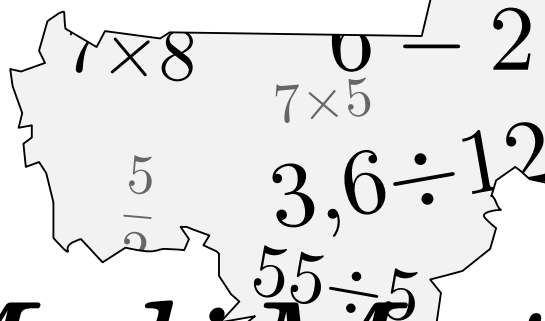
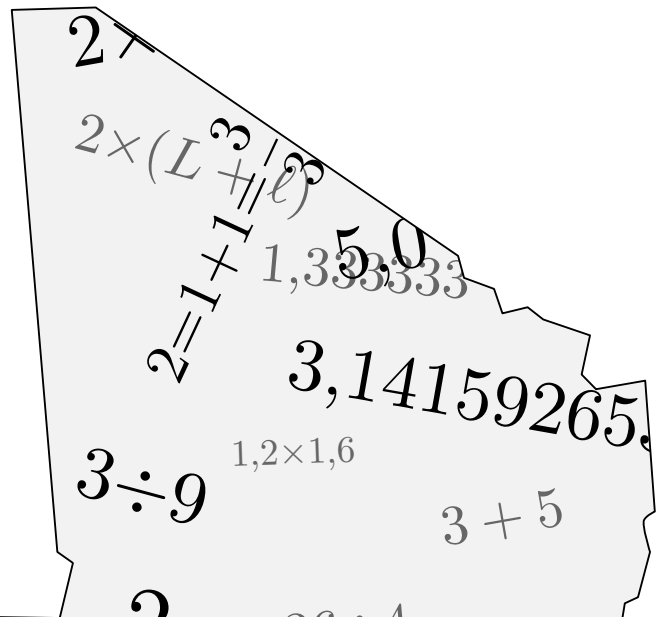
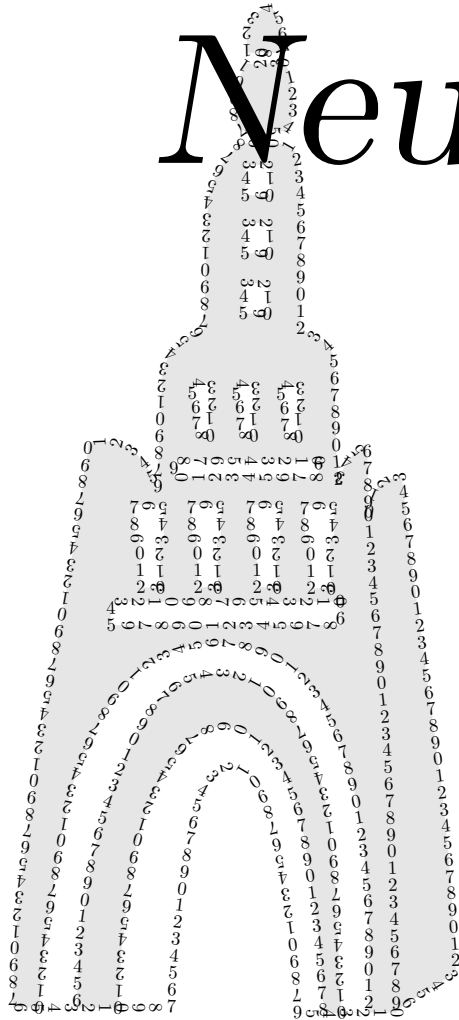


Cahier d'exercices

Neuvième



MaliMath.net

Neuvième

Sommaire:

A. Calculs numériques	1
B. Puissances	3
C. Les racines carrées	4
D. Les identités remarquables	7
E. Les symétries	12
F. Systèmes de deux équations à deux inconnues	19

G. Le théorème de Pythagore	21
H. Généralité et fonctions linéaires	26
I. Fonctions affines	28
J. Les angles inscrits et au centre	35
K. Le cosinus	37
L. Inéquations	40
M. Repérage dans le plan	42

A. Calculs numériques:

Exercice A.1 (*)

Utiliser la distributivité afin de pouvoir effectuer les calculs suivants de tête:

- a. 49×6 b. 21×13
c. $5 \times 3,32 + 5 \times 1,68$ d. $1,2 \times 3,3 - 0,2 \times 3,3$

Exercice A.2 (*)

Effectuer les opérations suivantes. Les résultats doivent être donnés sous forme de fractions simplifiées.

- a. $\frac{3}{7} + \frac{4}{21}$ b. $-\frac{1}{3} + 1$ c. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$
d. $\frac{5}{12} - \frac{2}{3}$ e. $\frac{1}{2} \times \frac{8}{6} \times \frac{3}{2}$ f. $\frac{-5}{2} \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{3}{5}$
g. $\frac{(-2) \times 5 \times (-4) \times 3 \times 7 \times (-5)}{(-10) \times 6}$

Exercice A.3 (*)

- Donner la troncature au millièmè près de $A = 25,3467$
- Donner l'arrondi à 10^{-2} près de:
 $B = 75,2445$; $C = 0,3596$
- Donner un encadrement au dixièmè près de $D = 23,74$

Exercice A.4 (*)

Calculer et donner le résultat sous forme de fractions simplifiées.

- a. $\frac{3}{4} + \frac{2}{6}$ b. $\frac{2}{15} + \frac{3}{20}$ c. $\frac{5}{12} - \frac{9}{8}$
d. $\frac{5}{6} - \frac{13}{9}$ e. $\frac{5}{12} - \frac{2}{15}$ f. $\frac{15}{66} - \frac{10}{44}$

Exercice A.5 (*)

Trois points A , B et C d'une droite graduée ont respectivement pour abscisse: $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{5}{12}$

Ces trois points sont-ils régulièrement espacés sur la droite graduée?

Exercice A.6 (*)

$$A = \frac{5}{4} + \frac{11}{4} \times \frac{20}{33} \quad ; \quad B = \frac{1}{12} \div \left(2 - \frac{7}{3}\right)$$

Calculer A et B en détaillant les calculs.

Donner le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

Exercice A.7 (*)

Effectuer les calculs suivants, en détaillant les calculs et en donnant les résultats sous forme de fractions irréductibles:

$$A = \frac{2}{3} + \frac{5}{3} \times \frac{1}{15} \quad ; \quad B = \left(1 - \frac{3}{7}\right) \div \frac{12}{5}$$

$$C = \frac{9}{\frac{2}{3}} \quad ; \quad D = \frac{\frac{3}{4} + 3}{\frac{1}{2} + 2}$$

Exercice A.8 (*)

Donner la valeur des expressions ci-dessous sous la forme de fractions irréductibles:

a. $\frac{2}{5} + 1$ b. $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$ c. $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{5}$
d. $\frac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{5}}$ e. $\frac{\frac{3}{2} - \frac{10}{6}}{\frac{2}{7} + \frac{1}{3}}$ f. $3 - \frac{5}{1 + \frac{1}{3}}$

Exercice A.9 (*)

Effectuer les calculs suivants et donner vos résultats sous la forme de fractions simplifiées:

a. $5 - \frac{2}{3} - \frac{5}{6}$ b. $\frac{5}{2} - \frac{15}{6} \times \frac{21}{25}$
c. $\left(\frac{2}{3} + \frac{5}{6}\right)\left(\frac{1}{3} - \frac{5}{2}\right)$ d. $\frac{6}{5} \times \left(\frac{16}{9} \times \frac{6}{32} - \frac{15}{12}\right)$
e. $\frac{2 - \frac{5}{12}}{\frac{1}{3} - \frac{8}{5}}$ f. $\left(\frac{5}{2} - \frac{6}{25} \times \frac{15}{12}\right) \times \frac{6}{22} - \frac{3}{15}$

Exercice A.10 (*)

Donner la valeur des expressions suivantes sous la forme d'une fraction simplifiée :

a. $\frac{1}{3} - \frac{8}{9} + \frac{5}{6}$	b. $-\frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{5}{6}$	c. $\frac{2}{5} - \frac{1}{15} + \frac{2}{3}$
d. $\frac{15}{49} \times \frac{21}{25}$	e. $\frac{36}{64} \times \frac{24}{30}$	f. $\frac{55}{32} \times \frac{24}{33}$
g. $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{9}{16}}$	h. $\frac{\frac{5}{4}}{25}$	j. $\frac{21}{\frac{14}{15}}$

Exercice A.11 (*)

Calculer les fractions suivantes et écrivez-les sous formes irréductibles :

a. $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} \times \frac{3}{2}$	b. $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \times \frac{5}{6}$
c. $\frac{\frac{4}{3} - \frac{5}{6}}{\frac{1}{2} + 1}$	d. $3 + \left(\frac{5}{6}\right)^2$

Exercice A.12 (*)

Effectuer les calculs suivants en donnant votre réponse sous forme d'une fraction irréductible.

a. $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$	b. $\frac{7}{2} - \frac{2}{3}$
c. $\frac{7}{3} \times \frac{5}{4} + \frac{1}{6}$	d. $\frac{15}{9} \times \frac{12}{25} - \frac{7}{4}$
e. $\frac{9}{28} \times \frac{7}{5} + \frac{10}{3} \times \frac{6}{25}$	f. $\left(\frac{7}{3} - 5\right) \times \frac{2}{5}$

Exercice A.13 (*)

Effectuer les calculs suivants et donner le résultat sous forme de fraction irréductible :

a. $\frac{-2}{-9} \times \frac{-3}{8} + \frac{3}{-36}$	b. $\left(\frac{3}{-3} + \frac{5}{6}\right) \left(2 + \frac{-9}{2}\right)$
c. $\left(\frac{1}{3} - 1\right)^2 \left[\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right]$	d. $\frac{\left(3 - \frac{9}{5}\right)^2}{1 - \frac{1}{5}}$

Exercice A.14 (*)

Dans cette partie, les calculs devront être détaillés.

On considère les trois nombres A , B et C :

$$A = -\frac{5}{3} + \frac{7}{5} \quad ; \quad B = \frac{7}{4} \div \frac{21}{9}$$

$$C = -2 \times (60 - 5 \times 4^2) - (8 - 15)$$

- Déterminer la valeur des expressions A et B sous la forme d'une fraction simplifiée.
- Calculer la valeur de l'expression C .

Exercice A.15 (*)

Effectuer les calculs ci-dessous et donner les résultats sous forme de fractions irréductibles :

a. $\frac{2}{7} - \frac{15}{7} \div \frac{5}{4}$	b. $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) \times \left(7 + \frac{37}{9}\right)$	c. $\frac{\frac{4}{3} + \frac{3}{10}}{\frac{5}{2} - \frac{3}{5}}$
--	--	---

Exercice A.16 (*)

Effectuer les calculs suivants :

a. $\frac{3}{4} + \frac{5}{4} \div \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right)$	b. $\frac{\frac{4}{3} - 1}{\frac{3}{7} - 2}$
c. $\frac{5}{7} + \frac{1}{7} \times \left(5 + \frac{1}{2}\right)$	d. $\frac{3}{7} - \frac{2}{7} \times \frac{21}{8}$
e. $\frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{2}}{\frac{17}{9} - \frac{1}{3}}$	f. $\frac{2}{13} - \frac{5}{13} \div \frac{10}{16}$

Exercice A.17 (*)

Vérifier l'exactitude de chacune des égalités ci-dessous :

a. $\frac{\left(1 + \frac{1}{2}\right)^2}{\frac{3}{5} + \frac{4}{3}} = \frac{5}{3}$	b. $\frac{2}{1 + \frac{3}{2 + \frac{5}{2}}} = \frac{6}{5}$
c. $\frac{\frac{7}{8} - \frac{7}{8} \times \frac{3}{7}}{3 \times 2 - 2} = \frac{1}{8}$	d. $\left(\frac{\frac{25}{2}}{\left(\frac{5}{4}\right)^2}\right)^2 = 64$

Exercice A.18 (*)

Donner la valeur des expressions ci-dessous sous forme de fractions irréductibles :

a. $2 - \frac{5}{4} + \frac{1}{3}$	b. $\frac{21}{26} \times \frac{13}{7} - \frac{13}{7}$
c. $\left(\frac{2}{15} - \frac{1}{3}\right) \left(\frac{5}{2} + \frac{5}{4}\right)$	d. $\frac{42}{15} \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{9}{7}\right)$
e. $\frac{1 - \frac{11}{6}}{\frac{10}{9} + \frac{6}{5}}$	f. $\frac{1}{2 + \frac{2}{1 - \frac{5}{3}}}$

Exercice A.19 (*)

Déterminer la valeur des calculs suivants sous la forme d'une fraction irréductible :

a. $\frac{8}{5} - \frac{5}{7} \times \frac{14}{4}$	b. $\left(\frac{5}{4} - \frac{7}{2}\right) \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right)$	c. $\frac{\frac{5}{3} - \frac{7}{4}}{1 + \frac{1}{6}}$
--	--	--

Exercice A.20 (*)

- Effectuer le calcul ci-dessous et donner le résultat sous forme de fraction irréductible :
$$1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{4}{5}\right)$$
- Un propriétaire terrien a vendu le quart de sa propriété en 2001 et les quatre cinquièmes **du reste** en 2002.
 - Quelle fraction de la propriété a été vendue en 2002?
 - Quelle fraction de la propriété reste invendue à l'issue des deux années?
 - Quelle était la superficie de la propriété sachant que la partie invendue au bout des deux années représente six hectares?

Exercice A.21 (*)

$$A = 1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) ; \quad B = \frac{3 - \frac{5}{2}}{1 + \frac{1}{5}}$$

1. En faisant apparaître les différentes étapes calcul, écrire A et B sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Calculer les quatre cinquièmes de $\frac{35}{8}$.
On appellera C le résultat donné sous forme de fraction irréductible.
3. Montrer que la somme $A+B+C$ est un nombre entier.

Exercice A.22 (*)

Dans la question 1. de cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

1. Un propriétaire terrien a vendu le quart de sa propriété

en 2006 puis le tiers du reste en 2007.

Quelle fraction de sa propriété lui reste-t-il aujourd'hui?

2. Quelle est la superficie actuelle de sa propriété sachant qu'elle était au départ de 40 hectares?

Exercice A.23 (*)

1. Jacques, Jean et Emilie achète ensemble un terrain agricole de 72 hectares qu'ils se partagent ainsi :
 - Jean prend le tiers du terrain.
 - de la partie laissée par Jean, Jacques en prend les deux cinquièmes.
 - Emilie prend la partie restante.

Déterminer la surface du terrain d'Emilie.

2. Avec le nombre 1 et les nombres présents dans l'énoncé, écrire un calcul donnant directement la superficie récupérée par Emile.

B. Puissances :

Exercice B.1 (*)

Calculer en donnant le résultat en écriture scientifique :

$$C = 153 \times 10^{-4} + 32 \times 10^{-3} - 16 \times 10^{-5}$$

Exercice B.2 (*)

1. Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :
 - a. 351×10^{-41}
 - b. $0,00124 \times 10^{14}$
2. Effectuer le calcul ci-dessous et donner l'écriture scientifique du résultat :

$$(5 \times 10^{-43} + 10^{-41}) \times 5 \times 10^{23}$$

Exercice B.3 (*)

On représente par n un entier naturel non nul.

1. Démontrer les égalités suivantes :
 - a. $3^{2n} = 9^n$
 - b. $2^{n+1} - 2^n = 2^n$
2. a. Etablir l'égalité suivante :

$$20^n - 10^n = (2^n - 1) \times 10^n$$
 b. Déterminer l'écriture scientifique du nombre A défini par :

$$A = 20^{12} - 10^{12}$$

Exercice B.4 (*)

Pour chaque calcul ci-dessous, effectuer une factorisation afin de simplifier l'écriture de l'expression :

- | | |
|----------------------------------|--|
| a. $3^5 + 3^7$ | b. $3 \times 5^2 + 2 \times 5^4$ |
| c. $3^{10} - 2 \times 3^9$ | d. $5 \times 8^5 - 5 \times 8^4$ |
| e. $10^{20} + 10^{21} + 10^{22}$ | f. $\frac{6^{10}}{3^9} + \frac{4^{10}}{2^8}$ |

Exercice B.5 (*)

1. Ecrire chaque nombre suivant sous la forme a^p où a est un nombre entier ou en écriture fractionnaire et p est un entier relatif :
 - a. $7^5 \times 7^{-4}$
 - b. $(5^2)^{-2}$
 - c. $5^4 \times 7^4$
 - d. $3^{10} \times 3^{-15} \times 5^5$
2. En utilisant la factorisation, simplifier les expressions suivantes :

$$\text{a. } 25 \times 10^{35} + 12 \times 10^{33} \quad \text{b. } 2^{10} \times 5^4 - 5^4 \times 2^9$$

Exercice B.6 (*)

1. Recopier et compléter convenablement les égalités suivantes :
 - a. $524,2 \times 10^{-12} = 0,5242 \times \dots$
 - b. $0,054 \times 10^5 = \dots \times 10^3$
2. Ecrire chacune des expressions suivantes sous la forme a^n :

$$\text{a. } 5^4 \times 5^{-6} \quad \text{b. } 7^4 \times 3^4 \quad \text{c. } \frac{5^4}{2^6} \times 2^{10}$$

$$\text{d. } 1,2^5 \times 6^{-4} \times 5^5 \quad \text{e. } 3^{-5} \times 5^5 \quad \text{f. } \frac{8^2}{2^5}$$

3. A l'aide d'une factorisation, donner une écriture simplifiée des expressions suivantes :

$$\text{a. } 3 \times 10^{14} + 5 \times 10^{15} \quad \text{b. } 3^{10} - 9^6$$

Exercice B.7 (*)

Calculer et donner le résultat sous forme de fraction irréductible :

$$A = \frac{26}{7} - \frac{22}{7} \times \frac{10}{33} ; \quad B = \frac{7 \times 10^{35}}{49 \times 10^{34}}$$

Exercice B.8 (*)

Calculer les nombres suivants et mettre A et B sous forme de fractions irréductibles les résultats et donner le résultat de

C en écriture scientifique :

$$A = 1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) ; \quad B = \frac{3 - \frac{5}{2}}{1 + \frac{1}{5}} ; \quad C = \frac{7 \times (10^5)^2 \times 10^{-3}}{35 \times 10^3}$$

Exercice B.9 (*)

1. On considère l'expression : $A = \frac{\frac{2}{3} + 3}{\frac{1}{3} + 5}$

Ecrire A sous la forme d'une fraction irréductible.

2. On considère l'expression : $C = \frac{2,6 \times 10^2 \times 1,7 \times 10^2}{0,2 \times 10^5 \times 10^3}$

Donner l'écriture scientifique de C.

Exercice B.10 (*)

On considère les deux nombres A et B :

$$A = \frac{7}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{11}{6} ; \quad B = \frac{4 \times 10^{14} \times 12}{3 \times 10^{11}}$$

1. Calculer et donner A sous la forme de fraction irréductible.

2. Donner l'écriture scientifique de B

Exercice B.11 (*)

Effectuer les calculs suivants et donner leurs résultats sous forme de fractions irréductibles.

a. $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) \div \frac{2}{5}$

b. $\frac{4}{7} - \frac{1}{7} \times \frac{5}{3}$

c. $\left(\frac{5}{7}\right)^2 - \frac{2}{7}$

d. $\frac{12 \times 10^{-3} \times 4^3 \times 10^7}{16 \times 10^2}$

Exercice B.12 (*)

Les questions suivantes sont indépendantes. On détaillera toutes les étapes des calculs.

1. a. Calculer $A = \left(\frac{-2}{7} + \frac{3}{7} \times \frac{59}{9}\right) \div \frac{25}{3}$ et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

b. Le nombre A obtenu est-il un nombre entier? décimal? rationnel? Justifier la réponse.

2. Calculer $B = \frac{4 \times 10^{-7} \times 50 \times (10^2)^5}{16 \times 10^{-5}}$ et donner le résultat en écriture scientifique.

Exercice B.13 (*)

On considère les trois nombres ci-dessous :

$$A = \frac{3 - \frac{2}{3}}{\frac{4}{3} \times 7} ; \quad B = \frac{49 \times 10^3 \times 6 \times 10^{-10}}{14 \times 10^{-2}} ; \quad C =$$

$$\frac{5 - \frac{3}{4}}{3 + 6 \times 5}$$

Répondre aux questions suivantes en précisant les différentes étapes de vos calculs.

1. Ecrire le nombre A ci-dessous sous la forme d'une fraction irréductible.

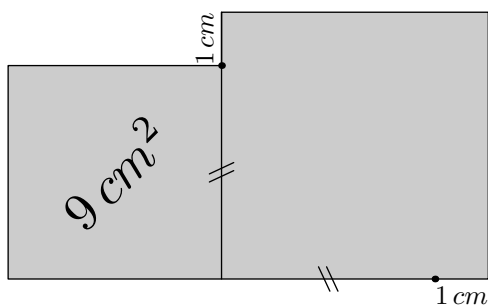
2. Donner l'écriture scientifique du nombre B.

3. A l'aide de la calculatrice, donner la valeur approchée du nombre C au centième près.

C. Les racines carrées :

Exercice C.1 (*)

Ci-dessous, sont représentés deux carrés dont certaines mesures sont précisées sur la figure.



Existe-t-il un carré dont l'aire a pour valeur la somme des aires des deux carrés représentés? Si oui, donner la mesure de son côté.

Exercice C.2 (*)

Répondre à la question suivante à l'aide de la calculatrice :

1. Donner la troncature des nombres suivants au centième près :

a. $\sqrt{2}$

b. $\sqrt{3}$

c. $\sqrt{10}$

2. Donner la valeur arrondie des nombres suivants à 10^{-2} près :

a. $\sqrt{52}$

b. $\sqrt{4 + 0,03}$

c. $\frac{\sqrt{72} + 2}{\sqrt{2}}$

3. Déterminer la valeur exacte des nombres suivants :

a. $\sqrt{4}$

b. $\sqrt{25 + 75}$

c. $\sqrt{0,01}$

4. Résoudre les équations suivantes (chacune de ces équations admettent deux solutions) :

a. $x^2 = 9$

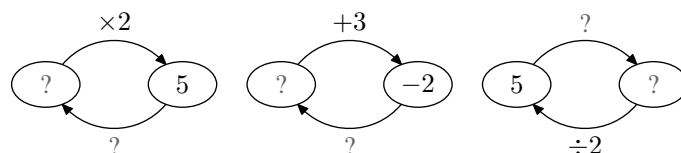
b. $x^2 = 100$

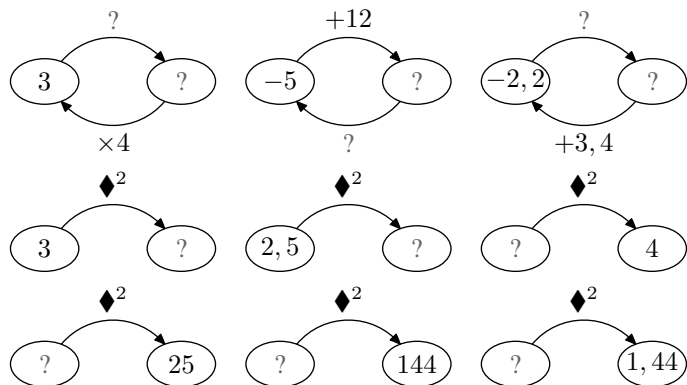
c. $x^2 = 2$

Exercice C.3 (*)

Compléter chacun des diagrammes ci-dessous en ajoutant le nombre et/ou l'opération manquante.

L'opération marquée $\blacklozenge^2$ représente le carré de $\blacklozenge$.





Exercice C.4 (*)

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, on souhaite de déterminer la valeur du nombre positif c vérifiant la relation suivante :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

a	b	a^2	b^2	$a^2 + b^2 \rightsquigarrow c^2$	c
15	8				
21	20				
6	2,5				
7,7	3,6				

Indication : pour compléter la dernière colonne, utiliser la touche racine carré $\sqrt{\quad}$ de votre calculatrice : la racine carrée est l'opération inverse du carré d'un nombre.

Exercice C.5 (*)

Compléter le tableau ci-dessous afin d'obtenir la valeur du nombre c vérifiant l'égalité demandée pour chaque ligne :

a	b	a^2	b^2	Egalité	c^2	c
12	5			$a^2 + b^2 = c^2$		
7	25			$a^2 + c^2 = b^2$		
5,8	4,2			$b^2 + c^2 = a^2$		
5,6	11,9			$c^2 + a^2 = b^2$		

Exercice C.6 (*)

Soit a un nombre positif, la définition de la racine carrée me permet d'établir les deux relations suivantes :

$$\sqrt{a^2} = a \quad ; \quad (\sqrt{a})^2 = a.$$

Utiliser ces deux propriétés pour simplifier, si possible, les expressions suivantes :

- a. $(\sqrt{4})^2 + (\sqrt{6})^2$ b. $\sqrt{3^2 + 4^2}$ c. $(\sqrt{4+6})^2$
d. $\sqrt{(4+6)^2}$ e. $\sqrt{4^2} \times \sqrt{6^2}$ f. $\sqrt{4^2 \times 6^2}$

Exercice C.7 (*)

1. Parmi les expressions ci-dessous, lesquelles définissent

ou pas un nombre. Justifier votre réponse.

- a. $\frac{1}{3^2 - 9}$ b. $\sqrt{2}$ c. $\sqrt{-1}$
d. $\sqrt{0}$ e. $\sqrt{(-1)^2}$ f. $\sqrt{\frac{3}{2}}$

2. Un élève affirme que : $\sqrt{20} = 10$
En utilisant seulement la définition de la racine carrée, justifier que son affirmation est fausse.

Exercice C.8 (*)

- a. Calculer le carré du nombre $\sqrt{5} \times \sqrt{3}$.

b. Comparer les deux nombres : $\sqrt{5} \times \sqrt{3}$ et $\sqrt{15}$

c. Pour tout nombre a et b positif, justifier l'égalité :
 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$
- a. Simplifier le calcul suivant : $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$

b. Compléter la phrase suivante :
 $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ est un nombre dont le carré vaut

c. Pour tous nombres positifs a et b , avec $b \neq 0$, justifier l'égalité :
 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
- a. Quel nombre élevé au carré vaut 5^2 ?

b. En déduire la valeur de $\sqrt{5^2}$.

c. De la même manière, pour tout nombre réel positif a , déterminer la valeur de $\sqrt{a^2}$
- a. Donner la valeur des carrés des deux nombres suivants :
 $\sqrt{50}$; $5\sqrt{2}$
Comparer ces deux nombres.

b. Déterminer deux entiers a et b tel que :
 $50 = a^2 \times b$

c. En utilisant les questions 1. et 3. pour établir d'une autre manière l'égalité :
 $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

Exercice C.9 (*)

La définition du nombre $\sqrt{a}$ est l'unique nombre positif tel que son carré vale a . Ainsi, par définition, la racine carrée d'un nombre vérifie : $(\sqrt{a})^2 = a$.

- A partir de l'égalité $17^2 = 289$. Compléter les phrases suivantes :

a. Le nombre dont le carré vaut 289 est
Ainsi, on a $\sqrt{289} = \dots\dots$

b. Le nombre dont le carré vaut 28 900 est
Ainsi, on a $\sqrt{28\,900} = \dots\dots$

c. Le nombre dont le carré vaut 2,89 est
Ainsi, on a $\sqrt{2,89} = \dots\dots$
- a. Quelle est le nombre positif dont le carré vaut 5^2 ?

En déduire la valeur de $\sqrt{5^2}$?

- b. Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

$$A = \sqrt{12^2} \quad ; \quad B = \sqrt{1,25^2} \quad ; \quad C = \sqrt{(-5)^2}$$

3. a. Elever au carré les deux nombres suivants :

$$\sqrt{6} \quad ; \quad \sqrt{2} \times \sqrt{3}.$$

Que pouvez-vous dire de ces deux nombres?

- b. Pour chacun des couples, faire de même pour montrer l'égalité de ses deux nombres :

$$(\sqrt{21} ; \sqrt{3} \times \sqrt{7}) \quad ; \quad (\sqrt{12} ; 2\sqrt{3})$$

- c. Faire apparaître des carrés en facteurs dans les nombres suivants :

$$36 \quad ; \quad 50 \quad ; \quad 20$$

- d. En déduire une forme simplifiée des nombres suivant :

$$\sqrt{36} \quad ; \quad \sqrt{50} \quad ; \quad \sqrt{20}$$

Exercice C.10 (*)

Mettre les racines suivantes sous la forme $\sqrt{a}$:

a. $3\sqrt{2}$ b. $5\sqrt{7}$ c. $10\sqrt{0,1}$

d. $0,1\sqrt{2}$ e. $\sqrt{0,1} \times \sqrt{2,5}$ f. $\frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$

g. $\frac{\sqrt{75}}{5}$ h. $2\sqrt{5} \times 3\sqrt{5}$ i. $20\sqrt{2} \times 3\sqrt{5}$

Exercice C.11 (*)

1. Simplifier l'écriture de la somme ci-dessous :

$$A = \sqrt{2} + 2\sqrt{2}$$

2. a. Simplifier l'expression des racines carrées suivantes :

$$\sqrt{50} \quad ; \quad \sqrt{32}$$

- b. Déduire de la question précédente une simplification de la somme :

$$B = \sqrt{50} + \sqrt{32} + \sqrt{2}$$

3. On considère le nombre : $C = 2\sqrt{27} + 5\sqrt{75}$

Justifier la simplification suivante :

$$C = 31\sqrt{3}$$

Exercice C.12 (*)

Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b des nombres entiers.

a. $3\sqrt{28} - 9\sqrt{7}$ b. $\sqrt{2} + \sqrt{32} + \sqrt{200}$
c. $2\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + \sqrt{20}$ d. $\sqrt{4500} + 3\sqrt{5} - 2\sqrt{125}$

Exercice C.13 (*)

Donner le résultat des calculs suivants sous la forme $a+b\sqrt{c}$, où a et b sont des nombres relatifs et où c est un nombre entier positif le plus petit possible.

a. $\sqrt{5} \times (2\sqrt{15} - 3\sqrt{5})$ b. $(2\sqrt{3} + 1)^2$
c. $(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ d. $(4\sqrt{5} - 3\sqrt{3})(\sqrt{3} + 2\sqrt{5})$

Exercice C.14 (*)

On considère l'expression : $A = (2x-3)(x-4) - (2x-3)^2$

1. Développer et réduire A .

2. Calculer A lorsque $x = \frac{3}{2}$, puis lorsque $x = 3 \cdot \sqrt{2}$

3. Factoriser A .

Exercice C.15 (*)

On donne :

$$E = \frac{2}{3} + \frac{17}{2} \times \frac{4}{3} \quad ; \quad F = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{16}}{\sqrt{2}}$$

1. Démontrer que les nombres E et F sont égaux.
2. On donne $G = (10^{-1} + a) \times 10^2$. Calculer le nombre a pour que l'égalité $E = G$ soit vraie.

