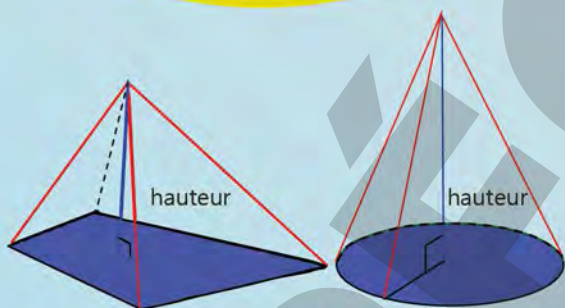


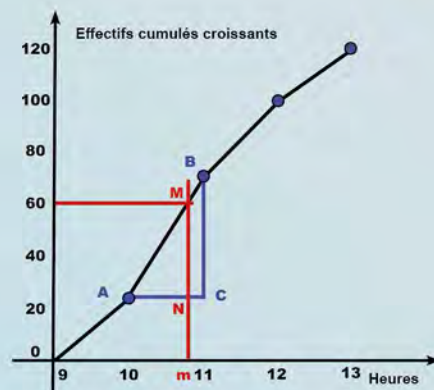
Mathématiques

Nouvelle
édition



$$V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

$$\sqrt{x}$$



Rubriques

- Habiletés et contenus
- Situation d'apprentissage
- Prendre un bon départ
- Résumé de cours et exercices de fixation
- Tests objectifs
- Exercices de renforcement et d'approfondissement
- Situations d'évaluation
- Devoirs surveillés
- Devoirs de niveau

SPECIMEN

Mon Cahier d'habiletés

MATHS

3^e

Rédigé par une équipe d'Inspecteurs,
d'Encadreurs Pédagogiques et de
Professeurs expérimentés

Sous la supervision de

M. TANOÛ KOUACOU

Docteur en Mathématiques

Inspecteur Général de l'Éducation Nationale
et de l'Alphabétisation

Nom :

Prénom(s) :

Établissement :

Année Scolaire :



JD Éditions
21 B.P. 3636 Abidjan 21
Côte d'Ivoire

Conception graphique

- Beys Patrick
- Yves SINGO

Illustrations

- KSM Sebeka
-



© JD Éditions, Abidjan 2024

isbn : 979-10-91832-08-3

Toute reproduction, quel que soit le procédé, est interdite sous peine de poursuites judiciaires.



NOTE DE PRÉSENTATION

L'ouvrage **Mon cahier d'habiletés de Mathématiques** pour les classes de troisième contribue à la recherche de solutions pour l'évaluation des apprentissages, dans un contexte caractérisé par l'adoption de l'approche par les compétences. Ce cahier présente **six blocs rédactionnels** pour répondre aux besoins des enseignants, des élèves et des parents d'élèves.

Habiletés et contenus

1

Ce bloc présente, pour chaque leçon, la liste des habiletés prescrites par le programme officiel en vigueur.

Situations d'apprentissage

2

C'est un ensemble de circonstances contextualisées à partir duquel l'enseignant planifie les activités requises afin d'installer les habiletés.

Prendre un bon départ

3

Ce bloc d'exercices de révision est conçu pour évaluer les acquis préalables nécessaires à la compréhension des nouvelles habiletés à installer.

Résumé de cours - Exercices de fixation

4

Ce bloc présente les définitions, les propriétés et des méthodes clés à retenir. Les exemples sont suivis d'exercices de fixation qui ont pour objectif la vérification de l'habileté qui vient juste d'être installée.

Exerce-toi

5

Ce bloc comprend des exercices du type tests objectifs, des exercices de renforcement / approfondissement ainsi que des situations d'évaluation.

↳ Les tests objectifs

Ils incluent différentes formes d'exercices tels que les QCM, les mises en correspondance, les réarrangements et les questions alternatives. Ces types d'exercices sont essentiels dans la mise en œuvre de l'approche par compétences.

↳ Exercices de renforcement/approfondissement

Il s'agit de vérifier si l'élève est capable de mettre en œuvre plusieurs habiletés de la même leçon ou de plusieurs leçons pour résoudre ces exercices. Les élèves les utiliseront pour préparer leur devoir surveillé.

↳ Situations d'évaluation

Ce sont des exercices qui permettent de vérifier la capacité de l'élève à faire un transfert et qui offrent l'occasion à l'enseignant de contextualiser son enseignement / apprentissage, c'est-à-dire de rendre opératoires et significatifs les apprentissages.

Devoirs surveillés - Devoirs de niveau

6

Le devoir surveillé qui apparaît à la fin de chaque leçon prend en compte l'essentiel des habiletés / contenus de la leçon. Des devoirs de niveau figurent à la fin de plusieurs leçons. Il s'agit d'évaluer les habiletés / contenus installés à la fin d'un trimestre.

COMMENT UTILISER MON CAHIER D'HABILETÉS

Bloc Rédactionnel	Pour les enseignants	Pour les élèves	Pour les parents
Habiletés et contenus	• Réorganiser les habiletés en fonction de l'ordre d'apparition des notions. • Découper les habiletés en séances. • Préparer ses fiches de leçon.	• Lire les habiletés et contenus de la leçon. • Faire le lien avec certaines notions déjà vues. • Réviser les notions en lien avec les habiletés et contenus de la leçon. • S'auto-évaluer en fonction des attentes de la leçon.	• Faire lire à son enfant, à la fin d'une leçon, les habiletés et contenus de la prochaine leçon, afin de le motiver. • Utiliser ces attentes pour un soutien à domicile de son enfant. • Communiquer avec les enseignants sur les attentes et créer un partenariat pour la réussite de l'élève.
Situations d'apprentissage	• Adapter éventuellement la situation du cahier au contexte local. • Faire lire la situation pour amener les élèves à dégager ses principales parties. • Permettre aux élèves d'interpréter la situation en fonction de leur compréhension. • S'appuyer sur la situation pour annoncer le plan du cours. • Utiliser la situation tout le long du processus de déroulement de la leçon.	• Lire la situation avant le début de la leçon. • Comprendre de quoi il est question dans la situation avant d'aller en classe. • Poser des questions en classe si tu ne comprends pas la situation. • Suivre les instructions de ton professeur afin de mieux exploiter la situation.	• Lire la situation d'apprentissage pour votre enfant et lui demander de la relire. • Essayer de dialoguer avec lui à propos de la situation en lui demandant de vous expliquer sa compréhension des faits qui s'y déroulent. • N'hésitez pas à vous référer au professeur de la classe en cas de besoin.
Prendre un bon départ	• Proposer ces exercices ou quelques-uns de ces exercices de révision à vos élèves à la maison peu avant l'entame de la leçon. Un compte rendu sera fait en classe et des remédiations appropriées seront apportées. Il est également possible de soumettre aux élèves ces exercices de révision sous forme de travaux dirigés. • S'assurer que les principales notions qui seront réinvesties sont acquises par la majorité des élèves.	• Résoudre les exercices de révision sans forcément attendre l'ordre de ton professeur. • Profiter de ces exercices de révision pour réviser les notions mathématiques sous-jacentes.	• Vérifier dès la fin d'une leçon que l'enfant a commencé à résoudre les exercices de révision de la prochaine leçon. • S'assurer que les notions mathématiques, objet des révisions, sont bien acquises par l'enfant.

Résumé de cours-Exercices de fixation	• S'assurer que les élèves ont bien compris chaque point du résumé de cours. Pour ce faire, on pourra utiliser ces résumés dans la formulation des tests objectifs. • Vérifier à travers les exercices de fixation que chaque enfant sait les appliquer. • Faire suivre immédiatement chaque point du résumé par l'exercice de fixation qui lui est rattaché.	• Connaître les définitions, propriétés et remarques contenues dans le résumé. • Comprendre chaque point mentionné dans le résumé de cours. • Appliquer chaque notion grâce aux exercices de fixation correspondants.	• Interroger, si possible, l'enfant sur les résumés de cours. • Vérifier que l'enfant fait les exercices de fixation donnés par le professeur. • Proposer des exercices de fixation à l'enfant, même si vous n'avez pas toujours la solution.
Exerce-toi	• Varier les types d'exercices à donner aux élèves (tests objectifs, exercices de renforcement, situations d'évaluation). • Donner les exercices en fonction des habiletés installées et non en fonction de leur position dans le cahier. • Sélectionner un lot d'exercices afin de les transformer en séances de travaux dirigés.	• S'exercer sans attendre forcément les instructions du professeur. • Approcher le professeur ou le maître de maison pour soumettre tes difficultés. • Varier les types d'exercices (tests objectifs, exercices de renforcement, situations d'évaluation).	• Vérifier que l'enfant fait les exercices donnés par son professeur. • Proposer des exercices à l'enfant, même si vous n'avez pas toujours la solution.
Devoirs surveillés	• Utiliser ces devoirs pour en faire soit des devoirs surveillés de classe, soit des séances de travaux dirigés, soit des devoirs de maison, etc.	• Traiter systématiquement tous les devoirs sans forcément attendre les instructions de ton professeur. • Noter tes difficultés, réviser ton cours et tes exercices, puis les traiter de nouveau. • Soumettre en dernier recours tes préoccupations à ton professeur.	• Vérifier que l'enfant a fait le devoir surveillé se trouvant à la fin de chaque leçon. • Recueillir ses difficultés et échanger avec son professeur.

SOMMAIRE

1. Calcul littéral

■ Habilités et contenus	7
■ Situation d'apprentissage	7
■ Prendre un bon départ	8
■ Résumé de cours – exercices de fixation	10
■ Exerce-toi	18
■ Devoir surveillé	22

2. Propriétés de Thalès dans un triangle

■ Habilités et contenus	23
■ Situation d'apprentissage	23
■ Prendre un bon départ	24
■ Résumé de cours – exercices de fixation	26
■ Exerce-toi	31
■ Devoir surveillé	39

3. Racines carrées

■ Habilités et contenus	41
■ Situation d'apprentissage	41
■ Prendre un bon départ	42
■ Résumé de cours – exercices de fixation	43
■ Exerce-toi	48
■ Devoir surveillé	54

4. Triangle rectangle

■ Habilités et contenus	55
■ Situation d'apprentissage	55
■ Prendre un bon départ	56
■ Résumé de cours – exercices de fixation	57
■ Exerce-toi	65
■ Devoir surveillé	73

Exemple de devoir de niveau 1

5. Calcul numérique

■ Habilités et contenus	77
■ Situation d'apprentissage	77
■ Prendre un bon départ	78
■ Résumé de cours – exercices de fixation	79
■ Exerce-toi	88
■ Devoir surveillé	92

6. Angles inscrits

■ Habilités et contenus	93
■ Situation d'apprentissage	93
■ Prendre un bon départ	94
■ Résumé de cours – exercices de fixation	95
■ Exerce-toi	98
■ Devoir surveillé	105

7. Vecteurs

■ Habilités et contenus	106
■ Situation d'apprentissage	106
■ Prendre un bon départ	107
■ Résumé de cours – exercices de fixation	108
■ Exerce-toi	115
■ Devoir surveillé	120

8. Équations et inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}$

122

■ Habilités et contenus	122
■ Situation d'apprentissage	122
■ Prendre un bon départ	123
■ Résumé de cours – exercices de fixation	124
■ Exerce-toi	129
■ Devoir surveillé	134

9. Coordonnées de vecteurs

135

■ Habilités et contenus	135
■ Situation d'apprentissage	135
■ Prendre un bon départ	136
■ Résumé de cours – exercices de fixation	138
■ Exerce-toi	144
■ Devoir surveillé	149

Exemple de devoir de niveau 2

10. Équations de droites

154

■ Habilités et contenus	154
■ Situation d'apprentissage	154
■ Prendre un bon départ	155
■ Résumé de cours – exercices de fixation	157
■ Exerce-toi	163
■ Devoir surveillé	169

11. Statistique

170

■ Habilités et contenus	170
■ Situation d'apprentissage	170
■ Prendre un bon départ	171
■ Résumé de cours – exercices de fixation	172
■ Exerce-toi	178
■ Devoir surveillé	184

12. Équations et inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

185

■ Habilités et contenus	185
■ Situation d'apprentissage	185
■ Prendre un bon départ	186
■ Résumé de cours – exercices de fixation	188
■ Exerce-toi	195
■ Devoir surveillé	201

13. Applications affines

202

■ Habilités et contenus	202
■ Situation d'apprentissage	202
■ Prendre un bon départ	203
■ Résumé de cours – exercices de fixation	204
■ Exerce-toi	212
■ Devoir surveillé	216

14. Pyramides et cônes

217

■ Habilités et contenus	217
■ Situation d'apprentissage	217
■ Prendre un bon départ	218
■ Résumé de cours – exercices de fixation	219
■ Exerce-toi	229
■ Devoir surveillé	239

Exemple de devoir de niveau 3

CALCUL LITTÉRAL

Habiletés et contenus

- ✓ **Identifier** un polynôme.
- ✓ **Connaître** la propriété relative à l'égalité de deux quotients ; la définition de deux nombres inverses l'un de l'autre ; les règles relatives aux puissances à exposant entier relatif d'un nombre ; la propriété relative au produit nul ; la propriété relative au produit non nul ; la propriété relative aux nombres de même carré.
- ✓ **Calculer** avec les puissances d'exposant entier relatif ; la somme, la différence, le produit, le quotient de polynômes ; une valeur numérique d'une expression littérale.
- ✓ **Développer** une expression littérale.
- ✓ **Réduire** une expression littérale.
- ✓ **Factoriser** une expression littérale.
- ✓ **Déterminer** les valeurs de la variable pour lesquelles une fraction rationnelle existe.
- ✓ **Simplifier** une fraction rationnelle.
- ✓ **Traiter** une situation faisant appel au calcul littéral.

Situation d'apprentissage

À la veille des fêtes de fin d'année, les anciens élèves d'un lycée veulent distribuer des prix aux meilleurs élèves dudit établissement.

Pour cela, ils organisent un concours de Mathématiques qui regroupe les deux premiers par niveau. Pour le niveau 3^e, le jury leur propose le programme de calcul suivant :

- Choisis quatre nombres entiers naturels consécutifs ;
- Calcule le produit du deuxième par le troisième ;
- Calcule le produit du premier par le quatrième ;
- Calcule la différence entre le premier produit calculé et le deuxième.

Au vu de ce programme, les élèves doivent effectuer les calculs, sans calculatrice, et justifier la démarche. Au sortir de la salle, un des leurs affirme avoir trouvé le résultat qui soulève une discussion. Ils informent aussitôt leurs camarades de classe.

Curieux, ceux-ci décident d'approfondir leurs connaissances sur le calcul littéral.



Prendre un bon départ

Révision 1 Nombres rationnels

A/ Choisis la bonne réponse.

