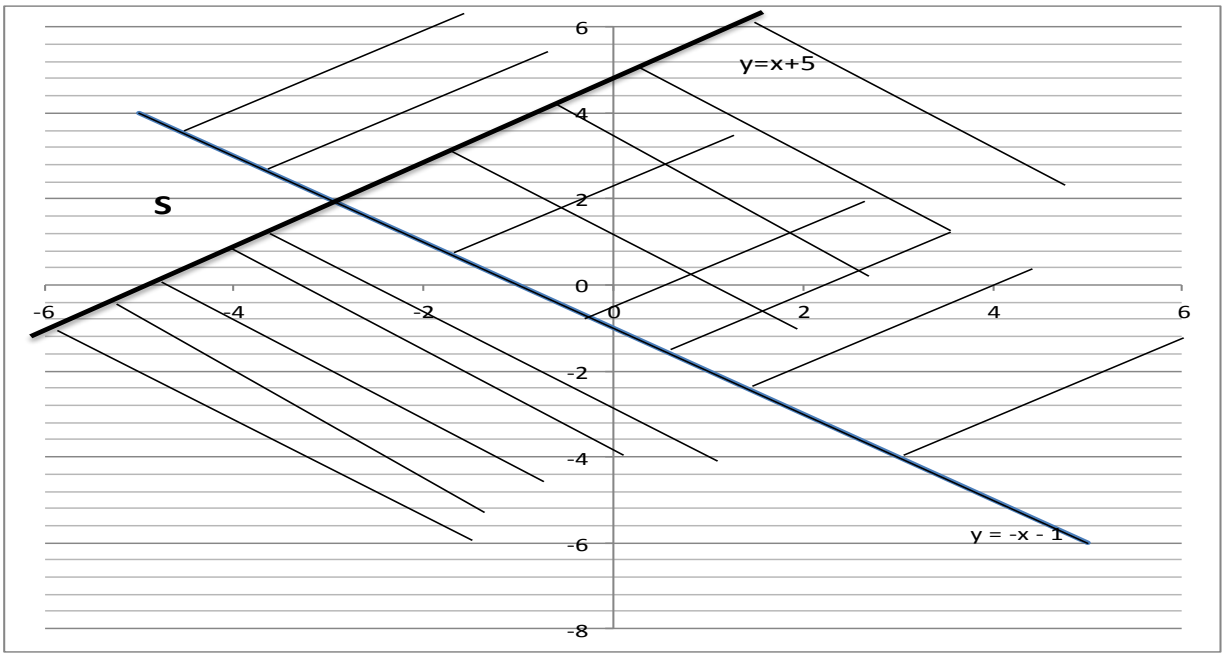
2) Je résous graphiquement

$$\begin{cases} x + y + 1 < 0 \\ -x + y - 5 > 0 \end{cases}$$

$Posons\ E_1 :\ x + y + 1 = 0$; Je trouve deux couples solution puis je trace une droite qui passe par ces points (0 ;-1) ;(-1 ;0)

$Posons\ E_2 : -x + y - 5 = 0$; Je trouve deux couples solution puis je trace une droite qui passe par ces points (0 ;5) ;(-5 ;0)

Je représente les droites E_1 et E_2 dans le repère $(\vec{o}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ puis hachurons les parties non solutions



CamScanner

Exercice 2 :

Soit x le nombre de mangues de Seydou :

$3x + 10 > 106$; $2x - 20 < 48$

$$\begin{cases} 3x + 10 > 106 \\ 2x - 20 < 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x > 96 \\ 2x < 68 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \dfrac{96}{3} \\ x < \dfrac{68}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 32 \\ x < 34 \end{cases}$$

Le nombre de mangue de Seydou est 33.

Exercice 3 :

1) Déterminons $a\ et\ b$; $f(x) = ax + b$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -5 \Rightarrow \frac{a}{2} + b = -5 \Rightarrow a + 2b = -10$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -7 \Rightarrow -\frac{a}{2} + b = -7 \Rightarrow -a + 2b = -14$$

$$\begin{cases} a + 2b = -10 \\ -a + 2b = -14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + 2b = -10 \\ \underline{-a + 2b = -14} \\ 4b = -24 \end{cases} \Rightarrow b = -\frac{24}{4} = -6 \Leftrightarrow b = -6$$

$$a - 12 = -10 \Rightarrow a = -10 + 12 = 2 \Leftrightarrow a = 2$$

2) $f(x) = 2x - 6$

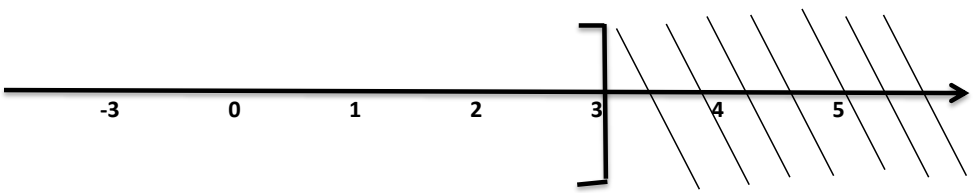
3) Je résous $2f(x) = 0$

$2f(x) = 0 \Leftrightarrow 4x - 12 = 0 \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{4} \Leftrightarrow x = 3$

$S_1 = \{3\}$

Je résous

$f(x) \leq 0 \Rightarrow 2x - 6 \leq 0 \Rightarrow 2x \leq 6 \Rightarrow x \leq \frac{6}{2} \Rightarrow x \leq 3$



$S_2 = \{x \ / x \in \mathbb{R}, x \leq 3\}$

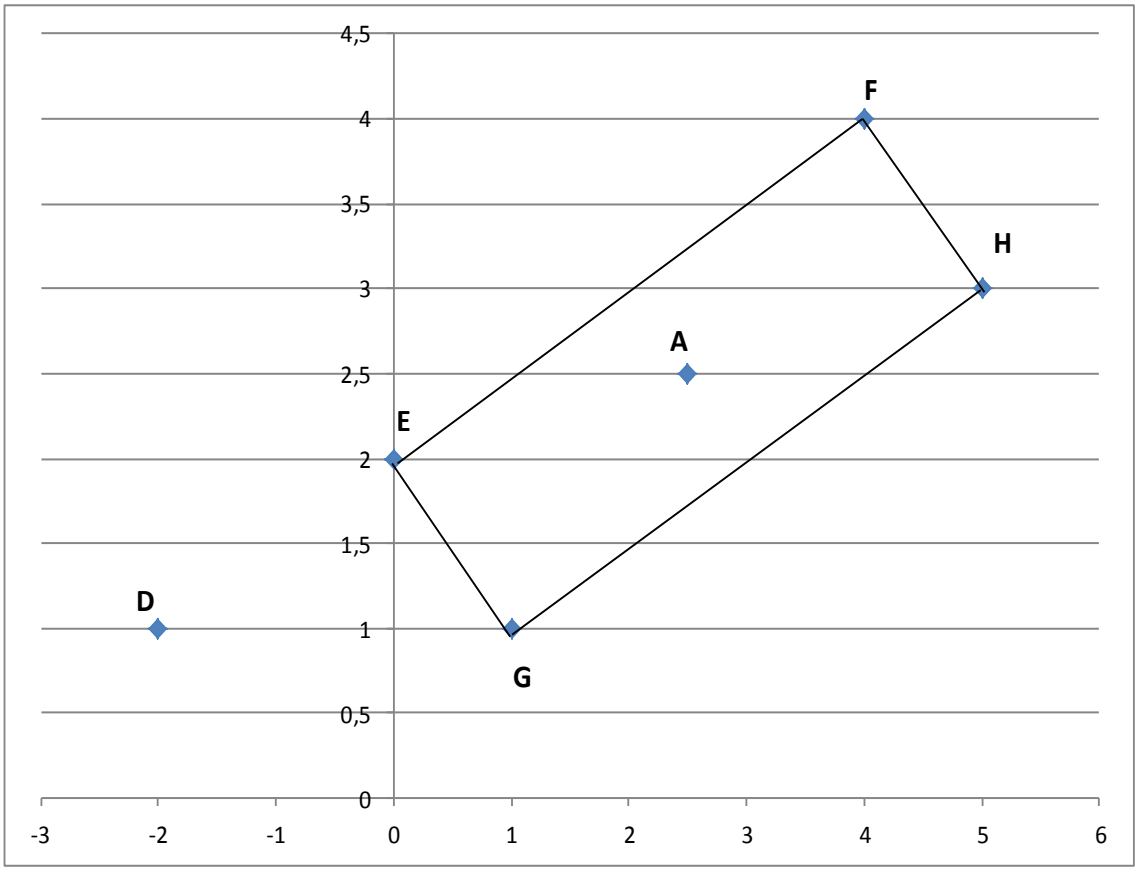
CamScanner

II. Géométrie :

Exercice 1 :

1) Les coordonnées des points D, E, F, G sont :

$D\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}; E\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}; F\begin{pmatrix}4\\4\end{pmatrix}; G\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$



2) Calcule des coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DF}$.

$\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}0+2\\2-1\end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{DF}\begin{pmatrix}4+2\\4-1\end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{DF}\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}$

3) Je prouve que les points D, E, F sont alignés :

$\overrightarrow{DE}\binom{2}{1}$ et $\overrightarrow{DF}\binom{6}{3} \Rightarrow 6 \times 1 = 2 \times 3 \Leftrightarrow 6 = 6$

Donc D, E, F sont alignés.

CamScanner

4) Calcule du coordonnée du point A milieu du segment $[GF]$

$$A\begin{pmatrix}\frac{1+4}{2}\\ \frac{1+4}{2}\end{pmatrix} \Leftrightarrow A\left(\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right)$$

5) Calcule du coordonnée du point H pour que (E, F, H, G) soit un parallélogramme

$$\overrightarrow{FH} = \overrightarrow{EG} \Rightarrow \begin{pmatrix}x_H - x_F\\ y_H - y_F\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x_G - x_E\\ y_G - y_E\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}x_H - x_F = x_G - x_E\\ y_H - y_F = y_G - y_E\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix}x_H - 4 = 1 - 0\\ y_H - 4 = 1 - 2\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}x_H = 5\\ y_H = 3\end{pmatrix}$$

$$H\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$$

6) L'équation de la droite (DF)

$$\overrightarrow{DF}\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}$$

Soit

$M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \in$ (DF) ;

$$\overrightarrow{DM}\begin{pmatrix}x+2\\y-1\end{pmatrix}$$

Formons une proposition :

$$\overrightarrow{DF}\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix} : \overrightarrow{DM}\begin{pmatrix}x+2\\y-1\end{pmatrix} \Rightarrow 3(x+2) = 6(y-1)$$

(DF): $3x - 6y = -6 - 6$

(DF): $3x - 6y = -12$ ou $x - 2y = -4$

CamScanner

DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 30 NOVEMBRE 2012

I. Algèbre :

Exercice 1 :

Calcule :

$2\sqrt{7} - 5\sqrt{7} + 6\sqrt{7} = \cdots$; $3\sqrt{a} - 5\sqrt{a} + 2\sqrt{a} = \cdots$;

$3\sqrt{28} - 5\sqrt{63} + 3\sqrt{7} = \cdots$; $\sqrt{25a} + 7\sqrt{a} - \sqrt{16a} = \cdots$;

$\sqrt{12a^2} + \sqrt{48a^2} = \cdots$; $\sqrt{0,49} + \sqrt{0,16} + \sqrt{0,64} = \cdots$; $\sqrt{8} \times \sqrt{2} = \cdots$

Exercice 2 :

Rends rationnels les quotients suivants :

$\frac{2}{\sqrt{3}} = \cdots$; $\frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} = \cdots$; $\frac{6 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$

Exercice 3 :

a) L'aire d'un champ rectangulaire est **242 m²**. La longueur est le double de la largeur. Calcule les dimensions de ce champ.

b) Un disque a une aire de **28,26 m²**. calcule le rayon de ca disque.

II. Géométrie :

Exercice 1:

Soient trois points **A, B, C** du plan **P**. On considère la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ et le point **E** symétrique de **A** par rapport à **B**.

a) Construis le point **E** puis le point **D** image de **C** dans la translation donnée.

b) Montre que le quadruplet **(C, B, E, D)** est un parallélogramme.

c) **I** étant le milieu de $[CD]$, montre que $CI = \frac{1}{4}\overrightarrow{AE}$.

Exercice 2:

Dessine un parallélogramme **ABCD** de centre **O**.

Soit **M** le milieu de $[AB]$, **N** celui de $[DC]$, **E** celui de $[AD]$, **F** celui de $[BC]$,

Complète : $S_M(A) = \cdots$; $S_E(\ldots) = A$; $S_{\ldots}(O) = O$;

Exercice 3:

Soit **EFG** un triangle et **M** le milieu du segment $[FG]$.

1) Construis le triangle **EFG** et le point **M**.

2) Complète : $T_{\overrightarrow{EF}}(G) = \cdots$; $T_{\overrightarrow{EM}}(M) = \cdots$

CamScanner

DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 30 OCTOBRE 2015

I. Algèbre :

Exercice 1 :

1) Trouve le nombre naturel x dans les cas suivants :
   $7^{3x-6} = 1$; $9^{3x} = 3^{36}$; $(5^x)^2 = 25^4$; $4 \times 4^x = 16$
2) Résous les équations suivantes dans $\mathbb{R}$
   $x^2 - 1 = 0$; $x^2 + 4 = 0$; $2x^2 - 50 = 0$; $3x^2 = 48$; $x^2 - 15 = 0$;

Exercice 2 :

Soit $A = 5\sqrt{2} + 3$ et $B = 5\sqrt{2} - 3$

1) Calcule A^2 ; B^2 ; $A \times B$; $A^2 - B^2$; $\frac{A}{B}$
2) Simplifie les expressions suivantes :

$$A = 5\sqrt{20} + 2\sqrt{45} - \sqrt{80} + \sqrt{180} \; ; B = \sqrt{11\sqrt{11}} \times \sqrt{\sqrt{11}} \; ;$$

$$C = \sqrt{21 + \sqrt{13 + \sqrt{9}}}$$

Exercice 3 :

Rends rationnel les dénominateurs des fractions :

$$\frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}+5} \; et \; \frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}-5}$$

En déduis en la somme :

$$A = \frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}+5} + \frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}-5}$$

Exercice 4 :

a) Décompose le nombre **7056** en produit de facteurs premiers et en déduis $\sqrt{7056}$.
b) Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $x^2 = 7056$.

II. Géométrie :

Exercice 1:

Dessine un parallélogramme **ABCD** de centre **O** soit **E** le milieu de $[BC]$; **F** l'image de **E** par la translation de vecteur $\overrightarrow{OE}$; soit **G** le point d'intersection de **(BF)** et **(DC).**

1) Démontre que **BFCO** est parallélogramme,
2) Démontre que **BG = AC** ;

Exercice 2:

a) Construis un triangle isocèle **ABC (AB = AC)** et le symétrique **D** de **A** par rapport au milieu **O** du segment $[BC]$**.** Quelle est la nature du quadrilatère **ABDC** ? Justifie ta réponse
b) Complete : $S_o(B) = \cdots$; $S_o(C) = \cdots$; $T_{\overrightarrow{AB}}(\ldots) = D$; $T_{\overrightarrow{CA}}(D) = \cdots$

CamScanner

REPONSE DU DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 30 OCTOBRE 2015

I. Algèbre :

Exercice 1 :

1) Je trouve x dans les cas suivants:

$7^{3x-6} = 1 \Rightarrow 7^{3x-6} = 7^0$; $on\ a:\ 3x-6=0 \Rightarrow 3x=6 \Rightarrow x=\frac{6}{3}=2$

$x = 2$

$9^{3x} = 3^{36} \Rightarrow (3^2)^{3x} = 3^{36} \Rightarrow 3^{6x} = 3^{36}$; $on\ a:\ 6x=36 \Rightarrow x=\frac{36}{6}=6$

$x = 6$

$(5^x)^2 = 25^4 \Rightarrow (5^x)^2 = (5^2)^4 \Rightarrow 5^{2x} = 5^8$; $on\ a: 2x=8 \Rightarrow x=\frac{8}{2}=4$

$x = 4$

$4 \times 4^x = 16 \Rightarrow 4 \times 4^x = 4 \times 4 \Rightarrow 4^{x+1} = 4^2$; $on\ a: x+1=2 \Rightarrow$

$x = 2-1 = 1$

$x = 1$

2) Je résous les équations suivantes :

$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1\ ou\ x = -1$

$S = \{-1; 1\}$

$x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4$; Impossible

$2x^2 - 50 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 50 \Rightarrow x^2 = \frac{50}{2} = 25 \Rightarrow x = \sqrt{5}\ ou\ x = -\sqrt{5}$

$S = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$

$3x^2 = 48 \Rightarrow x^2 = \frac{48}{3} = 16 \Rightarrow x = -\sqrt{16} = -4\ ou\ x = \sqrt{16} = 4$

$S = \{-4; 4\}$

$x^2 - 15 = 0 \Rightarrow x^2 = 15 \Rightarrow x = -\sqrt{15}\ ou\ x = \sqrt{15}$

$S = \{-\sqrt{15}; \sqrt{15}\}$

Exercice 2 :

1) Je calcule les expressions suivantes sachant que $A = 5\sqrt{2} + 3$ et $B = 5\sqrt{2} - 3$

$A^2 = (5\sqrt{2}+3)^2 = (5\sqrt{2})^2 + 30\sqrt{2} + 3^2 = 50 + 30\sqrt{2} + 9 = 59 + 30\sqrt{2}$

$A^2 = 59 + 30\sqrt{2}$

$B^2 = (5\sqrt{2}-3)^2 = (5\sqrt{2})^2 - 30\sqrt{2} + 3^2 = 50 - 30\sqrt{2} + 9 = 59 - 30\sqrt{2}$

$B^2 = 59 - 30\sqrt{2}$

$A \times B = (5\sqrt{2}+3)(5\sqrt{2}-3) = (5\sqrt{2})^2 - 3^2 = 50 - 9 = 41$

$A \times B = 41$

$A^2 - B^2 = (59 + 30\sqrt{2}) - (59 - 30\sqrt{2}) = (59)^2 - (30\sqrt{2})^2 =$

$3481 - 1800 = 1681$

$A^2 - B^2 = 1681$

CamScanner

2) Je simplifie les expressions suivantes :

$A = 5\sqrt{20} + 2\sqrt{45} - \sqrt{80} + \sqrt{180} = 5\sqrt{4\times5} + 2\sqrt{9\times5} - \sqrt{16\times5} + \sqrt{36\times5}$

$A = 10\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = (10 + 6 - 4 + 6)\sqrt{5} = 18\sqrt{5}$

$A = 18\sqrt{5}$

$B = \sqrt{11\sqrt{11}} \times \sqrt{\sqrt{11}} = \sqrt{11 \times \sqrt{11} \times \sqrt{11}} = \sqrt{11\sqrt{11 \times 11}} = \sqrt{11 \times (\sqrt{11})^2}$

$= \sqrt{11 \times 11} = 11$

$B = 11$

$C = \sqrt{21 + \sqrt{13 + \sqrt{9}}} = \sqrt{21 + \sqrt{13 + 3}} = \sqrt{21 + \sqrt{16}} = \sqrt{21 + 4} = \sqrt{25} = 5$

$C = 5$

Exercice 3 :

Je rends rationnel les dénominateurs des fractions suivantes :

$$\frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}+5} = \frac{\sqrt{7}(3\sqrt{2}-5)}{(3\sqrt{2}+5)(3\sqrt{2}-5)} = \frac{3\sqrt{14}-5\sqrt{7}}{(3\sqrt{2})^2-5^2} = \frac{3\sqrt{14}-5\sqrt{7}}{18-25} = \frac{3\sqrt{14}-5\sqrt{7}}{-7}$$

$$= \frac{5\sqrt{7}-3\sqrt{14}}{7}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}-5} = \frac{\sqrt{7}(3\sqrt{2}+5)}{(3\sqrt{2}-5)(3\sqrt{2}+5)} = \frac{3\sqrt{14}+5\sqrt{7}}{(3\sqrt{2})^2-5^2} = \frac{3\sqrt{14}+5\sqrt{7}}{18-25} = \frac{3\sqrt{14}+5\sqrt{7}}{-7}$$

$$= -\frac{3\sqrt{14}-5\sqrt{7}}{7}$$

En déduisons la valeur de A

$$A = \frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}+5} + \frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}-5} = \frac{5\sqrt{7}-3\sqrt{14}}{7} - \frac{3\sqrt{14}-5\sqrt{7}}{7} = -\frac{6\sqrt{14}}{7}$$

$$A = -\frac{6\sqrt{14}}{7}$$

Exercice 4 :

a) Décomposition en produit de facteur du premier degré de 7056

$7056 = 2^4 \times 3^2 \times 7^2$

En déduisons $\sqrt{7056}$

$\sqrt{7056} = \sqrt{2^4 \times 3^2 \times 7^2} = 2^2 \times 3 \times 7 = 84$

$\sqrt{7056} = 84$

b) Je résous :

$x^2 = 7056 \Rightarrow x = \sqrt{7056} = 84 \ ou \ x = -\sqrt{7056} = -84$

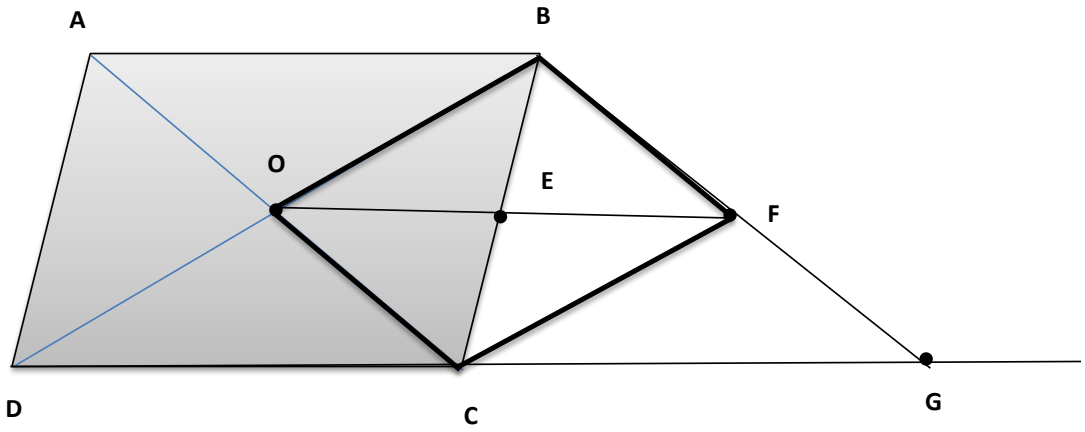
$S = \{-84; 84\}$

CamScanner

III. Géométrie :

Exercice 1:

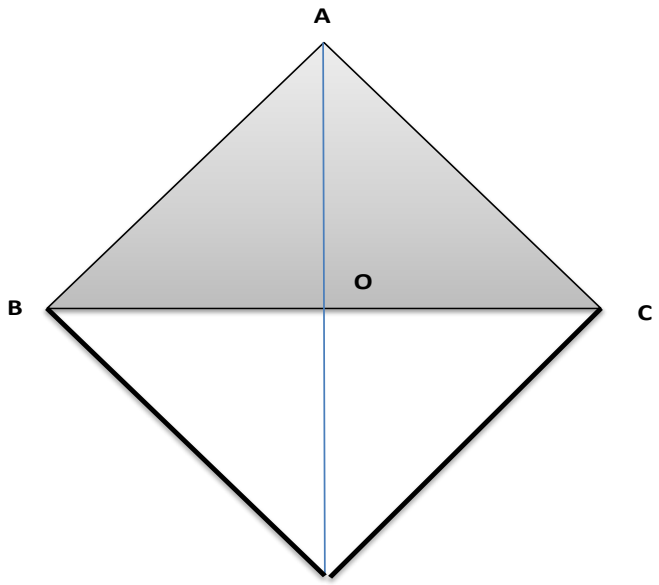
Je construis :



1) Démonstration :
   E milieu de $[BC]$ et E milieu de $[OF]$ donc BFCO est un parallélogramme dont les diagonale sont $[BC]$ et $[OF]$ qui ce coupe en leur milieu.
2) Démontrons que BG = AC

Exercice 2:

a) Je construis :



b) Je complète :
   $S_o(B) = C$; $S_o(C) = B$; $T_{\overrightarrow{AB}}(C) = D$; $T_{\overrightarrow{CA}}(D) = B$

CamScanner

DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 21 OCTOBRE 2016

I. Algèbre :

Exercice 1 :

a) Trouve successivement dans $\mathbb{Z}$; dans $\mathbb{D}$; puis dans $\mathbb{R}$ l'ensemble des solutions de l'équation : $\boldsymbol{4x^2 - 9 = 0}$.

b) On donne : $\boldsymbol{A = \sqrt{121} - 2\sqrt{112} + \sqrt{63} - \sqrt{81}}$

Ecrit A sous la forme $a + b\sqrt{c}$ ou $a, b\ et\ c$ sont des entiers relatifs.

Exercice 2 :

a) Simplifie les écritures suivantes :

$$\sqrt{\sqrt{16}}\ ;\ \sqrt{4\sqrt{2}} \times \sqrt{2\sqrt{2}}\ ;\ \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{8}} \times \sqrt{\frac{2}{7}}\ ;\ \sqrt{19 + \sqrt{35 + \sqrt{1}}}$$

b) Calcule le valeur numérique de l'expression suivante :

$$\boldsymbol{C = \frac{x}{2x} - \frac{2x}{x}\ pour\ x = \sqrt{3} - 2}$$

Exercice 3 :

a) Décompose le nombre **11025** en produit de facteur premiers et en déduis $\sqrt{\mathbf{11025}}$.

b) Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $\boldsymbol{x^2 = 11025}$ **.**

II. Géométrie :

Exercice 1 :

1) Comment note-t-on :

Le mouvement rectiligne qui va de **J** vers **E** ?

La translation ou **I** est le transformé de **L** ?

2) Donne la traduction de : $\boldsymbol{T_{\overrightarrow{CD}}(M) = M'}$; $\boldsymbol{F =: T_{\overrightarrow{AB}}(E)}$

Exercice 2 :

Soit un triangle ABC de longueurs : **AB = 3 cm, AC = 4 cm, BC = 5 cm**.

1) Construis ce triangle puis le point **D** image de **B** par la translation qui transforme **A** en **C**.

2) Quelle est la nature du quadrilatère **ABDC** ?

3) Soit O l'intersection des diagonales.

Quelle est la nature du triangle COD ?

Justifie ta réponse.

4) Complète : $\boldsymbol{T_{\overrightarrow{AO}}(O) = \cdots}$; $\boldsymbol{T_{\overrightarrow{BA}}(D) = \cdots}$

CamScanner

DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 25 NOVEMBRE 2016

I. Algèbre :

Exercice 1 :

a) Compare $2\sqrt{2}$ et 3 ;

b) Soit $= 2\sqrt{2} - 3$, calcule A^2 ;

c) En déduis la simplification de $\sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$;

d) Sachant que $1{,}414 \leq \sqrt{2} \leq 1{,}415$ donne un encadrement d'ordre 3 de A.

Exercice 2 :

On donne $\boldsymbol{A = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}}$; $\boldsymbol{B = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}}$ et on pose $\boldsymbol{S = A + B}$.

Calcule $\boldsymbol{A^2}$; $\boldsymbol{B^2}$; t$\boldsymbol{A \times B}$ *et* $\boldsymbol{S^2}$.

Exercice 3 :

Factorise les expressions suivantes :

$$\boldsymbol{x^2 - x + \frac{1}{4}} \; ; \boldsymbol{16x^2 + \frac{8x\sqrt{5}}{3} + \frac{5}{9}} \; ; \boldsymbol{25x^2 - 7} \; ; \; \boldsymbol{(x^2 - 2x + 1) - (3x - 4)^2}$$

Exercice 4 :

a) Trouve les nombre **E** et **F** sachant que : $\boldsymbol{\frac{E}{F} = \frac{7}{5}}$ et **3E+2F = 620**.

b) Un père partage une somme de **408 000 FCFA** entre ses trois enfants proportionnellement aux nombre **3,10** et **4**.
Quelle est la part de chaque enfant.

II. Géométrie :

Exercice 1 :

Soit un triangle **ABC** rectangle isocèle en **A** et les points **EFG** milieu respectifs de $[\boldsymbol{AB}]$; $[\boldsymbol{AC}]$; $[\boldsymbol{BC}]$ **.**

Les points **D, K, M** sont tels que : $\boldsymbol{T_{\overrightarrow{AC}}(B) = D}$; $\boldsymbol{S_A(F) = K}$; $\boldsymbol{S_{(AC)}(E) = M.}$

a) Fais la construction ;

b) Prouve que **ABDC** est un carré ;

c) Quelle est la nature du quadrilatère **MFEK** ? Justifie ta réponse.

Exercice 2 :

Le rayon d'un cercle est 4cm en prenant $= \boldsymbol{3,14}$, complète le tableau suivant.

Mesure de la longueur de l'arc centimètres		**12,56**		
Mesure de l'arc en degrés	**60**			
Mesure de l'arc en grades			**50**	
Mesure de l'arc en radians				$\boldsymbol{\frac{\pi}{6}}$

CamScanner

COMPOSITIONS DU PREMIER TRIMESTRE 2015-2016

I. Algèbre :

Exercice 1 :

Trouve $\boldsymbol{a} \in \mathbb{N}$ dans les cas suivants :

$\mathbf{3^{2a-6} = 1}$; $\mathbf{27^a = 81^6}$; $\mathbf{(2^a)^2 = 4}$; $\mathbf{49 \times 7^a = 7^5}$

Exercice 2 :

Soit $\boldsymbol{A = 2\sqrt{5} + 3}$ $\boldsymbol{et}$ $\boldsymbol{B = 2\sqrt{5} - 3}$

1) Calcule $\boldsymbol{A^2}$; $\boldsymbol{B^2}$; $\boldsymbol{A \times B}$; $\boldsymbol{A^2 - B^2}$; $\boldsymbol{(A + B)^2}$; $\boldsymbol{(A - B)^2}$; $\boldsymbol{\frac{A}{B}}$.
2) Donne un encadrement au millième près de A.
   Sachant que $\mathbf{2,236 \leq \sqrt{5} < 2,237}$

Exercice 3 :

1) Factorise les expressions suivantes :
   $\mathbf{4x^2 - 4x + 1}$; $\mathbf{16x^2 + 40x + 25}$; $\mathbf{7x^2 - 36}$; $\mathbf{(x^2 - 6x + 9) - (3x - 4)^2}$
2) Résous les équations suivantes : $\mathbf{x^2 - 81 = 0}$; $\mathbf{3x^2 = 108}$; $\mathbf{x^2 + 9 = 0}$

Exercice 4 :

Un champ rectangulaire a un périmètre de **720m**. Calcule la longueur et la largeur sachant que leurs mesures en mètre sont proportionnelles à **10** et **8**.

II. Géométrie :

Exercice 1 :

Dessine un secteur angulaire $\boldsymbol{\left[\widehat{xAy}\right]}$ de **60°** et une droite **Δ**.

Construis l'image $\boldsymbol{\left[\widehat{x'A'y'}\right]}$ de $\boldsymbol{\left[\widehat{xAy}\right]}$ par la symétrie orthogonale d'axe **Δ**. Quelle est la mesure de $\boldsymbol{\left[\widehat{x'A'y'}\right]}$ **?**

Exercice 2 :

a) Construis un cercle de **4cm** de rayon un **arc** $\boldsymbol{AB}$ de **45°**.
b) Calcule la mesure de la longueur de **l'arc** $\boldsymbol{AB}$.
c) Calcule la mesure de **l'arc** $\boldsymbol{AB}$ en radian puis en grades.
d) Calcule l'air d'un secteur circulaire de 45° de ce cercle.
   (prendre $\boldsymbol{\pi = 3,14}$)

CamScanner

REPONSE COMPOSITIONS DU PREMIER TRIMES 2015-2016

I. Algèbre :

Exercice 1 :

Je trouve $a \in \mathbb{N}$ dans les cas suivants :

$3^{2a-6} = 1 \Rightarrow 3^{2a-6} = 3^0$; $on\ a : 2a - 6 = 0 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = \frac{6}{2} = 3$; $a = 3$

$27^a = 81^6 \Rightarrow (3^3)^a = (3^4)^6 \Rightarrow 3^{3a} = 3^{24}$; $on\ a :\ 3a = 24 \Rightarrow a = \frac{24}{3} = 8$; $a = 8$

$(2^a)^2 = 4 \Rightarrow (2^a)^2 = 2^2 \Rightarrow 2^{2a} = 2^2$; $on\ a :\ 2a = 2 \Rightarrow a = \frac{2}{2} = 1$; $a = 1$

$49 \times 7^a = 7^5 \Rightarrow 7^2 \times 7^a = 7^5 \Rightarrow 7^{2+a} = 7^5$; $on\ a$: $2 + a = 5 \Rightarrow a = 3$

Exercice 2 :

1) Je calcule :

$A = 2\sqrt{5} + 3\ et\ B = 2\sqrt{5} - 3$

$A^2 = (2\sqrt{5} + 3\ )^2 = 29 + 12\sqrt{5}$

$B^2 = (2\sqrt{5} - 3)^2 = 29 - 12\sqrt{5}$

$A \times B = \left(2\sqrt{5} + 3\ \right)\left(2\sqrt{5} - 3\right) = 20 - 9 = 11$

$A^2 - B^2 = \left(29 + 12\sqrt{5}\right) - \left(29 - 12\sqrt{5}\right) = 24\sqrt{5}$

$(A + B)^2 = (2\sqrt{5} + 3 + 2\sqrt{5} - 3)^2 = (4\sqrt{5})^2 = 16 \times 5 = 80$

$(A - B)^2 = (2\sqrt{5} + 3 - 2\sqrt{5} + 3)^2 = (6)^2 = 36$

2) Encadrement au millième près de A :

$2{,}236 \leq \sqrt{5} < 2{,}237$

$2 \times 2{,}236 \leq 2\sqrt{5} < 2 \times 2{,}237 \Rightarrow 4{,}472 \leq 2\sqrt{5} < 4{,}474$

$4{,}472 + 3 \leq 2\sqrt{5} + 3 < 4{,}474 + 3 \Rightarrow 7{,}472 \leq 2\sqrt{5} + 3 < 7{,}474$

$7{,}472 \leq 2\sqrt{5} + 3 < 7{,}474 \Leftrightarrow 7{,}472 \leq A < 7{,}474$

Exercice 3 :

1) Factorisons les expressions suivantes :

$4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$

$16x^2 + 40x + 25 = (4x + 5)^2$

$7x^2 - 36 = (x\sqrt{7} + 6)(x\sqrt{7} - 6)$

$(x^2 - 6x + 9) - (3x - 4)^2 = (x - 3)^2 - (3x - 4)^2 =$

$[(x - 3) - (3x - 4)][(x - 3) + (3x - 4)] = [x - 3 - 3x + 4][x - 3 + 3x - 4]$

$= (-2x + 1)(4x - 7)$

2) Je résous :

$x^2 - 81 = 0 \Rightarrow x^2 = 81 \Rightarrow x = +9\ ; ou\ x = -9\ ;\ S = \{+9;\ -9\}$

$3x^2 = 108 \Rightarrow x^2 = \frac{108}{3} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = +6\ \ ou\ x = -6\ ;\ S = \{+6;\ -6\}$

CamScanner

$x^2 + 9 = 0 \Rightarrow x^2 = -9$ Impossible.

Exercice 4 :

Je calcule la longueur et la largeur du champ :

Soit L la longueur et l la largeur

P = 720m$\Rightarrow (L + l) \times 2 = 720 \Rightarrow 2L + 2l = 720$

$\frac{L}{10} = \frac{l}{8} \Rightarrow 8L = 10l \Rightarrow L = \frac{10l}{8}$

Je remplace L par sa valeur dans $2L + 2l = 720$

$2\left(\frac{10l}{8}\right) + 2l = 720$

$\frac{5}{2}l + \frac{4}{2}l = \frac{1440}{2} \Leftrightarrow 5l + 4l = 1440 \Rightarrow 9l = 1440 \Rightarrow l = \frac{1440}{9} = 160m$

$l = 160m$

Je remplace l par sa valeur dans

$L = \frac{10l}{8}$

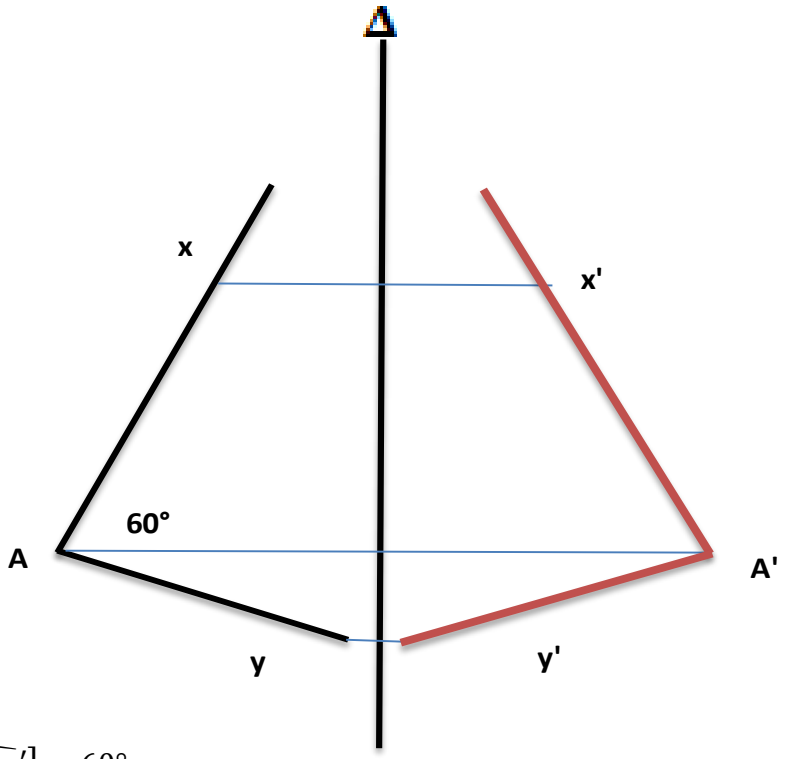
$L = \frac{10 \times 160}{8} = \frac{1600}{8} = 200m$

$L = 200m$

II. Géométrie :

Exercice 1 :

Je construis :

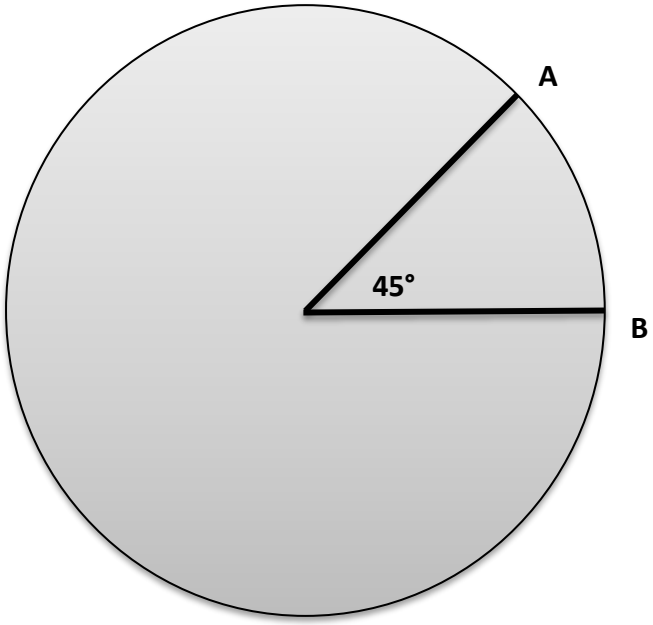


$[\widehat{x'A'y'}] = 60°$

CamScanner

Exercice 2 :

a) Je construis le cercle :



b) La longueur de l'arc AB

$$L = R\alpha \; ; \; \alpha = \frac{\pi d}{180} \; ; donc \; L = \frac{R \times \pi \times d}{180} = \frac{4 \times \pi \times 45°}{180} = \pi = 3{,}14cm$$

$L = \pi = 3{,}14cm$

c) La mesure de l'arc en radian puis en grade :

★ Mesure en radian :

$$\alpha = \frac{\pi d}{180} = \frac{\pi \times 45°}{180} = \frac{\pi}{4} \; radian$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \; radian$$

★ Mesure en grade :

$$g = \frac{200 \times d}{180} = \frac{200 \times 45°}{180} = 50 \; grade$$

d) L'air du secteur circulaire de 45° de ce cercle :

$$A = \frac{1}{2} R^2 \times \alpha = \frac{1 \times 16 \times \pi}{2 \times 4} = 2\pi = 6{,}28cm^2$$

$A = 2\pi = 6{,}28cm^2$

CamScanner

COMPOSITIONS DU PREMIER TRIMESTRE 2012-2013

I. Algèbre :

Exercice 1 :

1) Simplifie les expressions suivantes :
   $\boldsymbol{A = 3\sqrt{2} + 4\sqrt{45} - 2\sqrt{80} - \sqrt{180}}$; $\boldsymbol{B = \sqrt{12} - \sqrt{27} - \sqrt{48}}$
2) Décompose **7056** en produit de facteurs premiers.
   a) En-déduire $\boldsymbol{\sqrt{7056}}$
   b) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\boldsymbol{x^2 = 7056}$

Exercice 2 :

Rends rationnel les dénominateurs des rapport suivants :

$\boldsymbol{\frac{2}{\sqrt{5}}}$; $\boldsymbol{\frac{17}{3\sqrt{3}}}$; $\boldsymbol{\frac{3-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}}$

Exercice 3 :

Factorise :

a) $\boldsymbol{36x^2 + 60x + 25}$
b) $\boldsymbol{x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}}$
c) $\boldsymbol{3x^2 - 5}$
d) $\boldsymbol{x^2 - 4 - (5x + 6)(x + 2)}$

Exercice 4 :

Un champ rectangulaire a un périmètre de **480m**.
Calcule la longueur et la largeur de ce champ sachant que leurs mesures en mètre sont respectivement proportionnelles à **5** et **3**.

II. Géométrie :

Exercice 1 :

Construis un triangle isocèle **ABC** de sommet **A**.

a) Place le point **A'** image de **A** par la translation de vecteur $\boldsymbol{\overrightarrow{BC}}$.
b) Construis le symétrique **D** de **A** par rapport au milieu **O** de $[\boldsymbol{BC}]$.
c) Quelle est la nature des quadrilatères **ABDC** et **ABCA'** ? Justifie ta réponse.

Exercice 2 :

Construis sur un cercle de **3cm** de rayon, un arc **AB** de **60°** :

a) Calcule la longueur de l'arc **AB**
b) Calcule la mesure de l'arc **AB** en radian et en grade
c) Calcule l'air d'une section circulaire de **60°** du même cercle (prendre $\boldsymbol{\pi = 3,14}$)

CamScanner

DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 04 DECEMBRE 2015

I. Algèbre :

Exercice 1 :

a) Trouve les nombres **A** et **B** sachant que :

$\frac{A}{B} = \frac{7}{5}$ *et* $A + B = 168$

b) On donne : $a = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$; $b = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$ et on pose $U = a + b$.
Calcule $a \times b$; U^2

Exercice 2 :

Sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ *et* $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$ donne un encadrement par deux nombre décimaux consécutifs d'ordre 2 de $2\sqrt{2} + \sqrt{5}$

Exercice 3 :

Factorise les expressions suivantes :

$3x^2 - 2x\sqrt{6} + 2$; $16x^2 + 40x + 25$; $36x^2 - 7$; $(x^2 - 6x + 9) - (3x - 4)^2$

Exercice 4 :

Un père partage une somme de **43400 FCFA** entre ses trois enfants proportionnellement à **2, 3** et **5**. Quelle est la part de chaque enfant ?

II. Géométrie :

Exercice 1 :

Soit **A, B, C** trois points non alignés du plan.

1) Construis les symétriques B_1 et C_1 de **B** et **C** par la symétrie de centre **A**.
2) Construis l'image A_1 de **A** par la symétrie orthogonale d'axe **(BC)**.
3) Construis les images B_2 et C_2 des points **B** et **C** par la translation du vecteur $\overrightarrow{AB}$
4) Quelle est la nature du quadrilatère BCC_2B_2 ? Justifie ta réponse.

Exercice 2 :

Le rayon d'un cercle est **60mm** en prenant $\pi = 3,14$

1) Complète :

Mesure de la longueur de l'arc cm		**9,42**	
Mesure de l'arc en degrés	**50**		**75**

2) Quelle est la mesure en radian puis en grades d'un arc de **50°** ?
3) Calcule l'aire d'un secteur circulaire de **50°** de ce cercle.

CamScanner

REPONSE DU DEVOIR SUVEILLE DU VENDREDI 04/12/2017

I. Algèbre :

Exercice 1 :

a) Je trouve A et B

$\frac{A}{B} = \frac{7}{5}\ et\ A + B = 168$

$\frac{A}{B} = \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{A}{7} = \frac{B}{5} = \frac{A+B}{12} = \frac{168}{12} = 14$

$\frac{A}{7} = 14 \Rightarrow A = 14 \times 7 = 98\ ; A = 98$

$\frac{B}{5} = 14 \Rightarrow B = 14 \times 5 = 70\ ; B = 70$

b) Je Calcule :

$a = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}\ ;\ \ b = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$ et $U = a + b.$

$a \times b = (\sqrt{7 - 4\sqrt{3}})\left(\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}\right) = \sqrt{(7 - 4\sqrt{3})(7 + 4\sqrt{3})} =$

$\sqrt{7^2 - (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{49 - 48} = 1$

$a \times b = 1$

$U^2 = (a + b)^2 = (\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 + 4\sqrt{3}})^2 =$

$\left(\sqrt{7 - 4\sqrt{3}})^2 + 2\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}\right)\left(\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}\right) + (\sqrt{7 + 4\sqrt{3}})^2 =$

$7 - 4\sqrt{3} + 2 + 7 + 4\sqrt{3} = 16$

$U^2 = 16$

Exercice 2 :

Je trouve un encadrement d'ordre 2 de $2\sqrt{2} + \sqrt{5}$ sachant que :

$1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415\ \ et\ \ 2{,}236 < \sqrt{5} < 2{,}237$

Donc :

$1{,}41 \leq \sqrt{2} < 1{,}42$

$2{,}82 \leq 2\sqrt{2} < 2{,}84$

$2{,}23 \leq \sqrt{5} < 2{,}23$

$5{,}05 \leq 2\sqrt{2} + \sqrt{5} < 5{,}07$

Exercice 3 :

Je factorise les expressions suivantes :

$3x^2 - 2x\sqrt{6} + 2 = (x\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

$16x^2 + 40x + 25 = (4x + 5)^2$

$36x^2 - 7 = (6x - \sqrt{7})(6x + \sqrt{7})$

$(x^2 - 6x + 9) - (3x - 4)^2 = (x - 3)^2 - (3x - 4)^2$

$= [(x - 3) + (3x - 4)][(x - 3) - (3x - 4)]$

$= (x - 3 + 3x - 4)(x - 3 - 3x + 4) = (4x - 7)(-2x + 1)$

CamScanner

Exercice 4 :

La part de chaque enfant est :

Soit A, B, C la part de chaque enfant

$\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{5} = \frac{A+B+C}{2+3+5} = \frac{43400}{10} = 4340$

$\frac{A}{2} = 4340 \Rightarrow A = 4340 \times 2 = 8680\ ; A = 8680\ FCFA$

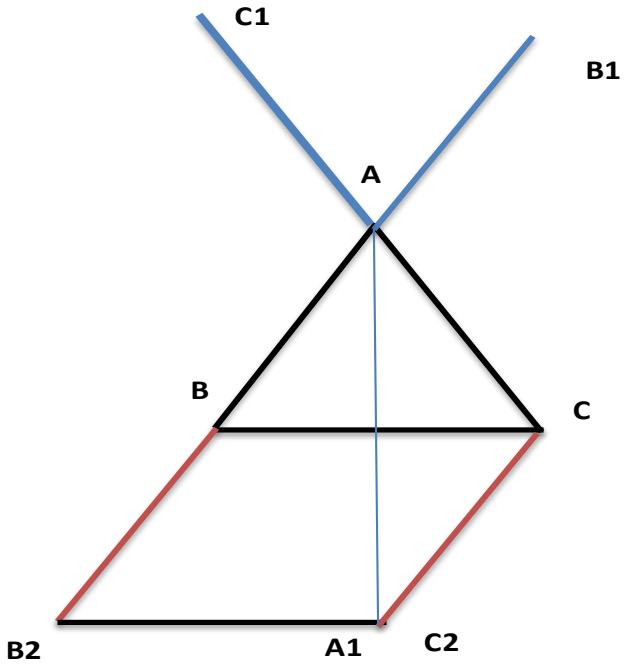
$\frac{B}{3} = 4340 \Rightarrow B = 4340 \times 3 = 13020\ ;\ \ B = 13020\ FCFA$

$\frac{C}{5} = 4340 \Rightarrow C = 4340 \times 5 = 21700\ ;\ \ C = 21700\ FCFA$

II. Géométrie :

Exercice 1 :

Je construis :



$C_2 = T_{\overrightarrow{AB}}(C)$

$B_2 = T_{\overrightarrow{AB}}(B)$

$C_2 = T_{\overrightarrow{AB}}(C) \Rightarrow \overrightarrow{CC_2} = \overrightarrow{AB}$

$B_2 = T_{\overrightarrow{AB}}(B) \Rightarrow \overrightarrow{BB_2} = \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{CC_2} = \overrightarrow{BB_2}$ donc BCC_2B_2 est un parallélogramme.

CamScanner

Exercice 2 :

1) Je complète le tableau :

Mesure de la longueur de l'arc cm	5,22	**9,42**	7,85
Mesure de l'arc en degrés	**50°**	90°	**75°**

- ✶ $L = R\alpha$ donc pour 50°

  $\frac{d}{180} = \frac{\alpha}{\pi} \Rightarrow \alpha = \frac{d\pi}{180} = \frac{50\times3,14}{180} = 0,87$

  $L = R\alpha = 6 \times 0,87 = 5,22$
- ✶ $L = R\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{L}{R} = \frac{9,42}{6} = 1,57\ radian$

  $\frac{d}{180} = \frac{\alpha}{\pi} \Rightarrow d = \frac{180 \times \alpha}{\pi} = \frac{180 \times 1,57}{3,14} = 90°$
- ✶ $L = R\alpha$ donc pour 75°

  $\frac{d}{180} = \frac{\alpha}{\pi} \Rightarrow \alpha = \frac{d\pi}{180} = \frac{75\times3,14}{180} = 1,31$

  $L = R\alpha = 6 \times 1,31 = 7,85$

2) L'aire d'un secteur circulaire de **50°** de ce cercle :

$A = \frac{1}{2}R^2 \times \alpha = \frac{1}{2} \times 6^2 \times 87 = 15,66\ cm^2$

CamScanner

COMPOSITIONS DU PREMIER TRIMESTRE 2013-2014

A. Algèbre :

Exercice 1 :

Simplifie les expressions suivantes :

$A = 3\sqrt{x} - 2\sqrt{x} - \sqrt{x} + 5\sqrt{x}$; $B = 2\sqrt{12u^2} - 3\sqrt{27u^2}$;

$C = 4\sqrt{8} - 2\sqrt{32} + 5\sqrt{50} + 2\sqrt{242}$;

$E = \dfrac{6 \times 10^3 \times 4 \times 10^2}{1,2 \times 10^4}$;

$F = (x^3y^{-2})^2(\dfrac{y}{x})^3(\dfrac{1}{x})^2$

Exercice 2 :

1) Rends rationnels les dénominateurs des quotients suivantes :

   $2\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$; $\dfrac{5+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-1}$

2) Factorise :

   a) $4x^2 - 9$; $\frac{1}{5}x^2 - 5$

   b) $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$

   c) $4x^2 - 9 - 3(1-x)(2x+3)$

3) Trouve l'entier naturel x pour que :

   $2^{4-x} = 1$; $3^x \times 9 = 27$; $(\sqrt{2})^x = 2$; $(5^x)^2 \times 5^4 \times (5^3)^0 = 125^4$

Exercice 3 :

Trouve deux entiers relatifs dont le carré du triple de x est égal à **36.**

B. Géométrie :

Exercice 1 :

Calculer la mesure en radian d'un arc de cercle de rayon **1dm** dont sa longueur est **3,5cm**.

Exercice 2 :

Construis un triangle isocèle **ABC** de sommet principal **A**.

- Place le point **D** image de **B** par la translation du vecteur $\overrightarrow{CA}$.
- Place le point **E** symétrique de **A** par rapport au point **O** milieu de $[BC]$.

1) Donner la nature des quadrilatères **ACBD** et **ADEC**.
2) Démontre que le quadrilatère ABEC est un parallélogramme puis un losange.

CamScanner

REPONSE COMPOSITIONS DU PREMIER TRIMES 2013-2014

A. Algèbre :

Exercice 1 :

Je simplifie les expressions suivantes :

$A = 3\sqrt{x} - 2\sqrt{x} - \sqrt{x} + 5\sqrt{x} \Rightarrow A = (3 - 2 - 1 + 5)\sqrt{x} = 5\sqrt{x}$

$A = 5\sqrt{x}$

$B = 2\sqrt{12u^2} - 3\sqrt{27u^2} \Rightarrow B = 2\sqrt{4u^2} \times \sqrt{3} - 3\sqrt{9u^2} \times \sqrt{3} = 4u\sqrt{3} - 9u\sqrt{3}$

$= -5u\sqrt{3}$

$B = -5u\sqrt{3}$

$C = 4\sqrt{8} - 2\sqrt{32} + 5\sqrt{50} + 2\sqrt{242} \Rightarrow C$

$= 4\sqrt{4 \times 2} - 2\sqrt{16 \times 2} + 5\sqrt{25 \times 2} + 2\sqrt{121 \times 2}$

$= 8\sqrt{2} - 8\sqrt{2} + 25\sqrt{2} + 22\sqrt{2} = 47\sqrt{2}$

$C = 47\sqrt{2}$

$E = \dfrac{6 \times 10^3 \times 4 \times 10^2}{1{,}2 \times 10^4} \Rightarrow E = \dfrac{6 \times 10^3 \times 4 \times 10^2}{12 \times 10^3} = \dfrac{4 \times 10^2}{2} = 2 \times 10^2 = 200$

$E = 2 \times 10^2 = 200$

$F = (x^3y^{-2})^2(\dfrac{y}{x})^3(\dfrac{1}{x})^2 \Rightarrow F = x^6y^{-4} \times \dfrac{y^3}{x^3} \times \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{x^6 \times y^{-4+3}}{x^{3+2}} = \dfrac{x^6y^{-1}}{x^5} = \dfrac{x}{y}$

$= xy^{-1}$

$F = \dfrac{x}{y} = xy^{-1}$

Exercice 2 :

1) Je rends rationnels les dénominateurs suivants :

$2\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{5} = \dfrac{2\sqrt{15}}{5}$

$\dfrac{5 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - 1} = \dfrac{(5 + \sqrt{3})(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} = \dfrac{5\sqrt{2} + 5 + \sqrt{6} + \sqrt{3}}{2 - 1} = 5\sqrt{2} + 5 + \sqrt{6} + \sqrt{3}$

2) Je factorise :

d) $4x^2 - 9 = (2x + 3)(2x - 3)$

$\dfrac{1}{5}x^2 - 5 = (\dfrac{1}{\sqrt{5}}x - \sqrt{5})(\dfrac{1}{\sqrt{5}}x + \sqrt{5})$

e) $x^2 - \dfrac{2}{3}x + \dfrac{1}{9} = (x - \dfrac{1}{3})^2$

f) $4x^2 - 9 - 3(1 - x)(2x + 3) = (2x - 3)(2x + 3) - 3(1 - x)(2x + 3) =$
$(2x + 3)(2x - 3 - 3 + 3x) = (2x + 3)(5x - 6)$

3) Je trouve x :

$2^{4-x} = 1 \Rightarrow 2^{4-x} = 2^0$; $on\ a: 4 - x = 0 \Rightarrow x = 4$

$3^x \times 9 = 27 \Rightarrow 3^x \times 3^2 = 3^3 \Leftrightarrow 3^{x+2} = 3^3$; $on\ a: x + 2 = 3 \Rightarrow x = 1$

$(\sqrt{2})^x = 2 \Rightarrow (2^{\frac{1}{2}})^x = 2^1 \Rightarrow 2^{\frac{x}{2}} = 2^1$; $on\ a: \dfrac{x}{2} = 1 \Rightarrow x = 2$

CamScanner

$(5^x)^2 \times 5^4 \times (5^3)^0 = 125^4 \Rightarrow 5^{2x} \times 5^4 = 5^{12} \Rightarrow 5^{2x+4} = 5^{12}$; $on\ a$:
$2x + 4 = 12 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$

Exercice 3 :

Je trouve x :

$(3x)^2 = 36 \Rightarrow 9x^2 = 36 \Rightarrow x^2 = \frac{36}{9} = 4 \Rightarrow x = -2\ ou\ x = +2$

B. Géométrie :

Exercice 1 :

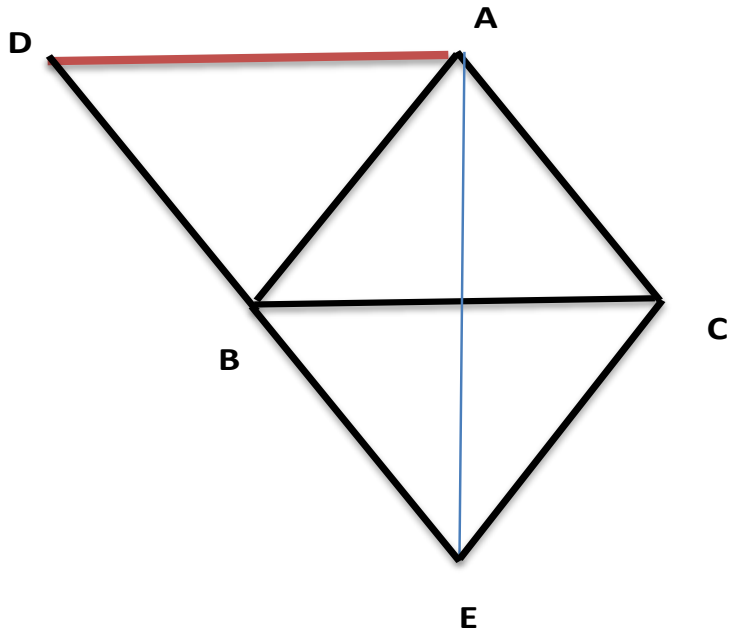
La mesure en radian est :

$L = R\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{L}{R} = \frac{3{,}5}{10} = 0{,}35$

$\alpha = 0{,}35\ radian$

Exercice 2 :

Je construire



1) La nature du quadrilatère ABEC et ADEC :

$D = T_{\overrightarrow{CA}}(B) \Rightarrow \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CA}$ donc ACBD est un parallélogramme ;

Est un trapèze.

Je démontre :

O milieu de $[BC]$

$E = S_O(E) \Rightarrow O$ est le milieu de $[AE]$

$[BC]$ et $[AE]$ étant les diagonales donc ABEC est parallélogramme.

A étant le sommet principal

$AB = AC$; ABEC étant un parallélogramme donc ABEC est un losange.

CamScanner

PREMIER TEST 9eme Année 2003-2004

I. Algèbre :

Exercice 1 :

1) Calcule et simplifie les expressions suivantes :

$\boldsymbol{A = \sqrt{32} - 2\sqrt{128} + \sqrt{72} + 2\sqrt{8}}$; $\boldsymbol{B = -\sqrt{45} + \sqrt{180} - 3\sqrt{20} + 2\sqrt{80}}$

2) Rends rationnel le dénominateur des fractions suivantes :

$\boldsymbol{-\frac{1}{\sqrt{8}}}$; $\boldsymbol{\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}$; $\boldsymbol{\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}}$

Exercice 2 :

1) Factorise en utilisant un produit remarquable :

a) $\boldsymbol{x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}}$

b) $\boldsymbol{x^4 - 2x^2\sqrt{3} + 3}$

c) $\boldsymbol{1 - \frac{2x^3}{\sqrt{10}} + \frac{x^6}{10}}$

2) Développe et éventuellement simplifie

a) $\boldsymbol{(x - \sqrt{5})^2}$

b) $\boldsymbol{(x^2 + \frac{1}{\sqrt{7}})(x^2 - \frac{1}{\sqrt{7}})}$

c) $\boldsymbol{(x - \frac{1}{\sqrt{2}})^2}$

Exercice 3 :

1) Trouve $\boldsymbol{x}$ dans les proportions suivantes :

$\boldsymbol{\frac{2}{3} = \frac{10}{x}}$; $\boldsymbol{\frac{14}{x} = \frac{x}{56}}$; $\boldsymbol{\frac{x}{65} = \frac{8}{13}}$

2) Trouve deux nombres $\boldsymbol{a}$ *et* $\boldsymbol{b}$ sachant que leur difference est egale à **15** et que $\boldsymbol{\frac{a}{b} = \frac{7}{4}}$

II. Géométrie :

Exercice 1 :

Marque trois points **A**, **E** et **F** non alignés :

Construis le symétrique **A'** de **A** par rapport à **E** puis le symétrique **A''** de **A** par rapport à **F**.