Exercice C.16 (*)

On donne les nombres :

$$A = \frac{3}{7} - \frac{2}{7} \times \frac{21}{8} \quad ; \quad B = \frac{3 \times 10^2 \times 1,8 \times 10^{-3}}{6 \times 10^4}$$

$$C = \sqrt{12} - 5\sqrt{75} + 2\sqrt{147}$$

1. Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
Ecrire toutes les étapes du calcul.
2. a. Donner l'écriture décimale de B .
b. Exprimer B en écriture scientifique.
3. Ecrire C sous la forme $a\sqrt{3}$, où a est un nombre entier.

Exercice C.17 (*)

1. Déterminer le PGCD des deux entiers 1323 et 243.
2. Donner la forme simplifiée de la fraction $\frac{\sqrt{1323}}{\sqrt{243}}$

Exercice C.18 (*)

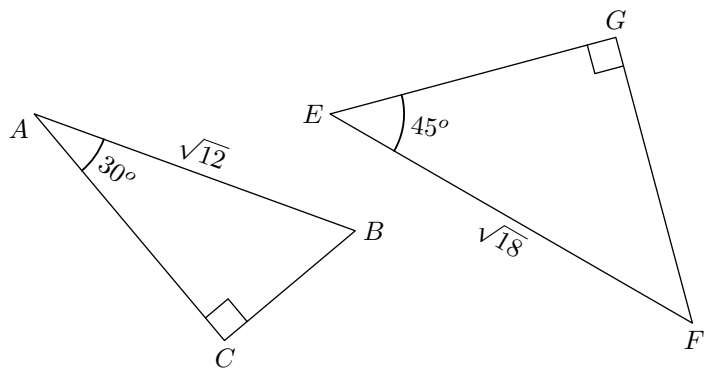
1. Sans calculer leur PGCD, dire pourquoi les entiers 648 et 972 ne sont pas premiers entre eux.
2. a. Calculer $\text{pgcd}(972 ; 648)$.
b. Prouver que : $\sqrt{648} + \sqrt{972} = 18(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

Exercice C.19 (*)

1. Sans aucun calcul expliquer pourquoi on peut simplifier la fraction $\frac{4\,114}{7\,650}$.
2. Calculer le PGCD des entiers 4 114 et 7 650 avec la méthode de votre choix en détaillant les calculs.
3. Rendre irréductible la fraction $\frac{4\,114}{7\,650}$ en précisant par quel nombre vous simplifiez.
4. En utilisant les résultats des questions précédentes, mettre l'expression A suivante sous la la forme $n\sqrt{34}$, où n est un entier relatif, en détaillant les calculs :
$$5\sqrt{4\,114} - 4\sqrt{7\,650}$$

Exercice C.20 (*)

On considère les deux triangles ABC et EFG rectangles respectivement en C et G représentés ci-dessous :



1.
 - a. Par suppléantarité des angles d'un triangle, déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.
 - b. Déterminer la mesure des longueurs BC et AC .
2.
 - a. Justifier que le triangle EFG est un triangle isocèle rectangle.
 - b. Déterminer la mesure de la longueur EG .

On rappelle le tableau des rapports trigonométriques des angles remarquables :

	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	

Exercice C.21 (*)

L'unité de longueur est le centimètre.

1. Construire un triangle DOS tel que :
 $DS = DO = 6 \text{ cm}$; $\widehat{ODS} = 120^\circ$
 Quel est la nature du triangle DOS ? Justifier.
2. Dans le triangle DOS , tracer la hauteur issue de D . Elle coupe $[OS]$ en H .
 - a. Placer le point H sur la figure.
 - b. Calculer la valeur exacte de OH .
 - c. En déduire que : $OS = 6\sqrt{3} \text{ cm}$.
3. Dans le triangle DOS , la hauteur issue de S intercepte la droite (OD) au point I .
 - a. Placer le point I sur la figure.
 - b. Déterminer la valeur exacte de OI .

On donne le tableau ci-dessous des valeurs exactes des rapports trigonométriques pour les angles remarquables :

x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

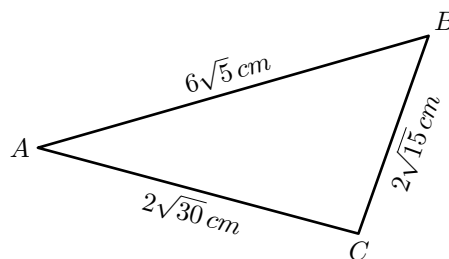
Exercice C.22 (*)

On considère l'expression : $E = (\sqrt{7}+1)^2 + (\sqrt{7}-1)^2$

1. Après avoir développé les carrés, montrer que E est un nombre entier.
2. En déduire la nature d'un triangle dont les côtés mesurent respectivement, en centimètres, $\sqrt{7}+1$, $\sqrt{7}-1$ et 4 ; justifier votre réponse.

Exercice C.23 (*)

1. Le triangle ABC ci-dessous est-il rectangle?



(Sur la figure les dimensions ne sont vraiment pas respectées)

2. Donner la valeur du nombre suivant :

$$D = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + 3}}}}}} + 3$$

Exercice C.24 (*)

Ecrire les fractions suivantes sans radical au dénominateur :

$$\text{a. } \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{b. } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \quad \text{c. } \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}$$

Exercice C.25 (*)

Enlever les racines du dénominateur des nombres suivants :

$$\text{a. } \frac{2}{\sqrt{2}} \quad \text{b. } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \quad \text{c. } \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{15}} \quad \text{d. } \sqrt{\frac{2}{18}} \quad \text{e. } \sqrt{\frac{27}{3}}$$

Exercice C.26 (*)

Cet exercice propose de comparer $\sqrt{5}$ et $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

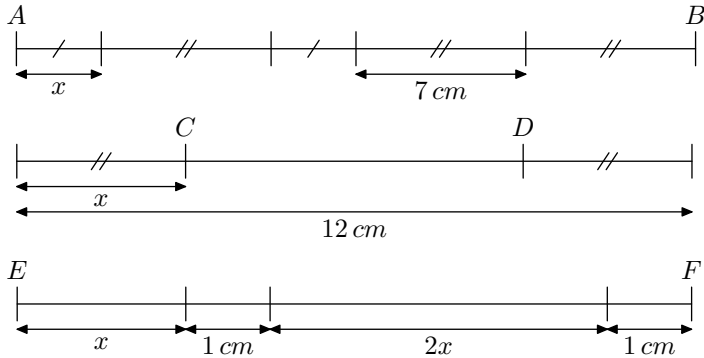
1.
 - a. Tracer un triangle AIB rectangle isocèle en I tel que $AI = 3 \text{ cm}$
 - b. Déterminer la longueur du segment $[AB]$.
 - c. Tracer le point C tel que ABC soit rectangle en B et $BC = 3$. Montrer que : $AC = 3\sqrt{3}$
2. Tracer une demi-droite $[Ox)$ et reporter les longueurs sur cette demi-droite de sorte que :
 - le point G tel que : $OG = 3\sqrt{2}$
 - Le point H tel que : $OH = 3\sqrt{3}$
 - Le point J tel que : $OJ = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$
3. En remarquant que : $9 \times 5 = 9 \times 4 + 9 \times 1$.
 Tracer un triangle rectangle dont l'hypoténuse a une longueur de $3\sqrt{5}$
4.
 - a. Sur la demi-droite $[Ox)$, placer le point K tel que :
 $OK = 3\sqrt{5}$
 - b. Graphiquement, comparer les longueurs OK et OJ .
 En déduit une comparaison des nombres $\sqrt{5}$ et $\sqrt{3} + \sqrt{2}$?

5. Développer puis simplifier : $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$.

Cela concorde-t-il avec la question 4. c. .

D. Les identités remarquables :

Exercice D.1 (*)



- Déterminer, pour chacun des segments ci-dessus, une expression de leurs longueurs en fonction de x .
- Donner la longueur de chacun de ces segments lorsque $x = 5$.

Exercice D.2 (*)

On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre.
- Multiplier ce nombre par 3.
- Ajouter le carré du nombre choisi.
- Multiplier par 2.
- Ecrire le résultat.

- Montrer que, si on choisit le nombre 10, le résultat obtenu est 260.
- Calculer la valeur exacte du résultat obtenu lorsque :
 - Le nombre choisi est -5 ;
 - le nombre choisi est $\frac{2}{5}$.

Exercice D.3 (*)

Pour chacun des deux cas ci-dessous retrouver l'expression littérale qui a été rentrée dans la calculatrice afin d'obtenir le tableau suivant :

1.	Valeur de x	Résultat affiché	2.	Valeur de x	Résultat affiché
	1	7		1	20
	2	12		2	13
	3	17		3	6
	4	22		4	-1

Exercice D.4 (*)

Développer puis réduire chacune des expressions suivantes :

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| a. $2(x - 2) + 3(x + 2)$ | b. $4(1 - x) + (3x + 1)$ |
| c. $3(2x - 5) - 2(x - 1)$ | d. $3(3x - 2) - (2 - x)$ |
| e. $-4(x - 2) + 3(2x + 1)$ | f. $3(2x - 2) - 3(2 - 3x)$ |

Exercice D.5 (*)

Développer puis réduire les expressions suivantes :

- | | |
|----------------------------------|----------------------------|
| a. $-(x^2 - 3x + 2) + 2(2x + 1)$ | b. $3(2x - 1) - 3(5 - 2x)$ |
| d. $x(2x - 1) - (x^2 + 11x + 2)$ | e. $2(1 - x) - 6(x + 2)$ |

Exercice D.6 (*)

Ci-dessous est rappelé le développement des identités remarquables :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 ; \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Utiliser ces identités remarquables pour déterminer par un calcul mental la valeur des calculs ci-dessous :

- | | | | |
|-----------|-----------|-------------------|-------------------|
| a. 21^2 | b. 29^2 | c. 21×19 | d. 34×26 |
|-----------|-----------|-------------------|-------------------|

Exercice D.7 (*)

Nous allons factoriser les expressions suivantes :

- $(2x - 1)(3x + 1) + (2x - 1)(5 - 2x)$
- $(x - 3)(2x + 2) + (x - 3)x$
- $2(x - 1) - (x - 1)(3x + 3)$
- $(4x + 3)(2 - 3x) - (2 - 3x)(x - 1)$
- $(x + 1)^2 + (x + 1)(2x - 3)$
- $(3x - 4)(3 - 2x) - (3 - 2x)$

- Chacune des expressions ci-dessus est une somme ou une différence où chacune de ses termes est un produit. Dans chaque expression, les deux produits possèdent un facteur commun qu'on notera k ; les deux autres facteurs seront notés a et b .

Compléter le tableau ci-dessous :

	k	a	b
a.			
b.			
c.			
d.			
e.			
f.			

2. Utiliser une des deux expressions suivantes pour proposer la forme factorisée de chacune des expressions proposées :

$$k \cdot a + k \cdot b = k \times (a + b) \quad ; \quad k \cdot a - k \cdot b = k \times (a - b)$$

Exercice D.8 (*)

Commencer pour chaque expression à souligner les facteurs communs dans chacun des termes. Puis, utiliser la distributivité pour factoriser ces expressions :

- a. $4(5x + 2) + 2x(5x + 2)$
- b. $(3x + 2)2x + 2x(2 - x)$
- c. $5x(1 - x) + (5x + 2)(1 - x)$
- d. $(3x - 2)(x + 1) + (3x - 2)(1 - x)$
- e. $(2x + 1)(5x + 1) - x(2x + 1)$
- f. $(9x + 1)^2 + (9x + 1)(1 - x)$

Exercice D.9 (*)

Factoriser les expressions suivantes :

- a. $10x + x(x - 4)$
- b. $x^2 + 3x$
- c. $3(x + 2) + (x + 1)(x + 2)$
- d. $(2 - x)(x + 1) - (2 - x)$
- e. $(2x - 1)(x + 1) + (x + 5)(x + 1)$
- f. $(2x + 3)^2 + 2x + 3$

Exercice D.10 (*)

Factoriser les expressions ci-dessous (*on sera emmené à faire apparaître un facteur commun aux termes de la somme*) :

- a. $3x + 9$
- b. $14x - 12$
- c. $-2x - 2$
- d. $5x^2 + 7x$
- e. $14 - 21x$
- f. $7x + 7x^2$

Exercice D.11 (*)

Développer les expressions suivantes :

- a. $(x + 1)(x + 1)$
- b. $(2x + 3)(2x + 3)$
- c. $(x + 6)(x + 6)$
- d. $(5x + 1)(5x + 1)$
- e. $(3x + 3)(3x + 3)$
- e. $(a + b)^2$

Exercice D.12 (*)

Développer les expressions suivantes :

- a. $(x - 2)(x - 2)$
- b. $(x - 3)(x - 3)$
- c. $(3x - 1)(3x - 1)$
- d. $(5x - 1)(5x - 1)$
- e. $(3x - 2)(3x - 2)$
- f. $(a - b)^2$

Exercice D.13 (*)

Développer les expressions suivantes :

- a. $(x + 2)(x - 2)$
- b. $(x + 1)(x - 1)$
- c. $(2x - 3)(2x + 3)$
- d. $(3 - 4x)(3 + 4x)$
- e. $(2x + 2)(2x - 2)$
- f. $(a + b)(a - b)$

Exercice D.14 (*)

En utilisant les identités remarquables, déterminer la forme développée et réduite des expressions suivantes :

- a. $(5x + 6)^2$
- b. $(2x - 6)(2x + 6)$
- c. $(8 - 4x)^2$
- d. $(2x + 1)(2x + 1)$
- e. $(1 - x)(1 + x)$
- f. $(2 - x)^2$

Exercice D.15 (*)

Développer et simplifier les expressions suivantes :

- a. $(4x + 3)^2$
- b. $(4x - 2)^2 - 2(x + 2)$
- c. $(3x - 2)(3x + 2)$
- d. $(2x + 1)(2x - 1) + 4 \times [2 + 3(x + 1)]$

Exercice D.16 (*)

Donner la forme développée et réduire des expressions suivantes :

- a. $(3x + 2)^2$
- b. $(2 - 5x)^2$
- c. $(3x + 1)(3x - 1)$
- d. $(5x + 1)(3 - x) - 3(1 - x)$

Exercice D.17 (*)

Recopier et compléter les égalités suivantes pour que les égalités soient vraies :

- a. $(2x + \dots)^2 = \dots + 20x + \dots$
- b. $(\dots - \dots)^2 = 81x^2 - 36x + \dots$
- c. $(\dots - 1)(\dots + 1) = 9x^2 - \dots$

Exercice D.18 (*)

1. Développer : $(x - 1)^2$.
Justifier que $99^2 = 9\,801$ en utilisant le développement précédent.
2. Développer : $(x - 1)(x + 1)$.
Justifier que $99 \times 101 = 9\,999$ en utilisant le développement précédent.

Exercice D.19 (*)

Voici les réponses proposées par un élève à un exercice. Pour chacune de ces réponses, expliquer pourquoi elle est exacte ou inexacte.

1. $x^2 - 81 = (x - 9)^2$
2. $(x - 3)(x + 5) = (x + 1)^2 - 16$
3. Les entiers 735 et 674 sont premiers entre eux.

Exercice D.20 (*)

On considère les programmes de calcul suivants :

Programme A

- Choisir un nombre
- Lui ajouter 1
- Calculer le carré de la somme obtenue
- Soustraire au résultat le carré du nombre départ

Programme B

- Choisir un nombre
- Ajouter 1 au double de ce nombre

1. On choisit 5 comme nombre de départ.
Quel résultat obtient-on avec chacun des deux programmes ?

2. Démontrer que quel que soit le nombre choisi, les résultats obtenus avec les deux programmes sont toujours égaux.

Exercice D.21 (*)

Développer chacune des expressions suivantes :

- a. $(3x + 2)^2$ b. $(2x - 5)^2$
c. $(3x + 8)(3x - 8)$ d. $(-4x - 1)^2$

Exercice D.22 (*)

On considère le programme de calcul ci-dessous :

- Choisir un nombre
- Ajouter 2
- Elever cette somme au carré
- Soustraire au résultat le carré du nombre choisi au départ
- Soustraire au résultat 4.

1. a. Montrer que, si le nombre choisi 1, le programme de calcul renvoie le nombre 4.
b. Montrer que, si le nombre choisi 5, le programme de calcul renvoie le nombre 20.
2. Quel est le nombre retourné par le programme de calcul si le nombre choisi est 2?
3. a. En notant x le nombre de départ, quelle est l'expression littérale obtenue par ce programme de calcul?
b. Justifier que l'expression obtenue par le programme de calcul est égale à $4 \times x$.

Exercice D.23 (*)

Tom doit calculer $3,5^2$.

"Pas la peine de prendre la calculatrice", lui dit Julie, tu n'as qu'à effectuer le produit de 3 par 4 et rajouter 0,25.

1. Effectuer le calcul proposé par Julie et vérifier que le résultat obtenu est bien le carré de 3,5.
2. Proposer une façon simple de calculer $7,5^2$ et donner le résultat.
3. Julie propose la conjecture suivante :
 $(n + 0,5)^2 = n(n + 1) + 0,25$
où n est un nombre entier positif.

Prouver que la conjecture de Julie est vraie (quel que soit le nombre n).

Exercice D.24 (*)

1. Parmi les trois expressions ci-dessous une seule a été obtenue par le développement d'une identité remarquable? Laquelle? Préciser l'expression de départ :
- a. $4x^2 + 6x + 9$ b. $4x^2 + 24x + 9$ c. $4x^2 + 12x + 9$
2. Même question avec les expressions :
- a. $x^2 - 64x + 64$ b. $x^2 - 16x + 64$ c. $x^2 - 8x + 64$
3. Même question avec les expressions :
- a. $9x^2 + 15x + 25$ b. $9x^2 + 30x + 25$ c. $9x^2 + 6x + 25$

Exercice D.25 (*)

On considère les expressions littérales suivantes :

- a. $25x^2 + 20x + 4$ b. $9x^2 + 18x + 9$ c. $81x^2 + 80x + 25$
d. $4x^2 - 12x + 9$ e. $9x^2 - 14x + 4$ f. $25x^2 - 10x + 1$
g. $16x^2 - 32x - 16$ h. $25x^2 - 16$ i. $36 - 4x^2$

1. Les identités remarquables permettent d'écrire les factorisations suivantes :

- $a^2 + 2 \cdot ab + b^2 = (a + b)^2$
- $a^2 - 2 \cdot ab + b^2 = (a - b)^2$
- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

En identifiant, si possible, chacune des expressions proposées à l'une des identités remarquables, compléter le tableau ci-dessous :

	a	b	$2 \cdot ab$
a.			
b.			
c.			
d.			
e.			
f.			
g.			
h.			
i.			

2. Lorsque cela est possible, donner la forme factorisée de chacune des expressions.

Exercice D.26 (*)

Factoriser chacune des expressions littérales suivantes :

- a. $9x^2 + 12x + 4$ b. $x^2 - 10x + 25$
c. $81x^2 - 126x + 49$ d. $36x^2 + 24x + 4$
e. $x^2 - 16$ f. $4x^2 - 25$

Exercice D.27 (*)

Factoriser chacune des expressions littérales suivantes :

- a. $x^2 - 2x + 1$ b. $9x^2 + 12x + 4$
c. $25x^2 - 40x + 16$ d. $81x^2 - 90x + 25$
e. $49x^2 + 84x + 36$ f. $100x^2 - 25$

Exercice D.28 (*)

Factoriser les expressions littérales suivantes :

- a. $x^2 - 1$ b. $25x^2 - 50x + 25$
c. $100x^2 + 140x + 49$ d. $4x^2 - 1$
e. $\frac{1}{4} \cdot x^2 - \frac{1}{9}$ f. $\frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{15}x + \frac{1}{25}$

Exercice D.29 (*)

Factoriser, si possible, les expressions littérales suivantes.
En cas d'impossibilité, expliquer pourquoi.

- | | |
|-------------------------|---------------------|
| a. $25x^2 - 49$ | b. $9x^2 + 12x - 4$ |
| c. $x^2 - 20x + 100$ | d. $4x^2 + 24x + 9$ |
| e. $100x^2 + 100x + 25$ | f. $36x^2 - 1$ |

Exercice D.30 (*)

Factoriser, **si possible**, les expressions littérales suivantes en mettant en avant votre démarche :

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| a. $4x^2 - 24x + 9$ | b. $9 + 24x - 16x^2$ |
| c. $64x^2 - 9$ | d. $9x^2 + 30x + 25$ |
| e. $x^4 - 4x^2 + 4$ | f. $16x^2 + 20x + 25$ |

Exercice D.31 (*)

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Anatole affirme :

“Pour tout nombre entier naturel n , l'expression $n^2 - 24n + 144$ est toujours différente de zéro.”

A-t-il raison ?

Exercice D.32 (*)

Factoriser les expressions littérales suivantes en mettant en avant votre démarche :

- | | |
|--|--------------------|
| a. $9x^2 + 30x + 25$ | b. $64x^2 - 49$ |
| c. $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}$ | d. $-x^2 - 4x - 4$ |
| e. $(x+1)^2 - (2-3x)(x+1)$ | |
| f. $(2x-1)(3x+4) + (2x-1)$ | |

Exercice D.33 (*)

Factoriser les expressions suivantes :

- | | |
|---------------------------|----------------------------------|
| a. $9x^2 - 42x + 49$ | b. $4x^4 - 9$ |
| c. $25x^2 + 30x + 9$ | d. $(5x+1)(3-2x) - (5x+1)(2x+1)$ |
| e. $(x+1)(2x-1) - (2x-1)$ | f. $(2x-1)^2 + (2x-1)(3x+1)$ |

Exercice D.34 (*)

Factoriser chacune des expressions suivantes :

- | |
|---------------------------------|
| a. $(5x+2)(3-2x) - (5x+2)(x+1)$ |
| b. $49x^2 - 42x + 9$ |
| c. $(9x-4)^2 - (9x-4)$ |
| d. $16x^2 - 1$ |

Exercice D.35 (*)

Factoriser les expressions suivantes, aucune explications n'est demandée :

- | |
|-------------------------------|
| a. $9x^4 - 12x^2 + 4$ |
| b. $(3x+1)^2 - (2-2x)^2$ |
| c. $4 - 25x^2 - (5x+2)(5x-4)$ |

Exercice D.36 (*)

On considère l'expression littérale :

$$(E) : (2x-1)^2 - 3(x+1)(2x-1)$$

- Factoriser (E) .
- Développer (E) .
- Calculer (E) pour $x=1$ de trois manières différentes.
Puis, calculer (E) pour $x=\frac{1}{4}$.

Question subsidiaire :

- Quels sont les deux valeurs de x qui annulent l'expression (E) .
Pouvez-vous justifier?

Exercice D.37 (*)

On considère l'expression : $C = (2x+5)^2 - (x+3)(2x+5)$

- Développer et réduire C .
- Factoriser C .
- Calculer l'expression C pour $x = -\frac{2}{3}$

Exercice D.38 (*)

- Développer l'expression : $A = (2x+4)^2$
- Donner la forme factorisée de : $B = 4x^2 + 16x + 16$
- Donner la valeur de B pour $x = -2$

Exercice D.39 (*)

- Développer l'expression : $A = (2x-1)^2$.
- Donner la forme factorisée de : $B = 4x^2 - 4x + 1$
- Donner la valeur de B pour $x=0$ et pour $x=\frac{1}{2}$

Exercice D.40 (*)

- Réduire l'expressions A : $A = 2 \times \frac{3x+1}{4} - \frac{1-x}{2}$
- Factoriser les expressions suivantes, aucune explications n'est demandée :

$$B = (x+2)^2 - (1-2x)^2 \quad ; \quad C = 4 - 16x^2 + (4x+2)(5x-4)$$

Exercice D.41 (*)

On considère l'expression : $A = \frac{1}{4}[(a+b)^2 - (a-b)^2]$

- Calculer A pour $a=1$ et $b=5$.
- Calculer A pour $a=-2$ et $b=-3$.
- Alex affirme que le nombre A est égal au produit des nombres a et b . A-t-il raison? Justifier.

Exercice D.42 (*)

On considère l'expression : $E = (2x-3)^2 + (2x-3)(x+8)$

1. Développer puis réduire l'expression algébrique E .
2. Factoriser l'expression algébrique E .
3. Calculer l'expression E quand $x = \frac{3}{2}$.

Exercice D.43 (*)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées, une seule d'entre elles est exacte.

Chaque réponse donne un point, une réponse fausse ou une absence de réponse n'enlève aucun point.

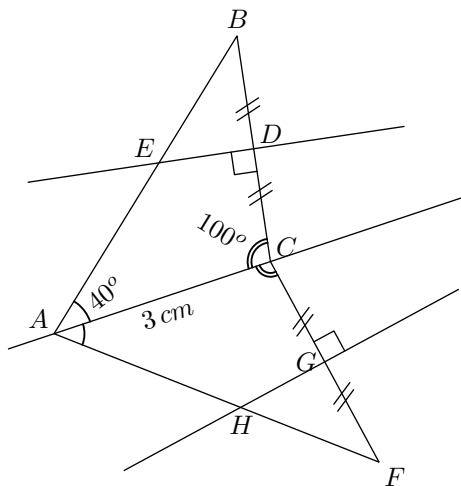
Pour chacune des questions, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

	Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
1. $6 - 4(x - 2)$ est égale à	$2x - 4$	$14 - 4x$	$-2 - 4x$
2. Quelle est l'expression factorisée de : $4x^2 - 12x + 9$	$(2x+3)(2x-3)$	$(2x+3)^2$	$(2x-3)^2$
3. Pour $x = -2$, l'expression $5x^2 + 2x - 3$ est égale à	13	-27	17

E. Les symétries :

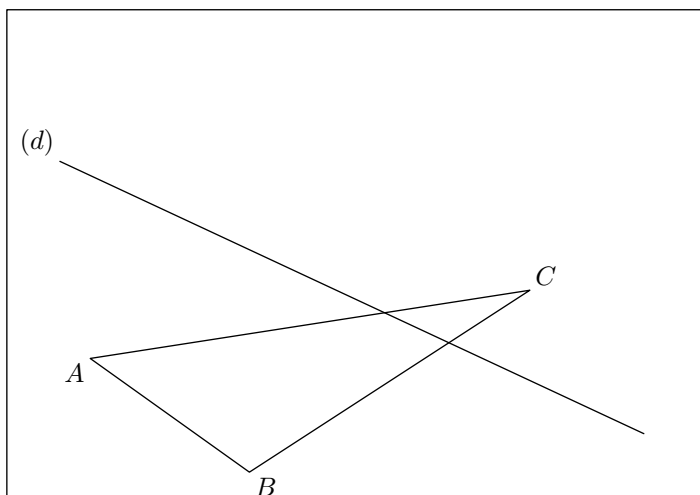
Exercice E.1 (*)

Donner le programme de tracé de la figure ci-dessous. On admet que la droite (AC) est un axe de symétrie de la figure.



Exercice E.2 (*)

On considère dans le cadre ci-dessous le triangle ABC et la droite (d') .



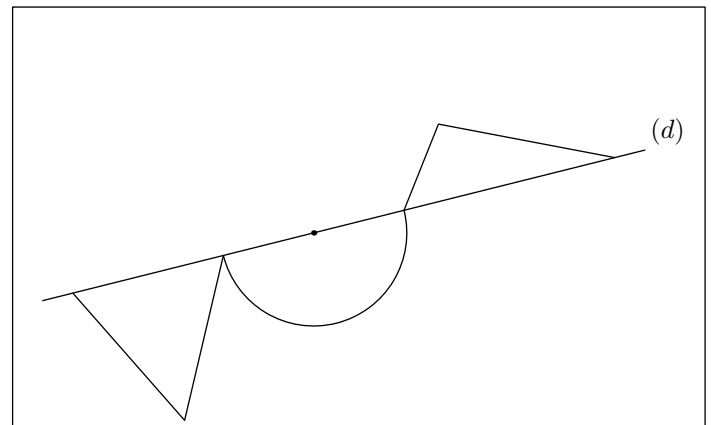
1. Placer dans le cadre ci-dessus les points suivants :

- a. Le point A' symétrique du point A relativement à la droite (d) .
- b. Le point B' symétrique du point B relativement à la droite (d) .
- c. Le point C' tel que C et C' soient symétriques par rapport à la droite (d) .

2. Tracer le triangle $A'B'C'$.

Exercice E.3 (*)

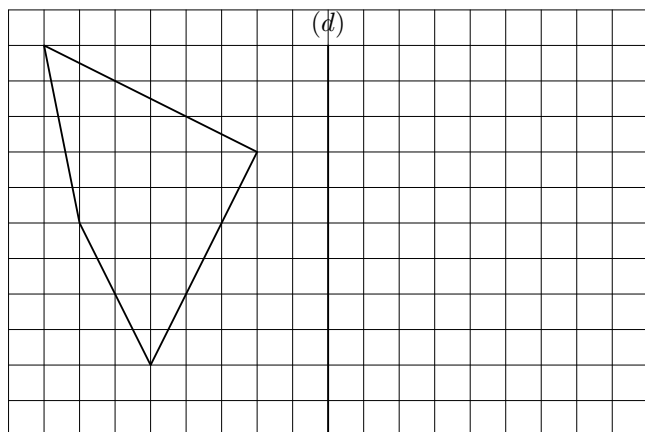
Compléter la figure ci-dessous afin que celle-ci admette la droite (d) pour axe de symétrie :



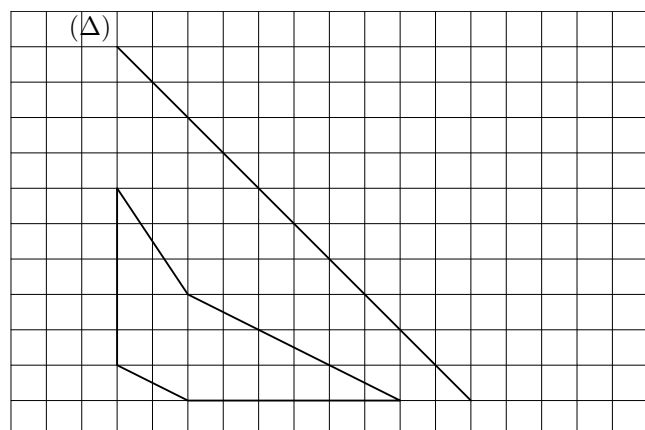
Exercice E.4 (*)

Effectuer le symétrique des deux polygones ci-dessous relativement à chacun de leurs axes.

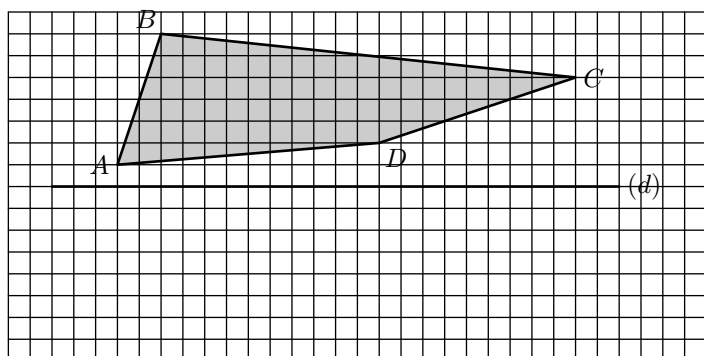
a.