Énoncés	Réponses		
	A	B	C
1. Le nombre rationnel $\frac{3}{7}$ est égal à :	$\frac{30}{700}$	$-\frac{3}{7}$	$\frac{24}{56}$
2. Le nombre rationnel 1 est égal à :	$\frac{21}{10} + \frac{3}{5}$	$\frac{3}{15} \times \frac{25}{5}$	$-\frac{4}{3} \times \frac{6}{-5}$
3. Le nombre rationnel $\frac{8}{9}$ est égal à :	$\frac{8}{11} - \frac{7}{11}$	$-\frac{5}{9} \times \frac{6}{-5}$	$\frac{2}{3} : \frac{3}{4}$

B/ Effectue les calculs ci-dessous et simplifie le résultat si possible.

$$A = \frac{2}{8} - \frac{15}{20} ; B = \frac{-6}{5} \times \frac{2}{5} ; C = \frac{-8}{21} : \left(-\frac{4}{7}\right).$$

Révision 2 Calcul littéral

A/ Complète le tableau suivant :

a	$\frac{5}{6}$		$-\frac{3}{2}$	1	12		
Inverse de a							-1

B/ a est un nombre rationnel non nul. Recopie et complète les égalités suivantes :

a) $a^3 \times a = \dots$; b) $(a^5)^2 = \dots$; c) $(-7a)^2 = \dots$;

d) $\frac{a^8}{a^5} = \dots$; e) $\left(\frac{a}{3}\right)^3 = \dots$.

C/ Développe les expressions suivantes :

1. $A = 4(2x - 3)$; $B = -5(9 - x)$; $C = -x(2x - 5)$ et $D = (x + z)(y - t)$.

2. $E = (t + 3)^2$; $F = (5 - u)^2$ et $G = (7 - 3y)(7 + 3y)$.

D/ Développe et réduis les expressions A, B, C et D ci-dessous.

$$A = 9x - (2x - 1) ;$$

$$B = 3x^2 - (4 - 9x^2) - 11 ;$$

$$C = 2x + 4(x + 3) ;$$

$$D = 4x - (7 + 3x - 5t) + 2t - 3.$$

E/ Factorise les expressions A, B, C, D et E suivantes :

$$A = 5x - 5t ;$$

$$B = (t + 2)(2 - 3t) + (t + 7)(t - 2) + 11 ;$$

$$C = t^2 + 18t + 81 ;$$

$$D = 36 + 60u + 25u^2 ;$$

$$E = 100 + 49 + 25x^2 .$$

Résumé de cours - Exercices de fixation

1

QUOTIENT

a) Égalité de quotients

Propriété

a, b, c et d sont des nombres rationnels différents de zéro.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivaut à $ad = bc$.

Exercices de fixation

- 1 e, f, g et h sont des nombres rationnels tels que $f \neq 0$ et $h \neq 0$. Réponds par V si l'affirmation est vraie ou par F si non.

	Affirmations	Réponses
1	$\frac{e}{f} = \frac{g}{h}$ équivaut à $e \times g = f \times h$	
2	$\frac{e}{f} = 1$ équivaut à $e = f$	
3	$\frac{e}{f} = 2$ équivaut à $e = 2f$	

- 2 Complète chacune des égalités ci-dessous par le nombre qui convient.

1. $\frac{-1,2}{6} = \frac{\dots}{18}$; 2. $\frac{9}{14} = \frac{\dots}{21}$; 3. $\frac{11}{\dots} = \frac{4}{15}$.

- 3 a, b, c, d, x et y sont des nombres rationnels non nuls.

Complète les pointillés dans les cas suivants :

1. $ax = by$ équivaut à $\frac{b}{x} = \frac{\dots}{\dots}$

2. $cd = xy$ équivaut à $\frac{d}{\dots} = \frac{\dots}{c}$

3. $ad = bc$ équivaut à $\frac{\dots}{a} = \frac{\dots}{c}$

b) Opérations sur les quotients

Propriétés

Soit a, b, c et d des nombres rationnels. Lorsque b et d sont différents de 0 :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} = \frac{ac}{bd}.$$

Lorsque b, c et d sont différents de 0 :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

Exercices de fixation

- 4 a, b, c et d sont des nombres rationnels tous différents de zéro.

Effectue les calculs suivants :

1. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ 2. $\frac{a}{b} - \frac{c}{d}$ 3. $\frac{a}{b} + \frac{1}{2b}$ 4. $\frac{a}{b} + \frac{a}{d}$.

- 5 a, b , et c sont des nombres rationnels tous différents de zéro.

Effectue les calculs suivants :

1. $\frac{a}{b} \times \frac{c}{a}$ 2. $\frac{1}{a} \times \frac{a}{8}$ 3. $\frac{a}{2} : \frac{2}{a}$ 4. $\frac{a}{b} : \frac{b}{c}$.

b) Puissance à exposant entier relatif

Propriété

Soient a un nombre rationnel différent de 0 et n un nombre entier naturel.

L'inverse de a^n est a^{-n} . Ainsi, $a^{-n} \times a^n = 1$.

Exercices de fixation

- 8 Les nombres rationnels a et b sont tous différents de zéro.

Complète les phrases suivantes :

1. L'inverse de a^2 est
2. L'inverse de a^5 est
3. L'inverse de b^3 est
4. L'inverse de $\frac{1}{b^2}$ est

- 9 Soient a et b des nombres rationnels différents de 0.

Écris chacune des expressions suivantes sous la forme $a^m b^n$ où m et n sont des nombres entiers relatifs.

1. $(a \times b)^3 \times b^2$; 2. $(a^2)^2 \times (a \times b)^{-2}$; 3. $(a \times b)^7 \times a^{-4}$.

2

CALCUL LITTÉRAL

a) Nombres inverses l'un de l'autre

Propriété

Deux nombres a et b non nuls sont dits inverses l'un de l'autre lorsque leur produit ab est égal à 1. On dit aussi que b est l'inverse de a ou encore a est l'inverse de b .

Exercices de fixation

- 6 Les nombres rationnels a et b sont différents de zéro.

Complète les phrases suivantes :

1. L'inverse de $-\frac{1}{a}$ est
2. L'inverse de $\frac{a}{2}$ est
3. L'inverse de $-\frac{a}{b}$ est
4. L'inverse de $\frac{a}{b}$ est

- 7 Les nombres rationnels a et b sont tous différents de zéro.

Complète les pointillés par les nombres qui conviennent :

1. $\frac{a}{b} = a \times \frac{\dots}{\dots}$ 2. $a \times \frac{1}{a} = \dots$ 3. $a : \frac{1}{a} = \dots$

- 10 Écris sous forme de puissance d'un nombre entier.

1. $(2^2)^3$; 2. $5^4 \times 3^4$; 3. $(10^3)^2 \times 10^{-2}$;
4. $\frac{2^6}{2^{-2}}$; 5. $\frac{3^9 \times 3^{-1}}{3^3}$.

- 11 Calcule et donne le résultat sous forme d'un nombre entier : $\frac{9 \times (10^2)^3 \times 2^2 \times 10^8 \times 10^4}{(10^8)^2}$.

- 13 Justifie que les expressions A, B, C et D suivantes sont égales.
 $A = 2n + 2(n - 2)$; $B = n + 2(n - 1) + (n - 2)$;
 $C = 5n - (n + 4)$; $D = 4(n - 1)$.

c) Développement et réduction

Propriété

a , b et c sont des nombres rationnels. On a :

$$a + (b - c) = a + b - c ;$$

$$a - (b - c) = a - b + c ;$$

$$a - (b + c) = a - b - c.$$

Exercices de fixation

- 12 Réduis les expressions suivantes :

1. $x - (3 - 2x)$;

2. $5y + (2 - y) + 3$;

3. $-2(x - 7) + (2x + 4)$;

4. $3(2x^2) - 7(-4x) + 4(-2x^2) + 5(-2x)$.

- 14 On donne les expressions A, B, C, D, E et F telles que :

$$A = 3n + 3(n - 1) + 1 ;$$

$$B = 4n + 4(n - 1) - 2(n - 1) ;$$

$$C = 4n + 2(n + 1) - 4 ;$$

$$D = 2(n + n + n - 1) ;$$

$$E = 3(n + n - 1) + 1 ;$$

$$F = 4n + 2(n - 1).$$

Justifie que : $A = B = C = D = E = F$.

e) Développement

Propriété

k, a, b, x et y sont des nombres rationnels.
On a :
 $k(a + b) = ka + kb$;
 $k(a - b) = ka - kb$;
 $(a + b)(x + y) = ax + ay + bx + by$.

Exercices de fixation

- 16** Développe et réduis chacune des expressions suivantes :
 $(4a + 3)(3a + 5)$; $(3a - 2)(4a - 7)$;
 $(5a + 7)(4a + 1)$.

d) Règles de priorité

Propriété

Règle 1

Dans une suite d'opérations, toute opération entre parenthèses est prioritaire.

Règle 2

En l'absence de parenthèses :

- les puissances sont prioritaires par rapport à la multiplication et à la division ;
- la multiplication et la division sont prioritaires par rapport à l'addition et la soustraction.

Exercice de fixation

- 15** Calcule sans utiliser une calculatrice :
- $5 - 6 \times (15 - 2 \times 4 - 5)$;
 - $-13 + 10 \div 2 + 3 \times (19 - 6 \div 2 - 2 \times 7)$.

- 17** Développe et réduis chacune des expressions suivantes :
 $(5b - 2)(-3b + 2)$; $(3x - 4)(5x + 2)$;
 $(-4x + 17)(-3x - 21)$.

f) Égalités remarquables

Propriété

a et b sont des nombres rationnels.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 ; \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 ;$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

Exercices de fixation

- 18 Développe à l'aide d'une égalité remarquable A, B et C, tels que :

$$A = (x + 1)^2 ; B = (x - 1)^2 ; C = (x + 1)(x - 1).$$

- 19 Développe à l'aide d'une égalité remarquable A, B et C, tels que :

$$A = (2x + 3)^2 ; B = (4x - 5)^2 ;$$

$$C = (2x + 5)(2x - 5).$$

- 20 Développe à l'aide d'une égalité remarquable A, B et C, tels que :

$$A = (8x - 11)^2 ; B = (3 - 2x)(3 + 2x) ;$$

$$C = (2x + 5)^2.$$

g) Factorisation

Factoriser, c'est transformer une somme algébrique en un produit de facteurs.

Point méthode

Pour factoriser une somme algébrique, on peut :

- Reconnaître un facteur commun et le mettre en facteur.
 $ka + kb = k(a + b) ; ka - kb = k(a - b) ;$
 $ka - kb + kc = k(a - b + c).$
- Reconnaître et utiliser le développement d'une égalité remarquable.
 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 ;$
 $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 ;$
 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$
- Utiliser les deux méthodes précédentes.

Exercices de fixation

- 21 Factorise chacune des expressions A, B et C suivantes :

$$A = 3x + 6 ; B = 2a - 4b \text{ et } C = 3x^2 + x.$$

- 22 Factorise chacune des expressions A, B et C suivantes :

$$A = x^5 - x^4 ; B = 3xy - x^2 ; C = ab^3 - a^5b^4.$$

- 23** Factorise chacune des expressions A, B et C suivantes :

$$A = (x - 3)(x - 2) + 5(x - 3) ;$$

$$B = 3(5 - 9x) - (5 - 9x)(1 - 3x) ;$$

$$C = (2x - 5)(7x + 5) - (2x - 5)^2.$$

- 24** Factorise chacune des expressions A, B et C telles que :

$$A = 4(x - 2) + 5(x - 2)(3x + 1) ;$$

$$B = x(2x - 1) + (2x - 1)(x - 2) ;$$

$$C = (x - 1)^2 + (x - 1)(x - 2).$$

- 25** Factorise chacune des expressions A, B et C en utilisant les égalités remarquables.

$$A = x^2 + 6x + 9 ;$$

$$B = 16x^2 - 56x + 49 ;$$

$$C = x^2 - 100 ;$$

$$D = (x - 3)^2 - 25.$$

h) Produit nul - Nombres de même carré

• Produit nul

Propriété

- Un produit est égal à zéro lorsque l'un au moins de ses facteurs est égal à zéro.
a et b sont des nombres : $ab = 0$ équivaut à $a = 0$ ou $b = 0$.
- Un produit est différent de zéro lorsque tous les facteurs sont différents de zéro.
a et b sont des nombres : $ab \neq 0$ équivaut à $a \neq 0$ et $b \neq 0$.

Exercices de fixation

- 26** Détermine les valeurs de x dans chacun des cas suivants :

1. $x(x + 13) = 0 ;$

2. $x(18 - x) = 0.$

- 27** Résous chacune des équations suivantes :

1. $(3x + 6)(x + 12) = 0 ;$

2. $(2x - 1)(x - 12) = 0.$

28 Résous chacune des équations suivantes :

1. $(4x - 8)(3x - 1) = 0$;
2. $(-5x + 10)(7x - 3) = 0$.

• Nombres de même carré

Propriété

a et b sont des nombres rationnels :
 $a^2 = b^2$ équivaut à $a = b$ ou $a = -b$.

Exemple

$x^2 = 25$ équivaut à $x = 5$ ou $x = -5$

Remarque

a et b sont des nombres positifs : $a^2 = b^2$
 équivaut à $a = b$.

Exercices de fixation

29 Résous chacune des équations suivantes :

- a) $x^2 = 2^2$; b) $x^2 = 3^2$; c) $x^2 = 0$.

30 Résous chacune des équations suivantes :

- a) $x^2 = 1$; b) $x^2 = 16$; c) $x^2 = 49$; d) $x^2 = 121$.

3

EXEMPLES D'EXPRESSIONS LITTÉRALES

a) Polynômes

Présentation

On considère l'expression littérale : $4x^3$.

- $4x^3$ est appelée **monôme** en x ;
- 4 est appelé le **coefficient** de ce monôme ;
- 3 est appelé le **degré** de ce monôme.

La somme algébrique de monômes est appelée polynôme.

$4x^3$ et $2x^2 + 5x + 3$ sont des polynômes.

b) Fractions rationnelles

Présentation

On considère l'expression littérale :

$$\frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 4}$$

$\frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 4}$ est une **fraction rationnelle**.

$2x^2 - 3x + 1$ est son **numérateur** ; $x^2 - 4$ est son **dénominateur**.

Une valeur numérique d'une fraction rationnelle existe si le dénominateur est différent de 0.

Exemple

On considère la fraction rationnelle A définie par : $\frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 4}$.

Trouvons les valeurs de la variable pour lesquelles A existe.

A existe si et seulement si $x^2 - 4 \neq 0$

Réolvons l'équation : $x^2 - 4 = 0$.

$$x^2 - 4 = 0$$

$$(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x - 2 = 0 \text{ ou } x + 2 = 0$$

$$x = 2 \text{ ou } x = -2$$

A existe pour $x \neq -2$ et $x \neq 2$.