Démontre que $\boldsymbol{\overrightarrow{A'A''} = 2\overrightarrow{EF}}$

Exercice 2 :

Un arc d'un cercle à pour longueur **7,85cm** et pour mesure **50°**, quel est le rayon de ce cercle ?

CamScanner

SUJET A-2016-2017

I. Algèbre :

Exercice 1 :

1) Calcule et simplifie les expressions suivantes :

$\boldsymbol{A = \sqrt{32} - 2\sqrt{128} + \sqrt{72} + 2\sqrt{8}}$; $\boldsymbol{B = -\sqrt{45} + \sqrt{180} - 3\sqrt{20} + 2\sqrt{80}}$

2) Rends rationnel les dénominateurs des rapports suivants :

$\boldsymbol{\frac{2}{\sqrt{5}}}$; $\boldsymbol{\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}$; $\boldsymbol{\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}}$

Exercice 2 :

Trouve le nombre naturel $\boldsymbol{a}$ dans les cas suivants :

a) $\boldsymbol{8^{4a} = 2^{36}}$

b) $\boldsymbol{3^a \times 9 = 27}$

c) $\boldsymbol{5^{4-a} = 1}$

d) $\boldsymbol{\frac{3^{12}}{9^a} = 1}$

Exercice 3 :

1) Développe et simplifie :

a) $\boldsymbol{(x + \sqrt{5})^2}$

b) $\boldsymbol{(x^2 - \frac{1}{\sqrt{7}})(x^2 + \frac{1}{\sqrt{7}})}$

c) $\boldsymbol{(x - \frac{1}{\sqrt{2}})^2}$

2) Factorise en utilisant les produits remarquables

a) $\boldsymbol{36x^2 + 60x + 25}$; b) $\boldsymbol{x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}}$; c) $\boldsymbol{1 - \frac{2x^3}{\sqrt{10}} + \frac{x^6}{10}}$;

d) $\boldsymbol{x^2 - 4 - (5x + 6)(x + 2)}$

II. Géométrie :

Exercice 1 :

Soit un triangle **ABC** rectangle en **A**. les points **I**, **L** et **M** sont les milieux respectifs de $[\boldsymbol{BC}]$; $[\boldsymbol{AC}]$; $[\boldsymbol{AB}]$ et $\boldsymbol{E = S_A(L)}$; $\boldsymbol{F = S_A(M)}$; $\boldsymbol{T = S_I(A)}$.

1) Construis les points **EFT**.
2) Quelle est la nature des quadrilatères **BACT** et **MEFL**.
3) Trouve les images des points suivantes :

$\boldsymbol{T_{\overrightarrow{ML}}(E) = \cdots}$; $\boldsymbol{T_{\overrightarrow{BA}}(T) = \cdots}$; $\boldsymbol{T_{\overrightarrow{BI}}(I) = \cdots}$;

Exercice 2 :

Construis sur un cercle de **3cm** de rayon un arc **AB** de **60°**.

a) Calcule la mesure de l'arc **AB** en radian et en grades.

b) Calcule la longueur de l'arc **AB** (avec $\boldsymbol{\pi = 3,14}$)

CamScanner

REPONSE DU SUJET A-2016-2017

I. Algèbre :

Exercice 1 :

1) Je simplifie

$A = \sqrt{32} - 2\sqrt{128} + \sqrt{72} + 2\sqrt{8}$

$= \sqrt{16} \times \sqrt{2} - 2\sqrt{64} \times \sqrt{2} + \sqrt{36} \times \sqrt{2} + 2\sqrt{4} \times \sqrt{2}$

$= (4 - 16 + 6 + 4)\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$

$B = -\sqrt{45} + \sqrt{180} - 3\sqrt{20} + 2\sqrt{80}$

$= -\sqrt{9} \times \sqrt{5} + \sqrt{36} \times \sqrt{5} - 3\sqrt{4} \times \sqrt{5} + 2\sqrt{16} \times \sqrt{5}$

$= (-3 + 6 - 6 + 8)\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$

2) Je rends rationnel les dénominateurs des rapports :

$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{(2\sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{2\sqrt{15} + 2\sqrt{10}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{2\sqrt{15} + 2\sqrt{10}}{3 - 2}$

$= 2\sqrt{15} + 2\sqrt{10}$

$\frac{\sqrt{5} - 2}{\sqrt{5} + 2} = \frac{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} - 2)}{(\sqrt{5})^2 - (2)^2} = \frac{5 - 4\sqrt{5} + 4}{5 - 4} = 9 - 4\sqrt{5}$

Exercice 2 :

Je trouve a dans les cas suivants :

a) $8^{4a} = 2^{36} \Rightarrow (2^3)^{4a} = 2^{36} \Rightarrow 2^{12a} = 2^{36}$; $on\ a$: $12a = 36 \Rightarrow a = \frac{36}{12} = 3$; $a = 3$

b) $3^a \times 9 = 27 \Rightarrow 3^{a+2} = 3^3$; $on\ a : a + 2 = 3 \Rightarrow a = 1$

c) $5^{4-a} = 1 \Rightarrow 5^{4-a} = 5^0$; $on\ a : 4 - a = 0 \Rightarrow a = 4$

d) $\frac{3^{12}}{9^a} = 1 \Rightarrow 3^{12} = 9^a \Rightarrow 3^{12} = 3^{2a}$; $on\ a$: $12 = 2a \Rightarrow a = \frac{12}{2} \Rightarrow a = 6$

Exercice 3 :

1) Je développe :

d) $(x + \sqrt{5})^2 = x^2 + 2x\sqrt{5} + 5$

e) $\left(x^2 - \frac{1}{\sqrt{7}}\right)\left(x^2 + \frac{1}{\sqrt{7}}\right) = x^4 - \frac{1}{7}$

f) $(x - \frac{1}{\sqrt{2}})^2 = x^2 - \frac{2x}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}$

2) Je factorise :

a) $36x^2 + 60x + 25 = (6x + 5)^2$

b) $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = (x - \frac{1}{3})^2$

CamScanner

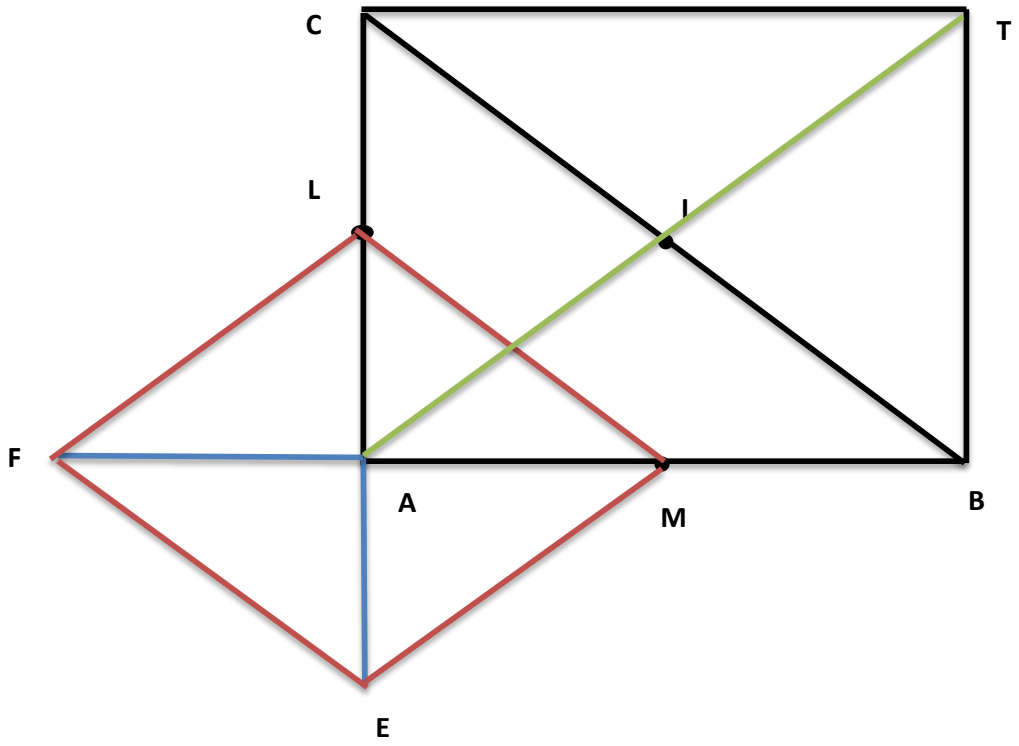
c) $1-\frac{2x^3}{\sqrt{10}}+\frac{x^6}{10}=(1-\frac{x^3}{\sqrt{10}})^2$

d) $x^2-4-(5x+6)(x+2)=(x-2)(x+2)-(5x+6)(x+2)=$
$(x+2)(x-2-5x-6)=(x+2)(-4x-8)$

II. Géométrie :

Exercice 1 :

1) Je construis :



$E=S_A(L)$; $F=S_A(M)$; $T=S_I(A)$

2) la nature des quadrilatères BACT et MEFL

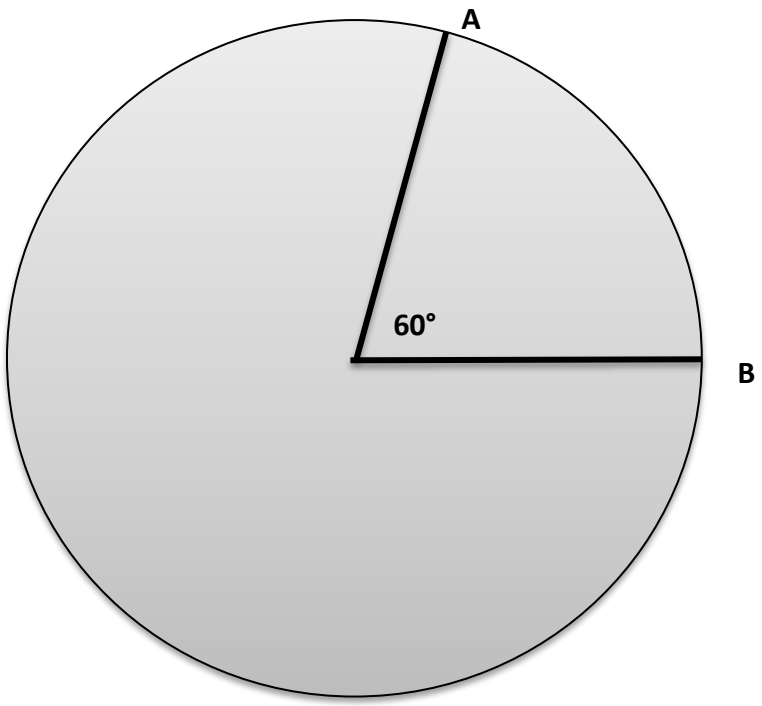
- ✶ I est le milieu du segment $[BC]$ qui est le symétrique du triangle ABC,
  $T=S_I(A) \Rightarrow I$ est aussi le milieu du segment $[AT]$
  $[BC]$ et $[AT]$ étant les diagonales, donc BACT est un parallélogramme.
  Le triangle ABC étant rectangle en A donc BACT est un rectangle.
- ✶ $E=S_A(L) \Rightarrow A$ est le milieu du segment $[EL]$
  $F=S_A(M) \Rightarrow A$ est le milieu du segment $[MF]$
  Dans un parallélogramme les diagonales se coupent en leurs milieux, donc MEFL est un parallélogramme.

3) Je trouve les images des points suivantes :
$T_{\overrightarrow{ML}}(E)=F$; $T_{\overrightarrow{BA}}(T)=C$; $T_{\overrightarrow{BI}}(I)=C$

CamScanner

Exercice 2 :

Je construis :



a) Je calcule la mesure de l'arc AB

- En radian

$$\frac{\alpha}{\pi} = \frac{d}{180} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi \times d}{180} = \frac{60° \times \pi}{180} = \frac{\pi}{3}\ radian$$

$$\alpha = \frac{\pi}{3}\ radian\ ou\ \alpha = 1{,}047\ radian$$

- En grade

$$\frac{g}{200} = \frac{d}{180} \Rightarrow g = \frac{200 \times d}{180} = \frac{60° \times 200}{180} = 66{,}67\ grade$$

$$g = 66{,}67\ grade$$

b) Je calcule la longueur de l'arc AB :

$$L = R\alpha \Rightarrow 3 \times \frac{\pi}{3} = \pi = 3{,}14\ cm$$

$$L = 3{,}14\ cm$$

CamScanner

SUJET B-2016-2017

I. Algèbre

Exercice 1 :

Résous les systèmes suivants :

$\begin{cases} -2x+1<2 \\ -2x+7>x+1 \end{cases}$; $\begin{cases} x-2y=1 \\ y=3-2x \end{cases}$

Exercice 2 :

a et b étant deux réels, soit l'application affine définie par $f(x)=ax+b$.

a) Détermine a et b sachant que $f\left(\frac{1}{2}\right)=-2$ et $f\left(-\frac{1}{2}\right)=-4$.

b) Ecris alors $f(x)$.

Exercice 3 :

La somme de deux nombres naturels est **925**, si on divise le plus grand par le plus petit, le quotient est **6** et le reste est **50**. Calcule ces deux nombres.

Exercice 4 :

Résous graphiquement le système d'inéquations suivant ;

$\begin{cases} x+y+1<0 \\ -x+y-5>0 \end{cases}$

I. Géométrie :

Exercice 1 :

1) Construis un triangle KLM rectangle en K sachant que $KL=8cm$ et $LM=10cm$
2) Calcule KM, $cos\widehat{M}$ et $sin\widehat{M}$;
3) Démontre que $cos^2\widehat{M}+sin^2\widehat{M}=1$;

Exercice 2 :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(\vec{o},\vec{\imath},\vec{\jmath})$; on donne les points $A(-2;3)$; $B(1;6)$; $C(-1;-2)$ et $D(-4;-5)$.

a) Place ces points dans ce repère.

b) Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ puis écris-les sous forme de composantes. En déduis la nature du quadrilatère $(ABCD)$.

c) Calcule les coordonnées de I milieu de $[AC]$.

d) Trouve une équation de la droite (BC).

CamScanner

REPONSE DU SUJET B-2016-2017

I. Algèbre

Exercice 1 :

Je résous : $\begin{cases} -2x+1<2 \\ -2x+7>x+1 \end{cases}$

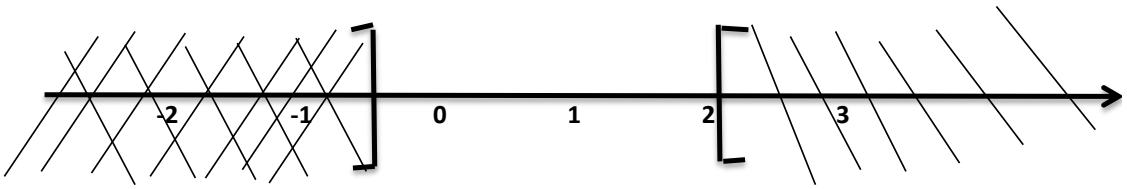
$\begin{cases} -2x+1<2 \\ -2x+7>x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x<1 \\ -3x>-6 \end{cases}$

$\begin{cases} -2x<1 \\ -3x>-6 \end{cases}$

$-2x<1 \Rightarrow x>-\frac{1}{2}$

$-3x>-6 \Rightarrow x<2$

$S=\left\{x\ /x\in\mathbb{R};\ -\frac{1}{2}<x<2\right\}$



Je résous : $\begin{cases} x-2y=1 \\ y=3-2x \end{cases}$

$\begin{cases} x-2y=1 \\ y=3-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=1 \\ 2x+y=3 \end{cases}$

Eliminons x

$\begin{matrix} -2 \\ 1 \end{matrix}\begin{cases} x-2y=1 \\ 2x+y=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x+4y=-2 \\ 2x+y=3 \end{cases}$

$$\begin{cases} -2x+4y=-2 \\ 2x+y=3 \end{cases}$$
$$0x+5y=1$$

$y=\frac{1}{5}$

CamScanner

Remplaçons y par sa valeur dans E_1: $x - 2y = 1$

$$x - 2y = 1 \Rightarrow x - 2\left(\frac{1}{5}\right) = 1 \Rightarrow x = 1 + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$$

$$x = \frac{7}{5}$$

$$S = \left\{\left(\frac{7}{5}; \frac{1}{5}\right)\right\}$$

Exercice 2 :

a) Je trouve a et b :

$$f(x) = ax + b; \quad \begin{matrix} f\left(\frac{1}{2}\right) = -2 \Rightarrow a + 2b = -4 \\ f\left(-\frac{1}{2}\right) = -4 \Rightarrow -a + 2b = -8 \end{matrix}$$

Je résous :

$$\frac{\begin{cases} a+2b=-4 \\ -a+2b=-8 \end{cases}}{4b=-12 \Rightarrow b=-\frac{12}{4}} ; b = -3$$

$$a + 2(-3) = -4 \Rightarrow a - 6 = -4 \Rightarrow a = 2$$

$$a = 2$$

b) J'écris $f(x)$; $f(x) = 2x - 3$

Exercice 3 :

Soient x et y ces deux nombres, sachant que $x > y$

$$x + y = 925 \; ; x = 6y + 50$$

$$\begin{cases} x + y = 925 \\ x = 6y + 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 925 \\ x - 6y = 50 \end{cases}$$

Eliminons x

$$\begin{matrix} 1 \\ -1 \end{matrix} \begin{cases} x + y = 925 \\ x - 6y = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 925 \\ -x + 6y = -50 \end{cases}$$

$$\frac{\begin{cases} x + y = 925 \\ -x + 6y = -50 \end{cases}}{0x + 7y = 875}$$

CamScanner

$7y = 875 \Rightarrow y = \frac{875}{7} = 125$

$y = 125$

Remplaçons y par sa valeur dans $E_1 : x + y = 925$

$x + y = 925 \Rightarrow x + 125 = 925 \Rightarrow x = 925 - 125 = 800$

$x = 800$

Le plus grand nombre est 800

Le plus petit nombre est 125

Exercice 4 :

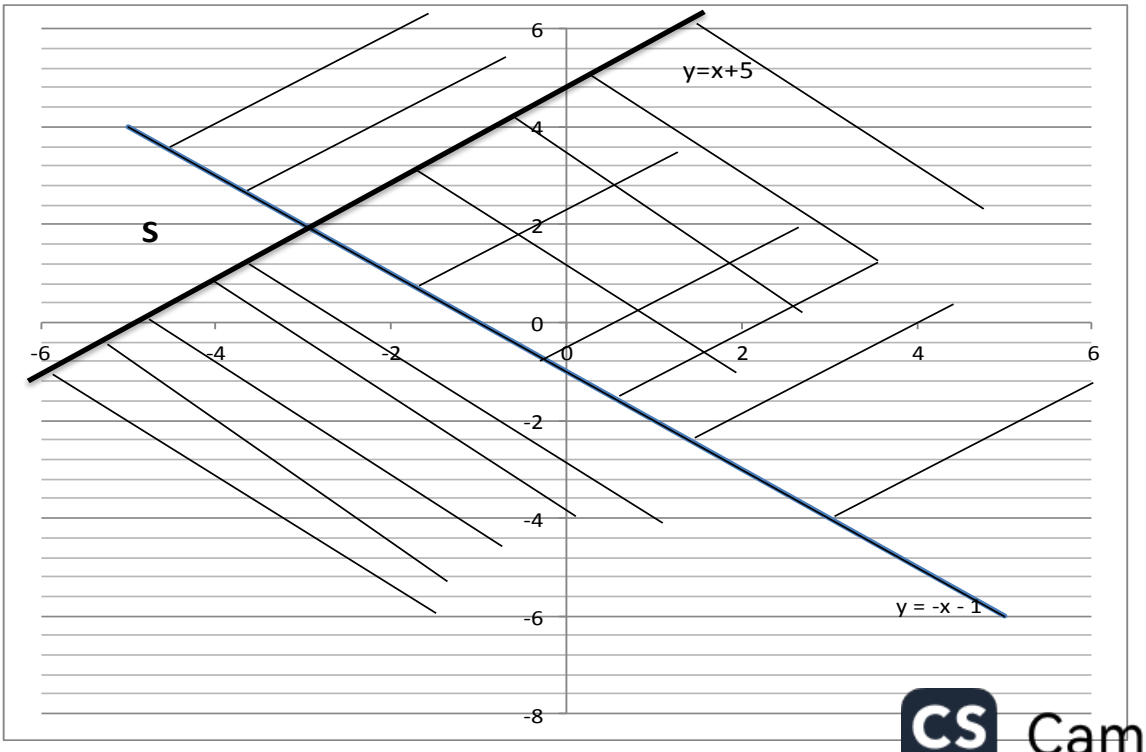
Je résous graphiquement

$$\begin{cases} x + y + 1 < 0 \\ -x + y - 5 > 0 \end{cases}$$

$PosonsE_1$: $x + y + 1 = 0$; Je trouve deux couples solution puis je trace une droite qui passe par ces points (0 ;-1) ;(-1 ;0)

$PosonsE_2$: $-x + y - 5 = 0$;Je trouve deux couples solution puis je trace une droite qui passe par ces points (0 ;5) ;(-5 ;0)

Je représente les droites E_1 et E_2 dans le repère $(\vec{o}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ puis hachurons les parties non solutions

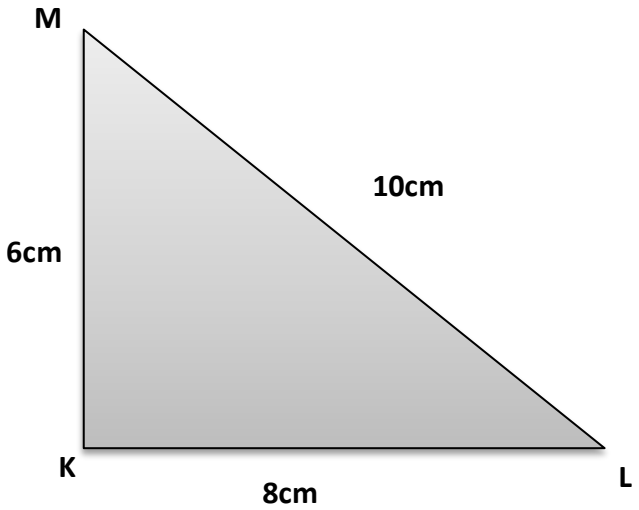


CamScanner

II. Géométrie :

Exercice 1:

1) Je construire le triangle KLM rectangle en K



2) Je calcule KM, $cos\vec{M}$ *et* $sin\vec{M}$

$LM^2 = KL^2 + KM^2$

$KM^2 = LM^2 - KL^2 \Rightarrow KM^2 = (10)^2 - (8)^2 = 100 - 64 = 36$

$KM = 6cm$

$$cos\vec{M} = \frac{KM}{LM} = \frac{6}{10} = 0{,}6 \Leftrightarrow cos\vec{M} = 0{,}6$$

$$sin\vec{M} = \frac{KL}{LM} = \frac{8}{10} = 0{,}8 \Leftrightarrow sin\vec{M} = 0{,}8$$

3) Je démontre que $cos^2\vec{M} + sin^2\vec{M} = 1$

$cos\vec{M} = 0{,}6$ et $sin\vec{M} = 0{,}8$

$cos^2\vec{M} = (0{,}6)^2 = 0{,}36 \Leftrightarrow cos^2\vec{M} = 0{,}36$

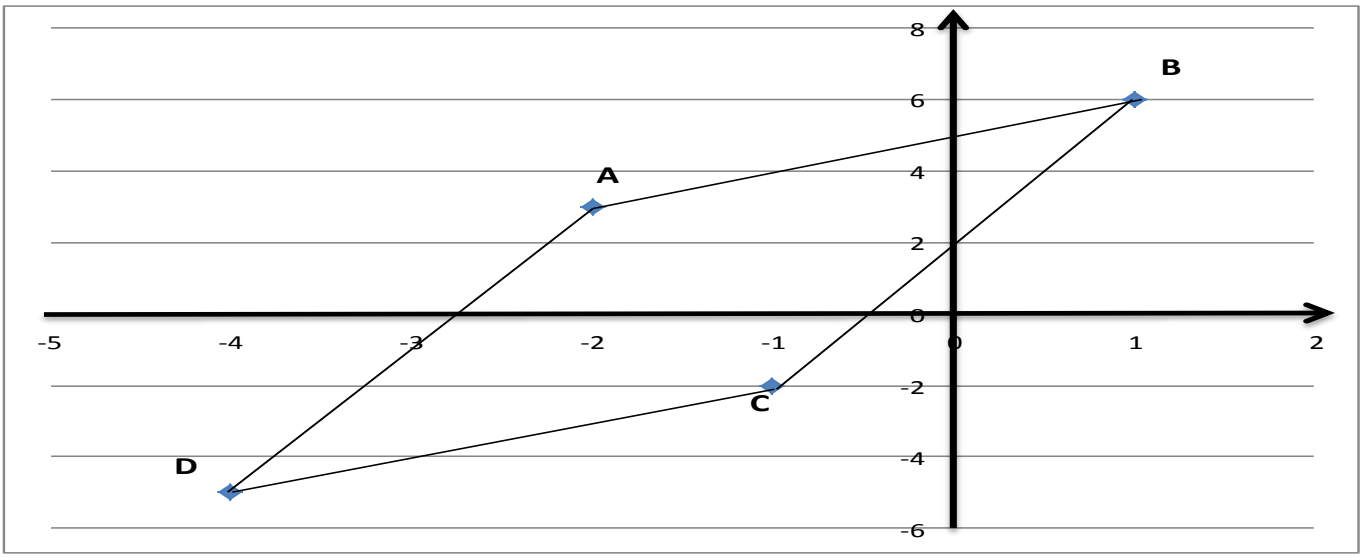
$sin^2\vec{M} = (0{,}8)^2 = 0{,}64 \Leftrightarrow sin^2\vec{M} = 0{,}64$

$cos^2\vec{M} + sin^2\vec{M} = 0{,}36 + 0{,}64 = 1 \Leftrightarrow cos^2\vec{M} + sin^2\vec{M} = 1$

CamScanner

Exercice 2:

a)



b) Coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1+2\\6-3\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}-1+4\\-2+5\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 3\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{DC} = 3\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc ABCD est un parallélogramme.

c) Milieu de $[AC]$

$I\left(-\frac{3}{2}\ ;\ \frac{1}{2}\right)$

d) Equation de (BC)

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-2\\-8\end{pmatrix}$

Soit $M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \in (BC)$; $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix}x-1\\y-6\end{pmatrix}$

$-8(x-1) = -2(y-6)$

$-8x + 8 = -2y + 12$

$(BC): -8x + 2y = 4$

$(BC): 4x - y = -2$

CamScanner

COMPOSITIONS DU DEUXIEME TRIMESTRE 2014-2015

I. Algèbre :

Exercice 1 :

On donne l'application $\boldsymbol{g}$ définie dans $\mathbb{R}$ par : $\boldsymbol{g(x) = ax + b}$ ou $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ sont des réels.

1) Détermine $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ sachant que $\boldsymbol{g(1) = 1}$ et $\boldsymbol{g(-1) = -9.}$
2) Ecris alors $\boldsymbol{g(x).}$
3) Résous dans $\mathbb{R}$: $\boldsymbol{2.g(x) = -3}$; $\boldsymbol{g(x) \leq 0}$.

Exercice 2 :

On désigne par **A** l'ensemble des réels $(\boldsymbol{x}\,;\boldsymbol{y})$ solutions de l'équation $\boldsymbol{4x - 3y = 5}$:

a) Soit $\boldsymbol{F} = \{(\boldsymbol{2}\,;\boldsymbol{1}), (\boldsymbol{3}\,;\boldsymbol{2}), (\boldsymbol{1}\,;\boldsymbol{-3}), \left(\frac{\boldsymbol{5}}{\boldsymbol{4}}\,;\boldsymbol{0}\right)\}$. Quels sont les couples de $\boldsymbol{F}$ qui sont éléments de **A** ?

b) Calcule le réel $\boldsymbol{x}$ pour que $(\boldsymbol{x}\,;\boldsymbol{-2})$ soit élément de **A**.

Exercice 3 :

La somme de deux nombre naturels est **925**, si on divise le plus grand par le plus petit, le quotient est **6** et le reste est **50**. Calcule ces deux nombres.

Exercice 4 :

Résous graphiquement le système d'inéquations suivant ;

$$\begin{cases} \boldsymbol{x + y + 1 < 0} \\ \boldsymbol{-x + y - 5 > 0} \end{cases}$$

II. Géométrie :

Exercice 1 :

1) Construis un triangle **KLM** rectangle en **K** sachant que **KL = 8cm** et **LM = 10cm** ;
2) Calcule **KM**, $\boldsymbol{cos\widehat{M}}$ *et* $\boldsymbol{sin\widehat{M}}$;
3) Démontre que $\boldsymbol{cos^2\widehat{M} + sin^2\widehat{M} = 1}$

Exercice 2 :

Dans le plan rapporté à un repère cartésien $(\vec{\boldsymbol{o}}, \vec{\boldsymbol{\imath}}, \vec{\boldsymbol{\jmath}})$ on donne les points **E, F, G** définie par :

$\overrightarrow{\boldsymbol{OE}} = \boldsymbol{3\vec{\imath}}$; $\overrightarrow{\boldsymbol{OF}} = \boldsymbol{4\vec{\jmath}}$ *et* $\overrightarrow{\boldsymbol{OG}} = \vec{\boldsymbol{\imath}} + \vec{\boldsymbol{\jmath}}$

1) Détermine les coordonnées des points **E, F, G** puis place-les dans le repère.
2) Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\boldsymbol{EF}}$ *et* $\overrightarrow{\boldsymbol{FG}}$.
3) Calcule les coordonnées du points **A** milieu du segment $[\boldsymbol{EG}]$**.**
4) Calcule les coordonnées du point **H** tel que **(E, F, H, G)** soit un parallélogramme.
5) Détermine une équation de la droite **(EF)**.

CamScanner

REPONSE COMPOSITIONS DU DEUXIEME TRIMEST 2014-2015

I. Algèbre :

Exercice 1 :

1) Détermination de a et b : $g(x) = ax + b$

$g(1) = 1 \Rightarrow a + b = 1$

$g(-1) = -9 \Rightarrow -a + b = -9$

$\begin{cases} a + b = 1 \\ -a + b = -9 \end{cases} \Rightarrow 2b = -8 \Rightarrow b = -\frac{8}{2} \Leftrightarrow b = -4$

$a + b = 1 \Leftrightarrow a - 4 = 1 \Rightarrow a = 1 + 4 = 5 \Leftrightarrow a = 5$

2) Donc : $g(x) = 5x - 4$

3) Résolvons :

$2.\ g(x) = -3 \Rightarrow 2(5x - 4) = -3 \Leftrightarrow 10x - 8 = -3 \Rightarrow 10x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{10}$

$x = \frac{1}{2}\ ; \quad S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

$g(x) \leq 0 \Leftrightarrow 5x - 4 \leq 0 \Rightarrow 5x \leq 4 \Rightarrow x \leq \frac{4}{5}$

$S = \left\{x \ \ /x \in \mathbb{R}; x \leq \frac{4}{5}\right\}$

Exercice 2 :

a) Les couples solutions de l'équation $4x - 3y = 5$ sont :

Je vérifie avec :

$(2\ ;1) \Rightarrow 2 \times 4 - 3 \times 1 = 5 \Rightarrow 8 - 3 = 5$ Vrais

$(3\ ;2) \Rightarrow 3 \times 4 - 3 \times 2 = 5 \Rightarrow 12 - 6 = 5 \Rightarrow 6 = 5$ Faux

$(1\ ;-3) \Rightarrow 4 \times 1 + 3 \times 3 = 5 \Rightarrow 4 + 9 = 13 = 5$ Faux

$\left(\frac{5}{4}\ ;0\right) \Rightarrow 4 \times \frac{5}{4} + 0 = 5 \Rightarrow 5 = 5$ Vrais

Donc les couples solution sont

$S = \left\{(2\ ;1), \left(\frac{5}{4}\ ;0\right)\right\}$

b) Calcule de x pour que $(x\ ;-2) \in A$

$4x - 3(-2) = 5 \Rightarrow 4x + 6 = 5 \ \Rightarrow 4x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$

Exercice 3 :

Soient x et y ces deux nombres, sachant que $x > y$

$x + y = 925\ ; x = 6y + 50$

$\begin{cases} x + y = 925 \\ x = 6y + 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 925 \\ x - 6y = 50 \end{cases}$

Eliminons x

$1 \begin{cases} x + y = 925 \\ x - 6y = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 925 \\ -x + 6y = -50 \end{cases}$

CamScanner

$$\begin{cases} x+y=925 \\ -x+6y=-50 \end{cases}$$
$$0x+7y=875$$

$7y = 875 \Rightarrow y = \frac{875}{7} = 125$

$y = 125$

Remplaçons y par sa valeur dans $E_1 : x + y = 925$

$x + y = 925 \Rightarrow x + 125 = 925 \Rightarrow x = 925 - 125 = 800$

$x = 800$

Exercice 4 :

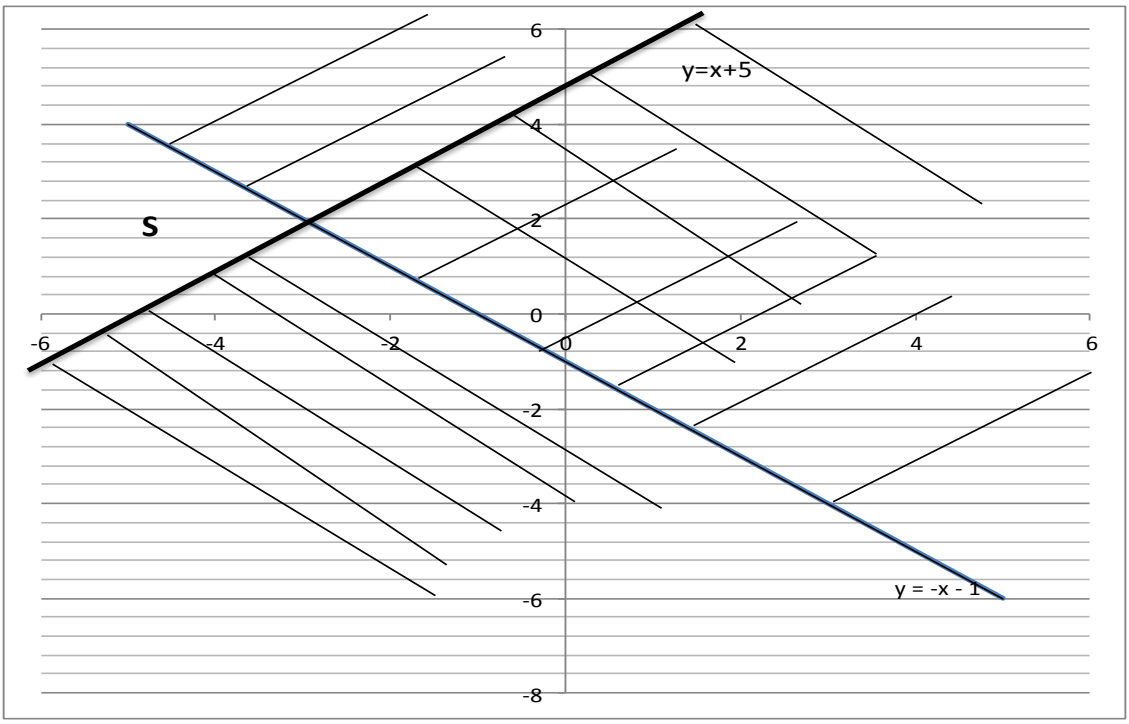
Je résous graphiquement

$$\begin{cases} x+y+1<0 \\ -x+y-5>0 \end{cases}$$

$PosonsE_1$: $x + y + 1 = 0$; Je trouve deux couples solution puis je trace une droite qui passe par ces points (0 ;-1) ;(-1 ;0)

$PosonsE_2$: $-x + y - 5 = 0$;Je trouve deux couples solution puis je trace une droite qui passe par ces points (0 ;5) ;(-5 ;0)

Je représente les droites E_1 et E_2 dans le repère $(\vec{o}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ puis hachurons les parties non solutions

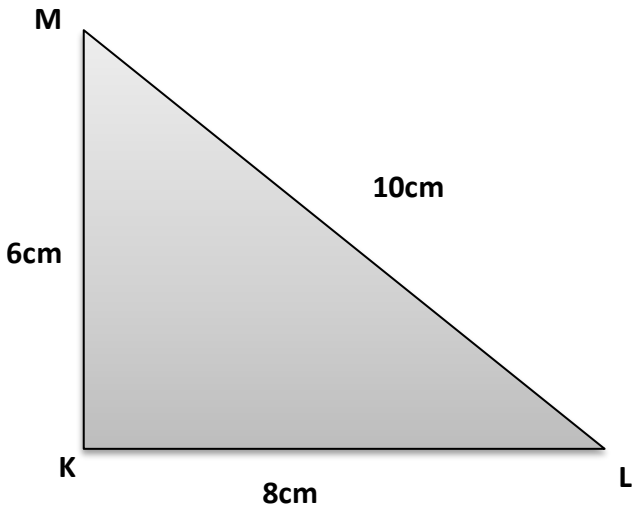


CamScanner

II. Géométrie :

Exercice 1 :

4) Je construire le triangle KLM rectangle en K



5) Je calcule KM, $cos\vec{M}$ et $sin\vec{M}$

$LM^2 = KL^2 + KM^2$

$KM^2 = LM^2 - KL^2 \Rightarrow KM^2 = (10)^2 - (8)^2 = 100 - 64 = 36$

$KM = 6cm$

$$cos\vec{M} = \frac{KM}{LM} = \frac{6}{10} = 0{,}6 \Leftrightarrow cos\vec{M} = 0{,}6$$

$$sin\vec{M} = \frac{KL}{LM} = \frac{8}{10} = 0{,}8 \Leftrightarrow sin\vec{M} = 0{,}8$$

6) Je démontre que $cos^2\vec{M} + sin^2\vec{M} = 1$

$cos\vec{M} = 0{,}6$ et $sin\vec{M} = 0{,}8$

$cos^2\vec{M} = (0{,}6)^2 = 0{,}36 \Leftrightarrow cos^2\vec{M} = 0{,}36$

$sin^2\vec{M} = (0{,}8)^2 = 0{,}64 \Leftrightarrow sin^2\vec{M} = 0{,}64$

$cos^2\vec{M} + sin^2\vec{M} = 0{,}36 + 0{,}64 = 1 \Leftrightarrow cos^2\vec{M} + sin^2\vec{M} = 1$

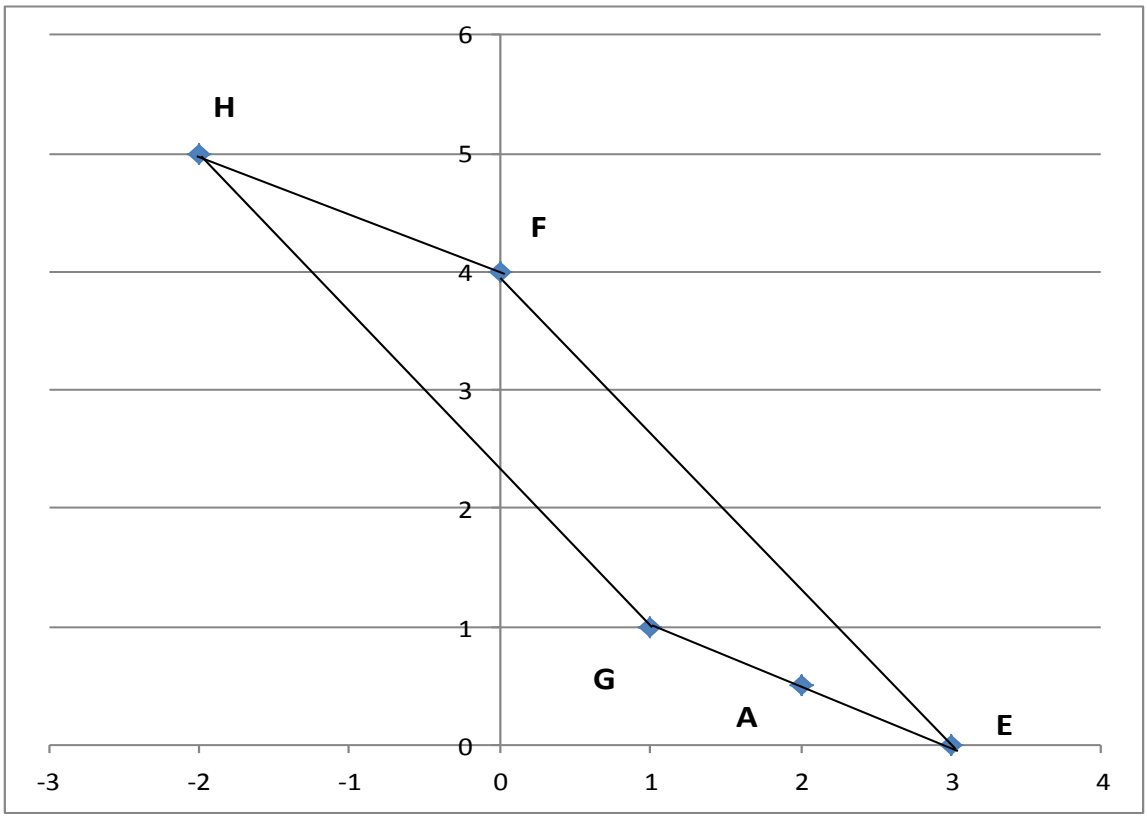
CamScanner

Exercice 2 :

1) Déterminons les coordonnées des points E, F, G et leurs placer dans le repère $(\vec{o},\vec{\imath},\vec{\jmath})$

$\overrightarrow{OE} = 3\vec{\imath};\ \overrightarrow{OF} = 4\vec{\jmath}\ et\ \overrightarrow{OG} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}$

$E(3\,;0),\qquad F(0\,;4),\quad G(1\,;1)$



2) Calcule des coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EF}\ et\ \overrightarrow{FG}$

$\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}0-3\\4-0\end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}\ ;\quad \overrightarrow{FG}\begin{pmatrix}1-0\\1-4\end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{FG}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$

3) Calcule du coordonnée du point À milieu du segment $[EG]$

$$A\begin{vmatrix} x_A = \dfrac{3+1}{2} = \dfrac{4}{2} = 2 \\ y_A = \dfrac{1}{2}\end{vmatrix} \qquad A\begin{pmatrix}2\\\dfrac{1}{2}\end{pmatrix}$$

4) Calcule du coordonnée du point H tel que (E, F, H, G) soit un parallélogramme

$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GH} \Rightarrow \begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x_H - 1\\y_H - 1\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}x_H - 1 = -3\\y_H - 1 = 4\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}x_H = -2\\y_H = 5\end{pmatrix}$

$H\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$

5) Déterminons l'équation de la droite (EF) : soit $M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \in (EF)$

$\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix};\ \overrightarrow{EM}\begin{pmatrix}x-3\\y\end{pmatrix} \Rightarrow 4(x-3) = -3(y) \Rightarrow 4x - 12 = -3y \Rightarrow$

$4x + 3y = 12\ ;\qquad (EF) : 4x + 3y = 12$

CamScanner

COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMESTRE 2009-2010

I. Algèbre :

Exercice 1 :

1) On considère l'application de $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définie par :
   $\boldsymbol{T(x) = x^2 - x - 6}$, si $\boldsymbol{x}$ est un réel quelconque :
   a) Calcule $\boldsymbol{T(-2); T(3); T(\sqrt{2})}$
   b) Peut-on dire $\boldsymbol{T}$ est une bijection ?
2) On considère les fonctions polynômes $\boldsymbol{f}$ et $\boldsymbol{g}$ de $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définie par :
   $\boldsymbol{f(x) = (x+2)(x+4) - 3(x-1)(2x+4)}$ et
   $\boldsymbol{g(x) = (2x+3)^2 - (x-1)^2}$
   a) Mets $\boldsymbol{f(x)}$ et $\boldsymbol{g(x)}$ sous forme de produit de facteur du 1er degré.
   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :
   $\boldsymbol{f(x) = 0 \; ; f(x) = 28 \; ; f(x) = g(x)}$
   c) Soit la fonction rationnelle définie par :
   $$\boldsymbol{h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}}$$
   Détermine l'ensemble de définition de $\boldsymbol{h}$ puis simplifie $\boldsymbol{h(x)}$.

II. Géométrie :

Construis un triangle isocèle **ABC (AB = AC)**, sachant que la hauteur $[\boldsymbol{CH}]$ a
Pour longueur **3,4cm** et le segment $[\boldsymbol{BH}] = \boldsymbol{1,6cm}$.

a) Calcule la longueur **BC**
b) Calcule $\boldsymbol{cos\widehat{B}}$ et en déduis **AB** et **AC**
c) Calcule la longueur de la hauteur $[\boldsymbol{AH}]$

CamScanner

COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMESTRE 2014-2015

I. Algèbre :

On considère les application $\boldsymbol{f}$ *et* $\boldsymbol{g}$ de $\mathbb{R}$ définie par :

$\boldsymbol{f(x) = (2x+3)^2 - (x+6)^2}$ et $\boldsymbol{g(x) = (x+3)(5-x) + (2x+6)}$

1) Développe, réduis puis ordonne $\boldsymbol{f(x)}$ et $\boldsymbol{g(x)}$ suivant les puissances décroissantes de $\boldsymbol{x}$
2) Met $\boldsymbol{f(x)}$ et $\boldsymbol{g(x)}$ sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.
3) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $\boldsymbol{f(x) = 0}$; $\boldsymbol{g(x) = 21}$; $\boldsymbol{f(x) = g(x)}$
4) Résous dans $\mathbb{R}$ puis interprète graphiquement l'ensemble solution de l'inéquation : $\boldsymbol{(x+3)(7-x) \geq 0}$
5) Soit la fonction rationnelle :

   $$\boldsymbol{h(x) = \frac{3g(x)}{f(x)}}$$

   a) Détermine l'ensemble de définition de $\boldsymbol{h}$ dans $\mathbb{R}$ puis simplifie $\boldsymbol{h(x)}$.
   b) Résous dans $\mathbb{R}$ $\boldsymbol{h(x)}$, simplifie les équations suivantes :
   $\boldsymbol{h(x) = 0}$; $\boldsymbol{h(x) = 1}$

II. Géométrie :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$ on donne les points définis par :

$\boldsymbol{\overrightarrow{OA} = 4\vec{i} + 2\vec{j}}$; $\boldsymbol{\overrightarrow{OB} = 2\vec{i} + 6\vec{j}}$; $\boldsymbol{\overrightarrow{OC} = -\vec{i} - 3\vec{j}}$

1) Place ces points dans le repère et trace les droites $\boldsymbol{D_1}$ et $\boldsymbol{D_2}$ médiatrices des segments $[\boldsymbol{AB}]$ et $[\boldsymbol{AC}]$
2) Trouve une équation des droites $\boldsymbol{D_1}$ et $\boldsymbol{D_2}$ puis détermine les coordonnées de leur point d'intersection **S**.
3) Montre que le point **S** appartient à la médiatrice du segment $[\boldsymbol{BC}]$.
4) Trace le cercle circonscrit au triangle **ABC** et calcule son rayon.

CamScanner

REPONSE COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMES 2014-2015

I. Algèbre :

1) Je développe et réduis puis j'ordonne $f(x)$ et $g(x)$ suivant les puissances décroissantes de x :

$f(x) = (2x+3)^2 - (x+6)^2$ et $g(x) = (x+3)(5-x) + (2x+6)$

$f(x) = (2x+3)^2 - (x+6)^2 = (4x^2 + 12x + 9) - (x^2 + 12x + 36)$

$= 4x^2 + 12x + 9 - x^2 - 12x - 36 = 3x^2 - 27$

$f(x) = 3x^2 - 27$

$g(x) = (x+3)(5-x) + (2x+6) = (5x - x^2 + 15 - 3x) + 2x + 6$

$= 5x - x^2 + 15 - 3x + 2x + 6 = -x^2 + 4x + 21$

$g(x) = -x^2 + 4x + 21$

2) Je met $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré :

$f(x) = (2x+3)^2 - (x+6)^2 = [(2x+3) - (x+6)][(2x+3) + (x+6)]$

$= (2x+3-x-6)(2x+3+x+6) = (x-3)(3x+9)$

$f(x) = (x-3)(3x+9)$

$g(x) = (x+3)(5-x) + (2x+6) = (x+3)(5-x) + 2(x+3) = (x+3)[(5-x)+2]$

$= (x+3)(5-x+2] = (x+3)(-x+7)$

$g(x) = (x+3)(-x+7)$

3) Je résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $f(x) = 0$; $g(x) = 21$; $f(x) = g(x)$:

$f(x) = 0$

$f(x) = (x-3)(3x+9) = 0 \Rightarrow x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$; $ou: 3x + 9 = 0 \Rightarrow x = -3$

$S = \{x \,/ x \in \mathbb{R}, x = -3 \,; x = 3\}$

$S = \{-3; 3\}$

$g(x) = 21$

$g(x) = -x^2 + 4x + 21 = 21 \Rightarrow -x^2 + 4x = 0 \Rightarrow -x(x-4) = 0 \Rightarrow x = 0$; $ou: x - 4 = 0$

$\Rightarrow x = 4$

$S = \{x \,/ x \in \mathbb{R}, x = 0 \,; x = 4\}$

$S = \{0; 4\}$

$f(x) = g(x)$ ou $f(x) = (x-3)(3x+9)$ et $g(x) = (x+3)(-x+7)$

$(x-3)(3x+9) = (x+3)(-x+7) \Rightarrow 3(x-3)(x+3) = (x+3)(-x+7) \Rightarrow 3(x-3)$

$= (-x+7) \Rightarrow 3x - 9 = -x + 7 \Rightarrow 4x = 16 \Rightarrow$

$x = 4$

$S = \{x \,/ x \in \mathbb{R}, x = 4\}$

$S = \{4\}$

CamScanner

4) Résous dans $\mathbb{R}$ puis interprète graphiquement l'ensemble solution de l'inéquation :

$(x+3)(7-x) \geq 0$

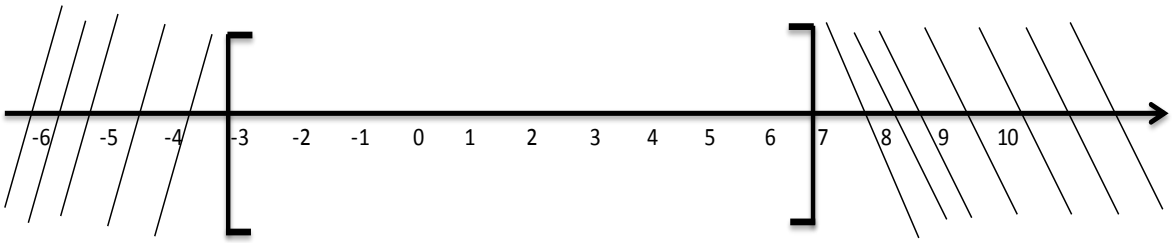
$(x+3)(7-x) \geq 0 \Rightarrow x+3 \geq 0 \; ; et : \; 7-x \geq 0$

$x+3 \geq 0 \;\; \Rightarrow x \geq -3$

$7-x \geq 0 \Rightarrow -x \geq -7 \Rightarrow x \leq 7$

$S = \{x \,/ x \in \mathbb{R}, x \geq -3 \; ; \; x \leq 7\}$

$S = -3 \leq x \leq 7$



5) Soit la fonction rationnelle :

$$h(x) = \frac{3g(x)}{f(x)}$$

c) Je détermine l'ensemble de définition de h dans $\mathbb{R}$ puis je simplifie $h(x)$

$h(x)$ est définit si et seulement si $f(x) \neq 0$

$f(x) = (x-3)(3x+9) \neq 0 \Rightarrow x-3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 3 \; ; ou : 3x+9 \neq 0 \Rightarrow x \neq -3$

$S = \{x \,/ x \in \mathbb{R}, x \neq -3 \; ; x \neq 3\}$

$S = \mathbb{R}\_\{-3; 3\}$

$$h(x) = \frac{3g(x)}{f(x)} = \frac{3(x+3)(-x+7)}{(x-3)(3x+9)} = \frac{-x+7}{x-3}$$

$$h(x) = \frac{-x+7}{x-3} = \frac{7-x}{x-3}$$

$$h(x) = \frac{7-x}{x-3}$$

d) Je résous dans $\mathbb{R}$ $h(x)$, simplifie les équations suivantes :

$h(x) = 0 \; ; h(x) = 1$

$$h(x) = 0 \Rightarrow \frac{7-x}{x-3} = 0 \Rightarrow 7-x = 0 \Rightarrow x = 7$$

$S = \{x \,/ x \in \mathbb{R}, x = 7\}$

$S = \{7\}$

$$h(x) = 1 \Rightarrow \frac{7-x}{x-3} = 1 \Rightarrow 7-x = x-3 \Rightarrow -2x = -10 \Rightarrow x = 5$$

$S = \{x \,/ x \in \mathbb{R}, x = 5\}$

$S = \{5\}$

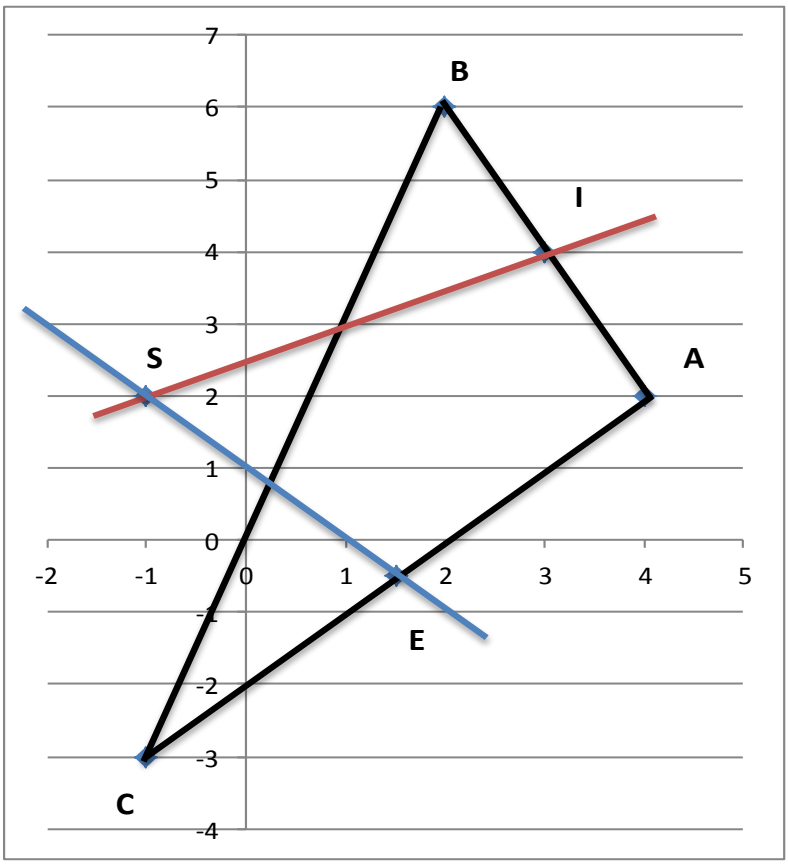
CamScanner

II. Géométrie :

1) Je place ces points dans le repère et je trace les droites D_1 et D_2 médiatrices des segments $[AB]$ et $[AC]$

$\overrightarrow{OA} = 4\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OB} = 2\vec{\imath} + 6\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OC} = -\vec{\imath} - 3\vec{\jmath}$

$A(4;2); B(2;6); C(-1;\ -3)$



2) Je trouve les équations des droites D_1 et D_2 :

Soit I et E milieu respective des segments $[AB]$ et $[AC]$

$$I\begin{vmatrix}\frac{x_A + x_B}{2} = \frac{4+2}{2} = 3 \\ \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2+6}{2} = 4\end{vmatrix} ;\ I(3;4)$$

$$E\begin{vmatrix}\frac{x_A + x_C}{2} = \frac{4-1}{2} = \frac{3}{2} \\ \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{2-3}{2} = -\frac{1}{2}\end{vmatrix} ;\ E(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$$

$$\overrightarrow{AB}\begin{vmatrix}x_B - x_A = 2 - 4 = -2 \\ y_B - y_A = 6 - 2 = 4\end{vmatrix} ;\ \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC}\begin{vmatrix}x_C - x_A = -1 - 4 = -5 \\ y_C - y_A = -3 - 2 = -5\end{vmatrix} ;\ \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-5\\-5\end{pmatrix}$$

CamScanner

- Equation de D_1 médiatrice du segment $[AB]$:

Soit $M(x;y) \in D_1$ médiatrice du segment $[AB]$

$\overrightarrow{IM}\begin{vmatrix} x_M - x_I = x-3 \\ y_M - y_I = y-4 \end{vmatrix}$; $\overrightarrow{IM}\begin{pmatrix} x-3 \\ y-4 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{IM} \perp \overrightarrow{AB}$

$-2(x-3)+4(y-4)=0 \Rightarrow -2x+6+4y-16=0 \Rightarrow -2x+4y=10 \Rightarrow -x+2y=5$

$(D_1) : -x+2y=5$

- Equation de D_2 médiatrice du segment $[AC]$:

Soit $N(x;y) \in D_2$ médiatrice du segment $[AC]$

$\overrightarrow{EN}\begin{vmatrix} x_N - x_E = x-\frac{3}{2} \\ y_N - y_E = y+\frac{1}{2} \end{vmatrix}$; $\overrightarrow{EN}\begin{pmatrix} x-\frac{3}{2} \\ y+\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{EN} \perp \overrightarrow{AC}$

$-5\left(x-\frac{3}{2}\right)-5\left(y+\frac{1}{2}\right)=0 \Rightarrow -5x+\frac{15}{2}-5y-\frac{5}{2}=0 \Rightarrow -10x+15-10y-5=0$

$\Rightarrow -10x-10y=-10 \Rightarrow x+y=1$

$(D_2) : x+y=1$

Je détermine les coordonnées de leur point d'intersection S

$\begin{cases} -x+2y=5 \\ x+y=1 \end{cases}$

J'élimine x

$\begin{cases} -x+2y=5 \\ x+y=1 \end{cases} \Rightarrow 3y=6 \Rightarrow y=2$

$y=2$

Je remplace y par sa valeur dans l'équation: $x+y=1$

$x+2=1 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow$

$x=-1$

$S(-1;2)$

3) Je montre que le point S appartient à la médiatrice du segment $[BC]$

Je détermine l'équation D_3 de la médiatrice du segment $[BC]$

$\overrightarrow{BC}\begin{vmatrix} x_C - x_B = -1-2=-3 \\ y_C - y_B = -3-6=-9 \end{vmatrix}$; $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -3 \\ -9 \end{pmatrix}$

Soit H le milieu u segment $[BC]$

$H\begin{vmatrix} \frac{x_B+x_C}{2} = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2} \\ \frac{y_B+y_C}{2} = \frac{6-3}{2} = \frac{3}{2} \end{vmatrix}$; $H\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$

Soit $P(x;y) \in D_3$ médiatrice du segment $[BC]$

CamScanner

$\overrightarrow{HP}\begin{vmatrix} x_P - x_H = x - \frac{1}{2} \\ y_P - y_H = y - \frac{3}{2} \end{vmatrix}$; $\overrightarrow{HP}\begin{pmatrix} x - \frac{1}{2} \\ y - \frac{3}{2} \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{HP} \perp \overrightarrow{BC}$

$-3\left(x - \frac{1}{2}\right) - 9\left(y - \frac{3}{2}\right) = 0 \Rightarrow -3x + \frac{3}{2} - 9y + \frac{27}{2} = 0 \Rightarrow -6x + 3 - 18y + 27 = 0$

$\Rightarrow -6x - 18y = -30 \Rightarrow$

$-x - 3y = -5 \Rightarrow x + 3y = 5$

$(D_3): x + 3y = 5$

Pour que la médiatrice du segment $[BC]$ passe par le point $S(-1; 2)$

donc les coordonnées de ce point S doivent vérifie l'équation de la médiatrice

$(D_3): x + 3y = 5$

$-1 + 3(2) = 5 \Leftrightarrow -1 + 6 = 5 \Leftrightarrow 5 = 5$

Donc la médiatrice du segment $[BC]$ passe par $S(-1; 2)$

4) Je trace le cercle circonscrit au triangle ABC et calcule son rayon

Soit R le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC :

$R = d(S, A) = \sqrt{(x_A - x_S)^2 + (y_A - y_S)^2} = \sqrt{(4 + 1)^2 + (2 - 2)^2} = \sqrt{25 + 0} = \sqrt{25} = 5$

$R = 5$

CamScanner

COMPOSITIONS DU DEUXIEME TRIMESTRE 2015-2016

I. Algèbre :

Exercice 1 :

Résous algébriquement et graphiquement les systèmes d'équations suivants :

a) $\begin{cases} y = -\frac{3}{4}x + 2,5 \\ x = y + 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x - 1 < 3x + 1 \\ -6x + 2 \leq 7(1 - x) \end{cases}$

Exercice 2 :

Le Directeur National de la circulation routière en s'exprimant devant l'Assemblée Nationale dit « en 2009, il y a eu 132 accidents de motos et de voitures dans la ville de Bamako dont 360 pneus. Quel est le nombre de motos et le nombre de voitures ayant provoqué des accidents ? »

Exercice 3 :

a et *b* étant deux réels, soit l'application affine définie par $f(x) = ax + b$.

c) Détermine *a* et *b* sachant que $f\left(\frac{1}{2}\right) = -2$ et $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -4$.

d) Ecris alors $f(x)$.