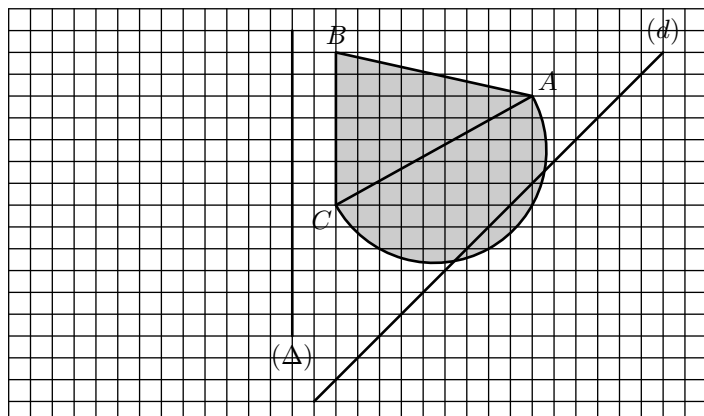
b.

**Exercice E.5** (*)

Tracer le symétrique du quadrilatère $ABCD$ par rapport à l'axe (d) :

**Exercice E.6** (*)

La figure ci-dessous est composée d'un triangle et d'un demi-disque.

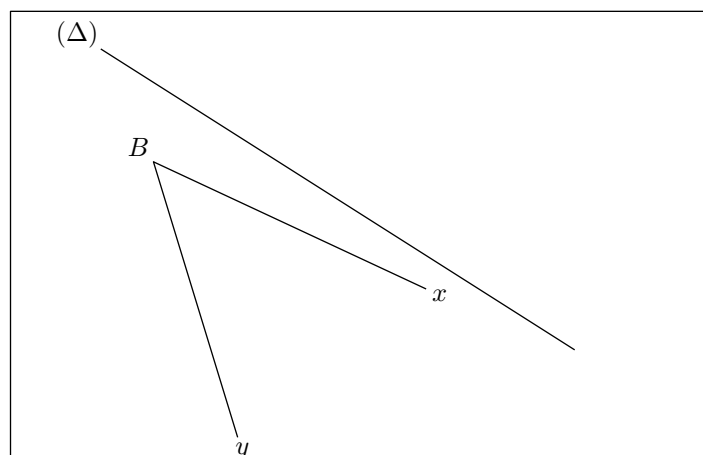


1. Tracer le symétrique de cette figure par rapport à l'axe (d) .

2. Tracer le symétrique de cette figure par rapport à l'axe (Δ) .

Exercice E.7 (*)

Ci-dessous sont représentés trois droites (d) , (d') et (Δ) .

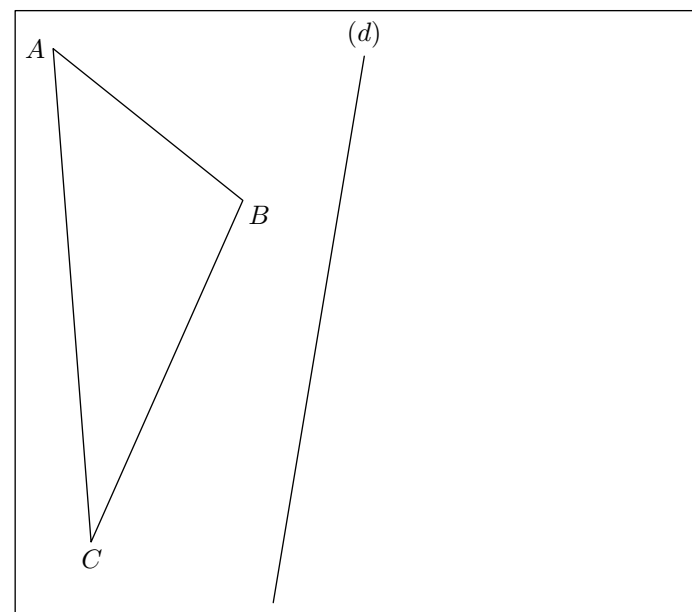


(Vos traits de construction ne doivent pas dépasser le cadre proposé.)

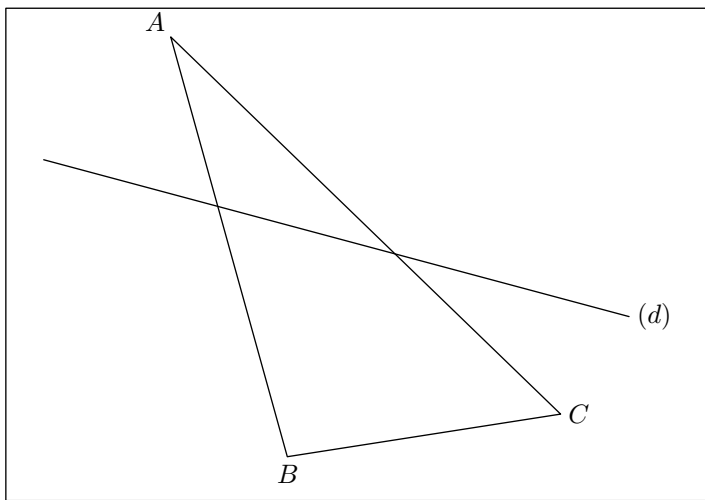
1. Tracer le symétrique de l'angle $\widehat{xBy}$ par la symétrie axiale d'axe (Δ) .
2. Donner les mesures de l'angle $\widehat{xBy}$ et de son symétrique.

Exercice E.8 (*)

Tracer le symétrique du triangle ABC relativement à la droite (d) .

**Exercice E.9** (*)

On considère dans le cadre ci-dessous le triangle ABC et la droite (d) .



1. Placer dans le cadre ci-dessus les points suivants :

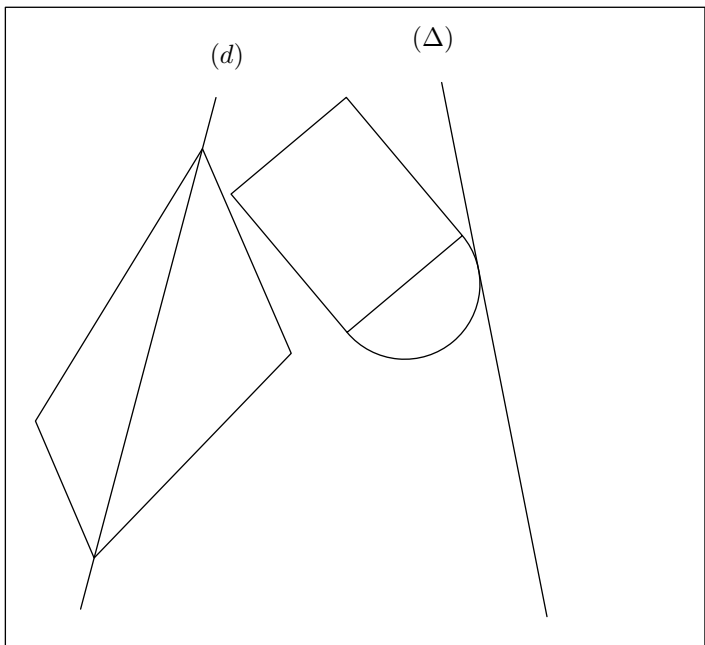
- Le point A' symétrique du point A relativement à la droite (d) .
- Le point B' symétrique du point B relativement à la droite (d) .
- Le point C' tel que C et C' soient symétriques par rapport à la droite (d) .

2. Tracer le triangle $A'B'C'$.

Exercice E.10 (*)

Ci-dessous sont représentés deux figures : un quadrilatère et un carré avec un demi-cercle.

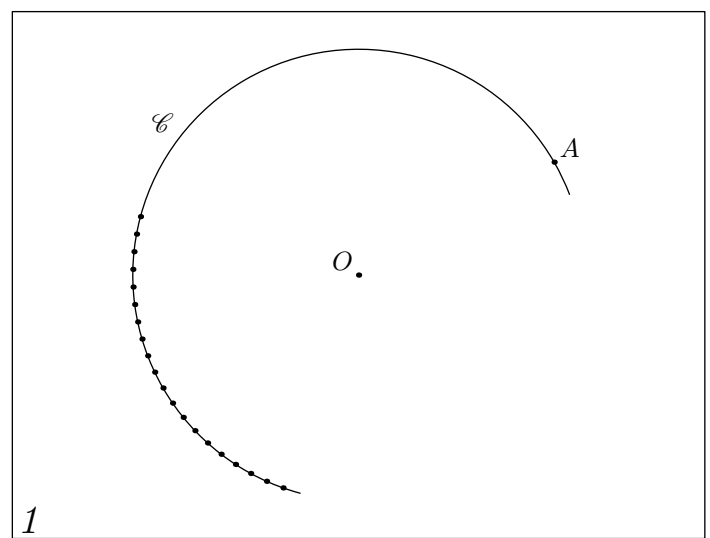
Tracer les symétriques de ces deux figures respectivement par rapport aux droites (d) et (Δ) .



Exercice E.11 (*)

1. Dans le cadre 1 :

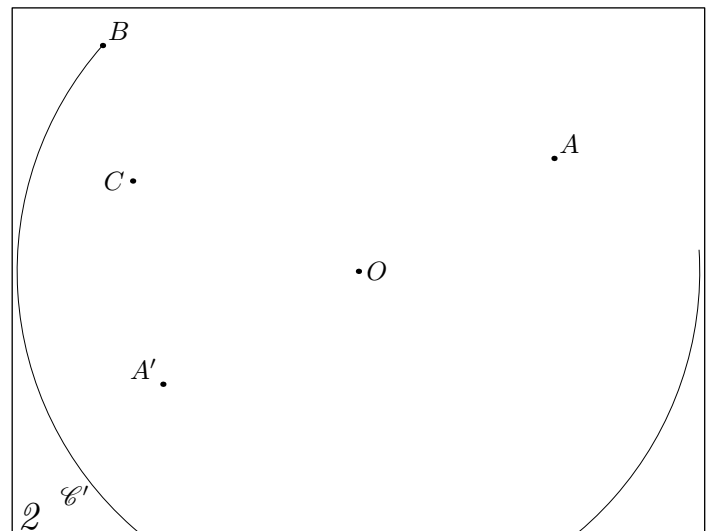
On souhaite faire glisser le point A sur l'arc de cercle $\mathcal{C}$ afin que ce déplacement soit un demi-tour autour du point O .



Parmi les points proposés sur l'arc de cercle $\mathcal{C}$ lequel représente ce déplacement. Nommer ce point A' .

2. Dans le cadre 2 :

- Placer le point B' image du point B après un demi-tour sur le cercle $\mathcal{C}'$.
Vérifier que le point O est le milieu du segment $[BB']$.
- En s'inspirant des méthodes de tracés des points A' et B' et à l'aide de la règle non-graduée et du compas, placer le point C' qui est l'image du point C ayant subi un demi-tour autour du point O .
- Tracer les triangles ABC et $A'B'C'$.
- Que peut-on dire du point O relativement à chacun des segments $[AA']$, $[BB']$, $[CC']$?

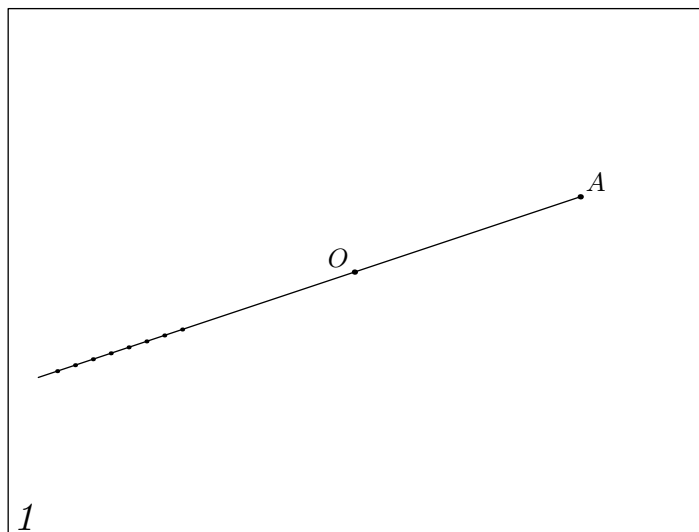


Exercice E.12 (*)

1. Dans le cadre 1 :

On souhaite déplacer le point A en lui faisant faire un demi-tour autour du point O : l'image du point A se nommera A' .

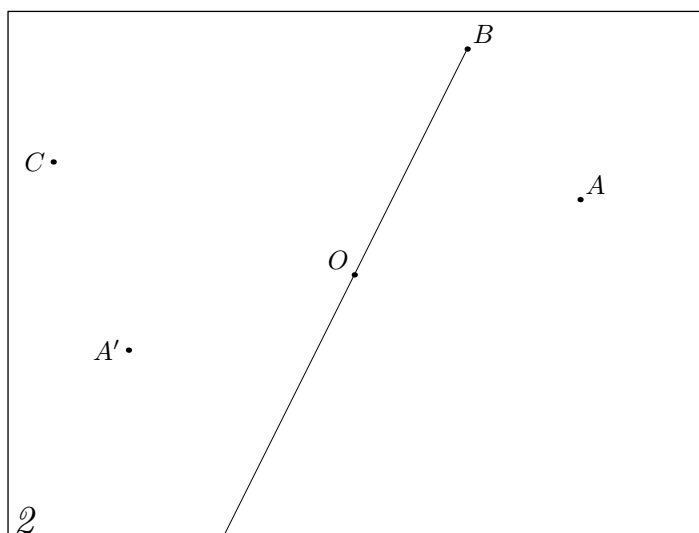
Le point A' sera aligné avec les points A et O : on a tracé dans le cadre ci-dessous la demi-droite $[AO)$:



- Plusieurs points ont été placés sur la demi-droite $[AO)$. A l'aide du compas, déterminer la position du point A' .
- Que pouvez-vous dire de la position du point O relativement au segment $[AA']$?

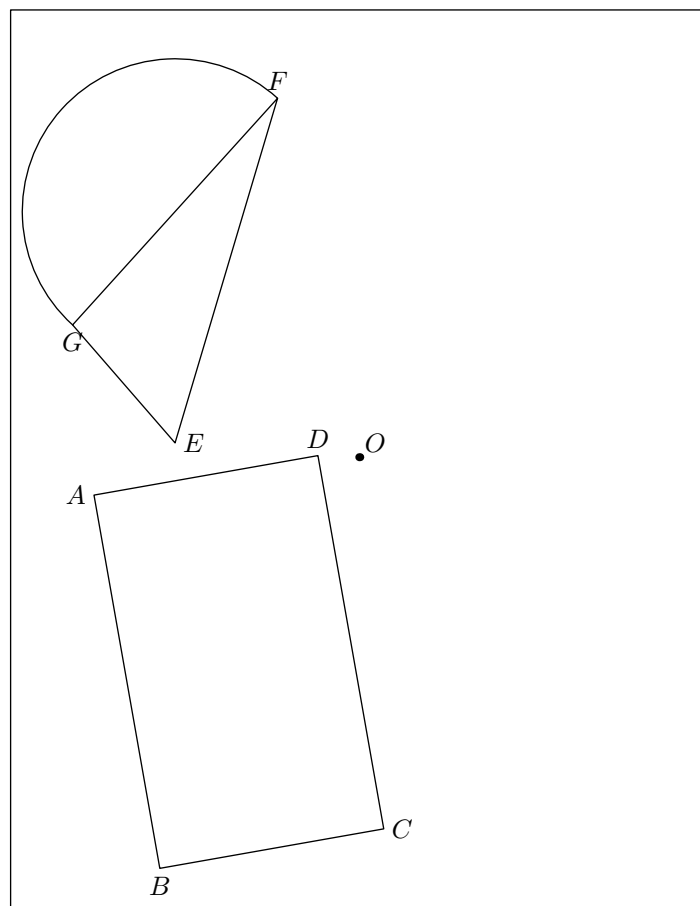
2. Dans le cadre 2:

- La demi-droite $[BO)$ a été tracée, à l'aide du compas, placer le point B' obtenu par demi-tour du point B autour du point O .
- A l'aide de la règle non-graduée et du compas, déterminer la position du point C' obtenu par le demi-tour du point C autour du point O .
- Tracer le triangle ABC et $A'B'C'$.
- Que peut-on dire de la position du point O relativement à chacun des segments $[AA']$, $[BB']$ et $[CC']$?



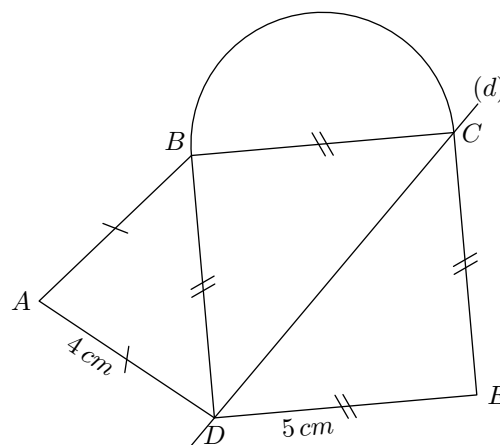
Exercice E.13 (*)

Tracer les symétriques par rapport à O des figures ci-dessous :



Exercice E.14 (*)

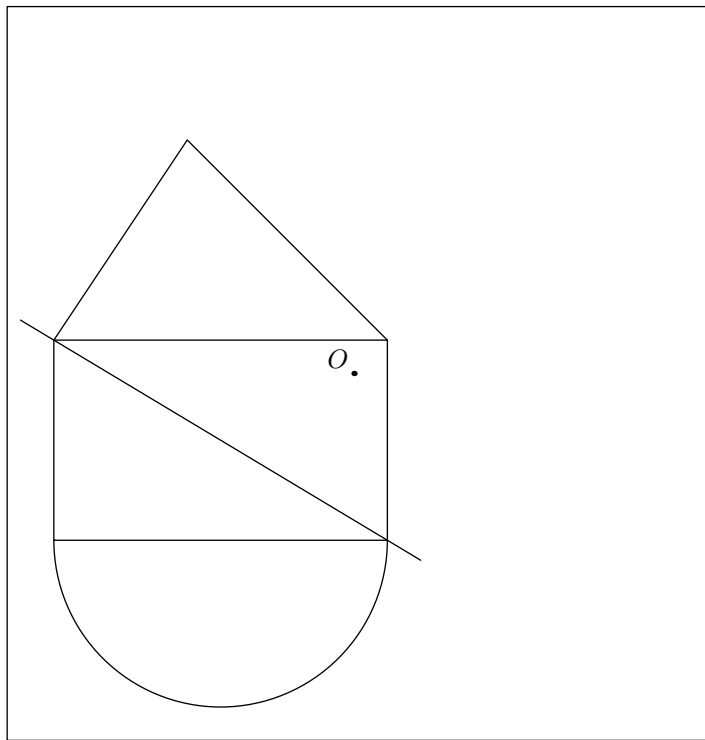
La figure ci-dessous est composée d'un carré, d'un triangle isocèle, d'un demi-cercle ayant pour diamètre un des côtés du carré et d'une droite (d) prolongeant une diagonale du carré :



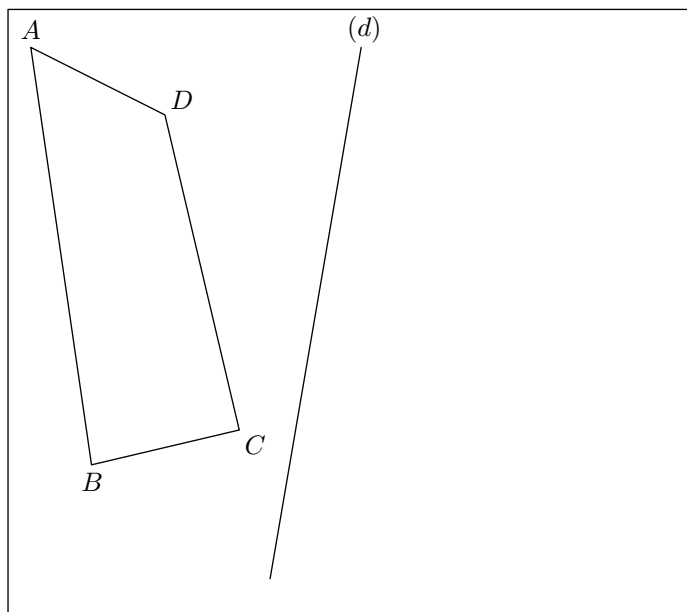
Reproduire cette figure, puis tracer le symétrique de cette figure par rapport au point E .

Exercice E.15 (*)

Tracer le symétrique de la figure ci-dessous par rapport au point O . (laisser les traces de vos constructions)



Exercice E.16 (*)



1. Tracer le quadrilatère $A'B'C'D'$ symétrique du quadrilatère $ABCD$ par la symétrie axiale d'axe (d) .
2.
 - a. A l'aide du compas, comparer les distances : AD et $A'D'$; AC et $A'C'$
 - b. A l'aide de l'équerre, comparer les angles $\widehat{BCD}$ et $\widehat{B'C'D'}$?
3. Quelles propriétés semblent conserver la symétrie axiale?

Exercice E.17 (*)

1.
 - a. Dans le plan, tracer une droite (d) et deux points A et B de part et d'autre de (d) .
 - b. Tracer le segment $[AB]$ et nommer O le point d'intersection du segment $[AB]$ et de la droite (d) .
 - c. Construire les points symétriques de A et B par rapport à (d) . Nommer les respectivement A' et B' .
2. Quelles remarques peut-on faire sur cette figure? Justi-

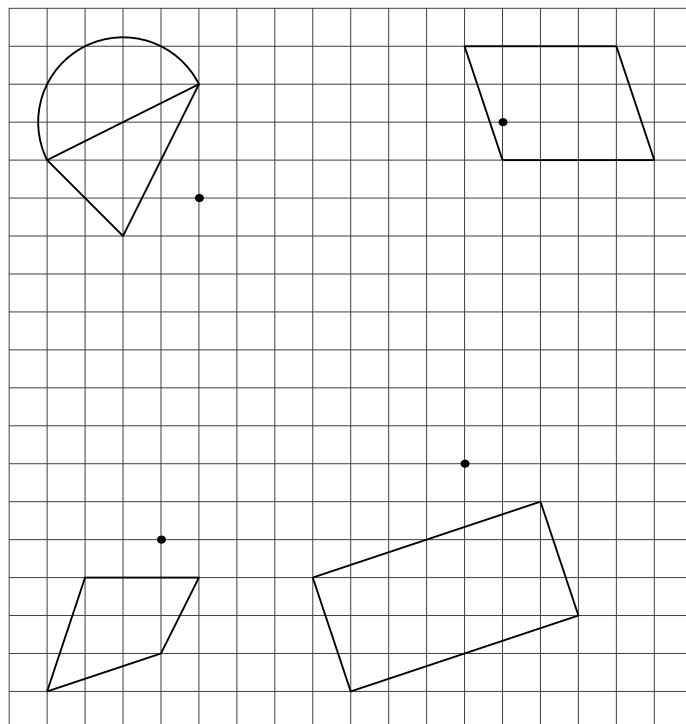
fier vos réponses.

Exercice E.18 (*)

1. Tracer le rectangle $ABCD$ tel que :
 $AB = 8\text{ cm}$; $AC = 9\text{ cm}$
2. Nommer O le point d'intersection des diagonales.
Tracer le cercle $\mathcal{C}$ de centre O passant par le point B .
Que remarque-t-on? Justifier votre réponse
3. Tracer le symétrique du point A par rapport à la droite (BD) . Que remarque-t-on? Justifier votre réponse.

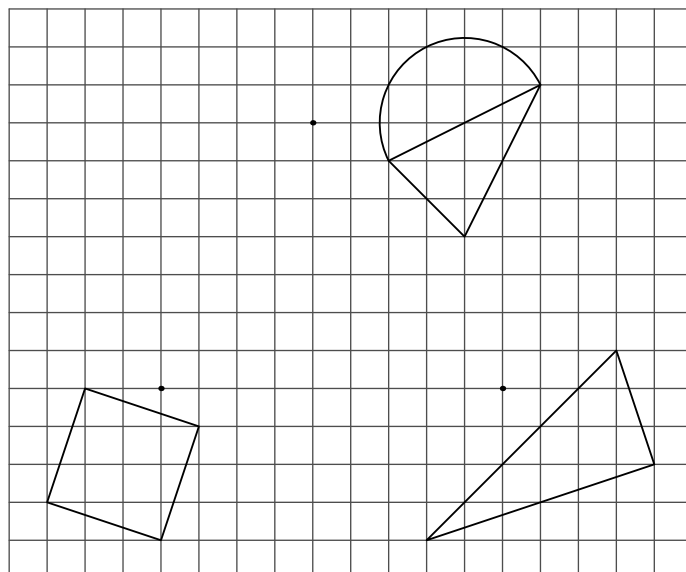
Exercice E.19 (*)

Tracer les symétriques des figures par rapport au point associé à chacune des figures :



Exercice E.20 (*)

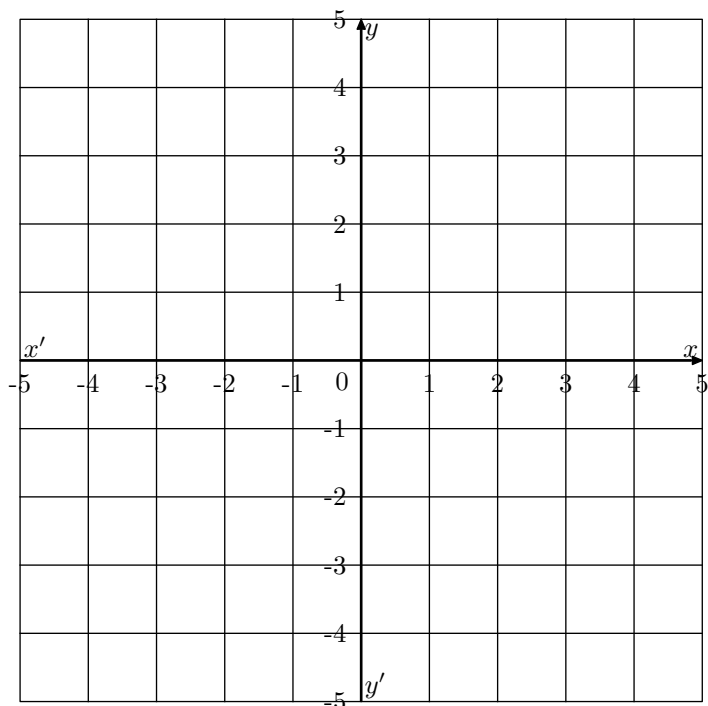
Tracer les symétriques des trois figures ci-dessous en vous aidant du quadrillage :



Exercice E.21 (*)

1. Placer dans le repère ci-dessous les points suivants :
 $A(2;1)$; $B(4;3)$; $C(-1;4)$

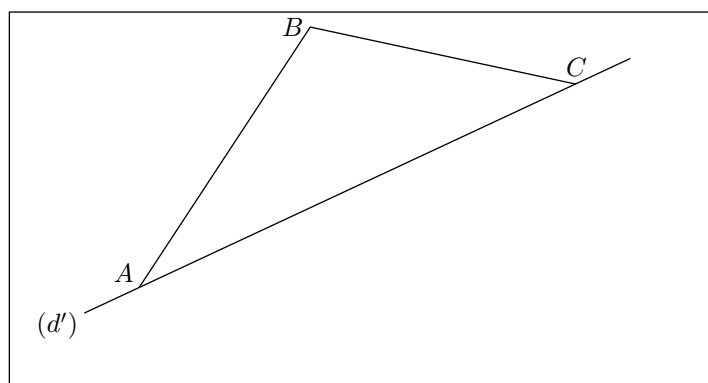
Tracer le triangle ABC en bleu.



2. a. Tracer le symétrique A' du point A relativement à la droite (xx') .
Quels sont les coordonnées du point A' ?
- b. Tracer, en rouge, le symétrique du triangle ABC par rapport à (xx') .
3. a. Tracer le symétrique A'' du point A par rapport à l'origine du repère.
Quels sont les coordonnées du point A'' ?
- b. Tracer, en vert, le symétrique du triangle ABC par rapport à l'origine du repère.

Exercice E.22 (*)

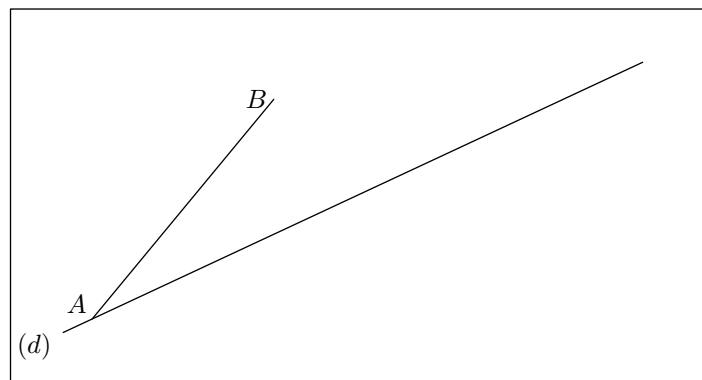
On considère la figure ci-dessous où la droite (d) passe par les points A et B :



1. Tracer le symétrique du triangle ABC relativement à la droite (d) .
2. Que représente la droite (d) pour l'angle $\widehat{BAB'}$?

Exercice E.23 (*)

On considère la figure ci-dessous où le point A appartient à la droite (d) :



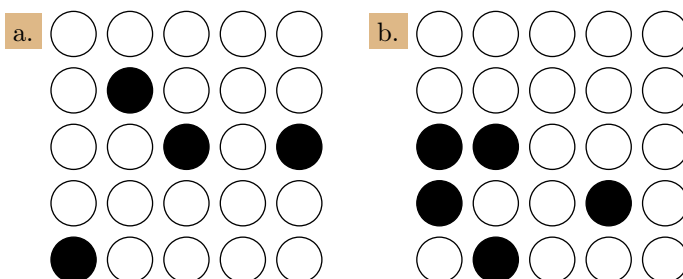
1. Tracer le quadrilatère $ABCD$ tel que $ABCD$ soit un losange acceptant la droite (d) pour axe de symétrie.
2. Que représente la droite (d) pour l'angle $\widehat{BAC}$?

Exercice E.24 (*)

1. Construire un triangle ABC tel que :
 $\widehat{BAC} = 110^\circ$; $AB = 6\text{cm}$; $AC = 10\text{cm}$
2. Construire la droite (d) , bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$.
3. a. Placer le point I le point intersection de la droite (d) avec le segment $[BC]$.
b. Sans le mesurer, donner la mesure de l'angle $\widehat{BAI}$
4. Placer :
• E le symétrique de B par rapport à (d)
• F le symétrique de C par rapport à (d)
5. Que peut-on dire du point d'intersection des segments $[BC]$ et $[EF]$? Justifier votre affirmation.