Exercices de fixation

31 Détermine les conditions d'existence des fractions rationnelles suivantes :

1. $\frac{x+3}{x-2}$; 2. $\frac{x-4}{x+1}$; 3. $\frac{2b+7}{2b}$.

32 Détermine les conditions d'existence des fractions rationnelles suivantes :

1. $\frac{x+2}{x^2-1}$; 2. $\frac{x}{x^2-9}$; 3. $\frac{x-3}{x^2-64}$.



Tests objectifs

- 1 Soient x et y deux nombres rationnels. Relie chaque expression (écrite à gauche) à son expression algébrique correspondante (à droite).

Double produit (1)	•
Carré de la somme (2)	•
Somme des carrés (3)	•
Carré du produit (4)	•
Double de la somme des carrés (5)	•

•	a) $(xy)^2$
•	b) $2(x^2 + y^2)$
•	c) $x^2 + y^2$
•	d) $(x + y)^2$
•	e) $2xy$

- 2 Réarrange les groupes de mots ci-dessous pour obtenir une définition correcte.
« lorsque leur produit » ; « l'un de l'autre » ;
« est égal à 1 » ; « sont dits inverses » ; « deux nombres a et b ».

- 3 Recopie et complète la phrase suivante avec l'un des mots ou groupe de mots proposés qui convient : **facteurs** ; **produit** ; **nul** ; **au moins**.

Un est nul lorsque l'un de ses est

- 4 Pour chacune des affirmations ci-dessous, réponds par vrai si l'affirmation est vraie ou par faux si non.

1. Tout nombre rationnel admet un inverse.
2. $2023x$ est un polynôme.
3. $(x - 1)(2x - 3) = 0$ pour $x = -1$ ou $x = 3$.
4. a étant un nombre rationnel non nul positif, p un nombre entier relatif, on a : $(-a)^{2p+1} = -a^{2p+1}$.

- 5 Pour chaque énoncé du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie. Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

N°	Énoncés	A	B	C
1	L'expression réduite de $4 - (3 - 2x) + (-7 - 2x)$ est :	$-x - 6$	6	-6
2	L'expression factorisée de $(3x - 2)(x + 5) - (x + 5)$ est :	$(x + 5)(3x - 2)$	$(x + 5)(3x - 3)$	$(x + 5)(3x - 5)$
3	Pour x différent de 0 et de 1, la fraction rationnelle $\frac{2x(8x - 5)(x - 1)}{(2x - 1)^2 - 1}$ est égale à :	$\frac{8x - 5}{2}$	$\frac{5 - 8x}{2}$	$\frac{x(8x - 5)}{2}$
4	Pour $x = -3$, l'expression $3(x - 2) + x^2$ a pour valeur :	6	-6	12
5	Les valeurs -4 et 2 annulent le produit :	$(x - 2)(x + 4)$	$(x - 2)(x - 4)$	$(x + 2)(x - 4)$

Exercices de renforcement / approfondissement

- 6 Dans chacun des cas ci-dessous, choisis la bonne réponse.

u , v et r sont des nombres rationnels non nuls.

1. Si $\frac{u}{v} = \frac{2}{5}$ et $\frac{r}{v} = \frac{3}{5}$, alors $\frac{u}{r}$ vaut :

a) $\frac{5}{6}$; b) $\frac{6}{5}$; c) $\frac{3}{2}$; d) $\frac{2}{3}$;

2. x étant un nombre rationnel non nul, l'égalité $\frac{3}{4} = 2 - \frac{1}{5} - \frac{1}{x}$ est vraie lorsque :

a) $x = 0$; b) $x = \frac{20}{21}$; c) $x = \frac{6}{5}$; d) $x = -\frac{6}{5}$;
e) $x = \frac{21}{20}$.

7 Deux nombres rationnels x et y sont tels que :

$$x + y = 2 \text{ et } xy = -\frac{5}{4}.$$

Calcule chacun des nombres A et B suivants :

$$A = 2x + y(x + 2) ; B = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}.$$

8 On pose : $a^2b = -2$.

Calcule A et B tels que : $A = (ab)^8 \times a^8$ et

$$B = \frac{5a^4 \times 3(ab)^{-3}}{a^3 \times b^{-2}}.$$

9 On donne les nombres A et B tels que :

$$A = (5^6 + 1)^2 - (5^6 + 1)(5^6 - 1) - 2(5^6 - 1) ;$$

$$B = \frac{5^{18} - 25}{(5^8 - 1)(5^8 + 1)}.$$

Sans utiliser de calculatrice, calcule A et B .

10

1. a) Démontre que : $\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^5$.

b) Dédus-en le calcul de A tel que:

$$A = \left(\frac{2}{3}\right)^{-5} \times \frac{16}{81}.$$

2. On pose : $B = \left(\frac{5}{7}\right)^{-3} \times \frac{5}{49}$. Calcule B .

11

On donne les expressions U et V suivantes :

$$U = x^3 - 7x - 4 \text{ et } V = x^2 - x - 4.$$

1. Calcule la valeur numérique de U , puis celle de V pour : $x = 3$; $x = -2$; $x = 0$.

2. Dis si on peut affirmer que pour tout nombre rationnel x , U et V sont égaux. Justifie ta réponse.

12 On donne la fraction rationnelle R telle que :

$$R = \frac{x^2}{x+1} - \frac{1}{x+1}.$$

1. Détermine la condition d'existence de R .
2. Simplifie R lorsque cela est possible.
3. Calcule la valeur numérique de R pour

$$x = -\frac{3}{2}.$$

13 On donne la fraction rationnelle T telle que :

$$T = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} : \frac{x - 2}{x - 3}.$$

1. Détermine les valeurs de x pour lesquelles T existe.
2. Simplifie T lorsque cela est possible.
3. Calcule la valeur numérique de T pour

$$x = \frac{3}{2}.$$

14 1. Justifie que : $294 = 6 \times 7^2$.

2. Détermine un nombre entier naturel n tel que : $n^3 - n^2 = 294$

Situations d'évaluation

15 Pendant les grandes vacances, le Président du COGES d'un lycée veut entreprendre la construction de nouvelles salles de classe.

Pour cela, il fait remplir une citerne. Cette citerne ayant la forme d'un cylindre de révolution a pour hauteur $1,2 \text{ m}$ et pour base un cercle de rayon $0,6 \text{ m}$.

Chaque jour, les ouvriers prélèvent un dixième du volume d'eau contenu dans cette citerne. On note V le volume d'eau contenu dans la citerne le $n^{\text{ième}}$ jour (n est un nombre entier naturel).

On a : $V = (0,9)^n \times v$, où v est le volume d'eau initial.

Pour éviter le manque d'eau, le Président souhaite connaître le volume d'eau qui restera au bout de 10 jours.

Tu es sollicité(e) pour apporter ton aide à celui-ci.

1. Justifie que le volume d'eau initial est : $v = 1296 \text{ l}$.
2. Calcule le volume d'eau restant après le premier jour de travail.
3. Réponds à la préoccupation du Président du COGES.

15 A la veille des fêtes de fin d'année, les anciens élèves d'un lycée veulent distribuer des prix aux meilleurs élèves dudit établissement.

Pour cela, ils organisent un concours de Mathématiques qui regroupe les deux premiers par niveau. Pour le niveau 3^e, le jury leur propose le programme de calcul suivant :

- choisis quatre nombres entiers naturels consécutifs ;
- calcule le produit du deuxième par le troisième ;
- calcule le produit du premier par le quatrième ;
- calcule la différence entre le premier produit calculé et le deuxième.

Au vu de ce programme, les élèves doivent effectuer, sans calculatrice, et justifier la démarche :

$$A = 512.345.768 \times 512.345.769 - 512.345.767 \times 512.345.770$$

Au sortir de la salle, un des leurs affirme avoir trouvé $A = 2$, résultat qui soulève une discussion.

Tu es alors sollicité pour les départager.

1. Soit, dans l'ordre, quatre nombres entiers naturels consécutifs x, y, z et t . Exprime en fonction de x les autres nombres y, z et t .
2. Soit $B = (x + 1)(x + 2) - x(x + 3)$. Démontre que : $B = 2$.
3. Dis si l'affirmation de cet élève est vraie. Justifie ta réponse.

DECLASSIFIED

Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des affirmations ci-dessous, réponds par vrai si l'affirmation est vraie ou par faux si non.

- Le développement de $(a-b)^2$ est $a^2 + 2ab - b^2$.
- Tout polynôme est une fraction rationnelle.
- a et b sont des nombres rationnels. $a^2 = b^2$ équivaut à $a = b$.
- Une valeur numérique d'une fraction rationnelle existe si le dénominateur est différent de zéro.

Exercice 2 (4 points)

Pour chaque énoncé du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie. Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

Énoncés	Réponses		
	A	B	C
1. x est un nombre rationnel. Si $3x = 5 \times 2$, alors :	$\frac{2}{x} = \frac{3}{5}$	$\frac{x}{2} = \frac{5}{3}$	$\frac{3}{2} = \frac{5}{x}$
2. a, b et c sont des nombres rationnels. $a(b+5) - c(b+5)$ est égal à :	$(a-c)(b+5)$	$(a-c)(b-5)$	$(a-c)(-b+5)$
3. a et b sont des nombres rationnels non nuls. $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ est égal à :	$\frac{b-a}{ab}$	$\frac{a-1}{ab}$	$\frac{b-1}{ab}$
4. Les nombres rationnels non nuls égaux à leurs inverses sont :	-1 et 1	-2 et 2	0 et 1

Exercice 3 (8 points)

On considère les expressions P, Q et R suivantes :
 $P = 3x(x-1) + 2(x-12)$, $Q = (3x+8)(x-3)$ et
 $R = \frac{(3x-2)^2 - 100}{P}$.

- Démontre que, pour tout nombre rationnel x , $P = Q$.
- Détermine les valeurs du nombre rationnel x de sorte que $P = 0$.
 - Déduis-en les valeurs de x pour lesquelles R existe.
 - Simplifie R lorsqu'elle existe.

Exercice 4 (4 points)

Un jeune paysan dispose de deux champs de formes carrées.

Il envisage de se faire établir un certificat foncier rural. Malheureusement, il ne se souvient plus de leurs dimensions. Cependant, il sait que :

- la longueur du grand champ surpasse celle du petit champ de 5 m ;
 - la différence de leurs aires est 475 m^2 .
- Tu es informé(e) et sollicité(e) pour l'aider.

On désigne par x la longueur du côté du grand champ et par y celle du petit champ.

- Justifie que : $x^2 - y^2 = 475$, puis que : $x - y = 5$.
- Démontre que : $x + y = 95$.
- Déduis-en la dimension de chacun des champs.

PROPRIÉTÉS DE THALÈS DANS UN TRIANGLE

Habiletés et contenus

- ✓ **Connaître** la propriété de Thalès ; la propriété réciproque de la propriété de Thalès ; la conséquence de la propriété de Thalès.
- ✓ **Reconnaître** une configuration de Thalès ; deux quotients égaux dans une configuration de Thalès.
- ✓ **Partager** un segment en des segments de même longueur.
- ✓ **Calculer** des distances.
- ✓ **Démontrer** le parallélisme de droites.
- ✓ **Traiter** une situation faisant appel aux propriétés de Thalès dans un triangle.

Situation d'apprentissage

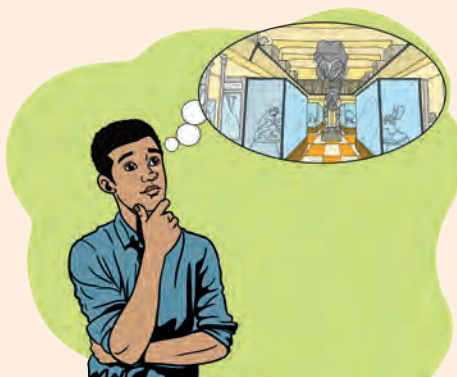
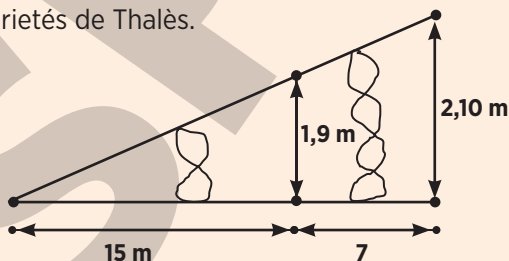
Un professeur d'arts plastiques de ton établissement désire installer ses sculptures dans le parc d'un château en se basant sur les principes de la perspective cavalière.

Il veut exposer deux sculptures l'une à côté de l'autre et chercher quelle distance doit les séparer pour qu'elles soient comme sur le schéma ci-dessous.

Il se demande comment il doit faire.

Pour cela, il sollicite son neveu en classe de 3^e, qui, à son tour, informe ses camarades de classe dont tu fais partie.

Pour répondre à la préoccupation du professeur, vous décidez d'approfondir vos connaissances sur les propriétés de Thalès.



Prendre un bon départ

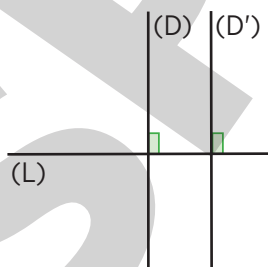
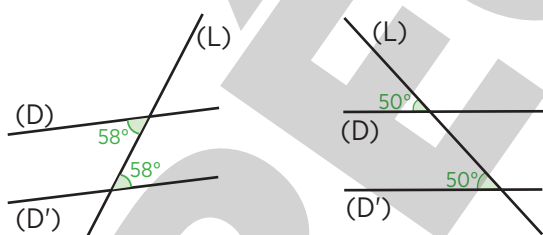
Révision 1 Nombres rationnels

Sur chaque droite, les subdivisions sont régulières. Dans chaque cas de figure, identifie le nombre rationnel a tel que : $AM = a \times AB$.



Révision 2 Angles

Sur chacune des trois figures ci-dessous, justifie que les droites (D) et (D') sont parallèles.



Révision 3 Égalité de deux quotients

A/ x est un nombre rationnel non nul. Calcule la valeur de x dans chacun des cas suivants :

a) $\frac{x}{2} = \frac{3}{8}$; b) $\frac{4}{x} = \frac{2}{5}$; c) $\frac{x+2}{2x} = \frac{3}{2}$.

B/ Indique dans quels cas les quotients sont égaux.

a) $\frac{3}{7}$ et $\frac{27}{63}$; b) $\frac{5,4}{3,7}$ et $\frac{16,2}{10,1}$; c) $\frac{7}{9}$ et $\frac{11}{4}$.

Révision 4 Segments

A/ Choisis la bonne réponse.

Si le point M appartient au segment $[AB]$, alors les points A, M et B sont alignés dans le même ordre que ...