II. Géométrie :

Exercice 1 :

Construis un triangle **AOC** tel que : $AO = 2,5cm$; $AC = 6cm$ *et* $OC = 6,5cm$.

a) Démontre que le triangle **AOC** est rectangle.

b) Soit **H** le pied de la hauteur issue de **A** ; calcule **OH ; AH ;** $cos\widehat{O}$ *et* $sin\widehat{O}$.

Exercice 2 :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(\vec{o}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$; on donne les points $A(-2; 3); B(1 ; 6); C(-1; -2)$ *et* $D(-4; -5)$.

e) Place ces points dans ce repère.

f) Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ puis écris-les sous forme de composantes. En déduis la nature du quadrilatère $(ABCD)$.

g) Calcule les coordonnées de I milieu de$[AC]$.

h) Trouve une équation de la droite (BC).

CamScanner

REPONSE COMPOSITIONS DU DEUXIEME TRIMES 2015-2016

I. Algèbre :

Exercice 1 :

a) Je résous algébriquement :

$$\begin{cases} y = -\frac{3}{4}x + 2{,}5 \\ x = y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Eliminons y

$$1\,4\begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ 4x - 4y = 4 \end{cases} \Rightarrow 7x = 14 \Rightarrow x = \frac{14}{7} = 2$$

$x = 2$

Remplaçons x par sa valeur dans : $x - y = 1$

$x - y = 1 \Leftrightarrow 2 - y = 1 \Rightarrow -y = 1 - 2 \Rightarrow y = 1$

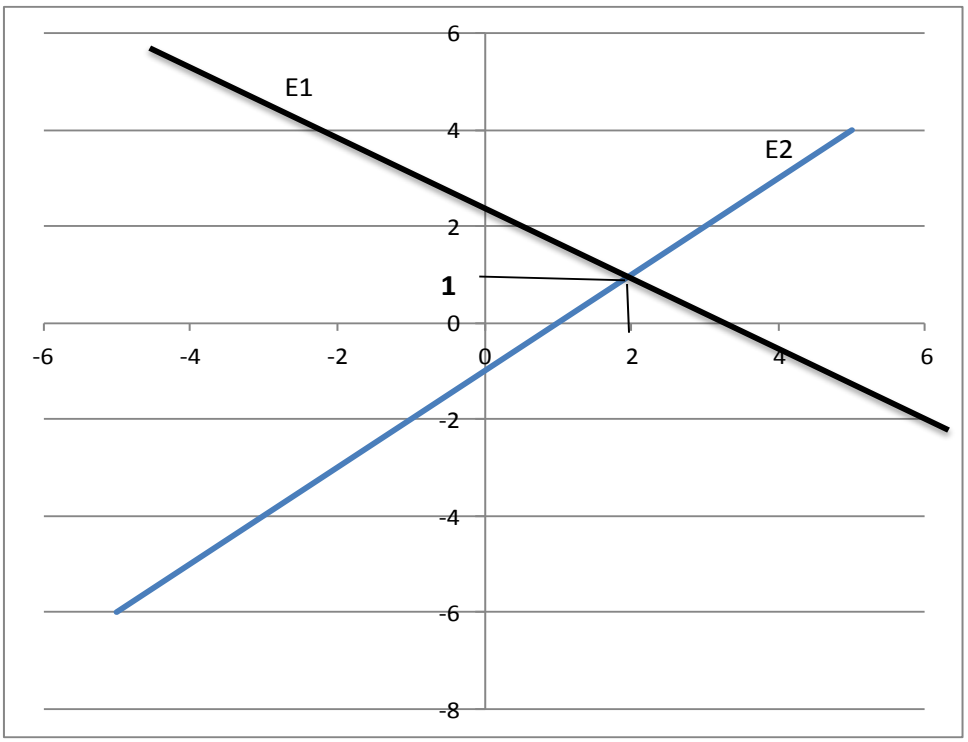
$y = 1$

$S = \{(2; 1)\}$

Je résous graphiquement :

$$\begin{cases} y = -\frac{3}{4}x + 2{,}5 \\ x = y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Je trace les droite d'équation $(E_1): 3x + 4y = 10$ et $(E_2): x - y = 1$ dans le repère $(\vec{o};\ \vec{\imath}; \vec{\jmath})$:



Donc la solution est l'intersection de ces deux droites de coordonnées $(2; 1)$

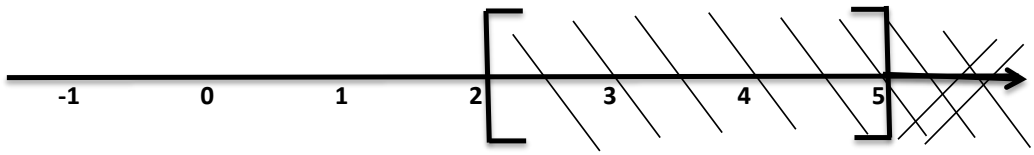
$S = \{(2; 1)\}$

CamScanner

b) $\begin{cases} 4x-1<3x+1 \\ -6x+2\leq 7(1-x) \end{cases}$

- $4x-1<3x+1 \Rightarrow 4x-3x<1+1 \Rightarrow x<2$
- $-6x+2\leq 7(1-x) \Rightarrow -6x+7x\leq -2+7 \Rightarrow x\leq 5$

$S=\{x/x\in\mathbb{R}; x<2; x\leq 5$



Exercice 2 :

Soit x le nombre de motos et y le nombre de voitures

$\begin{cases} x+y=132 \\ 2x+4y=360 \end{cases}$

Eliminons x

$\begin{matrix} -2 \\ 1 \end{matrix}\begin{cases} x+y=132 \\ 2x+4y=360 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x-2y=-264 \\ 2x+4y=360 \end{cases} \Rightarrow 2y=96 \Rightarrow y=\frac{96}{2}=48$

$y=48$

Remplaçons y par sa valeur dans : $x+y=132$

$x+48=132 \Rightarrow x=132-48=84$

$x=84$

Le nombre de motos est 84.

Le nombre de voitures est 48.

Exercice 3 :

c) Je trouve a et b :

$f(x)=ax+b;$ $\quad f\left(\frac{1}{2}\right)=-2 \Rightarrow a+2b=-4$

$\quad f\left(-\frac{1}{2}\right)=-4 \Rightarrow -a+2b=-8$

Je résous :

$$\frac{\begin{cases} a+2b=-4 \\ -a+2b=-8 \end{cases}}{4b=-12 \Rightarrow b=-\frac{12}{4}} ; b=-3$$

$a+2(-3)=-4 \Rightarrow a-6=-4 \Rightarrow a=2$

$a=2$

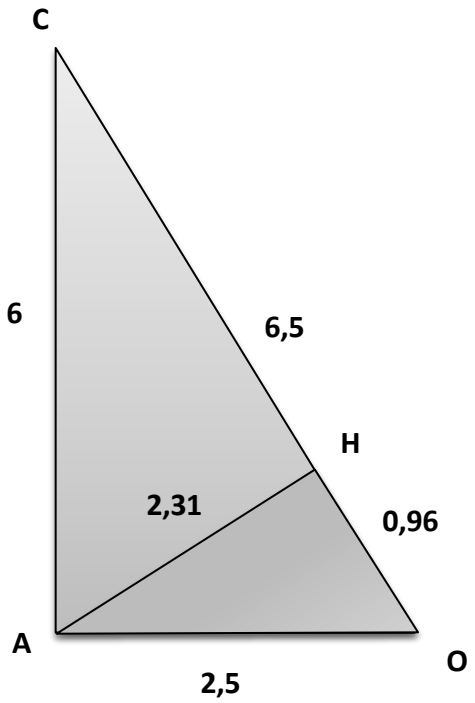
d) J'écris $f(x)$; $f(x)=2x-3$

CamScanner

II. Géométrie :

Exercice 1 :

Je construis le triangle AOC



a) Démontrons que AOC est un triangle rectangle :

$AO^2 = (2{,}5)^2 = 6{,}25$

$AC^2 = (6)^2 = 36$

$OC^2 = (6{,}5)^2 = 42{,}25$

6,25+36 = 42,25 ; c'est-à-dire que $AO^2 + AC^2 = OC^2$

Donc AOC est un triangle rectangle en A.

b) Sachant que AOC et HOA sont des triangle rectangle :

$\frac{AO}{OC} = \frac{OH}{AO} \Rightarrow OH = \frac{AO \times AO}{OC} = \frac{2{,}5 \times 2{,}5}{6{,}5} = \frac{6{,}25}{6{,}5} = 0{,}96$

$OH = 0{,}96cm$

$\frac{AC}{OC} = \frac{AH}{AO} \Rightarrow AH = \frac{AC \times AO}{OC} = \frac{6 \times 2{,}5}{6{,}5} = 2{,}31$

$AH = 2{,}31cm$

$cos\hat{O} = \frac{AO}{OC} = \frac{2{,}5}{6{,}5} = 0{,}385$

$cos\hat{O} = 0{,}385$

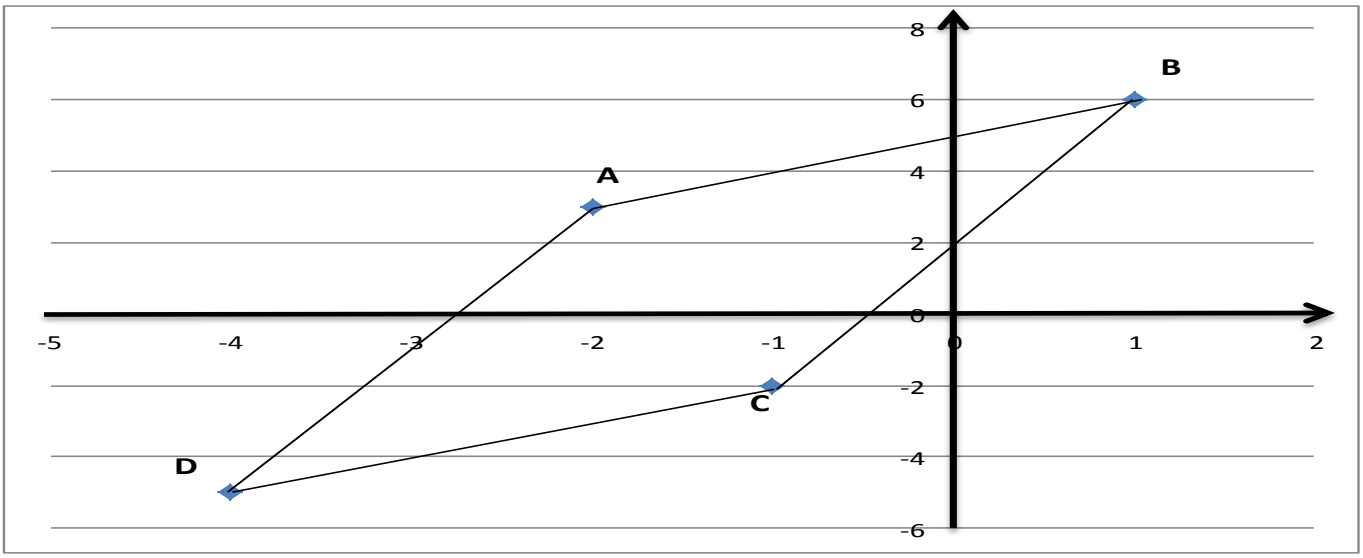
$sin\hat{O} = \frac{AC}{OC} = \frac{6}{6{,}5} = 0{,}923$

$sin\hat{O} = 0{,}923$

CamScanner

Exercice 2:

e)



f) Coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1+2\\6-3\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}-1+4\\-2+5\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 3\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{DC} = 3\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc ABCD est un parallélogramme.

g) Milieu de $[AC]$

$I\left(-\frac{3}{2}\ ;\ \frac{1}{2}\right)$

h) Equation de (BC)

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-2\\-8\end{pmatrix}$

Soit $M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \in (BC)$; $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix}x-1\\y-6\end{pmatrix}$

$-8(x-1) = -2(y-6)$

$-8x + 8 = -2y + 12$

$(BC): -8x + 2y = 4$

$(BC): 4x - y = -2$

CamScanner

COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMESTRE 2013-2014

Algèbre :

Exercice I :

On donne les expressions suivantes :

$\boldsymbol{A(x) = (3x-5)(2x-3) - (3x-5)(x+1)}$

$\boldsymbol{B(x) = \dfrac{36x^2 - 100}{4}}$

1) Développe, réduis et ordonne $\boldsymbol{A(x)}$ suivant les puissance décroissantes de $\boldsymbol{x}$
2) Mets $\boldsymbol{A(x)}$ et $\boldsymbol{B(x)}$ sous forme de produits de facteurs du premier degré.
3) On considère la fraction rationnelle :

   $\boldsymbol{Q(x) = \dfrac{3x^2 - 17x + 20}{B(x)}}$

   3.1) Trouve le domaine de définition de $\boldsymbol{Q(x)}$ dans $\mathbb{R}$.

   3.2) Ecris $\boldsymbol{Q(x)}$ sous la forme la plus simple.

   3.3) Calcule $\boldsymbol{Q(-1)}$; $\boldsymbol{Q(\sqrt{3})}$ et résous dans $\mathbb{R}$:

   $\boldsymbol{Q(x) = 0}$; $\boldsymbol{Q(x) = 1}$

Exercice II :

On définit le polynôme $\boldsymbol{P(x)}$ tel que :

$\boldsymbol{P(x) = x^2 + (a-b+3)x + 2a - 3b}$ ou $\boldsymbol{a}$ *et* $\boldsymbol{b}$ sont deux réels :

1) Trouve $\boldsymbol{a}$ *et* $\boldsymbol{b}$ sachant que $\boldsymbol{P(0) = 9}$ et $\boldsymbol{P(1) = 4}$
2) En remplaçant $\boldsymbol{a}$ *et* $\boldsymbol{b}$ par leur valeur ainsi trouvée, factorise le polynôme $\boldsymbol{P(x)}$.

Géométrie :

Exercice I :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $\boldsymbol{(\vec{o}; \vec{\imath}; \vec{\jmath})}$ place les points **A, B, C** et **D** définis par :

$\boldsymbol{\overrightarrow{OA} = 6\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}}$; $\boldsymbol{\overrightarrow{OB} = 3\vec{\imath} + 7\vec{\jmath}}$; $\boldsymbol{\overrightarrow{OC} = 12\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}}$; $\boldsymbol{\overrightarrow{OD} = 9\vec{\imath} + 7\vec{\jmath}}$

1) Montre que **C** est l'image de **A** par l'homothétie de centre **B** et de rapport **3**.
2) Calcule $\boldsymbol{d(A,B); d(A,D); d(B,D)}$. Quelle est la nature du triangle **ABD**.

Exercice II :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\boldsymbol{(\vec{o}; \vec{\imath}; \vec{\jmath})}$ on donne les points :

$\boldsymbol{A(4;2); B(2;6)}$ *et* $\boldsymbol{C(-1;\ -3)}$

1) Place ces points et trace les médiatrices $\boldsymbol{d}$ *et* $\boldsymbol{d'}$ des segments $\boldsymbol{[AB]}$ *et* $\boldsymbol{[AC]}$.
2) Trouve une équation de $\boldsymbol{d}$ et une équation de $\boldsymbol{d'}$ et détermine les coordonnées de **M** point d'intersection de $\boldsymbol{d}$ *et* $\boldsymbol{d'}$.

CamScanner

REPONSE COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMES 2013-2014

Algèbre :

Exercice I :

1) Je développe, réduis et ordonne $A(x)$ suivant les puissances décroissantes de x

$A(x) = (3x-5)(2x-3) - (3x-5)(x+1)$

$A(x) = (3x-5)(2x-3) - (3x-5)(x+1) \Rightarrow A(x)$

$= 6x^2 - 9x - 10x + 15 - 3x^2 - 3x + 5x + 5 = 3x^2 - 17x + 20$

$A(x) = 3x^2 - 17x + 20$

2) Je mets $A(x)$ et $B(x)$ sous forme de produits de facteurs du premier degré

$A(x) = (3x-5)(2x-3) - (3x-5)(x+1) \Rightarrow A(x)$

$= (3x-5)[(2x-3) - (x+1)] = (3x-5)(2x-3-x-1)$

$= (3x-5)(x-4)$

$A(x) = (3x-5)(x-4)$

$B(x) = \dfrac{36x^2 - 100}{4} \Rightarrow B(x) = \dfrac{(6x-10)(6x+10)}{4} = \dfrac{4(3x-5)(3x+5)}{4}$

$= (3x-5)(3x+5)$

$B(x) = (3x-5)(3x+5)$

3) La fraction rationnelle $Q(x)$

$Q(x) = \dfrac{3x^2 - 17x + 20}{B(x)}$

3.1) Trouve le domaine de définition de $Q(x)$ dans $\mathbb{R}$

$Q(x) = \dfrac{3x^2 - 17x + 20}{B(x)} = \dfrac{3x^2 - 17x + 20}{(3x-5)(3x+5)}$

$Q(x)$ est définit si et seulement si

$B(x) \neq 0 \Rightarrow (3x-5)(3x+5) \neq 0 \Rightarrow x \neq \dfrac{5}{3}\ ; ou\ x \neq -\dfrac{5}{3}$

$DQ = \{x\ /x \in \mathbb{R}, x \neq \dfrac{5}{3}\ ; ou\ x \neq -\dfrac{5}{3}\}$

$DQ = \mathbb{R}\_\{-\dfrac{5}{3}\ ;\ \dfrac{5}{3}\}$

3.2) J'écris $Q(x)$ sous la forme la plus simple

$Q(x) = \dfrac{3x^2 - 17x + 20}{B(x)} = \dfrac{A(x)}{B(x)} = \dfrac{(3x-5)(x-4)}{(3x-5)(3x+5)} = \dfrac{x-4}{3x+5}$

$Q(x) = \dfrac{x-4}{3x+5}$

3.3) Je calcule $Q(-1)\ ;\ Q(\sqrt{3})$:

$Q(-1) = \dfrac{-1-4}{3(-1)+5} = \dfrac{-5}{2}$

$Q(-1) = -\dfrac{5}{2}$

CamScanner

$$Q(\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}-4}{3\sqrt{3}+5} = \frac{(\sqrt{3}-4)(3\sqrt{3}-5)}{(3\sqrt{3}+5)(3\sqrt{3}-5)} = \frac{9-5\sqrt{3}-12\sqrt{3}+20}{27-25}$$

$$= \frac{-17\sqrt{3}+29}{2}$$

$$Q(\sqrt{3}) = \frac{-17\sqrt{3}+29}{2}$$

Je résous $Q(x) = 0$

$$Q(x) = 0 \Rightarrow \frac{x-4}{3x+5} = 0 \Rightarrow x-4 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$S = \{4\}$$

$$Q(x) = 1 \Rightarrow \frac{x-4}{3x+5} = 1 \Rightarrow x-4 = 3x+5 \Rightarrow -2x = 9 \Rightarrow x = -\frac{9}{2}$$

$$S = \{-\frac{9}{2}\}$$

Exercice II :

1) Je trouve a *et* b sachant que $P(0) = 9$ et $P(1) = 4$

$P(x) = x^2 + (a-b+3)x + 2a - 3b$

$P(0) = 9 \Leftrightarrow P(0) = 0 + 0 + 2a - 3b = 9 \Rightarrow 2a - 3b = 9$

$P(1) = 4 \Leftrightarrow P(1) = 1 + a - b + 3 + 2a - 3b = 4 \Rightarrow 4 + 3a - 4b = 4 \Rightarrow$

$3a - 4b = 0$

Donc je résous le système :

$\begin{cases} 2a - 3b = 9 \\ 3a - 4b = 0 \end{cases}$

J'élimine a

$$\begin{matrix} -3 \\ 2 \end{matrix} \begin{cases} 2a - 3b = 9 \\ 3a - 4b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6a + 9b = -27 \\ 6a - 8b = 0 \end{cases} \Rightarrow b = -27$$

$b = -27$

Je remplace b par sa valeur dans l'équation : $2a - 3b = 9$

$2a - 3(-27) = 9 \Rightarrow 2a + 81 = 9 \Rightarrow 2a = -72 \Rightarrow a = -36$

$a = -36$

2) Je factorise $P(x)$

$P(x) = x^2 + (-36 + 27 + 3)x - 72 + 81 \Rightarrow P(x) = x^2 - 6x + 9$

$P(x) = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow P(x) = (x-3)(x-3) = (x-3)^2$

$P(x) = (x-3)^2$

CamScanner

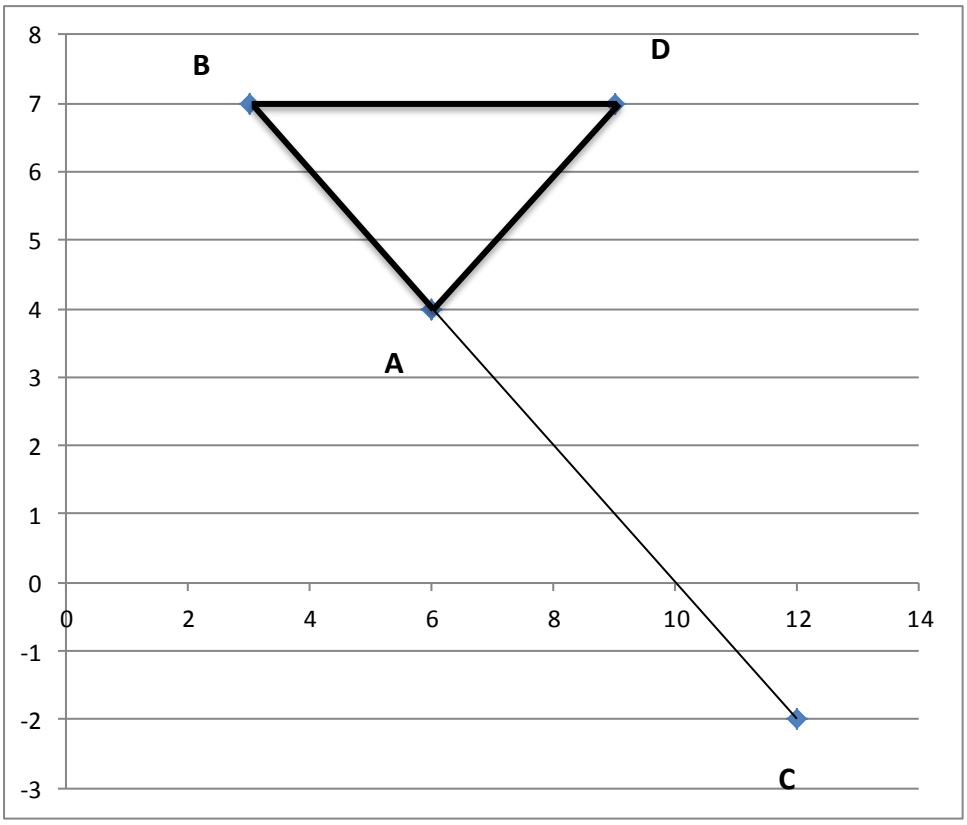
Géométrie :

Exercice I :

Je place les points A, B, C et D dans le repère orthonormé $(\vec{o};\vec{\imath};\vec{\jmath})$

$\overrightarrow{OA} = 6\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OB} = 3\vec{\imath} + 7\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OC} = 12\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OD} = 9\vec{\imath} + 7\vec{\jmath}$

$A(6;4); B(3;7); C(12;\ -2); D(9;7)$



1) Je calcule $d(AC)$ et $d(BA)$

$d(BC) = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(12-3)^2 + (-2-7)^2} = \sqrt{81+81} = \sqrt{162} = 9\sqrt{2}$

$\|BC\| = 9\sqrt{2}$

$d(BA) = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(6-3)^2 + (4-7)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$\|BA\| = 3\sqrt{2}$

$d(BC) = 3 \times d(BA)$

Donc je constate que :

$\|BC\| = 3\|BA\|$, donc C est l'image de A par l'homothétie de centre B et de rapport 3

2) Je calcule $d(A,B); d(A,D); d(B,D)$

$d(A,B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(3-6)^2 + (7-4)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$d(A,B) = 3\sqrt{2}$

CamScanner

$d(A,D) = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} = \sqrt{(9-6)^2 + (7-4)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$
$= 3\sqrt{2}$

$d(A,D) = 3\sqrt{2}$

$d(B,D) = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = \sqrt{(9-3)^2 + (7-7)^2} = \sqrt{36} = 6$

$d(B,D) = 6$

La nature du triangle ABD est :

$d(A,B) = 3\sqrt{2}$

$d(A,D) = 3\sqrt{2}$

$d(B,D) = 6$

$AB^2 + AD^2 = (3\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2 = 18 + 18 = 36$

$AB^2 + AD^2 = 36$

$BD^2 = 6^2 = 36$

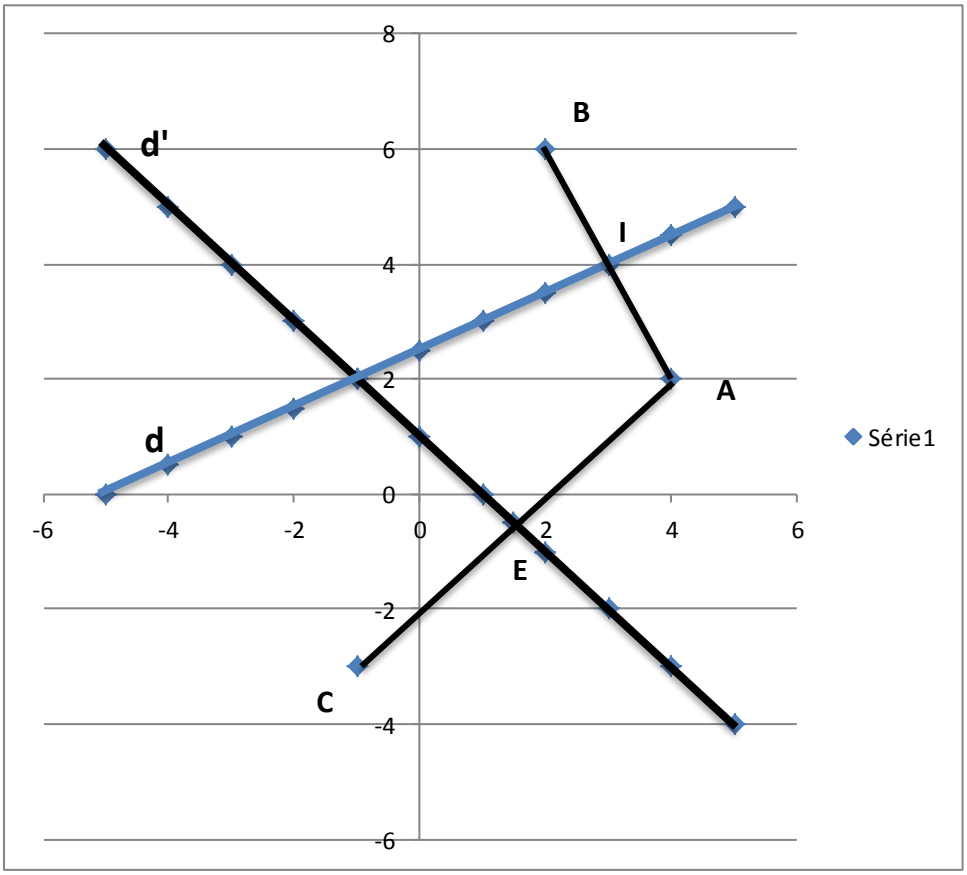
Donc je constate que :

$AB^2 + AD^2 = BD^2$

ABD est un triangle rectangle en A.

Exercice II :

1) Je place les points A, B, C dans le repère orthonormé $(\vec{o}; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$
Et je trace les médiatrices $d \ et \ d'$ des segments $[AB] \ et \ [AC]$.
$A(4;2); B(2;6) \ et \ C(-1; -3)$



CamScanner

2) Je détermine les équations des médiatrices $d\ et\ d'$

Soit I et E milieu respective des segments $[AB]\ et\ [AC]$

$$I\begin{vmatrix}\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{4+2}{2}=3\\ \frac{y_A+y_B}{2}=\frac{2+6}{2}=4\end{vmatrix};I(3;\ 4)$$

$$E\begin{vmatrix}\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{4-1}{2}=\frac{3}{2}\\ \frac{y_A+y_C}{2}=\frac{2-3}{2}=-\frac{1}{2}\end{vmatrix};E(\frac{3}{2};\ -\frac{1}{2})$$

$$\overrightarrow{AB}\begin{vmatrix}x_B-x_A=2-4=-2\\ y_B-y_A=6-2=4\end{vmatrix};\ \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC}\begin{vmatrix}x_C-x_A=-1-4=-5\\ y_C-y_A=-3-2=-5\end{vmatrix};\ \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-5\\-5\end{pmatrix}$$

Je calcule l'équation de d médiatrice du segment $[AB]$

Soit $H(x;y)\in d$

$$\overrightarrow{IH}\begin{vmatrix}x_H-x_I=x-3\\ y_H-y_I=y-4\end{vmatrix};\ \overrightarrow{IH}\begin{pmatrix}x-3\\y-4\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{IH}\llcorner\overrightarrow{AB}\Rightarrow -2(x-3)+4(y-4)=0\Rightarrow -2x+6+4y-16=0\Rightarrow -2x+4y=10$$

$$\Rightarrow -x+2y=5$$

$$d:\ -x+2y=5$$

Je calcule l'équation de d' médiatrice du segment $[AC]$

Soit $N(x;y)\in d'$

$$\overrightarrow{EN}\begin{vmatrix}x_N-x_E=x-\frac{3}{2}\\ y_N-y_E=y+\frac{1}{2}\end{vmatrix};\ \overrightarrow{EN}\begin{pmatrix}x-\frac{3}{2}\\ y+\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{EN}\llcorner\overrightarrow{AC}\Rightarrow -5\left(x-\frac{3}{2}\right)-5\left(y+\frac{1}{2}\right)=0\Rightarrow -5x+\frac{15}{2}-5y-\frac{5}{2}=0$$

$$\Rightarrow -10x+15-10y-5=0\Rightarrow -10x-10y=-10\Rightarrow x+y=1$$

$$d';\ x+y=1$$

Je calcule les coordonnées du point M intersection de $d\ et\ d'$

Je résous le système :

$$\begin{cases}-x+2y=5\\ x+y=1\end{cases}$$

J'élimine x

$$1\begin{cases}-x+2y=5\\ 1\ \ x+y=1\end{cases}\Rightarrow 3y=6\Rightarrow y=2$$

$y=2$

Je remplace y par sa valeur dans $x+y=1$

$x+2=1\Rightarrow x=-1$

$x=-1$

$M(-1;2)$

CamScanner

SUJET D.E.F. 2014

I. Algèbre :

On considère les applications $\boldsymbol{f}, \boldsymbol{g}, \boldsymbol{h}$ définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par :

$\boldsymbol{f(x) = (2x+3)^2 - (x+6)^2}$; $\boldsymbol{h(x) = ax^2 + bx + c - (x+6)^2}$;

$\boldsymbol{g(x) = (x+3)(5-x) - h(x)}$

1) Détermine les réels a, b, c de $h(x)$ sachant que $\boldsymbol{h(0) = 18}$;
   $\boldsymbol{h(-3) = 0}$; $\boldsymbol{h(-1) = -8}$
   Ecris $\boldsymbol{h(x)}$.
2) Développer, réduis et ordonne $\boldsymbol{f(x)}$ et $\boldsymbol{g(x)}$ suivant les puissances décroissance de $\boldsymbol{x}$
3) Factoriser $\boldsymbol{f(x)}$ et $\boldsymbol{g(x)}$.
4) Soit la fonction rationnelle :
   $$\boldsymbol{q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}}$$
   a) Déterminer l'ensemble de définition de q et simplifier $\boldsymbol{q(x)}$
   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :
   $$\boldsymbol{q(x) = 0}\ ;\ \boldsymbol{q(x) = -\frac{9}{4}}\ ;\ \boldsymbol{q(x) = \sqrt{3}}$$

II. Géométrie :

Exercice 1 :

1) Construis un triangle ABC dont les côtés mesurent : **AB = 3cm** ; **AC = 4cm** ; **BC = 5cm**
2) Détermine la nature du triangle **ABC**.
3) Calcule : $\boldsymbol{cos\vec{C}}$; $\boldsymbol{cos\vec{B}}$
4) Construis le point **H** projeté orthogonal sur **(BC)**.

Exercice 2 :

$(\boldsymbol{\vec{o}; \vec{i}; \vec{j}})$ est un repère orthonormé du plan.

1) Place ces points $\boldsymbol{A(2;4)}$; $\boldsymbol{B(-2;0)}$ et $\boldsymbol{C(4;0)}$.
2) Calcule les coordonnées des points $\boldsymbol{A'}$ et $\boldsymbol{B'}$ respectivement milieu de $[\boldsymbol{BC}]$ et $[\boldsymbol{AC}]$;
3) Trouve une équation de $(\boldsymbol{AA'})$ et une équation de $(\boldsymbol{BB'})$. En déduis les coordonnées du point de gravité **G** du triangle **ABC**.
4) Trouve une équation de la matrice de $[\boldsymbol{BC}]$ et une équation de la médiatrice de $[\boldsymbol{AC}]$. En déduis les coordonnées du centre **I** du cercle circonscrit au triangle **ABC** et calcule le rayon de ce cercle.

CamScanner

REPONSE DU SUJET D.E.F. 2014

III. Algèbre :

1) Je détermine les réels a, b, c de $h(x)$ sachant que $h(0) = 18$;

$h(-3) = 0$; $h(-1) = -8$

$h(x) = ax^2 + bx + c - (x+6)^2$

$h(0) = 18 \Rightarrow c - 36 = 18 \Rightarrow c = 54$

- $c = 54$

$h(-3) = 0 \Rightarrow a(-3)^2 + b(-3) + c - (-3+6)^2 = 0 \Rightarrow 9a - 3b + c - 9 = 0$

- $9a - 3b + c = 9$

$h(-1) = -8 \Rightarrow a(-1)^2 - b + c - (-1+6)^2 = -8 \Rightarrow a - b + c - 25 = -8 \Rightarrow$
$a - b + c = 17$

- $a - b + c = 17$

Donc je résous le système :

$$\begin{cases} c = 54 \\ 9a - 3b + c = 9 \\ a - b + c = 17 \end{cases}$$

Je remplace c par sa valeur dans les deux équations restante :

$$\begin{cases} c = 54 \\ 9a - 3b + c = 9 \\ a - b + c = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9a - 3b + 54 = 9 \\ a - b + 54 = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9a - 3b = -45 \\ a - b = -37 \end{cases}$$

J'élimine b :

$$\begin{matrix} -1 \\ 3 \end{matrix} \begin{cases} 9a - 3b = -45 \\ a - b = -37 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -9a + 3b = 45 \\ 3a - 3b = -111 \end{cases} \Rightarrow -6a = -66 \Rightarrow a = \frac{66}{6} = 11$$

$a = 11$

Je remplace a par sa valeur dans l'équation : $a - b = -37$

$11 - b = -37 \Rightarrow -b = -37 - 11 \Rightarrow b = 48$

$b = 48$

J'écris $h(x)$:

$$h(x) = 11x^2 + 48x + 54 - (x+6)^2$$

2) Je développe, et je réduis en ordonnant $f(x)$ et $g(x)$ suivant les puissances décroissance de x :

$f(x) = (2x+3)^2 - (x+6)^2$ et

$g(x) = (x+3)(5-x) - h(x)$

Je développe $f(x)$:

$f(x) = (2x+3)^2 - (x+6)^2$

$f(x) = 4x^2 + 12x + 9 - x^2 - 12x - 36 = 3x^2 - 27$

$f(x) = 3x^2 - 27$

Je développe $g(x)$:

$g(x) = (x+3)(5-x) - h(x) \Leftrightarrow$

$g(x) = (x+3)(5-x) - 11x^2 - 48x - 54 + (x+6)^2$

$g(x) = 5x - x^2 + 15 - 3x - 11x^2 - 48x - 54 + x^2 + 12x + 36$

$= -11x^2 - 34x - 3$

CamScanner

$g(x) = -11x^2 - 34x - 3$

3) Je factoriser $f(x)$ et $g(x)$:

$f(x) = (2x+3)^2 - (x+6)^2$

$f(x) = [(2x+3) - (x+6)][(2x+3) + (x+6)]$

$= (2x+3-x-6)(2x+3+x+6) = (x-3)(3x+9)$

$f(x) = (x-3)(3x+9)$

$g(x) = (x+3)(5-x) - h(x)$

$g(x) = (x+3)(5-x) - 11x^2 - 48x - 54 + (x+6)^2 =$

4) Soit la fonction rationnelle :

$q(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$

a) Déterminer l'ensemble de définition de q et simplifier $q(x)$

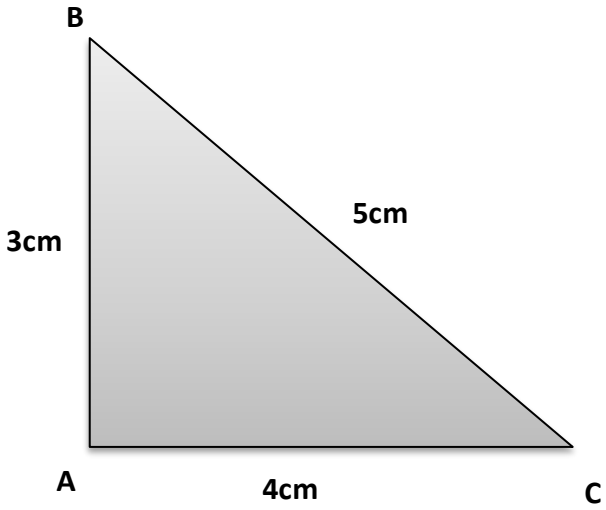
b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :

$q(x) = 0$; $q(x) = -\dfrac{9}{4}$; $q(x) = \sqrt{3}$

IV. Géométrie :

Exercice 1 :

5) Je construis le triangle ABC dont les côtés mesurent : AB = 3cm ; AC = 4cm ; BC = 5cm



6) Je détermine la nature du triangle ABC :

Je constate que :

$AB^2 = 9$

$AC^2 = 16$

$AB^2 + AC^2 = 9 + 16 = 25$

$AB^2 + AC^2 = 25$

$BC^2 = 25$

Donc :

$AB^2 + AC^2 = BC^2$, c'est-à-dire que ABC est un triangle rectangle en A.

CamScanner

7) Calcule : $cos\vec{C}$; $cos\vec{B}$

$cos\vec{C} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5} = 0{,}8$

$cos\vec{C} = 0{,}8$

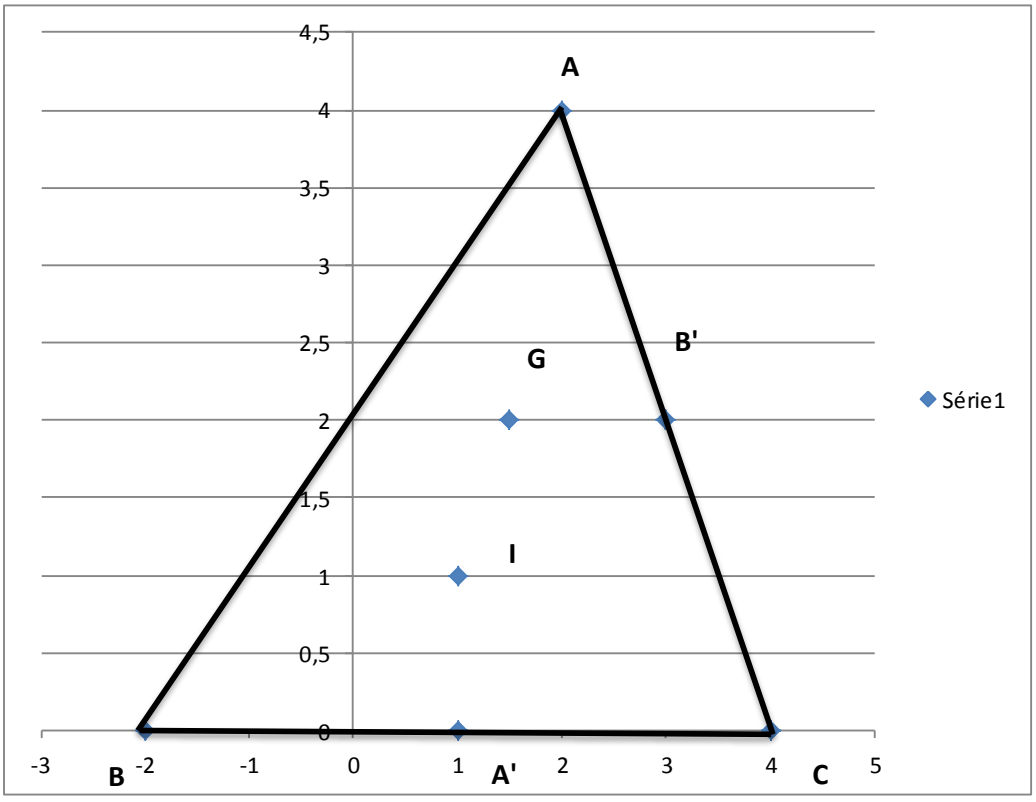
$cos\vec{B} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5} = 0{,}6$

$cos\vec{B} = 0{,}6$

8) Construis le point H projeté orthogonal sur (BC) :

Exercice 2 :

5) Je place ces points $A(2;4); B(-2;0)\ et\ C(4;0)$ dans le repère orthonormé $(\vec{o};\vec{\imath};\vec{\jmath})$ du plan :



6) Je calcule les coordonnées des points $A'\ et\ B'$ respectivement milieu de $[BC]\ et\ [AC]$;

Coordonnées de A' milieu du segment $[BC]$

$$A'\left|\begin{array}{l}\frac{x_C + x_B}{2} = \frac{4-2}{2} = 1 \\ \frac{y_C + y_B}{2} = \frac{0}{2} = 0\end{array}\right. \quad ; A'(1;0)$$

Coordonnées de B' milieu du segment $[AC]$

CamScanner

$$B'\left|\begin{matrix}\frac{x_C+x_A}{2}=\frac{4+2}{2}=3\\ \frac{y_C+y_A}{2}=\frac{4}{2}=2\end{matrix}\right. \quad ; B'(3;2)$$

7) Trouve une équation de (AA') et une équation de (BB') :

- L'équation de la droite (AA') est :

$\overrightarrow{AA'}\left|\begin{matrix}x_{A'}-x_A=1-2=-1\\ y_{A'}-y_A=0-4=-4\end{matrix}\right. \quad ; \overrightarrow{AA'}\begin{pmatrix}-1\\-4\end{pmatrix}$

Soit $M(x;y)\in(AA')$

$\overrightarrow{AM}\left|\begin{matrix}x_M-x_A=x-2\\ y_M-y_A=y-4\end{matrix}\right. ; \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-2\\y-4\end{pmatrix}$

$M(x;y)\in(AA')\Leftrightarrow -(y-4)=-4(x-2)\Rightarrow -y+4=-4x+8\Rightarrow$

$4x-y=4$

(AA'): $4x-y=4$

- L'équation de la droite (BB') est :

$\overrightarrow{BB'}\left|\begin{matrix}x_{B'}-x_B=3+2=5\\ y_{B'}-y_B=2\end{matrix}\right. \quad ; \overrightarrow{BB'}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

Soit $N(x;y)\in(BB')$

$\overrightarrow{BN}\left|\begin{matrix}x_N-x_B=x+2\\ y_N-y_B=y\end{matrix}\right. ; \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x+2\\y\end{pmatrix}$

$N(x;y)\in(BB')\Leftrightarrow 5y=2(x+2)\Rightarrow 5y=2x+4\Rightarrow$

$4x-5y=-4$

(BB'): $4x-5y=-4$

Les coordonnées du point de gravité G du triangle ABC est le point d'intersection des deux droite $(AA')\ et\ (BB')$:

$\begin{cases}4x-y=4\\4x-5y=-4\end{cases}$

J'élimine x

$1\ \begin{cases}4x-y=4\\4x-5y=-4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4x-y=4\\-4x+5y=4\end{cases}\Rightarrow 4y=8\Rightarrow y=\frac{8}{4}=2$

-1

$y=2$

Je remplace y par sa valeur dans l'équation : $4x-y=4$

$4x-2=4\Rightarrow 4x=6\Rightarrow x=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

$x=\frac{3}{2}$

$G\left(\frac{3}{2};2\right)$ est le point de gravité du triangle ABC.

8) Trouve une équation de la médiatrice de $[BC]$ et une équation de la médiatrice de $[AC]$.

CamScanner

- L'équation de la médiatrice de $[BC]$ sachant que $A'(1;0)$ est le milieu du segment $[BC]$:

  $\overrightarrow{BC}\begin{vmatrix} x_C - x_B = 4+2=6 \\ y_C - y_B = 0 \end{vmatrix}$; $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}6\\0\end{pmatrix}$

  Soit $H(x;y) \in d$; ou d est la médiatrice du segment $[BC]$

$\overrightarrow{A'H}\begin{vmatrix} x_H - x_{A'} = x-1 \\ y_H - y_{A'} = y \end{vmatrix}$; $\overrightarrow{A'H}\begin{pmatrix}x-1\\y\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BC} \perp \overrightarrow{A'H} \Longrightarrow 6(x-1)+0=0 \Rightarrow 6x-6=0 \Rightarrow 6x=6 \Rightarrow x=1$

$(d): x=1$ est la médiatrice du $[BC]$

- L'équation de la médiatrice de $[AC]$ sachant que $B'(3;2)$ est le milieu du segment $[AC]$:

  $\overrightarrow{AC}\begin{vmatrix} x_C - x_A = 4-2=2 \\ y_C - y_A = 0-4=-4 \end{vmatrix}$; $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$

  Soit $P(x;y) \in d'$; ou d' est la médiatrice du segment $[AC]$

$\overrightarrow{B'P}\begin{vmatrix} x_P - x_{B'} = x-3 \\ y_P - y_{B'} = y-2 \end{vmatrix}$; $\overrightarrow{A'H}\begin{pmatrix}x-3\\y-2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{B'P} \Longrightarrow 2(x-3)-4(y-2)=0 \Rightarrow 2x-6-4y+8=0 \Rightarrow$
$2x-4y=-2$

$(d'): 2x-4y=-2$ est la médiatrice du $[AC]$

les coordonnées du centre I du cercle circonscrit au triangle ABC est le point d'intersection de $(d)\ et\ (d')$:

Je résous le système :

$\begin{cases} x=1 \\ 2x-4y=-2 \end{cases}$

Je remplace x par sa valeur dans l'équation : $2x-4y=-2$

$2-4y=-2 \Rightarrow -4y=-4 \Rightarrow y=1$

$I(1;1)$ est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

Le rayon de ce cercle est :

$R = d(I;A) = \sqrt{(x_A-x_I)^2+(y_A-y_I)^2} = \sqrt{(2-1)^2+(4-1)^2} = \sqrt{1+9}$
$= \sqrt{10}$

$R = d(I;A) = \sqrt{10}$

CamScanner

COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMESTRE 2015-2016

Algèbre :

Exercice 1 :

Soit le polynôme $\boldsymbol{P(x) = x^3 + x^2 + ax + b}$, ou $\boldsymbol{x}$ est la variable.

1) Détermine $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ sachant que $\boldsymbol{P(-1) = 0}$; $\boldsymbol{P(2) = 0}$.
2) Ecris alors $\boldsymbol{P(x)}$.
3) Factorise $\boldsymbol{P(x)}$.

Exercice 2 :

On donne les applications polynômes

$\boldsymbol{F(x) = (x+2)(2x+1)^2 - 16(x+2)}$ et $\boldsymbol{G(x) = (2x+5)(7-x) + 4x^2 - 25}$

1) Développe, réduis et ordonne $\boldsymbol{F(x)}$ et $\boldsymbol{G(x)}$.
2) Ecris $\boldsymbol{F(x)}$ et $\boldsymbol{G(x)}$ sous forme de produit de facteurs du premier degré.
3) Résous $\boldsymbol{F(x) = 0}$ et $\boldsymbol{F(x) = G(x)}$.
4) Soit $\boldsymbol{h(x) = \frac{F(x)}{G(x)}}$
   a) Détermine l'ensemble de définition de $\boldsymbol{Dh}$ puis simplifie $\boldsymbol{h(x)}$.
   b) Calcule $\boldsymbol{h(2)}$; $\boldsymbol{h\left(\frac{1}{2}\right)}$.

Géométrie :

On considère dans la plan P un repère orthonormé $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$ et les points :

$\boldsymbol{A(1;2); B(-2;-1); C(4;\ -1)\ et\ D(6;3)}$

1) Place les points dans la repère.
2) Démontre que les points A, C et D sont alignés.
3) Calcule les norme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ *et* $\overrightarrow{BC}$. Que peux-tu dire du triangle **ABC** ?
4) Quel est le centre du cercle circonscrit à ce triangle ? Calcule son rayon.
5) Calcule la tangents de l'angle géométrique $\widehat{ABC}$.

CamScanner

REPONSE COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMES 2015-2016

Algèbre :

Exercice 1 :

1) Je détermine a et b sachant que $P(-1)=0\,;P(2)=0$

$P(x)=x^3+x^2+ax+b$

$P(-1)=0\Rightarrow -1+1-a+b=0\Leftrightarrow -a+b=0$

$P(2)=0\Rightarrow 8+4+2a+b=0\Leftrightarrow 2a+b=-12$

$\begin{cases} -a+b=0 \\ 2a+b=-12 \end{cases}$

Eliminons b :

$-1\begin{cases} -a+b=0 \\ 2a+b=-12 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} a-b=0 \\ 2a+b=-12 \end{cases}\Rightarrow 3a=-12\Rightarrow a=-\frac{12}{3}=-4$

$a=-4$

Remplaçons a par sa valeur dans $-a+b=0$:

$-a+b=0\Leftrightarrow 4+b=0\Rightarrow b=-4$

$b=-4$

2) L'expression de $P(x)$ est :

$P(x)=x^3+x^2-4x-4$

3) Je factorisons $P(x)$:

$P(x)=x^3+x^2-4x-4=x^2(x+1)-4(x+1)=(x+1)(x^2-4)=$

$(x+1)(x-2)(x+2)$

$P(x)=(x+1)(x-2)(x+2)$

Exercice 2 :

1) Je développe, réduis en ordonnant $F(x)$ et $G(x)$.

$F(x)=(x+2)(2x+1)^2-16(x+2)=(x+2)(4x^2+4x+1)-16x-32$

$=4x^3+4x^2+x+8x^2+8x+2-16x-32$

$=4x^3+12x^2-7x-30$

$F(x)=4x^3+12x^2-7x-30$

$G(x)=(2x+5)(7-x)+4x^2-25=14x-2x^2+35-5x+4x^2-25$

$=2x^2+9x+10$

$G(x)=2x^2+9x+10$

2) J'écris $F(x)$ et $G(x)$ sous forme de produit de facteurs du premier degré

$F(x)=(x+2)(2x+1)^2-16(x+2)=(x+2)[(2x+1)^2-16]$

$=(x+2)[(2x+1-4)(2x+1+4)]=(x+2)(2x-3)(2x+5)$

$F(x)=(x+2)(2x-3)(2x+5)$

$G(x)=(2x+5)(7-x)+4x^2-25=(2x+5)(7-x)+(2x-5)(2x+5)$

$=(2x+5)[(7-x)+(2x-5)]=(2x+5)(7-x+2x-5)$

$=(2x+5)(x+2)$

$G(x)=(2x+5)(x+2)$

CamScanner

3) Je résous $F(x) = 0$ et $F(x) = G(x)$

$F(x) = 0 \Rightarrow (x+2)(2x-3)(2x+5) = 0 \Rightarrow x+2 = 0 \Rightarrow x = -2\,; ou\ 2x-3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}\,; ou\ 2x+5 = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$

$S = \{-2;\ \frac{3}{2};\ -\frac{5}{2}\}$

$F(x) = G(x) \Leftrightarrow (x+2)(2x-3)(2x+5) = (2x+5)(x+2)$

$\Rightarrow (x+2)(2x-3)(2x+5) - (2x+5)(x+2) = 0$

$\Rightarrow (x+2)(2x+5)(2x-3-1) = 0 \Rightarrow (x+2)(2x+5)(2x-4) = 0 \Rightarrow x+2 = 0 \Rightarrow x = -2\,; ou\ 2x+5 = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}\,;$

$ou\ 2x-4 = 0 \Rightarrow x = 2$

$S = \{-2;\ -\frac{5}{2}\,;2\}$

4) $h(x) = \frac{F(x)}{G(x)}$

a) Détermination de l'ensemble de définition Dh

$h(x) = \frac{F(x)}{G(x)} = \frac{(x+2)(2x-3)(2x+5)}{(2x+5)(x+2)}$

$h(x)$ est definie si $(2x+5)(x+2) \neq 0 \Rightarrow x \neq -\frac{5}{2}\,; x \neq -2$

$Dh = \{x\ /x\ \in \mathbb{R}, (2x+5)(x+2) \neq 0\}$

$Dh = \mathbb{R} - \{-2;\ -\frac{5}{2}\}$

b) Je calcule $h(2)\,;\ h\left(\frac{1}{2}\right)$

$h(x) = \frac{F(x)}{G(x)} = \frac{(x+2)(2x-3)(2x+5)}{(2x+5)(x+2)} = 2x-3$

$h(2) = 2(2) - 3 = 4 - 3 = 1$

$h(2) = 1$

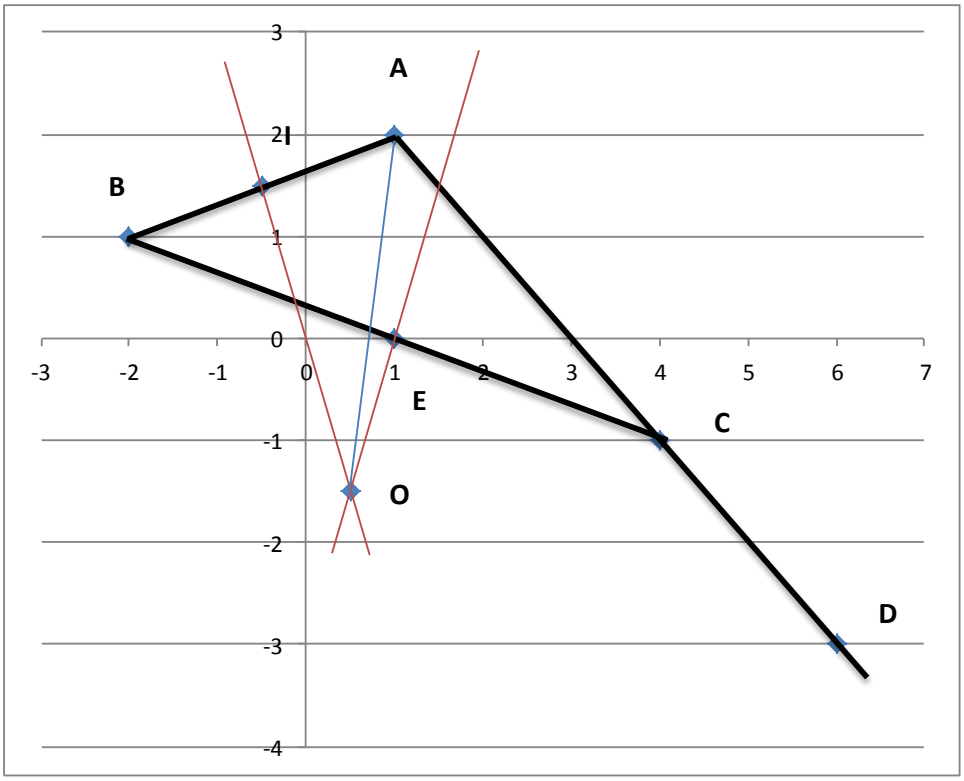
$h\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right) - 3 = 1 - 3 = -2$

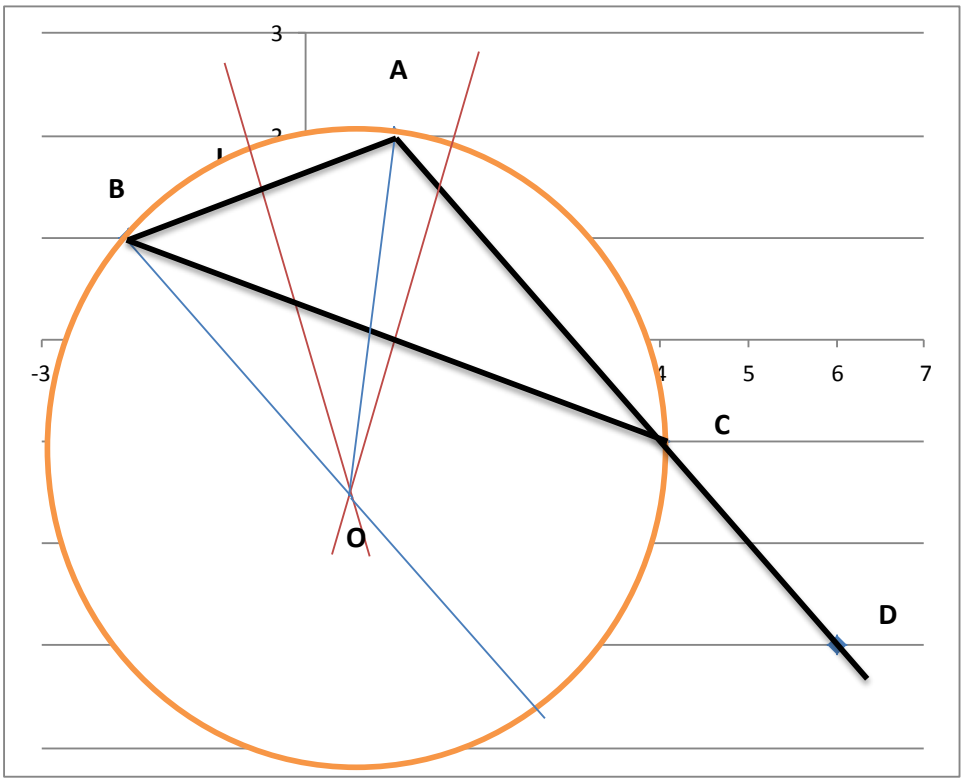
$h\left(\frac{1}{2}\right) = -2$

CamScanner

Géométrie :

1) Je place les points dans le repère $(\vec{o};\vec{\imath};\vec{\jmath})$:





CamScanner

2) Je démontre que A, C et D sont alignés

$\overrightarrow{AC}\binom{4-1}{-1-2} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC}\binom{3}{-3}$

$\overrightarrow{AD}\binom{6-1}{-3-2} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD}\binom{5}{-5}$

$\overrightarrow{AC}\binom{3}{-3} \times \overrightarrow{AD}\binom{5}{-5} \Rightarrow \begin{matrix}(-3)\times 5 = -15 \\ 3\times(-5) = -15\end{matrix}$ donc A, C, et D sont alignés.