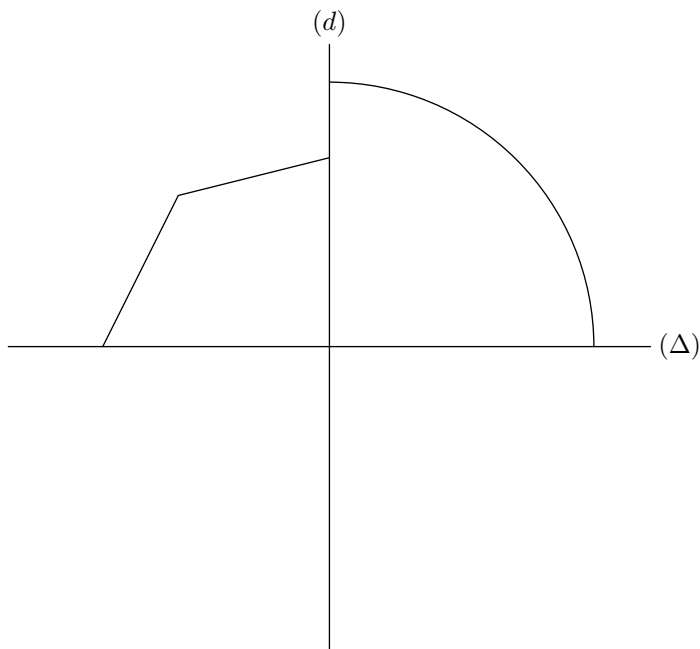
Exercice E.25 (*)

Pour chacune des figures ci-dessous, colorier le minimum de disque afin que chacune d'elle possède un centre de symétrie.



Exercice E.26 (*)

Compléter la figure ci-dessous afin que la figure obtenue admettent l'axe (d) et l'axe (Δ) comme axe de symétrie:



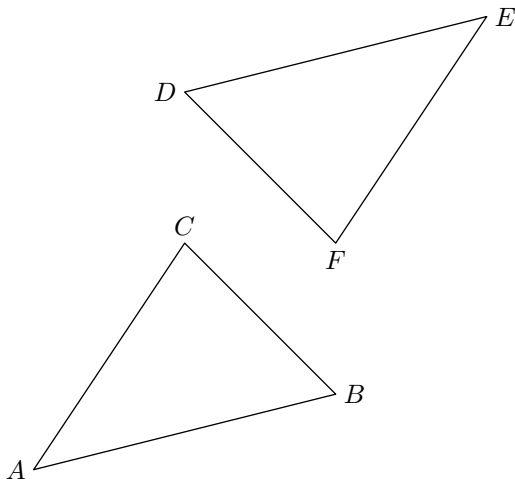
Exercice E.27 (*)

1. Tracer le triangle ABC tel que :
 $AB = 4\text{cm}$; $BC = 5\text{cm}$; $AC = 6\text{cm}$
2. Placer un point O tel que le segment $[AO]$ mesure les deux quart de $[AC]$.
3. Tracer le symétrique $A'B'C'$ du triangle ABC par rapport au point B .
4. Que pouvez-vous dire sur les segments $[AB]$ et $[A'B']$.

Exercice E.28 (*)

On considère la figure ci-dessous :

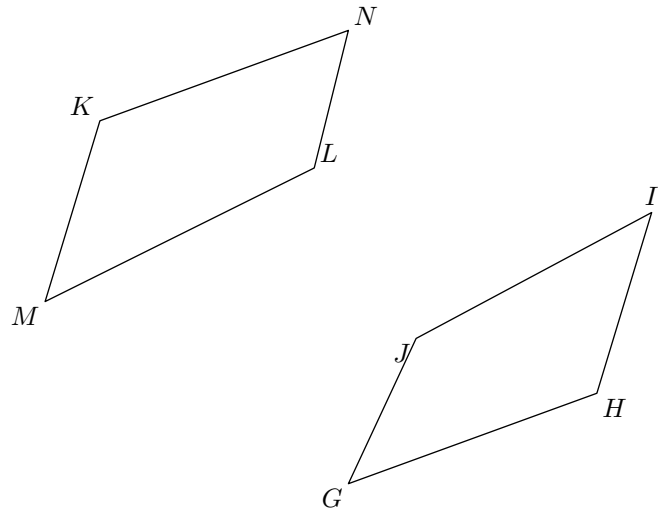
1. Le triangle DEF a été obtenu à partir du triangle ABC par une symétrie centrale : le but de cette question est de retrouver le centre de symétrie :



- a. Sachant que le triangle DEF a été obtenu par la symétrie centrale du triangle ABC , compléter les phrases suivantes :
 - ➡ L'image du point A est le point
 - ➡ L'image du point B est le point
 - ➡ L'image du point C est le point
- b. Tracer les segments $[AE]$, $[BD]$ et $[CF]$.
 Que remarquez-vous?

- c. Nommer O le point de concourance de ces segments. Quelle propriété doit-on vérifier pour montrer que les points A et E sont symétriques par rapport au point O ?
- d. Vérifier également que les couples de points suivant admettent le point O pour centre de symétrie :
 $B ; D$ et $C ; E$

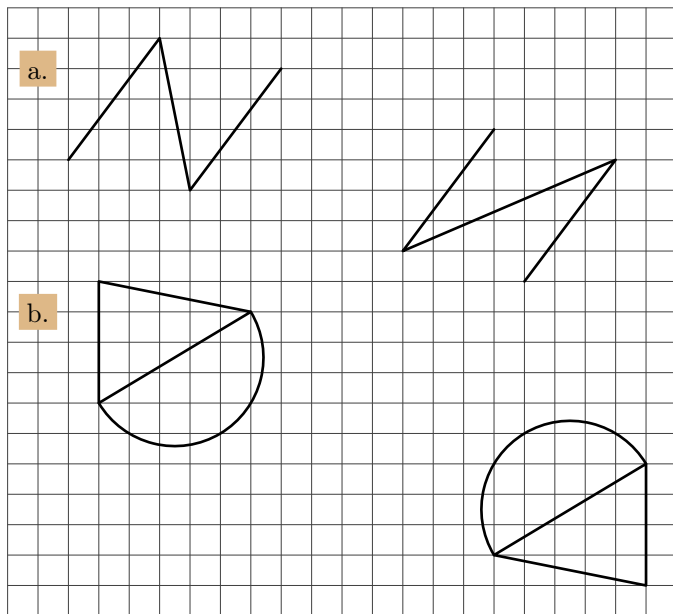
2. Dans cette question nous allons montrer que le quadrilatère $KNLM$ ne peut être obtenu par le symétrique du quadrilatère $IJGH$:



- a. Si le quadrilatère $IJGH$ était le symétrique du quadrilatère $KNLM$, compléter les phrases :
 - ➡ L'image du point I est le point
 - ➡ L'image du point J est le point
 - ➡ L'image du point G est le point
 - ➡ L'image du point H est le point
- b. Tracer chacun des segments reliant un point du quadrilatère $IJGH$ au point supposé symétrique.
- c. Que remarquez-vous? Conclure.

Exercice E.29 (*)

Etudier les deux figures suivantes afin de déterminer ou non la présence d'un centre de symétrie :



Exercice E.30 (*)

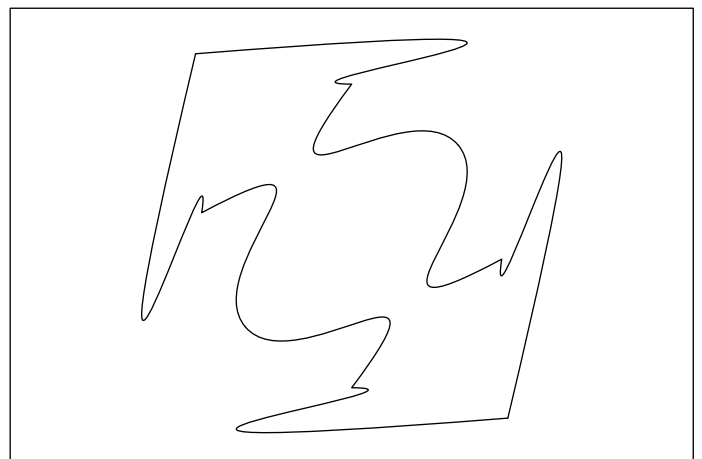
Déterminer l'axe de symétrie composé par ces deux textes :

La symétrie axiale
affiche les mots
avec un effet
miroir

La symétrie axiale
affiche les mots
avec un effet
miroir

Exercice E.31 (*)

On considère la figure ci-dessous :



Tracer l'ensemble des axes de symétries de cette figure en vous servant de votre compas et de votre règle non-graduée ; les traits de construction doivent être présents.

F. Systèmes de deux équations à deux inconnues :

Exercice F.1 (*)

On considère l'équation (E) à deux inconnues :
 $(E) : 2x - y = 3$

1. Parmi les couples ci-dessous, lesquels vérifient l'équation :

- a. $(2; 1)$ b. $(-4; 2)$ c. $(3; 3)$

2. Donner deux autres couples vérifiant cette égalité.

Exercice F.2 (*)

On considère le système (E) de deux équations à deux inconnues :

$$(E) : \begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

Parmi les couples ci-dessous, lesquels sont solutions du système (E) :

- a. $(1; -2)$ b. $(2; 1)$ c. $(-3; 6)$

Exercice F.3 (*)

Jean est allé à la "tiendita" de sa rue et a acheté 2 canettes de soda et 1 paquet de pop-corn pour 19 pesos.

Le lendemain, il achète 2 canettes et 2 paquets de pop-corn pour 27 pesos.

1. Combien coûte un paquet de pop-corn?
2. En déduire le prix d'une canette de soda.
3. Vérifier que les valeurs trouvées vérifient bien l'énoncé.

Exercice F.4 (*)

Un collégien effectue deux achats :

- 3 crayon et 2 stylos noirs pour 10,80 pesos
- 1 crayon et 1 stylo noir pour 4,80 pesos.

1. a. Quel aurait été le prix de 3 crayons et de 3 stylo noir.
b. En déduire le prix d'un stylo noir.
2. Déterminer le prix d'un crayon.
3. Vérifier que les prix trouvés vérifient les conditions de l'énoncé.

Exercice F.5 (*)

On considère le système d'équations suivants :

$$(S) : \begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ 5x - 2y = 16 \end{cases}$$

Déterminer l'unique couple solution du système (S).

Exercice F.6 (*)

Un classeur coûte 1,80€ de plus qu'un cahier.

Sachant que 3 classeurs et 2 cahiers coûtent 11,40€, donner le prix d'un classeur et d'un cahier.

Exercice F.7 (*)

On considère le système suivant : $(S) : \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$

Résoudre le système (S).

Exercice F.8 (*)

On considère le système d'équations suivants :

$$(S) : \begin{cases} 3x + 2y = 23 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Résoudre le système d'équations (S).

Exercice F.9 (*)

1. Résoudre par la méthode de combinaisons linéaires le système suivant :

$$(S) : \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 4x + 3y = 3 \end{cases}$$

2. Résoudre par la méthode de la substitution le système suivant :

$$(T) : \begin{cases} 3x + y = 16 \\ 8x - 5y = 12 \end{cases}$$

Exercice F.10 (*)

1. Résoudre le système : $(S) : \begin{cases} 3x + 2y = 66 \\ x + 3y = 57 \end{cases}$

2. Vérifier que, pour la solution $(x; y)$ trouvé, on a $\frac{x}{y} = \frac{4}{5}$.

Exercice F.11 (*)

1. Résoudre le système :

$$(S) : \begin{cases} 10x - 3y = 35 \\ 5x - 4y = -20 \end{cases}$$

2. Montrer que les valeurs trouvées pour x et y vérifient la condition suivante :

$$8\left(\frac{x-5}{y-5}\right) = 3\left(\frac{x+20}{y+20}\right)$$

Exercice F.12 (*)

1. Résoudre le système : $\begin{cases} 6x + 5y = 25 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$

2. Pierre et Jules achètent des poissons rouges et des poissons jaunes dans le même magasin spécialisé. Pour l'achat de 6 poissons rouges et de 5 poissons jaunes, Pierre dépense 25 euros. Pour l'achat de 2 poissons rouges et de 3 poissons jaunes, Jules dépense 11 euros.

- a. Quel est le prix d'un poisson rouge?
- b. Quel est le prix d'un poisson jaune?

La démarche suivie sera expliquée sur la copie.

Exercice F.13 (*)

1. Résoudre le système : $\begin{cases} 3x + 2y = 50,30 \\ x + 3y = 32,75 \end{cases}$

2. A la pépinière "Fruitfleur", un client achète 3 orangers et 2 citronniers pour 50,30 euros. Un autre client paye 32,75 euros pour 1 oranger et 3 citronniers. On désigne par x le prix d'un oranger et y celui d'un citronnier.

- a. Ecrire un système de deux équations qui traduit le problème.
- b. Calculer le prix d'un oranger et le prix d'un citronnier.

Exercice F.14 (*)

On considère le système suivant : $(S) : \begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ 5x + 10y = 20 \end{cases}$

Résoudre le système (S).

Exercice F.15 (*)

On considère le système (S) d'équations : $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$

Résoudre le système (S).

Exercice F.16 (*)

Un zoo propose deux tarifs d'entrée : un tarif pour les adultes et un autre pour les enfants.

Un groupe constitué de quatre enfants et d'un adulte paie 22 euros.

On peut traduire ces données par l'équation à deux inconnues :

$$4x + y = 22 \quad \text{noté } (E_1).$$

1. Que représente l'inconnue x et que représente l'inconnue y dans cette équation?

Un autre groupe constitué de six enfants et de trois adultes paie 42 euros.

2. Traduire cette information par une seconde équation notée (E_2) , dépendant des deux inconnues x et y .
3. Résoudre le système constitué des deux équations (E_1) et (E_2) précédentes.
4. Quel est le prix d'une entrée pour un enfant et quel est

celui d'une entrée pour un adulte?

Exercice F.17 (*)

Un client d'une quincaillerie regarde les deux tickets de caisse suivant :

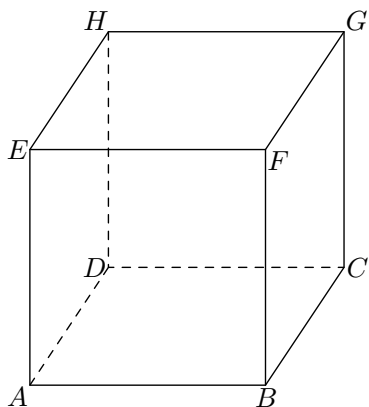
- 6 kilogrammes de vernis et 4 litres de cire ont coûté 95 €.
- 3 kilogrammes de vernis et 3 litres de cire ont coûté 55,50 €.

Déterminer le prix d'un kilogramme de vernis et le prix d'un litre de cire.

G. Le théorème de Pythagore :

Exercice G.1 (*)

On considère le cube $ABCDEFGH$ de côté 4 cm représenté ci-dessous :

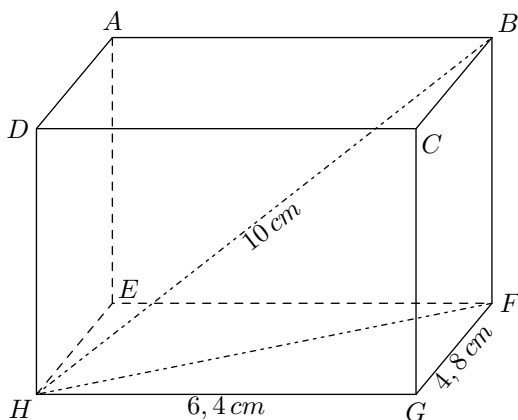


1. a. Combien de sommets comporte ce cube?
b. Combien d'arêtes comporte ce cube?
c. Combien de faces comporte ce cube?
2. Déterminer le volume de ce cube.
3. Déterminer l'aire latérale de ce cube.

Exercice G.2 (*)

On considère le pavé droit $ABCDEFGH$ représenté ci-dessous dont on connaît les mesures suivantes :

$$HG = 6,4 \text{ cm} ; FG = 4,8 \text{ cm} ; HB = 10 \text{ cm}$$

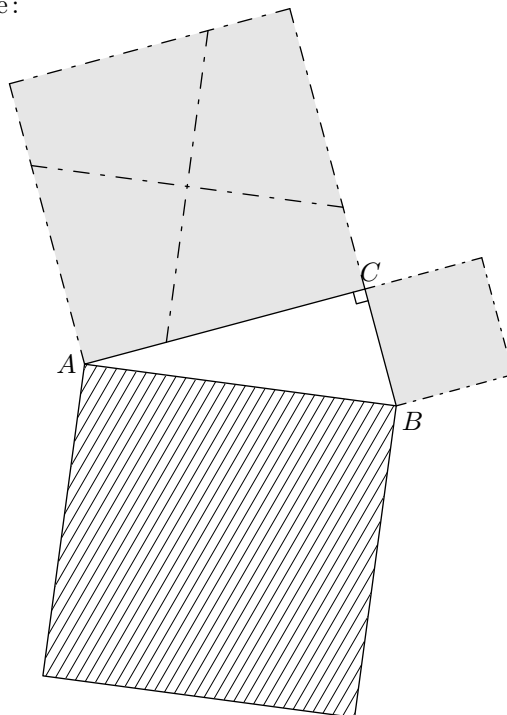


Déterminer la mesure exacte de la hauteur $[FB]$ de ce par-

allélépipède rectangle.

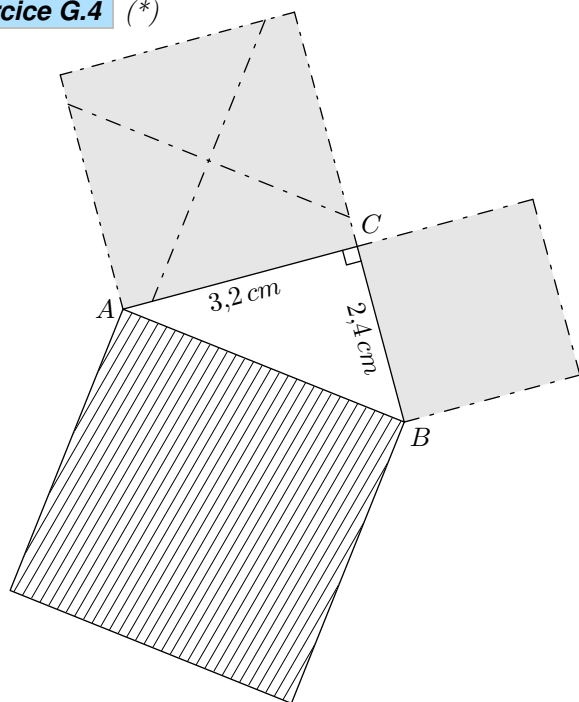
Exercice G.3 (*)

La figure ci-dessous est composée d'un triangle ABC rectangle en C . Sur chacun des côtés du triangle ABC est construit un carré :



Découper les cinq parties présentées, sur la figure, en pointillés et trouver le "bon" pavage avec ces cinq parties recouvrant l'intégralité du grand carré hachuré.

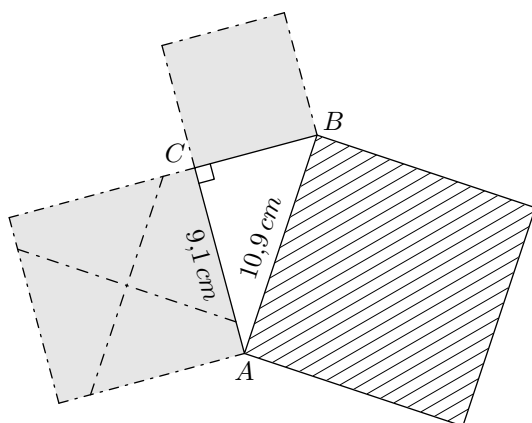
Exercice G.4 (*)



On admet que le découpage proposé recouvre parfaitement le carré hachuré construit à partir du côté $[AB]$. Déterminer la mesure exacte du segment $[AB]$.

Exercice G.5 (*)

Le triangle ABC ci-dessous est rectangle en C .

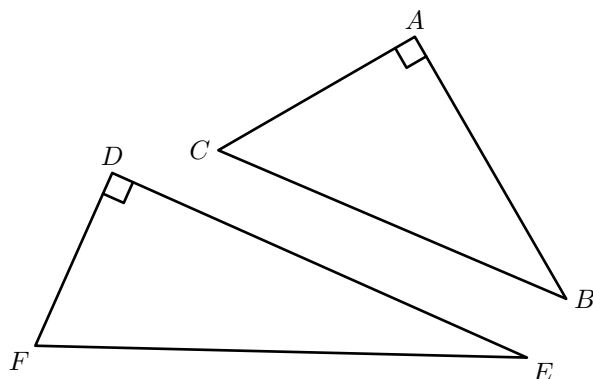


On admet que le découpage proposé des carrés grisés permet de recouvrir parfaitement et entièrement le carré hachuré.

Déterminer la longueur du côté $[BC]$.

Exercice G.6 (*)

On considère les deux triangles ABC et DEF rectangles respectivement D et A représentés ci-dessous :



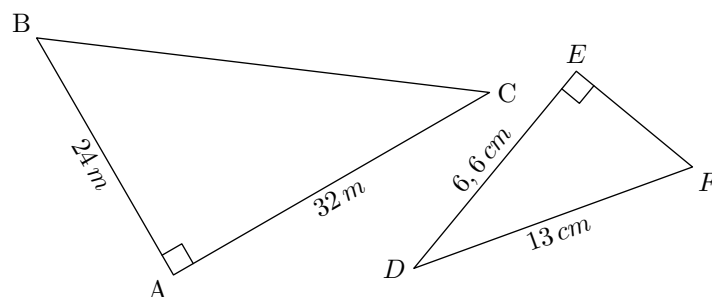
1. Compléter le tableau ci-dessous ; la première ligne est à compléter en prenant les mesures sur les triangles :

	AB	BC	AC	ED	DF	EF
x						
x^2						

2. Pour chaque triangle, écrire une expression de la forme : $a^2 + b^2 = c^2$ où les nombres a, b, c représentent les longueurs du triangle.

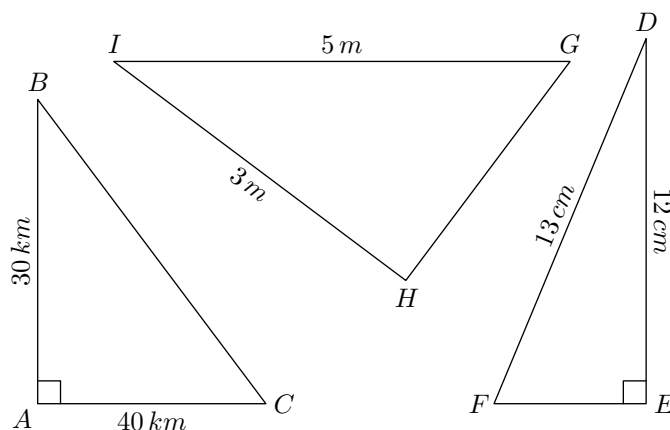
Exercice G.7 (*)

Dans chacun des triangles ci-dessous, déterminer la longueur inconnue.



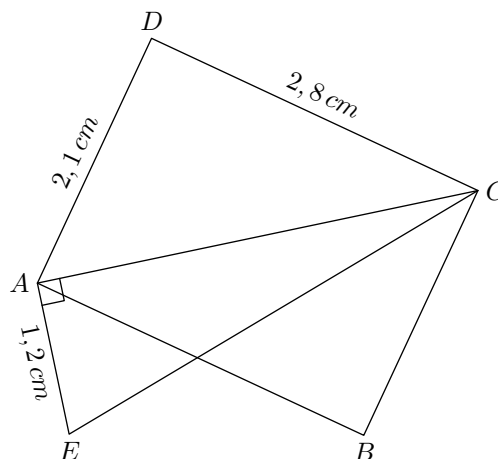
Exercice G.8 (*)

Pour chaque triangle, déterminer, si possible, la longueur inconnue.



Exercice G.9 (*)

Dans la figure ci-dessous, $ABCD$ est un rectangle et ACE est un triangle rectangle en A .

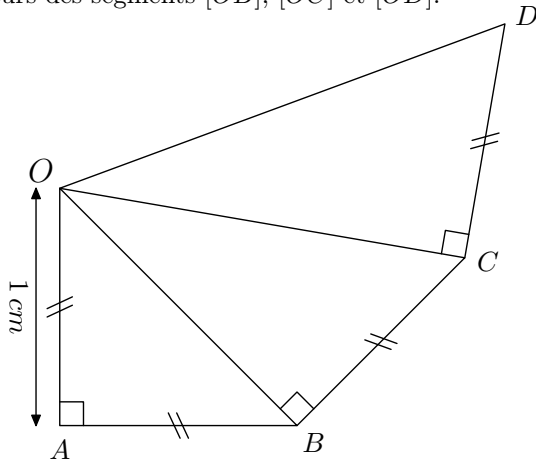


1. a. Justifier que le triangle ADC est un triangle rectangle en D .
b. Déterminer la mesure du segment $[AC]$.

2. Déterminer la mesure du segment $[EC]$.

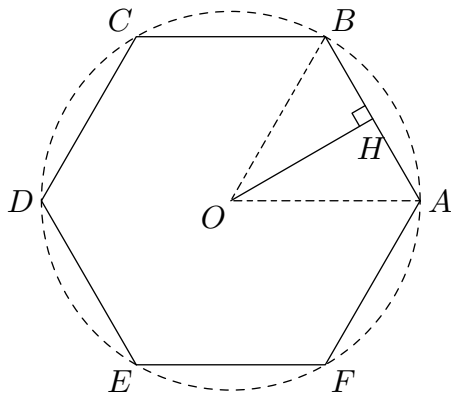
Exercice G.10 (*)

Sans aucune justification, donner la mesure exacte des longueurs des segments $[OB]$, $[OC]$ et $[OD]$.



Exercice G.11 (*)

Considérons l'hexagone régulier $ABCDEF$ de centre O représenté ci-dessous :



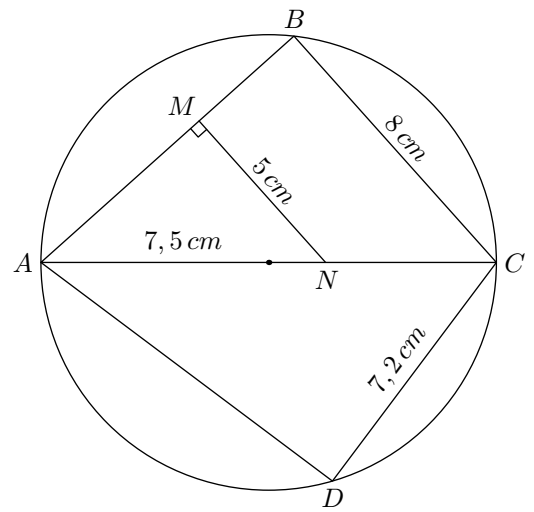
Le rayon du cercle a pour mesure 4 cm . Le point H est la hauteur issue du sommet O dans le triangle OAB .

1. a. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$. Justifier votre démarche.
 b. En déduire la mesure du segment $[AB]$.
 c. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{AOH}$. Justifier votre démarche.
2. Déterminer le périmètre de l'hexagone $ABCDEF$.
3. On donnera les mesures ci-dessous au centième de centimètres carrés.
 a. Déterminer l'aire du triangle OAB .
 b. En déduire l'aire de cet hexagone.

Exercice G.12 (*)

On considère le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[AC]$. Les points B et D sont deux points du cercle $\mathcal{C}$.

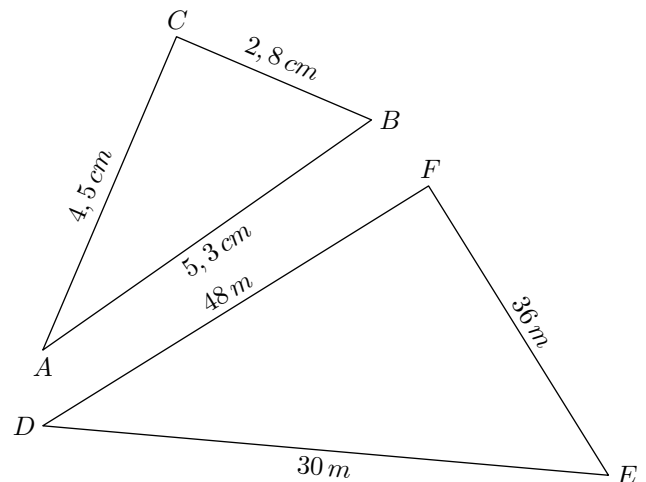
Le point M est un point du segment $[AB]$ et le point N est un point du segment $[AC]$ tels que $(AB) \perp (MN)$.



1. Justifier que les droites (BC) et (MN) sont parallèles.
2. Justifier que le segment $[AC]$ a pour longueur 12 cm .
3. On admet que le triangle ADC est rectangle en D . Déterminer la mesure du segment $[AD]$.
4. Déterminer la mesure, arrondie au degré près, de l'angle $\widehat{DAC}$.

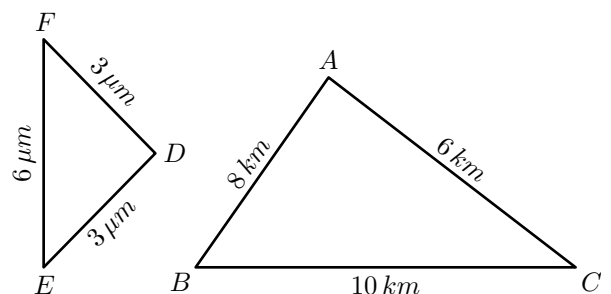
Exercice G.13 (*)

Déterminer la nature de chacun des triangles ci-dessous :



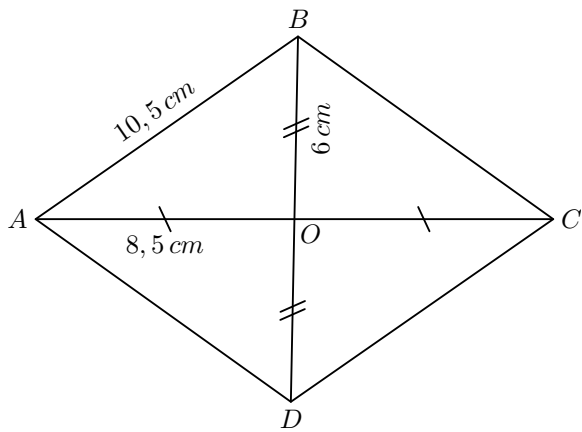
Exercice G.14 (*)

Déterminer la nature de chacun des triangles ci-dessous :



Exercice G.15 (*)

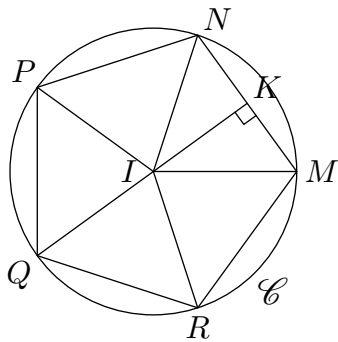
On considère le quadrilatère $ABCD$ représenté ci-dessous :



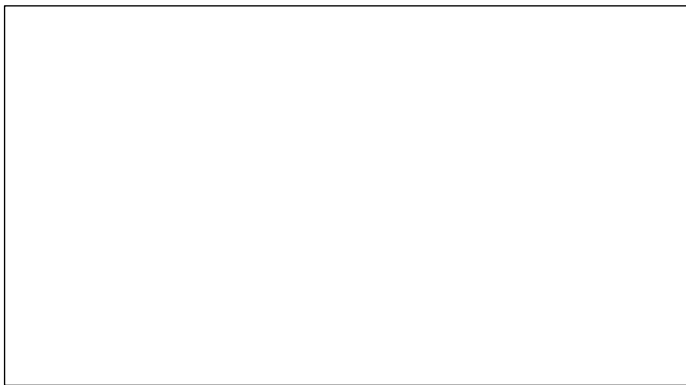
1. Justifier que $ABCD$ est un parallélogramme.
2. $ABCD$ est-il un rectangle? Justifier votre réponse.
3. $ABCD$ est-il un losange? Justifier votre réponse.