- a) A, M et B ; b) M, A et B ; c) A, B et M.

B/ Trace un segment $[AB]$ de longueur 8 cm. Partage ce segment en 4 segments de même longueur.

B/ ABC est un triangle tel que : $AB = 7$ cm et $AC = 6$ cm.

Soit E le milieu du segment $[AB]$. La parallèle à la droite (BC) passant par le point E coupe la droite (AC) en F.

Justifie que les segments $[AF]$ et $[FC]$ ont pour longueur 3 cm.

Révision 5 Triangles

A/ ABC est un triangle tel que : $AB = 4$; $AC = 3$ et $BC = 6$.

Les points I et J sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[AC]$. Calcule la longueur IJ.

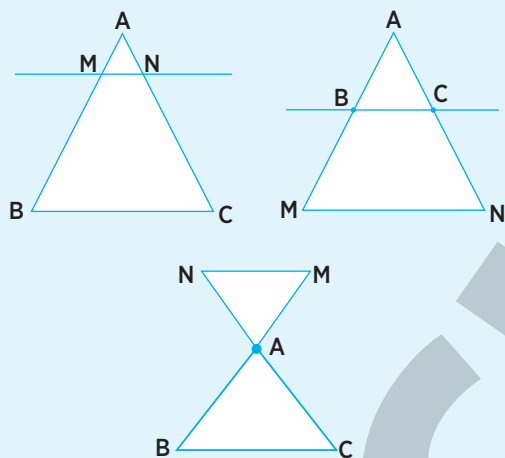
Résumé de cours - Exercices de fixation

1

PROPRIÉTÉ DE THALÈS

Propriété

ABC est un triangle, M est un point de la droite (AB) et N est un point de la droite (AC).
Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.



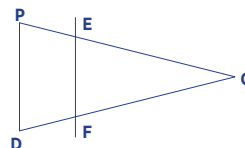
Remarques

- On peut utiliser la propriété de Thalès pour :
 - calculer des distances ;
 - justifier une égalité de quotients.
- Chacune des trois figures ci-dessus est appelée une configuration de Thalès.

2

Observe la figure ci-dessous.

Entoure le rapport que la propriété de Thalès permet d'avoir.



- $\frac{PE}{PC} = \frac{DF}{DC}$;
- $\frac{CE}{CF} = \frac{CD}{CP}$;
- $\frac{CE}{CP} = \frac{CF}{CD}$;
- $\frac{CE}{CD} = \frac{CF}{CP}$.

Exercices de fixation

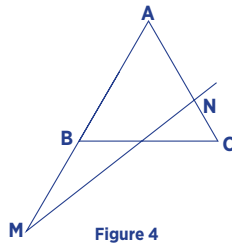
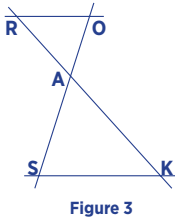
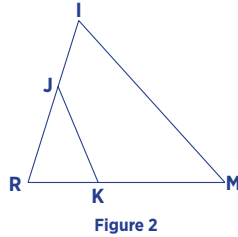
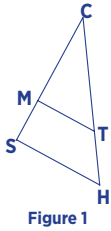
1

Pour chaque ligne du tableau, une seule affirmation est juste.

Écris le numéro de la ligne et la lettre de la colonne qui correspond à la réponse juste.

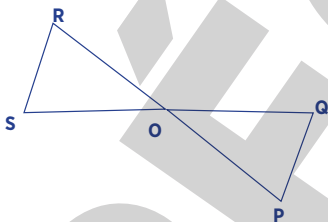
N°	Affirmations	A	B	C	D
1	Les informations à connaître pour appliquer la propriété de Thalès sont :	- un triangle - deux droites parallèles	- un triangle - deux points appartenant aux supports des deux côtés de ce triangle - la droite passant par ces deux points est parallèle au troisième côté du triangle.	- un triangle - deux points appartenant à deux côtés différents de ce triangle	- un triangle - deux points appartenant à un côté du triangle - une droite parallèle à un côté du triangle
2	La propriété de Thalès sert à :	justifier que deux droites sont parallèles	justifier que trois points sont alignés	calculer une longueur	justifier que deux droites sont sécantes

- 3 Sur les figures qui suivent,
 $(MT) \parallel (SH)$; (JK) n'est pas parallèle à (IM) et
 $(RO) \parallel (SK)$.



Indique la (ou les) figure(s) où l'on peut appliquer la propriété de Thalès. Justifie tes réponses.

- 4 Sur la figure ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur, $(RS) \parallel (QP)$.
 On donne : $OP = 3$; $OR = 2$ et $OS = 4$.
 Calcule OQ .

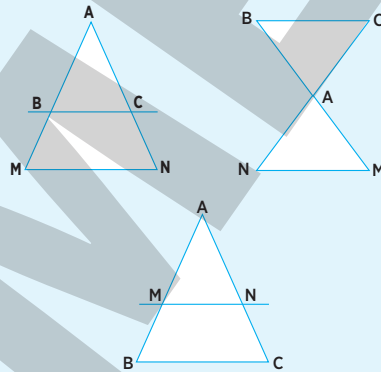


2

RÉCIPROQUE DE LA PROPRIÉTÉ DE THALÈS

Propriété

ABC est un triangle, $M \in (AB)$ et $N \in (AC)$.
 Si la position de N par rapport à A et C est la même que celle de M par rapport à A et B , et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

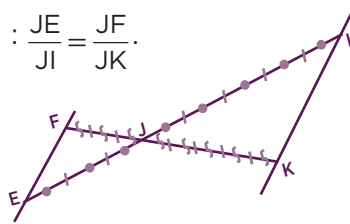


Exemple

IJK est un triangle, $E \in (IJ)$ et $F \in (JK)$.
 La position de E par rapport à J et I est la même que celle de F par rapport à J et K .

$$\text{On a : } \frac{JE}{JI} = \frac{3}{5} \text{ et } \frac{JF}{JK} = \frac{3}{5}.$$

$$\text{Donc : } \frac{JE}{JI} = \frac{JF}{JK}.$$



D'où, d'après la propriété réciproque de la propriété de Thalès, les droites (EF) et (IK) sont parallèles.

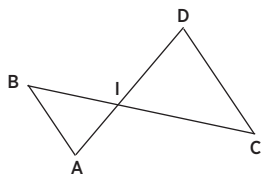
Remarque

On peut utiliser la propriété réciproque de la propriété de Thalès pour démontrer le parallélisme de deux droites.

Exercices de fixation

- 5 Un professeur de Mathématiques donne l'exercice suivant à ses élèves.

Sur la figure ci-contre



qui n'est pas en vraie

grandeur, on donne :

AI = 8 cm ; IB = 10 cm ;

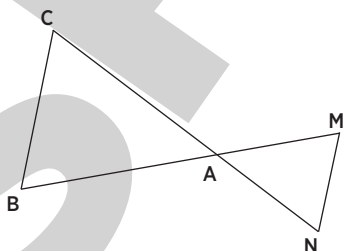
IC = 14 cm et ID = 11,2 cm.

Il donne en désordre les étapes pour démontrer que les droites (CD) et (AB) sont parallèles. Réorganise-les en les numérotant.

Étapes de la démonstration	N°
$D \in (IA)$ et $C \in (IB)$	
$\frac{IB}{IC} = \frac{IA}{ID}$	
D'après la propriété réciproque de la propriété de Thalès, les droites (CD) et (AB) sont parallèles.	
$\frac{IB}{IC} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$	
IAB est un triangle	
$\frac{IA}{ID} = \frac{8}{11,2} = \frac{5}{7}$	
La position de D par rapport à I et A est la même que celle de C par rapport à I et B.	

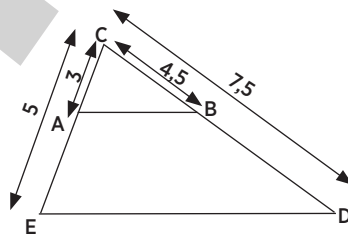
- 6 Sur la figure ci-dessous qui n'est pas en grandeurs réelles :
- les droites (BM) et (CN) se coupent en A ;
 - $\frac{AM}{AB} = 0,83$ et $\frac{AN}{AC} = 0,83$

Justifie que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.



- 7 Sur la figure codée ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur, les droites (EA) et (BD) se coupent en C.

Justifie que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

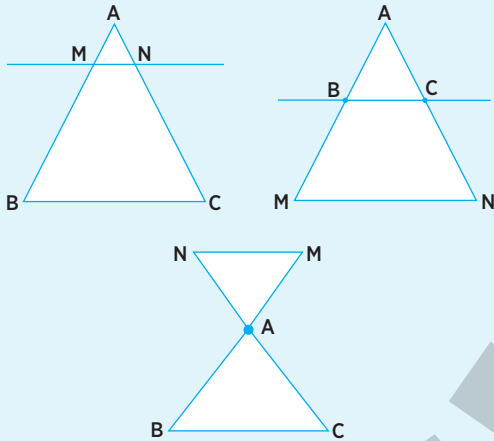


3

CONSEQUENCE DE LA PROPRIÉTÉ DE THALÈS

Propriété

ABC est un triangle. M est un point de la droite (AB) et N est un point de la droite (AC). Si la droite (MN) est parallèle à la droite (BC), alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.



Exemple

Sur la figure ci-dessous : EKL est un triangle, $J \in (EL)$, $I \in (EK)$ et $(KL) \parallel (IJ)$. D'après la conséquence de la propriété de Thalès,

$$\text{on a : } \frac{EI}{EK} = \frac{EJ}{EL} = \frac{IJ}{KL}.$$

$$\frac{EI}{EK} = \frac{7,5}{4,5} = \frac{5}{3}.$$

Calculons IJ.

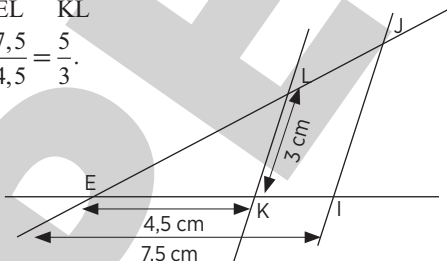
On choisit :

$$\frac{IJ}{KL} = \frac{EI}{EK}$$

$$\text{d'où : } \frac{IJ}{KL} = \frac{5}{3};$$

$$IJ = KL \times \frac{5}{3};$$

$$IJ = 3 \times \frac{5}{3}; \text{ donc } IJ = 5 \text{ cm.}$$

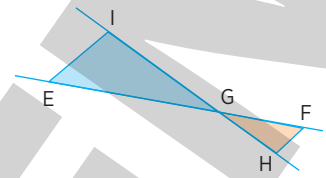


Remarque

On utilise la conséquence de la propriété de Thalès pour calculer des longueurs.

Sur la figure ci-dessous :

- les droites (EF) et (HI) sont sécantes au point G ;
- les droites (EI) et (HF) sont parallèles.



D'après la conséquence de la propriété de Thalès, on a : $\frac{GF}{GE} = \frac{GH}{GI} = \frac{FH}{EI}$.

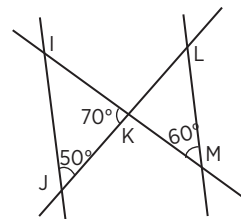
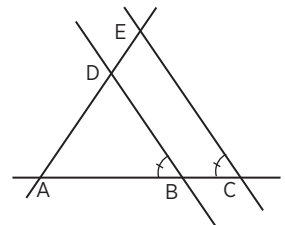
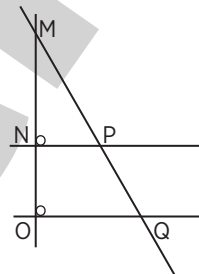
Le point G est le sommet commun aux deux triangles EGI et FGH.

Exercices de fixation

8

Observe les figures codées ci-dessous.

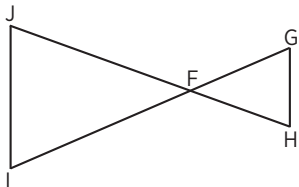
Dans chacune de ces figures, justifie que l'on peut utiliser la conséquence de la propriété de Thalès, puis écris trois quotients égaux.



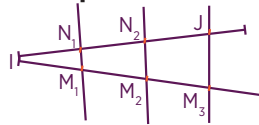
9 Sur la figure ci-dessous qui n'est pas en grandeurs réelles :

- les droites (JH) et (GI) se coupent en F ;
- les droites (IJ) et (GH) sont parallèles.
- On donne : $JF = 2,5$; $IF = 3$; $FH = 1$ et $GH = 1,5$.

Calcule IJ et FG .



2^e étape



On trace le segment $[M_3J]$, puis les parallèles à (M_3J) passant par les points M_2 et M_1 . Ces droites coupent le segment $[IJ]$ en N_2 et N_1 .

IM_1 représente $\frac{1}{3}IM_3$.

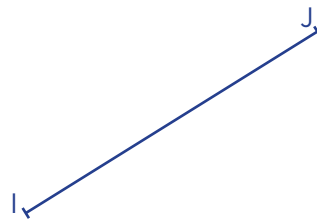
On démontre et nous admettons que :
 $IN_1 = N_1N_2 = N_2J$.

Remarque

On applique cette méthode pour diviser un segment en des segments consécutifs de même longueur, sans règle graduée, en autant de segments que l'on souhaite.

Exercices de fixation

10 Divise le segment $[IJ]$ ci-dessous en six segments consécutifs de même longueur, sans règle graduée. Donne un programme de construction.

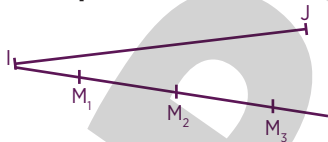


Exemple



Pour diviser le segment $[IJ]$ en trois segments consécutifs de même longueur, sans règle graduée, on peut procéder de la façon suivante :

1^{re} étape



On trace une demi-droite d'origine I . On prend une ouverture quelconque du compas et on place les points M_1, M_2, M_3 de telle sorte que :

$$IM_1 = M_1M_2 = M_2M_3.$$

Ainsi, $IM_1 = \frac{1}{3}IM_3$ et $IM_2 = \frac{2}{3}IM_3$.

Tests objectifs

- 1 Chacune des figures ci-dessous est constituée de deux triangles dont deux de leurs côtés ont des supports parallèles.