3) Je calcule les normes des vecteurs suivantes : $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$

$\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-2-1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{10}$

$\left\|\overrightarrow{AC}\right\| = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(4-1)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{18}$

$\left\|\overrightarrow{BC}\right\| = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(4+2)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{40}$

ABC est un triangle quelconque.

4) Le centre du cercle circonscrit à ce triangle est le point O de concours des médiatrices.

Je détermine les équations de deux médiatrice passant par I et E milieu respective des $[AB]$ et $[BC]$

Je détermine les coordonnées de I et E.

$I\left|\begin{matrix}\frac{x_B+x_A}{2} = \frac{-2+1}{2} = \frac{-1}{2} \\ \frac{y_B+y_A}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}\end{matrix}\right.$; $I(\frac{-1}{2}; \frac{3}{2})$

$E\left|\begin{matrix}\frac{x_C + x_B}{2} = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ \frac{y_C + y_B}{2} = \frac{-1+1}{2} = 0\end{matrix}\right.$; $E(1\,;\,0)$

- ✶ Je détermine l'équation de la droite (EM) médiatrice du segment $[BC]$

  $\overrightarrow{BC}\left|\begin{matrix}x_C - x_B = 4+2 = 6 \\ y_C - y_B = -1-1 = -2\end{matrix}\right.$; $\overrightarrow{BC}\binom{6}{-2}$

  Soit $M(x;y) \in (EM)$ médiatrice du segment $[BC]$

  $\overrightarrow{EM}\left|\begin{matrix}x_M - x_E = x-1 \\ y_M - y_E = y\end{matrix}\right.$; $\overrightarrow{EM}\binom{x-1}{y}$

  $\overrightarrow{BC} \perp \overrightarrow{EM}$ si et seulement si :

  $6(x-1) - 2y = 0 \Rightarrow 6x - 2y = 6$

  (EM): $6x - 2y = 6$

- ✶ Je détermine l'équation de la droite (IN) médiatrice du segment $[AB]$

  $\overrightarrow{AB}\left|\begin{matrix}x_B - x_A = -2-1 = -3 \\ y_B - y_A = 1-2 = -1\end{matrix}\right.$; $\overrightarrow{AB}\binom{-3}{-1}$

  Soit $N(x;y) \in (IN)$ médiatrice du segment $[AB]$

CamScanner

$$\overrightarrow{IN}\begin{vmatrix} x_N - x_I = x + \frac{1}{2} \\ y_N - y_I = y - \frac{3}{2} \end{vmatrix} ; \ \overrightarrow{IN}\begin{pmatrix} x + \frac{1}{2} \\ y - \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{IN}$ si et seulement si :

$$-3\left(x + \frac{1}{2}\right) - \left(y - \frac{3}{2}\right) = 0 \Rightarrow -3x - \frac{3}{2} - y + \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow -6x - 3 - 2y + 3 = 0 \Rightarrow -6x - 2y = 0$$

$(IN) : \ -6x - 2y = 0$

Les coordonnées du point O centre du cercle circonscrit au triangle est l'intersection de ces deux droite $(EM)\ et\ (IN)$

$$\begin{cases} 6x - 2y = 6 \\ -6x - 2y = 0 \end{cases}$$

Je élimine x :

$$1\begin{cases} 6x - 2y = 6 \\ 1\begin{cases} -6x - 2y = 0 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow -4y = 6 \Rightarrow y = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$y = -\frac{3}{2}$$

Remplaçons y par sa valeur dans $6x - 2y = 6$

$$6x - 2\left(-\frac{3}{2}\right) = 6 \Rightarrow 6x + 3 = 6 \Rightarrow 6x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Donc $O\left(\frac{1}{2} ; -\frac{3}{2}\right)$ est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

Je calcule le rayon du cercle :

Le cercle qui passe par les points A, B et C donc :

$$R = d(O,A) = \sqrt{(1 - \frac{1}{2})^2 + (2 + \frac{3}{2})^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{49}{4}} = \sqrt{\frac{50}{4}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$R = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

5)

CamScanner

SUJET N°1

I. ALGEBRE :

Soient les polynômes suivants $f(x) = (4x+5)^2 - (2x-3)^2$ et $g(x) = (3x+1)(3x-2) - (x-8)(3x+1) + 9x^2 - 1$

1) Développe, réduis et ordonne $f(x)$ et $g(x)$ suivant les puissances décroissantes de x.
2) Factorise $f(x)$ et (x) .
3) Résous dans $\mathbb{R}$, les équations $f(x) = 0$; $g(x) = 0$
4) On considère la fraction rationnelle :

$$h(x) = \frac{12x^2 + 52x + 16}{(3x+1)(5x+5)}$$

   a) Donne l'ensemble de définition de $h(x)$ puis simplifie $h(x)$.
   b) Calcule $h\left(-\frac{2}{3}\right)$ *et* $h(\sqrt{3}-2)$ au centième près par défaut.

II. GEOMETRIE :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(\vec{o};\vec{\imath};\vec{\jmath})$, place les points A, B, C définis par : $\overrightarrow{OA} = \vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OB} = 4\vec{\imath} - \vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OC} = -3\vec{\imath}$

1) Calcule les coordonnées des vecteurs : $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$ *et* $\overrightarrow{AC}$ puis déduis :$\|\overrightarrow{AB}\|$; $\|\overrightarrow{BC}\|$ *et* $\|\overrightarrow{AC}\|$.
   Donne la nature du triangle ABC.
2) Calcule les coordonnées du point K centre du cercle circonscrit au triangle ABC. Trouve la longueur du rayon de ce cercle.
3) Trouve l'équation de la droite Δ passant par A et perpendiculaire à la droite (AK). Quelle est la position de cette droite Δ par rapport au cercle C.

CamScanner

REPONSE DU SUJET N°1

I. ALGEBRE :

1) Je développe et réduis en ordonnant $f(x)$ et $g(x)$ suivant les puissances décroissantes de .

$f(x) = (4x+5)^2 - (2x-3)^2 = 16x^2 + 40x + 25 - 4x^2 + 12x - 9 = 12x^2 + 52x + 16$

$f(x) = 12x^2 + 52x + 16$

$g(x) = (3x+1)(3x-2) - (x-8)(3x+1) + 9x^2 - 1 =$

$9x^2 - 6x + 3x - 2 - 3x^2 - x + 24x + 8 + 9x^2 - 1 = 15x^2 + 20x + 5$

$g(x) = 15x^2 + 20x + 5$

2) Je factorise $f(x)$ et $g(x)$

$f(x) = (4x+5)^2 - (2x-3)^2 = [(4x+5) + (2x-3)][(4x+5) - (2x-3)]$

$= (4x+5+2x-3)(4x+5-2x+3) = (6x+2)(2x+8)$

$f(x) = (6x+2)(2x+8)$

$g(x) = (3x+1)(3x-2) - (x-8)(3x+1) + 9x^2 - 1 =$

$(3x+1)(3x-2) - (x-8)(3x+1) + (3x+1)(3x-1) =$

$(3x+1)[(3x-2) - (x-8) + (3x-1)] = (3x+1)(3x-2-x+8+3x-1)$

$= (3x+1)(5x+5)$

$g(x) = (3x+1)(5x+5)$

3) Je résous dans $\mathbb{R}$, les équations $f(x) = 0$; $g(x) = 0$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow (6x+2)(2x+8) = 0 \Rightarrow 6x+2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$; $ou:\ 2x+8 = 0$

$\Rightarrow x = -\frac{8}{2} = -4$

$S = \{-4;\ -\frac{1}{3}\}$

$g(x) = 0 \Leftrightarrow (3x+1)(5x+5) = 0 \Rightarrow 3x+1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$; $ou:\ 5x+5 = 0 \Rightarrow x$

$= -1$

$S = \{-1;\ -\frac{1}{3}\}$

4) On considère la fraction rationnelle :

$h(x) = \frac{12x^2 + 52x + 16}{(3x+1)(5x+5)}$

c) Je donne l'ensemble de définition de $h(x)$ puis simplifie $h(x)$

$h(x)$ est définit si et seulement si $(3x+1)(5x+5) \neq 0 \Leftrightarrow g(x) \neq 0$ donc

$Dh = \{x\ /x \in \mathbb{R}, x \neq -1\ et\ x \neq -\frac{1}{3}\}$

$Dh = \mathbb{R}\_\{-1;\ -\frac{1}{3}\}$

CamScanner

$$h(x)=\frac{12x^2+52x+16}{(3x+1)(5x+5)} \Leftrightarrow h(x)=\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{(6x+2)(2x+8)}{(3x+1)(5x+5)}=\frac{2(3x+1)(2x+8)}{(3x+1)(5x+5)}$$
$$=\frac{4x+16}{5x+5}$$

$$h(x)=\frac{4x+16}{5x+5}$$

d) Je calcule $h\left(-\frac{2}{3}\right)$ *et* $h(\sqrt{3}-2)$ au centième près par défaut

$$h(x)=\frac{4x+16}{5x+5}$$

$$h\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{4x+16}{5x+5}=\frac{-\frac{8}{3}+16}{-\frac{10}{3}+5}=\frac{-\frac{8}{3}+\frac{48}{3}}{-\frac{10}{3}+\frac{15}{3}}=\frac{-8+48}{-10+15}=\frac{40}{5}=8$$

$$h\left(-\frac{2}{3}\right)=8{,}00$$

$$h(\sqrt{3}-2)=\frac{4(\sqrt{3}-2)+16}{5(\sqrt{3}-2)+5}=\frac{4\sqrt{3}-8+16}{5\sqrt{3}-10+5}=\frac{4\sqrt{3}+8}{5\sqrt{3}-5}=\frac{(4\sqrt{3}+8)(5\sqrt{3}+5)}{(5\sqrt{3}-5)(5\sqrt{3}+5)}$$
$$=\frac{20\sqrt{9}+20\sqrt{3}+40\sqrt{3}+40}{75-25}=\frac{100+60\sqrt{3}}{50}=\frac{50+30\sqrt{3}}{25}$$

$$h(\sqrt{3}-2)=\frac{50+30\sqrt{3}}{25}=4{,}08$$

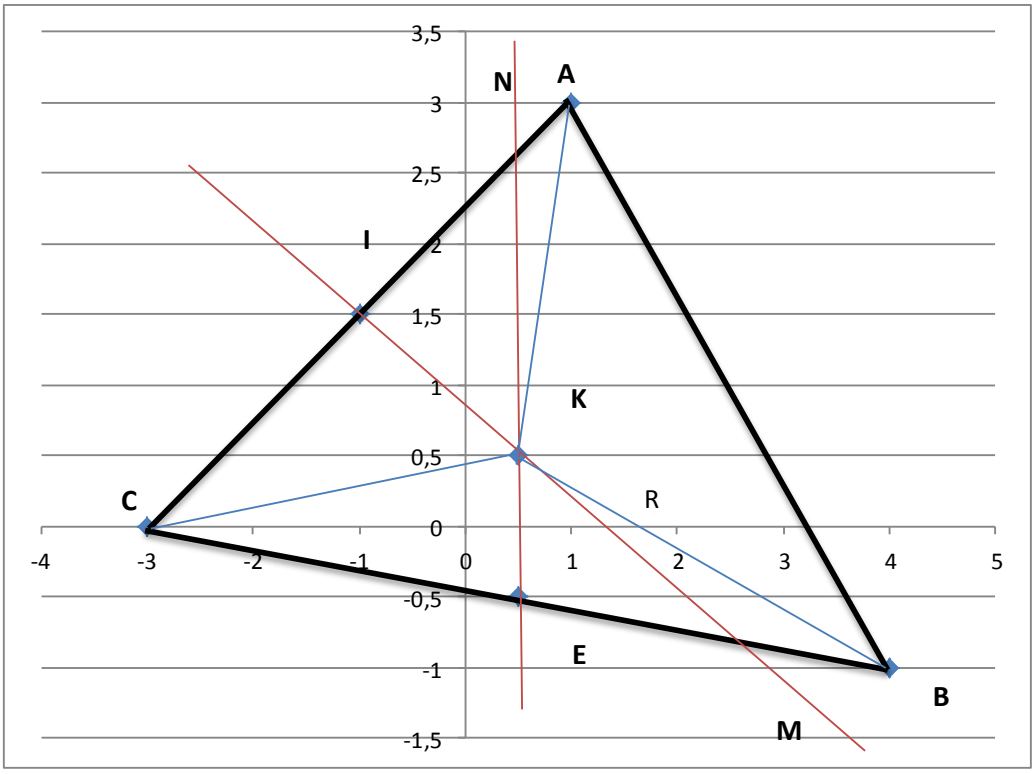
CamScanner

II. GEOMETRIE :

Je place les points dans le repère $(\vec{o};\vec{\imath};\vec{\jmath})$:

$\overrightarrow{OA} = \vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OB} = 4\vec{\imath} - \vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OC} = -3\vec{\imath}$

$A(1;3)$; $B(4;-1)$; $C(-3;0)$



4) Je calcule les coordonnées des vecteurs : $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$ puis déduis :$\|\overrightarrow{AB}\|$; $\|\overrightarrow{BC}\|$ et $\|\overrightarrow{AC}\|$.

$\overrightarrow{AB} = \begin{vmatrix} x_B - x_A = 4 - 1 = 3 \\ y_B - y_A = -1 - 3 = -4 \end{vmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BC} = \begin{vmatrix} x_C - x_B = -3 - 4 = -7 \\ y_C - y_B = 0 + 1 = 1 \end{vmatrix}$; $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -7 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} x_C - x_A = -3 - 1 = -4 \\ y_C - y_A = 0 - 3 = -3 \end{vmatrix}$; $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$

$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

$\|\overrightarrow{AB}\| = 5$

$\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{(-7)^2 + 1} = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50}$

$\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{50}$

$\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$

$\|\overrightarrow{AC}\| = 5$

J'ai : $\|\overrightarrow{AB}\| = \|\overrightarrow{AC}\|$ donc le triangle ABC est un triangle isocèle.

$(AB)^2 + (AC)^2 = 25 + 25 = 50$

$(BC)^2 = (\sqrt{50})^2 = 50$, donc $(AB)^2 + (AC)^2 = (BC)^2$, le triangle est rectangle en A.

CamScanner

5) Je calcule les coordonnées du point K centre du cercle circonscrit au triangle ABC. Trouve la longueur du rayon de ce cercle.

K est le centre du triangle circonscrit au triangle lorsque les médiatrices de chaque cote du triangle passe par le point K :

Soit I milieu du segment $[AC]$ et E milieu du segment $[BC]$

$$I\begin{vmatrix}\frac{x_C+x_A}{2}=\frac{-3+1}{2}=\frac{-2}{2}=-1\\ \frac{y_C+y_A}{2}=\frac{0+3}{2}=\frac{3}{2}=1{,}5\end{vmatrix};I(-1;\frac{3}{2})$$

$$E\begin{vmatrix}\frac{x_C+x_B}{2}=\frac{-3+4}{2}=\frac{1}{2}\\ \frac{y_C+y_B}{2}=\frac{0-1}{2}=-\frac{1}{2}\end{vmatrix};\ E(\frac{1}{2};-\frac{1}{2})$$

Je calcule l'équation de la droite (IM) et (EN)

- ✶ L'équation de la droite (IM)

$$\overrightarrow{IM}\begin{vmatrix}x_M-x_I=x+1\\ y_M-y_I=y-\frac{3}{2}\end{vmatrix};\ \overrightarrow{IM}\begin{pmatrix}x+1\\ y-\frac{3}{2}\end{pmatrix}$$

(IM) est la médiatrice du segment $[AC]$ si et seulement si :

$$-4(x+1)-3\left(y-\frac{3}{2}\right)=0\Rightarrow-4x-4-3y+\frac{9}{2}=0\Rightarrow-8x-6y-8+9$$
$$=0\Rightarrow-8x-6y=-1$$

$$(IM):-8x-6y=-1$$

- ✶ L'équation de la droite (EN)

$$\overrightarrow{EN}\begin{vmatrix}x_N-x_E=x-\frac{1}{2}\\ y_N-y_E=y+\frac{1}{2}\end{vmatrix};\ \overrightarrow{EN}\begin{pmatrix}x-\frac{1}{2}\\ y+\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

(EN) est la médiatrice du segment $[BC]$ si et seulement si :

$$-7\left(x-\frac{1}{2}\right)+y+\frac{1}{2}=0\Rightarrow-7x+\frac{7}{2}+y+\frac{1}{2}=0\Rightarrow-14x+7+2y+1=0$$
$$\Rightarrow-14x+2y=-8$$

$$(EN):-14x+2y=-8$$

Les coordonnées du point K centre du cercle est l'intersection de la droite (IM) et (EN) :

Je résous le système :

$$\begin{cases}-8x-6y=-1\\ -14x+2y=-8\end{cases}$$

J'élimine y

$$\begin{cases}-8x-6y=-1\\ -14x+2y=-8\end{cases}$$

CamScanner

$$\Rightarrow 1\begin{cases} -8x-6y=-1 \\ 3\ -14x+2y=-8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -8x-6y=-1 \\ -42x+6y=-24 \end{cases} \Rightarrow -50x=-25 \Rightarrow x=\frac{25}{50}=\frac{1}{2}$$

$x=\frac{1}{2}$

Je remplace x par sa valeur dans $-8x-6y=-1$ donc :

$$-8\left(\frac{1}{2}\right)-6y=-1 \Rightarrow -\frac{8}{2}-6y=-1 \Rightarrow -4-6y=-1 \Rightarrow -6y=3 \Rightarrow y$$
$$=-\frac{3}{6} \Rightarrow y=-\frac{1}{2}$$

$y=-\frac{1}{2}$

$K\left(\frac{1}{2};\ -\frac{1}{2}\right)$ est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

La longueur du rayon est :

$$R=d(K,B)=\sqrt{(x_B-x_K)^2+(y_B-y_K)^2}=\sqrt{(4-\frac{1}{2})^2+(-1+\frac{1}{2})^2}$$
$$=\sqrt{\frac{49}{4}+\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{50}{4}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$R=\frac{5\sqrt{2}}{2}$

6) Je trouve l'équation de la droite Δ passant par A et perpendiculaire à la droite (AK).

$$\overrightarrow{AK}\begin{vmatrix} x_K-x_A=\frac{1}{2}-1=\frac{1-2}{2}=\frac{-1}{2} \\ y_K-y_A=-\frac{1}{2}-3=\frac{-1-6}{2}=\frac{-7}{2} \end{vmatrix} ;\ \overrightarrow{AK}\begin{pmatrix} \frac{-1}{2} \\ \frac{-7}{2} \end{pmatrix}$$

Soit $G(x;y)\in\Delta$

$$\overrightarrow{AG}\begin{vmatrix} x_G-x_A=x-1 \\ y_G-y_A=y-3 \end{vmatrix} ;\ \overrightarrow{AG}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-3 \end{pmatrix}$$

Donc la droite Δ passant par A et perpendiculaire à la droite (AK) si et seulement si :

$$-\frac{1}{2}(x-1)-\frac{7}{2}(y-3)=0 \Rightarrow -x+1-7y+21=0 \Rightarrow -x-7y=-22$$
$$\Rightarrow x+7y=22$$

$(\Delta): x+7y=22$

Cette droite est tangente au cercle C.

CamScanner

SUJET N°2

I. ALGEBRE :

On définit dans $\mathbb{R}$ les fonctions polynômes suivantes :

$\boldsymbol{f(x) = (3x-2)(x-1) + x^2 - 1 + 3(1-x)(2x+1)}$;

$\boldsymbol{g(x) = (3x-1)^2 - (x-3)^2}$

1) Développe, réduis et ordonne $\boldsymbol{f(x)}$ et $\boldsymbol{g(x)}$ suivant les puissances décroissantes de $\boldsymbol{x}$.
2) Calcule $\boldsymbol{g\left(\sqrt{3}-1\right)}$ et sachant que $\boldsymbol{1,732 \leq \sqrt{3} < 1,733}$, donne un encadrement du réel $\boldsymbol{g\left(\sqrt{3}-1\right)}$ à 10^{-1} près.
3) Ecris $\boldsymbol{f(x)}$ et $\boldsymbol{g(x)}$ sous forme de produit de facteur du premier degré.
4) Trouve l'ensemble de définition de la fonction rationnelle :

$$\boldsymbol{h(x) = \frac{8(x^2-1)}{-2(x-1)(x+2)}}$$

puis simplifie l'écriture de $\boldsymbol{h(x)}$.

5) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations :

$$\boldsymbol{h(x) = 0 \; ; h(x) = 1 \; ; \; h(x) = -\frac{8}{3}}$$

II. GEOMETRIE :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $\boldsymbol{(\vec{o}; \vec{\imath}; \vec{\jmath})}$ on donne les points :

$\boldsymbol{A(3;0)}$; $\boldsymbol{B(2;-3)}$; $\boldsymbol{D(0;1)}$; $\boldsymbol{F(-1;0)}$

1) Trace le repère et place les points.
2) Détermine les coordonnées de **E** symétrique de **A** dans la symétrie de centre **D**, puis montre que les points **E** , **F** et **B** sont alignés.
3) Calcule **d(A ; B)** ; **d(E ; A) ; d(B ; E)**. En déduis la nature du triangle **EAB** .
4) Détermine les coordonnées du point **C** pour que **ABCD** soit un parallélogramme dont tu préciseras la nature et les coordonnées de son centre de symétrie **I**.
5) Montre que les points **A ; B ; C ; D** et **F** appartiennent à un même cercle.

CamScanner

SUJET N°3

ALGEBRE :

On considère les trois fonctions polynômes , g et P de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par :

$f(x) = (2x-5)^2 - (3-x)^2$; $g(x) = (x+3)(x-2) - P(x)$; $P(x) = ax^2 + bx + c$.

1) Détermine les réels a, b *et* c de $P(x)$ sachant que :
   $P(0) = -4$; $P(2) = 0$; $P(-2) = -16$
2) Développe, réduis et ordonne $f(x)$ et $g(x)$ suivant les puissances décroissantes de x
3) Ecris $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits de facteurs du 1er degré.
4) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations $g(x) = 0$ et $g(x) = -2$
5) Soit h la fonction rationnelle définie par :

   $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}: x \to h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$

   a) Détermine l'ensemble de définition de h puis simplifie $h(x)$
   b) Résous dans $\mathbb{R}$, $h(x) = 1$; $h(x) = 0$

GEOMETRIE :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$ on place les points

$A(5;6); B(-3;2); C(0;-4)$

1) Calcule **d(A ; B)** ; **d(B ; C) ; d(A ; C)**. En déduis la nature du triangle **ABC**.
2) Détermine les coordonnées du point **D** image de C dans l'homothétie de centre B et de rapport : $\frac{1}{3}$
3) Trouve une équation de la matrice du segment $[AB]$.
4) Détermine le centre **I** du cercle circonscrit au triangle **ABC**.
5) Calcule le cosinus de l'angle **BAC** $(cos\hat{A})$.

CamScanner

SUJET N°4

I. ALGEBRE :

EXERCICE 1 :

Soit la fonction polynôme **k** définie par : $\boldsymbol{k(x) = x^3 + ax - 3x^2 + b}$; *ou* $\boldsymbol{x}$ est la variable, $\boldsymbol{a}$ *et* $\boldsymbol{b}$ des réels.

1) Détermine $\boldsymbol{a}$ *et* $\boldsymbol{b}$ sachant que : $\boldsymbol{k(1) = 0}$ et : $\boldsymbol{k(2) = -3}$
2) En remplaçant $\boldsymbol{a}$ *et* $\boldsymbol{b}$ par leurs valeurs ainsi trouvées, factorise $(\boldsymbol{x})$.

EXERCICE 2 :

Soient $\boldsymbol{f}$ et $\boldsymbol{g}$ des applications de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définies par :

$\boldsymbol{f(x) = (2x+1)^2 - (x-7)^2}$ et $\boldsymbol{g(x) = (x+8)(2x+1) + x^2 + 16x + 64}$

1) Développe, réduis et ordonne $\boldsymbol{f(x)}$ puis $\boldsymbol{g(x)}$ suivant les puissances croissantes de .
2) Factorise $\boldsymbol{f(x)}$ puis $\boldsymbol{g(x)}$.
3) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations $\boldsymbol{f(x) = 0}$ et $\boldsymbol{g(x) = f(x)}$.
4) Calcule $\boldsymbol{f\left(2\sqrt{5}\right)}$ puis $\frac{1}{12} f(2\sqrt{5})$.

   Sachant que : $\boldsymbol{2,236 \leq \sqrt{5} < 2,237}$, encadre $\frac{1}{12} f(2\sqrt{5})$, déduis-en un encadrement d'ordre 1 de $\frac{1}{12} f(2\sqrt{5})$.

II. GEOMETRIE :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$. On donne les points **A, B, C** définis par $\overrightarrow{OA} = 5\vec{i} + 6\vec{j}$; $\overrightarrow{OB} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$; $\overrightarrow{OC} = -4\vec{j}$

1) Ecris les coordonnées des points A, B et C puis place-les dans le repère.
2) Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AC}$, en déduis les normes des vecteurs $\|\overrightarrow{AB}\|$; $\|\overrightarrow{BC}\|$; $\|\overrightarrow{AC}\|$

   Quelle est la nature du triangle **ABC** ?
3) Détermine les coordonnées du point D image de C par l'homothétie de centre B et de rapport $= \frac{1}{3}$.
4) Trouve une équation de la médiatrice du $[BC]$.
5) Détermine le centre **J** du cercle circonscrit au triangle ABC et calcule le rayon de ce cercle.

CamScanner

SUJET N°5

I. ALGEBRE :

Exercice 1 :

Soit la fonction polynôme $\boldsymbol{f}$ définie dans $\mathbb{R}$ par :

$\boldsymbol{f(x) = (27x^2 - 1)^2 - 81x^4}$

a) Trouve une forme développée ; réduis et ordonnée de $\boldsymbol{f(x)}$.

b) Trouve une forme factorisée de $\boldsymbol{f(x)}$.

c) Résous dans $\mathbb{R}$: $\boldsymbol{f(x) = 0}$.

Exercice 2 :

On considère les polynômes suivants :

$\boldsymbol{A(x) = (x-5)(3x-8) + (x-5)^2 + 2x^2 - 50}$; $\boldsymbol{B(x) = (3x-15) + x(5-x)}$

1) Développe, réduis et ordonne les polynômes suivants les puissances décroissantes de $\boldsymbol{x}$.
2) Factorise $\boldsymbol{A(x)}$ et $\boldsymbol{B(x)}$
3) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $\boldsymbol{A(x) = 0}$; $\boldsymbol{B(x) = 0}$; $\boldsymbol{A(x) = B(x)}$.

Exercice 3 :

On considère une application $\boldsymbol{f}$ telle que : $\boldsymbol{f(x) = (9x-9)(2x+3)^2 - 4(x-1)}$

a) Développer, réduis et ordonner $\boldsymbol{f(x)}$ de manière croissant.

b) Ecrire $\boldsymbol{f(x)}$ sous la forme d'un produit de facteur du premier degré.

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\boldsymbol{f(x) = 0}$.

II. GEOMETRIE :

On donne les points $\boldsymbol{A(1;2); B(-3;1); C(5;4)}$ *et* $\boldsymbol{D(-2;\ -5)}$

1) Trace une équation des droites **(AB) ; (AC)** et **(AD)**
2) Dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$ on donne :
   $\boldsymbol{\overrightarrow{OE} = 2\vec{i} - \vec{j}}$ *et* $\boldsymbol{\overrightarrow{OF} = -\vec{i} - 4\vec{j}}$
   Trouve une équation de la droite **(EF)** puis une équation de la droite $\mathbf{D_1}$ passant par **G(-5 ; 1)** et parallèle à **(EF)** .
3) Trouve une équation de la droite $\mathbf{D_2}$ passant par **I(3 ; 2)** et de vecteur directeur $\boldsymbol{\vec{u}(6;-1)}$
4) Trouve une équation de la droite Δ passant par **E** et parallèle à la droite $\mathbf{D_3}$ d'équation : $\boldsymbol{-2x + y = 3}$

CamScanner

SUJET N°6

I. ALGEBRE :

Exercice 1 :

On définit le polynôme $\boldsymbol{P(x)}$ tel que :

$\boldsymbol{P(x) = x^2 + (a - b + 3)x + 2a - 3b}$ ou $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ sont des réels non nuls.

1) Trouve $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ sachant que $\boldsymbol{P(0) = 9}$ et $\boldsymbol{P(1) = 4}$. Ecris alors $\boldsymbol{P(x)}$.
2) a- Factorise $\boldsymbol{P(x)}$.
   b- Résous les équations $\boldsymbol{P(x) = 0}$ *et* $\boldsymbol{P(x) = 9}$

Exercice 2 :

On donne :

$\boldsymbol{A(x) = -2x^3 + 8x}$ *et* $\boldsymbol{B(x) = (x^2 - x)(x - 2) - 2(-x + 1)(x - 2)}$

1) Développe, réduis et ordonne $\boldsymbol{B(x)}$ suivant les puissances décroissantes de $\boldsymbol{x}$.
2) Factorise $\boldsymbol{A(x)}$ et $\boldsymbol{B(x)}$.
3) Soit **H** la fonction définie par :

$$\boldsymbol{H(x) = \frac{-2x(x^2 - 4)}{(x - 2)(x - 1)(x + 2)}}$$

   a) Détermine l'ensemble de définition de $\boldsymbol{H(x)}$ puis simplifie $\boldsymbol{H(x)}$.
   b) Résous les équations $\boldsymbol{H(x) = 0}$ et $\boldsymbol{H(x) = 1}$.

II. GEOMETRIE :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(\vec{o}; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$; on considère les points :

$\boldsymbol{A(-4; 2); C(2; -2); D(1; 3)}$ *et* $\boldsymbol{I(1; 0)}$

1)

a) Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{DC}$.

b) Calcule les distances **d(A, C) ; d(A, D) ; d(D, C)**.

c) Quelle est la nature du triangle **ACD** ?

2)

a) Calcule les coordonnées du milieu **E** du bipoint **(A,C)** et du symétrique **B** de **D** par rapport à **E**.

b) Quelle est la nature du quadrilatère **ABCD** ?

3) Montre que les droites **(EI)** et **(DI)** sont orthogonales.

CamScanner

REPONSE DU SUJET N°6

I. ALGEBRE :

Exercice 1 :

1) Je trouve a et b sachant que $P(0) = 9$ et $P(1) = 4$

$P(x) = x^2 + (a - b + 3)x + 2a - 3b$

$P(0) = 9 \Leftrightarrow P(0) = 0 + 0 + 2a - 3b = 9 \Rightarrow P(0) = 2a - 3b = 9 \Rightarrow$

$2a - 3b = 9$

$P(1) = 4 \Leftrightarrow P(1) = 1 + a - b + 3 + 2a - 3b = 4 \Rightarrow P(1) = 3a - 4b = 0 \Rightarrow$

$3a - 4b = 0$

Donc je résous le système :

$\begin{cases} 2a - 3b = 9 \\ 3a - 4b = 0 \end{cases}$

J'élimine a

$-3 \begin{cases} 2a - 3b = 9 \\ 3a - 4b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6a + 9b = -27 \\ 6a - 8b = 0 \end{cases} \Rightarrow b = -27$

$b = -27$

Je remplace b par sa valeur dans l'équation : $2a - 3b = 9$

$2a - 3(-27) = 9 \Rightarrow 2a + 81 = 9 \Rightarrow 2a = -72 \Rightarrow a = -\frac{72}{2} = -36$

$a = -36$

J'écris alors $P(x)$

$P(x) = x^2 + (-36 + 27 + 3)x + 2(-36) - 3(-27) \Rightarrow P(x) = x^2 - 6x + 9$

$P(x) = x^2 - 6x + 9$

2) a- Factorise $P(x)$:

$P(x) = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow P(x) = (x - 3)(x - 3)$

$P(x) = (x - 3)(x - 3) = (x - 3)^2$

b- Résous les équations $P(x) = 0$ *et* $P(x) = 9$:

$P(x) = 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 = 0 \Rightarrow x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

$x = 3$

$S = \{3\}$

$P(x) = 9 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 9 \Rightarrow x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x(x - 6) = 0 \Rightarrow x = 0$; *ou* :

$x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$

$S = \{0; 6\}$

Exercice 2 :

1) Je développe en réduisant et ordonne $B(x)$ suivant les puissances décroissantes de x :

$B(x) = (x^2 - x)(x - 2) - 2(-x + 1)(x - 2) \Leftrightarrow$

$B(x) = x^3 - 2x^2 - x^2 + 2x + 2x^2 - 4x - 2x + 4 = x^3 - x^2 - 6x + 4$

$B(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

2) Je factorise $A(x)$ et $B(x)$:

$A(x) = -2x^3 + 8x \Leftrightarrow$

$A(x) = -2x(x^2 - 4) = -2x(x - 2)(x + 2)$

$A(x) = -2x(x - 2)(x + 2)$

CamScanner

$B(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4 \Leftrightarrow B(x) = x^2(x-1) - 4(x-1) = (x-1)(x^2-4)$

$= (x-1)(x-2)(x+2)$

$B(x) = (x-1)(x-2)(x+2)$

3) Soit H la fonction définie par :

$H(x) = \dfrac{-2x(x^2-4)}{(x-2)(x-1)(x+2)} = \dfrac{A(x)}{B(x)}$

a) Détermine l'ensemble de définition de $H(x)$ puis simplifie $H(x)$:

$H(x)$ est définit si et seulement si $(x-2)(x-1)(x+2) \neq 0 \Leftrightarrow B(x) \neq 0$

$(x-2)(x-1)(x+2) \neq 0 \Rightarrow x-2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2\ ; ou :\ x-1 \neq 0 \Rightarrow$

$x \neq 1\ ; ou : x+2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$

$S\{x\ /x \in \mathbb{R}, x \neq -2\ , x \neq 1, x \neq 2\}$

$S = \mathbb{R}\_\{-2, 1, 2\}$

b) Résous les équations $H(x) = 0$ et $H(x) = 1$:

$H(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{-2x(x^2-4)}{(x-2)(x-1)(x+2)} = 0 \Rightarrow -2x(x^2-4) = 0 \Rightarrow -2x = 0$

$\Rightarrow x = 0; ou : x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2\ ou\ x = -2$

$S = \{-2; 0; 2\}$

$H(x) = 1 \Leftrightarrow \dfrac{-2x(x^2-4)}{(x-2)(x-1)(x+2)} = 1 \Rightarrow$

$-2x(x^2-4) = (x-2)(x-1)(x+2) \Rightarrow$

$-2x(x-2)(x+2) = (x-2)(x-1)(x+2) \Rightarrow -2x = x-1 \Rightarrow -3x = -1$

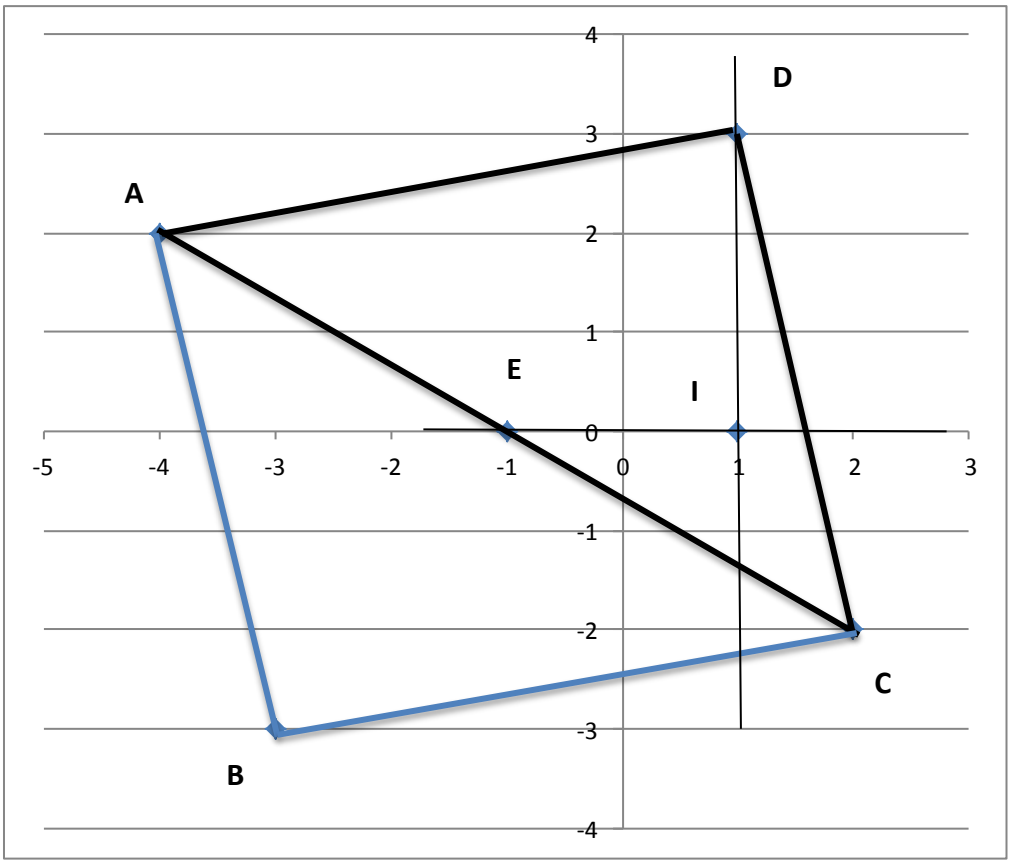
$\Rightarrow x = \dfrac{1}{3}$

$S = \left\{\dfrac{1}{3}\right\}$

CamScanner

II. GEOMETRIE :

Je construis dans le plan muni d'un repère orthonormé $(\vec{o};\vec{\imath};\vec{\jmath})$ les points :
$A(-4;2); C(2;\ -2); D(1;3)\ et\ I(1;0)$



1)

a) Je calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AC}\begin{vmatrix} x_C - x_A = 2 + 4 = 6 \\ y_C - y_A = -2 - 2 = 0 \end{vmatrix}$; $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AD}\begin{vmatrix} x_D - x_A = 1 + 4 = 5 \\ y_D - y_A = 3 - 2 = 1 \end{vmatrix}$; $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{DC}\begin{vmatrix} x_C - x_D = 2 - 1 = 1 \\ y_C - y_D = -2 - 3 = -5 \end{vmatrix}$; $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$

b) Calcule les distances d(A, C) ; d(A, D) ; d(D, C)

$d(A,C) = \sqrt{6^2 + 0} = \sqrt{36} = 6$

$d(A,C) = 6$

$d(A,D) = \sqrt{5^2 + 1} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$

$d(A,D) = \sqrt{26}$

$d(D,C) = \sqrt{1 + 5^2} = \sqrt{1 + 25} = \sqrt{26}$

$d(D,C) = \sqrt{26}$

CamScanner

c) La nature du triangle ACD est :

$d(D,C) = d(A,D)$ donc ACD est un triangle isocèle.

2)

a) Je calcule les coordonnées du milieu E du bipoint (A,C) et du symétrique B de D par rapport à E.

$$E\begin{vmatrix}\frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-4+2}{2} = -1\\ \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{2-2}{2} = 0\end{vmatrix} ; E(-1;0)$$

$$\overrightarrow{DE}\begin{vmatrix}x_E - x_D = -1 - 1 = -2\\ y_E - y_D = 0 - 3 = -3\end{vmatrix} ; \overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$$

Soit $B(x;y), S_E(D) = B$

$$\overrightarrow{EB}\begin{vmatrix}x_B - x_E = x + 1\\ y_B - y_E = y\end{vmatrix} ; \overrightarrow{EB}\begin{pmatrix}x+1\\y\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{EB} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x+1\\y\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix}-2 = x+1\\-3 = y\end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix}x = -3\\y = -3\end{vmatrix}$$

$B(-3;\ -3)$

c) La nature du quadrilatère ABCD :

ABCD est un parallélogramme.

3) Je montre que les droites (EI) et (DI) sont orthogonales :

$$\overrightarrow{EI}\begin{vmatrix}x_I - x_E = 1 + 1 = 2\\ y_I - y_E = 0 - 0 = 0\end{vmatrix} ; \overrightarrow{EI}\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{DI}\begin{vmatrix}x_I - x_D = 1 - 1 = 2\\ y_I - y_D = 0 - 3 = 0\end{vmatrix} ; \overrightarrow{DI}\begin{pmatrix}0\\-3\end{pmatrix}$$

(EI) et (DI) sont orthogonales si et seulement si :

$\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}0\\-3\end{pmatrix} = 0 \Rightarrow 2(0) + 0(-3) = 0 + 0 = 0$; Donc (EI) et (DI) sont orthogonales.

CamScanner

SUJET N°7

I. ALGEBRE :

On considère la fonction polynôme $\boldsymbol{f}$ définie par :

$\boldsymbol{f(x) = 4x^3 + 3x^2 + ax + b}$

1) Détermine les réels $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ sachant que : $\boldsymbol{f(1) = 0}$ *et* $\boldsymbol{f(-2) = -15}$
2) Ecris $\boldsymbol{f(x)}$ sous la forme d'un produit de polynômes du premier degré.
3) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $\boldsymbol{f(x) = 0}$
4) Soient le polynôme $\boldsymbol{g(x) = (4x + 3)(x - 1)(-x + 2)}$ et **Q** la fonction rationnelle définie par :

   $$\boldsymbol{Q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}}$$

   a) Détermine le domaine de définition de $\boldsymbol{Q(x)}$.
   b) Simplifie $\boldsymbol{Q(x)}$.
5) Soient $\boldsymbol{q_1}$ et $\boldsymbol{q_2}$ les fonctions définies :

   $\boldsymbol{q_1(x) = x + 1}$ et $\boldsymbol{q_2(x) = -x + 2}$

   Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(\vec{o}; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ construis les droites $\boldsymbol{\Delta_1}$ *et* $\boldsymbol{\Delta_2}$,représentation graphique respectives de $\boldsymbol{q_1}$ et $\boldsymbol{q_2}$.
6) On pose $\boldsymbol{\Delta_1 \cap \Delta_2 = \{I\}}$. Quelles sont les coordonnées de **I** ?

II. GEOMETRIE :

Le plan est rapport au repère orthonormé$(\vec{o}; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$.

On y marque le point **M** connu par ses coordonnées $(-3;\ 4)$. Soit $\vec{v}$ le vecteur connu par ses composantes $(3;\ 1)$.

1) Quelles sont les coordonnées de **P** défini par : $\boldsymbol{\overrightarrow{MP} = \vec{v}}$?
2) Quelles sont les coordonnées de **Q** symétrique de **P** par rapport à **O** ?
3) Calcule les distances **d(M, P) ; d(M, Q) ; d(P, Q)**.
   Quelle est la nature du triangle **MPQ** ?
4) Quelles sont les coordonnées du point **R** qui se transforme en **M** par la translation de vecteur $\vec{v}$? Quelle est la nature du triangle **PQR** ?
   Quel est le centre I du cercle circonscrit à ce triangle ?
5) Détermine le sinus de l'angle $\widehat{Q}$ $(\boldsymbol{sin\widehat{Q}})$ du triangle **MPQ**.
6) Montre que le point W de coordonnées (0 ; 0) appartient à la médiatrice de $[\boldsymbol{PQ}]$.

CamScanner

REPONSE DU SUJET N°7

I. ALGEBRE :

1) Détermine les réels a et b sachant que : $f(1) = 0$ *et* $f(-2) = -15$

$f(x) = 4x^3 + 3x^2 + ax + b$

$f(1) = 0 \Leftrightarrow f(1) = 4 + 3 + a + b = 0 \Rightarrow a + b = -7$

- $a + b = -7$

$f(-2) = -15 \Leftrightarrow f(-2) = 4(-2)^3 + 3(-2)^2 - 2a + b = -15 \Rightarrow$

$-32 + 12 - 2a + b = -15 \Rightarrow -2a + b = 5$

- $-2a + b = 5$

Je résous le système :

$$\begin{cases} a + b = -7 \\ -2a + b = 5 \end{cases}$$

J'élimine b

$$\begin{matrix} 1 \\ -1 \end{matrix} \begin{cases} a + b = -7 \\ -2a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = -7 \\ 2a - b = -5 \end{cases} \Rightarrow 3a = -12 \Rightarrow a = -\frac{12}{3} = -4$$

$a = -4$

Je remplace a par sa valeur dans l'équation : $a + b = -7$

$-4 + b = -7 \Rightarrow b = -3$

$b = -3$

2) J'écris $f(x)$ sous la forme d'un produit de polynômes du premier degré :

$f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 4x - 3$

$f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 4x - 3 \Rightarrow f(x) = x^2(4x + 3) - (4x + 3) = (4x + 3)(x^2 - 1)$

$= (4x + 3)(x - 1)(x + 1)$

$f(x) = (4x + 3)(x - 1)(x + 1)$

3) Je résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow (4x + 3)(x - 1)(x + 1) = 0 \Rightarrow 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{4}$; *ou*: $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$; *ou*: $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

$S = \{x / x \in \mathbb{R}, x = -1, x = -\frac{3}{4}, x = 1\}$

$S = \{-1; -\frac{3}{4}; 1\}$

4) Soient le polynôme $g(x) = (4x + 3)(x - 1)(-x + 2)$ et Q la fonction rationnelle définie par :

CamScanner

$Q(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$

a) Je détermine le domaine de définition de $Q(x)$

$Q(x)$ est définit si et seulement si $g(x) \neq 0$

$g(x) \neq 0 \Leftrightarrow (4x+3)(x-1)(-x+2) \neq 0 \Rightarrow 4x+3 \neq 0 \Rightarrow x \neq -\dfrac{3}{4}$; $ou: x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$; $ou:\ -x+2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2$

$DQ = \{x\ /x \in \mathbb{R}, x \neq -\dfrac{3}{4}, x \neq 1, x \neq 2\ \}$

$DQ = \mathbb{R}\_\{-\dfrac{3}{4}; 1; 2\}$

b) Je simplifie $Q(x)$:

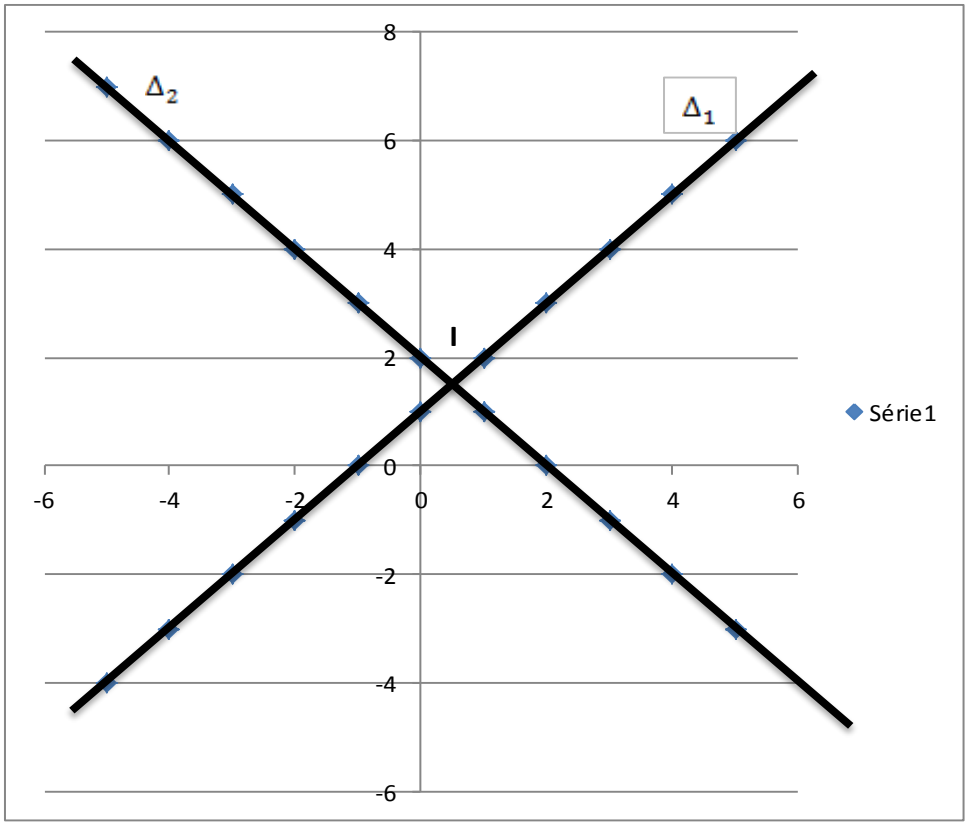
$Q(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{(4x+3)(x-1)(x+1)}{(4x+3)(x-1)(-x+2)} = \dfrac{x+1}{-x+2}$

$Q(x) = \dfrac{x+1}{-x+2}$

5) Je construis les droites Δ_1 et Δ_2

$(\Delta_1): y = x+1$

$(\Delta_2): y = -x+2$



CamScanner

6) Je calcule $\Delta_1 \cap \Delta_2 = \{I\}$

$\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = -1 \\ -x - y = -2 \end{cases} \Rightarrow -2y = -3 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$

$y = \frac{3}{2}$

Je remplace y par sa valeur dans l'équation : $x - y = -1$

$x - \frac{3}{2} = -1 \Rightarrow x = -1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$

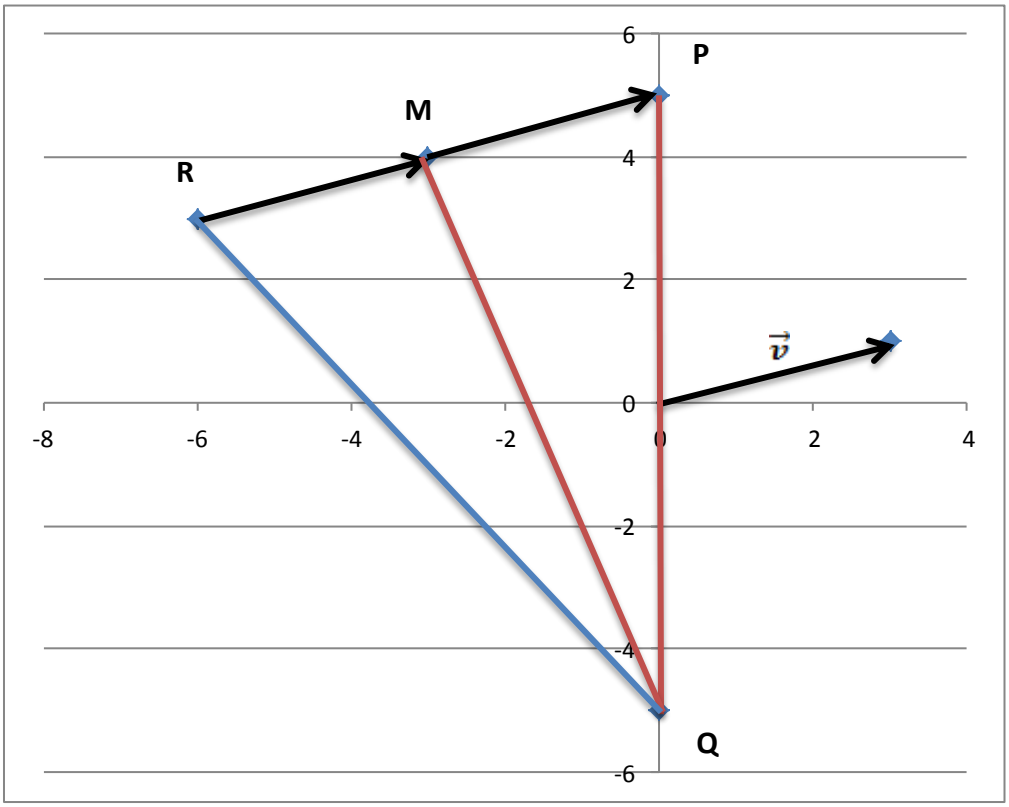
$x = \frac{1}{2}$

$I(\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$

$\Delta_1 \cap \Delta_2 = \{(\frac{1}{2}; \frac{3}{2})\}$

II. GEOMETRIE :

Je construis :



1) Je calcule les coordonnées de P défini par : $\overrightarrow{MP} = \vec{v}$ ou $\vec{v}(3;\ 1)$

$M(-3;\ 4)$

Soit $P(x; y)$

$\overrightarrow{MP} \begin{vmatrix} x_P - x_M = x + 3 \\ y_P - y_M = y - 4 \end{vmatrix}$; $\overrightarrow{MP} \begin{pmatrix} x + 3 \\ y - 4 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{MP} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x + 3 \\ y - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} x + 3 = 3 \\ y - 4 = 1 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} x = 0 \\ y = 5 \end{vmatrix} \Rightarrow P \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$

CamScanner

$P\begin{pmatrix}0\\5\end{pmatrix}$

2) Je calcule les coordonnées de Q symétrique de P par rapport à O

$S_O(P) = Q \Rightarrow Q(0;\ -5)$

$Q(0;\ -5)$

3) Je calcule les distances d(M, P) ; d(M, Q) ; d(P, Q) :

$d(M,P) = \sqrt{(x_P - x_M)^2 + (y_P - y_M)^2} = \sqrt{(0+3)^2 + (5-4)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

$d(M,P) = \sqrt{10}$

$d(M,Q) = \sqrt{(x_Q - x_M)^2 + (y_Q - y_M)^2} = \sqrt{(0+3)^2 + (-5-4)^2} = \sqrt{9+81} = \sqrt{90}$

$d(M,Q) = \sqrt{90}$

$d(P,Q) = \sqrt{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2} = \sqrt{(0-0)^2 + (-5-5)^2} = \sqrt{0+100} = \sqrt{100}$

$= 10$

$d(M,Q) = 10$

Je constate que :

$MP^2 + MQ^2 = \sqrt{10}^2 + \sqrt{90}^2 = 10 + 90 = 100$

$PQ^2 = 10^2 = 100$

Donc : $PQ^2 = MP^2 + MQ^2$

MPQ est un triangle rectangle en M.

4) Je calcule les coordonnées du point R qui se transforme en M par la translation de vecteur $\vec{v}$:

$T_{\vec{v}}(R) = M \Leftrightarrow \overrightarrow{RM} = \vec{v} = \begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$

Soit $R(x;y)$

$\overrightarrow{RM}\begin{vmatrix}x_M - x_R = -3 - x\\ y_M - y_R = 4 - y\end{vmatrix}$; $\overrightarrow{RM}\begin{pmatrix}-3-x\\4-y\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3-x\\4-y\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix}3 = -3 - x\\ 1 = 4 - y\end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix}x = -6\\ y = 3\end{vmatrix}$

$R(-6;3)$

$d(R,Q) = \sqrt{(x_Q - x_R)^2 + (y_Q - y_R)^2} = \sqrt{(0+6)^2 + (-5-3)^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100}$

$= 10$

Je constate que :

$d(P,Q) = d(R,Q)$

PQR est un triangle isocèle.

CamScanner

Je calcule les coordonnées du centre I du cercle circonscrit au triangle PQR
I est l'intersection des médiatrices des segments $[RP]\ et\ [PQ]$:
Je calcule les équations des médiatrices de ces segments : sachant que (MQ) est la médiatrice du segment $[RP]$ et la droite d'équation $y = 0$ est la médiatrice du segment $[PQ]$
M est le milieu du segment $[RP]$

$\overrightarrow{MQ}\begin{vmatrix} x_Q - x_M = 0 + 3 = 3 \\ y_Q - y_M = -5 - 4 = -9 \end{vmatrix}$; $\overrightarrow{MQ}\begin{pmatrix} 3 \\ -9 \end{pmatrix}$

Soit $H(x; y) \in (MQ)$

$\overrightarrow{MH}\begin{vmatrix} x_H - x_M = x + 3 \\ y_H - y_M = y - 4 \end{vmatrix}$; $\overrightarrow{MH}\begin{pmatrix} x + 3 \\ y - 4 \end{pmatrix}$

$3(y-4) = -9(x+3) \Rightarrow 3y - 12 = -9x - 27 \Rightarrow y - 4 = -3x - 9 \Rightarrow -3x - y = 5$

$(MQ) : -3x - y = 5$

$\begin{cases} -3x - y = 5 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow -3x - 0 = 5 \Rightarrow -3x = 5 \Rightarrow x = -\frac{5}{3}$

Donc

$I(-\frac{5}{3}; 0)$

5) Je détermine le sinus de l'angle $\hat{Q}$ $(sin\hat{Q})$ du triangle MPQ :

$sin\hat{Q} = \frac{MP}{PQ} = \frac{\sqrt{10}}{10} = 0{,}3162$

6) Je montre que le point W de coordonnées (0 ; 0) appartient à la médiatrice de $[PQ]$

Je détermine les coordonnées du milieu du segment$[PQ]$
Soit G le milieu du segment $[PQ]$

$G\begin{vmatrix} \frac{x_Q + x_P}{2} = \frac{0+0}{2} = 0 \\ \frac{y_Q + y_P}{2} = \frac{-5+5}{2} = 0 \end{vmatrix}$; $G(0; 0)$

La médiatrice est une droite qui divise en deux perpendiculairement passant par le centre du segment.
Les coordonnées du centre du segment $[PQ]$ est (0 ; 0). Donc le point W appartient à la médiatrice du segment $[PQ]$

CamScanner

Des sujets de Mathématiques du D.E.F

Composition Régionale (DRE Bko)
Épreuve de Maths 9ème Année 1er Trimestre 1976

I- ALGÈBRE

On considère les applications f et g de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définies respectivement par

$f(x)=(x+5)^2-(2x-3)^2$; $g(x)=(2x-5)(2x-1)-(5-2x)(x+3)$

1°) Mettre $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits de facteurs.

2°) Définir en extension les ensembles suivants

$A=\{x\in\mathbb{Z} / f(x)=0\}$; $B=\{x\in\mathbb{Z} / g(x)=0\}$

3°) Trouver la fonction p définie par $p(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)}$.

4°) soient les ensembles E et F définis par :

$E=\{x\in\mathbb{Z} / 8-x\succ 0\}$; $F=\{x\in\mathbb{Z} / 2x-5\succ 0\}$. Définir en extension E∩F.

5°) Que peut-on dire du signe de p(x) lorsque x est élément de E∩F ?

II- GÉOMÉTRIE

Étant donné un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$, on considère les quatre points A, B, C, et D, dont les couples de coordonnées sont respectivement (–1 ;5) , (0 ;2) , (3 ;3) et (2 ;6).

1°) Calculer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.

Que peut-on dire des bipoints (A , B) et (D, C) ?

Que peut-on dire du quadruplet (A, B, C, D) ?

2°) Soit I le point d'intersection des droites (AC) et (BD). Calculer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AI}$; $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{BI}$.

3°) On désigne par AI la distance de A à I. Calculer AI^2 ; BI^2 et AB^2.

En déduire que les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires.

4°) Quelle est la nature du quadruplet (A, B, C, D) ?

Composition Régionale (D.R.E Bamako)
Épreuve de Maths 9ème Année 2ème Trimestre 1983

I- ALGÈBRE

1°) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=ax+b$, où a et b sont des réels.

Trouver a et b sachant que $f\left(-\dfrac{3}{5}\right)=6$ et $f(2)=-7$.

2°) Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=-5x^2+x+\dfrac{9}{5}+\dfrac{1}{5}(5x+1)^2$.

Montrer que g est une fonction affine. En déduire $(f\circ g)(x)$ et $(g\circ f)(x)$.

CamScanner

3°) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système $\begin{cases} f(x) - 2g(x) \geq 0 \\ (f \circ g) \leq 0 \end{cases}$

4°) Trouver un encadrement de $(g \circ f)(\sqrt{7})$ à 10^{-1} près sachant que $2{,}64 < \sqrt{7} < 2{,}67$.

II- GÉOMÉTRIE

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1°) Représenter dans le plan les droites :
$(D_1) : x - y + 2 = 0$; $(D_2) : x + y - 6 = 0$; $(D_3) : y = -2$.