Exercice G.16 (*)

On considère le pentagone régulier $MNPQR$ inscrit dans le cercle $\mathcal{C}$ de centre I représenté en réduction ci-contre où le segment $[MN]$ mesure 12 m en vraie grandeur. Le point K représente le pied de la hauteur issue de I



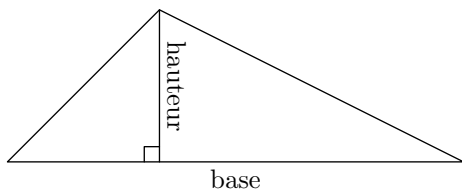
1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{MNI}$.
2. On souhaite représenter dans le cadre ci-dessous, le triangle IMN à l'échelle $\frac{1}{4000}$



- a. Donner la mesure du segment représentant le côté $[MN]$.
 - b. Effectuer la représentation du triangle IMN dans le cadre en y ajoutant la hauteur $[IK]$
3. En déduire une valeur approchée au mètre près de la hauteur $[IK]$.

Exercice G.17 (*)

On rappelle que l'aire d'un triangle se calcule par la formule :

$$\frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$$


Rémy dispose de 96 m de grillage avec lesquels il souhaite

construire un enclos pour son poney. Il cherche quelle forme donner à son enclos pour que celui-ci ait la plus grande surface possible.

Toutes les parties sont indépendantes

Partie 1

Sa première idée est de réaliser un rectangle avec les 96 m de grillage. Calculer la longueur et la largeur de ce rectangle sachant que :

- la longueur est le double de la largeur ;
- son périmètre est 96 m .

Calculer l'aire de ce rectangle de 96 m de périmètre.

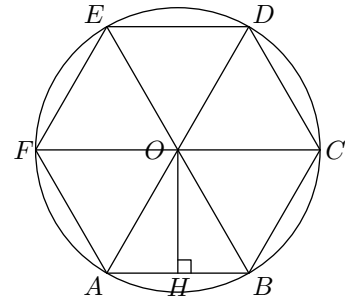
Partie 2

Sa deuxième idée est de réaliser un carré. Calculer l'aire d'un carré de 96 m de périmètre

Partie 3

Sa troisième idée est de réaliser un hexagone régulier.

Le schéma à main levée ci-contre représente un hexagone régulier $ABCDEF$ de 96 m de périmètre. IL est inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 16 m . Le segment $[OH]$ est une hauteur du triangle équilatéral OBH .



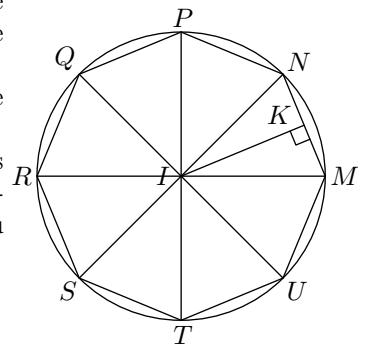
1. Calculer la longueur OH , exprimée en m . En donner l'arrondi au centimètre près.
2. Utiliser ce résultat pour calculer l'aire du triangle OBA , exprimée en m^2 et arrondi au $\frac{1}{10}$.
3. En déduire l'arrondi à l'unité de l'aire d'un hexagone régulier de 96 m de périmètre.

Partie 4

Sa quatrième idée est de réaliser un octogone régulier de 96 m de périmètre.

La figure ci-contre représente le plan réalisé par Rémy.

Cet octogone est inscrit dans un cercle de centre I . Le segment $[IK]$ est une hauteur du triangle isocèle IMN .



1. Vérifier que $MN = 12\text{ m}$ dans la réalité.
2. En prenant pour échelle 1 cm pour 4 m , représenter dans le cadre ci-dessous le triangle IMN , puis le point K . Laisser apparents tous les traits de construction.



3. Mesurer sur votre plan la longueur IK .
Combien de mètres cela représente-t-il dans la réalité?
4. En déduire l'aire du triangle MIN , puis, à partir de cette valeur, calculer l'aire d'un octogone régulier de 96 m de périmètre.

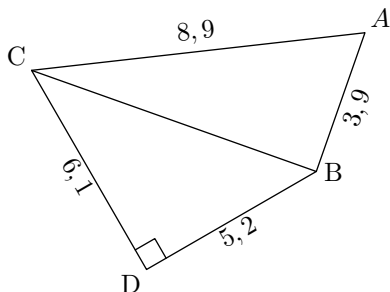
Partie 5

Les recherches ont permis à Rémy de remarquer que l'aire d'un polygone régulier de 96 m de périmètre semble augmenter quand on augmente le nombre de ses côtés. Il imagine qu'un enclos circulaire aurait peut-être une surface encore plus grande.

1. Quel rayon faut-il prendre pour avoir un disque de périmètre 96 m ?
2. En déduire l'aire d'un disque ayant pour périmètre 96 m .

Exercice G.18 (*)

On considère les deux triangles ABC et BCD représentés ci-dessous :

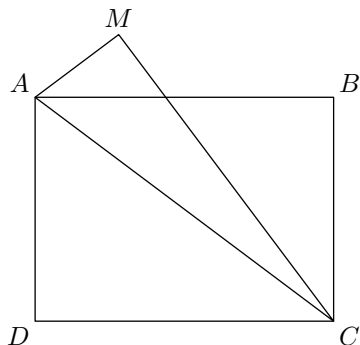


1. Calculer la longueur du segment $[BC]$ arrondie au dixième près.
2. Le triangle ABC est-il rectangle?

Exercice G.19 (*)

On considère un rectangle $ABCD$ ayant 20 cm pour longueur et 15 cm de largeur. Le point M est un point du plan tel que :
 $AM = 7\text{ cm}$; $MC = 24\text{ cm}$

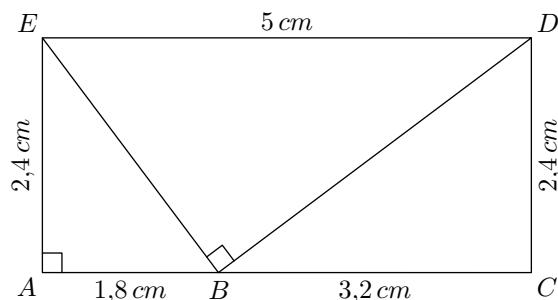
Une représentation de cette configuration est donnée ci-contre :



1. Justifier que le triangle ADC est rectangle en D .
2. Déterminer la mesure du segment $[AC]$.
3. Montrer que le triangle AMC est un triangle rectangle.

Exercice G.20 (*)

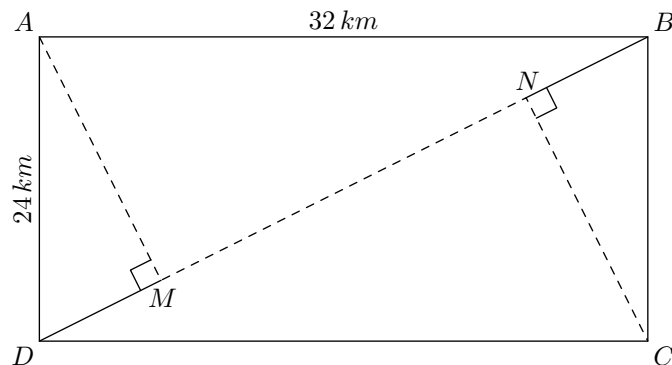
On considère la figure ci-dessous où les points A, B, C sont alignés et les triangles ABE et EBD sont respectivement rectangles en A et B .



1. Démontrer que le segment $[BD]$ a pour longueur 4 cm .
2. Justifier que le triangle BCD est un triangle rectangle en C .

Exercice G.21 (*)

Un parc forestier est représenté ci-dessous par le rectangle $ABCD$:



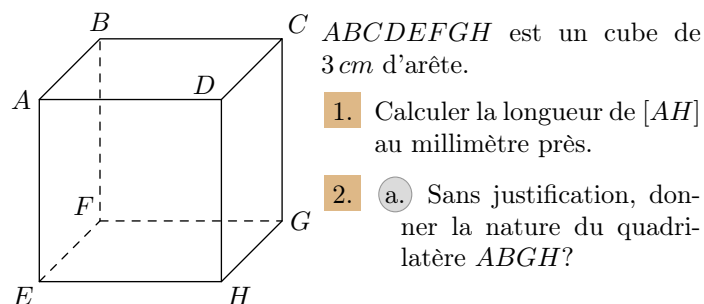
Pour traverser de A en C cette forêt, un chemin représenté en pointillé a été percé à travers le parc.

1. a. Déterminer l'aire du triangle ABD .
b. Déterminer la longueur du segment $[BD]$
c. Comment s'appelle le segment $[AM]$ pour le triangle ABD ?
d. Déduire des questions précédentes la longueur du segment $[AM]$.

On admet que les triangles AMD et BCN sont de dimensions identiques.

2. a. Déterminer la longueur du segment $[DM]$.
b. En déduire la longueur du segment $[MN]$.
3. Donner la longueur totale du chemin traversant cette forêt.

Exercice G.22 (*)



$ABCDEFGH$ est un cube de 3 cm d'arête.

1. Calculer la longueur de $[AH]$ au millimètre près.
2. a. Sans justification, donner la nature du quadrilatère $ABGH$?

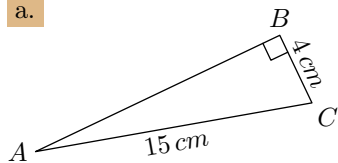
- b. On admet que le triangle BAH est un triangle rectangle. Calculer la longueur de $[AG]$ au millimètre près.

Exercice G.23 (*)

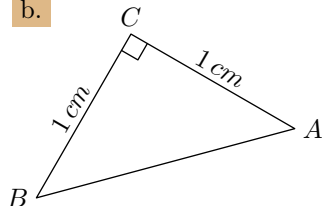
Les figures ne sont pas dessinées aux dimensions réelles.

Pour chacun des triangles, déterminer la longueur du segment $[AB]$, au dixième de centimètre près :

a.

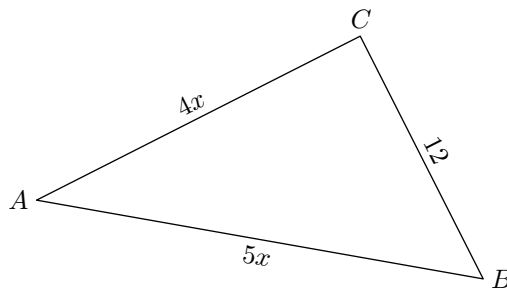


b.



Exercice G.24 (*)

On considère le triangle ABC ci-dessous où certaines des mesures du triangle sont exprimées en fonction d'une valeur indéterminée notée x :



Sans justification, déterminer une valeur de x pour laquelle le triangle ABC est rectangle en C .

H. Généralité et fonctions linéaires :

Exercice H.1 (*)

- Tracer un repère $(O; I; J)$ orthonormal d'unité 1 cm définie comme suit :
 - l'axe des abscisses doit représenter tous les nombres allant de -3 à 3 ;
 - l'axe des ordonnées doit représenter tous les nombres allant de -4 à 4 .

- On considère la fonction f définie par la relation :
 $f : x \mapsto 1,5x + 1$

- a. Compléter le tableau ci-dessous :

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$						

- b. Dans le repère de la question 1., placer les six points de coordonnées $(x; f(x))$ obtenus dans le tableau précédent.
- c. Que remarque-t-on sur la position de ces points?
- On considère la fonction g dont l'image d'un nombre x est définie par :
 $g(x) = 0,5 \cdot x^2 - 3$

- a. Compléter le tableau ci-dessous :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$g(x)$							

- b. Placer dans le repère, les sept points de coordonnées $(x; g(x))$ obtenus à partir du tableau précédent et les relier entre eux par une courbe.

Exercice H.2 (*)

On considère les deux fonctions f et g dont les images d'un nombre x sont définies par les relations :

$$f(x) = 2x - 1 \quad ; \quad g(x) = x^2 - 2x + 3$$

- Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-2	1	4
$f(x)$			

x	-1	0	2
$g(x)$			

- Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre 2 par la fonction f .
 - A l'aide de la question 1., que peut-on dire des antécédents du nombre 3 par la fonction g .

Exercice H.3 (*)

Soit $ABCD$ un carré de côté $x\text{ cm}$.

- Compléter le tableau suivant :

x	0	0,5	1	2	3	4	5
Périmètre (P_x)							
Aire (A_x)							

- Le passage de la 1^o ligne à la 2^o ligne est un phénomène de proportionnalité car :

.....

Le passage de la 1^o ligne à la 3^o ligne n'est pas un phénomène de proportionnalité car :

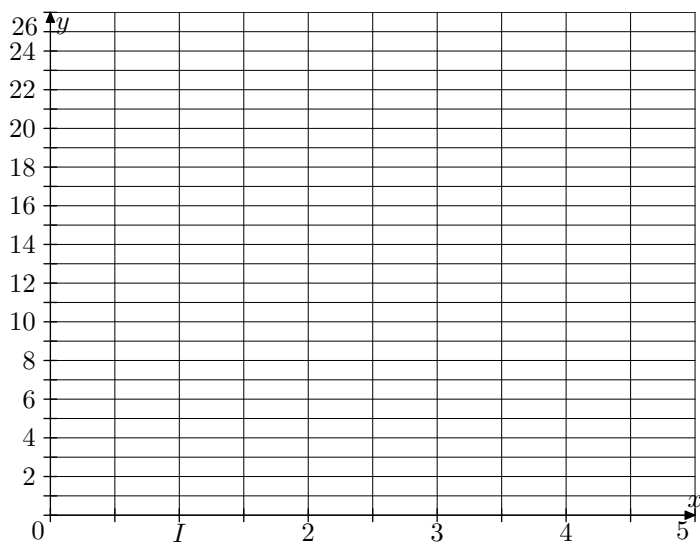
_____ = _____ et _____ = _____

.....

- On note $(\mathcal{P})$, la courbe formée des points dont les coordonnées sont de la forme $(x; P_x)$.

On note $(\mathcal{A})$, la courbe formée des points dont les coordonnées sont de la forme $(x; A_x)$.

- Dans le repère ci-dessous, effectuer le tracé des courbes $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{A})$:

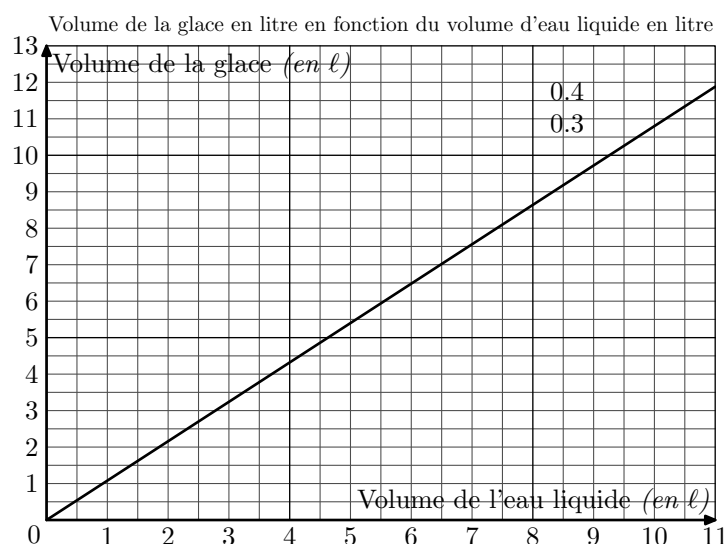


- b. Compléter la phrase suivante :

La représentation d'une situation de proportionnalité est une passant par

Exercice H.4 (*)

L'eau en gelant augmente volume. Le segment de droite ci-dessous représente le volume de glace (en litres) obtenu à partir d'un volume d'eau liquide (en litres).



- En utilisant le graphique, répondre aux questions suivantes :
 - Quel est le volume de glace obtenu à partir de 6 litres de liquide?
 - Quel volume d'eau liquide faut-il mettre à geler pour obtenir 10 litres de glace?
- Le volume de glace est-il proportionnel au volume d'eau liquide? Justifier.
- On admet que 10 litres d'eau donnent 10,8 litres de glace. De quel pourcentage ce volume augmente-t-il en gelant?

Exercice H.5 (*)

On considère une fonction linéaire f dont la représentation graphique passe par le point de coordonnée $(2; -3)$.

Déterminer l'expression algébrique de la fonction f .

Exercice H.6 (*)

On considère une fonction f qui admet le tableau de valeur ci-dessous :

x	-1	0	3	4	6
$f(x)$	-3	0	9	12	18

- Justifier que le tableau de valeurs est un tableau de proportionnalité.
- Parmi les expressions ci-dessous, laquelle représente l'expression de la fonction f ?

a. $f(x) = x + 3$ b. $f(x) = 3x$ c. $f(x) = \frac{x}{3}$

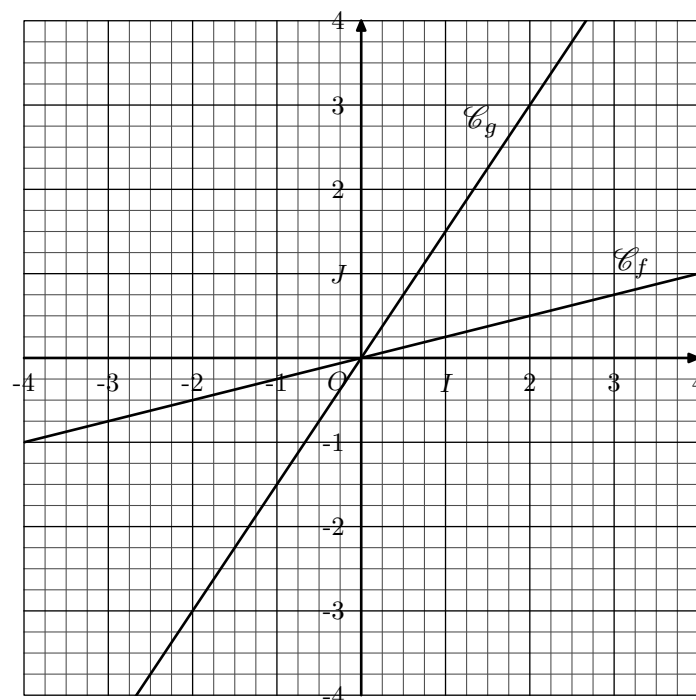
Exercice H.7 (*)

On considère la fonction f linéaire ayant pour coefficient directeur $\frac{2}{3}$.

- Déterminer l'expression de la fonction f .
- Quels sont les images des nombres 6 et 8 par la fonction f ?
- Quel est l'antécédent du nombre -2 par la fonction f ?

Exercice H.8 (*)

Dans le repère orthonormé $(O; I; J)$ ci-dessous, ont été représentées les courbes représentatives de deux fonctions f et g représentées par des droites passant par l'origine du repère.



- Par lecture graphique, relever les coordonnées de points de ces deux droites afin de compléter le tableau ci-dessous avec les valeurs de votre choix :

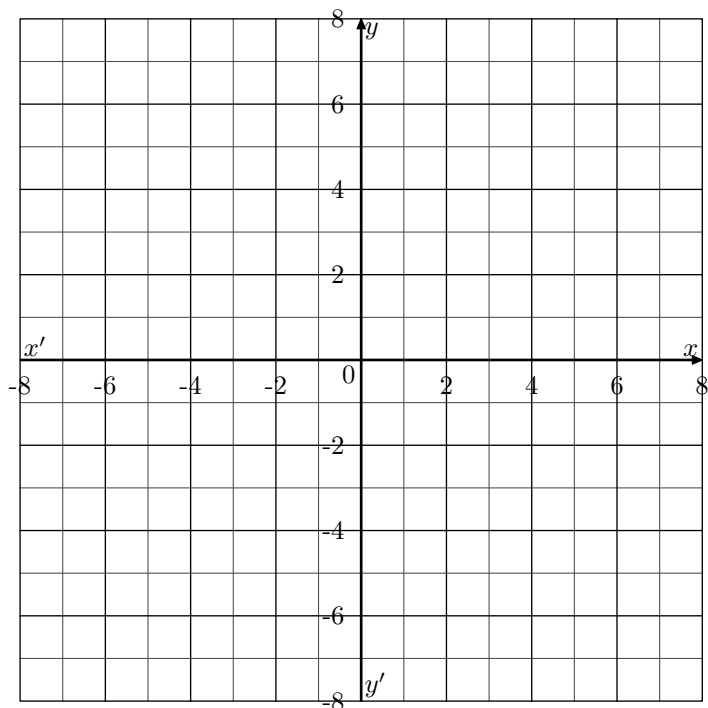
x					
$f(x)$					

x					
$g(x)$					

2. Justifier que ces deux tableaux sont des tableaux de proportionnalité?

Exercice H.9 (*)

On considère la fonction linéaire f de coefficient directeur 1,5 et le repère orthonormal donnée ci-dessous :



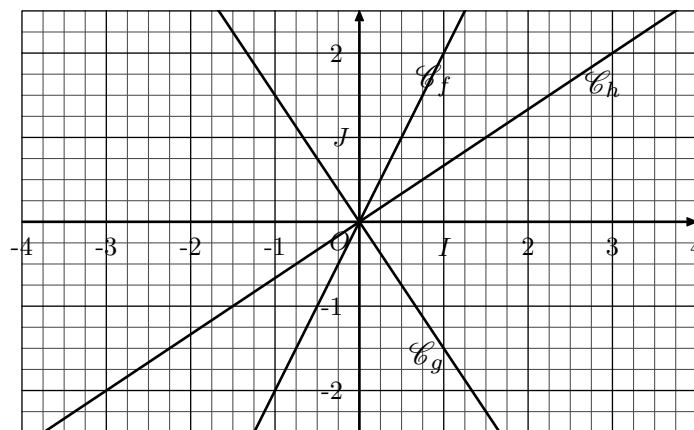
1. Ecrire l'expression algébrique de la fonction f .
2. a. Compléter le tableau ci-dessous avec les valeurs de votre choix afin d'obtenir un tableau de valeurs de la fonction f

x						
$f(x)$						

- b. Placer l'ensemble de ces points dans le repère. Que remarque-t-on?
- c. Tracer la courbe représentative de la fonction f .

Exercice H.10 (*)

On considère les trois courbes $\mathcal{C}_f$, $\mathcal{C}_g$ et $\mathcal{C}_h$ données ci-dessous dans le repère $(O; I; J)$ représentatives de trois fonctions f , g et h .

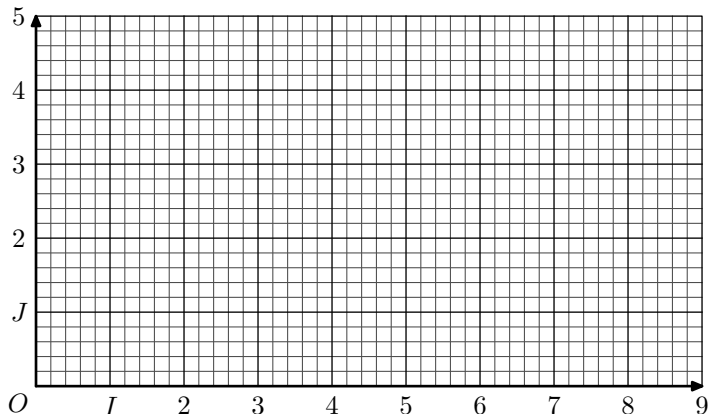


1. Justifier graphiquement que les trois fonctions f , g et h sont des fonctions linéaires.
2. Déterminer graphiquement le coefficient directeur de ces trois fonctions.

I. Fonctions affines:

Exercice I.1 (*)

On considère le plan muni d'un repère orthonormal $(O; I; J)$ représenté ci-dessous :



On considère les deux fonctions f et g définies par :

$$f(x) = -\frac{1}{4} \cdot x + 4 \quad ; \quad g(x) = \frac{1}{3} \cdot x$$

1. a. Donner la nature des deux fonctions f et g .
- b. Compléter les deux tableaux de valeurs suivants :

x	0	4	6	8
$f(x)$				

x	0	3	6	9
$g(x)$				

2. Effectuer le tracé des courbes représentatives des fonctions f et g dans le repère ci-dessous.
3. Les courbes représentatives $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ vont permettre d'obtenir les valeurs approchées des images et des antécédents de nombres par ces deux fonctions. Laisser les traits de constructions permettant de répondre aux questions suivantes :
 - a. Déterminer la valeur approchée de l'image de 2 par la fonction f .
 - b. Déterminer la valeur approchée de l'image de 4 par la fonction g .
 - c. Déterminer le(s) valeur(s) approchée(s) des antécédent(s) du nombre 2 par la fonction f .
 - d. Déterminer le(s) valeur(s) approchée(s) des antécédent(s) du nombre 2,5 par la fonction g .

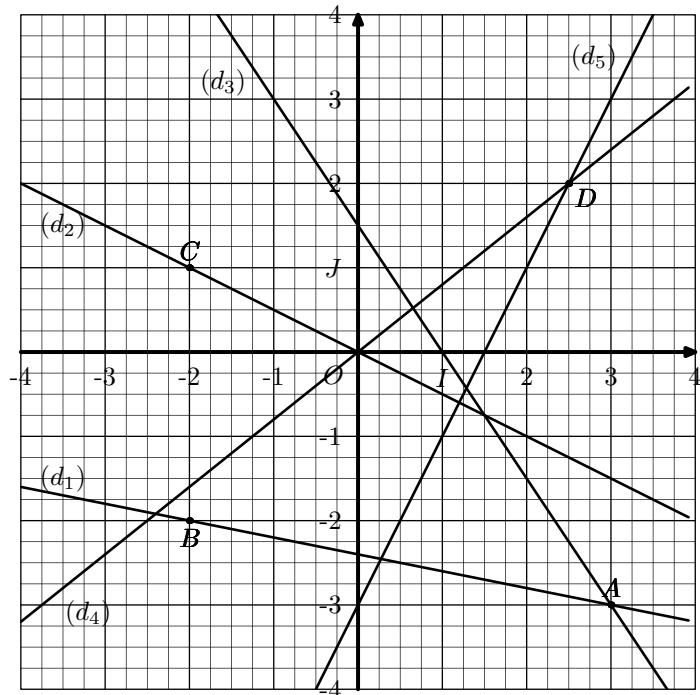
Exercice I.2 (*)

On considère la fonction f affine de coefficient directeur 2 et d'ordonnée à l'origine 1

1. Déterminer l'expression algébrique de la fonction f .
2. Déterminer l'image du nombre 3 par la fonction f .
3. Déterminer l'antécédent du nombre 5 par la fonction f .

Exercice I.3 (*)

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; I; J)$, on considère les cinq droites ci-dessous :



On considère également les cinq fonctions affines suivantes :

$$f(x) = -0,2 \cdot x - 2,4 \quad ; \quad g(x) = -1,5 \cdot x + 1,5$$

$$h(x) = 0,8 \cdot x \quad ; \quad j(x) = -0,5 \cdot x \quad ; \quad k(x) = 2 \cdot x - 3$$

1. a. Donner les coordonnées du point A.
b. Déterminer les deux fonctions affines dont le point A appartient à leur représentation graphique.
c. Donner les coordonnées du point B.
d. En déduire la fonction affine ayant la droite (d_1) pour représentation.
2. a. Donner les coordonnées du point C.
b. Déterminer l'unique fonction affine, parmi celles définies dans l'énoncé, ayant le point C dans sa représentation graphique.
3. a. A l'aide des coordonnées du point D, déterminer les deux fonctions affines de l'énoncé ayant le point D dans la représentation graphique.
b. Quelle fonction admet la droite (d_4) pour représentation graphique?

Exercice I.4 (*)

Pour l'ensemble de ses chantiers, l'entreprise se fournit auprès de deux grossistes. Les tarifs proposés pour des paquets de 10 dalles sont :

- Grossiste A : 48 € le paquet, livraison gratuite.
- Grossiste B : 42 € le paquet, livraison 45 € quel que soit

le nombre de paquets.

1. Quel est le prix pour une commande de 9 paquets :
a. avec le grossiste A?
b. avec le grossiste B?

2. Exprimer en fonction du nombre n de paquets :

- a. le prix p_A en euros d'une commande de n paquets avec le grossiste A ;
- b. le prix p_B en euros d'une commande de n paquets avec le grossiste B.

Exercice I.5 (*)

La copie d'écran ci-dessous montre le travail qu'a effectué Camille à l'aide d'un tableur à propos des fonctions g et h définies par :

$$g(x) = 5x^2 + x - 7 \quad ; \quad h(x) = 2x - 7$$

Elle a recopié vers la droite les formules qu'elle avait saisies dans les cellules B2 et B3.

	B2	$f_x \sum =$	$=5 * B1 * B1 + B1 - 7$			
	A	B	C	D	E	F
1	x	-2	-1	0	1	2
2	$g(x) = 5x^2 + x - 7$	11	-3	-7	-1	15
3	$h(x) = 2x - 7$	-11	-9	-7	-5	-3

1. Donner un nombre qui a pour image -1 par la fonction g .
2. Ecrire les calculs montrant que : $g(-2) = 11$
3. Quelle formule Camille a-t-elle saisie dans la cellule B3?
4. a. Déduire du tableau une solution de l'équation : $5x^2 + x - 7 = 2x - 7$
b. Cette équation a-t-elle une autre solution que celle trouvée grâce au tableur?

Exercice I.6 (*)

Partie A

Une compagnie de transport maritime met à disposition deux bateaux appelés CatamaranExpress et FerryVogue pour une traversée inter-îles de 17 kilomètres.

1. Le départ de CatamaranExpress est à 5 h 45 min pour une arrivée à 6 h 15 min.
Calculer sa vitesse moyenne en km/h .
2. La vitesse moyenne de FerryVogue est de 20 km/h .
A quelle heure est prévue son arrivée s'il quitte le quai à 6 h?

Partie B

On donne en document annexe les représentations graphiques $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ de deux fonctions. L'une d'entre elles est la représentation graphique d'une fonction affine g définie par :

$$g(x) = 1\,000 \cdot x + 6\,000$$

A l'aide du graphique, répondre aux questions suivantes en faisant apparaître les tracés nécessaires à la lecture du graphique.

1. Lire les coordonnées du point E.

- Quelles sont les abscisses des points d'intersection des deux représentations graphiques.
- Laquelle de ces représentations est celle de g ? Justifier.
- Quelle est l'image de 12 par la fonction g ? Vérifier la réponse par un calcul.
- Quel est l'antécédente de 15 000 par la fonction g ? Retrouver ce résultat en résolvant une équation.