Associe chaque configuration de Thalès aux égalités qui lui correspondent.

a. $\frac{EC}{CF} = \frac{HC}{CS} = \frac{EH}{SF}$

b. $\frac{SH}{CS} = \frac{SE}{SF} = \frac{EH}{CF}$

c. $\frac{SF}{CE} = \frac{SH}{CH} = \frac{FH}{HE}$

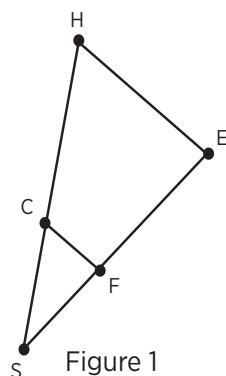


Figure 1

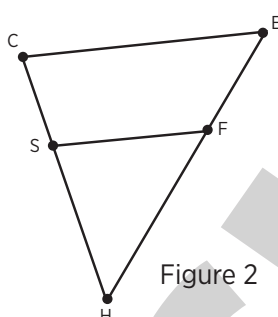


Figure 2

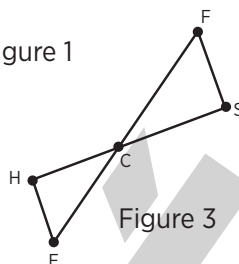


Figure 3

- 2 Complète le texte en écrivant le numéro suivi de l'une des expressions ci-dessous qui convient :

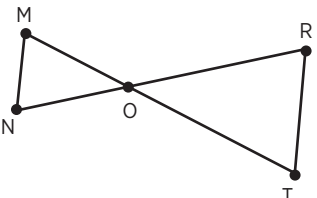
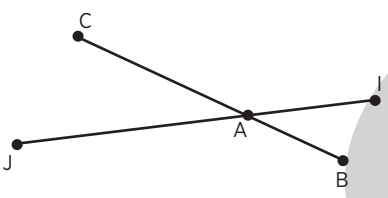
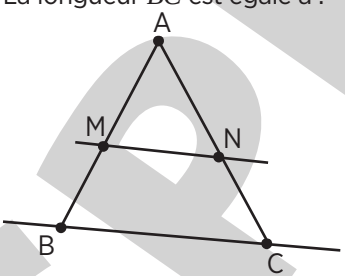
« A, B et M » ; « (MN) // (BC) » ; « A, C et N » ;
« $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ ».

ABC est un triangle. M est un point de la droite (AB) et N un point de la droite (AC) tels que les points ...**1**...d'une part et les points ...**2**...d'autre part, soient alignés dans le même ordre . Si ... **3**.....alors ...**4**....

- 3 Réponds par vrai si l'affirmation est vraie ou par faux si l'affirmation est fausse.

- Deux droites sécantes coupées par deux droites parallèles déterminent une configuration de Thalès.
- Si ABC est un triangle ; M un point de la droite (AB) et N un point de la droite (AC) tels que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (MN) et (BC) sont toujours parallèles.
- ABC est un triangle. M est un point de la droite (AB) et N un point de la droite (AC) tels que les droites (MN) et (BC) soient parallèles, donc les longueurs des côtés des triangles AMN et ABC sont deux à deux proportionnelles.

- 4 Pour chaque énoncé du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie. Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

Énoncés	Réponses		
	A	B	C
1. Sur la figure ci-dessous : OMN est un triangle. $T \in (OM)$ et $R \in (ON)$ tels que $(MN) \parallel (RT)$, donc : 	$\frac{OT}{OM} = \frac{OR}{ON}$	$\frac{MN}{RT} = \frac{OR}{ON}$	$\frac{RT}{MN} = \frac{OR}{OM}$
2. Sur la figure ci-dessous : $J \in (AI)$ et $C \in (AB)$ tels que $\frac{AB}{AC} = \frac{4}{7}$ et $\frac{AI}{AJ} = \frac{6}{10,5}$, Donc : 	(BI) et (JC) ne sont pas parallèles	on ne peut pas savoir si les droites (BI) et (JC) sont parallèles	(BI) et (JC) sont parallèles
3. Sur la figure ci-dessous : ABC est un triangle. $M \in (AB)$ et $N \in (AC)$ tels que $(MN) \parallel (BC)$. On donne : $AM = 7$; $AB = 10$; $MN = 4,2$ La longueur BC est égale à : 	6	3,6	3

Exercices de renforcement / approfondissement

5 Relie chaque énoncé de gauche à sa dénomination à droite.

ABC est un triangle,
 M et N sont deux points,
tels que $M \in (AB)$ et
 $N \in (AC)$.
Si $(MN) \parallel (BC)$, alors

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}.$$

Propriété
réciproque de
la propriété de
Thalès

ABC est un triangle, M et N sont deux points, tels que $M \in (AB)$ et $N \in (AC)$. La position de M par rapport à A et B est la même que celle de N par rapport à A et C .

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors $(MN) \parallel (BC)$.

Conséquence de la propriété de Thalès

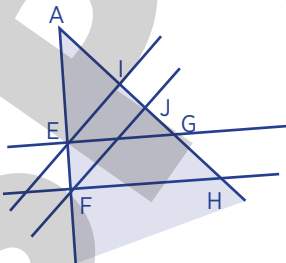
ABC est un triangle, M et N sont deux points, tels que $M \in (AB)$ et $N \in (AC)$. Si $(MN) \parallel (BC)$, alors

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$$
Propriété
de Thalès

6 Sur la figure ci-dessous :

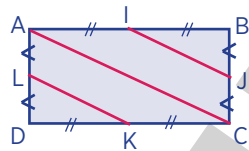
- la droite (EI) est parallèle à la droite (FJ) ;
- la droite (EG) est parallèle à la droite (FH) ;
- les points A , E et F sont alignés ;
- les points A , I , J , G et H sont alignés.

Écris une égalité de cinq quotients à partir de cette figure.

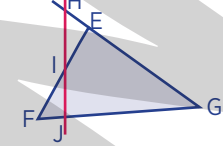


7 Observe les figures codées (**a**, **b**, **c** et **d**)
ci-dessous :

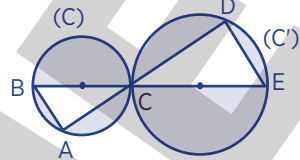
a)



b)



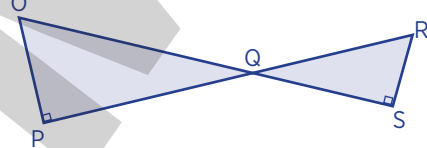
c) (C)



[CE] est un diamètre de (C') .

Les points B, C et E sont alignés.

d)

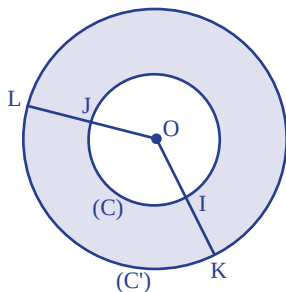


Indique la ou les figures où l'on peut appliquer la propriété de Thalès.

Justifie tes réponses.

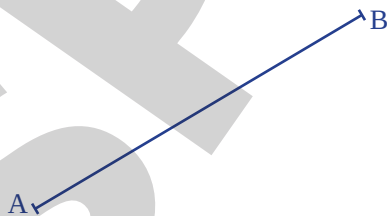
Exerce-toi

- 8 Sur la figure ci-dessous qui n'est pas en vraies grandeurs, (C) et (C') sont deux cercles de centre O et de rayons respectifs 3 cm et 7 cm.
- I et J sont deux points de (C) ;
 - K et L sont deux points de (C') ;
 - O, I et K sont alignés ;
 - O, J et L sont alignés ;
 - [IJ] n'est pas un diamètre du cercle (C).



Démontre que les droites (IJ) et (KL) sont parallèles.

- 9 On donne le segment [AB] ci-dessous. Construis le point M du segment [AB] tel que : $BM = \frac{3}{5} AB$.
Donne un programme de construction.

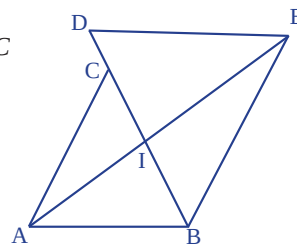


- 10 1. a) Construis un triangle GHI, tel que : $GH = 4,5$; $GI = 2,8$ et $IH = 3,6$.
b) Place le point K de la demi-droite [GH) tel que $K \notin [GH]$ et $HK = 3$.
c) Place le point J de la demi-droite [IH) tel que $J \notin [IH]$ et $HJ = 2,4$.
2. Justifie que les droites (IG) et (KJ) sont parallèles.

- 11 Sur la figure ci-dessous qui n'est pas en grandeurs réelles :

- les triangles ABC et BED sont équilatéraux ;
- le point C appartient au segment [BD] ;
- la droite (AE) coupe la droite (BD) en I ;

On donne : $AB = 3$ cm et $BD = 5$ cm.



1. En utilisant les propriétés des angles alternes internes, justifie que :
 - a) les droites (AB) et (DE) sont parallèles ;
 - b) les droites (BE) et (AC) sont parallèles.

2. a) Démontre que : $\frac{IB}{ID} = \frac{IA}{IE} = \frac{AB}{ED}$ et $\frac{IC}{IB} = \frac{IA}{IE} = \frac{AC}{BE}$

- b) Déduis-en que : $IB^2 = ID \times IC$.

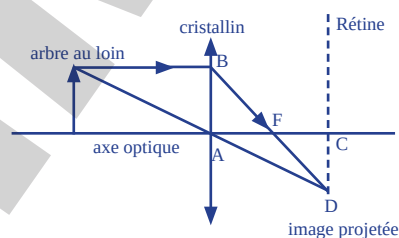
- 13 L'œil est un « appareil optique ».

Le cristallin joue le rôle d'une lentille convergente de foyer F . Les images projetées sur la rétine sont réduites et inversées. Le cristallin a un rayon $[AB]$ de 5,5 mm. La rétine a un rayon $[CD]$ de 0,5 mm.

La profondeur $[AC]$ de l'œil est égale à 18 mm.

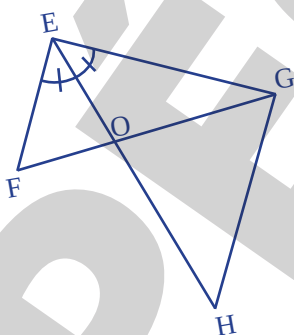
Justifie que : $AF = 16,5$ mm.

AF est appelé distance focale.



- 12 Sur la figure codée ci-dessous :

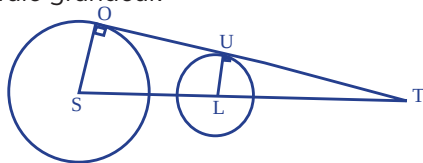
- les droites (EF) et (GH) sont parallèles ;
- la droite (EH) est la bissectrice de l'angle $\widehat{FEG}$;
- les droites (EH) et (FG) se coupent en O .



1. Démontre que le triangle EGH est isocèle en G .

2. Justifie que : $\frac{EG}{EF} = \frac{OG}{OF}$.

- 14** Kéita, placé en un point T sur la terre, observe une éclipse de soleil que l'on schématise comme sur la figure ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur.



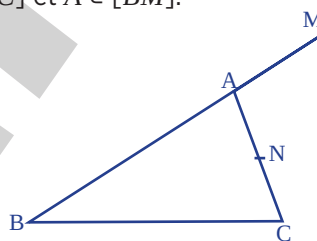
Il sait que :

- le rayon SO du soleil est de 696 000 km ;
- le rayon LU de la lune est de 1 738 km ;
- la distance TS (Terre-Soleil) est de 150 millions de km.

Kéita affirme que l'arrondi au km près de la distance TL (Terre-Lune) est de 374 569 km.

Dis s'il a raison. Justifie ta réponse.

- 16** L'unité de longueur est le centimètre. Sur la figure ci-dessous qui n'est pas en grandeurs réelles, on a :
 $AN = 2$; $AC = 3$; $AM = 4$ et $AB = 6$.
 $N \in [AC]$ et $A \in [BM]$.

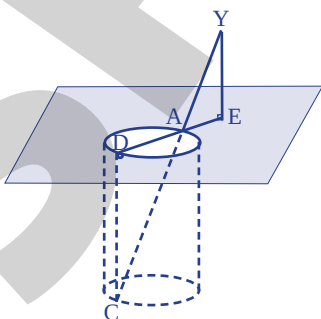


- 15** L'unité de longueur est le mètre. Sur la figure codée ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur, $[AD]$ est un diamètre d'un puits de forme cylindrique.

Le point C est à la verticale de D , au fond du puits.

Djénéba se place en un point E de la demi-droite $[DA)$ de sorte que le point Y représentant ses yeux soit aligné avec les points A et C . On donne : $AD = 1,5$; $EA = 0,6$ et $EY = 1,7$.

- Démontre que les droites (DC) et (EY) sont parallèles.
- Calcule la profondeur DC du puits.



1. Justifie que : $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$.

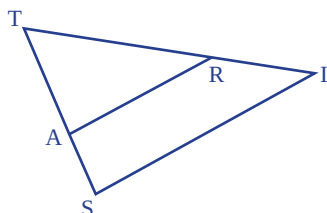
2. Justifie que les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

17 L'unité de longueur est le centimètre.

Sur la figure codée ci-dessous :

- les droites (AS) et (IR) se coupent en T ;
- $A \in [TS]$ et $R \in [IT]$.

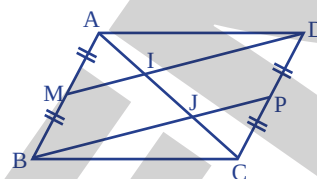
On donne : $TA = 3,6$; $TR = 4,2$; $TI = 6,3$ et $ST = 5,4$.



1. Démontre que les droites (AR) et (SI) sont parallèles.
2. Calcule la longueur AR .

19 Sur la figure codée ci-dessous, $ABCD$ est un parallélogramme.

- les points A , M et B sont alignés ;
- les points A , I , J et C sont alignés ;
- les points D , P et C sont alignés.



1. Démontre que le quadrilatère $BMDP$ est un parallélogramme.
2. Démontre que : $AI = \frac{1}{3} AC$.

- 18** 1. a) Construis un quadrilatère $ABCD$, tel que : (AB) est parallèle à (DC) , $AB = 3$ cm et $CD = 8$ cm.
b) Place le point I milieu du segment $[AD]$.

La parallèle à (AB) passant par I coupe $[BD]$ en K , $[AC]$ en L et $[BC]$ en J .

2. Calcule chacune des longueurs IK , LJ et KJ .
3. a) Calcule IJ .
b) Justifie que $[LK]$ et $[IJ]$ ont le même milieu.

Situations d'évaluation

20 Avant de passer à l'œuvre, un décorateur a dessiné une vue de côté d'un meuble de rangement composé d'une structure métallique et de plateaux en bois d'épaisseur 2 cm, illustré par la figure 1.

Les quatre étagères de la structure métallique de ce meuble de rangement sont toutes identiques et la figure 2 représente l'un d'elle.