2°) a) Trouver les coordonnées des points A ; B et C tels que :
$\{A\} = D_1 \cap D_2$; $\{B\} = D_1 \cap D_3$; $\{C\} = D_2 \cap D_3$.

b) Calculer les distances d(A,B) ; d(A,C) ; d(B,C).

3°) En déduire la nature du triangle ABC.

4°) Déterminer les coordonnées du point I milieu du segment [BC].
Donner une équation de la droite médiatrice du segment [BC].

5°) Déterminer les coordonnées du centre du cercle circonscrit au triangle ABC.
Quelle est la mesure du rayon de ce cercle ?

Composition Régionale (D.R.E Ségou)

Épreuve de Maths 9ème Année 1er Trimestre 1984

I- ALGÈBRE

1°) On considère sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels une loi de composition interne notée $\star$ définie par, pour tout a élément de $\mathbb{R}$, et pour tout b élément de $\mathbb{R}$, $\boxed{a \star b = ab - (a + b) + 2}$.

Calculer : $(-6{,}2) \star (+4)$; $(+4) \star (-6{,}2)$.

a) Si pour tous les éléments de $\mathbb{R}$ considérés deux à deux, les résultats sont identiques aux calculs effectués avec (–6,2) et (+4), quelle propriété peut-on affirmer pour la loi $\star$ dans $\mathbb{R}$?

b) Vérifier à l'aide d'un seul exemple que 2 est l'élément neutre.

2°) Effectuer les produits suivants :
$(x^2 - 3x - 5)(x^5 - 2x^3 - x^2 - 8)$; $(x^3 - 2xy + y)^2$.

3°) Factoriser les expressions suivantes :
$(x^2 - 16) - (x + 4)$; $a^2 + 8a + 16$; $4a^2 - 25$.

CamScanner

II- GÉOMÉTRIE

1°) Sur une droite graduée de repère (I ; J) on considère les points A, B , C d'abscisse respectives : (–5,4) ; (+3) ; (+3,8).

a) Calculer les mesures algébriques $\overline{AC}$; $\overline{IB}$; $\overline{CA}$.

b) $\overline{BD} = -7{,}42$. Quelle est l'abscisse de D ?

2°) Dans le plan P, on considère les points A, B, C et la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ notée $T_{\overrightarrow{AB}}$.

a) Construire le point E symétrique de A par rapport à B, le point D image de C dans $T_{\overrightarrow{AB}}$.

b) Comment sont les bipoints (B, E) et (C, D) ?

c) Nature du quadruplet (C, B, E, D).

Composition Régionale (D.R.E Koulikoro)
Épreuve de Maths 9ème Année 1er Trimestre 1984

I- ALGÈBRE

1°) On donne le réel $a = \dfrac{0{,}3 + \dfrac{2}{5} + \dfrac{1}{\dfrac{2}{3}+1}}{0{,}6 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{1-\dfrac{1}{6}}}$;

Écrire le réel a sous la forme d'un quotient de deux entiers.

2°) Factoriser les expressions suivantes

a) $4a^3 - ab^2$

b) $2x^2 - 8x + 8$

3°) Calculer x et y dans les proportions :

a) $\dfrac{x}{5} = \dfrac{2}{7}$; b) $\dfrac{x}{y} = \dfrac{3}{2}$ et $x + y = 10$

4°) Soient x = 1,452452…. et y = 0,66….

a) Montrer que x et y sont des rationnels

b) Calculer x + y puis $\dfrac{x}{y}$.

II- GÉOMÉTRIE

1°) Sur une droite graduée (Δ) , on porte les points A ; B ; C ; D d'abscisse respectives –3 ; –1 ; 3 ; 5.
Calculer les mesures algébriques $\overline{AB}$; $\overline{AC}$ puis l'abscisse du milieu I de [BD].

CamScanner

2°) (Δ_1) et (Δ_2) étant deux droites non parallèles à (Δ) et entre elles, on désigne par A' , B' , C' et D' les images respectives de A , B, C, D par la projection p de (Δ) sur (Δ_2) parallèlement à (Δ_1).

Sachant que les abscisses de B' et C' sont respectivement (–2) et (+2) :

a) Calculer le rapport $\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}$ et en déduire les mesures algébriques des bipoints (A',B') ; (A',C') ; (B',D') ; (A',D').

b) Calculer les abscisses respectives de A' et D'

c) Le point M de (Δ_2) a pour abscisse –3. de quel point il est projeté par p ?

Composition Régionale (D.R.E Koulikoro)
Épreuve de Maths 9ème Année 3ème Trimestre 1984

I- ALGÈBRE

1- Calculer $\sqrt{32}\times\sqrt{\frac{1}{2}}$; $3\sqrt{2}-\sqrt{32}+4\sqrt{8}$.

2- Soit le polynôme $P(x) = x^3 + x^2 + ax + b$ où a et b sont des réels.

a) Calculer a et b sachant que P(–1) = 0 et P(2) = 0.

b) Factoriser P(x)

3- On donne les polynômes : $A(x) = (2x–5)(5x–1) – (x+1)(2x–3)$;

$B(x) = 9 – 4x^2$; $C(x) = (2x–3)^2 + 15 – 10x$.

a) Réduire et ordonner A(x) suivant les puissances décroissantes de x.

b) Écrire sous forme d'un produit de facteurs du premier degré A(x) ; B(x) ; C(x).

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations A(x) = 0 ; A(x) = 6.

4- Tracer dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ les droites (D) et (D') d'équations respectives : x + 6y + 5 = 0 et –x + 4y + 5 = 0. En déduire les coordonnées du point d'intersection I des droites (D) et (D').

II- GÉOMÉTRIE

Le plan étant rapporté à un repère orthonormé $(O ; \overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OB})$, on donne les points D ; E ; F de coordonnées respectives (– 2 ; 4) , (4 ; – 4) , $(-1 ; -\frac{3}{2})$.

1°) a) Placer ces points dans le repère

b) Donner une équation de la droite (DE)

c) Écrire une équation de la droite (Δ) passant par le point F et parallèle à la droite (DE).

2°) Montrer que le point I (5 ; 3) appartient à la médiatrice (Δ') du segment [DE] puis tracer cette médiatrice (Δ').

CamScanner

3°) Un point M de la droite (DE) a pour abscisse $\frac{7}{4}$ et un point N de la même droite a pour ordonnée $-\frac{4}{3}$. Calculer l'ordonnée du point M et l'abscisse du point N.
4°) Soit C le symétrique de I par rapport à A . L'unité de longueur étant le cm, calculer l'aire du polygone DIEC.

Composition Régionale (D.R.E Koulikoro)
Épreuve de Maths 9ème Année 2ème Trimestre 1985

I- ALGÈBRE

1°) a) Développer, réduire et ordonner suivant les puissances croissantes de x l'expression : $A(x) = (2x-1)^2 - (2x-1)(x+2)$. Calculer $A\left(\frac{1}{2}\right)$.

b) Factoriser A(x) et résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation A(x) = 0.
2°) a) Construire dans le plan muni d'un repère orthonormé les droites
(D_1) : y = 2x–1 et (D_2) : y = x – 3.
b) Calculer les coordonnées du point d'intersection I des droites (D_1) et (D_2). Vérifier graphiquement les résultats.
3°) Donner l'équation de la droite passant par le point A (3 ;0) et perpendiculaire à la droite (D_1).
4°) Calculer la longueur du segment [AI].

II- GÉOMÉTRIE

Dans le plan euclidien rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.
On donne les points A (–3 ; 1) ; B (–1 ;5) ; C (–5 ;2) ; D (4 ;2).
1°) Calculer les coordonnées du milieu I de (A,B).
2°) Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AD}$
3°) Calculer les distances d(A,B) ; d(B,C) ; d(C,A). En déduire la nature du triangle ABC.
4°) Donner une équation de la droite (AB).
5°) Donner une équation de la droite Δ passant par D de vecteur directeur $\vec{u}(2;4)$.
6°) Démontrer que le point M (2 ;1) appartient à la médiatrice de (A,B).

CamScanner

Composition Régionale (D.R.E Koulikoro)
Épreuve de Maths 9ème Année 2ème Trimestre 1986

I- ALGÈBRE

1- a) Calculer les produits : $2\sqrt{\frac{2}{27}}\times\sqrt{\frac{3}{8}}$; $4\sqrt{\frac{26}{5}}\times\sqrt{\frac{65}{8}}$.

b) Soit $A=\sqrt{3}-2$ et $B=\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ comparer A et B.

c) Montrer que $\frac{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ peut s'écrire sous la forme $\sqrt{xy}$.

2- a) Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation $\frac{7x-5}{2}-\frac{8x-6}{3}=\frac{3x+7}{4}-2$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système d'équations $\begin{cases}15x-14y=47\\9x+17y=59\end{cases}$

c) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système d'inéquations $\begin{cases}12x+3\geq 8x-5\\4x-5\leq 2x+1\end{cases}$

II- GÉOMÉTRIE

1°) Dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ tracer la droite (Δ) : x – 3y = –5

2°) Marquer sur cette droite le point A d'abscisse 1 et le point B d'ordonnée 3. Quelles sont l'ordonnée de A et l'abscisse de B ?

3°) Soit C le point de coordonnées (5 ; 0). Calculer l'équation de la droite (BC).

Montrer que (Δ) et (BC) sont orthogonales.

4°) Calculer d(A,B) et d(B,C) et en déduire la nature du triangle ABC.

5°) Quelles sont les coordonnées du centre M du cercle circonscrit au triangle ABC ? Montrer que (CM) et (BC) sont orthogonales, puis que (OM) passe par le milieu de [BC].

CamScanner

Composition Régionale (D.R.E Koulikoro)
Épreuve de Maths 9ème Année 3ème Trimestre 1986

I- ALGÈBRE

Soient les fonctions polynômes f et g définies par :

$f(x)=15x^2-3x-(5x-1)^2$ et $g(x)=18x^2-2+(1-3x)(3+x)$

1°) Développer les polynômes $f(x)$ et $g(x)$.

2°) Factoriser les polynômes $f(x)$ et $g(x)$. Calculer $f\left(\frac{1}{2}\right)$; $f\left(-\frac{1}{3}\right)$; $f\left(-\sqrt{3}\right)$

Sachant que $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$ donner un encadrement de $f\left(-\sqrt{3}\right)$ à 10^{-2} près

3°) Soit la fonction rationnelle q définie par $q(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$

a) Préciser le domaine de définition $\mathcal{D}$q de la fonction q
b) Simplifier q(x)
c) Résoudre dans $\mathcal{D}$q les équations q(x) = 1 ; q(x) = $-\frac{3}{2}$.

II- GÉOMÉTRIE

Dans le plan rapporté au repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ les points A, B , C sont tels que : $\overrightarrow{OA}=-3\vec{i}+4\vec{j}$; $\overrightarrow{OB}=-5\vec{i}$; $\overrightarrow{OC}=5\vec{i}$

1°) Calculer d(A,B) ; d(A,C) ; d(B,C). En déduire la nature du triangle ABC.

2°) Calculer les coordonnées du milieu I de [AC] et les coordonnées du symétrique D de I par rapport à O. Montrer que le quadrilatère ABDI est un parallélogramme.

3°) Démontrer que les quatre points A, B, D, I sont éléments d'un cercle $\mathcal{C}$. Quelles sont les coordonnées du centre K de ce cercle ? Calculer son rayon r puis trouver l'équation de ce cercle $\mathcal{C}$(K ; r).

4°) Quelle est la position de la droite (CD) par rapport à ce cercle.

5°) x désignant l'écart angulaire de l'angle géométrique BÔD, calculer sin(x).

CamScanner

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
ACADEMIE D'ENSEIGNEMENT
CENTRE D'ANIMATION PEDAGOGIQUE

REPUBLIQUE DU MALI
UN PEUPLE – UN BUT – UNE FOI



COURS DE CHIMIE

9ème ANNEE

CamScanner

Sommaire

I. Chimie générale :……3 – 15

1. Rappel des équations de réactions……3 – 5
2. Structure de l'atome……6 – 8
3. Classification périodique des éléments chimiques……9 – 10
4. Oxydation – Réduction – Oxydo –réduction)……11 – 15

II. Chimie minérale……16 – 27

5. Introduction à l'étude des métaux……16
6. L'Aluminium……17 – 22
7. Le Fer……23 – 27

III. Chimie Organique……28 – 39

8. Notion de la chimie organique……28 – 30
9. Le Méthane……31 – 35
10. L'Éthanol……36 – 39

CamScanner

Rappels des Réactions et équations chimiques :

I. Réaction chimique :

1. **Définition :** Une réaction chimique est une transformation au cours de laquelle la ou les espèces chimiques mises en présence disparaissent en donnant naissance à une ou d'autres espèces.
2. **Exemples :**

Carbone + Dioxygène → dioxyde de carbone ou gaz carbonique

Dihydrogène + Dioxygène → Eau

Aluminium + Eau → Alumine + Dihydrogène

II. Equation bila d'une réaction chimique :

1. **Définition :** L'équation d'une réaction chimique traduit le bilan de cette réaction.

   L'équation bilan est une représentation symbolique qui prend en compte les états initial et final d'une réaction chimique.
2. **Exemples d'équations chimiques**

- **Combustion du carbone**

  $C + O_2 \rightarrow CO_2$
- **Combustion du soufre**

  $S + O_2 \rightarrow SO_2$
- **Formation du sulfure de fer:**

  $Fe + S \rightarrow FeS$

III. Les Fonctions Acides, Bases et Sels :

1. **Fonction Acide :**

a. **Définition :** un acide est un composé chimique renfermant un ou plusieurs atomes d'hydrogène remplaçables par un métal.

b. Exemples :

Acide + Métal → Sel + Hydrogène

Acide + Oxyde Métallique → Sel + Eau

Acide + Sel → Nouveau Sel + Nouvel Acide

Acide + Base → Sel + Eau

$2HCl + Zn \rightarrow ZnCl_2 + H_2^{\uparrow}$

$H_2SO_4 + Mg \rightarrow MgSO_4 + H_2^{\uparrow}$

$3H_2SO_4 + Fe_2O_3 \rightarrow Fe_2(SO_4)_3 + 3H_2O$

$HCl + NaOH \rightarrow NaCl + H_2O$

$2HCl + CaCO_3 \rightarrow CaCl_2 + H_2CO_3$

$6HCl + Al \rightarrow AlCl_3 + 3H_2$

$H_2SO_4 + KOH \rightarrow K_2SO_4 + 2H_2O$

$2HNO_3 + Ca(OH)_2 \rightarrow Ca(NO_3)_2 + 2H_2O$

2. **Fonction Base :**

a. **Définition :** la molécule d'une base contient un métal et un ou plusieurs groupes OH.

b. Exemples :

Base + Acide → Sel + Eau

Base + Sel → Nouveau Sel + Nouvelle Base

CamScanner

$Ca(OH)_2 + H_2SO_4 \rightarrow CaO_4 + 2H_2O$
$HCl + NaOH \rightarrow NaCl + H_2O$
$2NaOH + CuSO_4 \rightarrow Na_2SO_4 + Cu(OH)_2$
$2Al(OH)_3 + 3H_2SO_4 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + 3H_2O$

3. **Fonction Sel :**

a. **Définition :** un sel résulte de la réaction d'un acide avec une base.

b. **Exemples :**

Acide + Base → Sel + Eau
$2NaCl + H_2SO_4 \rightarrow Na_2SO_4 + 2HCl^{\uparrow}$
$CuSO_4 + 2NaOH \rightarrow Na_2SO_4 + Cu(OH)_{2\downarrow}$
$FeCl_2 + 2NaOH \rightarrow 2NaCl + Fe(OH)_{2\downarrow}$

IV. Conservation de la matière : loi de Lavoisier

1. **Enoncé :**

La masse des produits formés lors d'une réaction chimique est égale à la masse des réactifs consommés. Cette loi fut énoncée par Lavoisier à la fin du XVIIIème Siècle.

2. **Exemple :**

$$C + O_2 \rightarrow CO_2$$

12g 16g×2 → 44g

44g

V. Application des équations bilan des réactions aux problèmes de chimie :

1. **Relation entre le nombre de moles et la masse :**

Soit (M) la masse molaire moléculaire, (m) la masse du corps et (n) le nombre de moles :

M(g) → 1mol
m(g) → n mol

On écrit la proportionnalité entre la masse et le nombre de moles par :

$n = \frac{m}{M} \Rightarrow m = n \times M$

2. **Relation entre le nombre de moles et le volume :**

Soit (V) le volume, (Vo) le volume molaire dans les conditions normales de température et de pression, et (n) le nombre de moles :

$n = \frac{V}{Vo} \Rightarrow V = n \times Vo$

Vo= 22,4L/mol

3. **Rapport stœchiométrique et les nombres de moles :**

CamScanner

Lors d'une réaction chimique, les quantités de matières consommées et des produits formés sont proportionnelles aux coefficients stœchiométriques.

$$\boldsymbol{xA} + \boldsymbol{yB} \rightarrow \boldsymbol{zC} + \boldsymbol{tD}$$

$$\frac{n(A)}{x} = \frac{n(B)}{y} = \frac{n(C)}{z} = \frac{n(D)}{t}$$

$n(A)$; $n(B)$; $n(C)$; $n(D)$ Sont les nombres de mol des corps A, B, C et D.

CamScanner

Structure de l'atome:

I. MODELE DE L'ATOME :

Les chimistes ont montré que les particules formant la matière sont toutes formées à partir d'atomes.

L'atome est semblable à une sphère (orange) dont on connait le rayon et la masse.

Définition : L'atome d'un élément est la plus petite particule de cet élément qui puisse exister à l'état libre et stable.

II. PARTICULES FONDAMENTALES OU CONSTITUANTS FONDAMENTAUX

1. Electron (e-)

Particule de masse (me) très petit et de charge électrique négative.

Qe = $-1{,}6.10^{-19}C$; Me = $9{,}1.10^{-31}$Kg

Tous identiques, les électrons sont les constituants universels de la matière.

2. Le proton (P)

Le proton est une particule de charge positive.

QP = $+1, 6.10^{-19}C = +e; mp = 1836.me; mp = 1{,}67.10^{-27}$Kg

3. Le neutron (N)

Le neutron est une particule de charge électrique nulle.

qn = 0C ; mN = mP = $1{,}67.10^{-27}Kg$

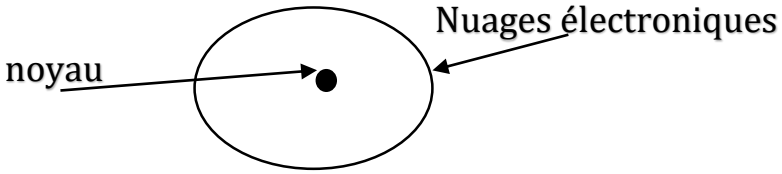
Remarque

L'atome est électriquement neutre car il possède autant d'électrons que de protons.

La charge totale des électrons est noté Z^{e-}.

III. STRUCTURE DE L'ATOME

Un atome est constitué d'un noyau central et d'un nuage électronique.



1. Le noyau central

Il se compose de nucléons (protons et neutrons). Sa charge est positive

A = Z + N ; Z = A – N ; N = A – Z

A = nombre de nucléons ou nombre de masse ;

Z = numéro atomique ou nombre de protons

N = nombre de neutrons

Un atome X donné est symboliquement représenté par $^{A}_{Z}X$

Exemple : $^{23}_{11}Na$

2. Le nuage électronique

Les électrons, en mouvement autour d'un noyau central sont placés sur des couches successives ou niveaux d'énergie K ; L ; M ; N.

CamScanner

La répartition des électrons sur les couches électroniques obéit à des lois bien précises.
Une couche électronique ne peut contenir au maximum que $2.n^2$ où n indique le numéro de la couche.

Couches	Electrons
K	**2**
L	**8**
M	**18**
N	**32**

Remarque:

- **Sur une même couche, les électrons sont couplés en paires ou doublets.**
- **Un électron isolé est dit célibataire ou singlet.**
- **L'atome est électriquement neutre, car il a autant de charges positives (+Ze) que de charges négatives (-Ze) dans le noyau.**

Exemple : $^{12}_{6}C$
+Ze = 6x1, $6.10^{-19}C$
-Ze = 6(-1,6).10^{-19}C
+Ze - Ze = 0

- **Le nombre d'Avogadro (N = $6{,}02.10^{23}$) Permet de calculer la masse d'un seul atome ou d'une seule molécule.**

Exemple : 12g de carbone contiennent N atomes soit $6{,}02.10^{23} atomes$.

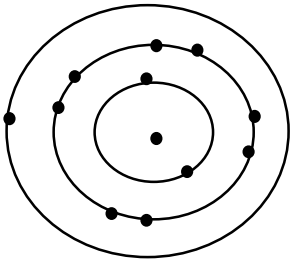
Exercice :
Fais la représentation de la structure électronique des atomes suivants :

$^{23}_{11}Na$; $^{27}_{13}Al$; $^{16}_{8}O$. Donne le nombre de protons et de neutrons contenus dans le noyau de chacun de ces atomes.

Solution :

CamScanner

$^{23}_{11}Na$



Le nombre de protons

Z = 11

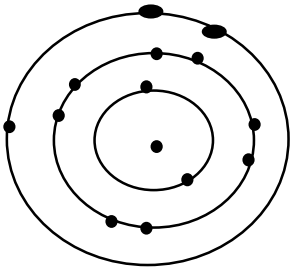
Le nombre de neutrons

N = A – Z

N = 23 – 11 = 12

N = 12

$^{27}_{13}Na$



Le nombre de protons

Z = 13

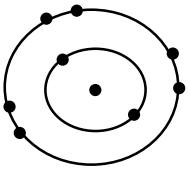
Le nombre de neutrons

N = A – Z

N = 27 – 13 = 14

N = 14

$^{16}_{8}O$



Le nombre de protons

Z = 8

Le nombre de neutrons

N = A – Z

N = 16 – 8= 8

N = 8

CamScanner

CLASSIFICATION PERIODIQUE DES ELEMENTS : TABLEAU DE MENDELEÏEV

I. Description :

Les 109 éléments sont placés par ordre croissant de leur numéro atomique Z, dans un tableau. Ce tableau est formé de 7 lignes (ou périodes) et de 8 colonnes (ou groupes). Le numéro de la ligne ou période représente le nombre de couches électroniques.

II. Intérêt : En général, les éléments de la même colonne ont le même nombre d'électrons sur la dernière couche (couche externe). D'où numéro de colonne = nombre d'électron de la couche externe.

Les électrons de la couche externe déterminent les propriétés chimiques semblables des atomes. D'où les familles suivantes :

- Colonne I : métaux alcalins
- Colonne VII : halogènes
- Colonne VIII : gaz inertes.

III. NOTION DE VALENCE

1. **Définition :** La valence d'un élément est le nombre qui caractérise sa capacité d'addition ou de substitution aux autres corps.
2. **Tableau de valence :** Les éléments d'une même colonne ont valence. Pour les métaux et l'hydrogène, le numéro de la colonne est égal au nombre d'électrons de la couche externe et à la valence.
   Les non métaux ont une valence négative (-), la valence est égale à 8 moins le numéro de la colonne.
   Exemple :
   Le chlore, élément de la colonne 7 a une valence négative = 8 – 7 = 1.

TABLEAU DE VALENCE DE QUELQUES ELEMENTS CHIMIQUES

Monovalent	Divalent	Trivalent	Tétravalent	Trivalent	Divalent	Monovalent	Avalent
He	Be	B	C	N	O	F	He
Li	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ne
Na	Ca					Br	Ar
K	Pb					I	Kr
Ag	Fe	Fe					
Cu	Cu		Pb				
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII

CamScanner

IV. Tableau de classification périodique des éléments

Colonne ligne→ ↓	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	${}_{1}^{1}H$ Hydrogène							${}_{2}^{4}He$ Hélium
2	${}_{3}^{7}Li$ Lithium	${}_{4}^{8}Be$ Béryllium	${}_{5}^{11}B$ Bore	${}_{6}^{12}C$ Carbone	${}_{7}^{14}N$ Azote	${}_{8}^{16}O$ Oxygène	${}_{9}^{18}F$ Fluor	${}_{10}^{20}Ne$ Néon
3	${}_{11}^{23}Na$ Sodium	${}_{12}^{24}Mg$ Magnésium	${}_{13}^{27}Al$ Aluminium	${}_{14}^{28}Si$ Silicium	${}_{15}^{31}P$ Phosphore	${}_{16}^{32}S$ Soufre	${}_{17}^{35}Cl$ Chlore	${}_{18}^{40}Ar$ Argon
4	${}_{19}^{39}K$	${}_{20}^{40}Ca$					${}_{35}^{80}Br$ Brome	${}_{36}^{84}Kr$ Krypton

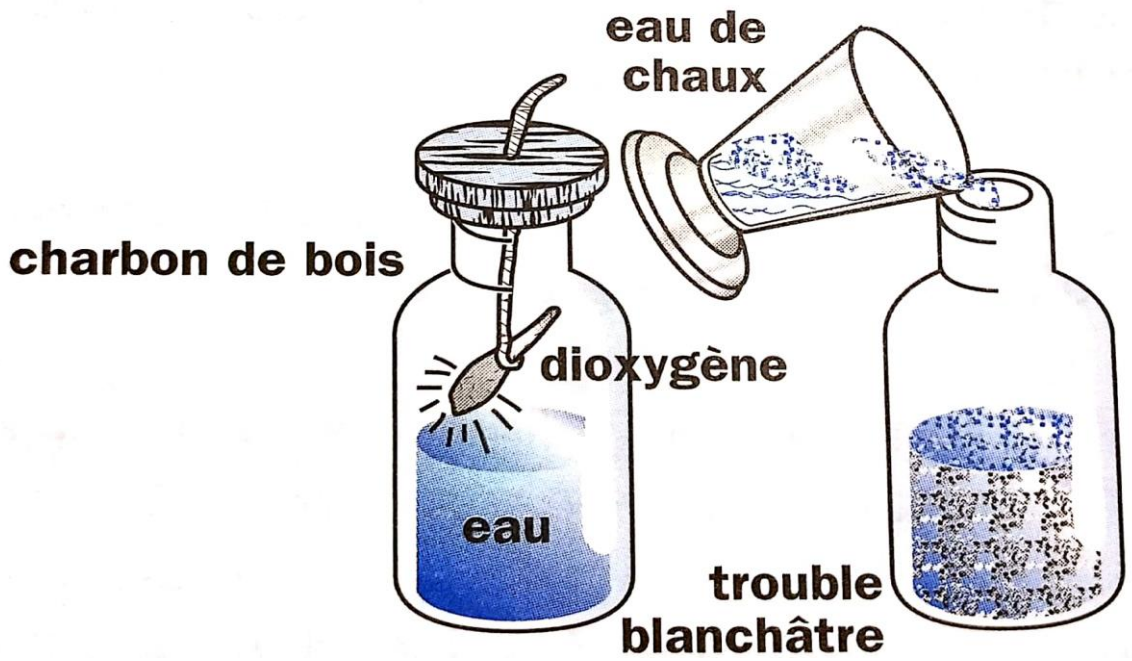
CamScanner

Oxydation et réduction : réaction d'oxydo-réduction :

I. Oxydation

1. Exemples :

a. Combustion ou oxydation du carbone par le dioxygène



Portons au rouge dans l'air un morceau de charbon de bois et introduisons – le dans un flacon de dioxygène. La combustion est très vive ; il se forme du dioxyde de carbone.
L'équation bilan de la réaction :

$$C + O_2 \rightarrow CO_2$$

b. Oxydation du carbone par l'oxyde de cuivre II

Expérience : Un mélange de carbone et d'oxyde de cuivre II fortement chauffé produit un gaz qui trouble l'eau de chaux, le dioxyde de carbone.

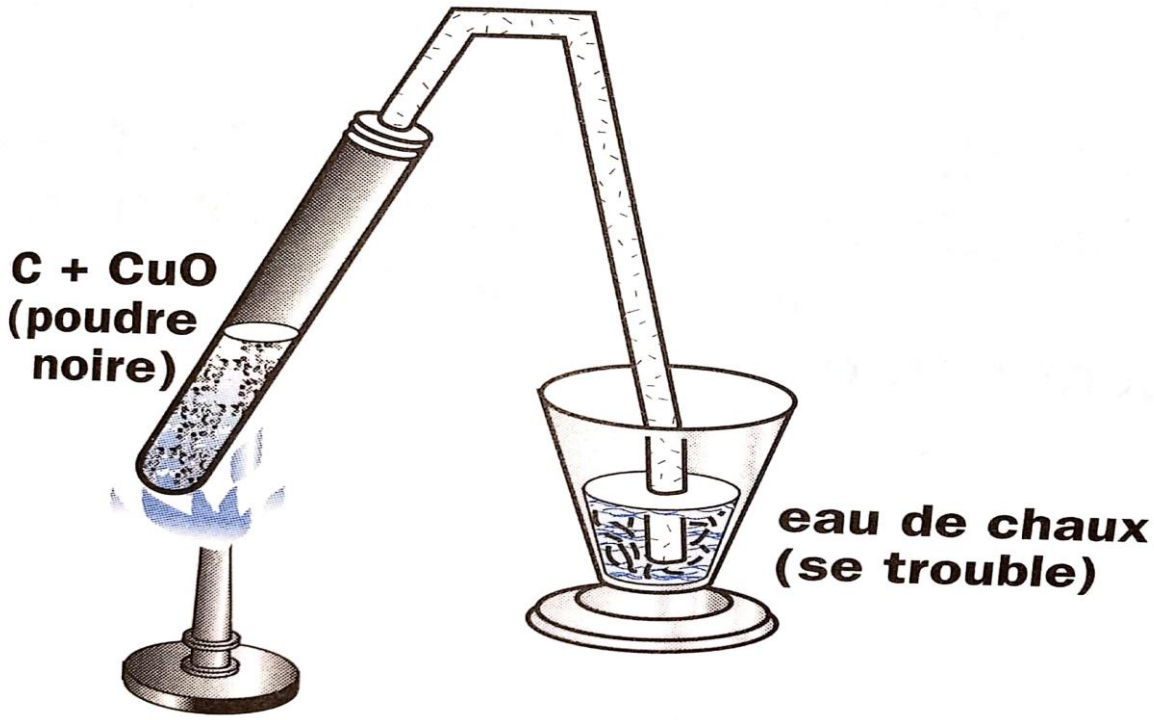
L'équation bilan s'écrit :

$$2CuO + C \rightarrow CO_2 + 2Cu$$

Interprétation

L'oxyde de cuivre II oxyde le carbone en dioxyde de carbone : les atomes d'oxygène du CuO se sont combinés aux atomes de carbone.

CamScanner

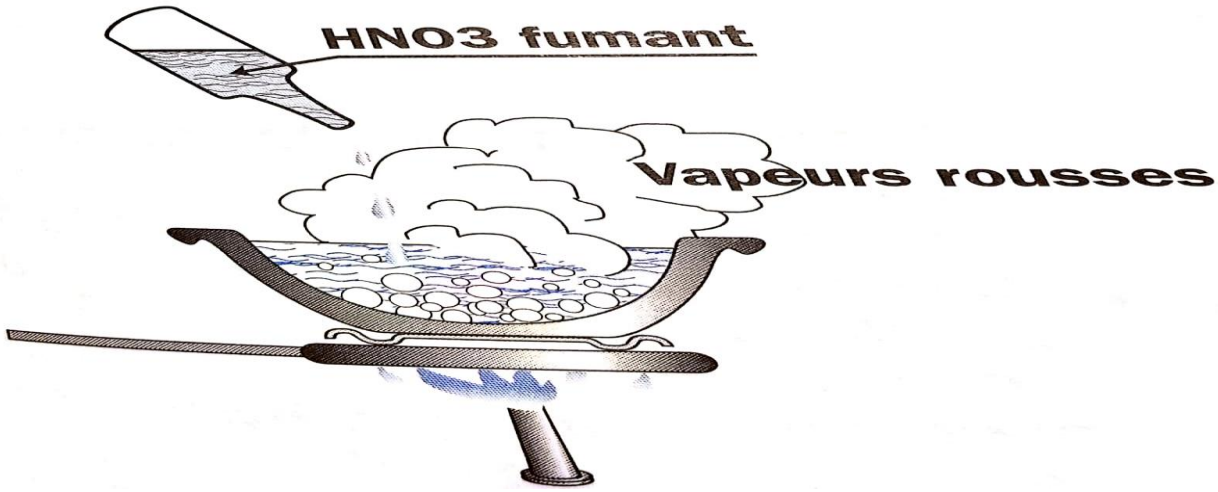


c. **<u>Oxydation du carbone par l'acide nitrique</u>**

En n'ajoutant goutte à goutte de l'acide nitrique HNO3 fumant sur du charbon chauffé, il se produit une réaction vive, des vapeurs rousses de dioxyde d'azote NO_2, du dioxyde de carbone CO_2 et de l'eau H_2O se dégagent.

L'équation bilan de la réaction s'écrit :

$4HNO_3 + C \rightarrow CO_2 + 4NO_2 + 2H_2O$



2. **<u>Définition</u>**:
   a. **<u>Oxydation</u>** : on appelle oxydation la fixation d'atome d'oxygène sur un corps pur simple ou composé.
   Oxyder un corps c'est donc lui ajouter des atomes d'oxygène.

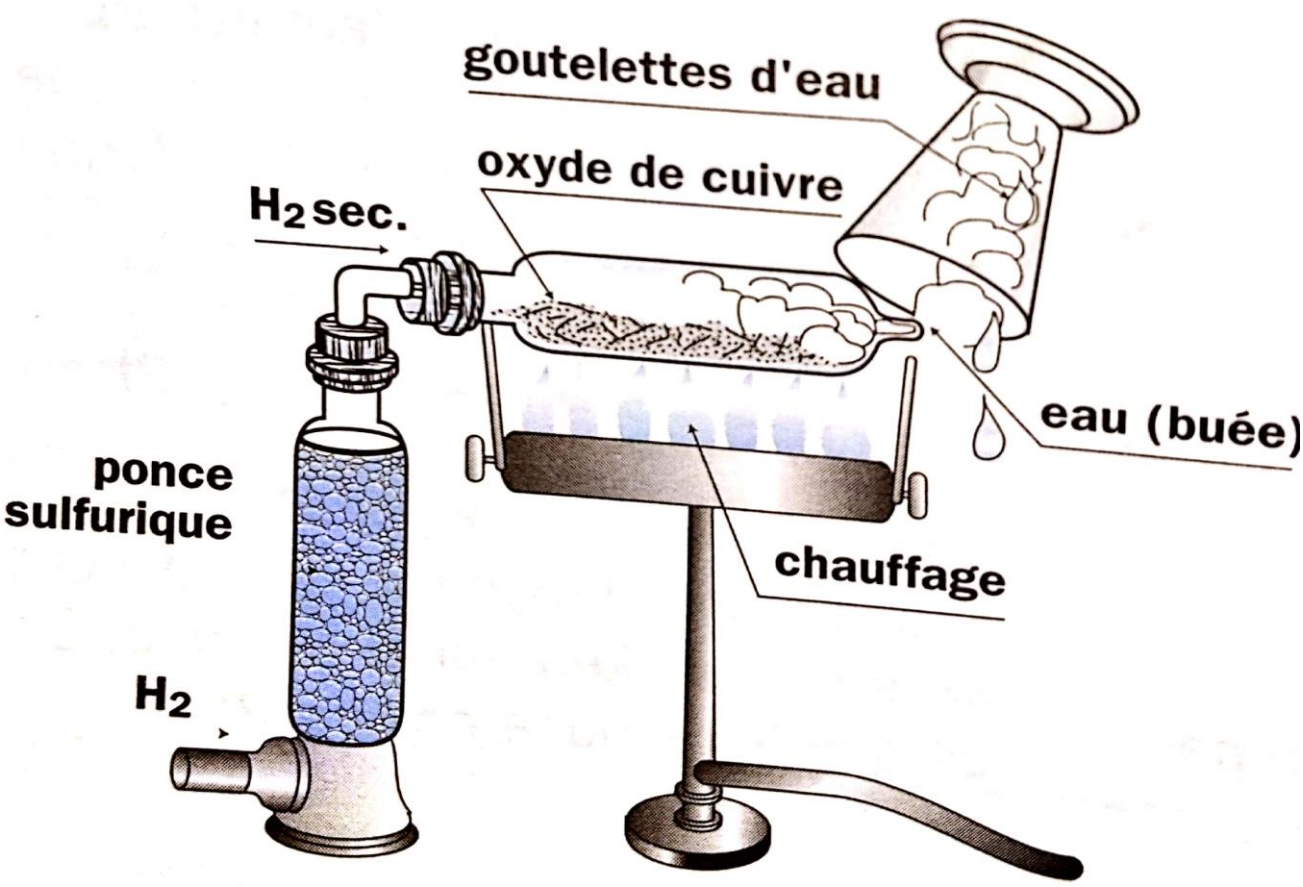
CamScanner

b. **<u>Un oxydant</u> :** Un oxydant est un corps pouvant fournir des atomes d'oxygène. C'est-à-dire produire des réactions d'oxydations.
Exemples d'oxydants : le dioxygène (O_2), l'eau (H_2O), l'oxyde de cuivre II (CuO), l'acide nitrique (HNO_3), l'acide sulfurique (H_2SO_4).

II. <u>REDUCTION</u>

1. <u>Exemples:</u>

a. **<u>Réduction de l'oxyde de cuivre II par le dihydrogène</u>**
Le dihydrogène réagit à chaud sur de l'oxyde de cuivre II. Il se forme de la vapeur d'eau et, après refroidissement, du cuivre métallique. L'oxyde de cuivre a perdu des atomes d'oxygène qui se sont combinés avec des atomes d'hydrogène. L'oxyde de cuivre est alors réduis par le dihydrogène.
L'équation bilan de la réaction s'écrit :
$Cu + H_2 \rightarrow Cu + H_2O$

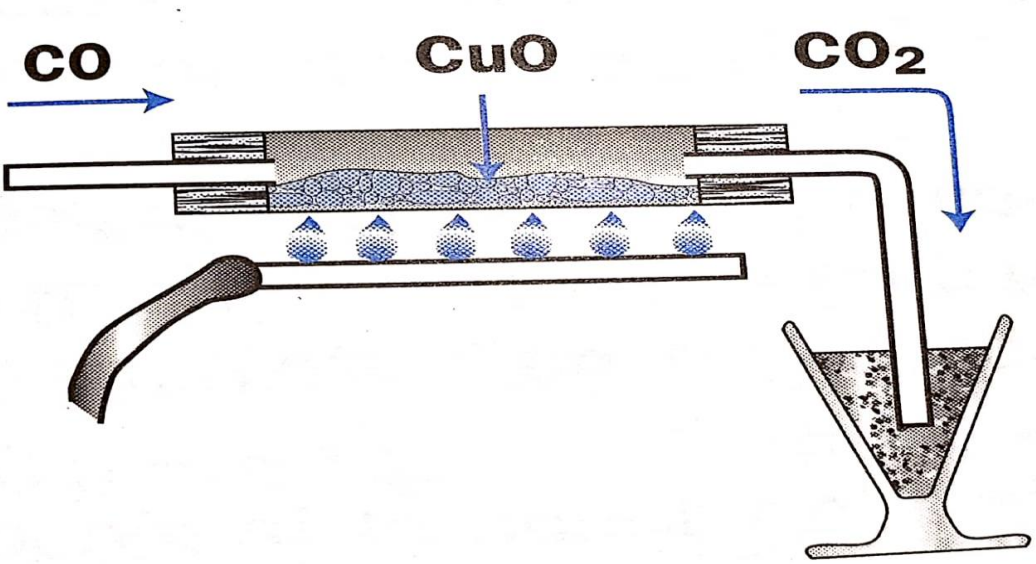


b. **<u>Réduction de l'oxyde de cuivre II par l'oxyde de carbone</u>**
A chaud, l'oxyde de carbone enlève l'atome d'oxygène de l'oxyde de cuivre II et l'oxyde en dioxyde de carbone CO_2.

CamScanner

L'oxyde de cuivre qui cède son atome d'oxygène est réduit en cuivre.
Equation bilan s'écrit:

$CuO + CO \rightarrow Cu + CO_2$

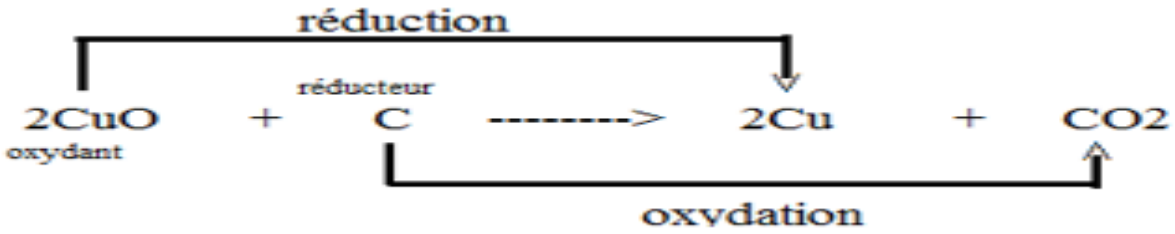


2. **Définition :**
   a. **La Réduction**: Une réduction est toute réaction avec enlèvement d'atomes d'oxygène à un composé oxygéné.
   Réduire un corps c'est lui enlever des atomes d'oxygène.
   b. **Réducteur** : on appelle réducteur un corps capable d'enlever des atomes d'oxygène à un composé oxygéné.

III. Oxydo – Réduction :

1. **Définition :** On appelle oxydoréduction toute réaction au cours de laquelle l'oxydant oxyde le réducteur, tandis que simultanément le réducteur réduit l'oxydant.

O	**+**	**R**	**→**	**OR**	**+**	**RO**
Oxydant		**Réducteur**		**Oxydant réduit**		**Réducteur Oxydé**



Exercice :
On oxyde 36g de carbone par l'oxyde de cuivre II

CamScanner

a. Ecrire l'équation bilan de la réaction, nommer le réducteur et l'oxydant ;
b. Calculer le volume de dioxyde de carbone dégagé ;
c. Calculer la masse du cuivre formé.

On donne : M(Cu)=64g/mol, M(O)=16g/mol, M(C)=12g/mol, Vm=22,4L/mol

Solution :

L'équation bilan de la réaction est :

$2CuO + C \rightarrow CO_2 + 2Cu$

2 mol 1 mol 1 mol 2 mol

- Le carbone est le réducteur
- L'oxyde de cuivre II est l'oxydant

La relation de proportionnalité

$$\frac{\boldsymbol{n(CuO)}}{\boldsymbol{2}} = \frac{\boldsymbol{n(C)}}{\boldsymbol{1}} = \frac{\boldsymbol{n(CO_2)}}{\boldsymbol{1}} = \frac{\boldsymbol{n(Cu)}}{\boldsymbol{2}}$$

Le nombre de mole du carbone est :

$$\boldsymbol{n(C)} = \frac{\boldsymbol{m(C)}}{\boldsymbol{M(C)}} = \frac{36g}{12g/mol} = 3mol$$

Le nombre de mole du dioxyde de carbone dégagé

$$\frac{n(C)}{1} = \frac{n(CO_2)}{1} \Rightarrow n(CO_2) = n(C) = 3mol$$

Le volume du dioxyde de carbone est :

$$\boldsymbol{V(CO_2)} = \boldsymbol{n(CO_2)} \times \boldsymbol{Vm} = 3mol \times \frac{22,4L}{mol} = 67,2L$$

$$\boldsymbol{V(CO_2) = 67,2L}$$

Le nombre de mole du cuivre formé est :

$$\frac{n(C)}{1} = \frac{n(Cu)}{2} \Rightarrow n(Cu) = 2 \times n(C) = 2 \times 3mol = 6mol$$

La masse du cuivre est :

$$\boldsymbol{m(Cu)} = \boldsymbol{n(Cu)} \times \boldsymbol{M(Cu)} = 6mol \times \frac{64g}{mol} = 384g$$

$$\boldsymbol{m(Cu) = 384g}$$

CamScanner

Introduction à l'étude des métaux usuels :

L'aluminium, le fer, le cuivre et le zinc :

I. Propriétés physiques

1. **Eclat métallique**

   Grand pouvoir réfracteur de la surface métallique.

2. **Masse volumique :**

   $\mu = \frac{m}{v}$

   $2.10^3 Kg/m^3 \leq \mu < 22.10^3 Kg/m^3$

3. **Fusibilité :** Les métaux usuels fondent à des températures déterminées : le point de fusion.
4. **Conductibilité :** Les métaux usuels sont des bons conducteurs thermiques et électriques (Zn, Al ; Fe ; Cu).

II. Propriétés mécaniques :

1. **La Ténacité** : La ténacité d'un métal est la résistance qu'il oppose à la rupture.
2. Ordre de ténacité croissante des métaux : zinc, aluminium, cuivre, fer.
3. **La dureté** : La dureté d'un métal est la résistance à la pénétration d'un autre ou la propriété de rayer un autre.

   Ordre de dureté croissante : aluminium, cuivre, zinc, fer.
4. **La malléabilité** : La malléabilité est la propriété qu'ont les métaux de pouvoir être en lames minces par martelage ou laminage.

   Ordre de malléabilité croissante : fer, zinc, cuivre, aluminium.
5. **La ductilité** : La ductilité est la propriété que possède les métaux de se laisser étirer en fils par passage à travers la filière (tréflières).

   Ordre de ductilité croissante des métaux : zinc, cuivre, fer, aluminium.

CamScanner

Etude de L'Aluminium : M(Al)=27g/mol

I. Etat naturel

On trouve l'aluminium dans le sol à l'état impur son principal minerai est la bauxite ou oxyde d'aluminium (Al_2O_3;$2H_2O$), de couleur rougeâtre. Ce minerai existe au Mali (Kayes) ; en Guinée ; au Cameroun et au Ghana etc.

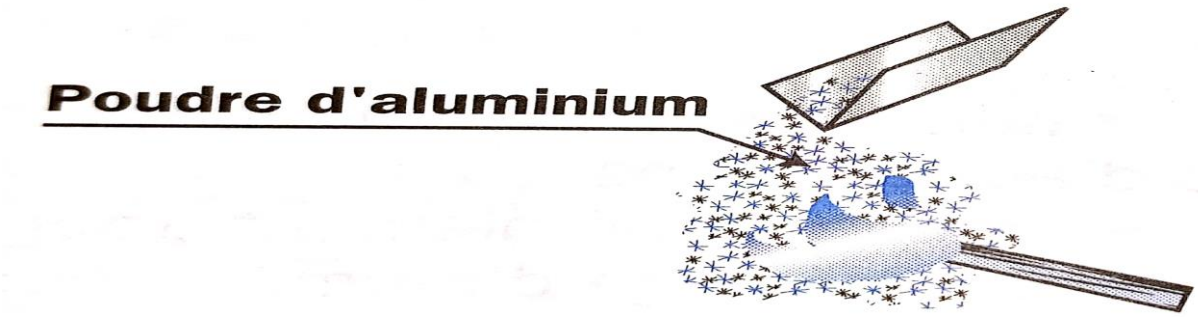
II. Propriétés physiques :

1. **Aspect** : L'aluminium est un métal dont l'aspect rappelle celui de l'argent. Un polissage soigné lui donne un éclat métallique remarquable dû à un pouvoir réflecteur élevé (réflecteur d'éclairage).
2. **Constantes physiques** : l'aluminium est le moins dense des métaux usuels. Sa faible masse volumique ($2{,}7.10^3 kg/m^3$) explique l'emploi généralisé de l'aluminium et ses alliages dits légers dans la fabrication des articles de ménage, des pièces d'automobiles etc.
   L'aluminium fond à 660°C et bout à 2056°C.
   L'aluminium est un bon conducteur thermique et électrique après le cuivre.

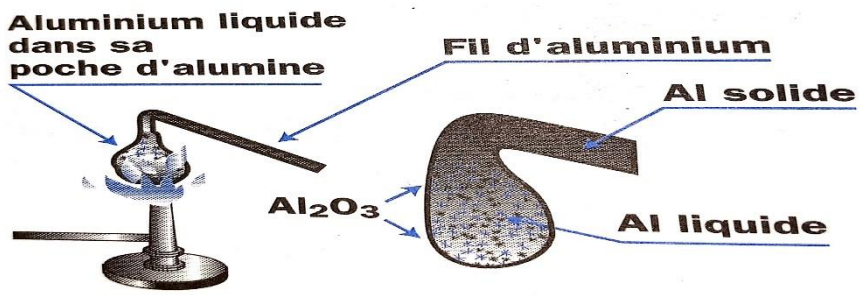
III. PROPRIETES CHIMIQUES

1. **Action du dioxygène :**
   a. **Combustion de la poudre d'aluminium** :
   Dans le dioxygène de l'air, la poudre d'aluminium brûle avec une flamme éblouissante. Il se dégage une grande chaleur avec formation de l'oxyde d'aluminium ou alumine (Al_2O_3)
   L'équation bilan de la réaction est :

$$4Al + 3O_2 \rightarrow 2Al_2O_3 + Q\ (chaleur)$$



   b. **Oxydation de l'aluminium à l'air chaud** :

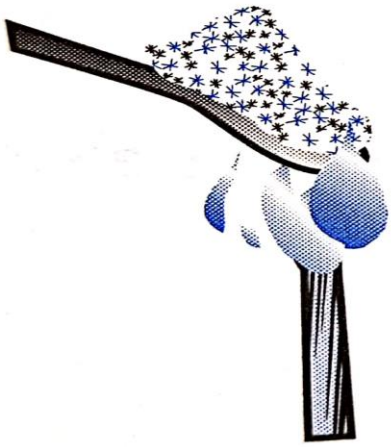


Un fil d'aluminium assez gros placé dans une flamme ne brûle pas. Le métal fond mais ne coule pas. Il se recouvre d'alumine Al_2O_3

CamScanner

Conclusion : aluminium est un métal facilement oxydable, ais cette oxydation reste très superficielle.

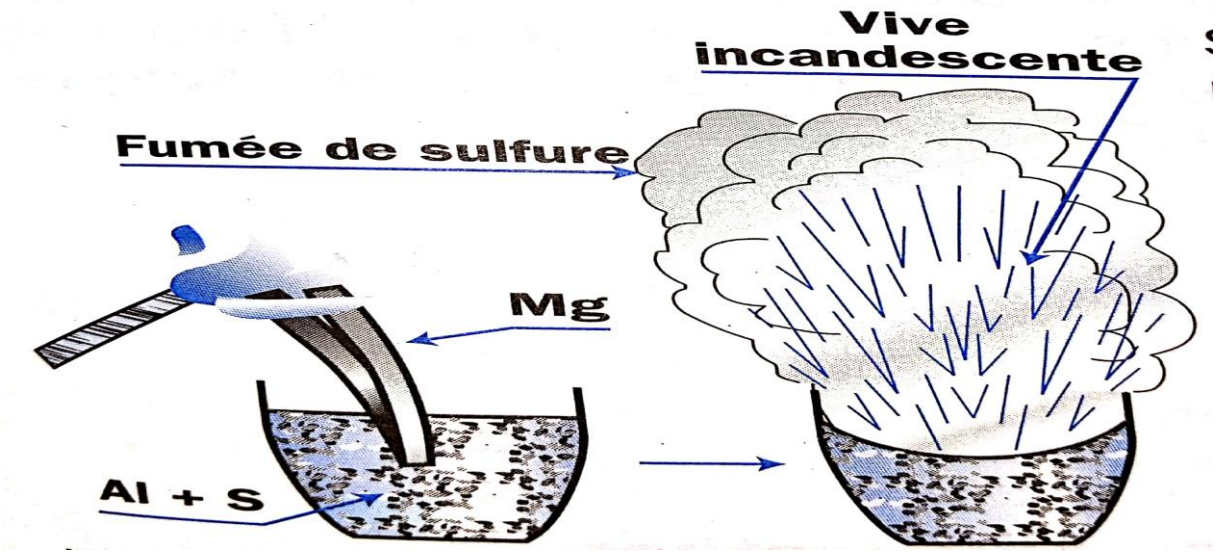
2. **Réduction du dichlore :**
   La combustion de la poudre d'aluminium dans le dichlore produit une fumée blanche et de fins cristaux de chlorure d'aluminium.
   L'équation bilan est :
   $2Al + 3Cl_2 \rightarrow 2AlCl_3$





3. **Action du soufre** :
   L'aluminium fortement chauffé déclenche une réaction incandescente avec formation de sulfure d'aluminium Al_2S_3
   L'équation bilan est :
   $Al + 3S \rightarrow Al_2S_3$

CamScanner



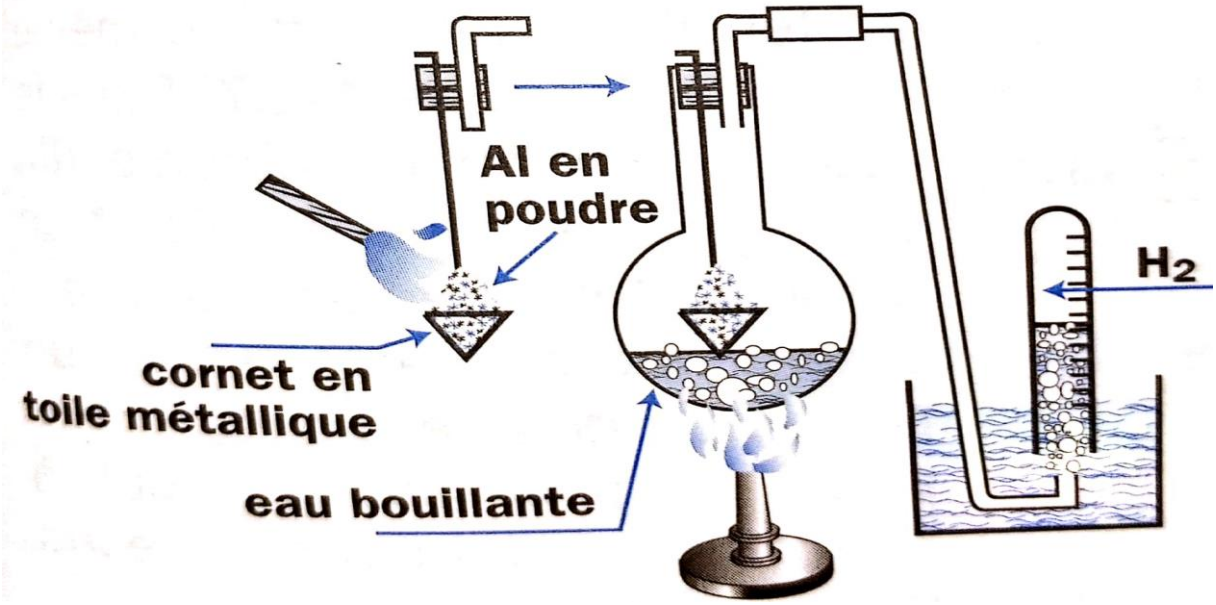
4. **<u>Réduction de la vapeur d'eau</u>**

La poudre d'aluminium fortement chauffée et introduite dans un ballon réduit la vapeur d'eau avec formation d'oxyde d'aluminium ou alumine Al_2O_3

L'équation bilan s'écrit:

$2Al + 3H_2O \rightarrow Al_2O_3 + 3\,H_2$

L'aluminium est oxyde en Al_2O_3 et l'eau est réduite en H_2, d'où une réaction d'oxydo-réduction.



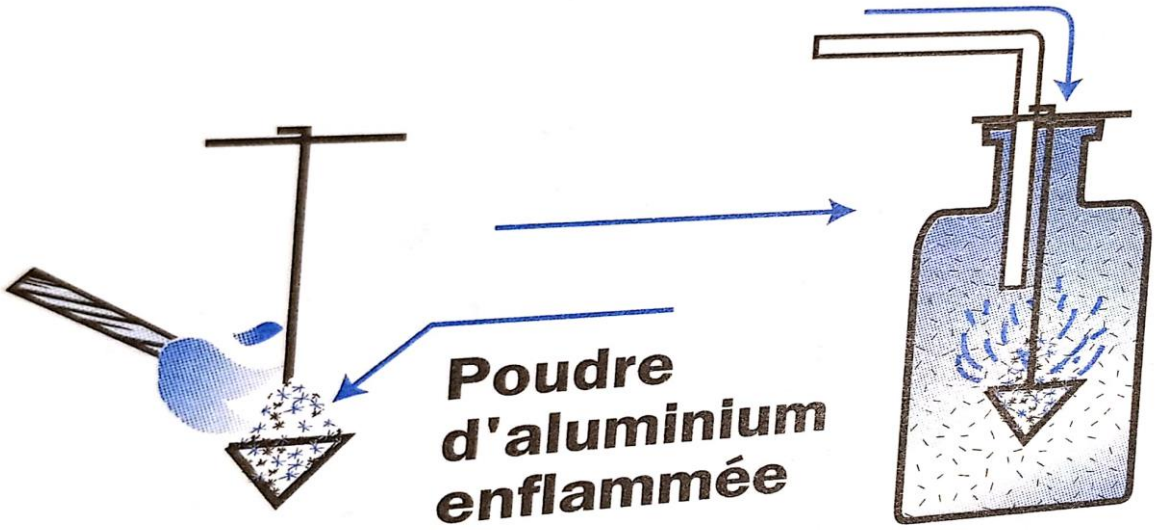
5. **<u>Réduction du dioxyde de carbone</u>**

De la poudre d'aluminium continu à brûler dans le dioxyde de carbone. Il en résulte de l'alumine Al_2O_3 et du carbone C.

$4Al + 3CO_2 \rightarrow 2Al_2O_3 + 3C$

L'aluminium s'oxyde en aluminium et réduit CO_2 en C ; d'où une réaction d'oxydo-réduction.

CamScanner

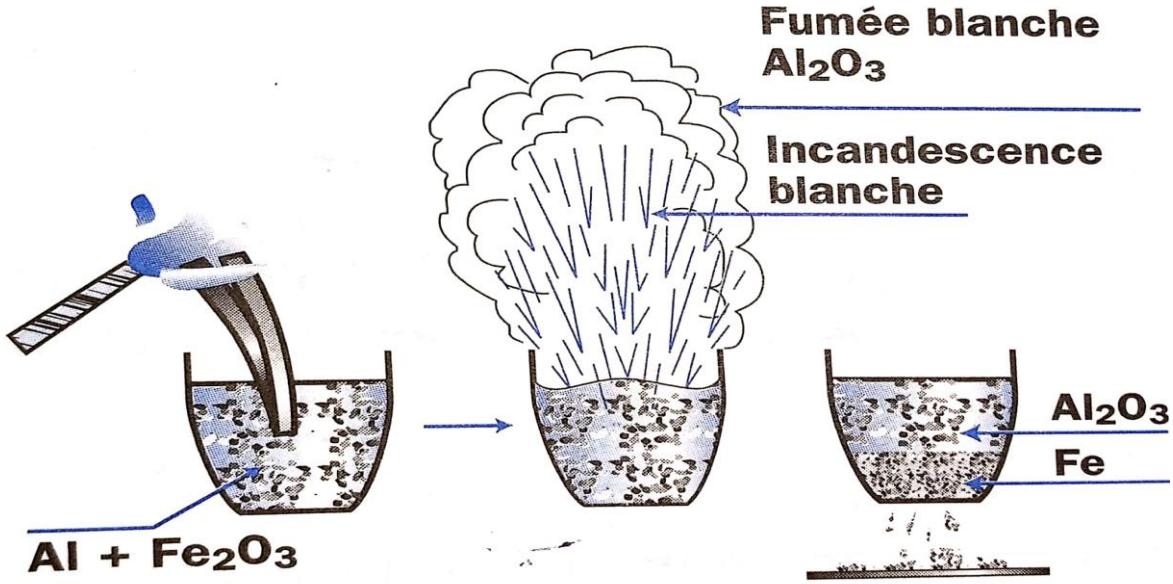


6. **<u>Réduction des oxydes métalliques</u>**

A chaud l'aluminium réduit l'oxyde de fer II avec un grand dégagement de chaleur (aluminothermie). L'aluminium s'oxyde en alumine et l'oxyde de fer III est réduit en fer.