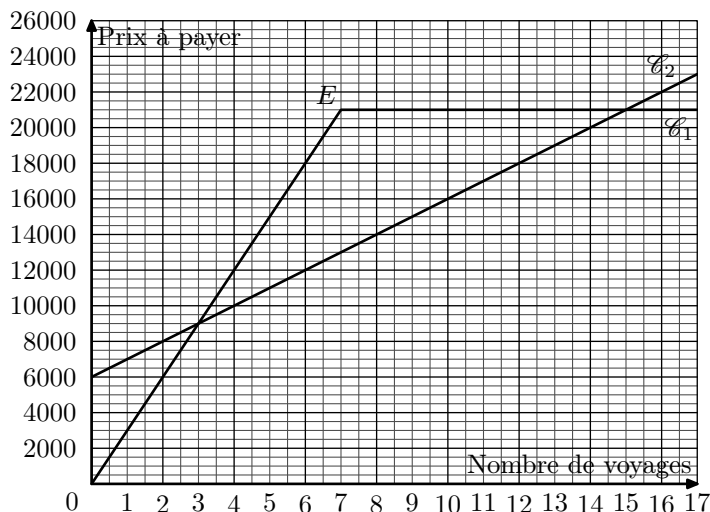
Partie C

La compagnie de transport maritime propose trois tarifs pour un voyage quel que soit le bateau choisi :

- Tarif M : on paie 2 500 chaque voyage.
- Tarif N : on paie une carte mensuelle à 6 000 francs par voyage auquel s'ajoute 1 000 francs pour chaque voyage.
- Tarif P : on paie 3 000 francs par voyage jusqu'au septième voyage puis on effectue gratuitement les autres traversées jusqu'à la fin du mois.

- Les prix à payer en fonction du nombre de voyages, avec deux de ces tarifs sont représentés par les courbes $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$. Indiquer sur votre copie pour chaque courbe, le tarif associé. (*Aucune justification attendue*).
- Sur le document annexe (*à rendre avec la copie*) où figurent $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$, construire la représentation graphique de la fonction f définie par :

$$f : x \mapsto 2\,500 \cdot x$$
- Par lecture graphique et en faisant apparaître les tracés utiles sur le document annexe, trouver pour combien de voyages le tarif N est plus avantageux que les deux autres.



Exercice 1.7 (*)

En physique, la tension U aux bornes d'une "résistance" est proportionnelle à l'intensité I du courant qui la traverse, c'est à dire :

$$U = R \times I$$

où R (valeur de la résistance) est le coefficient de proportionnalité.

On rappelle que l'unité de l'intensité est l'ampère et que l'unité de tension est le volt.

L'intensité I (en ampères)	0,02	0,03	0,04	0,08
Tension U (en volts)	3	4,5	6	12

- Vérifier que ce tableau est un tableau de proportionnalité.
 - Quel est le coefficient de proportionnalité?
 - Calculer la tension U si l'intensité I vaut 0,07 ampères.

On nomme f la fonction qui donne la tension U en fonction de l'intensité I .

- Préciser la nature de la fonction f et donner l'expression algébrique de $f(I)$.
- Dans le repère en annexe, tracer la représentation graphique de la fonction f .
- Lire graphiquement l'intensité quand $U = 10$ volts (*donner une valeur approchée avec la précision permise par le graphique*).

Déterminer par un calcul la valeur exacte de l'intensité quand $U = 10$ volts.

Partie B

En physique, la puissance P de la "résistance" est le produit de la tension U ses bornes et de l'intensité I qui la traverse, c'est à dire :

$$P = U \times I$$

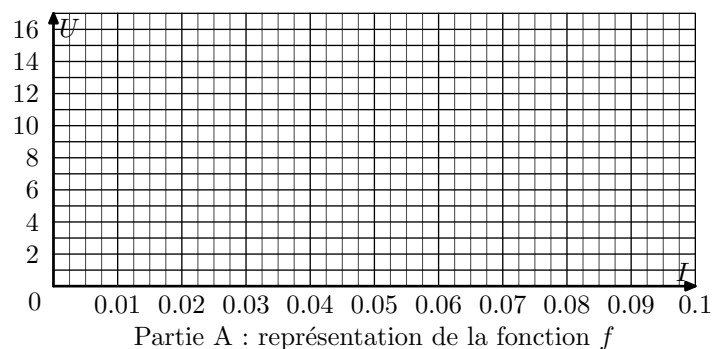
On rappelle que l'unité de puissance est le watt

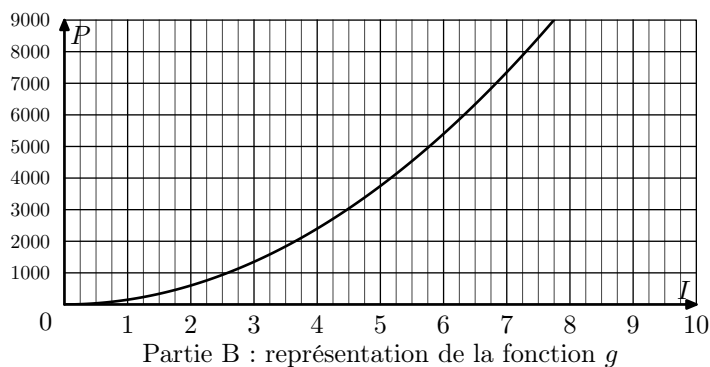
- En utilisant l'expression obtenue à la question 3 de la partie A, justifier que :

$$P = 150 \times I^2$$

On nomme g la fonction qui donne la puissance P en fonction de l'intensité I .

- Calculer l'image de 7,5 par la fonction g .
On donne, ci-dessous, la courbe représentative de la fonction g .
- Lire graphiquement la puissance P quand $I = 5$ ampères (*on fera apparaître sur le graphique les traits de construction ayant permis la lecture*).
- Lire graphiquement un antécédent de 2 500 par la fonction g (*on fera apparaître sur le graphique les traits de construction ayant permis la lecture*).
- La puissance P est-elle proportionnelle à l'intensité I ? Justifier la réponse.





Exercice 1.8 (*)

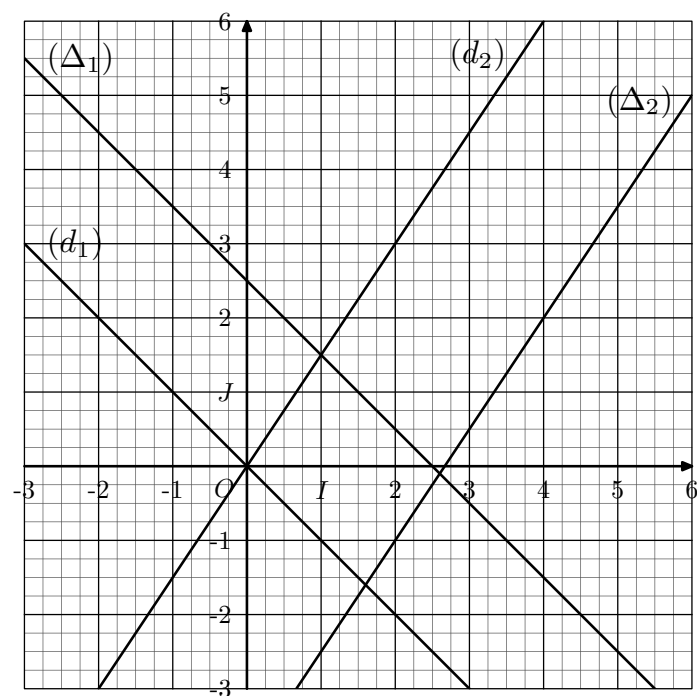
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions suivantes, trois réponses sont proposées, une seule est exacte.

Pour chaque question, indiquer sur la copie son numéro et recopier la réponse exacte.

Soit f la fonction définie par $f(x) = -2x + 3$				
1.	$f(x)$ est de la forme $ax + b$. La valeur de a est	3	-2	2
2.	L'image de 0 par f est :	1	1,5	3
3.	La droite qui représente la fonction f passe par le point	$A(-1; 1)$	$B(-1; 5)$	$C(1; -18)$
4.	L'antécédent de 4 par la fonction f est :	-5	$\frac{7}{2}$	$-\frac{1}{2}$
5.	La droite qui représente la fonction f coupe l'axe des ordonnées en	$D(1,5; 0)$	$E(0; 3)$	$F(0; 2)$

Exercice 1.9 (*)

Dans le plan muni du repère $(O; I; J)$, quatre droites sont représentées :



- Nommer les droites qui sont la représentation d'une fonction linéaire.

- Compléter les tableaux de valeurs suivants :

x	-3	0	1,5	2
y				

(d_1) :

x	-3	0	1,5	2
y				

(Δ_1) :

x	1	1,5	2	3,5
y				

(d_2) :

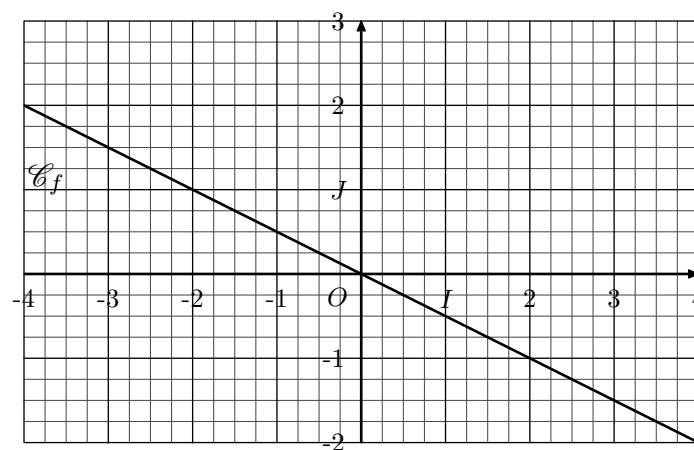
x	1	1,5	2	3,5
y				

(Δ_2) :

- Donner le coefficient directeur de la droite (d_1) .
 - Que peut-on dire des droites (d_1) et (Δ_1) ?
 - Comparer les secondes lignes de ces deux tableaux.
 - Soit $M(x; y)$ un point quelconque de la droite (Δ_1) . Parmi les égalités suivantes, donner celle qui permet de relier l'ordonnée y à l'abscisse x du point M :
 $y = -x - 2,5$; $y = -x + 2,5$
 $y = x - 2,5$; $y = x + 2,5$
- Déterminer le coefficient de proportionnalité du tableau lié à la droite (d_2) .
 - Donner l'expression de la fonction linéaire f associée à la droite (d_2) :
 $f : x \mapsto \dots$
 - En déduire l'expression de la fonction affine g ayant pour représentation la droite (Δ_2) .

Exercice 1.10 (*)

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$ représentée ci-dessous :



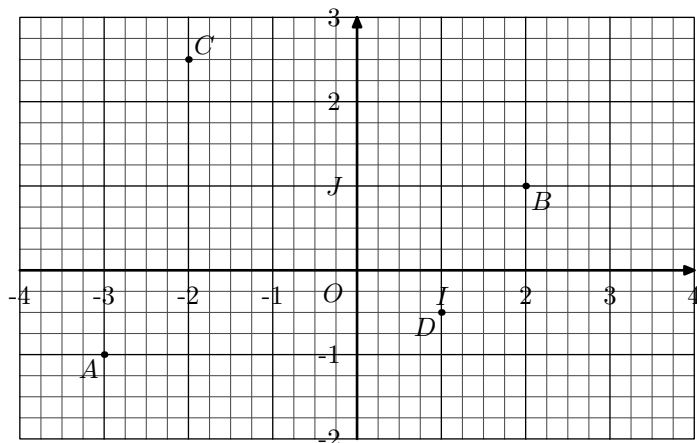
- Quelle est la nature de la fonction f ?
 - Donner la valeur du coefficient directeur de la fonction f .
- On considère les deux fonctions g et h définie par :
 $g(x) = x - 1$; $h(x) = -\frac{1}{2}x + 2$
On note $\mathcal{C}_g$ et $\mathcal{C}_h$ les courbes représentatives de ces deux fonctions dans le repère $(O; I; J)$ ci-dessus :
 - Donner les coefficients directeurs associés des fonctions g et h .
 - Parmi les quatre points ci-dessous, lesquels appartiennent à la courbe $\mathcal{C}_g$? Lesquels appartiennent à la courbe $\mathcal{C}_h$?

$$A(0;2) \quad ; \quad B(0;-1) \quad ; \quad C(3;2) \quad ; \quad D(2;1)$$

- c. Effectuer le tracé des courbes $\mathcal{C}_g$ et $\mathcal{C}_h$.

Exercice I.11 (*)

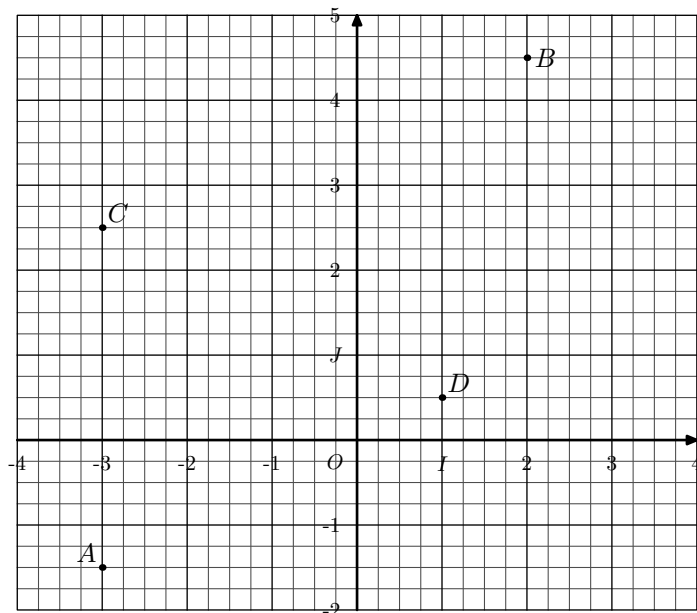
Dans le plan muni du repère $(O; I; J)$ orthonormal, on considère les points A, B, C et D représentés ci-dessous :



- Donner les coordonnées des points A, B, C, D .
- On considère la fonction f dont la représentation graphique est la droite (AB) :
 - Montrer que le coefficient directeur de la droite (AB) vaut $\frac{2}{5}$.
 - La fonction f admet pour expression : $f(x) = 0,4 \cdot x + b$ où b est un nombre. En utilisant les coordonnées du point B , déterminer la valeur de b .
- On considère la fonction g dont la représentation graphique est la droite (CD) :
 - Déterminer le coefficient directeur de la droite (CD) .
 - Déterminer l'expression complète de la fonction g .

Exercice I.12 (*)

Dans le repère $(O; I; J)$ orthonormal, on considère les points A, B, C, D représentés ci-dessous :



- Donner les coordonnées des points A, B, C et D .

- Tracer la droite (AB) .
 - Déterminer le coefficient directeur de la droite (AB) .
 - Ainsi, la fonction affine f , ayant la droite (AB) pour représentation, a pour expression : $f(x) = 1,2 \cdot x + b$ où $b \in \mathbb{R}$. En utilisant les coordonnées du point B , déterminer la valeur de l'ordonnée à l'origine de la fonction f .

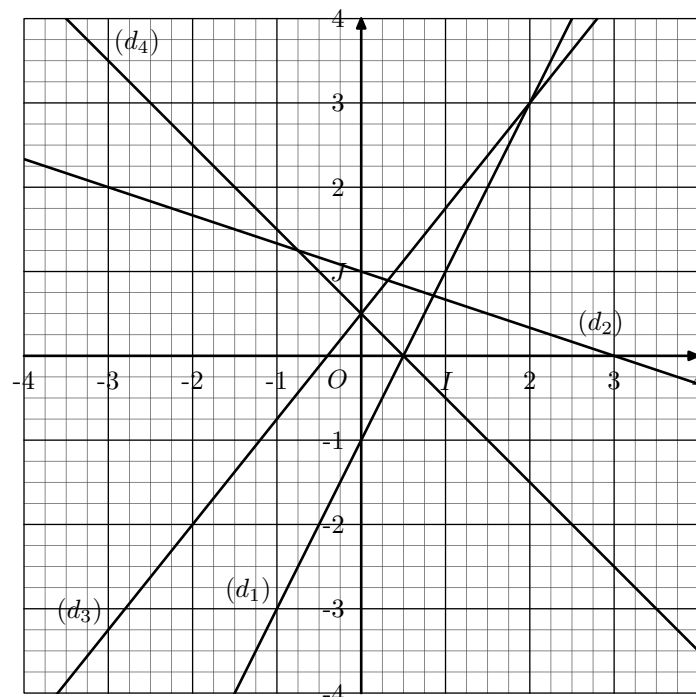
- Tracer la droite (CD) .
 - Déterminer la valeur du quotient : $a = \frac{y_D - y_C}{x_D - y_C}$
 - Soit g la fonction affine dont la représentation est la droite (CD) . Parmi les expressions suivantes, donner l'expression de la fonction g :

$$g(x) = \frac{1}{2} \cdot x + 1 \quad ; \quad g(x) = -\frac{1}{2} \cdot x - 1$$

$$g(x) = -\frac{1}{2} \cdot x + 1 \quad ; \quad g(x) = -2 \cdot x + 1$$
 Justifier votre réponse.

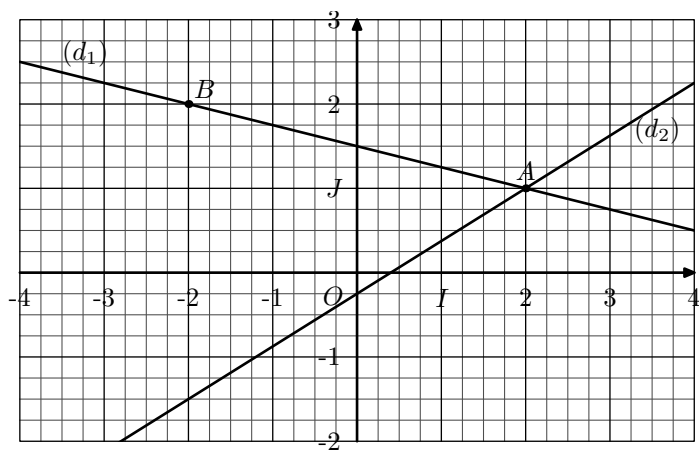
Exercice I.13 (*)

Déterminer les coefficients directeurs de chacune des trois droites représentées ci-dessous dans le repère $(O; I; J)$:



Exercice I.14 (*)

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormal, on considère les deux droites (d_1) et (d_2) ci-dessous :



1. Donner les coordonnées du point d'intersection des droites (d_1) et (d_2) .
2. Soit f la fonction affine admettant pour représentation la droite (d_1) .
 - a. Déterminer le coefficient directeur de la fonction f .
 - b. En déduire l'expression complète de la fonction f .
3. Soit g la fonction affine admettant pour représentation la droite (d_2) . En explicitant votre démarche, déterminer l'expression de la fonction g .
4. On considère la fonction h définie, pour tout nombre réel x , par :

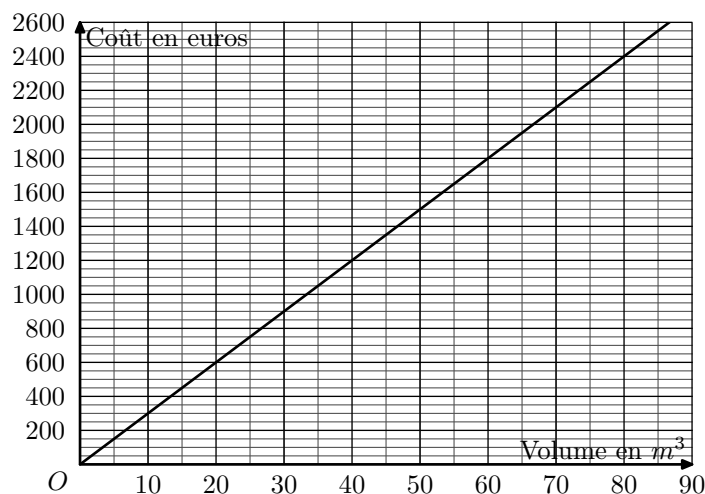
$$h(x) = \frac{3}{2}x + 2$$
 Dans le plan, tracer la droite représentative de la fonction h .

Exercice I.15 (*)

M. Dubois réfléchit à son déménagement. Il a fait réaliser deux devis :

1. L'entreprise A lui a communiqué le graphique présenté en annexe. Celui-ci représente le coût du déménagement en fonction du volume à transporter.
 - a. Quel serait le coût pour un volume de 20 m^3 ? Laisser apparent les tracés de construction.
 - b. Le coût est-il proportionnel au volume transporté? Justifier. Soit g la fonction qui à x , volume à déménager en m^3 , associe le coût du déménagement avec cette entreprise. Exprimer $g(x)$ en fonction de x .
2. L'entreprise B lui a communiqué une formule :

$$f(x) = 10x + 800$$
 où x est le volume (en m^3) à transporter et $f(x)$ le prix à payer en (en e).
 - a. Calculer $f(80)$. Que signifie le résultat obtenu?
 - b. Déterminer par le calcul l'antécédent de 3 500 par la fonction f .
 - c. Représenter graphiquement la fonction f sur le graphique présenté ci-dessous.
3. M. Dubois estime à 60 m^3 le volume de son déménagement. Quelle société a-t-il intérêt à choisir? On justifiera graphiquement les réponses en laissant les tracés apparents.



Exercice I.16 (*)

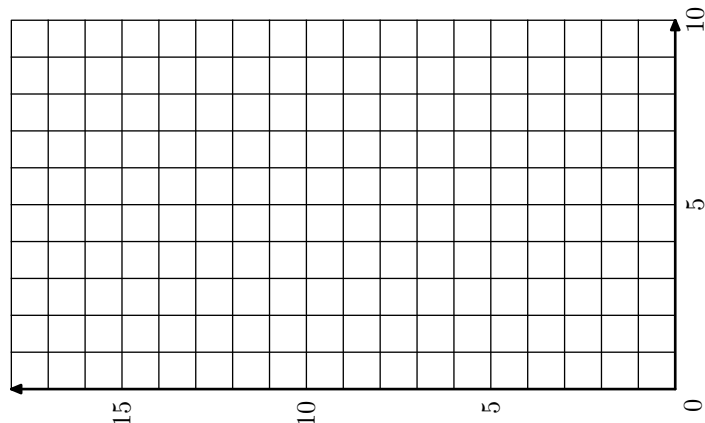
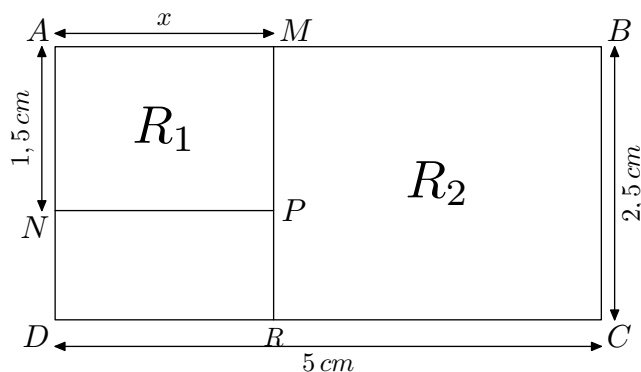
$ABCD$ est un rectangle : $DC = 5 \text{ cm}$; $BC = 2,5 \text{ cm}$.

N est le point du segment $[AD]$ tel que : $AN = 1,5 \text{ cm}$.

M est un point du segment $[AB]$.

On note x la longueur du segment $[AM]$ exprimée en centimètres (x est compris entre 0 et 5).

$AMPN$ et $MBCR$ sont des rectangles notés respectivement R_1 et R_2 .



1.
 - a. Exprimer, en fonction de x , le périmètre de R_1 .
 - b. Exprimer, en fonction de x , le périmètre de R_2 .
2. Résoudre l'équation : $2x + 3 = -2x + 15$.
3. Sur le repère suivant, pour $0 \leq x \leq 5$, représenter graphiquement les deux fonctions affines :

$$x \mapsto 2x + 3 \quad ; \quad x \mapsto -2x + 15$$
4. Quel sont les valeurs de AM pour lesquelles le périmètre de R_2 est supérieur ou égal au périmètre de R_1 ? (Aucune justification n'est attendue.)

Exercice I.17 (*)

Une agence de location de cassette vidéo propose à ses clients

le choix entre deux tarifs.

- Tarif 1: un abonnement mensuel de 15 € et 0,70 € par cassette louée.
- Tarif 2: un abonnement mensuel de 11 € et 1,50 € par cassette louée.

1. Compléter le tableau suivant :

Nombre de cassettes louées	0	1	2	6	10
Prix payé avec le tarif 1					
Prix payé avec le tarif 2					

2. On appelle x le nombre de cassettes louées par un client en un mois.

Exprimer, en fonction de x :

- a. le prix payé avec le tarif 1, noté $P_1(x)$;
- b. le prix payé avec le tarif 2, noté $P_2(x)$.

3. Représenter graphiquement les fonctions affines.

- a. $P_1 : x \mapsto P_1(x) = 0,7x + 15$.
- b. $P_2 : x \mapsto P_2(x) = 1,5x + 11$

On prendra sur l'axe des abscisses 1 cm pour une cassette et sur l'axe des ordonnées 1 cm pour 2 €.

4. a. Résoudre l'équation : $0,7x + 15 = 1,5x + 11$.

Interpréter le résultat.

- b. Vérifier graphiquement cette solution en faisant apparaître les pointillés utiles.

5. En utilisant le graphique, combien faut-il louer de cassettes en un mois pour que le tarif 1 soit plus intéressant que le tarif 2 ?

6. Monsieur Avent a choisi le tarif 2 et il a payé 29 € pour le mois.

Utiliser le graphique pour déterminer le nombre de cassettes qu'il a louées dans le mois.

Faire apparaître les pointillés utiles.

7. Monsieur Comic a choisi le tarif 1 et il a payé 19,90 € pour le mois.

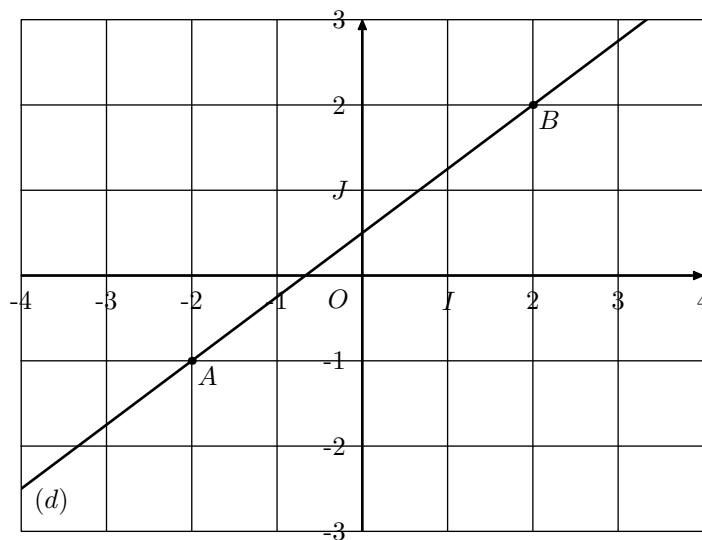
- a. Trouver par un calcul le nombre de cassettes qu'il a louées dans le mois.
- b. Dans ce cas, quel est le prix moyen de la location d'une cassette ?
Donner le résultat au centime d'euro.

8. L'agence décide de proposer un troisième tarif à ses clients: un prix mensuel de 23 € quel que soit le nombre de cassettes louées dans le mois.

- a. Représenter sur le même graphique, le prix P_3 payé avec le tarif 3.
- b. Combien faut-il louer de cassettes pour que ce nouveau tarif soit plus avantageux que les autres ?

Exercice 1.18 (*)

Dans le repère $(O; I; J)$ ci-dessous, est donnée la droite (d) représentative d'une fonction affine f .



L'expression algébrique de la fonction affine f est de la forme :

$$f(x) = a \times x + b$$

Le but de l'exercice est de déterminer les valeurs des deux nombres a et b .

1. Donner les coordonnées des points A et B .

Première méthode :

2. A l'aide des points A et B , déterminer le coefficient directeur de la fonction affine f .

3. A l'aide des coordonnées du point A ou du point B , déterminer la valeur du nombre b .

Ecrire l'expression complète de la fonction f .

Seconde méthode :

4. Justifier que les deux nombres a et b vérifient les deux équations ci-dessous :

$$-2a + b = -1 \quad ; \quad 2a + b = 2$$

5. Résoudre le système d'équations :

$$\begin{cases} -2a + b = -1 \\ 2a + b = 2 \end{cases}$$

Ecrire l'expression complète de la fonction f .

Exercice 1.19 (*)

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O; I; J)$.

L'unité de longueur est le centimètre.

1. Soit f une fonction affine vérifiant :

$$f(4) = -2 \quad ; \quad f(0) = 6$$

- a. Déterminer l'expression de la fonction f .
- b. Effectuer le tracé de la représentation graphique de la fonction f .

2. Soit g la fonction affine définie par : $g(x) = \frac{1}{2}x + 1$.

- a. Construire la droite (d) représentant graphiquement la fonction g .
- b. Montrer que $C(-4; -1)$ appartient à (d) et placer le point C .

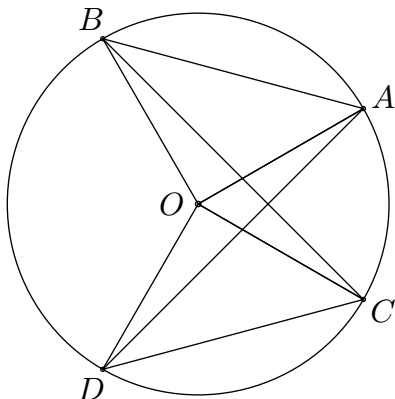
3. a. Résoudre par le calcul le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} y = -2x + 6 \\ y = \frac{1}{2}x + 1 \end{cases}$$

J. Les angles inscrits et au centre:

Exercice J.1 (*)

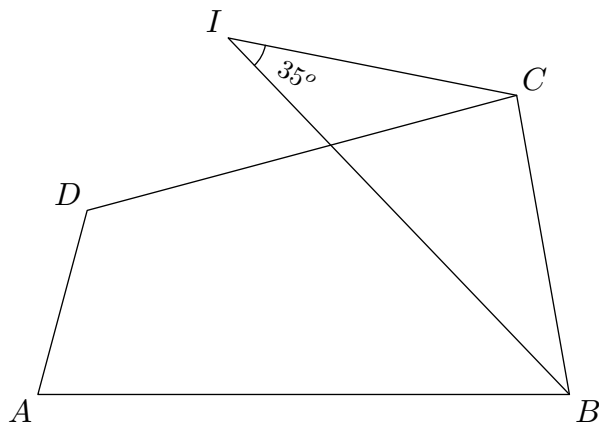
Compléter le tableau ci-dessous en indiquant quels sont les angles inscrits et en précisant alors l'arc de cercle intercepté.