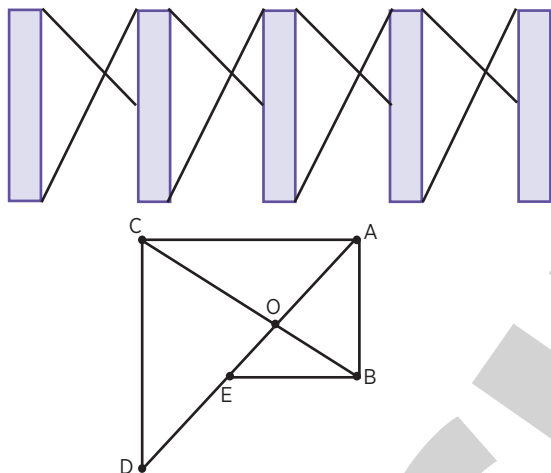
En vue de se rassurer que ce meuble peut bien tenir debout dans un salon, il souhaite connaître sa hauteur totale.

Tu es alors sollicité(e) pour l'aider.

On donne des informations sur la figure 1 qui est un extrait de la grande figure :

- $OA = 36 \text{ cm}$; $OB = 27 \text{ cm}$; $OC = 48 \text{ cm}$;
- $BE = 33,75 \text{ cm}$; $OE = 20,25 \text{ cm}$;
- $\widehat{ACD} = 90^\circ$

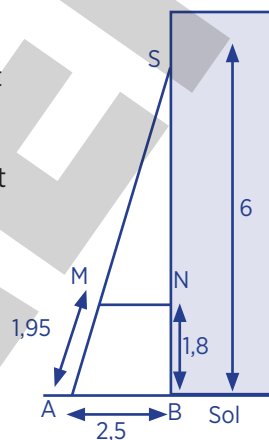
1. Justifie que les droites (BE) et (AC) sont parallèles.
2. Justifie que : $AC = 60 \text{ cm}$.
3. Calcule la hauteur totale de ce meuble.



- 21 En prévision de la saison des pluies, le Directeur d'un collège décide de consolider le mur de l'un des bâtiments de son collège. Pour cela, il fait appel à un maçon pour construire un contrefort $[AS]$ en bois, en vue d'y couler du béton comme l'indique la figure ci-dessous. Les mesures sont exprimées en mètres. Le montant $[BS]$ est perpendiculaire au sol.

La traverse $[MN]$ est parallèle au sol. Il veut connaître certaines dimensions du contrefort pour l'achat du bois.

Le Directeur ne dispose que de 10 m de bois. Il veut savoir si la longueur de bois disponible est suffisante pour le travail du maçon.



1. Justifie que la longueur $[AS]$ est égale à 6,5 m.
2. Calcule les longueurs SM et SN . (On donnera l'arrondi d'ordre 1 de SN)
3. Dis si la longueur de bois est suffisante. Justifie ta réponse.

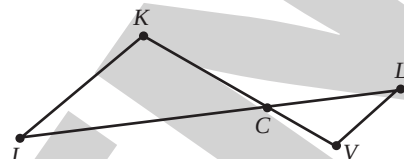
DEVOIR SURVEILLÉ

Exercice 1 (4 points)

Durée : 1 heure

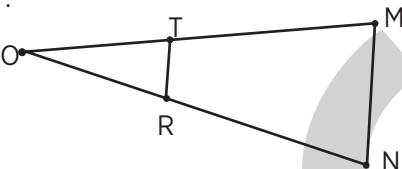
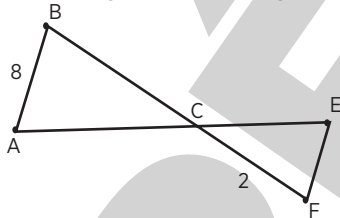
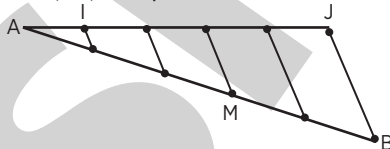
Réponds par vrai si l'affirmation est vraie ou par faux si elle est fausse.

- Dans un triangle ABC , si M est un point du segment $[AB]$ et N un point du segment $[BC]$, alors on a toujours : $\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BC} = \frac{MN}{AC}$.
- Sur la figure ci-contre, IKC est un triangle. $L \in (IC)$ et $V \in (KC)$ tels que $(IK) \parallel (LV)$. On a : $\frac{CL}{CI} = \frac{CV}{CK}$.
- ABC est un triangle. Si les points A, M et B d'une part et les points A, N et C d'autre part, sont alignés dans le même ordre, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.
- La propriété réciproque de la propriété de Thalès permet de justifier le parallélisme de deux droites.



Exercice 2 (4 points)

Écris le numéro de chaque énoncé suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

Énoncés	Réponses		
	A	B	C
1. Sur la figure ci-dessous : OMN est un triangle. $T \in [OM]$ et $R \in [ON]$ tels que $(RT) \parallel (MN)$, donc : 	$\frac{OT}{OM} = \frac{OR}{ON}$	$\frac{MN}{RT} = \frac{OR}{ON}$	$\frac{RT}{MN} = \frac{OR}{OM}$
2. Sur la figure ci-dessous : $BC = 6$; $CF = 2$; ABC est un triangle. $E \in [AC]$ et $F \in [BC]$ tels que $(EF) \parallel (AB)$, donc longueur EF est égale à : 	$\frac{8}{3}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{3}$
3. Sur la figure ci-dessous, les subdivisions sur la droite (AJ) sont régulières. Donc le point M est un point de la droite (AB) tel que : 	$AM = \frac{2}{5} AB$	$AM = \frac{3}{5} AB$	$AM = \frac{5}{3} AB$
4. Les configurations de Thalès sont au nombre de :	2	3	4

Exercice 3 (8 points)

1. Trace un segment $[AB]$ de longueur 8 cm.
2. Construis le point M de la droite (AB) tel que : $AM = \frac{3}{7} AB$.
3. Rédige le programme de construction.

Exercice 4 (4 points)

Le directeur d'un centre aquatique envisage de réparer une voile qui a la forme d'un triangle PMW comme l'indique la figure ci-dessous. Il souhaite faire une couture suivant le segment $[CT]$ dont le support est parallèle à la droite (MW) .

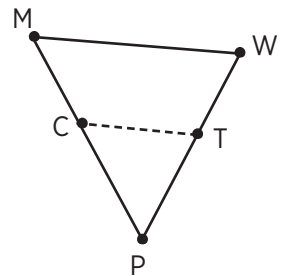
Pour cela, le couturier, avant de se mettre à l'œuvre, veut connaître la longueur de la couture pour l'achat de fil, connaissant

$MW = 3,40$ m ; $PM = 4,20$ m et $PC = 3,78$ m.

Une fois la couture terminée, il veut se rassurer que la couture est bien sur une ligne parallèle à la droite (MW) . Il effectue alors les mesures suivantes : $PT = 1,80$ m et $PW = 2$ m.

Tu es sollicité(e) pour répondre aux préoccupations du couturier.

1. Calcule la longueur CT de la couture.
2. Compare les rapports $\frac{PT}{PW}$ et $\frac{PC}{PM}$.
3. Dis si les droites (CT) et (MW) sont parallèles. Justifie ta réponse.



Habiletés et contenus

- ✓ **Identifier** des nombre réels.
- ✓ **Connaître** la définition de la racine carrée d'un nombre positif ; la définition de la valeur absolue d'un nombre réel ; les propriétés relatives aux racines carrées ; la propriété relative à la racine carrée du carré d'un nombre ; l'expression conjuguée de chacun des nombres : $\sqrt{a} + \sqrt{b}$, $\sqrt{a} - \sqrt{b}$, $m + \sqrt{a}$ et $m - \sqrt{a}$, a et b étant des nombres positifs.
- ✓ **Noter** une racine carrée ; l'ensemble des nombres réels : « $\mathbb{R}$ » ; une valeur absolue.
- ✓ **Écrire** un quotient sans radical au dénominateur.
- ✓ **Calculer** des sommes, des différences, des produits ; des quotients contenant des racines carrées ; des racines carrées de puissances.
- ✓ **Traiter** une situation faisant appel aux racines carrées.

Situation d'apprentissage

Pour réaliser des travaux sur son chantier, sur lequel il ne dispose pas d'eau courante, Dibié décide de faire construire un recueil d'eau ayant la forme d'un pavé droit, de profondeur 3m qu'il fera remplir d'eau chaque semaine.

Les ouvriers ayant la charge des travaux l'informent qu'ils auront besoin de 48m^3 d'eau par semaine.

Dibié, souhaitant que la face supérieure de ce recueil ait la forme d'un carré, ne sait pas comment faire pour déterminer la longueur de son côté. Il expose sa préoccupation à son fils, élève en classe de troisième.

Une fois en classe, il sollicite l'aide de son professeur de Mathématiques qui propose donc à toute la classe de faire des recherches sur les racines carrées pour déterminer la longueur du côté de ce recueil d'eau.



Prendre un bon départ

Révision 1 Nombres rationnels

A/

1. Écris chacun des nombres suivants sous la forme d'une puissance d'un nombre entier naturel : 36 ; 49 et 121.
2. Calcule : 2^2 ; 3^2 et 5^2 .

B/

1. Réordonne les groupes de mots suivants pour donner la définition exacte d'un nombre rationnel.

entiers relatifs / sous la forme $\frac{a}{b}$ / nombre rationnel / qui peut s'écrire / et b non nul / on appelle / où a et b / sont deux nombres / tout nombre

2. Parmi les nombres ci-dessous, indique ceux qui sont des nombres rationnels.

- 67 ; 44 ; π ; $\sqrt{3}$; $\frac{\pi}{2}$; $\frac{1,2}{3,1}$; $\frac{1,2}{3,1}$

Révision 2 Calcul littéral

A/ On considère les expressions littérales A et B définies respectivement par : $A = -7x + 3x + 14x$ et $B = x + 10x - 12x$.

Réduis les expressions littérales A et B.

B/ Développe chacune des expressions suivantes :

a) $(x + y)(x - y)$;

b) $(2 - x)(3 + y)$;

c) $(3 - 2x)^2$;

d) $\left(-\frac{3}{7}x + 1\right)\left(-\frac{3}{7}x - 1\right)$.

Révision 3 Droite graduée

1. Complète la phrase suivante :
La distance d'un point à l'origine de la droite graduée est de son abscisse.
2. Donne la distance à zéro de chacun des nombres suivants : -7,1 ; 0 ; +3,2 et -11.

Résumé de cours - Exercices de fixation

1

RACINE CARRÉE D'UN NOMBRE POSITIF

a) Définition

Soit a un nombre réel positif.
On appelle **racine carrée** de a , le nombre positif dont le carré est a .
On note : $\sqrt{a}$.
On lit : racine carrée de a .
Le symbole $\sqrt{\quad}$ est appelé **la radicale**.

Exercices de fixation

- 1 Réordonne les groupes de mots suivants pour obtenir une définition correcte.

le nombre positif / est a / racine carrée / dont le carré / réel positif a / d'un nombre / on appelle.

- 2 Associe le numéro de chaque nombre de la colonne A à la lettre de la colonne B correspondant à sa racine carrée.

COLONNE A	
N°	Nombres
1	81
2	225
3	64
4	0,01
5	0,16

COLONNE B	
Lettre	Nombres
a	15
b	0,1
c	0,4
d	8
e	9

b) Conséquence

Propriété

a et b sont deux nombres réels positifs. On a :

- $\sqrt{a} \geq 0$.
- $(\sqrt{a})^2 = a$ et $\sqrt{a^2} = a$.
- $\sqrt{a} = b$ équivaut à $a = b^2$.

Exercices de fixation

- 3 Pour chacune des propositions ci-dessous, réponds par V si l'affirmation est vraie ou par F si l'affirmation est fausse.

- $\sqrt{3}$ est un nombre réel positif.
- $\sqrt{(-7)^2} = -7$.
- $(\sqrt{5})^2 = 25$.
- Si a est un nombre réel positif tel que : $\sqrt{a} = 9$, alors : $a = 81$.

- 4 Soit x un nombre réel positif. Détermine la valeur de x dans chacun des cas ci-dessous.

- a) $\sqrt{x} = 7$; b) $\sqrt{x} = 0,2$; c) $\sqrt{x} = 0$;
d) $\sqrt{x} = 0,5$.

Présentation

- π et $\sqrt{2}$ n'appartiennent pas à l'ensemble $\mathbb{Q}$ des nombres rationnels.
- Ce sont des nombres irrationnels. Il existe une infinité de nombres irrationnels.
- L'ensemble des nombres rationnels et l'ensemble des nombres irrationnels forment l'ensemble des nombres réels.
- L'ensemble des nombres réels est noté $\mathbb{R}$. On a : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Exemple

$$\pi \in \mathbb{R} ; \sqrt{3} \in \mathbb{R} ; \frac{1}{6} \in \mathbb{R}$$

Exercices de fixation

- 5 Complète les pointillés par $\in$ ou $\notin$.
 $-12 \dots \mathbb{N}$; $\sqrt{2} \dots \mathbb{Q}$; $\frac{-7}{3} \dots \mathbb{R}$;
 $\pi \dots \mathbb{D}$; $-7,1 \dots \mathbb{Z}$.

- 6 Pour chacune des affirmations ci-dessous, réponds par V si l'affirmation est vraie ou par F si l'affirmation est fausse.

1. Tout nombre décimal est un nombre entier naturel.
2. Tout nombre entier relatif est un nombre réel.
3. Tout nombre réel est un nombre rationnel.
4. Tout nombre rationnel est un nombre réel.
5. Si un nombre n'est pas rationnel, alors il est irrationnel.
6. L'ensemble des nombres décimaux relatifs et des nombres rationnels forment l'ensemble des nombres réels.

2

OPÉRATIONS SUR LES RACINES CARRÉES

a) Produit et racines carrées

Propriété

a et b sont des nombres réels positifs.

On a : $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.

Exercices de fixation

- 7 Écris chacune des expressions ci-dessous sous la forme la plus simple possible.

$$A = \sqrt{2} \times \sqrt{4,5} ; B = \sqrt{5} \times \sqrt{20} ;$$

$$C = \sqrt{2 \times 100} \text{ et } D = \sqrt{25 \times 7}.$$

8

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir 3 affirmations dont une seule est vraie.

Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne correspondant à la bonne réponse.

N°	Énoncés	Informations		
		A	B	C
1	$3 \times \sqrt{2} =$	$\sqrt{6}$	$3\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$
2	$\sqrt{2} \times \sqrt{8} =$	$\sqrt{10}$	$2\sqrt{8}$	4
3	$\sqrt{40} =$	$2\sqrt{10}$	$4\sqrt{10}$	$10\sqrt{2}$
4	$\sqrt{3} \times 7 =$	$\sqrt{21}$	$3\sqrt{7}$	$7\sqrt{3}$

b) Quotient et racines carrées

Propriété

a et b sont deux nombres réels positifs, avec b non nul. On a : $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$.