L'équation bilan de la réaction est :

$2Al + Fe_2O_3 \rightarrow Al_2O_3 + 2Fe$



7. **<u>Réduction des solutions acides</u>**

L'aluminium réduit à froid la solution d'acide chlorhydrique en chlorure d'aluminium $AlCl_3$ et en dihydrogène H_2

L'équation bilan est :

$2Al + 6HCl \rightarrow 2AlCl_3 + 3H_2$

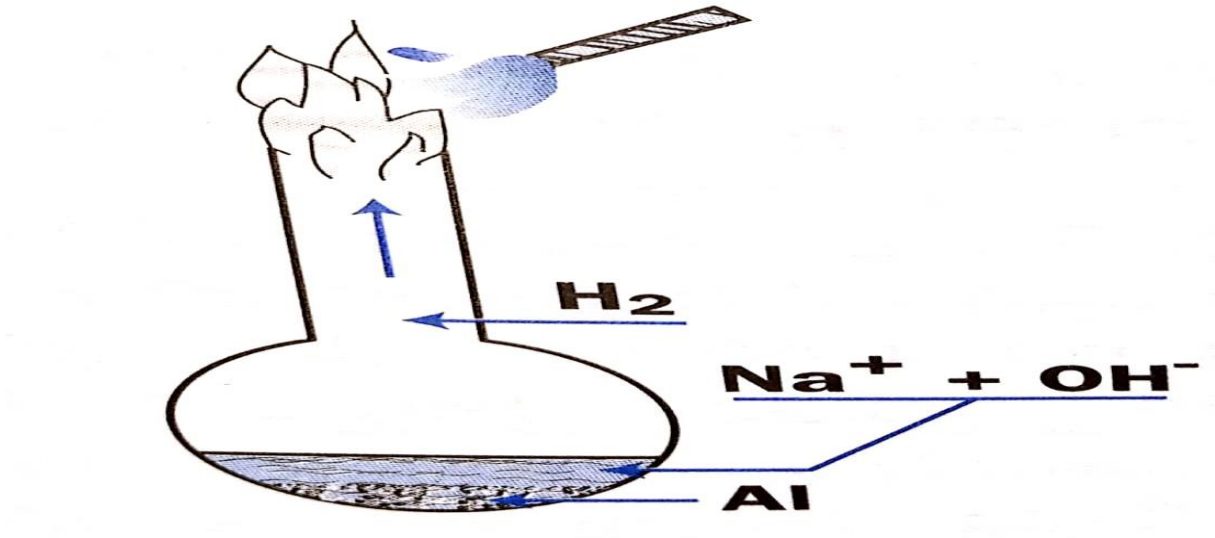
$2Al + (6H^+ + 6Cl^-) \rightarrow (Al^{3+} + 6Cl^-) + 3H_2$

<u>Réaction d'oxydo-réduction</u>:

CamScanner

Le réducteur est oxyde en Al^{3+}. L'ion H^+, oxydent est réduit en H_2

8. **Réduction de solution basique**



A froid l'aluminium réduit lentement une solution d'hydroxyde de sodium (NaOH) pour donner de l'aluminate de sodium et un dégagement de dihydrogène.

L'équation bilan de la réaction :

$2H_2O + 2NaOH + 2Al \rightarrow 2NaAlO_2 + 3H_2$

IV. USAGES

L'aluminium est utilisé pour la fabrication d'ustensiles de cuisine de cuisine, de lignes électriques, de portes. Il est également utilisé dans l'industrie alimentaire (emballages), dans l'industrie chimique pour la fabrication de dérivés. Il entre dans la constitution de certaines peintures. L'aluminium entre dans la construction de tanks destinés à recevoir l'acide nitrique, l'acide sulfurique, l'acide sulfurique, l'éther, l'acétone…
Il sert à la préparation de nombreux alliages qui présentent des qualités que ne possède pas le métal pur.

Citons par exemple :

- **Le duralumin** : (Al 94% : Cu 4% ; Si ; Mn, moins de 1%)
  Le duralumin est utilisé dans la construction aéronautique, automobile, chemin de fer.
- **Le l'alpax** : (Al 87% ; Si 13%). Il entre dans la confection des pièces de machines et des carrosseries.
- **L'almélec** : (Al 98,5% ; Mg ; Si ; Fe, moins de 1%). Il est utilisé dans la fabrication de câbles électriques.
  Les alliages d'aluminium sont employés pour la construction d'appareils rapides (automobiles, avions…).
  L'aluminothermie est un proc »dé industriel utilisé principalement pour souder bout à bout deux pièces d'acier (deux rails).

CamScanner

Exercice : on réduit 16g d'oxyde de fer III par la poudre d'aluminium (aluminothermie).

a. Calcule la masse de poudre d'aluminium pur qu'il faut mélanger à cet oxyde pour qu'après réaction il ne reste aucun des deux réactifs.
b. Calcule les masses des produits formés.

On donne : M(Fe)=56g/mol, M(Al)=27g/mol, M(O)=16g/mol

Solution :

L'équation bilan de la réaction est :

$Fe_2O_3 \quad + \quad 2Al \quad \rightarrow \quad Al_2O_3 \quad + \quad 2Fe$

1 mol 2 mol 1 mol 2 mol

La relation de proportionnalité

$$\frac{n(Fe_2O_3)}{1} = \frac{n(Al)}{2} = \frac{n(Al_2O_3)}{1} = \frac{n(Fe)}{2}$$

Le nombre de mole de l'oxyde de fer III

$$n(Fe_2O_3) = \frac{m(Fe_2O_3)}{M(Fe_2O_3)} = \frac{16}{160} = 0{,}1mol$$

Le nombre de mole de l'aluminium

$$\frac{n(Fe_2O_3)}{1} = \frac{n(Al)}{2} \Rightarrow n(Al) = 2 \times n(Fe_2O_3) = 0{,}2mol$$

a. La masse de poudre d'aluminium à utiliser

$$m(Al) = n(Al) \times M(Al) = 0{,}2 \times 27 = 5{,}4g$$
$$\boldsymbol{m(Al) = 5,4g}$$

b. Les masses de produits formés :

Le nombre de mole l'alumine formé

$$\frac{n(Fe_2O_3)}{1} = \frac{n(Al_2O_3)}{1} \Rightarrow n(Al_2O_3) = n(Fe_2O_3) = 0{,}1mol$$

– La masse d'alumine formée

$$m(Al_2O_3) = n(Al_2O_3) \times M(Al_2O_3) = 0{,}1 \times 102 = 10{,}2g$$
$$\boldsymbol{m(Al_2O_3) = 10,2g}$$

Le nombre de mole du fer formée

$$\frac{n(Fe_2O_3)}{1} = \frac{n(Fe)}{2} \Rightarrow n(Fe) = 2 \times n(Fe_2O_3) = 2 \times 0{,}1mol = 0{,}2mol$$

– La masse du fer formée :

$$m(Fe) = n(Fe) \times M(Fe) = 0{,}2mol \times 56 = 11{,}2g$$
$$\boldsymbol{m(Fe) = 11,2g}$$

Etude du Fer : M(Fe)= 56g/mol

I. Etat naturel :

CamScanner

Les minerais de fer sont très répandus dans la terre. Ce sont : les oxydes de fer III (Fe_2O_3) les oxydes magnétiques (Fe_3O_4) ; les carbonates ($FeCO_3$).
Il existe des gisements de fer au Mali (Kayes), en Afrique du Sud, e Sierra Léone, en Europe : la Suède, la France, l'URSS, le Royaume-Uni

II. PROPRIETES PHYSIQUES DU FER :

1. **Aspect :** le fer métal blanc, grisâtre, blanc quand il est pur.
2. **Constances physiques :**
   - La masse volumique est : $\mu=7,86.10^3$ Kg/m^3
   - Le fer se ramollit avant de fondre à 1535^{0}C
   - Le fer est assez bon conducteur de chaleur et d'électricité

III. PROPRIETES CHIMIQUES :

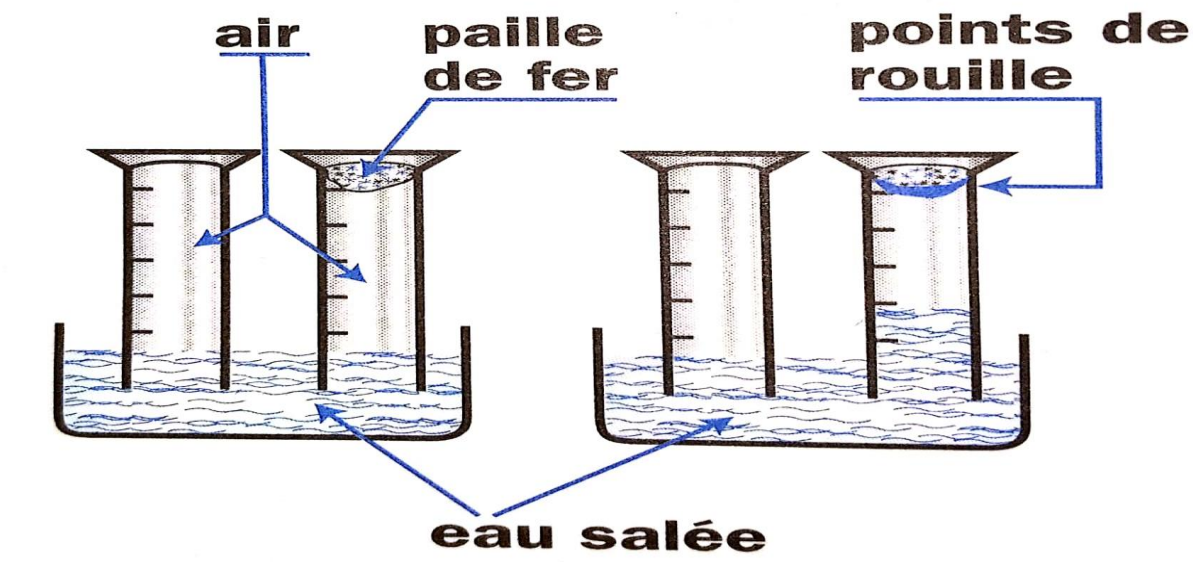
1. **Action de l'air :**

a. L'air sec :

L'air sec est pratiquement sans action sur le fer à la température ordinaire.

b. L'air humide et froid :

Au contact de l'air humide, le fer se recouvre de rouille qui le ronge.
On le recouvre d'une couche de peinture, de graisse, d'huile ou de métaux inoxydables (galvanoplastie) qui le protège contre la corrosion.



c. L'air sec à chaud :

- **A chaud :**

L'air sec transforme le fer en oxyde magnétique de fer (Fe_3O_4).

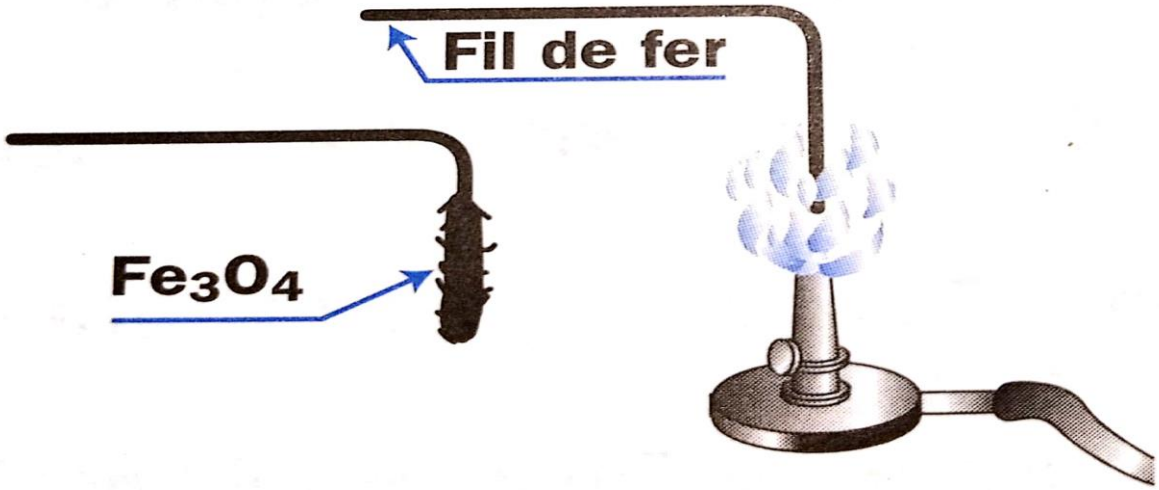
- **Action de l'oxygène pur :**

La combustion du fer dans l'oxygène est très vive et accompagnée de deux oxydes : oxyde de fer III (Fe_2O_3) et oxyde magnétique de fer (Fe_3O_4).
Les équations bilan sont :

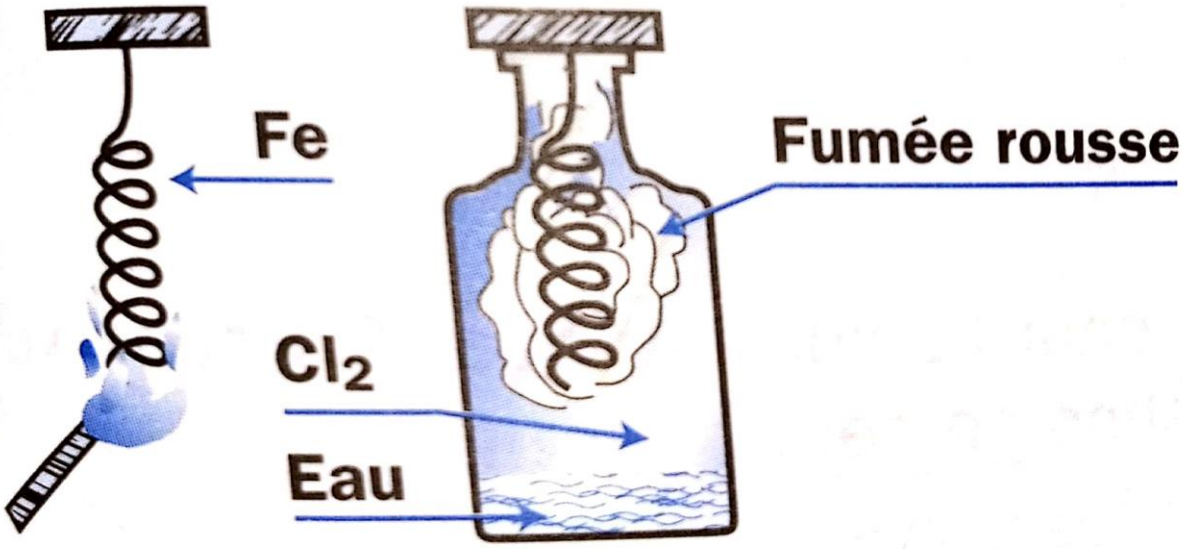
$4Fe + 3O_2 \rightarrow 2Fe_2O_3$

$3Fe + 2O_2 \rightarrow Fe_3O_4$

CamScanner

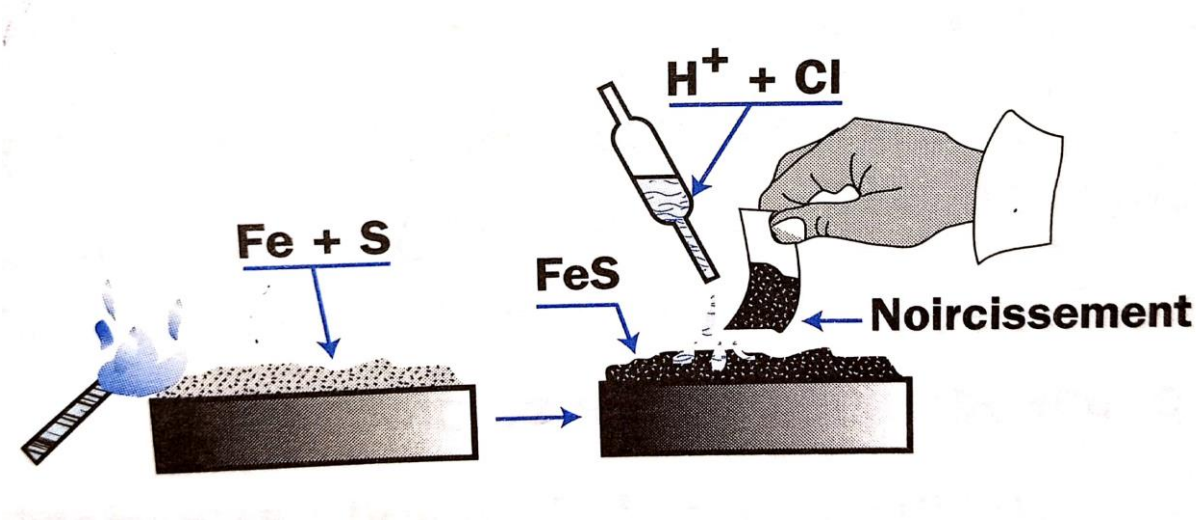


2. **<u>Action du dichlore :</u>**
   Un fil de fer chauffé au rouge brûle danse le dichlore avec incandescence, il se forme une fumée rousse : c'est le chlorure de fer III ($FeCl_3$)
   L'équation bilan est :
   $2Fe + 3Cl_2 \rightarrow 2FeCl_3$

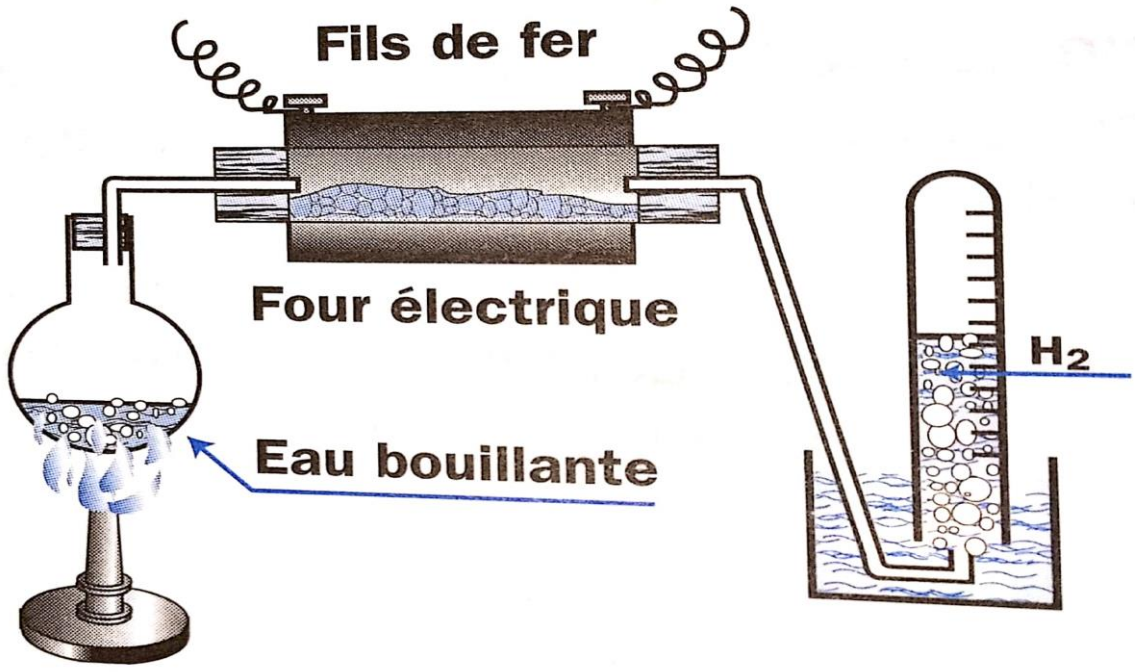


3. **<u>Action du soufre :</u>**
   Un mélange de soufre et du fer chauffé brûle e donnant un solide noir : c'est le sulfure de fer II (FeS).
   L'équation bilan est :
   $Fe + S \rightarrow FeS$

CamScanner



4. **<u>Réduction de la vapeur d'eau par le fer :</u>**
   En faisant passer un courant de vapeur d'eau sur la paille de fer chauffé. On obtient un dégagement de dihydrogène et le fer est transformé en oxyde magnétique de fer.
   L'équation bilan de la réaction est :
   $3Fe + 4H_2O \rightarrow 4H_2 + Fe_3O_4$



5. **<u>Réduction des solutions acides :</u>**
   a. **<u>Action des acides chlorhydrique et sulfuriques :</u>**
   A froid, l'acide chlorhydrique et l'acide sulfurique attaque le fer avec dégagement de dihydrogène et formation de chlorure ferreux ou sulfate ferreux.
   Les équations bilan s'écrivent :

CamScanner

$2HCl + Fe \rightarrow H_2 + FeCl_2$

$H_2SO_4 + Fe \rightarrow H_2 + FeSO_4$

b. <u>Action de l'acide nitrique :</u>

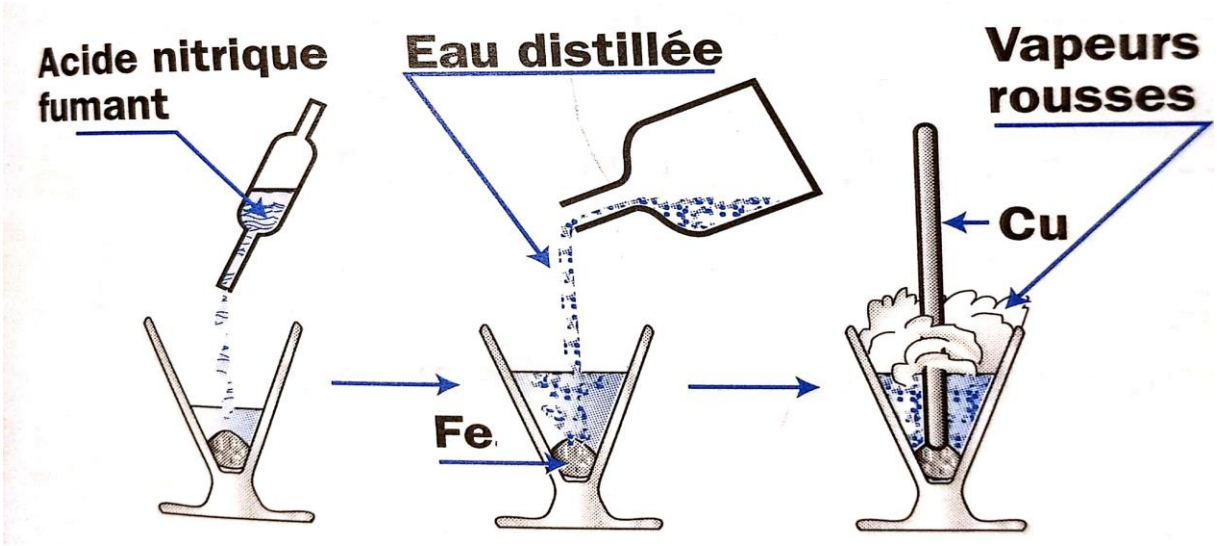
L'acide nitrique attaque le fer à froid. La réaction complexe conduit à la formation d'un sel ferrique $Fe(NO_3)$ et de vapeurs nitreuses NO_2.

L'équation bilan de la réaction:

$Fe + 4HNO_3 \rightarrow Fe(NO_3)_3 + NO + 2H_2O$

$2NO + O_2 \rightarrow 2NO_2$

- **<u>Concentré et à froid</u>** : l'acide nitrique fumant n'attaque pas le fer en ajoutant de l'eau distillée on constate que l'acide nitrique dilué n'attaque plus le fer. C'est le phénomène de la passivation du fer. Le cuivre met fin à cette phénomène.



6. **<u>ACTION SUR LES BASES :</u>**

Les bases sont sans action sur le fer

IV. <u>USAGES DU FER :</u>

Le fer est utilisé pour la fabrication des clous, des vis, des grillages, des rails.

Il est utilisé dans le bâtiment (portes, fenêtre)

Le fer galvanisé est utilisé comme tôles, gouttières.

<u>Exercice :</u> on réduit entièrement 27g de vapeur d'eau par le fer.

1. Ecrire l'équation bilan de la réaction
2. Calculer la masse d'oxyde magnétique formé ;
3. Calculer le volume de dihydrogène dégagé

On donne : M(Fe) 56g/mol, M(O)=16g/mol, M(H)=1g/mol, Vm=22,4L/mol

<u>Solution :</u>

1. L'équation bilan de la réaction est :

$3Fe + 4H_2O \rightarrow Fe_3O_4 + 4H_2$

3 mol 4 mol 1 mol 4 mol

CamScanner

La relation de proportionnalité

$$\frac{n(Fe)}{3} = \frac{n(H_2O)}{4} = \frac{n(Fe_3O_4)}{1} = \frac{n(H_2)}{4}$$

Le nombre de mole de la vapeur d'eau

$$n(H_2O) = \frac{m(H_2O)}{M(H_2O)} = \frac{27}{18} = 1{,}5mol$$

Le nombre de mole de l'oxyde magnétique :

$$\frac{n(H_2O)}{4} = \frac{n(Fe_3O_4)}{1} \Rightarrow n(Fe_3O_4) = \frac{n(H_2O)}{4} = \frac{1{,}5}{4} = 0{,}375mol$$

2. La masse de l'oxyde magnétique :

$$m(Fe_3O_4) = n(Fe_3O_4) \times M(Fe_3O_4) = 0{,}375 \times 232 = 87g$$

$$\boldsymbol{m(Fe_3O_4) = 87g}$$

Le nombre de mole du dihydrogène dégagé

$$\frac{n(H_2O)}{4} = \frac{n(H_2)}{4} \Rightarrow n(H_2) = n(H_2O) = 1{,}5mol$$

3. Le volume du dihydrogène :

$$V(H_2) = n(H_2) \times Vo = 1{,}5 \times 22{,}4 = 33{,}6L$$

$$\boldsymbol{V(H_2) = 33{,}6L}$$

La Notion de la chimie organique :

I. Historique :

CamScanner

Au **XIX**è siècle, on appelait chimie organique l'étude des substances rencontrées chez les animaux ou végétaux. Les chimistes ne savaient pas faire la synthèse des composés organique.

- En **1828** Friedrich Wöhler réalisa la synthèse de l'urée ($CO(NH_2)_2$)
- A partir de 1850 Marcelin Berthelot réalisa la synthèse de l'alcool éthylique ou éthanol (C_2H_5OH), en 1854 l'acide méthanoïque, en **1856** l'éthylène (C_2H_4); en **1862** l'acétylène (C_2H_2) ; en **1866** du benzène (C_6H_6).

II. La chimique organique :

La chimie organique est l'étude des composés du carbone.

Exemples : l'alcool, l'huile, le sucre, le pétrole……

Une substance organique est un composé qui contient :

- Toujours du carbone (C) ;
- Très souvent de l'Hydrogène (H) ;
- Souvent de l'Oxygène (O) ;
- Quelque fois de l'Azote (N) ;
- Rarement des Halogènes (le Fluor, le Chlore, le Brome), le Phosphore, le Fer, et le Magnésium.

III. Exemples de composés organiques :

1. **Composés organiques naturels** :

Ils proviennent des animaux et des végétaux.

a) Des animaux : les protides que l'on rencontre dans les viandes et poissons sont composés des éléments C, H, O, N.

b) Des végétaux :

- La cellulose (tirée du bois et certaines plantes comme le coton) ;
- Le latex (caoutchouc naturel qui provient de l'hévéa) ;
- Le saccharose (ou sucre $C_{12}H_{22}O_{11}$ extrait de la canne et de la betterave) ;
- L'amidon (riz, mil, pomme de terre, certaines graines).
- Les huiles végétales (huile d'arachide, beurre de karité, huile de sésame).

2. **Les produits organiques Fossiles** :

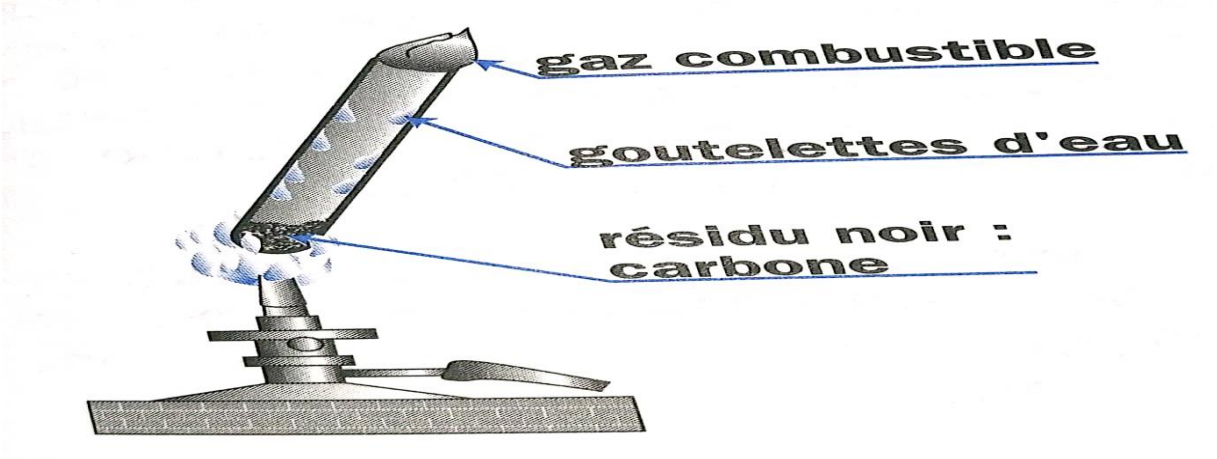
Les houilles, les pétroles et les gaz naturels qui se sont formés par la décomposition à l'abri de l'air (décomposition anaérobie) d'organismes végétaux ou animaux.

IV. Mise en évidence expérimentale de l'élément carbone :

1. **La pyrolyse** : la pyrolyse d'un composé organique est sa décomposition chimique lorsqu'il est porté à une température élevée.

a) La pyrolyse du sucre :

CamScanner



En chauffant, le sucre, il fond quand on prolonge le chauffage, la pâte donne du charbon, des gouttelettes d'eau et des gaz combustibles. Donc le sucre contient du carbone.

b) **Pyrolyse du bois :** la combustion du bois donne un dégagement de gaz combustibles, un liquide huileux. Donc le bois contient du carbone.

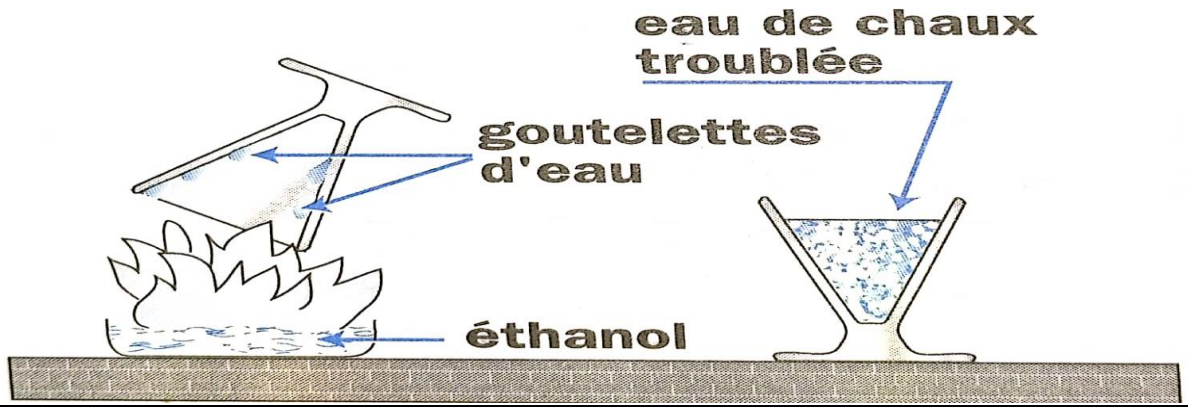
2. Mise en évidence de l'élément carbone par combustion du composé organique :

La combustion d'une substance est sa réaction chimique avec le dioxygène accompagnée d'inflammation ; on dit alors que la substance brûle.

Exemple : combustion de l'éthanol ou alcool éthylique

L'éthanol brûle avec une flamme claire et peu visible. Retournons alors un verre sec et froid au-dessus de la flamme ; il se recouvre de buée, preuve que la combustion donne naissance à de la vapeur d'eau (H_2O).

Remplissons ensuite le verre d'eau de chaux. Elle se trouble ; c'est la preuve que la combustion a formé du dioxyde de carbone (CO_2).



V. FORMULE DES COMPOSES ORGANIQUES :

1. Formule brute :

Les atomes de carbone, d'hydrogène, et d'oxygène s'unissent entre eux pour former des molécules.

La formule brute d'une molécule nous indique :

- Les différents atomes qui la constituent ;
- Le nombre de chaque atome présent.

CamScanner

La formule est $C_xH_yO_z$ où x, y, z sont des nombres naturels différents de zéro.

2. **<u>Formule développée :</u>**

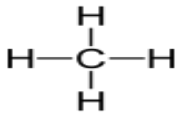
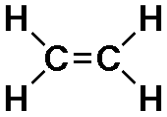
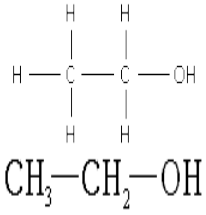
La formule développée est la représentation de la structure des molécules en observant les conventions suivantes :

- La liaison de covalence entre deux atomes est simple si une paire d'électrons est mise en commun, elle est schématisée par un trait ;
- Le carbone est tétravalent (4traits), l'hydrogène est monovalent (un trait) et l'oxygène est divalent (deux traits) ; les formules développées renseignent sur la façon dont les atomes sont liés dans la molécule.

Les atomes de carbone peuvent s'unir entre eux. On utilise des formules semi – développées qui mettent en évidence des groupements intéressants.

3. **<u>Tableau :</u>**

Le tableau ci-dessous donne les formules brutes, les formules développées et les formules semi – développées de certains corps.

Nom	Formule moléculaire	Formule structurale	Formule semi-développée	Formule générale
Méthane	CH_4		CH_4	C_nH_{2n+2}
Ethylène ou éthène	C_2H_4		$CH_2=CH_2$	C_nH_{2n}
Acétylène	C_2H_2		$CH \equiv CH$	C_nH_{2n-2}
Ethanol	C_2H_6O		$CH_3 – CH_2OH$ $CH_3 – CH_2 - OH$	R - OH

CamScanner

LE METHANE M(CH4) = 16g/mol

I. ETAT NATUREL : Le méthane provient de la fermentation anaérobie des matières organiques.

II. PROPRIETES PHYSIQUES :

Gaz incolore sans saveur, le méthane est peux soluble dans l'eau et moins dense que l'air (d = $\frac{M}{29} = \frac{16}{29}$=0,55), masse volumique μ =$\frac{16}{22,4l}$ = 0,71g/l.

III. PROPRIETES CHIMIQUES :

1. **REATIONS DE DESTRUCTION :**

a. Décomposition thermique :

Chauffée vers 600°C le méthane se décompose en ses constituants.

L'équation bilan s'écrit :

$CH_4 \rightarrow C + 2H_2$

b. Combustion du méthane dans le dioxygène :

Enflammons dans un courant de dioxygène, le méthane brule avec une flamme peu éclairante. La combustion produit de la vapeur d'eau et du dioxyde de carbone.

$CH_4 + 2\,0_2 \rightarrow C0_2 + 2\,H_20 +$ chaleur (900KJ)

c. Combustion du méthane dans le dichlore :

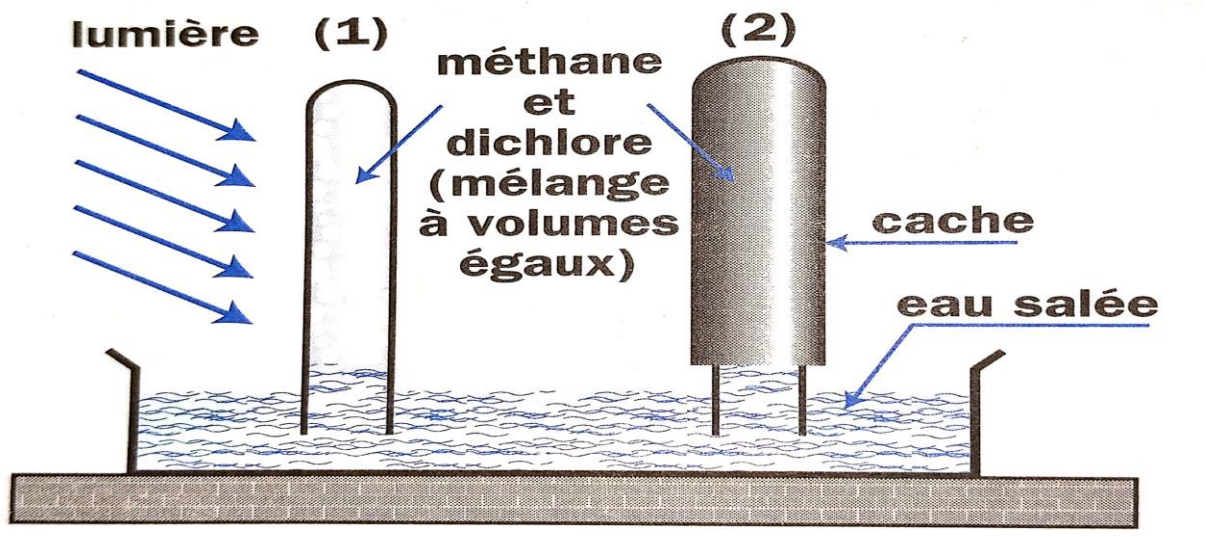
Dans le dichlore, le méthane brûle avec une flamme rougeâtre. Il se forme du carbone et du chlorure d'hydrogène.

L'équation bilan s'écrit :

$CH_4 + 2Cl_2 \rightarrow C + 4HCl$

2. **REACTIONS DE SUBSTITUTION :**

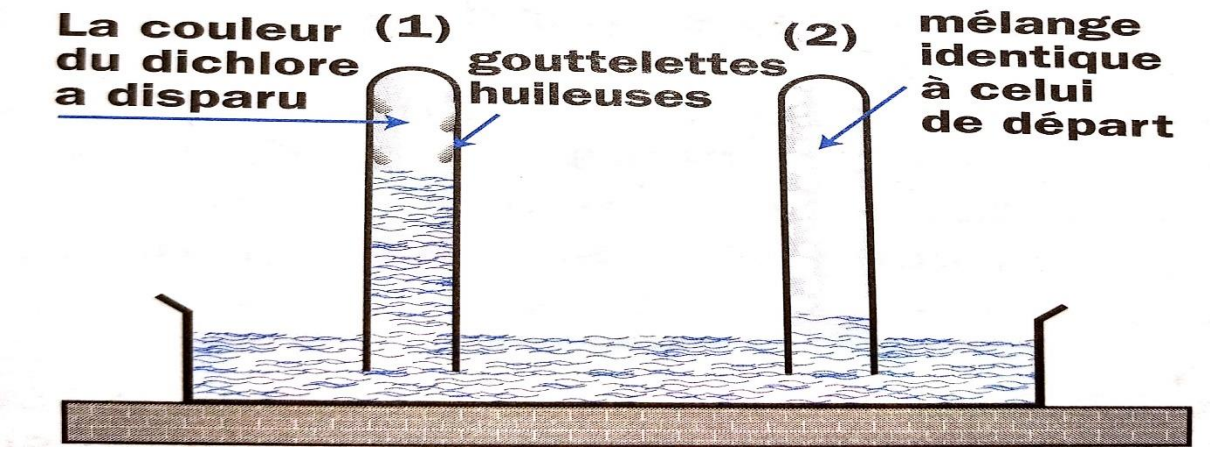
a) Expérience :



On remplit deux éprouvettes à gaz de façon identique, d'un mélange de méthane et de dichlore à volumes égaux et on les retourne sur une cuve à eau salée.

CamScanner

- Au début de l'expérience les éprouvettes (1) et (2) contiennent le même mélange réactif. La première est exposée à l'action de lumière la seconde en est préservée grâce à un cache.



- Après 30minutes, on observe dans l'éprouvette (1) :
  - Une ascension de l'eau salée ;
  - La disparition de la couleur jaune vert du dichlore ;
  - L'apparition de gouttelettes huileuses sur les parois ;
  - L'eau de la cuve devient légèrement acide et dans l'éprouvette (2), aucun changement n'est intervenu, aucune réaction n'est produite.

b) Interprétation :

L'analyse chimique montre qu'il s'est formé quatre dérivés :

- CH_3Cl : Chlorométhane (gaz)
- CH_3Cl_2 : Dichlorométhane (liquid)
- $CHCl_3$: Trichlorométhane (liquide)
- CCl_4 : Tétrachlorométhane (liquide)

A la lumière diffuse, un mélange à volumes égaux de dichlore et de méthane se transforme progressivement et forme quatre dérives :

$CH_4 + Cl_2 \rightarrow HCl + CH_3Cl$ (Chlorométhane)

$CH_3Cl + Cl_2 \rightarrow HCl + CH_3Cl_2$ (Dichlorométhane)

$CH_2Cl + Cl_2 \rightarrow HCl + CHCl_3$ (Trichlorométhane)

$CHCl_3 + Cl_2 \rightarrow HCl + CCl_4$ (Tétrachlorométhane)

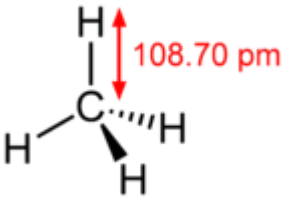
L'équation bilan de la réaction :

$CH_4 + 4\,Cl_2 \rightarrow CCl_4 + 4\,HCl$

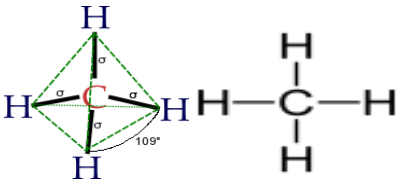
IV. STRUCTURE MOLECULAIRE :

CamScanner

Le méthane est un hydrocarbure sature







.

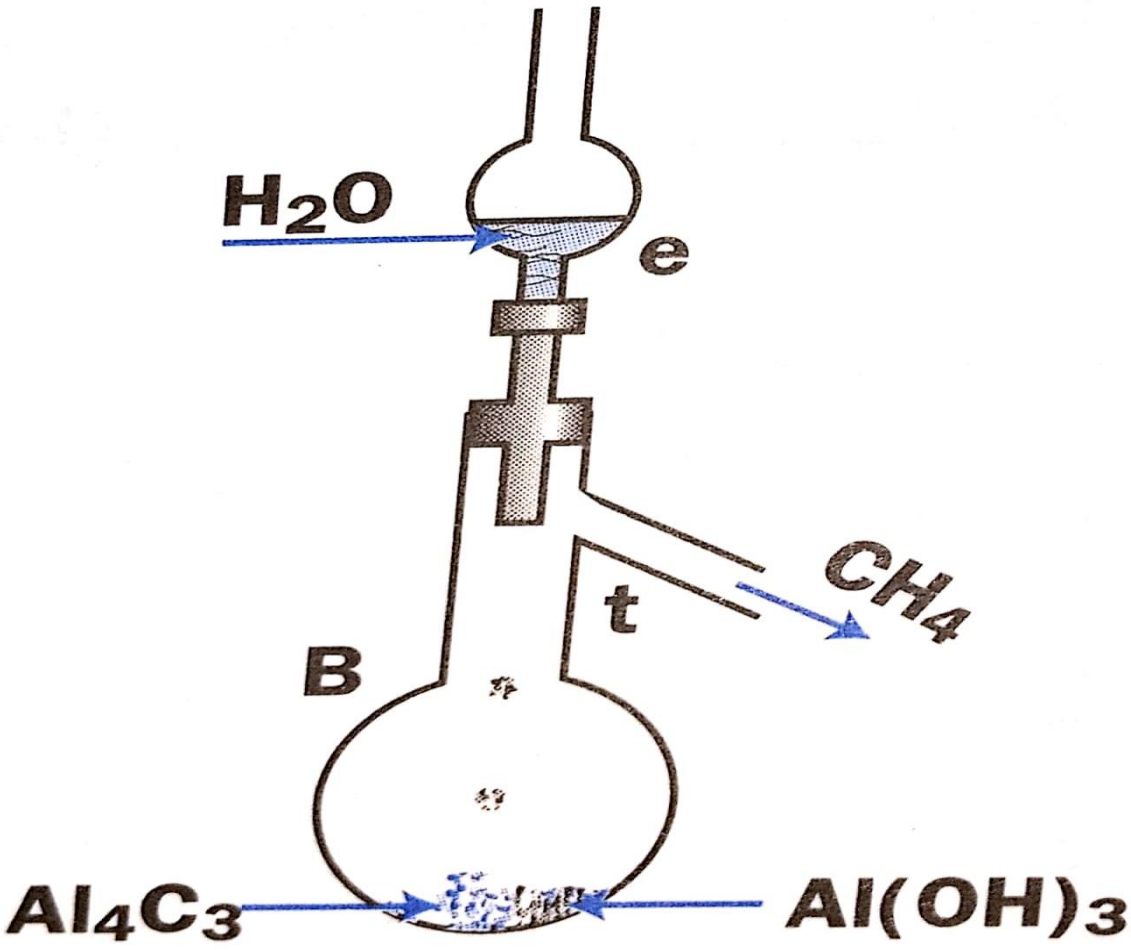
V. PREPARATION DU METHANE :

1. PREPARATION AU LABORATOIRE :

L'eau réagit sur le carbure de d'aluminium en donnant un dégagement de méthane et une formation d'hydroxyde d'aluminium.

L'équation bilan de la réaction s'écrit :

$Al_4C_3 + 12H_2O \rightarrow 3CH_4 + 4Al(OH)_3$



CamScanner

REMARQUE: Le carbure d'aluminium est obtenu par réduction de l'aluminium avec le carbone.

$2Al_2O_3 + 9C \rightarrow Al_4C_3 + 6CO$

2. **DANS L'INDUSTRIE :** Le méthane est obtenu, dans l'industrie par addition fractionnée du gaz de cokerie, du gaz de pétrole et du gaz naturel.

VI. HYDROCARBURES SATURES OU ALCANE :

La Formule générale des hydrocarbures saturés est : $\mathbf{C_nH_{2n+2}}$
(Avec : **n** est un nombre non nul)
Les quatre premiers alcanes sont gazeux :
(Méthane, éthane, propane, butane) : n <5.
Les quatre suivants sont des liquides 5 ≤ n
Le nom est constitué d'un préfixe indiquant le nombre d'atomes de carbone de la chaîne suivie de la terminaison « ane ».
De C_{16} et suivants ils sont solides (n>15)

Tableau 1 : Nom des alcanes à chaîne linéaire CnH2n+2

n	Nom	Formule	n	Nom	Formule
1	Méthane	CH_4	12	Dodécane	$C_{12}H_{26}$
2	Ethane	C_2H_6	13	Tridécane	$C_{13}H_{28}$
3	Propane	C_3H_8	14	Tétradécane	$C_{14}H_{30}$
4	Butane	C_4H_{10}	15	Pentadécane	$C_{15}H_{32}$
5	Pentane	C_5H_{12}	16	Hexadécane	$C_{16}H_{34}$
6	Hexane	C_6H_{14}	17	Heptadécane	$C_{17}H_{36}$
7	Heptane	C_7H_{16}	18	Octadécane	$C_{18}H_{38}$
8	Octane	C_8H_{18}	19	Nonadécane	$C_{19}H_{40}$
9	Nonane	C_9H_{20}	20	Eicosane	$C_{20}H_{42}$
10	Décane	$C_{10}H_{22}$	30	Triacontane	$C_{30}H_{62}$
11	Undécane	$C_{11}H_{24}$	40	Tétracontane	$C_{40}H_{82}$

Exercice : On fait réagir de l'eau en excès avec 60g de carbure d'aluminium contenant 10% d'impuretés. Calcule :

a. Le volume de méthane obtenu

CamScanner

b. La masse de l'hydroxyde d'aluminium formé

On donne : M(C)=12g/mol ; M(H)=1g/mol ; M(O)=16g/mol ; M(Al)=27g/mol ; Vo=22,4L.

Solution :

L'équation bilan de la réaction est :

$$\underset{1\ mol}{Al_4C_3} + \underset{12\ mol}{12H_2O} \rightarrow \underset{4\ mol}{4Al(OH)_3} + \underset{3\ mol}{3CH_4}$$

La relation de proportionnalité

$$\frac{n(Al_4C_3)}{1} = \frac{n(H_2O)}{12} = \frac{n(Al(OH)_3}{4} = \frac{n(CH_4)}{3}$$

Masse de carbure d'aluminium pur

$$m(Al_4C_3) = 60 - \frac{60 \times 10}{100} = 54g$$

Le nombre de mole de carbure d'aluminium

$$n(Al_4C_3) = \frac{m(Al_4C_3)}{M(Al_4C_3)} = \frac{54}{144} = 0{,}375mol$$

Le nombre de mole du méthane

$$\frac{n(Al_4C_3)}{1} = \frac{n(CH_4)}{3} \Rightarrow n(CH_4) = 3 \times n(Al_4C_3) = 3 \times 0{,}375mol$$

$$n(CH_4) = 1{,}125mol$$

a. Le volume du méthane

$$V(CH_4) = n(CH_4) \times Vo = 1{,}125 \times 22{,}4 = 25{,}2L$$

$$\boldsymbol{V(CH_4) = 25,2L}$$

Le nombre de mole d'hydroxyde d'aluminium formé

$$\frac{n(Al_4C_3)}{1} = \frac{n(Al(OH)_3}{4} \Rightarrow n(Al(OH)_3 = 4 \times n(Al_4C_3)$$

$$n(Al(OH)_3 = 4 \times 0{,}375mol = 1{,}5mol$$

b. La masse d'hydroxyde d'aluminium formé

$$m(Al(OH)_3 = n(Al(OH)_3 \times M(Al(OH)_3 = 1{,}5 \times 78 = 117g$$

$$\boldsymbol{m(Al(OH)_3 = 117g}$$

CamScanner

L'ETHANOL OU ALCOOL ETHYLIQUE:
$M(C_2H_5OH) = 46g/mol$

I. PROPRIETES PHYSIQUES ET USAGE

1. Propriétés physiques

L'alcool éthylique ou éthanol est un liquide incolore très mobile à odeur agréable et à saveur brûlante. Il est très soluble dans l'eau et dans un grand nombre de substances : iode, camphre, essences végétales. Sa densité est 0,8 et sa température d'ébullition 78°C. Sa concentration ou titre alcoolique se mesure en degré Gay Lussac (°GL).

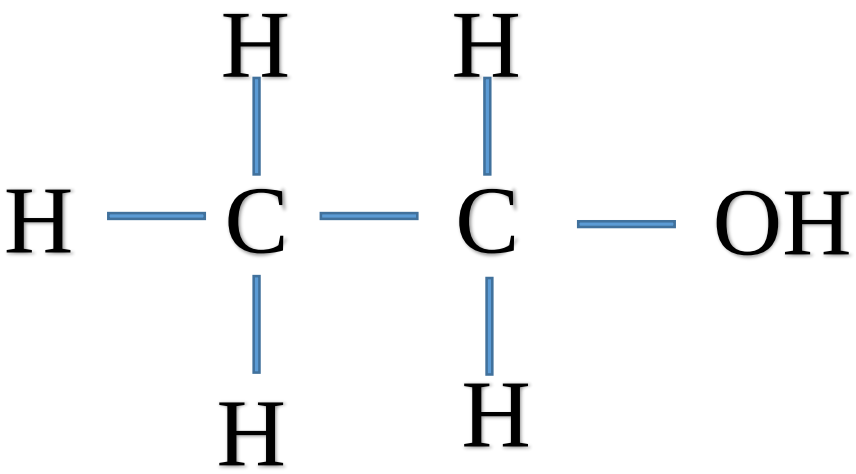
Exemple : 90°GL = 90 Cm^3 d'alcool et 10 Cm^3 d'eau.

2. Usages : Antiseptique local, combustible et liquide thermométrique.

Solvant dans la fabrication des produits pharmaceutiques et parfums.
Préparation des boissons alcooliques (vin, bière, liqueurs).

II. STRUCTURE

a) **La formule structurale est** :



b) **La formule semi-développée**



CamScanner

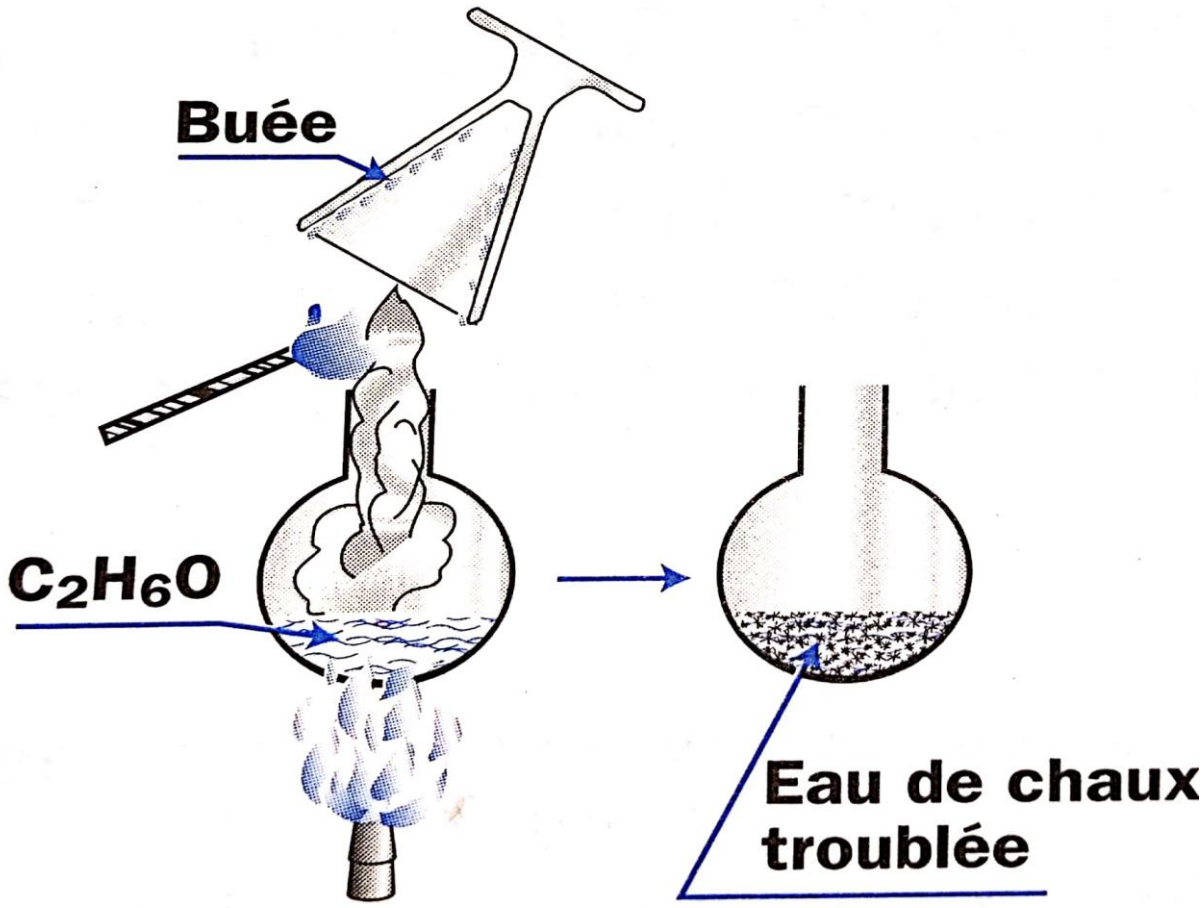
III. PROPRIETES CHIMIQUES

1. Oxydation de l'éthanol

1. Combustion complète

L'alcool éthylique enflammé brule avec une flamme bleuâtre très chaude. Il se forme de la vapeur d'eau et du dioxyde de carbone.
L'équation bilan de la réaction :

$C_2H_5OH + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 3H_2O$ + chaleur



2. Addition des oxydants

De nombreux oxydants peuvent transformer l'éthanol en éthanal et en acide éthanoïque.

Ethanol $\rightarrow$ Ethanal $\rightarrow$ Acide éthanoïque

Oxydation ménagée: en présence d'un catalyseur de platine, l'éthanol par action ménagée du dioxygène donne l'aldéhyde acétique qui s'oxyde en acide acétique.

$2C_2H_5OH + O_2 \rightarrow 2C_2H_4O + 2H_2O$

$C_2H_5OH + O_2 \rightarrow C_2H_4O_2 + 2H_2O$

2. Action des acides

CamScanner

- Les acides réagissent sur l'éthanol pour donner de l'ester et de l'eau : c'est une réaction d'estérification

  Acide + Alcool $\rightarrow$ Ester + Eau

  $HCl + C_2H_5OH \rightarrow C_2H_5Cl + H_2O$
- L'ester réagit avec l'eau pour donner un acide et l'alcool : c'est une réaction d'hydrolyse.

  Ester + Eau $\rightarrow$ Acide + Alcool

  $C_2H_5Cl + H_2O \rightarrow HCl + C_2H_5OH$

  Une réaction d'estérification ou d'hydrolyse est une réaction lente, limitée et thermique. Elle est réversible.

  Acide + Alcool $\underset{\leftarrow}{\overset{\rightarrow}{}}$ Ester + Eau

  $HCl + C_2H_5OH \underset{\leftarrow}{\overset{\rightarrow}{}} C_2H_5Cl + H_2O$

  L'éthanol est un liquide neutre. Il n'est ni base ni acide et ni sel. Il ne colore pas le tournesol, l'éthanol n'est pas un électrolyte. Il donne des esters avec les acides.

3. **<u>Les réactions de déshydratation</u>** : on appelle réaction de déshydratation une réaction au cours de laquelle il y'a l'enlèvement de l'eau a un corps pur composé.

a. **<u>Déshydratation complète</u>** : par catalyseur sur l'aluminium à 100°C par l'action d'acide sulfurique à 180°C. L'éthanol se déshydrate et l'on obtient l'éthylène.

$C_2H_5OH \rightarrow C_2H_4 + H_2O$

b. Déshydratation partielle : à une température plus basse 250°C avec l'aluminium et 180°C avec l'acide sulfurique. La déshydratation de l'éthanol a lieu entre deux molécules d'éthanol. Il se forme l'oxyde d'éthyle $(C_2H_5)_2O$)

$$\left.\begin{matrix} C_2H_5OH \\ C_2H_5OH \end{matrix}\right\} \rightarrow H_2O + (C_2H_5)_2O)$$

IV. <u>PREPARATION DE L'ALCOOL ETHYLIQUE OU ETHANOL</u>

1. <u>Fermentation alcoolique</u>

Sous l'action de la levure de bière, le glycose $C_6H_{12}O_6$ se fermente en éthanol et en dioxyde de carbone

$C_6H_{12}O_6 \rightarrow 2C_2H_5OH + 2CO_2$

2. <u>Alcool de synthèse</u>

a. <u>Hydratation de l'éthylène</u>

Par hydratation de l'éthylène en présence d'acide sulfurique concentré à 980°C on obtient l'éthanol (C_2H_5OH)

$C_2H_4 + H_2O \rightarrow C_2H_5OH$

b. <u>A Partir de l'acétylène :</u>

Par hydratation de l'acétylène on obtient de l'éthanal qui par hydrogénation donne l'éthanol.

$C_2H_2 + H_2O \rightarrow C_2H_4O$ (éthanal)

CamScanner

$C_2H_4O + H_2 \rightarrow C_2H_5OH$ (éthanol)

$C_2H_2 + H_2O + H_2 \rightarrow C_2H_5OH$.

Exercice :

Par déshydratation de l'éthanol on obtient de l'eau et de l'éthylène. Sachant qu'on a utilisé 115g d'éthanol. Calcule le volume d'éthylène et la masse d'eau obtenue.