Angle	$\widehat{ABC}$	$\widehat{BOD}$	$\widehat{AOD}$	$\widehat{DCB}$
Inscrit ou au centre				
Arc intercepté				

Exercice J.2 (*)

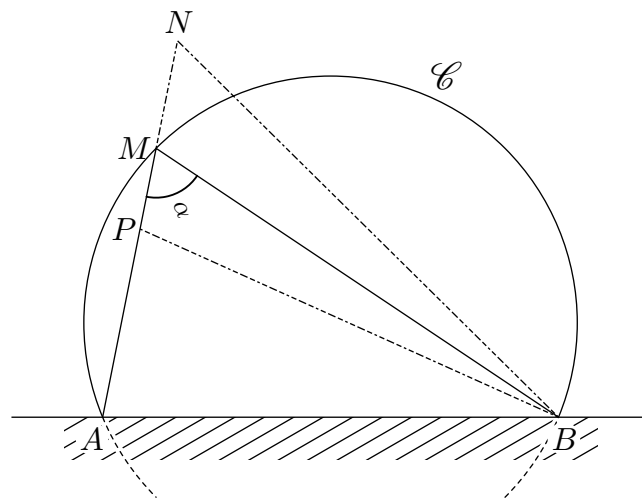
On munit le plan d'un quadrilatère $ABCD$ et d'un point I tel que $\widehat{CIB} = 35^\circ$



1. A l'aide du compas et de la règle non-graduée, tracer le cercle circonscrit $\mathcal{C}$ au triangle BCI .
2. a. Placer le point M intersection de $[DA]$ et de $\mathcal{C}$.
b. Mesurer l'angle $\widehat{CMB}$ au degré près.
3. a. Placer le point N intersection du segment $[AB]$ et du cercle $\mathcal{C}$.
b. Mesurer l'angle $\widehat{CNB}$

Exercice J.3 (*)

Dans le plan, on considère le cercle $\mathcal{C}$; A, B, M trois points du cercle $\mathcal{C}$; on note α la valeur de la mesure $\widehat{AMB}$:

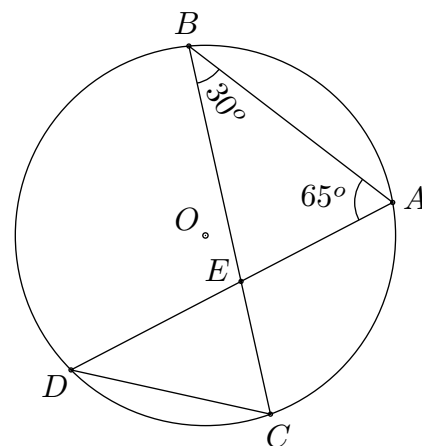


On considère tout au long de l'exercice le demi-plan non-hachuré:

1. Soit N un point de la demi-droite $[AM)$ extérieur au point $\mathcal{C}$:
a. Etablir l'égalité: $\widehat{BNA} = \alpha - \widehat{NBM}$
b. En déduire que pour tout point P appartenant à l'extérieur du cercle $\mathcal{C}$, on a:
 $\widehat{ANB} < \alpha$
2. a. Etablir l'égalité: $\widehat{APB} = \alpha + \widehat{MBP}$
b. En déduire que, si P est un point intérieur au cercle $\mathcal{C}$, on a:
 $\widehat{APB} > \alpha$
3. Faire une conjecture sur l'ensemble des points Q du plan qui vérifient la relation:
 $\widehat{AQB} = \alpha$

Exercice J.4 (*)

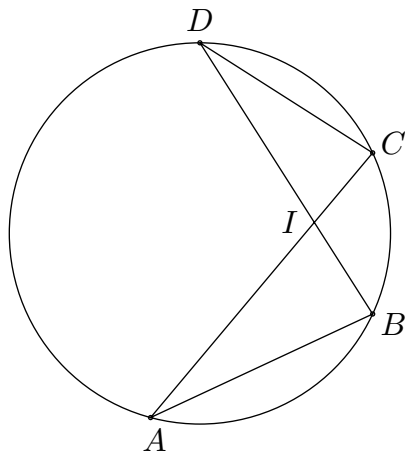
Déterminer la mesure de chacun des angles du triangle EDC . Justifier votre démarche.



Exercice J.5 (*)

Dans la figure ci-contre, les points A , B , C et D appartiennent au cercle $\mathcal{C}$.

Montrer que les triangles DCM et ABM ont la mesure de leurs angles égaux deux à deux.



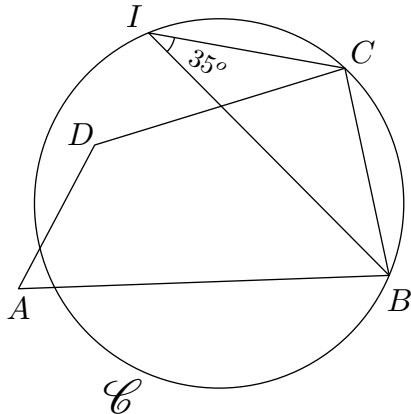
Exercice J.6 (*)

On considère le quadrilatère $ABCD$ et le cercle $\mathcal{C}$ passant par les points B et C .

Soit I un point du cercle $\mathcal{C}$ tel que: $\widehat{CIB} = 35^\circ$

Déterminer un point M de $[DA]$ tel que:

$$\widehat{CMB} = 35^\circ.$$



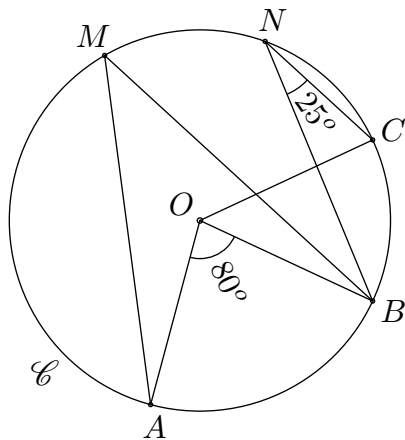
Exercice J.7 (*)

Les points A , B , C , M et N appartiennent au cercle $\mathcal{C}$ de centre O vérifiant les mesures:

$$\widehat{AOB} = 80^\circ; \widehat{BNC} = 25^\circ$$

1. Calculer la mesure de $\widehat{AMB}$.
2. Calculer la mesure de chaque angle du triangle BOC .

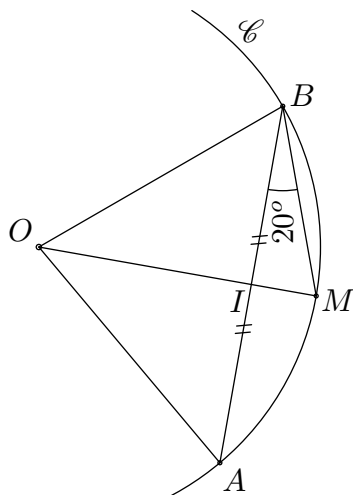
3. En déduire la mesure de chacun des angles $\widehat{AOC}$ et $\widehat{AMC}$.



Exercice J.8 (*)

Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre O . A , B , M trois points du cercle tel que $\widehat{ABM} = 20^\circ$. Notons I le milieu du segment $[AB]$.

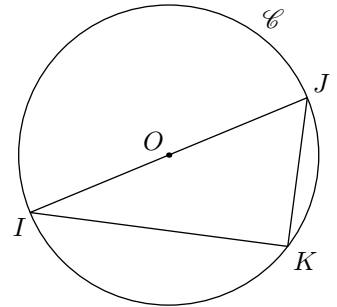
Calculer la valeur de l'angle $\widehat{AOB}$. Justifier.



Exercice J.9 (*)

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur; on ne demande pas de la reproduire.

On considère un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de diamètre 8 cm . I et J sont deux points diamétralement opposés. K est un point de $\mathcal{C}$ tel que $JK = 4\text{ cm}$.

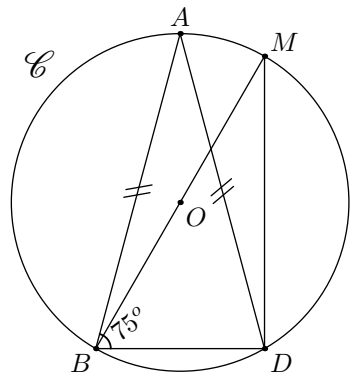


1. a. Préciser la nature du triangle OJK . Justifier.
b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{JIK}$. Justifier votre réponse.
2. a. Préciser la nature du triangle IJK . Justifier.
b. Donner la mesure, au millimètre près, du segment $[IK]$.
3. On appelle R le symétrique de K par rapport à la droite (IJ) . Démontrer que le quadrilatère $ROKJ$ est un losange.

Exercice J.10 (*)

On considère la figure ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur. On ne demande pas de refaire la figure.

- ABD est un triangle isocèle en A tel que: $\widehat{ABD} = 75^\circ$;
- $\mathcal{C}$ est le cercle circonscrit au triangle ABD ;
- O est le centre du cercle $\mathcal{C}$;
- $[BM]$ est un diamètre de $\mathcal{C}$.



1. Quelle est la nature du triangle BMD ? Justifier la réponse.
2. a. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAD}$.
b. Citer un angle inscrit qui interceptent le même arc du cercle $\mathcal{C}$ que l'angle $\widehat{BMD}$.
c. Justifier que l'angle $\widehat{BMD}$ mesure 30° .
3. On donne: $BD = 5,6\text{ cm}$; $BM = 11,2\text{ cm}$

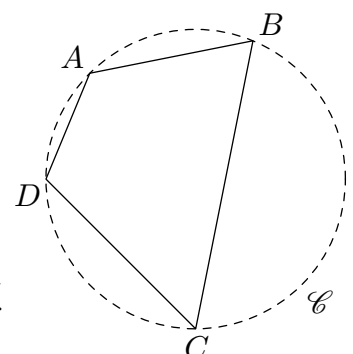
Calculer DM . On arrondira le résultat au dixième près.

Exercice J.11 (*)

On considère un quadrilatère $ABCD$ inscrit dans un cercle $\mathcal{C}$.

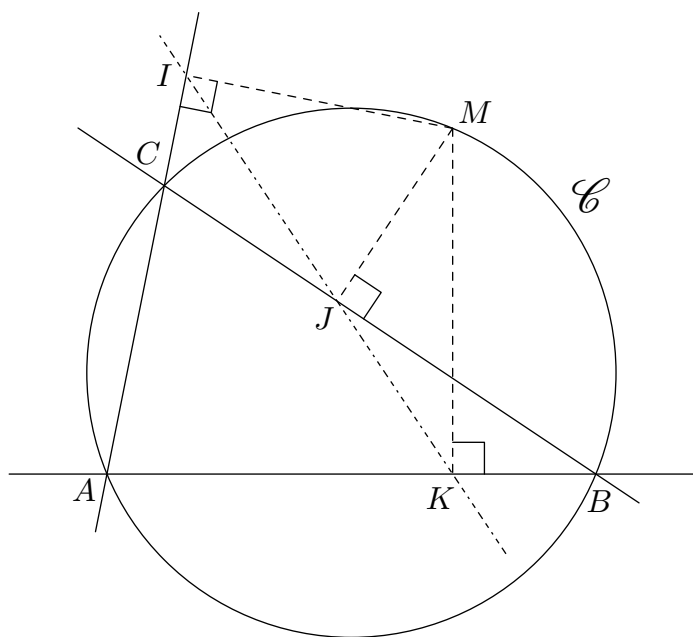
Démontrer que les angles opposés, dans la quadrilatère $ABCD$, sont des angles de mesures supplémentaires.

Indication: on utilisera les huit angles formés par l'intersection des deux diagonales du quadrilatère.



Exercice J.12 (*)

Dans le plan, on considère le triangle ABC quelconque et son cercle $\mathcal{C}$ circonscrit ; le point M est un point quelconque du cercle $\mathcal{C}$; on note I, J, K les projetés orthogonaux du point M respectivement sur les droites (AC) , (BC) , (AB) .



Le but de cet exercice est de montrer que les points I, J, K sont alignés.

1.
 - a. Etablir que les points I et J appartiennent au cercle de diamètre $[MC]$.
 - b. Justifier que les angles $\widehat{IJM}$ et $\widehat{ICM}$ ont même mesure.
 - c. En déduire la relation : $\widehat{ACM} = 180 - \widehat{IJM}$
2.
 - a. Justifier que les points B, J, K, M sont cocycliques ; Préciser la nature du cercle auquel ils appartiennent.
 - b. Etablir l'égalité : $\widehat{ABM} = 180 - \widehat{MJK}$
Pour démontrer cette relation, on utilisera les diagonales du quadrilatère $JMBK$
3. Les points A, B, C, M sont cocycliques (comme à la question 2. b.) ; on admet la relation suivante :
 $\widehat{ABM} = 180 - \widehat{ACM}$

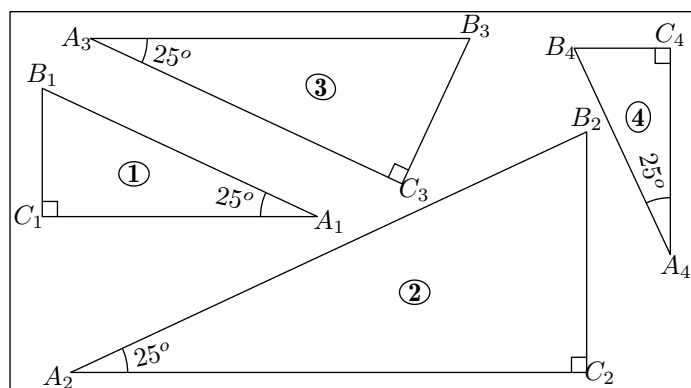
En déduire que les points I, J, K sont alignés

La droite passant par ces trois points s'appelle la droite de Simson.

K. Le cosinus :

Exercice K.1 (*)

On considère les quatre triangles représentés ci-dessous sont rectangle et possèdent un angle de 25° .



1. En effectuant les mesures sur la figure ci-dessus, compléter le tableau ci-dessous en arrondissant les longueurs au millimètre près :

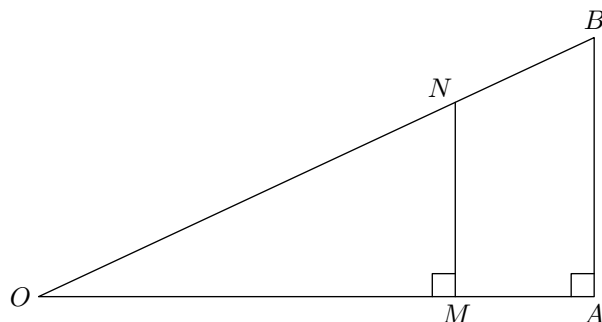
Triangle	1	2	3	4
Hypothénuse				
Côté adjacent à l'angle de 25°				

2. A l'aide de la calculatrice, donner les valeurs des quotients demandés arrondies au centième près :

Triangle	1	2	3	4
Longueur du côté adjacent à l'angle de 25°				
Longueur de l'hypoténuse				

Exercice K.2 (*)

Soit OAB un triangle rectangle en A . On considère les points M et N appartenant respectivement aux segments $[OA]$ et $[OB]$ tels que le triangle OMN soit rectangle en M .



1. Justifier l'égalité suivante : $ON \times OA = OB \times OM$.
2.
 - a. A l'aide de votre rapporteur, donner la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$.
 - b. Effectuer les mesures, au millimètre près, sur la figure afin de compléter le tableau ci-dessous :

Segment	$[OA]$	$[OM]$	$[OB]$	$[ON]$
Longueur				

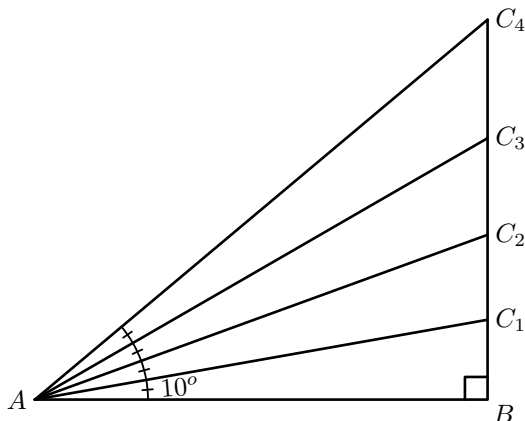
- c. Donner la valeur approchée des quotients ci-dessous au millièmè près :

$$\frac{OM}{ON} ; \frac{OA}{OB}$$

3. a. Quelle conjecture peut-on faire à propos des quotients $\frac{OM}{ON}$ et $\frac{OA}{OB}$?
- b. Justifier, à l'aide de la question 1., l'égalité des deux quotients $\frac{OM}{ON}$ et $\frac{OA}{OB}$.

Exercice K.3 (*)

Soit ABC_4 un triangle rectangle en B . L'angle $\widehat{C_4AB}$ mesure 40° , il est partagé en quatre angles de même mesure à l'aide des points C_1, C_2, C_3 appartenant au segment $[BC_4]$



1. A l'aide de votre règle graduée, on donnera les mesures des longueurs arrondies au millimètre près. Les quotients de la dernière colonne seront arrondis au centième près :

i	$\widehat{BAC_i}$	AC_i	$\frac{AB}{AC_i}$
1			
2			
3			
4			

2. Compléter le tableau suivant à l'aide de la touche cos de votre calculatrice. On donnera les valeurs arrondies au millièmè près :

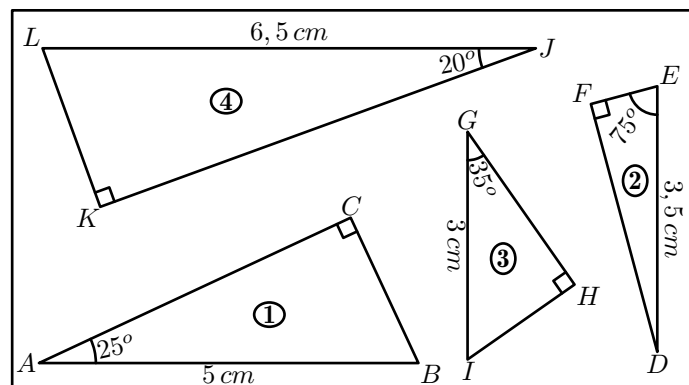
α	10°	20°	30°	40°
$\cos(\alpha)$				

Exercice K.4 (*)

Ci-dessous est donnée une partie de la table trigonométrique du cosinus.

α°	$\cos \alpha^\circ$	α°	$\cos \alpha^\circ$	α°	$\cos \alpha^\circ$	α°	$\cos \alpha^\circ$	α°	$\cos \alpha^\circ$
0°	1	20°	0,94	40°	0,766	60°	0,5	80°	0,174
5°	0,996	25°	0,906	45°	0,707	65°	0,423	85°	0,087
10°	0,985	30°	0,866	50°	0,643	70°	0,342	90°	0
15°	0,966	35°	0,819	55°	0,574	75°	0,259		

On considère les quatre triangles représentées ci-dessous :



Déterminer la mesure des longueurs des segments suivants. On arrondira les résultats au millimètre près :

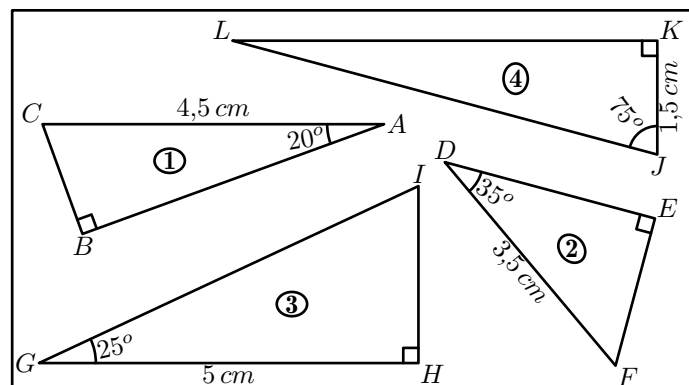
- a. $[AC]$ b. $[EF]$ c. $[GH]$ d. $[KJ]$

Exercice K.5 (*)

Ci-dessous est donnée une partie de la table trigonométrique du cosinus.

α°	$\cos \alpha^\circ$	α°	$\cos \alpha^\circ$	α°	$\cos \alpha^\circ$	α°	$\cos \alpha^\circ$	α°	$\cos \alpha^\circ$
0°	1	20°	0,94	40°	0,766	60°	0,5	80°	0,174
5°	0,996	25°	0,906	45°	0,707	65°	0,423	85°	0,087
10°	0,985	30°	0,866	50°	0,643	70°	0,342	90°	0
15°	0,966	35°	0,819	55°	0,574	75°	0,259		

On considère les quatre triangles représentées ci-dessous :

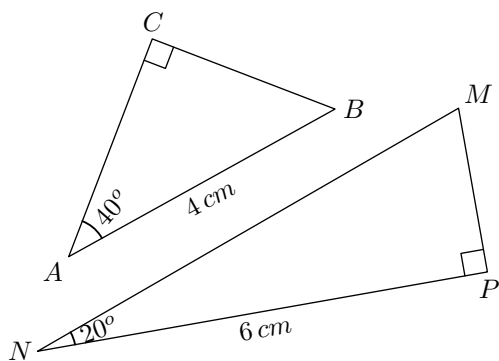


Déterminer la mesure des longueurs des segments suivants arrondie au millimètre près :

- a. $[AC]$ b. $[EF]$ c. $[GH]$ d. $[KJ]$

Exercice K.6 (*)

On considère les deux triangles ABC et MNP représentés ci-dessous :



Déterminer les longueurs des segments suivants arrondie au millimètre :

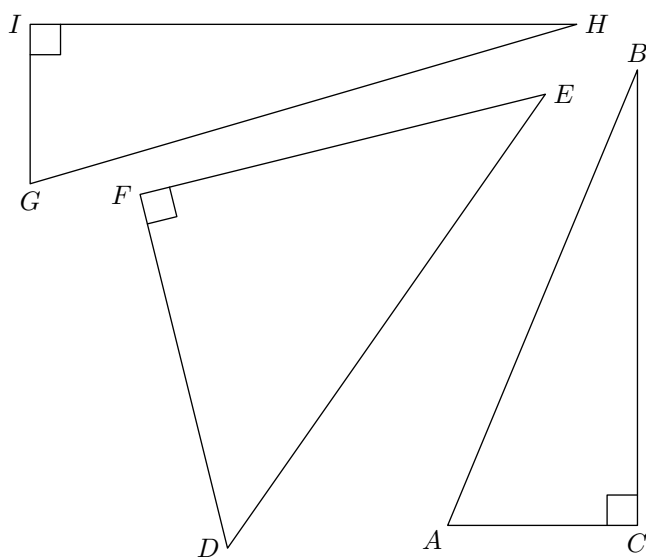
- a. $[AC]$ b. $[MN]$

Exercice K.7 (*)

On rappelle certaines valeurs du cosinus dans la table de trigonométrie ci-dessous :

α	$\cos \alpha$	α	$\cos \alpha$	α	$\cos \alpha$	α	$\cos \alpha$	α	$\cos \alpha$
0	1,000	2	0,999	4	0,998	6	0,995	8	0,990
10	0,985	12	0,978	14	0,970	16	0,961	18	0,951
20	0,940	22	0,927	24	0,914	26	0,899	28	0,883
30	0,866	32	0,848	34	0,829	36	0,809	38	0,788
40	0,766	42	0,743	44	0,719	46	0,695	48	0,669
50	0,643	52	0,616	54	0,588	56	0,559	58	0,530
60	0,500	62	0,469	64	0,438	66	0,407	68	0,375
70	0,342	72	0,309	74	0,276	76	0,242	78	0,208
80	0,174	82	0,139	84	0,105	86	0,070	88	0,035

On considère les trois triangles rectangles ci-dessous :



1. a. Effectuer, sur la figure ci-dessus, les mesures suivantes :

AB	AC	BC	DE	DF	EF	GH	GI	HI

- b. Pour chaque triangle, vérifier que les mesures de ses côtés vérifient la propriété de Pythagore.

2. Déterminer la valeur, arrondie au centième près, des quotients ci-dessous :

$\frac{AC}{AB}$	$\frac{BC}{AB}$	$\frac{DF}{DE}$	$\frac{EF}{DE}$	$\frac{HI}{HG}$	$\frac{GI}{HG}$

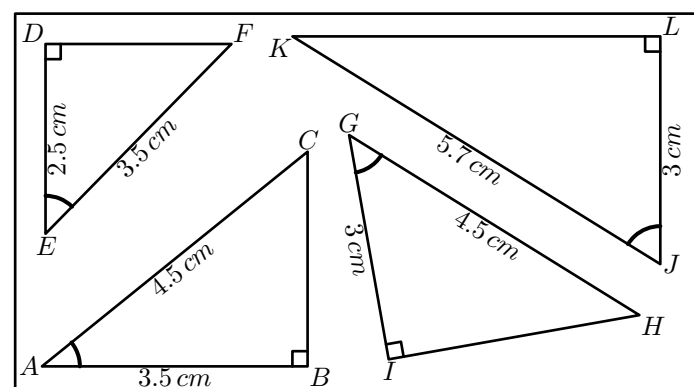
3. a. A l'aide de la table trigonométrique, donner une valeur approximative à l'unité de chacun des angles suivants :

$\widehat{BAC}$	$\widehat{ABC}$	$\widehat{FDE}$	$\widehat{FED}$	$\widehat{GHI}$	$\widehat{HGI}$

- b. Pour chacun de ces triangles, vérifier que la somme de la mesure de ses angles est proche de 180° .

Exercice K.8 (*)

La figure ci-dessous représente quatre triangles ; des mesures sont portées sur celle-ci :

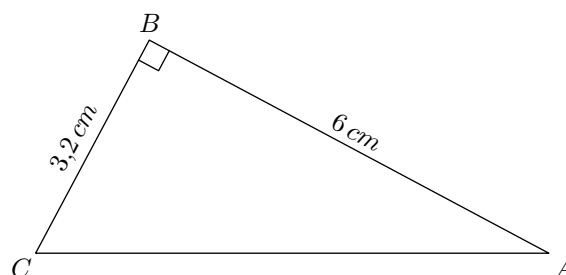


Déterminer la mesure des angles suivants arrondie au dixième de degré près :

- a. $\widehat{BAC}$ b. $\widehat{DEF}$ c. $\widehat{HGI}$ d. $\widehat{LJK}$

Exercice K.9 (*)

On considère le triangle ABC rectangle en B représenté ci-dessous :



Déterminer les mesures des angles $\widehat{BCA}$ et $\widehat{CAB}$ arrondies au dixième de degré près.

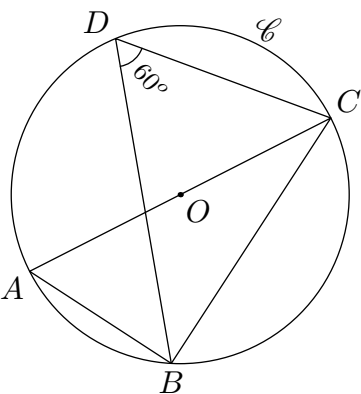
Exercice K.10 (*)

Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre O et de rayon 5 cm .

Les points A , O , C sont alignés.

D est un point de $\mathcal{C}$ tel que $\widehat{BDC} = 60^\circ$.

Déterminer la mesure du segment $[BC]$ arrondie au millimètre près.

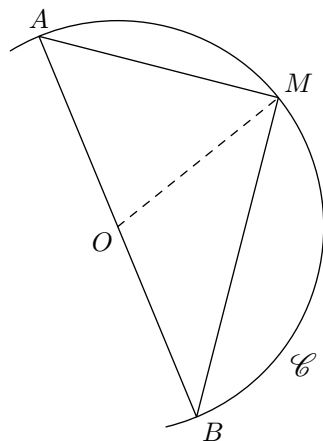


Exercice K.11 (*)

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur. Il n'est pas demandé de la reproduire.

$\mathcal{C}$ est un cercle de centre O et de diamètre $[AB]$ tel que $AB = 6\text{ cm}$. M est un point du cercle tel que $BM = 4,8\text{ cm}$.

- Démontrer que le triangle ABM est rectangle en M .
- Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABM}$, arrondie au degré.



- En déduire la mesure de l'angle $\widehat{AOM}$, arrondie au degré.

Exercice K.12 (*)

Démontrer, pour chacune des trois figures ci-dessous, que le triangle ABC est un triangle rectangle en utilisant les informations fournies.

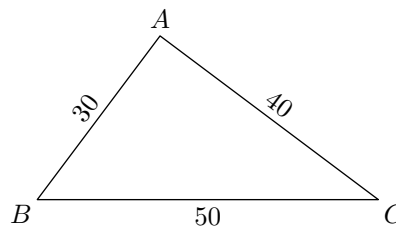


Figure n°1

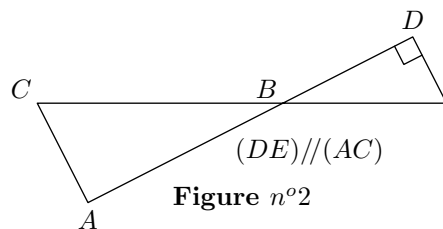


Figure n°2

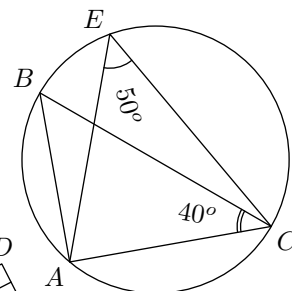


Figure n°3

L. Inéquations:

Exercice L.1 (*)

Partie A

Un club multisport propose à ses utilisateurs de choisir entre les trois formules :

- Formule A : $1\,500\text{ F}$ par séance.
- Formule B : forfait de $28\,000\text{ F}$ par an auquel s'ajoute une participation de 800 F par séance.
- Formule C : forfait de $98\,000\text{ F}$ par an quel que soit le nombre de séances.

- Tania décide de suivre une séance par mois pendant toute l'année.
Willy suivra une séance par semaine pendant toute l'année.
Raitua suivra deux séances par semaine pendant toute l'année.
- a. Recopier et compléter le tableau suivant. On ne demande aucun détail de calcul. On rappelle qu'une année comporte 52 semaines.

	Tania	Willy	Raitua
Nombre de séances pour l'année			
Prix à payer avec la formule A			
Prix à payer avec la formule B			
Prix à payer avec la formule C			

- Quelle est la formule la plus avantageuse pour chacun?
- On appelle x le nombre de séances suivies par une personne.
 - Soit P_A le prix à payer avec la formule A.
 - Soit P_B le prix à payer avec la formule B.
 Exprimer P_A et P_B en fonction de x .
- Résoudre l'inéquation : $1\,500x \leq 28\,000 + 800x$

Partie B

Les tracés de cette partie seront réalisés sur une feuille de papier millimétré.

Soit $f : x \mapsto ax + b$ une fonction affine de droite représentative $\mathcal{D}$.

Tous les points $(x; y)$ de $\mathcal{D}$ vérifie la relation $y = ax + b$.
On dira que :

L'égalité $y = ax + b$ est l'équation de la droite $\mathcal{D}$.

Tracer un repère orthogonal $(O; I; J)$, O étant placé en bas à gauche.

On prendra les unités suivantes :

- 1 cm pour 10 séances sur l'axe des abscisses ;
- 1 cm pour 10 000 F sur l'axe des ordonnées.

1. Tracer dans ce repère les droites :

- $\mathcal{D}_A$ d'équation : $y = 1500x$;
- $\mathcal{D}_B$ d'équation : $y = 800x + 28\,000$;
- $\mathcal{D}_C$ d'équation : $y = 98\,000$.

Pour les questions suivantes, on fera apparaître les traits de construction permettant d'y répondre. Aucun calcul n'est demandé.

2. Wanda a choisi la formule A et elle a payé 90 000 F . Combien a-t-elle suivi de séances ?

3. Déterminer par le calcul le nombre de séances à partir duquel il est plus avantageux de choisir la formule C.

Exercice L.2 (*)

Dans un magasin, une cartouche d'encre pour imprimante coûte 15 euros. Sur un site internet, cette même cartouche coûte 10 euros, avec des frais de livraison fixes de 40 euros quel que soit le nombre de cartouches achetées.