Exercices de fixation

- 9 Écris chacune des expressions suivantes sous la forme la plus simple possible.

$$A = \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} ; B = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{72}} ; C = \sqrt{\frac{81}{4}} \text{ et } D = \frac{\sqrt{192}}{\sqrt{3}}.$$

- 10** Soit a et b deux nombres réels positifs non nuls.

Pour chacune des égalités ci-dessous, réponds par V si l'égalité est vraie ou par F si l'égalité est fausse.

1. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$;
2. $\frac{\sqrt{a}}{a} = a$;
3. $\frac{b}{\sqrt{b}} = b$;
4. $\frac{a}{\sqrt{a}} = \sqrt{a}$.

c) Somme - différence et racines carrées

Propriété

a et b sont deux nombres réels strictement positifs.

On a : $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$.

a et b sont deux nombres réels strictement positifs et $a > b$.

On a : $\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$.

Exercices de fixation

- 11** Réduis les sommes et les différences suivantes :

$$A = 4\sqrt{5} + 5\sqrt{5}; \quad C = 3\sqrt{7} + 5\sqrt{7} - 4\sqrt{7};$$

$$B = 7\sqrt{3} - 8\sqrt{3}; \quad D = 4\sqrt{6} - 3\sqrt{6} + \sqrt{6}.$$

- 12** Écris chacune des expressions suivantes sous la forme la plus simple possible.

$$P = \sqrt{48+16}; \quad A = \sqrt{9} + \sqrt{16}; \quad I = \sqrt{32-7};$$

$$X = \sqrt{144} - \sqrt{225}; \quad K = \sqrt{25-9}.$$

d) Puissance et racines carrées

Propriété

a est un nombre réel strictement positif et n un nombre entier relatif.

On a : $\sqrt{a^{2n}} = a^n$ et $\sqrt{a^{2n+1}} = a^n \sqrt{a}$.

Exercices de fixation

- 13** Pour chacune des égalités ci-dessous, réponds par V si l'égalité est vraie ou par F si l'égalité est fausse.

1. $\sqrt{7^4} = 7^2$.
2. $\sqrt{11^8} = 11^4 \sqrt{11}$.
3. $\sqrt{5^7} = 5^3$.
4. $\sqrt{13^{17}} = 13^8 \sqrt{13}$.

- 14 Associe le numéro de chaque nombre de la colonne A à la lettre de la colonne B correspondant à sa racine carrée.

COLONNE A	
1	2^4
2	2^7
3	2^3
4	2^5
5	2^{10}

COLONNE B	
a	$4\sqrt{2}$
b	4
c	$2\sqrt{2}$
d	32
e	$8\sqrt{2}$

3

VALEUR ABSOLUE D'UN NOMBRE RÉEL

a) Définition

La valeur absolue d'un nombre réel a est la distance à zéro de ce nombre a .
On la note : $|a|$.
On lit : « **valeur absolue de a** ».

Exercices de fixation

- 15 Réordonne les groupes de mots suivants pour obtenir une définition correcte.
d'un nombre / de ce nombre / on appelle / la distance à zéro / valeur absolue.

- 16 Écris sans le symbole $|$ les nombres suivants :

$$\left| \frac{-1}{7} \right| ; \quad \left| \frac{3}{4} \right| ; \quad |\sqrt{11}| ; \quad |-3\sqrt{7}| ; \quad |1 - \pi| ;$$

$$|-2 - 3| ; |3 - 11| ; |\pi - 2| ; |\sqrt{3} - 2| \text{ et } |\sqrt{11} - 3|.$$

b) Racine carrée du carré d'un nombre réel

Propriété

Pour tout nombre réel a , on a : $\sqrt{a^2} = |a|$.

Exercices de fixation

- 17 Pour chacune des égalités ci-dessous, réponds par V si l'égalité est vraie ou par F si l'égalité est fausse.

- $\sqrt{(-5)^2} = -5$.
- $\sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} = \sqrt{2} - \sqrt{3}$.
- $\sqrt{7^2} = |7|$.
- $\sqrt{(\pi - 1)^2} = \pi - 1$.

- 18 Écris sans le symbole $\sqrt{}$ les nombres suivants :

$$\sqrt{(-17)^2} ; \quad \sqrt{(-1 + \pi)^2} ; \quad \sqrt{(-5 + \pi)^2} \text{ et } \sqrt{(3 - \sqrt{3})^2}.$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4 ÉCRIRE UN QUOTIENT SANS RADICAL AU DÉNOMINATEUR

a) Expressions conjuguées

Présentation

- a est un nombre strictement positif.
L'expression conjuguée de $\sqrt{a}$ est $\sqrt{a}$.
- a et b sont deux nombres réels strictement positifs.
L'expression conjuguée de $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ est $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ et l'expression conjuguée de $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ est $\sqrt{a} + \sqrt{b}$.
- a est un nombre strictement positif et b est un nombre réel.
L'expression conjuguée de $\sqrt{a} + b$ est $\sqrt{a} - b$ et l'expression conjuguée de $\sqrt{a} - b$ est $\sqrt{a} + b$.

Exercice de fixation

- 19 Associe le numéro de chaque nombre de la colonne A à la lettre de la colonne B correspondant à son expression conjuguée.

COLONNE A	
1	$3 - \sqrt{5}$
2	$3 + \sqrt{5}$
3	$-3 - \sqrt{5}$
4	$-3 + \sqrt{5}$

COLONNE B	
a	$3 - \sqrt{5}$
b	$-3 - \sqrt{5}$
c	$3 + \sqrt{5}$
d	$-3 + \sqrt{5}$

b) Méthode

Méthode

Pour écrire un quotient sans radical au dénominateur, on peut multiplier le numérateur et le dénominateur de ce quotient par l'expression conjuguée du dénominateur.

Exercices de fixation

- 20 A et B sont des nombres réels tels que :

$$A = \frac{2}{\sqrt{5}-1} \text{ et } B = \frac{7}{\sqrt{5}+2}.$$

Écris les nombres A et B sans radical au dénominateur.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Tests objectifs

- 1 Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B, C et D permettent d'obtenir 4 affirmations dont une seule est vraie. Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne correspondant à la réponse exacte.

N°	Énoncés	Informations			
		A	B	C	D
1	Tout nombre positif	a deux racines carrées	a une unique racine carrée	n'a pas toujours de racine carrée	n'a jamais de racine carrée
2	$\sqrt{(-25)} =$	-5	5	25	n'existe pas
3	$\sqrt{(-3)^2} =$	2	3	4	9
4	$\sqrt{9} \times \sqrt{7} =$	$\sqrt{9+7}$	$3\sqrt{7}$	$\sqrt{9-7}$	$9\sqrt{7}$
5	$\sqrt{9+16} =$	5	7	25	49
6	$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} =$	4	$\sqrt{2}$	2	$2\sqrt{2}$

- 2 Pour chacune des propositions ci-dessous, réponds par V si l'affirmation est vraie ou par F si l'affirmation est fausse.

1. Tout nombre réel négatif a une unique racine carrée.
2. La valeur absolue d'un nombre réel négatif est égale à son opposé.
3. La racine carrée du carré d'un nombre réel est égale à la valeur absolue de ce nombre réel.
4. La valeur absolue d'un nombre réel est égale à l'opposé de la distance à zéro de ce nombre réel.

- 3 Écris sur les pointillés ci-dessous l'un des mots ou groupes de mots suivants pour obtenir une définition correcte :

le nombre réel ; positif ; le carré ; racine carrée.

a est un nombre réel On appelle de a positif dont est a .

- 4 Associe le numéro de chaque nombre de la colonne A à la lettre de la colonne B correspondant à sa racine carrée.

COLONNE A	
1	3^2
2	3^{12}
3	$(3 - \sqrt{7})^2$
4	$(1 - \sqrt{2})^2$

COLONNE B	
a	$\sqrt{2} - 1$
b	$3 - \sqrt{7}$
c	3^6
d	3

- 5 Réordonne les groupes de mots suivants pour obtenir une présentation de l'ensemble des nombres réels.

forment l'ensemble / l'ensemble des nombres rationnels / noté $\mathbb{R}$ / et l'ensemble des nombres irrationnels / des nombres réels.

Exercices de renforcement / approfondissement

- 6 Écris chacun des nombres suivants sous la forme $a\sqrt{3}$, où a est un entier naturel.

a) $\sqrt{48}$; b) $\sqrt{147}$; c) $\sqrt{243}$; d) $\sqrt{363}$.

- 7 m et n sont deux nombres réels positifs non nuls.

Complète la dernière colonne du tableau ci-dessous par V si l'affirmation est vraie ou par F si non.

1	$\sqrt{m+n} = \sqrt{m} + \sqrt{n}$	
2	$\sqrt{m \times n} = \sqrt{m} \times \sqrt{n}$	
3	$\sqrt{\frac{m}{n}} \neq \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{n}}$	
4	$\sqrt{\frac{1}{m}} = \frac{1}{\sqrt{m}}$	
5	$\sqrt{\frac{1}{m}} \neq \frac{\sqrt{m}}{m}$	
6	$\sqrt{m^2} = m$	

- 8 Écris chacune des expressions ci-dessous sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres et b l'entier naturel le plus petit possible.

$$A = \sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 17\sqrt{2} ; B = -11\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - \frac{\sqrt{5}}{6} \text{ et}$$

$$C = \frac{2\sqrt{3}}{5} - \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

- 9 Écris chacun des nombres suivants sans radical au dénominateur.

$$\frac{1}{\sqrt{5}} ; \frac{-2}{\sqrt{7}} ; \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} ; \frac{-6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} ; \frac{1}{2\sqrt{13}} ; \frac{4}{-\sqrt{6}}.$$

Exerce-toi

- 10 Écris chacun des nombres suivants sous la forme $a\sqrt{6}$, où a est un entier relatif.

$$15\sqrt{6} - 8\sqrt{24} - \sqrt{150} \quad ; \quad \sqrt{2 \times 75} + \sqrt{600} - 13\sqrt{6}$$

$$5\sqrt{54} - 3\sqrt{96} + 2\sqrt{12} \times \sqrt{32} \quad ; \quad \sqrt{6^5} - \sqrt{216}.$$

- 12 x est un nombre réel.

Développe, puis réduis chacune des expressions littérales H , K , R , J , L et T définies par :

$$H = (x + \sqrt{3})^2 \quad ; \quad K = (2x - 3\sqrt{5})^2 \quad ;$$

$$R = (x\sqrt{11} + 2\sqrt{2})(x\sqrt{11} - 2\sqrt{2}) \quad ;$$

$$J = (x\sqrt{7} - \sqrt{2})^2 \quad ; \quad L = (6 + x\sqrt{3})^2 \quad ;$$

$$T = (-x\sqrt{5} + \sqrt{3})(-x\sqrt{5} - \sqrt{3}).$$

- 11 Effectue chacune des opérations suivantes et écris le résultat sans radical au dénominateur.

$$\frac{-2(1 - \sqrt{3})}{1 + \sqrt{3}} \quad ; \quad \frac{4}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \quad ;$$

$$\sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{\frac{64}{3}} + \sqrt{\frac{49}{3}} \quad ; \quad \sqrt{\frac{3}{5}} \times \sqrt{\frac{6}{45}} \quad ;$$

$$\frac{5}{2\sqrt{3} - 5} + \frac{2}{2\sqrt{3} + 5}.$$

13 x est un nombre réel.

Factorise chacune des expressions littérales A, B, C, D, E, F, G et H définies par :

$$A = x^2 - 7 ; B = 3x^2 - 25 ; C = 8 - 5x^2 ;$$

$$D = 2x^2 - \frac{4}{9} ; E = (x - 3)^2 - 9 ;$$

$$F = 7 - (x + 2)^2 ; G = x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 ;$$

$$H = 9x^2 + 12\sqrt{2}x + 8.$$

14 x est un nombre réel positif.

1. Développe, puis réduis $(2 - \sqrt{3})^2$.

2. Dédus-en la factorisation de $x^2 - (7 - 4\sqrt{3})$.

15 Soit X et Y deux nombres positifs tels que :

$$X = \sqrt{17 + 12\sqrt{2}} \text{ et } Y = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}}.$$

Démontre que les nombres X et Y sont deux nombres inverses l'un de l'autre.

16 On considère deux nombres réels A et B tels

$$\text{que : } A = 5 - 2\sqrt{2} \text{ et } B = \frac{-17}{5 + 2\sqrt{2}}.$$

1. Écris B sans radical au dénominateur.
2. Justifie que A et B sont deux nombres réels opposés.

17 On donne les expressions E , F et G définies par :

$$E = \sqrt{2023 \times 2024 + 2024} ;$$

$$F = \sqrt{56 - \sqrt{56 - \sqrt{49}}} \quad ;$$

$$G = \sqrt{72 + \sqrt{72 + \sqrt{72 + \sqrt{81}}}}$$

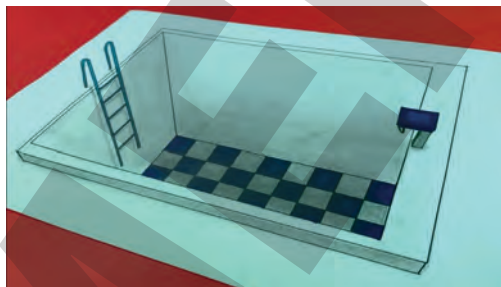
1. Justifie que : $E = 2024$.
2. Justifie que : $F = 7$.
3. Justifie que : $G = 9$.

18 a et b sont deux nombres réels positifs et non nuls.

Démontre que : $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{ab}$.

Situations d'évaluation

19 Pour réaliser les travaux sur son chantier, sur lequel il ne dispose pas d'eau courante, Dibié décide de faire construire un recueil d'eau ayant la forme d'un pavé droit, de profondeur 3 m qu'il fera remplir d'eau chaque semaine.



Les ouvriers ayant la charge des travaux l'informent qu'ils auront besoin de 48 m^3 d'eau par semaine.

Dibié, souhaitant que la face supérieure de ce recueil ait la forme d'un carré, ne sait pas comment faire pour déterminer la longueur de son côté. Il expose sa préoccupation à son fils, élève en classe de troisième.

Ce dernier te propose de l'aider à déterminer la longueur du côté de la face supérieure.

1. Justifie que la longueur c du côté de la face supérieure est telle que : $c^2 = 16$.
2. Détermine la longueur du côté.

20 L'unité de longueur est le mètre.

La figure ci-contre représente l'aire de jeu d'un complexe hôtelier.

ABC est un triangle rectangle en C .

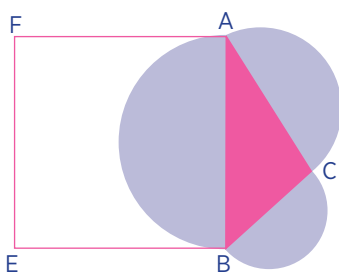
Les arcs $\widehat{AB}$, $\widehat{AC}$ et $\widehat{BC}$ représentent des demi-cercles et $ABEF$ est un carré d'aire 549 m^2 .