Solution :

L'équation bilan de la réaction :

C_2H_5OH	$\rightarrow$	C_2H_4	+	H_2O
1 mol		1 mol		1 mol

La relation de proportionnalité

$$\frac{n(C_2H_5OH)}{1} = \frac{n(C_2H_4)}{1} = \frac{n(H_2O)}{1}$$

Le nombre de mole de l'éthanol

$$n(C_2H_5OH) = \frac{m(C_2H_5OH)}{M(C_2H_5OH)} = \frac{115}{46} = 2{,}5mol$$

$$n(C_2H_5OH) = 2{,}5mol$$

Le nombre de mole d'éthylène

$$\frac{n(C_2H_5OH)}{1} = \frac{n(C_2H_4)}{1} \Rightarrow n(C_2H_4) = n(C_2H_5OH) = 2{,}5mol$$

Le volume de l'éthylène

$$V(C_2H_4) = n(C_2H_4) \times Vo = 2{,}5 \times 22{,}4 = 56L$$

$$\boldsymbol{V(C_2H_4) = 56L}$$

Le nombre de mole de l'eau

$$\frac{n(C_2H_5OH)}{1} = \frac{n(H_2O)}{1} \Rightarrow n(H_2O) = n(C_2H_5OH) = 2{,}5mol$$

La masse d'eau obtenue

$$m(H_2O) = n(H_2O) \times M(H_2O) = 2{,}5 \times 18 = 45g$$

$$\boldsymbol{m(H_2O) = 45g}$$

CamScanner

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ACADEMIE D'ENSEIGNEMENT

CENTRE D'ANIMATION PEDAGOGIQUE

REPUBLIQUE DU MALI

UN PEUPLE – UN BUT – UNE FOI



COURS DE PHYSIQUES

CLASSE 9ème ANNEE

CamScanner

Sommaire

I.STATIQUE……3

- Notion de Force, caractéristiques, représentation, unité……3 – 6
- Principe des actions réciproques……7 – 9
- Equilibre d'un corps soumis à deux forces – loi ……10 – 11
- Variation du poids d'un corps avec l'altitude et la latitude, relation entre poids et masse ……12 – 14

II. ENERGIE……15

- Travail d'une force – unité……15 – 17
- Notion de puissance – unité……18 – 19
- Les machines simples : le levier……20 – 22
- Les machines simples : la poulie……23 – 27
- Rappels sur les quantités de chaleur……28 – 30
- Transformation réciproque du travail mécanique en chaleur……31 – 33
- Moteurs thermiques : Moteur à explosion – notion de rendement……34 – 37

III.**ELECTRICITE……38**

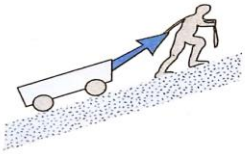
- Quantité d'électricité- unité……38 – 39
- Electrolyse : étude qualitative et quantitative……40 – 48
- Lois de Faraday : applications Industrielles……49
- Effet joule : applications de l'effet joule……50 – 52
- Résistances……53 – 55
- Associations en série et en parallèle de résistance……56 – 57

CamScanner

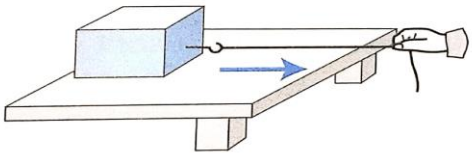
La Notion de force

I. Notion de force

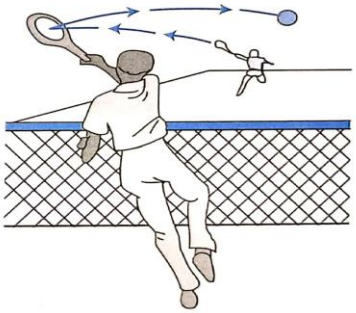
1. Effet dynamique :



Force musculaire
Le chariot se déplace



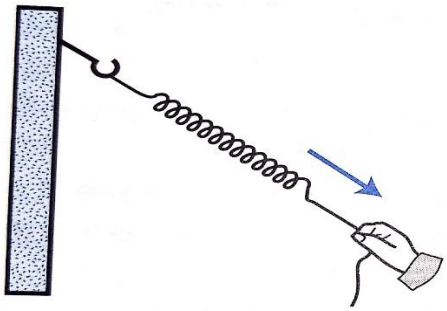
Effet dynamique d'une force.
Le corps se met en mouvement

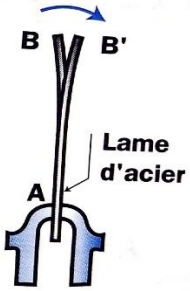


Une force peut modifier la trajectoire d'un corps

Une force peut mettre en mouvement un corps ou modifier sa trajection. Ces manifestations des forces sont leurs effets dynamiques.

2. Effet statique :





La force statique si le ressort s'allonge. Une force peut donc aussi produire la déformation des corps sur lesquelles elle agit, ces manifestations des forces sont leurs effets statiques.

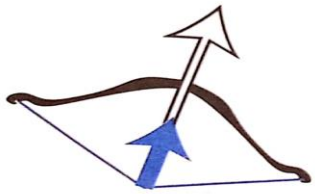
II. DEFINITION : Une force est toute action capable :

- De mettre un solide en mouvement ou de modifier le mouvement d'un solide (effet dynamique) ;
- De déformer un corps ou de maintenir un solide en équilibre (effet statique).

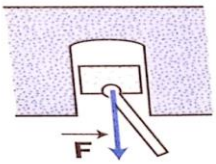
III. DIFFERENTES SORTES DE FORCES

1. Les forces de contact :

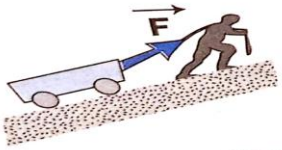
CamScanner



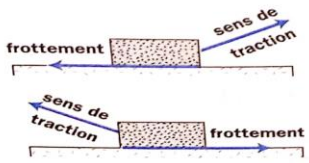
a) Les forces élastiques



b) Les forces pressantes.



c) Les forces musculaires



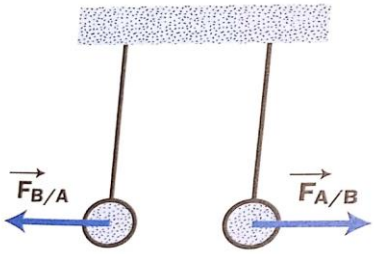
d) Les forces de frottement

Il y a contact entre le corps (l'objet) qui subit la force et celui qui la crée.

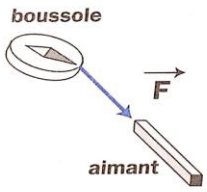
Les forces de contact peuvent être ponctuelles (agissent en un point) ou repartis (agissent en tous les points du corps ou sur une large surface).

Exemples : force musculaire, force de frottement, force élastique, force pressante.

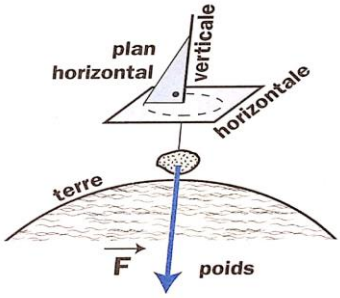
2. **Les forces à distance :**



a) Les forces électriques



b) Les forces magnétiques



c) Les forces de pesanteur

Les forces à distance se manifestent sans qu'il ait contact entre l'objet qui subit la force et celui qui crée cette force.

Exemples **:** La pesanteur, les forces magnétiques, les forces électriques, les forces d'attraction entre les astres. Les forces à distance sont toujours reparties.

IV. LES CARACTERISTIQUES D'UNE FORCE PONCTUELLE

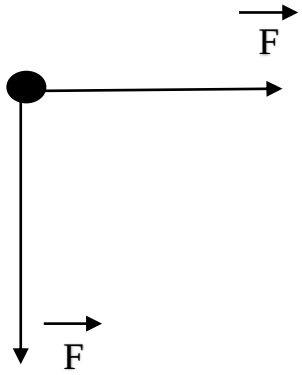
- Le point d'application ;
- Le sens ;
- La direction ;
- La direction (ou droite d'action ou support) ;
- L'intensité.

CamScanner

V. REPRESENTATION

Une force est représentée par un vecteur noté F. Ce vecteur a :

- Pour origine, le point d'application de la force ;
- Pour support la droite d'action de la force ;
- Pour sens, celui de la force ;
- Une longueur, proportionnelle à l'intensité F de la force.



VI. UNITE DE LA FORCE : L'unité de la force dans le système international est le Newton. Son symbole est (N).

L'intensité de la force se mesure à l'aide d'un dynamomètre.

1Kgf $\rightarrow$ 9,8N

1N $\rightarrow$10,2gf

Exercice d'application : des vecteurs respectivement $14Cm \quad et \quad 28\ Cm$.

Calcule les intensités des forces qu'il représente. Sachant que l'échelle adoptée est $1Cm\ pour\ 5N$

Solution :

Je calcule les intensités des forces :

- Pour F_1 :

1cm $\rightarrow$ 5N

14cm $\rightarrow$ χ

$$\Rightarrow x = \frac{5N \times 14cm}{1cm} = 70N$$

- Pour F_2

CamScanner

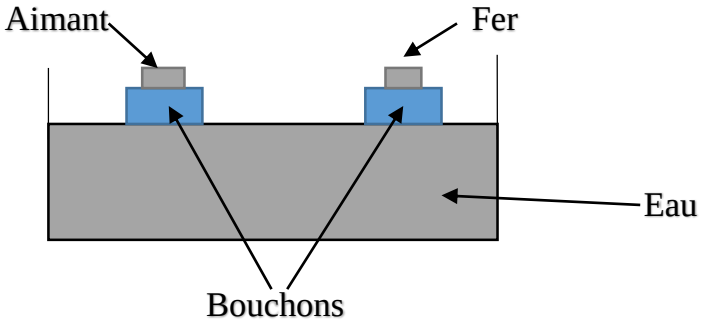
$$\begin{array}{l} 1cm \rightarrow 5N \\ 28cm \rightarrow \chi \end{array} \Rightarrow x = \frac{5N \times 28cm}{1cm} = 140N$$

Principe des actions réciproques

I. Exemples des actions réciproques

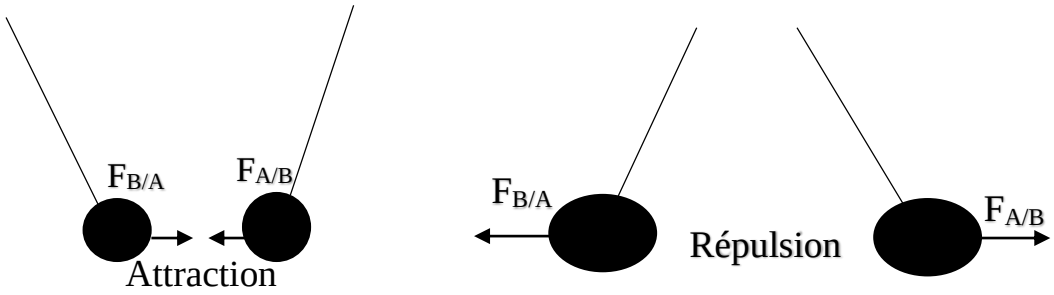
CamScanner

1. **Expérience : interaction à distance**



Sur deux grands bouchons plats de liège disposez respectivement un aiment et une pièce de fer et placez ces deux bouchons sur une surface d'eau calme. On s'attend à ce que l'aiment attire le fer et par suite que le bouchon qui porte le fer se déplace en direction de l'autre bouchon.

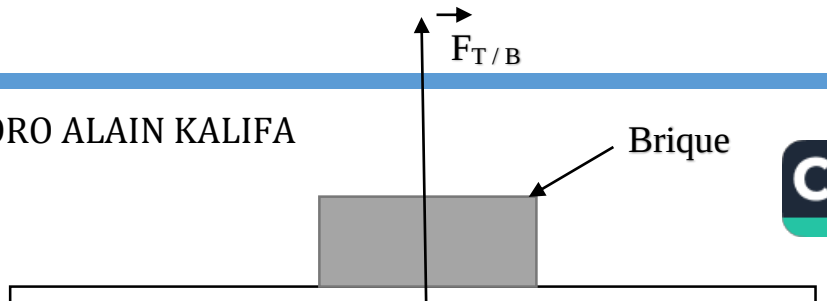
2. **Conclusion :** L'aiment attire le fer et réciproquement le fer attire l'aiment. Les deux actions observées sont appelées actions réciproques : on dit aussi que les solides interagissent. Qu'il y'a interaction



Deux pendules chargés électriquement interagissent à distance :

- Il y 'a attraction si les charges sont de signes contraires ;
- Il y'a répulsion si les charges sont de mêmes signes.

II. ACTION DE CONTACT



CamScanner

La brique exerce sur la table une force (action) qui est le poids P

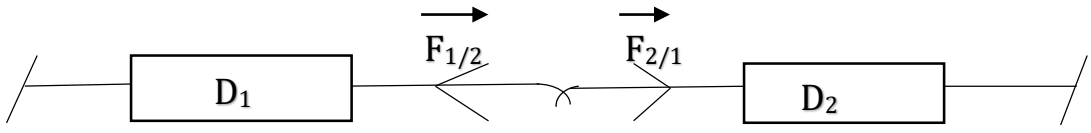
La table exerce sur la brique une force F qui est appelée (réaction) R de la table sur la brique. Ces deux forces ont de même point d'application, de même direction, de même intensité et de sens contraire.

La relation est : $\vec{F}A/_B$ = - $\vec{F}B/_A$ ou $\vec{F}A/_B$ + $\vec{F}B/_A$ = 0

III. **<u>Etude quantitative</u>** :

D_1 exerce sur D_2 une force $F_{1/2}$ et D_2 exerce sur D_1 une force $F_{2/1}$

Les dynamomètres indiquent que les intensités des deux vecteurs forces sont égales : $F_{1/2}$= $F_{2/1}$ d'autre part les vecteurs $F_{1/2}$ et $F_{2/1}$ ont mêmes directions et des sens opposés. On peut donc conclure que les vecteurs sont opposés.



IV. **<u>Enoncé du principe des actions réciproques :</u>** Lorsqu'un corps A s'exerce sur un corps B une force $F_{A/B}$ le corps B exerce sur le corps A une force $F_{B/A}$.

Ce principe s'écrit sous la forme vectorielle : $F_{A/B}$= -$F_{B/A}$

Ces deux forces ont :

CamScanner

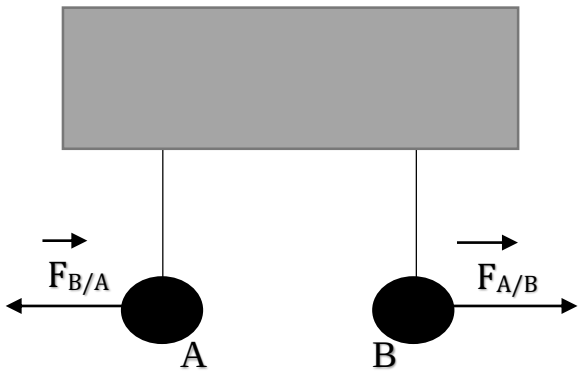
- Même direction,
- Sens Contraires,
- Même point d'application
- Même intensité : $F_{A/B}=F_{B/A}$.

Exercice : soient deux pendules électriques A et B porteurs de charge de même signe ; il y'a répulsion entre ces deux pendules. Donne la nature de l'interaction entre les deux pendules. Sur un schéma, représente les forces $F_{A/B}$ et $F_{B/A}$.

Solution :

Les deux pendules électriques sont porteurs de charges. L'interaction entre les deux pendules est électrique. Cette interaction se manifeste à travers les forces $F_{A/B}$ et $F_{B/A}$.

Ceci peut être représenté par le schéma ci-après



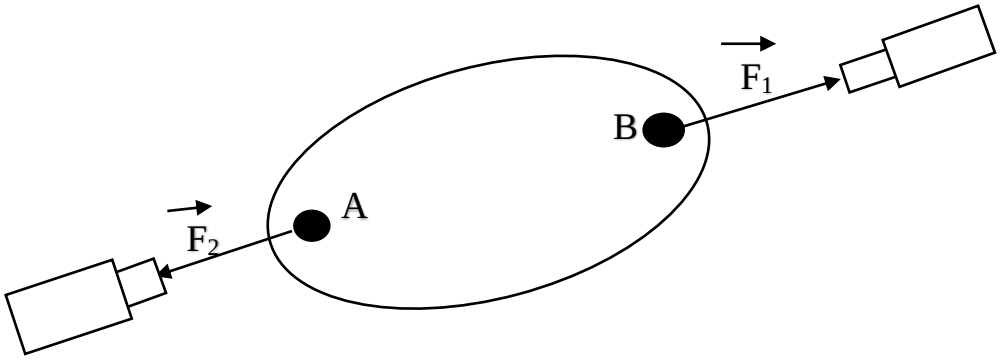
EQUILIBRE D'UN CORPS SOUMIS A L'ACTION DE DEUX FORCE :

I. Conditions d'équilibres d'un solide soumis à deux forces :

CamScanner

1. **<u>Expérience</u>** : un corps léger (C) est maintenu au repos à l'aide de deux dynamomètres D_1 et D_2, le poids du corps(5) est négligeable devant les deux forces localisées F_1 et F_2

   Les intensités des forces sur (c) sont grandes devant le poids du corps (c).Nous admettons que le poids joue un rôle négligeable.



- **<u>Poids compensé</u> :** Solide attaché entre deux dynamomètres sur une table soufflante horizontale.

2. **<u>Condition d'équilibre</u>** : Un corps de poids négligeable est soumis à l'action simultanée de deux fils tendus liés à des dynamomètres, l'étude montre que lorsque le solide est en équilibre si les deux F_1 et F_2 ont nécessairement :

- Un même support (ou droite d'action),
- Des sens opposés,
- Une même intensité : $F_1 = F_2$

  Ces dernières conditions permettent de poser : $F_1 = -F_2$

CamScanner

Loi : lorsqu'un solide soumis à deux forces ponctuelles est en équilibre, ces forces sont :

- Même droite d'action,
- Des sens contraires,
- Même intensité : $F_1=F_2$

$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ ou $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{O}$

II. APPLICATION (Equilibre stable, instable, indifférent)

1. **Equilibre stable :** Un équilibre est dit stable lorsque le corps légèrement écarté de sa position d'équilibre tend à y revenir.
2. **Equilibre instable :** Un équilibre est dit instable lorsque le corps écarté de sa position d'équilibre tend à s'en écarté d'avantage.
3. **Equilibre indifférent :** Un équilibre est dit indifférent lorsque le corps légèrement écarté de sa position d'équilibre, reste dans la nouvelle position.

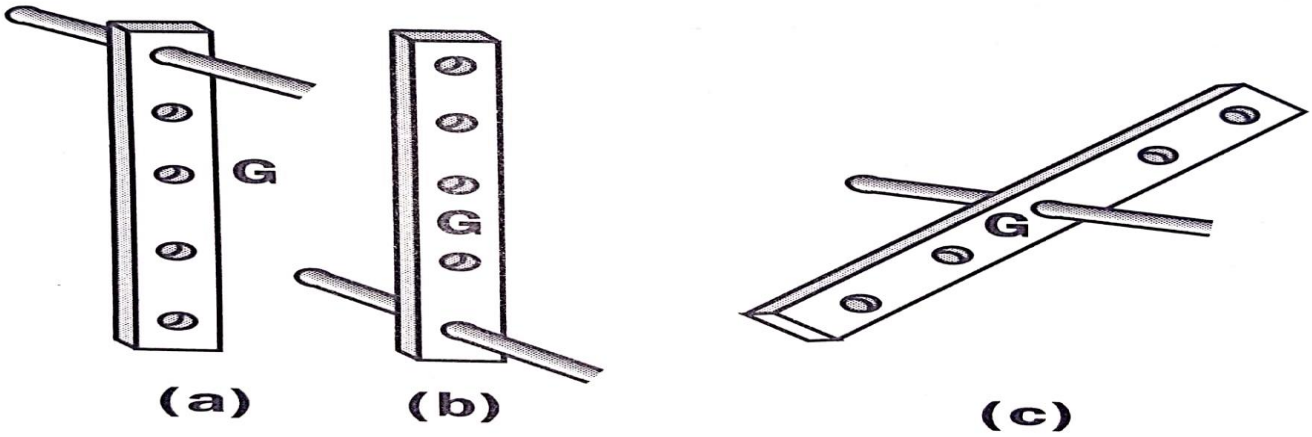


Fig. 3
a) Équilibre stable. c) Équilibre indifférent. b) Équilibre instable.

VARIATION DU POIDS D'UN CORPS AVEC L'ALTITUDE ET LA LATITUDE

I. **Observations** : Soit un corps suspendu au crochet d'un dynamomètre on mesure son poids P

CamScanner

A Paris	P = 9,81 N
A Libreville	P = 9,78 N
Au Pôle Nord	P = 9,83 N

Le poids varie donc avec la latitude du lieu.

N.B. La latitude d'un lieu est la distance de ce lieu à l'équateur.

On mesure ensuite dans la même ville par exemple

A paris (à la surface du sol)	P = 9,81 N
Au sommet de la Tour Eiffel (320 m)	P = 9,80 N
A une altitude de 10^4m au-dessus de Paris	P = 9,78 N
A une altitude de 10^6m	P = 7,16 N

Le poids d'un corps varie donc avec l'altitude du lieu. Il diminue lorsque l'altitude augmente.

Remarque :

- L'altitude d'un lieu est la hauteur (élévation de ce lieu par rapport au niveau de la mer).
- Le poids d'un corps n'est pas une grandeur constante.
- Le poids d'un corps est la force avec laquelle la terre attire un corps. Cette force d'attraction est autant plus faible que le corps est plus éloigné de la terre.

II. RELATION ENTRE LE POIDS ET LA MASSE

1. Comparaison entre poids et masse

Grandeur	Unité	Instrument de mesure	Propriétés
Masse	Kilogramme (Kg)	Balance	Invariable

CamScanner

Poids	Newton (N)	Dynamomètre	Variable

2. <u>Relation entre poids et masse :</u>

   L'intensité de la pesanteur (g) dépend du lieu considéré.

   Le poids d'un corps est proportionnel à la masse m du corps et à l'intensité de la pesanteur

   P = m x g

- P s'exprime en newton (N)
- M s'exprime en kilogramme (Kg)
- G s'exprime en newton par kilogramme (N/Kg)

Parmi les grandeurs m ; P ; g :

- m dépend de la matière qui constitue l'objet ;
- P dépend à la fois de la matière et du lieu ;
- g dépend du lieu considéré.

Le poids d'un objet varie avec le lieu.

La masse est invariable.

La pesanteur g varie avec la latitude et l'altitude.

Dans l'échelle des valeurs, 9,81 N/kg est la plus convenable.

<u>Exercice</u> : le poids d'un camion est P=24525N à Paris.

a. Calcule la masse de ce camion

b. Calcule le poids (P_E) du camion à l'équateur, puis au pôle Nord (P_N) sachant que l'intensité de la pesanteur est :

- G_p=9,81N/Kg à paris,
- G_N=9,83N/Kg au pôle Nord,
- G_E=9,78N/Kg à l'équateur.

<u>Solution</u> :

CamScanner

a. La masse du camion à paris : On rappelle que $P = m \times g \Rightarrow m = \frac{P}{g}$

$$m = \frac{24525\text{N}}{9{,}81\text{N/Kg}} = 2500\text{Kg}$$

m=2500Kg

b. Le poids du camion à l'équateur (G_E=9,78N/Kg) :

$$P_E = m \times g_E = 2500\text{Kg} \times \frac{9{,}78\text{N}}{\text{Kg}} = 24450N$$

P_E=24450N

– Le poids du camion au pôle Nord (G_N=9,83N/Kg)

$$P_N = m \times g_N = 2500 \text{ X } 9{,}83 = 24575\text{N}$$

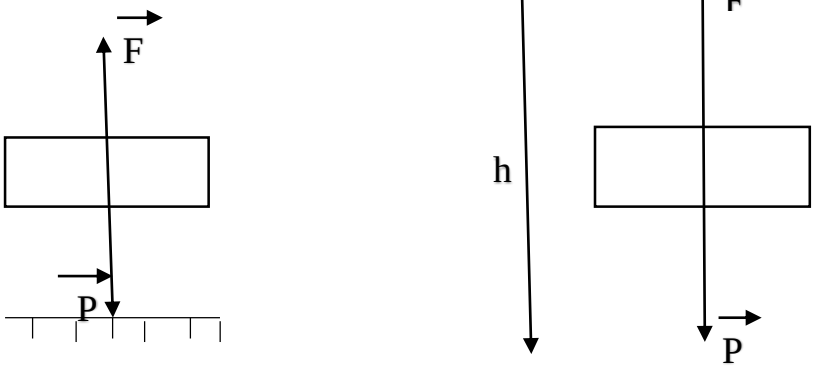
P_N=24575N

Travail d'une force :

I. NOTION DE TRAVAIL

1. Exemples

CamScanner



- Un ouvrier qui fait monter un fardeau produit du travail.
- Un cheval qui tire un chariot produit aussi du travail
- Une personne qui puise de l'eau produit également du travail.

2. Conclusion

Une force travaille quand son point d'application se déplace d'un point à l'autre.

Pour qu'il y'ait travail, deux conditions sont nécessaires :

- Existence d'une force ;
- Déplacement du point d'application de la force.

II. PROPORTIONNALITE DU TRAVAIL D'UNE FORCE

Expérience : Soulevons successivement un poids de 20 N à des hauteurs h ; h_1 h_2 ; h_3 correspondant respectivement aux travaux W ; W_1 ; W_2 et W_3. Ainsi, le travail effectué par une force est proportionnel au déplacement du point d'application de cette force.

Remarque : A une même hauteur si le poids est doublé, le travail est aussi doublé.

Pour un même déplacement donné, le travail est proportionnel à la force.

III. TRAVAIL D'UNE FORCE

Le travail d'une force dont le point d'application se déplace sur sa droite d'action, est proportionnel à l'intensité de cette et à la longueur du déplacement de son point d'application.

$$\boldsymbol{W = F \times L}$$

F : est l'intensité de la force (s'exprime en newton).

L : est la longueur du déplacement (s'exprime en mètre).

W : est le travail de la force (s'exprime en Joule).

De la formule $\boldsymbol{W = F \times L}$

CamScanner

F = $\frac{W}{l}$ L = $\frac{W}{F}$

1. <u>Définition du travail d'une force :</u> Le travail d'une force est le produit de cette force par un déplacement donné.

<u>CAS PARTICULIER DE LA PESANTEUR</u>

W = P x h ou W = m x g x h

- P = poids du corps ;
- h = hauteur du déplacement ;
- M = masse du corps ;
- G = l'intensité de la pesanteur.

2. <u>Unité du travail</u> : L'unité du travail dans le système international est le Joule de symbole (J).

<u>Le Joule</u> est le travail d'une force constante d'un Newton qui se déplace de 1 m dans la direction de cette force.

3. <u>Autres unités du travail</u>

Nom	Symbole	Valeur en Joule
Kilojoule	KJ	10^3
Mégajoule	MJ	10^6

4. <u>TRAVAIL MOTEUR-TRAVAIL-RESISTANT</u>

a. **<u>Travail moteur</u>** : Une force est dite motrice lorsqu'elle favorise le déplacement produit (la force et le déplacement ont même sens).

Une force motrice effectue un travail moteur.

$$W_m = F \times L$$

b. **<u>Travail résistant</u>** : Une force qui s'oppose au déplacement produit en est une force résistante. Le travail effectué par une force résistante est un travail résistant ($\boldsymbol{W_r}$).

$$W_r = P \times H$$

CamScanner

Exercice : Calcule le travail de la force de traction 400N qu'un cheval exerce sur un trajet de 1Km.

Solution :

Je convertis 1Km en m

1Km=1000m

Le travail de la force de traction du cheval est :

W= F x I = 400N x 1000m =400000J

W= 400000J

NOTION DE PUISSANCE

I. NOTION DE PUISSANCE

1. Exemples

- Un manœuvre met 40 secondes pour monter une charge de 200 N sur un échafaud situé à 15m du sol.

CamScanner

– Un monte-charge actionné par un moteur ne met que 8 secondes.

Le travail effectué par unité de temps dans les deux cas est :

W = P x h = 200N x 15m = 3000J

Le travail effectué par le manœuvre en une seconde est :

$W_1 = \frac{300J}{40s}$ = 75J

Le travail effectué par le monte-charge en 1s est :

$W_2 = \frac{300J}{8s}$ = 375J

Par comparaison $\frac{375J}{75J}$ = 5

On dit que la puissance du manœuvre est 75J par seconde et celle du monte-charge est 375J par seconde.

Le monte-charge est 5 fois plus puissant que le manœuvre.

2. **Définition de la puissance**: On appelle puissance d'une force pendant un temps t, le quotient du travail par le temps mis pour l'accomplir.

II. EXPRESSION DE LA PUISSANCE

La puissance P se calcule par la relation suivante : $P = \frac{W}{t}$

Quand le point d'application d'une force se déplace à la vitesse $V = \frac{l}{t}$ et $P = F.V$

III. UNITES DE LA PUISSANCE

L'unité de la puissance dans le système international est le Watt (W).

Le Watt est la puissance d'une force qui effectue un travail de 1 Joule pendant une seconde.

Le cheval-vapeur est la puissance d'un moteur qui fournit un travail de 736 Joules en une seconde.

1 Chv = 736 watts

Nom	Symbole	Valeur en watt
Le kilowatt	KW	10^3
Le mégawatt	MW	10^6

CamScanner

Le cheval-vapeur	Chv	736

IV. Les principaux multiples du watt:

- **Le Kilowatt : 1Kw =10^3 watt**
- **Le mégawatt(MW) : 1Mw =10^3 KW = 10^6 watt**

★ **Le cheval vapeur :** le cheval vapeur est la puissance d'un moteur qui fournit un travail de 736Joules en une seconde.

1ch =736Joules/seconde =736 watt

★ **Le wattheure(Wh)** : c'est le travail produit en une heure par une machine dont la puissance est de :

1 Wh = 3600 J

Si la puissance P est exprimée en watt et le temps en heure, le travail développé s'exprime en wattheure(Wh).

Exercice : calcule la puissance en watt puis en chevaux vapeur d'un moteur qui accomplit un travail de 5000J pendant 25s.

Solution :

La puissance en watt est :$P = \frac{W}{t} = \frac{5000J}{25s} = 200w$

P=200w

LES MACHINES SIMPLES : les Leviers

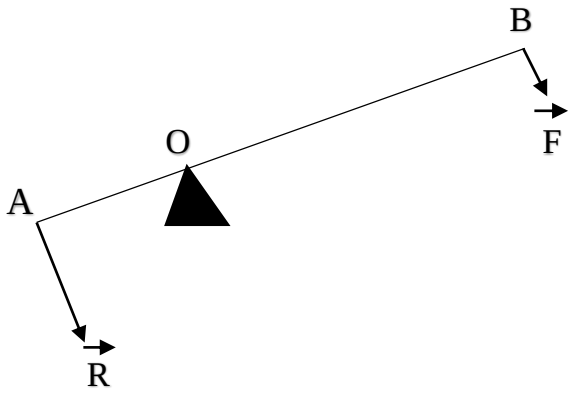
Introduction : on appelle machine simple des instruments qui nous facilite certains travaux dans le domaine de la vie courante en fournissant peu d'effort.

CamScanner

★ **Un levier** : est une barre rigide mobile autour d'un point d'appui.

I. DESCRIPTION et Principe de fonctionnement

1. **Principe de fonctionnement** : le levier est essentiellement formé d'une tige rigide mobile autour d'un point fixe utilisé généralement pour soulever une charge.
2. **Description**



Un levier est une barre rigide AB s'appuyant dur un point autour duquel elle peut tourner (point d'appui).

Les segments OA et OB sont appelés bras de levier.

Sur la barre agissent deux forces :

- L'une en A, la force résistante R ;
- L'autre en B la force motrice F.

3. CONDITION D'EQUILIBRE

Les deux forces R et F sont parallèles, le levier est en équilibre si

F.OB = R.OA

$R = \frac{F.OB}{OA}$; $F = \frac{R.OA}{OB}$; $OA = \frac{F.OB}{R}$; $OB = \frac{R.OA}{F}$

- F et R s'expriment en Newton;
- OA et OB s'expriment en mètre.

II. LES TROIS TYPES DE LEVIERS

1. Le levier inter-appui ou levier du premier genre

Le point d'appui est situé entre la force motrice (F) et la force résistante (R).

Exemples : les ciseaux, les tenailles, les pinces coupantes, le pied de biche.

CamScanner

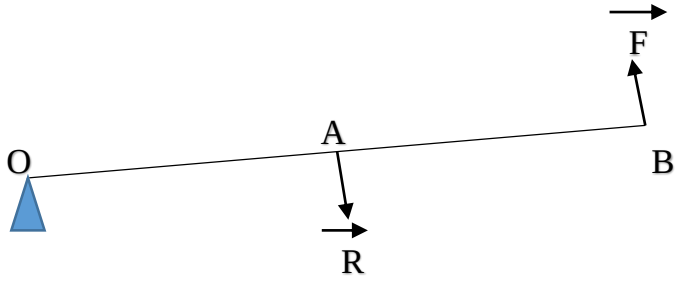


2. **<u>Le levier inter-résistant ou levier du deuxième genre</u>**

   Le point d'appui de la force résistante (R) est situé entre celui de la force motrice (F) et le point d'appui (O).

   <u>Exemples</u> : brouette, couteau du boulanger, casse noix.

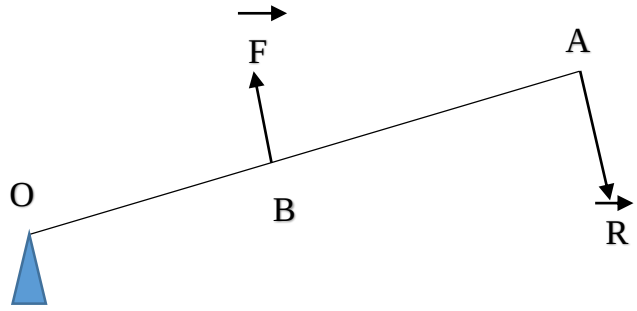
   <u>N.B</u> : La force supportée par le sol est : $F' = R - F$



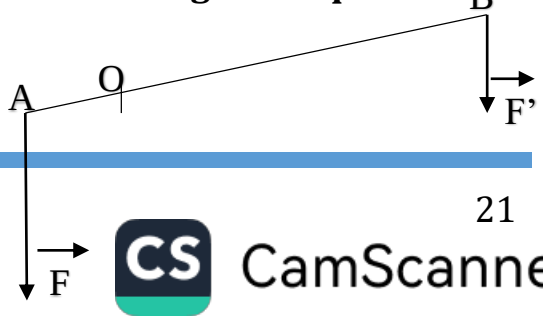
3. **<u>Le levier inter-moteur ou levier du troisième genre</u>**

   Le point d'application (B) de la force motrice est situé entre celui (A) de la force résistante et le point d'appui (O).

   <u>Exemples</u> : l'étau, l'avant-bras, la pédale d'une machine à coudre.



<u>Exercice</u> : A l'extrémité d'une règle de poids négligeable de longueur 0,5m s'exerce une force de 1,5N. Calcule la force parallèle à la précédente qu'on doit exercer à l'autre extrémité B pour maintenir la règle en équilibre si le point d'appui est à 0,05m de A



CamScanner

Solution :

Calcul du bras de levier de la force F' :

AB=OA + OB ⇒ OB= 0,5m – 0,05m=0,45m

OB=0,45m

Calcul de l'intensité de la force appliquée en B :

D'après la condition d'équilibre des leviers :

$$\boldsymbol{F \times OA = F' \times OB \quad \Rightarrow \quad F' = \frac{F \times OA}{OB}}$$

A.N : F=1,5N ; OA=0,05m ; OB=0,45m ; $F' = \frac{1,5 \times 0,05}{0,45} = 0,166N$

F'=0,17N

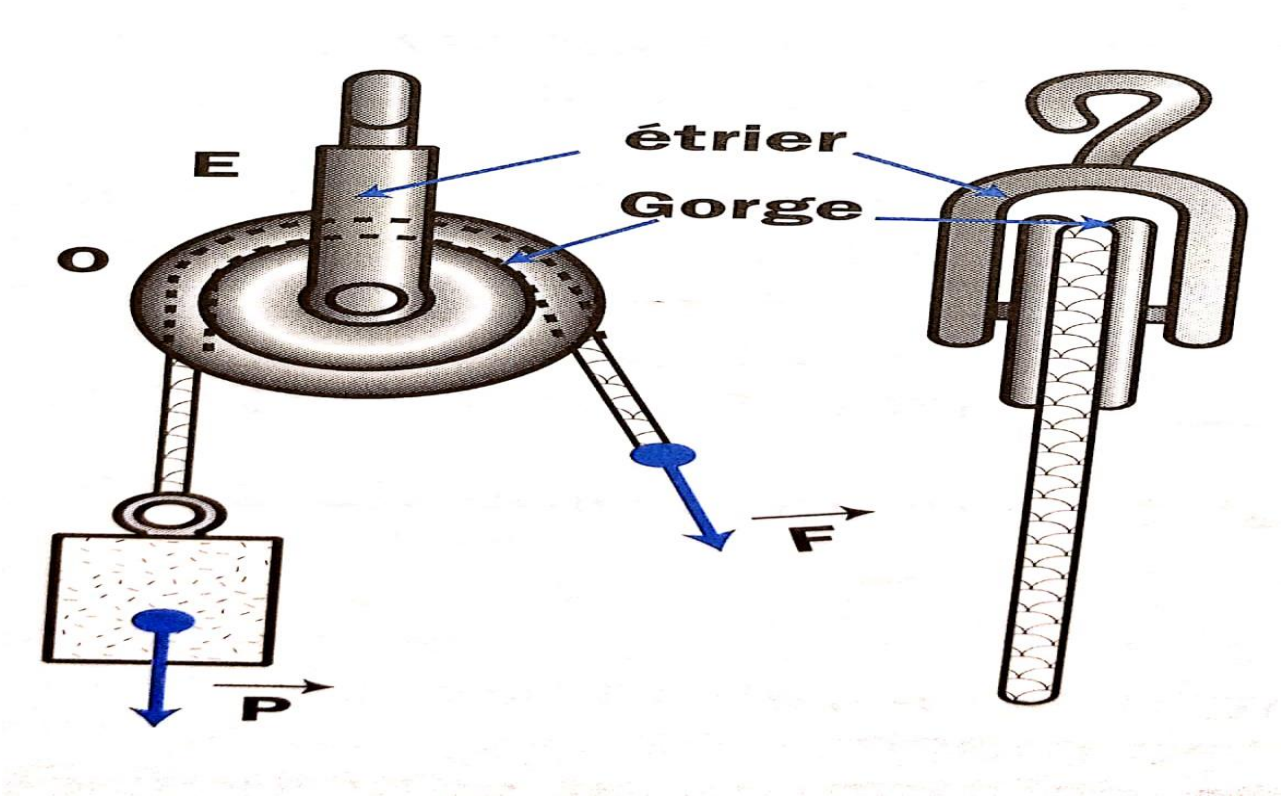
Machines simples : La Poulie

I. Description et Principe de fonctionnement :

CamScanner

a. **<u>Le principe de fonctionnement</u> :** La poulie permet de soulever plus facilement des charges et de transmettre un mouvement. Il existe de nombreuses utilisations de la poulie.

b. **<u>Description</u>** : Une poulie est un disque D tournant sans frottement autour de son axe O que soutient un étrier ou une chape E. La gorge permet à la poulie de soutenir un fil, une corde, ou un câble. Aux deux brins du câble sont appliquées les forces F (motrice) et R (résistante)



c. **<u>Condition d'équilibre :</u>**

a. <u>La Poulie fixe :</u>

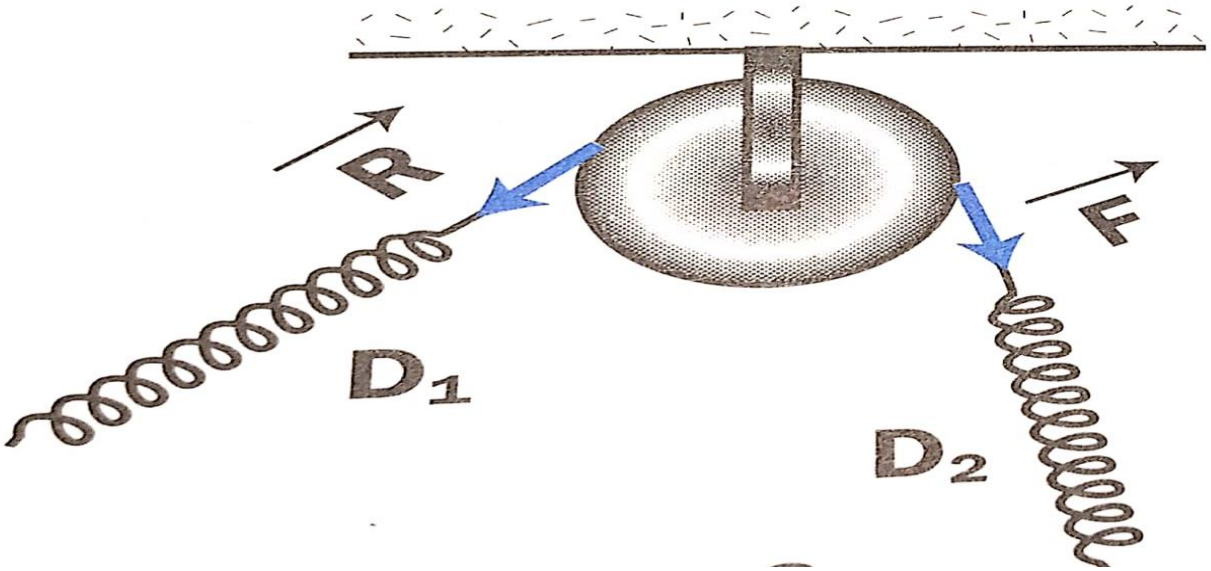
a1 **<u>Expérience</u>** : supposons la poulie en équilibre sous l'action des forces F et R appliquées aux extrémités de la corde à l'aide de deux dynamomètres. La lecture des deux dynamomètres nous donne : F = R

CamScanner

a2 **Condition d'équilibre** :

La condition d'équilibre d'une poulie fixe sans frottement s'écrit : F = R

La force active à même intensité que celle de la force résistante.



b. **La poulie mobile** :

Dans la poulie mobile, le fil attaché en S s'enroule sur la moitié inférieure du disque. Il le soutient et aboutit à la main de l'opérateur. Les deux brins du fil sont parallèles. Si on néglige le poids de la poulie. La poulie est en équilibre sous l'action de trois forces.

Le poids P ;

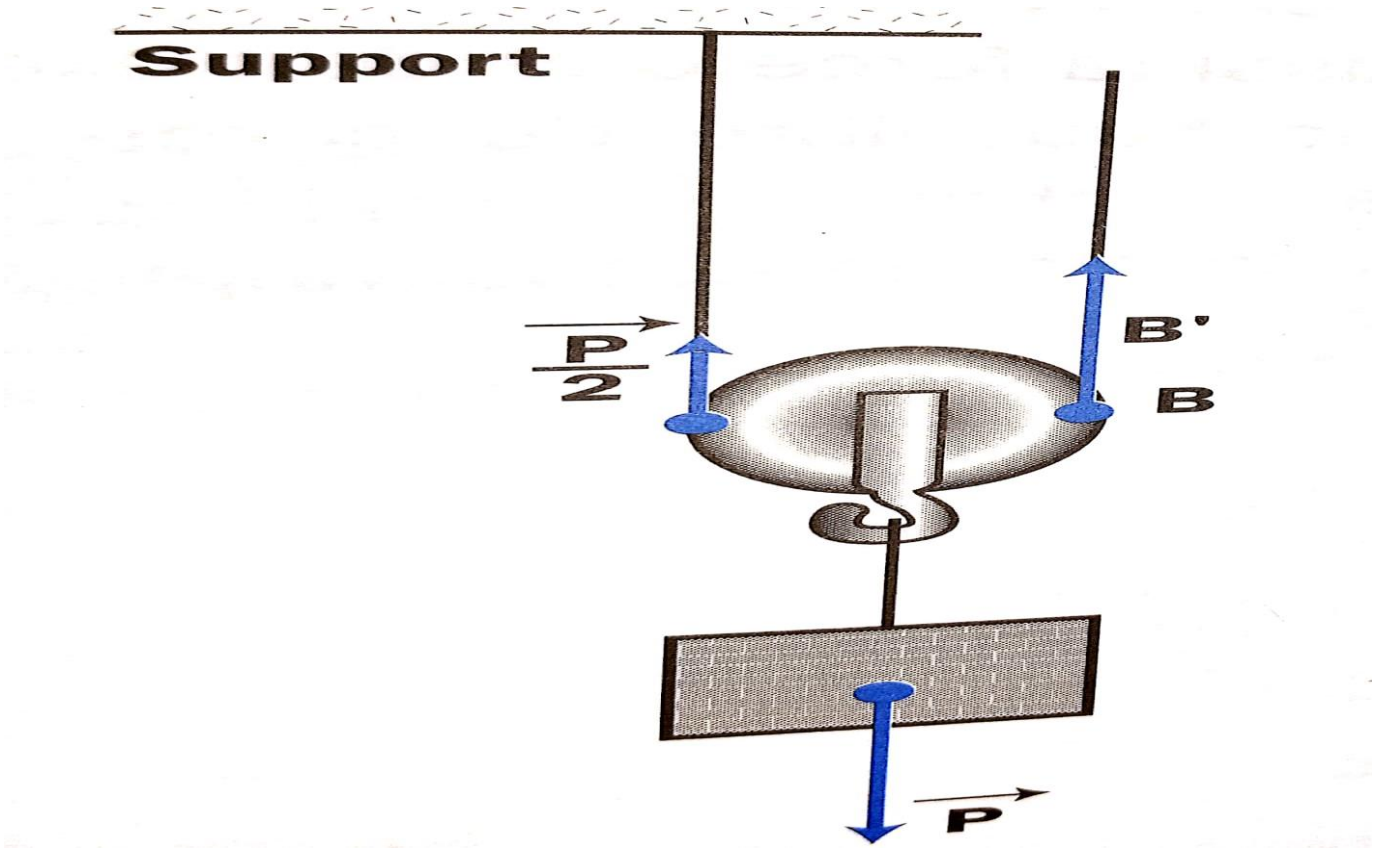
-Les tensions des fils, forces parallèles et opposées à R et d'intensité $\frac{\vec{P}}{2}$

CamScanner

$\overrightarrow{P} = \frac{\overrightarrow{P}}{2} + \frac{\overrightarrow{P}}{2}$

-La main doit donc exercer une force motrice : F qui est $F = \frac{P}{2}$

$P = F + F \Rightarrow P = 2F \; alors \; F = \frac{P}{2}$



Remarque : l'intensité de la force active qu'il faut appliquer aux brins de la corde d'une poulie mobile est égale à la moitié de l'intensité de la force résistante.

4. **Assemblages de poulies** :

a. **Palan à brins parallèles** :

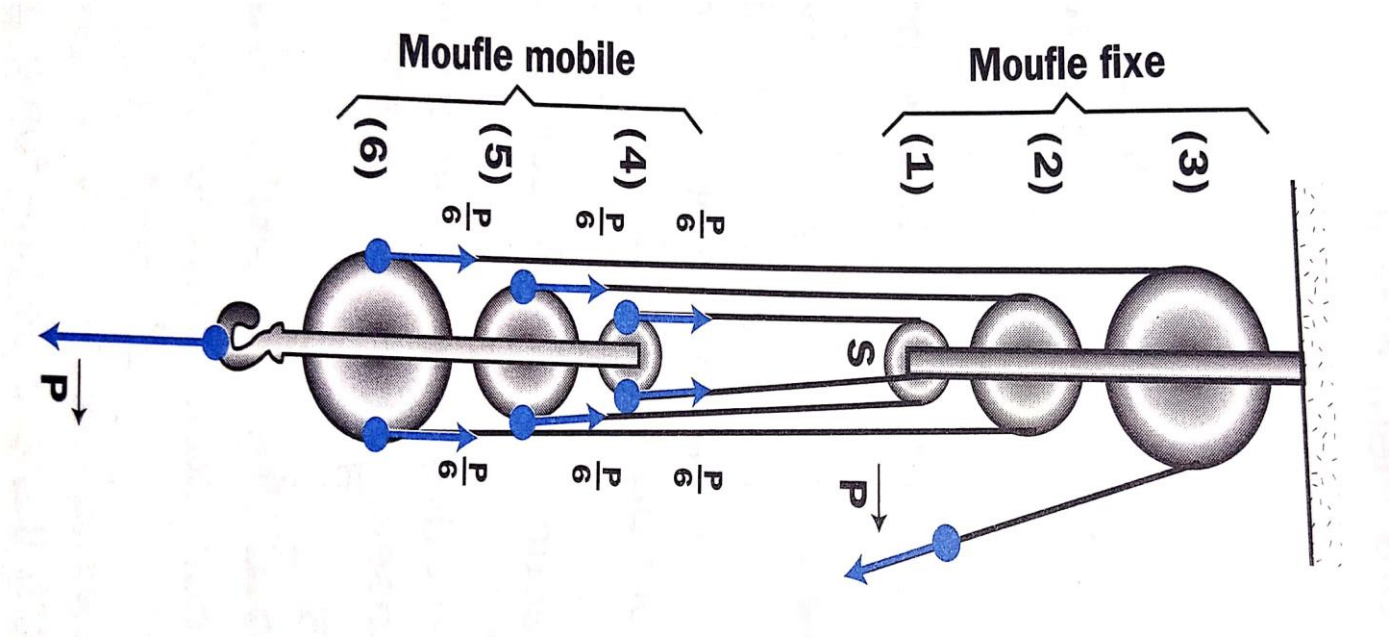
CamScanner

En multipliant le nombre des poulies fixes et celui des poulies mobiles, on parvient à fractionner, sur chaque brin de la même corde, la force totale exacte.

- Trois poulies supérieures ont leurs axes portés par le même étrier, elles forment un moufle fixe.

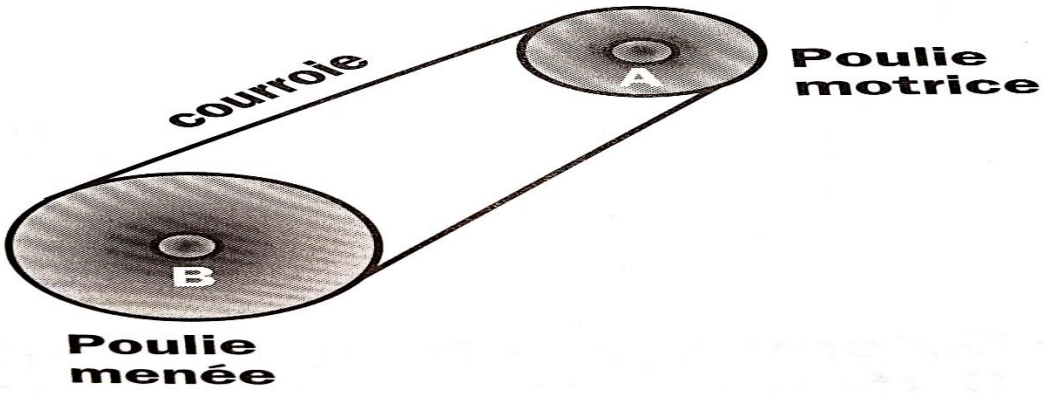
- Trois poulies inférieures un moufle mobile. La corde est fixée en S et s'enroule successivement sur les poulies (4, 1, 5, 2, 6, 3)

  Les six brins étant parallèles à la force P chacun d'eux exerce une force de module P/6 qui est aussi la force que doit exercer la main sur le bout libre pour maintenir l'équilibre.



5. **<u>Poulies et courroie de transmission</u>** : Si A est mise en rotation par un moteur, son mouvement entraine celui de B qui peut, à son tour, faire fonctionner une machine-outil. A est alors la poulie motrice, B, la poulie menée.

CamScanner



Exercice : On veut soulever une charge de 150Kg à l'aide d'une poulie mobile. Calculer l'effort qu'il faut exercer à l'extrémité libre du câble pour maintenir la charge en équilibre. g=10N/Kg

Solution :

La poulie est en équilibre sous l'action des forces P, F'_1 et F_1

La condition d'équilibre est : $P + F_1 + F'_1 = 0$

Avec $F_1 = F_2$'. On déduit que $P = 2F_1$ d'où $F_1 = \frac{P}{2} = \frac{150\times10}{2} = 750N$

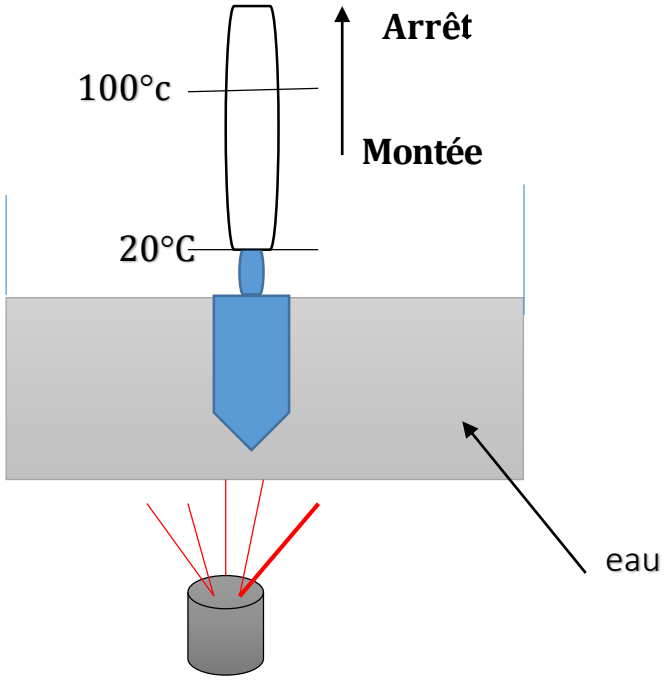
F_1= 150N

Rappels sur les quantités de chaleur

I. QU'EST-QUE LA CHALEUR ?

1. Expérience

CamScanner



Elévation de la température de l'eau et ébullition de l'eau. La chaleur reçue devient alors cause de changement d'état de l'eau.

2. <u>Conclusion</u>

La chaleur est la forme d'énergie qui provoque :

- Soit une variation de température d'un corps.
- Soit un changement d'état physique d'un corps (fusion, vaporisation).

II. <u>Les sources de chaleur</u>

1. <u>Définition :</u> Une source de chaleur est un corps qui peut échanger de la chaleur avec son environnement en gardant sa température.

2. <u>Exemples de sources de chaleur :</u>

- Le soleil ;
- Les combustions de charbon dans un foyer ;
- Les combustions de l'essence dans un moteur ;
- Les combustions de l'essence, du gaz dans les réchauds ;
- Les chauffe-eau ;
- Les fours électriques.

III. <u>EXPRESSION DE LA QUATITE DE CHALEUR</u>

La quantité de chaleur Q reçue ou cédée par un corps est :

CamScanner

★ Proportionnelle à la masse m de ce corps ;

★ Proportionnelle à l'élévation de la température $t_2 - t_1$

★ Dépend de la nature du corps

$Q = mc\ (t_2 - t_1)$

– Q : la quantité de chaleur, s'exprime en Joules (J) ;

– C : la chaleur massique, s'exprime en joules par kilogramme par degrés Celsius (J/Kg°C) ;

– $(t_2 - t_1)$: la température, s'exprime en kelvin ou degré Celsius (K ou °C).

– M : la masse du corps, s'exprime en Kilogramme (Kg)

IV. UNITE DE QUANTITE DE CHALEUR

L'unité de la quantité de chaleur dans le système international est le Joule de symbole (J).

Autres unités de quantité de chaleur

– La calorie : 1 Cal = 4,18 J ;

– La kilocalorie : 1Kcal = 1000 Cal ;

– La Thermie : (th).

V. PRINCIPES FONDAMENTAUX DE LA CALORIMETRIE

★ **Définition :** La calorimétrie est la mesure de la quantité de chaleur.

1. Enoncés des principes fondamentaux

a. Le principe des transformations inverses

La quantité de chaleur fournie à un corps pour élever sa température de t_1 à t_2 degrés Celsius est la même qu'il cède en se refroidissant de t_2 à t_1 Celsius.

b. Le principe des échanges de chaleur

Quand on mélange deux corps à des températures différentes, le corps froid s'échauffe et corps chaud se refroidit. La quantité de chaleur fournie au corps froid est égale à la quantité de chaleur cédée par le corps chaud.

VI. CHALEUR MASSIQUE ET POUVOIR CALORIFIQUE D'UN COMBUSTIBLE

1. CHALEUR MASSIQUE : La chaleur massique d'un corps est la quantité de chaleur qu'il faut fournir à l'unité de masse de ce corps pour élever sa température de 1 degré Celsius.

$Q = m.C\ (t_2 - t_1) \quad \Rightarrow \quad C = \frac{Q}{m(t2-t1)}$

Le produit m.C est appelé capacité calorifique : $m.C = \frac{Q}{t2-t1}$

CamScanner

2. **Pouvoir calorifique :** Le pouvoir calorifique d'un combustible est la quantité de chaleur fournie par la combustion complète de 1Kg de ce combustible s'il est solide ou liquide et d'un mètre cube s'il est gazeux.
3. Le pouvoir calorifique s'exprime en J/Kg ou J/m^3

★ EXPRESSION DE LA TEMPERATURE FINALE D'UN MELANGE : $\boldsymbol{Tf = \frac{m1.t1+m2.t2}{m1+m2}}$

Exercice : déterminer la quantité de chaleur fournie à un morceau de plomb ayant une masse de 5,68Kg. Pour porter sa température de 16 ^{0}C à 65 ^{0}C. Chaleur massique du plomb=0,13.10^3 J/Kg ^{0}C

Solution :

La quantité de chaleur fournie de 5,68Kg de plomb pour en élever la température de 15 à 65°C :

$$Q = m \times C \times (t_2 - t_1) = 5{,}68\text{Kg} \times 0{,}13.103\,\text{J/Kg °C} \times (65°\text{C} - 16°\text{C})$$

Q=36181,6J

TRANSFORMATION RECIPROQUE DU TRAVAIL MECANIQUE EN CHALEUR

I. TRANSFORMATION RECIPROQUE DU TRAVAIL MECANIQUE EN CHALEUR

1. **Exemple**

– Les freins d'une voiture ou d'un vélo s'échauffent lorsque le conducteur freine.
– La balle d'un fusil s'écrasant sur un mur peut produire un dégagement de chaleur.

CamScanner

- Une joue ayant reçue une gifle s'échauffe.
- Une allumette s'enflamme par frottement.
- Le frottement des mains engendre de la chaleur.

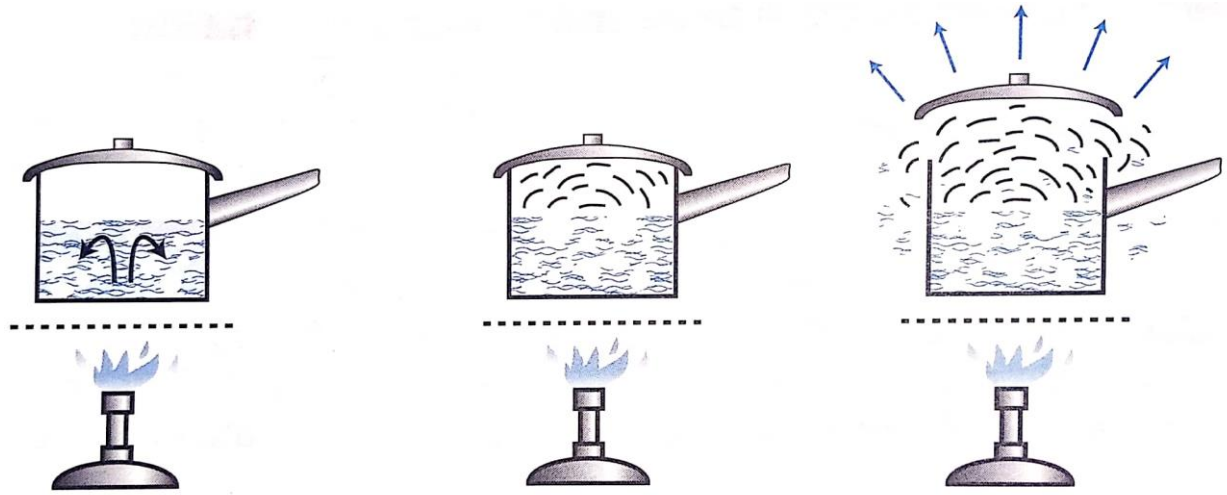
2. Conclusion

Les frottements, les chocs, les déformations s'accompagnent toujours de dégagement de chaleur.

Il y a transformation de l'énergie mécanique en chaleur.

II. TRANSFORMATION DE LA CHALEUR EN TRAVAIL MECANIQUE

1. Expérience



a) La température croît : des courants de convection apparaissent.

b) L'ébullition commence : la température du mélange (eau + vapeur) se stabilise.

c) Le couvercle se soulève : l'eau condensée et de la vapeur sortent de la marmite.

2. Conclusion

La chaleur peut se transformer en travail mécanique.