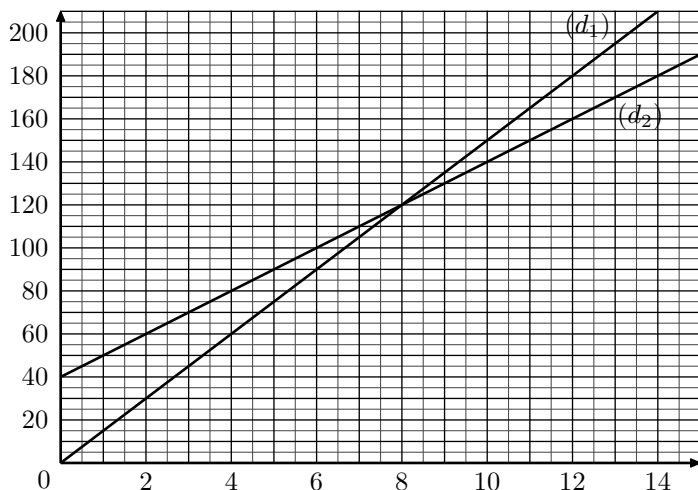
1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Nombre de cartouches achetées	2	5	11	14
Prix à payer en magasin (en euros)				
Prix à payer par Internet (en euros)				

2. Le nombre de cartouches achetées est noté x .

- On note P_A le prix à payer pour l'achat de x cartouches en magasin.
Exprimer P_A en fonction de x .
- On note P_B le prix à payer, en comptant la livraison, pour l'achat de x cartouches par Internet.
Exprimer P_B en fonction de x .

3. Ci-dessous sont représentés deux droites (d_1) et (d_2) dans un repère orthogonal :



Ces deux droites sont les représentations graphiques des fonctions P_A et P_B .

- Associer à chacune des fonctions (d_1) et (d_2) sa représentation graphique.
 - Déterminer graphiquement le prix le plus avantageux pour l'achat de 10 cartouches (laisser apparent vos traits de construction).
 - Sonia dispose de 80 euros pour acheter des cartouches. Graphiquement, déterminer la formule la plus avantageuse pour Sonia? (laisser apparent vos traits de construction).
4. a. Déterminer, à l'aide d'une inéquation, à partir de quel nombre de cartouches le prix sur Internet devient inférieur ou égal au prix en magasin?
- b. Justifier graphiquement le résultat précédent.

Exercice L.3 (*)

Première partie

L'association des élèves propose de financer le voyage de la classe de 3^o1 d'un collège en vendant des tricots. Pour cela, elle propose trois formules de financement :

- formule A : 1 000 F par tricot vendu ;
- formule B : une aide forfaitaire de 20 000 F et 700 F par tricot vendu ;
- formule C : une aide forfaitaire de 100 000 F quel que soit le nombre de tricots vendus.

1. a. Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre de tricots vendus	10	50	100	150	250
Formule A	10 000				
Formule B			90 000		
Formule C	100 000				

- En s'aidant du tableau complété ci-dessus quelle est la formule qui rapporte plus d'argent à la classe si l'association vend 10 tricots? 100 tricots? 250 tricots?
2. Soit x , le nombre de tricots vendus par l'association des élèves. On appelle :
- $P_A(x)$, le montant du financement obtenu par la classe si l'association vend x tricots avec la formule A ;
 - $P_B(x)$, le montant du financement obtenu par la classe si l'association vend x tricots avec la formule B.
- Exprimer $P_A(x)$ et $P_B(x)$, les montants de financement en fonction de x .
3. A partir de combien de tricots vendus, la formule A rapporte-t-elle plus d'argent, pour la classe de 3^o1, que la formule B?

Deuxième partie

Les constructions seront réalisés sur une feuille millimétrée avec le plus grand soin.

- Tracer un repère orthogonal $(O; I; J)$ avec O placé en bas à gauche.
On prendra les unités suivantes :
 - 1 cm pour 10 tricots vendus sur l'axe des abscisses.

- 1 cm pour 10 000 F sur l'axe des ordonnées.

- Dans le repère précédent, construire les représentations graphiques des fonctions f et g définies par :
 $f(x) = 1000x$; $g(x) = 700x + 20\,000$
- L'association des élèves a gagné 111 000 F avec la formule B.
 Déterminer graphiquement le nombre de tricots vendus.
 (On laissera apparents les traits de construction).
- Retrouver le résultat de la question précédente, en résolvant une équation.

Remarque : Les différents prix sont donnés en francs polynésiens (FP). A titre indicatif, 1 euro = 119,33 FP.

Exercice L.4 (*)

Un vidéo-club propose différents tarifs pour l'emprunt de DVD :

- Tarif A : 4€ par DVD emprunté.
 - Tarif B : 2,50€ par DVD emprunté, après avoir payé un abonnement de 18€.
 - Tarif C : abonnement de 70€ pour un nombre illimité de DVD.
- Compléter le tableau suivant indiquant le prix à payer pour 5, ou 15 ou 25 DVD, aux tarifs A, B ou C.

	5 DVD	15 DVD	25 DVD
Coût au tarif A			
Coût au tarif B			
Coût au tarif C			

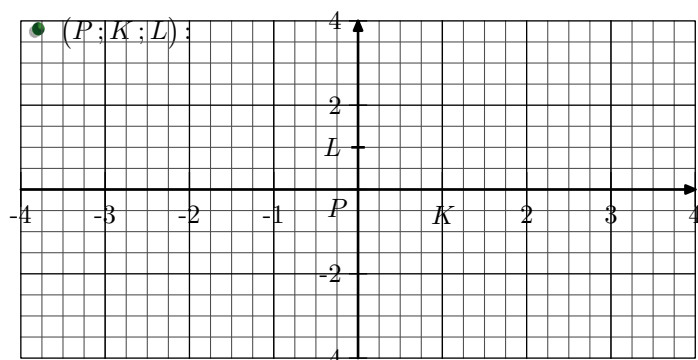
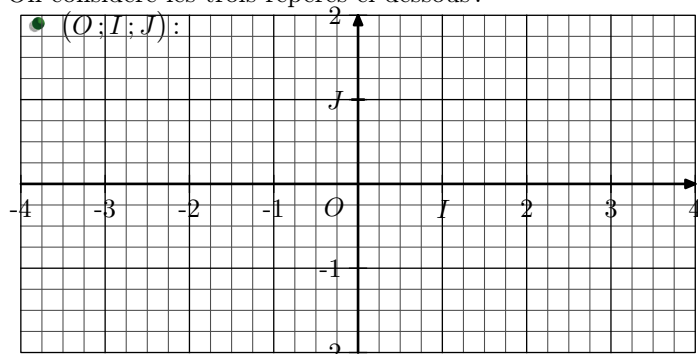
On note x le nombre de DVD empruntés.

- On admet que les trois tarifs peuvent être exprimés à l'aide des fonctions suivantes :
 $f : x \mapsto 2,5x + 18$; $g : x \mapsto 70$; $h : x \mapsto 4x$
 - Associer à chaque tarif la fonction qui lui correspond.
 - Tracer dans un même repère les représentations graphiques de ces trois fonctions. On prendra en abscisse 1 cm pour 2 DVD et en ordonnée 1 cm pour 5€.
- Résoudre l'équation : $4x = 2,5x + 18$
 - Interpréter le résultat.
- Résoudre graphiquement l'inéquation suivante :
 $70 \leq 2,5x + 18$
 - Retrouver ensuite le résultat par le calcul.
- Synthèse :** donner le tarif le plus intéressant selon le nombre de DVD empruntés.

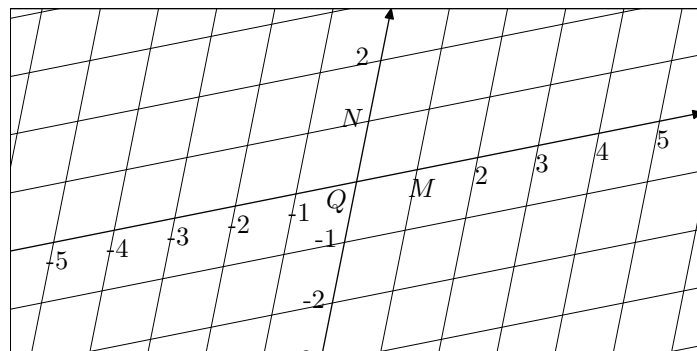
M. Repérage dans le plan :

Exercice M.1 (*)

On considère les trois repères ci-dessous :



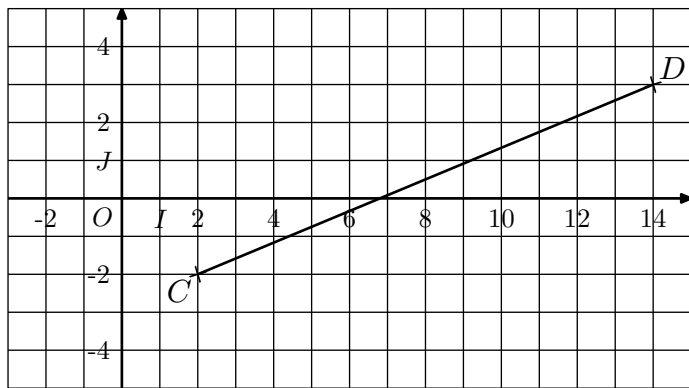
- $(Q; M; N)$:



- Donner le nom de chacun de ces repères.
- On considère les points A, B et C de coordonnées :
 $A(3; -1)$; $B(0; -2)$; $C(2; 2)$
 - Placer les points A, B et C dans chacun des repères.
 - Vérifier, à l'aide de l'équerre, que le triangle ABC est rectangle en A dans le repère $(O; I; J)$.
 - Quelle est la nature du triangle ABC dans les deux autres repères?

Exercice M.2 (*)

On considère le plan muni du repère $(O; I; J)$ orthonormé ci-dessous :



- Le but de cette question est de déterminer la longueur du segment $[CD]$:
 - Donner les coordonnées des points C et D .
 - Placer le point $E(14; -2)$. Quelle est la nature du triangle CDE ?
 - Donner les mesures des segments $[CE]$ et $[ED]$.
 - A l'aide du théorème de Pythagore, déterminer la longueur du segment $[CD]$.
- Placer les points $F(-2; 4)$ et $G(13; -4)$ dans le repère. Par une démarche similaire, montrer que : $FG=17$
- Soient A et B deux points quelconques du plan de coordonnées respectives $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$.
Justifier que la distance AB en fonction de x_A , x_B , y_A et y_B s'exprime par :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

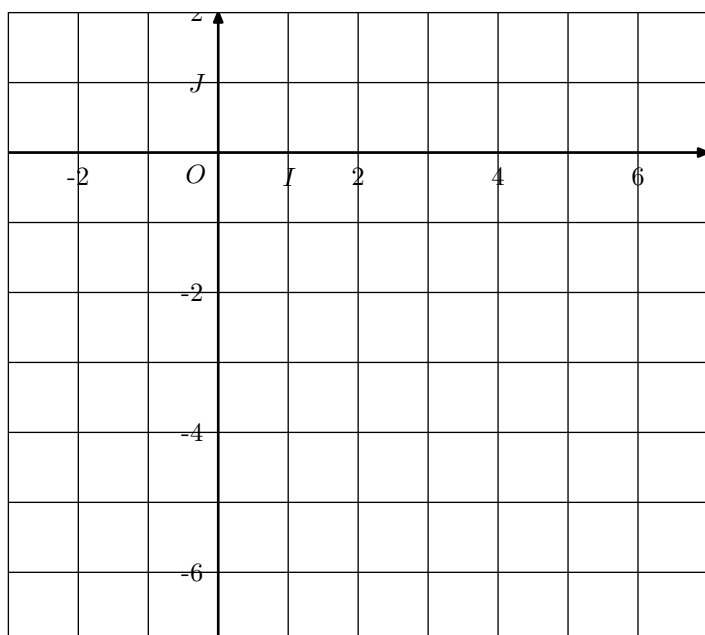
- Utiliser la formule pour établir que : $CG=5\sqrt{5}$

Exercice M.3 (*)

On considère le plan muni d'un repère orthonormal $(O; I; J)$ et les quatre points A, B, C, D de coordonnées respectives :

$$A(-2; -3) ; B(0; 1) ; C(6; -2) ; D(4; -6).$$

- Placer ces quatre points dans le repère ci-dessous :



- Déterminer les mesures exactes des quatre côtés du quadrilatère $ABCD$.

- Etablir que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

- Démontrer que $ABCD$ est un rectangle.

Exercice M.4 (*)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les trois points suivants :

$$A(-5; -4) ; B(3; -2) ; C(-\sqrt{3}-1; 4\sqrt{3}-3)$$

Démontrer que le triangle ABC est équilatéral.

Exercice M.5 (*)

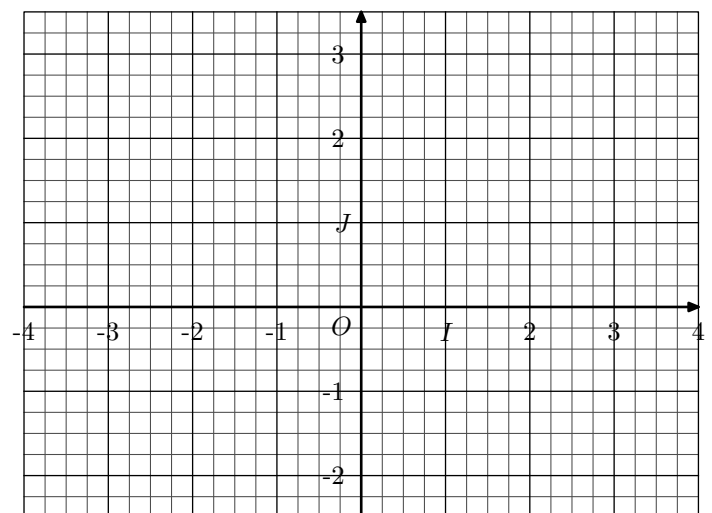
On considère le plan muni du repère $(O; I; J)$ orthonormal. On considère les trois points suivants :

$$A\left(-\frac{5}{3}; 1\right) ; B(-2; 1) ; C\left(-\frac{11}{6}; 1-\frac{\sqrt{3}}{6}\right)$$

- Démontrer que : $AC = \frac{1}{3}$.
- Démontrer que ABC est un triangle équilatéral.

Exercice M.6 (*)

Dans le plan muni du repère $(O; I; J)$ orthonormal, on considère les trois points A, B et C de coordonnées :



- Placer les points A, B et C dans le repère ci-dessous :
 $A(-3; -2) ; B(2; 0) ; C(-1; 3)$

Les questions suivantes vont permettre de déterminer les mesures des trois côtés du triangle ABC et d'en déduire la nature de ce triangle.

- Placer le point D de coordonnées $(-3; 3)$.
 - Préciser la nature du triangle ACD .
 - Dans le triangle ACD , déterminer la mesure de la longueur AC .
- A l'aide du point $E(2; -2)$, déterminer la mesure du segment $[AB]$.
- Déterminer la mesure du segment $[BC]$.
- En déduire la nature du triangle ABC .

Exercice M.7 (*)

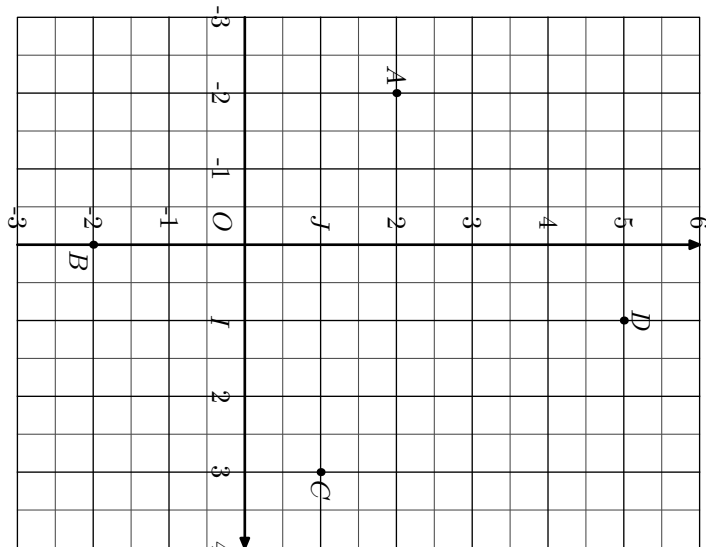
On munit le plan d'un repère orthonormal $(O; I; J)$.

- On considère les trois points :
 $A(1;2)$; $B(2;-1)$; $C(-2;1)$
 Démontrer que le triangle ABC est isocèle en A .

- On considère les trois points suivants :
 $D(-3;-1)$; $E(-2;-2)$; $F(0;2)$
 Démontrer que le triangle DEF est rectangle en D .

Exercice M.8 (*)

On considère le plan muni du repère orthonormé $(O; I; J)$ et des quatre points A, B, C et D indiqués ci dessous :

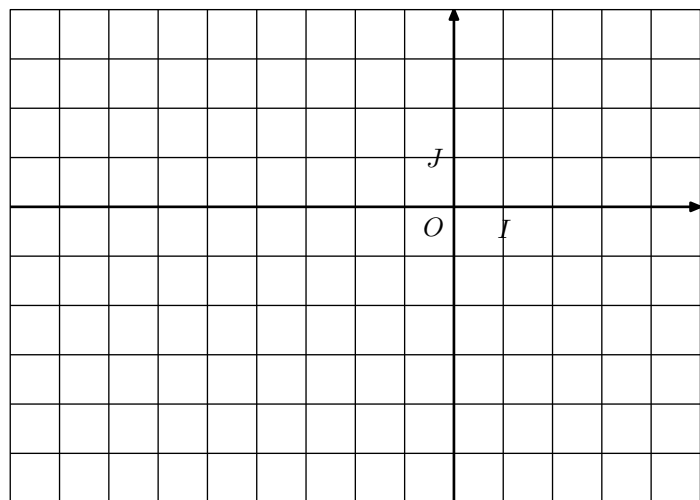


- Déterminer les coordonnées de ces points.
- Soit K le milieu du segment $[AC]$, déterminer les coordonnées de K .
 - Soit L le milieu de $[BD]$, déterminer les coordonnées du point L .
- En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

Exercice M.9 (*)

On considère le plan muni d'un repère orthonormal $(O; I; J)$ et les points suivants déterminés par leurs coordonnées :

$$A(-4;1) ; B(1;3) ; C(-2;-3).$$



- Placer sur le repère ci-dessus les points A, B, C .
- Déterminer les coordonnées du point K milieu du segment $[AC]$.
- Cherchons les coordonnées du point $D(x_D; y_D)$ afin que

le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme :

- Justifier que les coordonnées du point D doivent vérifier les deux égalités suivantes :

$$\frac{1+x_D}{2} = -3 ; \quad \frac{3+y_D}{2} = -1$$
- Déduire des égalités suivantes les coordonnées du point D ; puis, placer ce point dans le repère.

Exercice M.10 (*)

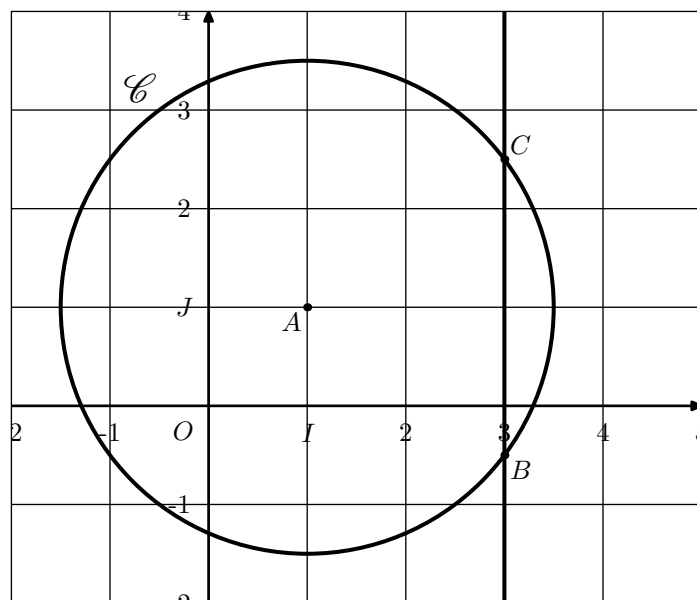
Dans un repère $(O; I; J)$ orthonormé, on considère les trois points A, B et C de coordonnées :

$$A(2;1) ; B(-3;-1) ; C(1;-3)$$

- Déterminer la mesure de la longueur AB .
- On note K le milieu du segment $[AC]$. Déterminer les coordonnées du point K .
- Déterminer les coordonnées du point D tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice M.11 (*)

On munit le plan d'un repère orthonormal $(O; I; J)$.



On considère le cercle $\mathcal{C}$ de centre $A(1;1)$ et de diamètre 5. Les points B et C sont les points d'intersection du cercle $\mathcal{C}$ avec la droite d'équation $x=3$.

- Donner les abscisses des points C et B ?
- Justifier que l'ordonnée y_C du point C vérifie l'égalité suivante : $2^2 + (1-y_C)^2 = 6,25$
- On rappelle la propriété suivante :

Si les carrés de nombres sont égaux alors ces deux nombres sont soit égaux, soit opposés.

Qui se traduit par :

$$x^2 = y^2 \implies (x=y \text{ ou } x=-y)$$

En déduire les coordonnées des points C et B .

Exercice M.12 (*)

On considère le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé. On considère les trois points :

$$A(-1;4) ; B(-3;-2) ; C(0;1-\sqrt{6})$$

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C .
2. Déterminer, au degré près, la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.
3.
 - a. Sans justification, déterminer les coordonnées du point D diamétralement opposé au point C dans le cercle de diamètre $[AB]$.
 - b. Montrer que le quadrilatère $ADBC$ est un rectangle.

Exercice M.13 (*)

On considère le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé. On considère les trois points :

$$A(-1; -2) ; B(3; 4) ; C(2; 1-2\sqrt{3})$$

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C .
2. Déterminer les coordonnées du point D milieu du segment $[AB]$.
3. On considère le point E de coordonnées $(1; 1-\sqrt{13})$.
 - a. Déterminer la mesure du segment $[DE]$.
 - b. Démontrer que le triangle ABE est rectangle.
4.
 - a. Déterminer les coordonnées du point F diamétralement opposé à C dans le cercle de diamètre $[AB]$.
 - b. Montrer que le quadrilatère $AFBC$ est un rectangle.

Exercice M.14 (*)

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$ et les points :

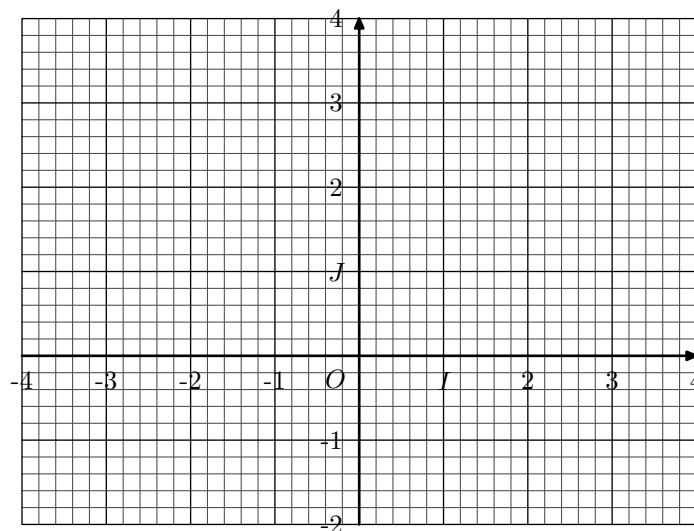
$$A(-2; 3) ; B(4; 5) ; D(-1; 0)$$

1.
 - a. Déterminer les coordonnées de l'unique point C du plan afin que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.
 - b. Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.
2. On considère les points : $E(2; 1) ; F(0; 7)$
 - a. Démontrer que le quadrilatère $AEBF$ est un parallélogramme.
 - b. Démontrer que le parallélogramme $AEBF$ est un losange.
 - c. Démontrer que le losange $AEBF$ est un carré.

Exercice M.15 (*)

Dans le plan muni du repère $(O; I; J)$ orthonormé, on considère les points A et B :

$$A(3; 1) ; B\left(\frac{3}{5}; -\frac{4}{5}\right)$$



On considère le cercle $\mathcal{C}$ de centre A et de rayon 3.

On complètera le repère au fur et à mesure des questions.

1. Justifier que le point B appartient au cercle $\mathcal{C}$.
2. Déterminer les coordonnées des points du cercle $\mathcal{C}$ ayant $\frac{6}{5}$ pour abscisse.
3. Les coordonnées du centre de gravité G d'un triangle ABC sont données par la formule :

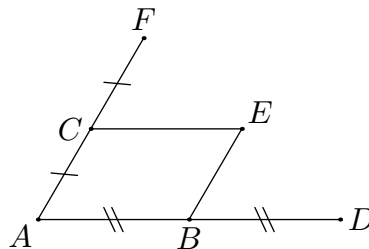
$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$$

Déterminer les coordonnées du point C afin que le triangle ABC admettent le point J pour centre de gravité.

Exercice M.16 (*)

Dans le plan, on considère les points A, B, C, D et E tels que :

- C est le milieu de $[AF]$; B est le milieu de $[AD]$.
- Le quadrilatère $ABEC$ est un parallélogramme.



On munit le plan du repère $(A; B; C)$ quelconque.

1. Dans le repère $(A; B; C)$, donner, sans justification, les coordonnées des six points de ce plan.
2. Justifier que les points E, F et D sont alignés.

Exercice M.17 (*)

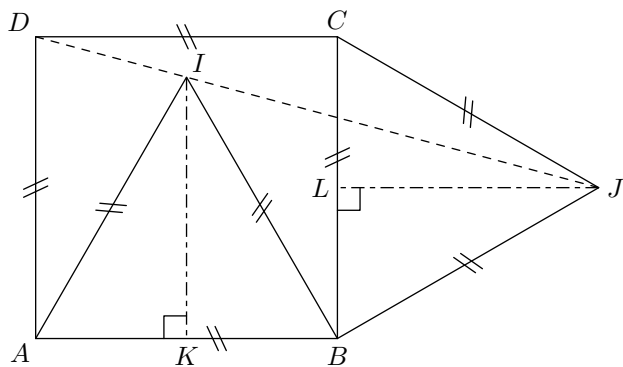
On considère un carré $ABCD$ de côté 1 cm.

- Le point I est l'unique point tel que le triangle AIB soit équilatéral et soit contenu dans le carré $ABCD$;
- Le point J est l'unique point tel que le triangle BCJ soit équilatéral et soit extérieur au carré $ABCD$.

On note :

- K est le pied de la hauteur issue du sommet I dans le triangle AIB .
- L est le pied de la hauteur issue de J dans le triangle BCJ .

Voici la représentation de cette configuration :



Le but de l'exercice est de démontrer que les points D , I et J sont alignés.

On considère le plan muni du repère $(A; B; D)$.

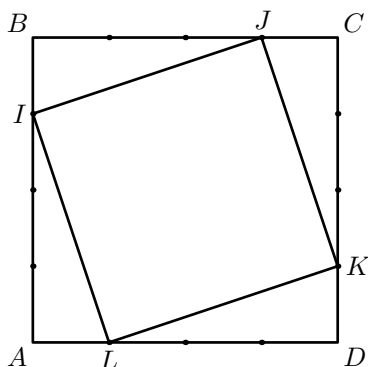
1. Quelle est la nature du repère $(A; B; D)$?
2.
 - a. Déterminer la longueur du segment $[KI]$.
 - b. Donner les coordonnées du point I dans le repère considéré.
3. En admettant que la longueur LJ mesure $\frac{\sqrt{3}}{2}$, donner les coordonnées du point J .
4. Considérons la droite (d) d'équation :

$$y = (\sqrt{3} - 2)x + 1$$

Montrer que les trois points D , I et J appartiennent à la droite (d) .

Exercice M.18 (*)

On considère le carré $ABCD$ représenté ci-dessous :



Ses quatre côtés ont été partagés en quatre parts égales. On considère le quadrilatère $IJKL$ représenté dans la figure vérifiant :

$$BI = CJ = DK = AL = \frac{1}{4} \cdot AD$$

On considère le plan muni du repère $(A; D; B)$.

1. Donner les coordonnées des huit points de cette figure.
2. Démontrer que le quadrilatère $IJKL$ est un parallélogramme.

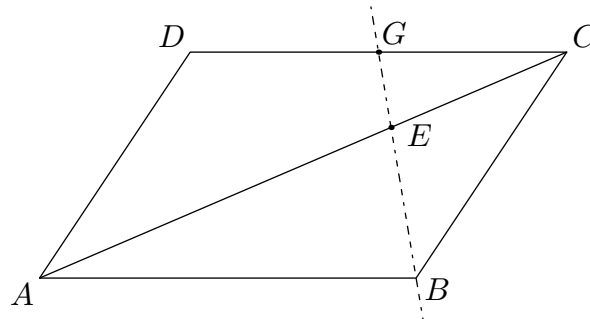
3. Démontrer que le parallélogramme $IJKL$ est un rectangle.
4. Démontrer que le rectangle $IJKL$ est un carré.

Exercice M.19 (*)

Soit $ABCD$ un parallélogramme. On note E le point appartenant au segment $[AC]$ vérifiant :

$$AE = \frac{2}{3} \cdot AC$$

Les droites (BE) et (CD) s'intersectent au point G .



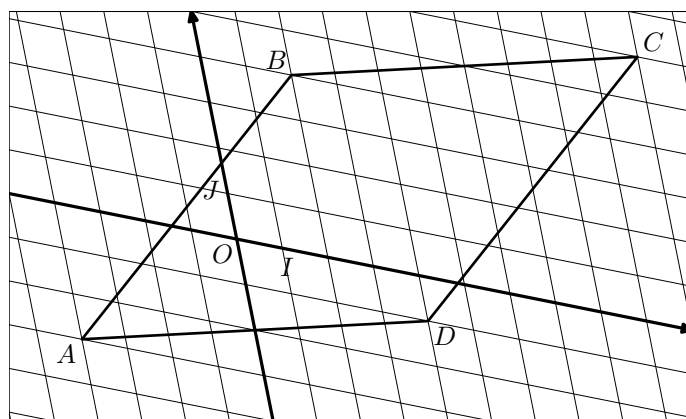
Le plan est muni du repère $(A; B; C)$.

1. Donner, sans justification, les coordonnées des points :
 $A ; B ; C ; D ; E$
2.
 - a. Justifier que la droite (BE) admet pour équation :

$$y = -\frac{2}{3} \cdot x + \frac{2}{3}$$
 - b. En déduire les coordonnées du point G .
3. Que représente le point G pour le segment $[CD]$? Justifier.

Exercice M.20 (*)

Le plan est muni d'un repère $(O; I; J)$ quelconque représenté ci-dessous. On considère les quatre points A , B , C et D :



1. Donner les coordonnées des points A , B , C et D dans le repère $(O; I; J)$.
2. Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

De nombreux exercices corrigés sur le site MaliMath

Ce livret est téléchargeable gratuitement sur le site :

<http://malimath.net>