Le travail et la chaleur sont deux formes particulières de l'énergie : l'énergie mécanique et l'énergie calorifique.

III. ENERGIE MECANIQUE – ENERGIE CALORIFIQUE

1. Expression de l'énergie mécanique produite lors d'un déplacement

Le travail W d'une force F dont le point d'application se déplace d'une longueur donnée sur sa droite d'action est :

CamScanner

W = F. l

2. **<u>Expression de la quantité de chaleur transformée par un corps qui subit une variation de température</u> :**

   La quantité de chaleur Q nécessaire pour élever la température de t1 à t2 d'une masse m d'un corps de chaleur massique(C) est :

   $Q = m.C\,(t_2 - t_1)$

- Q : s'exprime en Joule
- m : s'exprime Kilogramme
- C : s'exprime en J/Kg/°C
- $t_2 - t_1$: s'exprime en °C.

<u>Exercice</u> :

a. Calcule, en Kilojoule, la quantité de chaleur qu'il faut fournir à 0,1Kg d'eau à 20 pour amener sa température à 100^0 C.

b. Calcule, en Kilojoule, la quantité de chaleur nécessaire pour transformer cette eau en vapeur (à 100^0C).

c. Déduis des questions précédentes, l'énergie totale fournie à l'eau pour la transformer en vapeur.

On donne : chaleur massique de l'eau : C_e=4180J/Kg ^{0}C

Chaleur latente de vaporisation de l'eau (chaleur nécessaire pour vaporise à température constante 1Kg d'eau : C_v=2253KJ/Kg ^{0}C

<u>Solution</u> :

a. Calculons la quantité de chaleur pour le chauffage **:**

$$Q_1 = m \times c \times (t_2 - t_1)$$

$$Q_1 = 0{,}1 \times 4{,}18.10^3(100 - 20) = 33{,}44.10^3 J = 33{,}44 KJ$$

$$\boldsymbol{Q = 33{,}44 KJ}$$

CamScanner

b. Calculons la quantité de chaleur pour la vaporisation de 0,1Kg d'eau à 100°C

$$Q_2 = m \times C_v$$

$$Q_2 = 0{,}1Kg \times \frac{2253KJ}{Kg} = 225{,}3KJ$$

$$\boldsymbol{Q_2 = 225,3KJ}$$

c. Calculons l'énergie totale de transformation

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$Q = 33{,}44 + 225{,}3 = 258{,}74KJ$$

$$\boldsymbol{Q = 258,74KJ}$$

Moteurs thermiques : Moteur à explosion

I. PRINCIPE

CamScanner

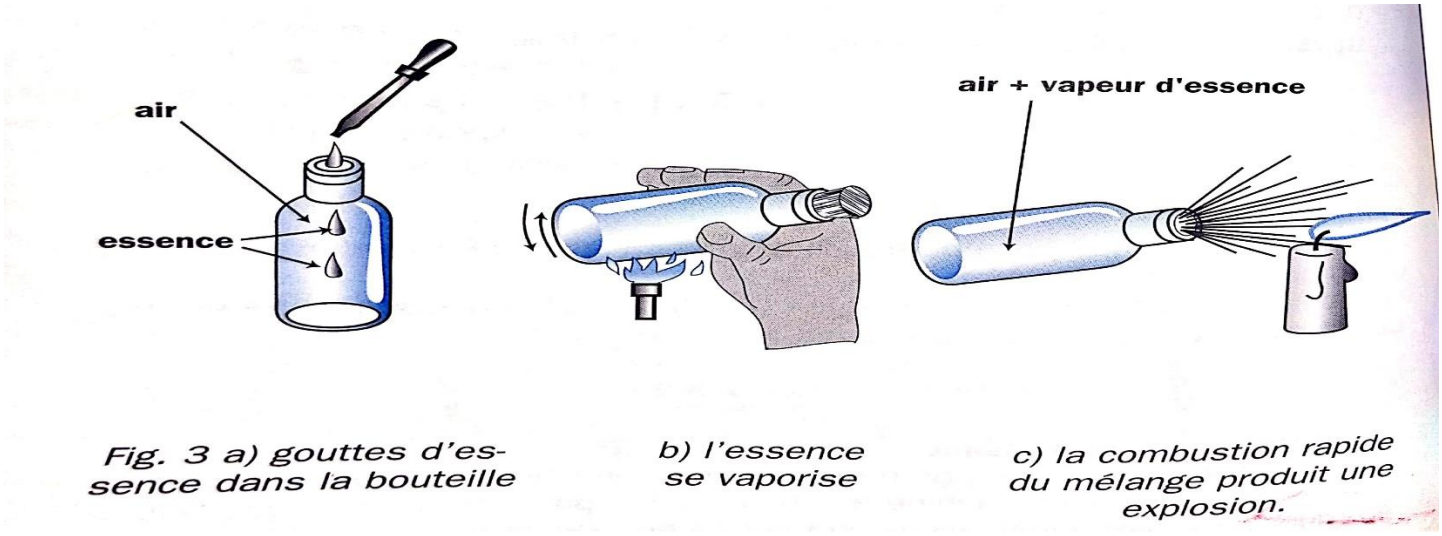


Fig. 3 a) gouttes d'essence dans la bouteille

b) l'essence se vaporise

c) la combustion rapide du mélange produit une explosion.

a) Gouttes d'essence dans la bouteille
b) L'essence se vaporise
c) La combustion rapide du mélange produit une explosion

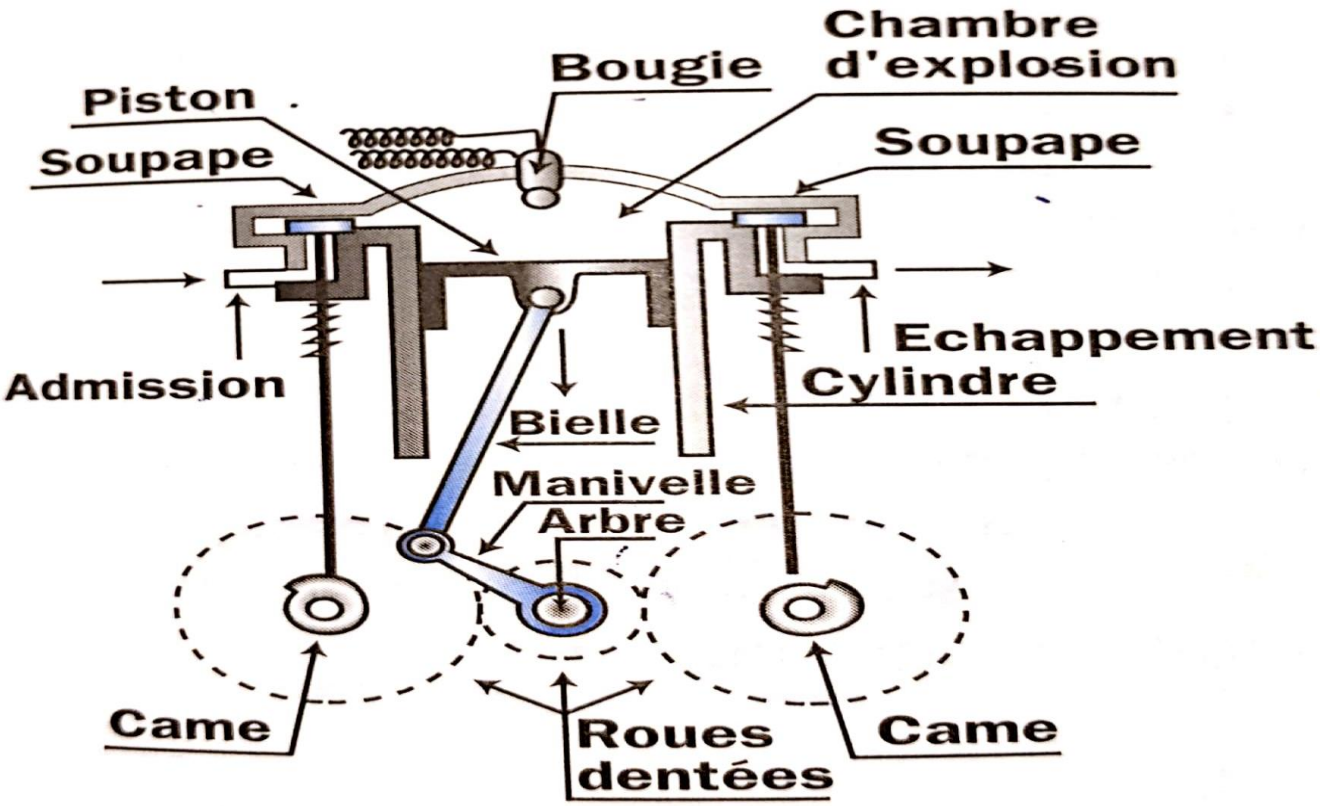
Il se produit une détonation due à la combustion rapide de la vapeur d'essence. Les gaz acquièrent une forte pression et ils peuvent actionner le piston : c'est le principe du moteur à explosion.

II. **DESCRIPTION**

Dans un moteur à explosion, le mélange de vapeur d'essence et d'air est comprimé dans la chambre d'explosion située dans la partie supérieure d'un cylindre. Il est enflammé à l'aide d'une étincelle produite par une bougie. La pression de gaz issue de la combustion pousse un piston. Une bielle relie ce dernier à une manivelle solidaire de l'arbre du moteur.

Un carburateur assure la vaporisation de l'essence et son mélange

CamScanner



III. FONCTIONNEMENT DU MOTEUR A QUATRE TEMPS

1. **Admission**

   Le piston en haut de sa course descend et par la soupape d'admission ouverte, les gaz pénètrent dans le cylindre.

2. **Compression**

   Lorsque le piston est arrivé au bas de sa course, la soupape d'admission se ferme. Le piston remonte et comprime le mélange.

3. **Explosion et détente**

   Quand le piston est en haut de sa course, la bougie délivre une étincelle. Le mélange explose on obtient des gaz très chauds et à très haute pression qui repoussent le piston vers le bas : c'est le temps moteur.

4. **Echappement**

   La soupape d'échappement s'ouvre et en remontant le piston chasse les gaz brûlés. Quand il est en haut de sa course, la soupape d'admission s'ouvre et le cycle peut recommencer.

   N.B : Sur les quatre temps du moteur à explosion, seul le troisième temps est moteur.

   Il existe des moteurs à explosion à deux temps (moteurs des motos et moteurs diesels).

CamScanner

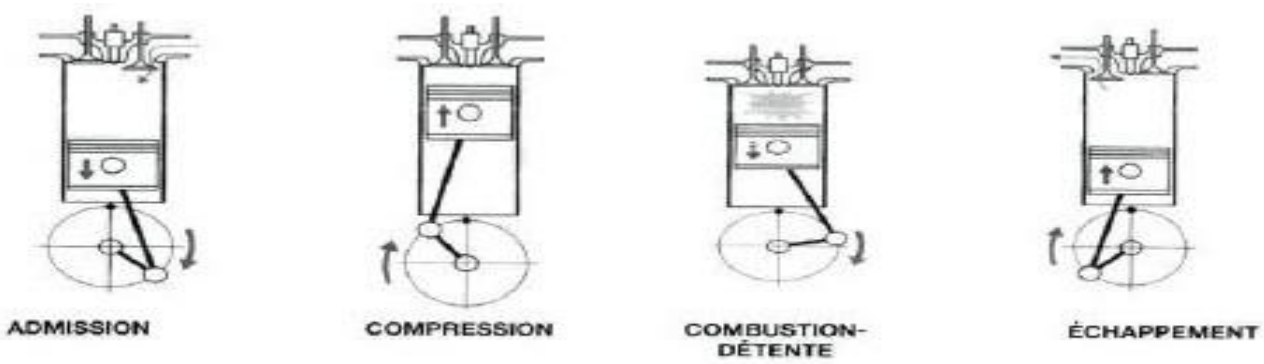


Figure 1.1 schéma de principe d'un cylindre de moteur diesel 4 temps.

IV. RENDEMENT D'UN MOTEUR THERMIQUE

1. **DEFINITION :** On appelle rendement d'un moteur thermique, le rapport entre le travail W produit par le moteur et l'énergie calorifique Q fournie par le combustible pendant le même temps.

$R = \frac{travail\ fourni\ par\ le\ moteur}{énergie\ thermique\ dépensée}$ $R = \frac{W}{Q} < 1$

Avec W = P.t Q = m x Pouvoir calorifique

Le rendement s'exprime également par : $W = Q_1 - Q_2$ et $R = \frac{W}{Q} = \frac{Q1-Q2}{Q1} = 1 - \frac{Q2}{Q1}$

REMARQUE : Pour améliorer le rendement il faut soit augmenter la température de la source chaude, soit diminuer la température de source froide (condenseur).

Exercice : Un moteur à explosion d'une puissance de 40Ch consomme 15L d'essence par heure. Calcule :

a. La quantité d'énergie qu'on obtiendrait en 1heure si la chaleur dégagée par le combustible était intégralement transformée en travail ;

b. Le rendement du moteur.
Masse volumique de l'essence utilisée P=0,72Kg/dm^3 ;
Pouvoir calorifique de cette essence : 46.10^3 KJ/Kg

Solution :

a. Énergie obtenue avec la combustion de 15L d'essence de pouvoir calorifique 46.10^3 KJ/Kg

CamScanner

- Masse de 15L ($15dm^3$) d'essence de masse volumique μ

  $\mu = \frac{m}{v} \Rightarrow m = \mu \times v = \frac{0{,}72\text{Kg}}{dm^3} \times 15dm^3 = 10{,}8Kg$

- $W_2 = 46.110^3 \times 10{,}8 = 496800KJ$
- Le travail effectué pendant une heure par le moteur de puissance 40Ch est :

  $W_1 = P \times t = 40 \times 736 \times 3600 = 150984KJ$

b. Rendement du moteur :

$$r = \frac{W_1}{W_2} = \frac{150984}{496800} = 0{,}30$$

$$\boldsymbol{r = 0,30}$$

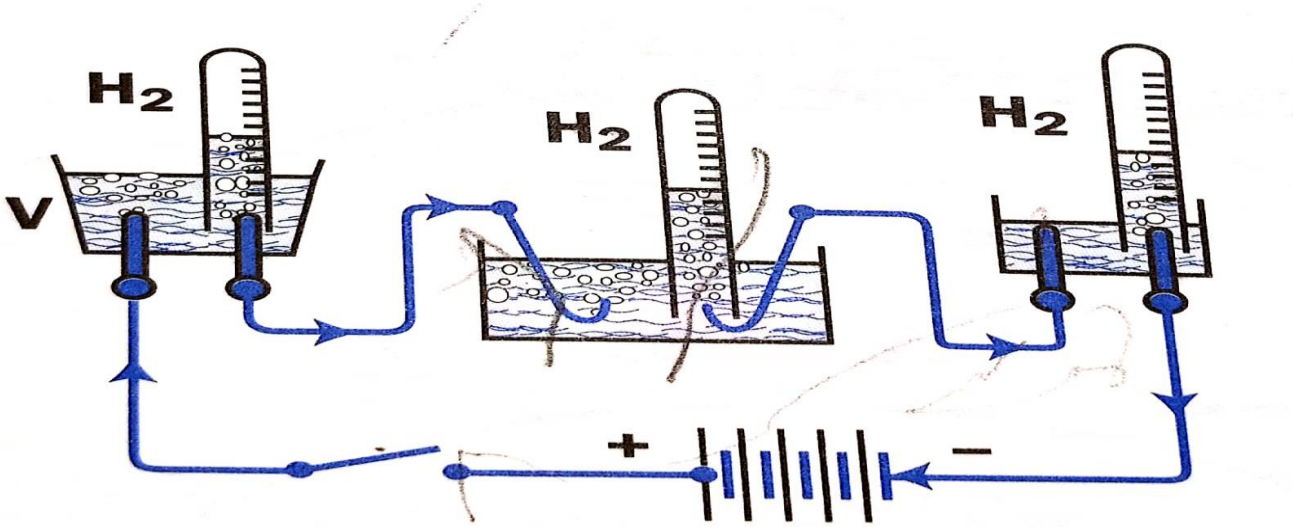
Quantité d'électricité :

I. Notion de quantité d'électricité

CamScanner

1. **<u>Définition</u>** : La quantité d'électricité transportée par un électron ou ion est égale à la valeur absolue de sa charge électrique.
2. **<u>Expériences</u> :**

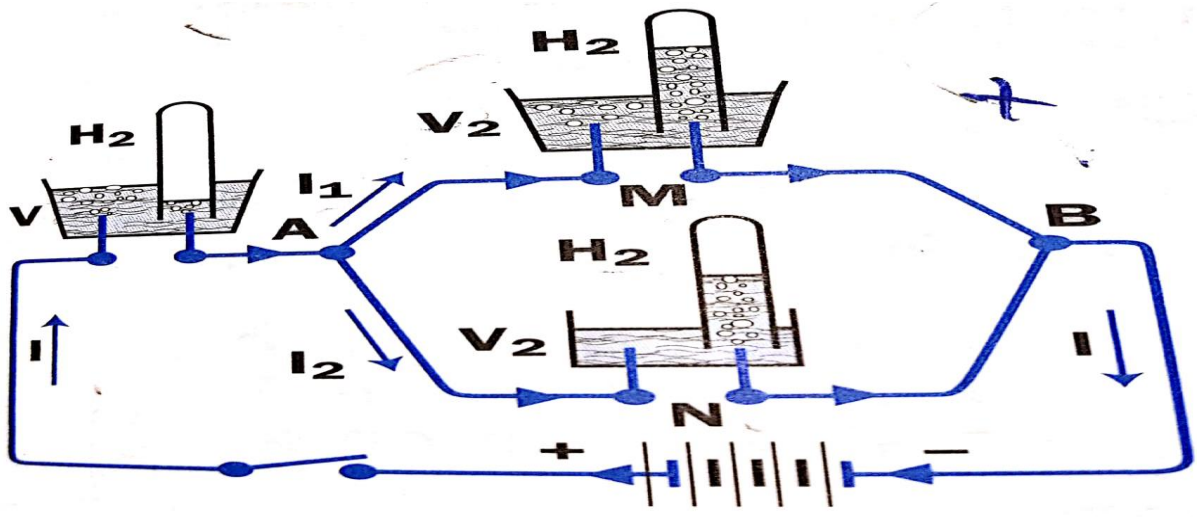
★ **<u>Expérience</u>** 1



Observe le schéma et interprète

Dans l'électrolyse, à des volumes égaux de dihydrogène libérés correspondent des quantités d'électricité égales.

★ **<u>Expérience 2</u>**



Observe le schéma et interprète

La quantité d'électricité dans le circuit principal est égale à la somme des quantités d'électricité des circuits dérivés. Elle est mesurable.

CamScanner

II. Formule –Unités de la quantité d'électricité :

1. **Formule** :

$$\boldsymbol{Q = I \times t} \qquad \boldsymbol{I = \frac{Q}{t}} \qquad \boldsymbol{t = \frac{Q}{I}}$$

2. **Unité** : L'unité de la quantité d'électricité dans le système international est le Coulomb, symbole (C). Ah = 3600C
3. **Définition du coulomb** : Le coulomb est la quantité d'électricité transportée en une seconde par un courant de un ampère.
4. **Définition de l'ampère-heure** : L'ampère-heure est la quantité d'électricité qui traverse en une heure une section du circuit parcourue par le courant de 1A.

Exercice : Soit un courant continu d'intensité I=1A ;

Calcule la quantité d'électricité Q débutée en une seconde et le nombre d'électrons qui traversent une section du circuit pendant le même temps

Solution :

a. Quantité d'électricité débutée en une seconde avec un courant d'intensité 1A :

$$q = I \times t = 1A \times 1s = 1coulomb$$

$$\boldsymbol{q = 1coulomb}$$

b. Le nombre d'électrons traversant une portion du circuit pendant une seconde :

Si n est le nombre d'électrons, q_e la charge d'électron

$$q = n[q_e]\ d'o\grave{u}\ n = \frac{q}{q_e} = \frac{1}{1{,}6.10^{-19}} = 0{,}625.10^{19}\ ou\ 625.10^{16}$$

$$\boldsymbol{n = 625.10^{16} \acute{e} lectrons}$$

Electrolyse étude qualitative et quantitative :

I. Etude qualitative

CamScanner

1. **Définition**

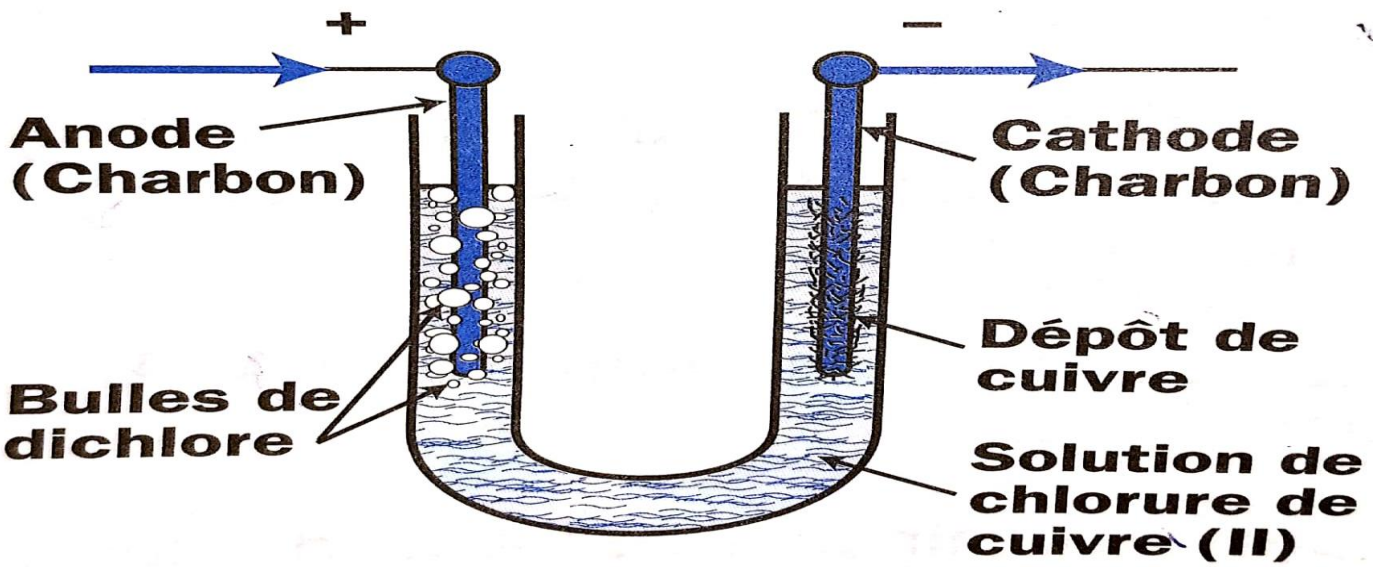
– **Electrolyse** : est la décomposition chimique de certaines substances en fusion ou en solution par le courant électrique.

– **Electrolytes** : substances en fusion ou en solution.

– **Electrolyseur ou voltamètre** : appareil qui permet de faire l'électrolyse.

2. **Exemples d'électrolyses simples**

a. **Electrolyse d'une solution de chlorure de cuivre II**



Le cuivre se dépose à la cathode et le dichlore se dégage à l'anode

Fermons l'interrupteur :

– A l'anode, le dichlore apparait ;

– A la cathode, le dihydrogène se dégage.

Aucun phénomène n'est visible à l'intérieur de la solution.

$CuCl_2 \rightarrow Cu^{2+} + 2Cl^-$

b. **Electrolyse d'une solution d'acide chlorhydrique**

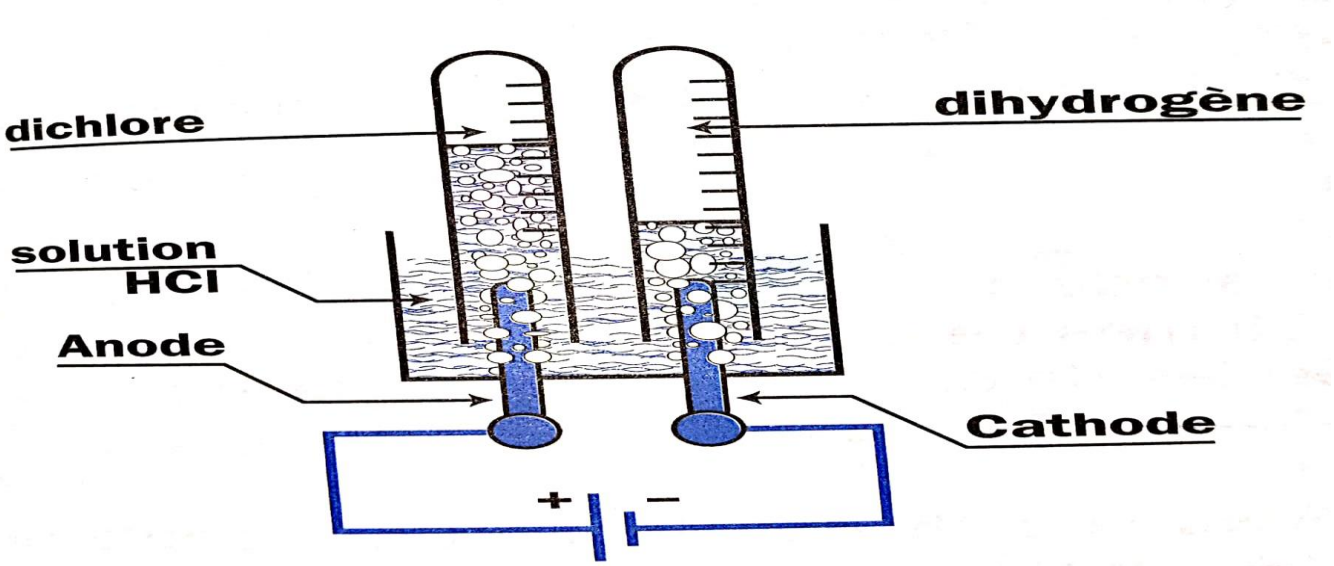
Dans un électrolyseur à électrodes en charbon on introduit une solution de HCl. Chacune des électrodes est coiffée d'une éprouvette. L'interrupteur fermé, on constate que :

– A l'anode apparait le dichlore ;

– A la cathode, le dihydrogène se dégage.

Aucun phénomène n'est visible à l'intérieur de la solution.

CamScanner



3. Interprétation des électrolyses : les ions

a. Quelques définitions

a1 Un ion positif ou cation est un atome (ou un groupe d'atomes) qui a perdu un ou plusieurs électrons.

La plupart des actions sont des ions métalliques

Exemple : H^+ ; Ag^+ ; $Al3^+$; Cu^+ ; Cu^{2+} ; Fe^{2+} ; Fe^{3+}

a2 Un ion négatif ou anion est un atome ou groupe d'atomes qui à gagner un ou plusieurs électrons.

Exemples: Cl^- ; O^{2-} ; SO_4^{2-} ; OH^-

a3 Interprétation de l'électrolyse

Les ions chlorures se dirigent vers l'anode où ils cèdent leurs électrons excédentaires pour devenir atome de dichlore

$2Cl^- \rightarrow Cl_2 + 2e^-$

Les ions Cu^{2+} se dirigent vers la cathode. Un ion Cu2+ capte deux électrons cédés par la cathode et se transforme en atome de cuivre.

$Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$

Tout se passe comme si, par l'intermédiaire des ions les électrons étaient transportés de la cathode sur l'anode.

Que le courant passe parce qu'il y a transport des électrons.

Que des réactions n'ont lieu qu'au contact des électrodes.

CamScanner

4. Lois qualitatives de l'électrolyse

a. Lors de l'électrolyse, les anions et les cations de l'électrolyte se mettent en mouvement ordonné :

– A la cathode se dirigent les cations.

– A l'anode se dirigent les anions.

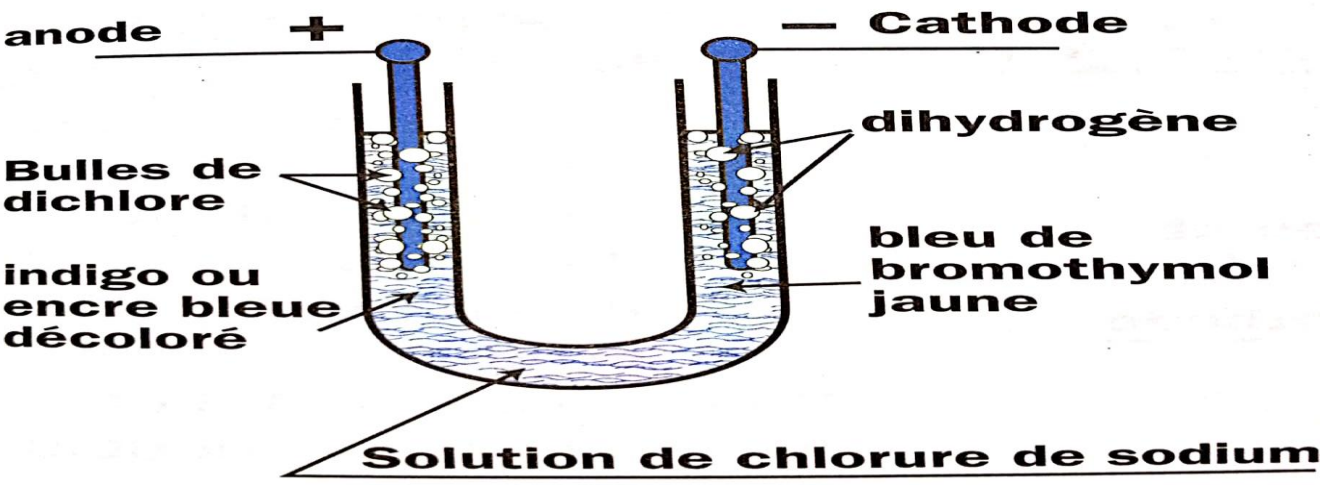
b. Il se produit un échange d'électrons entre les ions et les électrodes.

Les produits de l'électrolyse n'apparaissent que sur les électrodes mais jamais au sein de la solution.

5. Electrolyse d'une solution de chlorure de sodium

a. Expérience

L'électrolyse d'une solution de chlorure de sodium donne : des ions Na^+ et Cl^- .



b. Interprétation

Le chlorure de sodium se dissocie en ions Na^+ et Cl^-

$NaCl \rightarrow Na^+ + Cl^-$

– A l'anode : $2Cl^- \rightarrow Cl_2 + 2e^-$

– A la cathode : $2H_2O + 2e^- \quad H_2 + OH^-$

Bilan de la réaction :

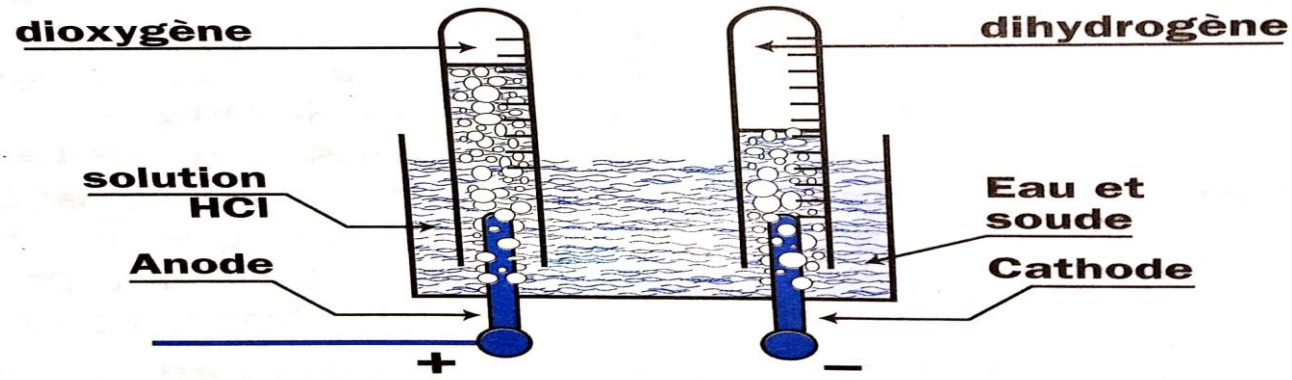
$2Cl^- + 2Na^+ + 2H_2O \rightarrow Cl_2 + NaOH + H_2$

CamScanner

$2Cl^- + 2Na + 2H_2O \rightarrow 2Na^+ + 2OH^- + H_2 + Cl_2$

6. Electrolyse d'une solution de soude (NaOH)

a. **Expérience** : L'électrolyse d'une solution de soude (NaOH) conduit à des ions Na^+ et OH^-



b. **Interprétation**

Dissolution : $NaOH \rightarrow Na^+ + OH^-$

– A l'anode: $4OH^- \rightarrow 2H_2O + O_2 + 4e^-$

– A la cathode : $2Na^+ + 2H_2O + 4e^- \rightarrow H_2 + 2OH^- + 2Na^+$

L'équation bilan de la réaction:

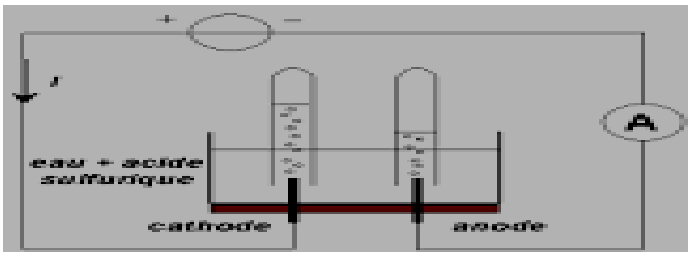
$4OH^- + 4Na + 2H_2O \rightarrow O_2 + H_2 + 4NaOH$

Tout se passe en définitive comme si l'eau seule était décomposée

$2H_2O \rightarrow O_2 + 2H_2$

7. Electrolyse d'une solution d'acide sulfurique

a. **Expérience :** L'électrolyse d'une solution d'acide sulfurique donne des ions H_3O^+ et SO_4^{2-}



b. **Interprétation**

CamScanner

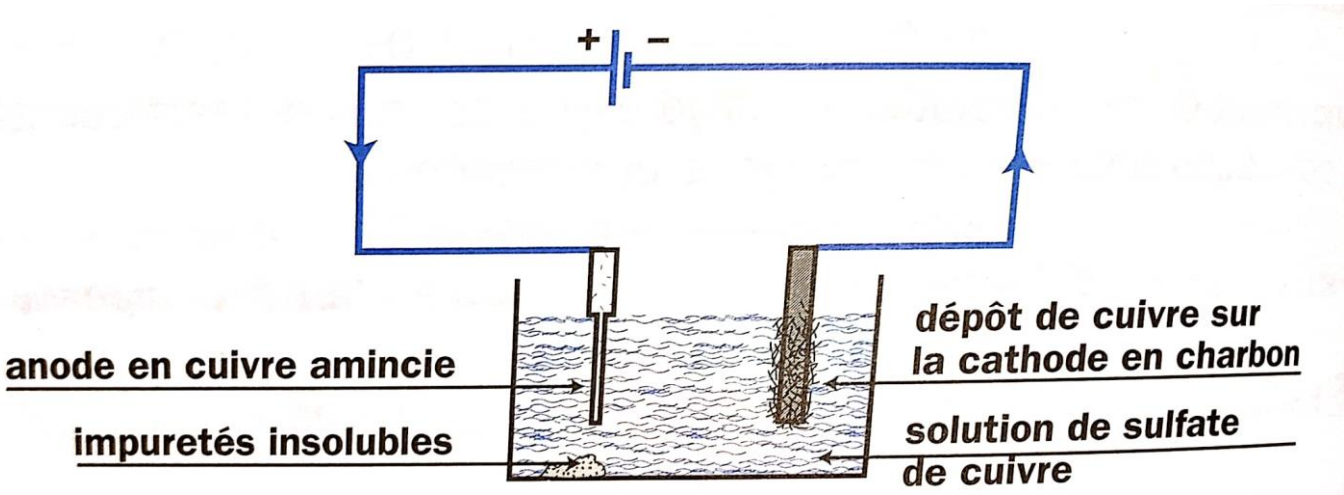
- A la cathode : Les ions H_3O^+ se dirigent à la cathode et captent deux électrons pour donner le dihydrogène.
- $2H_3O^+ + 2e^- \rightarrow H_2 + 2H_2O$
- A l'anode: $SO_4^{2-} + 2H_2O \rightarrow SO_4^{2-} + 4H^+ + O_2 + 4e^-$

  Tout se passe comme si l'eau seule était décomposée.

  $2H_2O \rightarrow O_2 + 2H_2$

8. Electrolyse d'une solution de sulfate de cuivre

a. **Expérience** : L'électrolyse d'une solution de sulfate de cuivre conduit à des ions : Cu^{2+} et SO_4^{2-}



b. **Interprétation** : Le sulfate de cuivre $CuSO_4$ en solution est dissocié en ion Cu^{2+} et SO_4^{2-}

$CuSO_4 \rightarrow Cu^{2+} + SO_4^{2-}$

Les ions Cu^{2+} se dirigent vers la cathode, captent des électrons, ils sont réduits, le métal cuivre apparait.

$Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$ (dépôt)

Le nombre d'ions Cu^{2+} reste constant.

A l'anode les ions SO_4^{2+} ne sont pas transformés. Les atomes de cuivre sont oxydés en ions Cu^{2+}

$Cu \rightarrow Cu^{2+} + 2e^-$

Tout se passe comme si le cuivre était transporté de l'anode sur la cathode.

L'anode disparait peu à peu comme si elle se dissolvait : on l'appelle anode soluble.

CamScanner

Au contraire, la cathode se recouvre d'une couche de cuivre dont l'épaisseur augmente progressivement.

II. Etude quantitative

1. La quantité d'électricité dans une électrolyse

$Ag^+ + e^- \rightarrow Ag$

Ion cede atome Par la cathode

Pour un dépôt de N d'argent l'électrolyseur est traversé par Ne coulombs

Conclusion **:** Les quantités des produits formés aux électrodes sont proportionnelles à la quantité d'électricité qui a traversé l'électrolyseur.

- **Première loi** : La masse de métal (ou dihydrogène) libérée est proportionnelle à la quantité d'électricité qui traverse le voltamètre.
- **Deuxième loi** : Lorsqu'une même quantité d'électricité traverse différents électrolytes, les masses des différents métaux ou volumes de gaz dégagés sont proportionnelles aux valences de ces métaux ou de gaz.

Relation entre la quantité d'électricité et le nombre de mole d'électrons échangés au cours de l'électrolyse.

On sait que $q = I.t$

Le nombre de moles d'électrons transportés au cours de l'électrolyse est $Ne- = \frac{q}{F}$

La masse d'un métal est calculée par la relation : $m_{(métal)} = \frac{q.M(métal)}{n.F}$

Le volume d'un gaz est calculé par la relation : $V(gaz) = \frac{q.Vm}{n.F}$

2. Calcul des quantités de matières formées aux électrodes :

a. ***La mole*** : On appelle mole de particules, la quantité de matière qui contient N particules.

N est appelé nombre d'Avogadro.

$N = 6,02.10^{23} Mmol^{-1}$

b. ***Le Faraday***: On appelle Faraday, la quantité d'électricité portée par une mole d'électrons.

$F = N.e$

$F = 6,02.10^{23} \times 1,6.10^{-19}$

$F = 96320C = 96500C$

CamScanner

Exercice : Un courant de 3 Ampères traverse pendant 4 minutes un électrolyseur contenant du chlorure de cuivre II et du chlorure de sodium en solution aqueuse

a. Ecris les équations des réactions chimiques aux électrodes et l'équation bilan de cette électrolyse.

b. Calcule la masse de cuivre déposée à la cathode.

c. Calcule la masse et le volume de dichlore dégagé à l'anode

Solution :

a. Réaction électrochimiques aux électrodes :

La solution de chlorure de cuivre II contient des ions Cu^{2+} et Cl^-

Au cours de l'électrolyse :

A la cathode :$Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$ (1)

A l'anode : $2Cl^- \rightarrow Cl_2 + 2e^-$ (2)

Equation bilan de l'électrolyse : $Cu^{2+} + 2Cl^- \rightarrow Cu + Cl_2$

b. Masse de cuivre déposé en 4minutes :

D'après les équations (1) et (2), le passage de deux électrons dans le conducteur électrique permet la formation :

- D'une molécule de dichlore qui se dégage ;
- D'un atome de cuivre qui se dépose.

Ainsi le passage de 2moles d'électrons permet :

- Le dépôt d'une mole de cuivre soit 63,5g de cuivre

CamScanner

– Le dégagement d'une mole de dichlore soit 24L de dichlore.

Le nombre de moles de cuivre déposé est alors la moitié du nombre de moles total d'électrons

$$n(Cu) = \frac{n_e}{2} = \frac{q}{2f} = \frac{I \times t}{2f} \quad o\grave{u}\ f\ étantle\ Faraday$$

La masse de cuivre est alors : $m(Cu) = n(Cu) \times M(Cu)$

$$m(Cu) = \frac{I \times t}{2f} \times M(Cu)$$

A.N : t=4mn=240s ; I=3A ; M(Cu)=63,5g/mol

$$m(cu) = \frac{3 \times 240}{2 \times 96500} \times 63{,}5 = 237g$$

$$\boldsymbol{m(cu) = 273g}$$

c. Le nombre de mole de dichlore dégagée est $n(Cl_2) = \frac{n_e}{2}$

- Le volume de dichlore dégagé est : $V(Cl_2) = n(Cl_2) \times V_0$

Soit $V(Cl_2) = \frac{n_e}{2} \times Vo = \frac{I \times t}{2f} \times Vo$

A.N : t=240s ; I=3A ; Vo=24L/mol

$$V(Cl_2) = \frac{3 \times 240}{2 \times 96500} \times 24 = 89.10^{-3}L$$

$$\boldsymbol{V(Cl_2) = 89.1O^{-3}L}$$

- La masse du dichlore formé est :

$$m(Cl_2) = n(Cl_2) \times M(Cl_2) = \frac{n_e}{2} \times M(Cl_2) = \frac{I \times t}{2f} \times M(Cl_2)$$

CamScanner

A.N : I=3A ; t=240s ; M(Cl_2)=71g/mol

$$m(Cl_2) = \frac{3\times240}{2\times96500} \times 71 = 0{,}26g$$

$$\boldsymbol{m(Cl_2) = 0{,}26g}$$

Lois de Faraday : Application industrielles

Introduction : L'électrolyse en solution aqueuse a de nombreuses applications industrielles : c'est un procédé couteux, mais qui a l'avantage de conduire à des produits très purs.

I. Préparations industrielles

1. De métaux électrolytiques

a. **Le zinc** :

Le zinc est obtenu par électrolyse du sulfate de zinc acidifié par l'acide sulfurique

L'équation de la réaction à la cathode est :

CamScanner

$Zn^{2+} + 2e^- \rightarrow Zn$

b. <u>Le magnésium</u>

Le manganèse est obtenu par électrolyse des solutions de sulfate de manganèse II acidifiés par l'acide sulfurique

$Mn^{2+} + 2e^- \rightarrow Mn$

II. <u>De gaz</u>

a. <u>Le dichlore</u>

$Cl^- \rightarrow Cl_2 + 2e^-$

$2Na^+ + 2e^- + 2H_2O \rightarrow H_2 + NaOH \times 2$

Ils ont pour but de protéger le métal contre la corrosion.

Il est réalisé par l'électrolyse à « anode soluble ».

L'aluminium est oxydé en alumine (Al_2O_3). Les anodes sont en aluminium et les cathodes sont en plomb. L'électrolyte est l'acide sulfurique. La couche d'alumine obtenue est très régulière.

Les oxydes obtenus sont plus purs que ceux obtenus par les procédés chimiques.

C'est la reproduction d'objet à partir d'un moule capteur qui constitue la cathode.

Le métal se dépose sur le moule en prenant sa forme ; on détache ensuite le métal du moule.

On fabrique avec cette méthode des médailles, des moules pour disques d'électrophone, des clichés d'imprimerie.

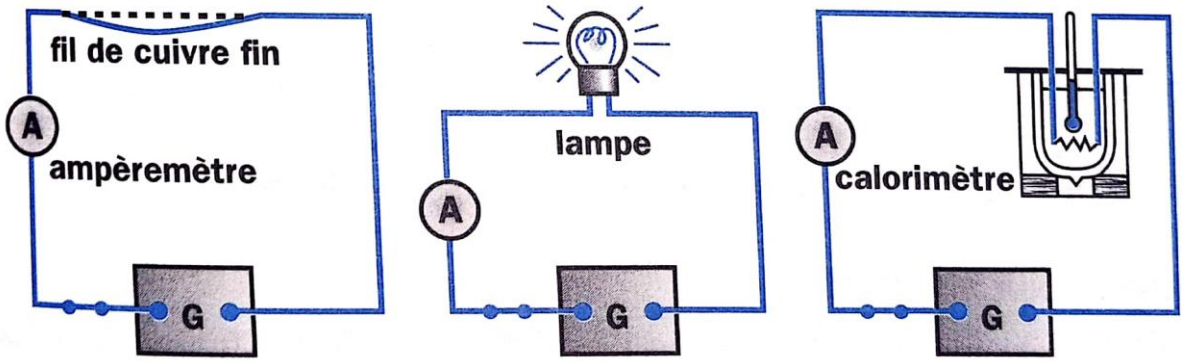
<u>EFFECT JOULE</u> :

<u>Introduction :</u> Le passage du courant électrique dans un conducteur s'accompagne toujours d'un dégagement de chaleur.

On donne à ce phénomène le nom de l'effet Joule.

CamScanner

I. **Qu'est-ce que l'effet Joule** :



a - Le fil de cuivre fin s'incurve : il se dilate

b - La lampe «s'allume»

c - La température du liquide s'élève : ce liquide s'échauffe

L'effet Joule est la transformation de l'énergie électrique en chaleur lors du passage du courant électrique dans un conducteur.

Lorsque le courant passe dans les circuits électriques :

a. Il provoque la dilatation du fil de cuivre qui s'incurve ;
b. Il porte le filament de la lampe à l'incandescence et le rend lumineux ;
c. Il échauffe le liquide contenu dans le calorimètre.

1. **Enoncé** :

La quantité de chaleur dégagée dans un conducteur par le passage du courant électrique est proportionnelle au temps de passage du courant, au carré de l'intensité et à la résistance de ce conducteur.

– Des risques d'incendies ;
– Des pertes d'énergie en ligne lors du transport du courant électrique.

L'effet Joule représente une énergie dissipée en pure perte. L'échauffement peut détériorer les composantes électriques.

$U = R \times I$

U : tension, s'exprime en volts(V)

I : intensité, s'exprime en ampères (A)

R : résistance, s'exprime en ohms (Ω)

$P = U \times I$

CamScanner

P : puissance électrique s'exprime en watts (W)

U : tension, s'exprime en volts(V)

I : intensité, s'exprime en ampères (A)

$P = R.I^2$

$W = R \times I^2 \times t$

$Q = P \times t$

W : s'exprime en Joules (J)

R : s'exprime en ohms (Ω)

I : s'exprime en ampères (A)

t : s'exprime en secondes (s)

Exercice : On veut chauffer un litre d'eau de 15^0 C à 40^0 C au moyen d'un chauffe-eau électrique plongé dans cette eau et parcouru par un courant électrique de 4A.

La différence de potentiel aux extrémités du chauffage est 220V.

Calcule :

a. La résistance électrique du chauffe-eau.

b. La quantité de chaleur fournie (en joules) par le chauffe-eau.

c. La durée de l'expérience.

d. La quantité d'électricité qui aura traversé le chauffe-eau.

On donne chaleur massique de l'eau C_{eau}=4180J/Kg ^{0} C.

Solution :

a. Le chauffe – eau est un résistor de résistance R. le passage d'un courant I est lié à la tension U volts telle que :

$$U = R \times I \ (loi\ d'ohm)$$

La résistance de la chauffe – eau est alors :

CamScanner

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220}{4} = 55\ \Omega$$

$$\boldsymbol{R = 55\ \Omega}$$

b. La chaleur fournie par la chauffe – eau est absorbée par l'eau dont la température passe de 15°C à 40°C. la chaleur reçue par l'eau pour s'échauffer a pour expression :

$$Q = m \times C_e \times (t_2 - t_1)$$

A.N : C_e=4180J/Kg ^{0}C ; t_2=40°C ; t_1=15°C ; la masse de 1L d'eau est 1Kg

$$Q = 1 \times 4180 \times (40 - 15) = 104500J$$

$$\boldsymbol{Q = 104500J}$$

c. Durée t de l'expérience :

L'énergie électrique fournie pat la chauffe – eau a pour expression :

$W = R \times I^2 \times t$

C'est la même énergie qui a été transférée à l'eau sous forme de chaleur Q.

$$W = R \times I^2 \times t = Q \Rightarrow t = \frac{Q}{R \times I^2}$$

A.N : Q=104500J ; R=55Ω ; I=4A

$$t = \frac{104500}{55 \times 4^2} = 118s$$

$$\boldsymbol{t = 118s}$$

d. Quantité d'électricité ayant traversé la chauffe – eau

$$q = I \times t = 4 \times 118 = 472Coulomb$$

$$\boldsymbol{q = 472Coulomb}$$

La résistance :

Introduction : Tout élément de circuit électrique possédant deux bornes, s'appelle dipôle.

Une résistance est l'opposition d'un conducteur au passage du courant.

– Le conducteur qui est un composant physique est appelé RESISTOR.

Un conducteur ohmique est un conducteur qui a une propriété particulière intéressante.

CamScanner

– Une résistance est représentée par un rectangle marqué par la lettre R.



Les résistors (résistances) permettent de modifier l'intensité du courant dans un circuit.

I. INFLUENCE D'UN CONDUCTEUR OHMIQUE DANS UN CIRCUIT :

Un résistor permet de modifier l'intensité du courant.

Un résistor est un frein au passage des électrons dans le circuit.

II. ETUDE D'UNE RESISTANCE

1. **Expérience** : Les résistors (résistances) permettent de modifier l'intensité du courant dans un circuit. Lorsque l'intensité I du courant qui traverse le résistor varie, la tension U varie dans le même sens.

   Notons les valeurs de I pour différentes valeurs de U.

U (V)	0	1	2	3	4	5
I (A)	0	0,06	0,11	0,17	0,22	0,29

2. **Interprétation de l'expérience :**

   Portons ces résultats de mesures sur un graphique avec U en ordonnée et I en abscisse. Nous constatons que les points correspondants sont pratiquement alignés.

   La droite passant le plus près possible de tous ces points est appelée caractéristique de la résistance.

CamScanner

III. RESISTANCE D'UN CONDUCTEUR OHMIQUE

La résistance R d'un conducteur de résistivité P, de longueur l et de section S est donnée par la formule :

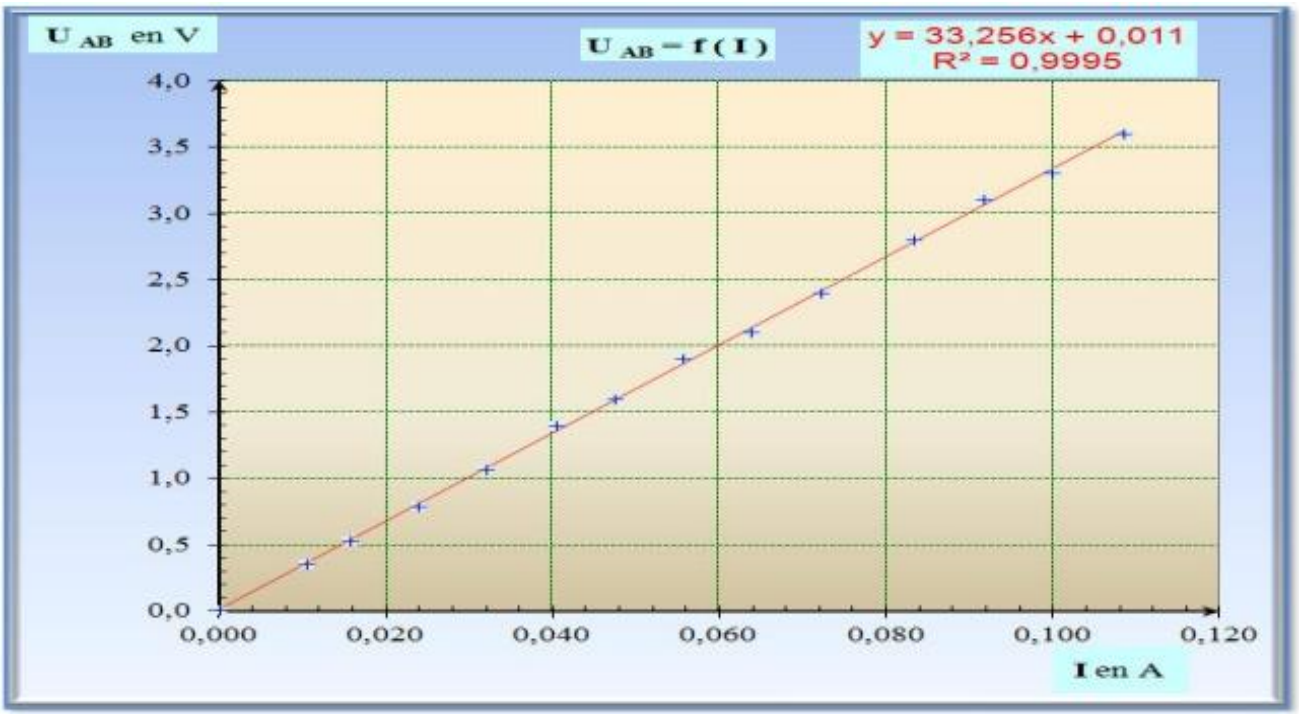
$R = \rho\frac{l}{S}$

R : s'exprime en Ω

ρ : s'exprime en Ωm

L : s'exprime en m

S : s'exprime en m^2



$P = RI^2t$ ou $P = U\,I\,t$

Définition de la résistance : La résistivité d'une substance est la résistance d'un cylindre de cette substance ayant 1cm de long et $1m^2$ de section.

Un dipôle équivalent est un dipôle unique qui, placé entre deux points A et B ne modifie ni la tension UAB entre ces points, ni l'intensité I du courant qui circule dans le circuit principal.

Exercice : un résistor est traversé par un courant de 0,29A : la tension aux bornes de ce dipôle est alors de 24V.

a. Calcule la résistance de ce dipôle.

CamScanner

b. Calcule la tension aux bornes du résistor lorsqu'il est traversé par un courant de à, 1A

Solution :

a. La loi d'ohm appliquée au résistor lorsque I=0,29A et U=24V :

$$U = R \times I \quad \Rightarrow R = \frac{U}{I}$$

A.N : U=24V ; I=0,29A

$$R = \frac{24}{0{,}29} = 82{,}76\Omega$$

$$\boldsymbol{R = 82,76\Omega}$$

b. Tension aux bornes du dipôle lorsque I=0,1A

$$U = R \times I = 82{,}76 \times 0{,}1 = 8{,}28V$$

$$\boldsymbol{U = 8,28V}$$

ASSOCIATION EN SERIE ET EN PARALLELE DE RESISTANCES :

I. ASSOCIATION EN SERIE :

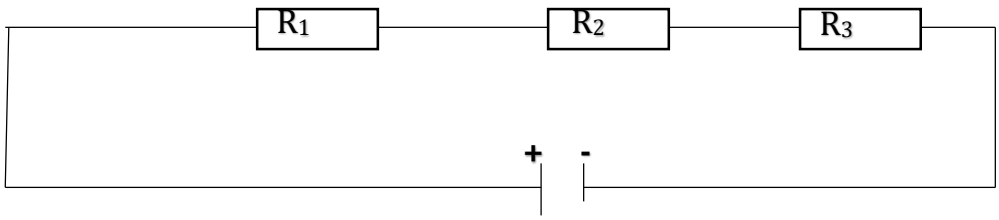
Montons en série trois conducteurs de résistances ohmiques R_1, R_2, R_3 connues.

La résistance équivalente Re est égale à la somme des résistances.

La résistance R_e d'un ensemble de conducteurs de résistances ohmiques montées en série est égale à la somme de toutes les résistances.

CamScanner

$R_e = R_1 + R_2 + R_3$



Remarque :

- En série l'intensité I ne varie pas

$I_t = I_1 = I_2 = I_3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots I_n$

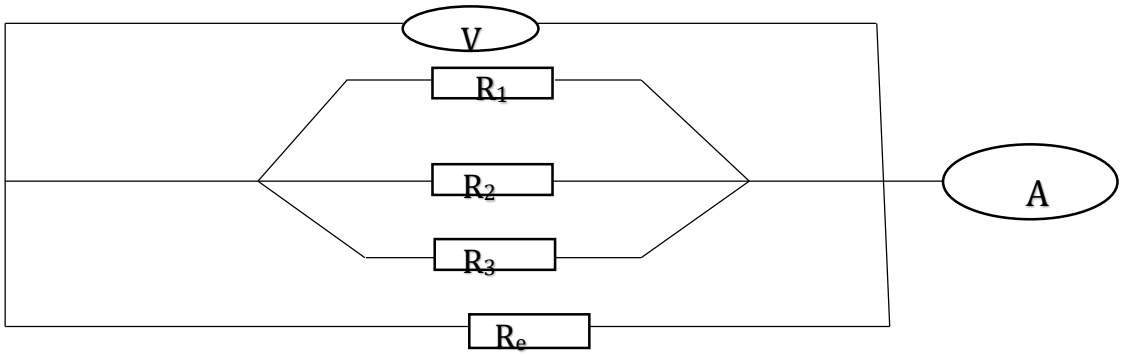
- En série La tension Varie :

$U_t = U_1 + U_2 + U_3$

II. ASSOCIATION EN PARALLELE OU EN DERIVATION :

Lorsque des conducteurs ohmiques sont montés en parallèle, on peut les remplacer par un conducteur ohmique unique dont l'intensité de la résistance est égale à la somme des inverses des résistances des conducteurs ohmiques donnés.

$$\frac{1}{Re} = \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3} + \ldots\ldots\ldots \frac{1}{Rn}$$



Remarque :

- En parallèle l'intensité varie

$I_t = I_1 + I_2 + I_3$

- En parallèle la tension ne varie pas

$U_t = U_1 = U_2 = U_3 \ldots\ldots\ldots\ldots U_n$

III. APPLICATION :

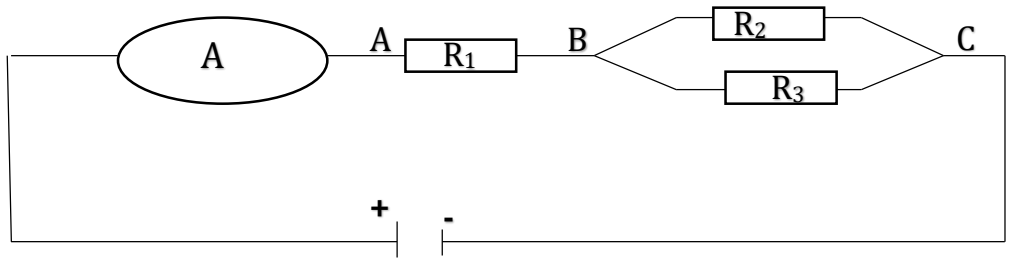
CamScanner

Les rhéostats et les shunts sont des applications de l'association des résistances. Dans un circuit, un rhéostat est une résistance variable qui permet de faire varier l'intensité du courant.

Un shunt est un conducteur de faible résistance que l'on monte en dérivation avec un appareil électrique (ampèremètre par exemple).

Exercice : dans le montage de la figure ci – dessous, on place, entre A et B un conducteur ohmique de résistance $R_1=3\Omega$, tandis qu'un B et C sont montés en parallèles des conducteurs ohmiques de résistances $R_2=5\Omega$ et $R_3=4\Omega$.

Calcule la résistance du conducteur ohmique équivalent.



Solution :

La résistance équivalente à R_2 et R_3

Soit R' : $\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_3+R_2}{R_2\times R_3}$ $soit\ R' = \frac{R_2\times R_3}{R_2+R_3} = \frac{5\times 4}{5+4} = \frac{20}{9}\Omega$

$$\boldsymbol{R' = \frac{20}{9}\Omega}$$

La résistance équivalente à R' et R_1 est :

Soit R_e : $R_e = R_1 + R' = 3\Omega + \frac{20}{9}\Omega = \frac{47}{9}\Omega = 5{,}22\Omega$

$$\boldsymbol{R_e = 5,22\Omega}$$

CamScanner