On donne : $AC = 18$
et $BC = 15$.

En vue de l'arrivée prochaine des touristes dans son hôtel, le propriétaire du complexe veut planter du gazon sur les parties grises. Pour déterminer le coût du gazon, il veut connaître l'aire de la partie à gazonner.

1. Calcule la distance AB .
2. Calcule l'aire de la partie à gazonner.
(On prendra 3,1 comme valeur approchée de π).

NB: Cet exercice est à traiter après la leçon sur les propriétés de Pythagore.

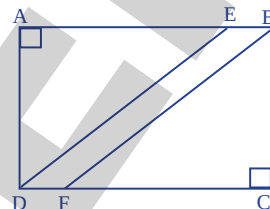


21 Sur la figure ci-contre, le rectangle $ABCD$ représente un jardin public à proximité d'un lycée moderne. Plusieurs élèves utilisent l'allée $EBFD$ qui traverse ce jardin pour se rendre à l'école. En vue de réhabiliter l'allée dégradée, les élèves veulent connaître son aire.

On donne les informations suivantes :

- l'aire du jardin est de 2400 m^2 ;
- la largeur est égale aux $\frac{2}{3}$ de la longueur ;
- $EB = \sqrt{2} \text{ m}$.

1. Justifie que la longueur du jardin est de 60 m .
2. Calcule l'aire de l'allée.



DEVOIR SURVEILLÉ

Durée : 1 heure

Exercice 1 (4 Points)

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, écris sur ta copie le numéro de l'affirmation suivi de Vrai si l'affirmation est vraie ou de Faux si l'affirmation est fausse.

- La racine carrée du nombre réel -5 n'existe pas.
- a est un nombre réel strictement positif et n un nombre entier relatif, on a : $\sqrt{a^{2n+1}} \neq a^n \sqrt{a}$.
- a et b sont deux nombres réels strictement positifs, on a : $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.
- La valeur absolue d'un nombre réel x est la distance à zéro de ce nombre x .

Exercice 2 (4 Points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B, C et D permettent d'obtenir 4 affirmations dont une seule est vraie.

Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne correspondant à la bonne réponse.

N°	Énoncés	Informations			
		A	B	C	D
1	Le nombre $-\sqrt{2}$ appartient à l'ensemble :	$\mathbb{R}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Q}$
2	$\sqrt{13^2}$ est égale à :	13^2	$13^2 \sqrt{13}$	13	13^3
3	$\sqrt{(7-4\sqrt{3})^2}$ est égale à :	$ 7-4\sqrt{3} $	$(7-4\sqrt{3})^2$	$-7+4\sqrt{3}$	$(7)^2 - (4\sqrt{3})^2$
4	L'expression conjuguée du nombre réel $12 - \sqrt{5}$ est :	$-12 + \sqrt{5}$	$12 + \sqrt{5}$	$-12 - \sqrt{5}$	$12 - \sqrt{5}$

Exercice 3 (8 Points)

On donne : $M = (3 + \sqrt{2})^2$ et $N = \frac{1+5\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$.

- Écris M sous la forme $a + b\sqrt{2}$ où a et b sont deux nombres entiers naturels non nuls.
- Écris N sans radical au dénominateur.
- Donne une écriture simplifiée de $\sqrt{N}$.

Exercice 4 (4 Points)

Pendant les congés de Toussaint, Souralé et Kossia vont aider leur mère dans son jardin maraîcher. Ayant constaté une fréquente présence des bœufs autour du jardin, elles lui proposent de le clôturer avec du grillage tout en laissant une entrée d'un mètre, de peur que les bœufs ne détruisent les plantes.

Leur mère ne se souvient plus des dimensions de sa parcelle, mais elle sait que la parcelle a une forme carrée et que le double de son aire est de 18 m^2 .

Après renseignement sur le coût du mètre de grillage, elle déclare à ses filles que la somme dont elle dispose ne peut qu'acheter $11,5 \text{ m}$ de grillage.

Souralé et Kossia veulent savoir si cette longueur de grillage suffira pour effectuer la clôture.

Elles te demandent de l'aide afin de déterminer la longueur du côté de la parcelle, puis de vérifier si oui ou non cette longueur de grillage suffira.

- Justifie que la longueur du côté c de la parcelle est telle que : $c^2 = 9$
 - Déduis-en la valeur de c .
- En justifiant ta réponse, dis si oui ou non la longueur de grillage qu'elle pourra obtenir suffira pour clôturer la parcelle.

TRIANGLE RECTANGLE

Habiletés et contenus

- ✓ **Connaître** la définition du sinus d'un angle aigu ; la définition du cosinus d'un angle aigu ; la définition de la tangente d'un angle aigu ; la propriété de Pythagore ; la propriété réciproque de la propriété de Pythagore ; la propriété métrique déduite de l'aire ; la propriété relative à la somme des carrés du cosinus et du sinus ; la propriété relative au cosinus et au sinus de deux angles complémentaires.
- ✓ **Construire** un segment de longueur $\sqrt{a}$, $a > 0$.
- ✓ **Calculer** le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu.
- ✓ **Encadrer** le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu.
- ✓ **Utiliser** les propriétés de Pythagore pour calculer différentes longueurs dans un triangle rectangle ; la propriété métrique déduite de l'aire pour calculer différentes longueurs dans un triangle rectangle ; le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu pour calculer différentes longueurs dans un triangle rectangle ; une table trigonométrique ou une calculatrice pour donner la valeur exacte, une valeur approchée ou un encadrement de la mesure d'un angle aigu connaissant son cosinus, son sinus ou sa tangente.
- ✓ **Justifier** qu'un triangle est rectangle.
- ✓ **Traiter** une situation faisant appel au triangle rectangle.

Situation d'apprentissage

En vue d'occuper sainement les élèves pendant les vacances, le Directeur Régional des Sports de ta commune décide d'organiser un tournoi de basket-ball.

Pour l'entraînement de l'équipe de ton quartier, le président des jeunes veut faire installer un panier de basket. Ce panier doit être fixé sur un mur, à 6 mètres du sol.

Il dispose d'une échelle qui mesure 6,5 mètres de long.

Un membre de l'équipe, élève en classe de terminale scientifique, affirme que le maçon chargé de fixer ce panier risque de faire une chute si la mesure de l'angle formé par l'échelle et le sol n'est pas comprise entre 65° et 70° . On précise que le mur est perpendiculaire au sol.

Stupéfait, tu veux en savoir plus auprès de ce dernier. Mais, il te fait languir ; il te demande d'être attentif, car tu comprendras mieux lorsque ton professeur de Mathématiques t'enseignera les notions de relations métriques et de trigonométrie dans un triangle rectangle.



Prendre un bon départ

Révision 1 Triangle

Donne la formule de l'aire d'un triangle de base a et de hauteur h .

Révision 2 Triangle rectangle

A/

1. ABC est un triangle rectangle en B .

Complète les phrases suivantes :

- a) les côtés de l'angle droit de ce triangle sont
- b) le côté opposé à l'angle droit de ce triangle est

2. Trace la hauteur issue du sommet de l'angle droit du triangle EFG rectangle en G .



3. Donne la formule de l'aire du triangle EFG rectangle en G .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

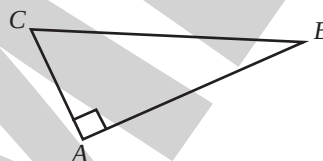
.....

.....

.....

B/ Observe la figure codée ci-dessous, puis remplace les pointillés par le mot qui convient pour obtenir une phrase correcte à chaque fois: « **adjacent** », « **l'hypoténuse** », « **opposé** », « **rectangle** »

- Le triangle ACB est en A .
- Le côté $[AC]$ est à l'angle $\hat{B}$.
- Le côté $[BC]$ est du triangle rectangle ACB .
- Le côté $[AB]$ est à l'angle $\hat{B}$.



Révision 3 Angles complémentaires

Coche la bonne réponse.

	Réponses			
	60°	90°	180°	360°
Deux angles sont complémentaires lorsque la somme de leurs mesures est égale à :				

Résumé de cours - Exercices de fixation

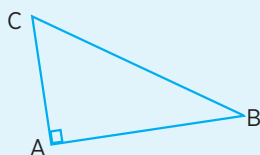
1

RELATIONS MÉTRIQUES DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

a) Propriété de Pythagore

Propriété

Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.



Donnée ABC est un triangle rectangle en A

Conclusion $AB^2 + AC^2 = BC^2$

Remarque

La propriété de Pythagore permet de calculer des distances.

Exercices de fixation

1

L'énoncé de la propriété de Pythagore a été désordonné. Réordonne-le sur ta copie pour obtenir l'énoncé correct :

« de l'hypoténuse est égal à » ; « si un triangle est rectangle, » ; « des deux autres côtés » ; « alors le carré » ; « la somme des carrés »

2

Pour chacune des figures codées ci-dessous, indique si l'on peut appliquer la propriété de Pythagore. Justifie ta réponse.



Figure 1

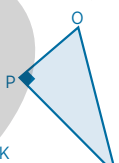


Figure 2

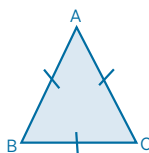


Figure 3

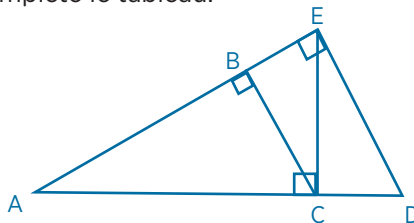
3

Applique la propriété de Pythagore au triangle ci-dessous.



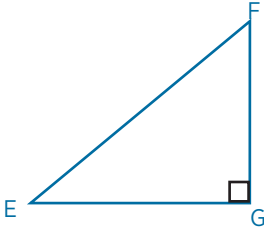
4

Observe la figure codée ci-dessous et complète le tableau.



Triangle rectangle	Égalités de distances
ABC est rectangle en B	
AED est rectangle en E	
ECD est rectangle en C	
BCE est rectangle en B	

- 5 L'unité de longueur est le cm.
Sur la figure codée ci-dessous, EFG est un triangle rectangle en G .
On donne: $EG = 3$ et $FG = 4$.
Calcule la longueur de son hypoténuse $[EF]$.



b) Propriété réciproque de la propriété de Pythagore

Propriété

Dans un triangle, si le carré de l'un des côtés est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.



Donnée

ABC est un triangle et
 $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Conclusion

ABC est un triangle
rectangle en A

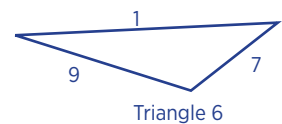
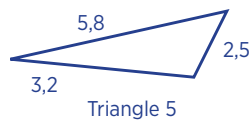
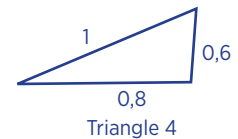
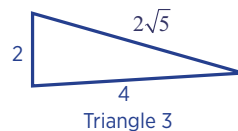
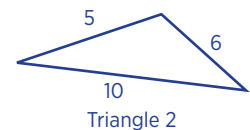
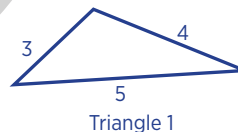
Remarque

La propriété réciproque de la propriété de Pythagore permet de justifier qu'un triangle est rectangle.

Exercices de fixation

- 6 L'unité de longueur est le cm.
 RST est un triangle rectangle en S tel que :
 $RT = 8$ et $RS = 6$. Calcule la longueur de son côté $[ST]$.

- 7 Identifie, en justifiant ta réponse, tous les triangles rectangles de cette figure.



- 8 Écris le numéro de chaque énoncé suivi de la lettre qui correspond à la réponse juste.

N°	Énoncés	Réponses		
		A	B	C
1	Si $TR^2 + RS^2 = ST^2$, alors TRS est un triangle rectangle en	T	R	S
2	Si $TR^2 + ST^2 = RS^2$, alors TRS est un triangle rectangle en	T	R	S
3	Si $TS^2 + RS^2 = RT^2$, alors TRS est un triangle rectangle en	T	R	S

c) Construction d'un segment de longueur $\sqrt{a}$, $a > 0$

■ Point Méthode

Pour construire un segment de longueur $\sqrt{a}$, $a > 0$, on peut procéder comme suit :

Premier cas : On peut trouver deux nombres b et c , tels que : $a^2 = b^2 + c^2$.

Dans ce cas :

- trace deux segments $[AB]$ et $[AC]$ de supports perpendiculaires ;
- place le point B tel que $AB = b$ et le point C, tel que : $AC = c$;
- trace le segment $[BC]$.

Le segment cherché est le segment $[BC]$.

Deuxième cas : On peut trouver deux nombres b et c , tels que : $a^2 = b^2 - c^2$.

Dans ce cas :

- trace un segment $[AC]$, tel que $AC = b$;
- trace un demi-cercle de diamètre $[AC]$;
- place avec le compas le point B du demi-cercle tel que $CB = c$;
- trace le segment $[AB]$.

Le segment cherché est le segment $[AB]$.

Exercices de fixation

- 9 L'unité de longueur est le centimètre.

1. Construis un segment $[RS]$ de longueur $\sqrt{50}$ sachant que : $50 = 1 + 49$.
2. Donne ton programme de construction.

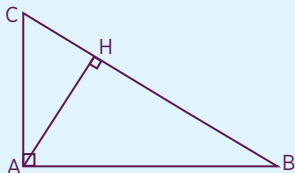
- 10 L'unité de longueur est le centimètre.

1. Construis un segment $[PL]$ de longueur $\sqrt{32}$, sachant que : $32 = 36 - 4$.
2. Donne ton programme de construction.

d) Propriété métrique du triangle rectangle déduite de l'aire

Propriété

Dans un triangle rectangle, le produit des longueurs des côtés de l'angle droit est égal au produit de la longueur de l'hypoténuse par la hauteur issue du sommet de l'angle droit.



Donnée

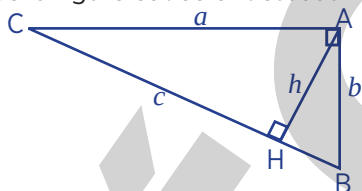
ABC est un triangle rectangle en A et H est le pied de la hauteur issue de A

Conclusion

$$AB \times AC = AH \times BC$$

Exercices de fixation

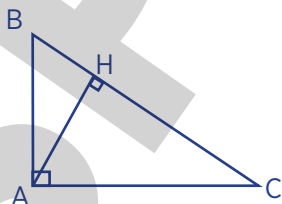
11 Observe la figure codée ci-dessous.



Entoure la bonne égalité.

1. $a \times h = b \times c$
2. $a \times b = h \times c$
3. $a \times c = b \times h$

12 Sur la figure codée ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur, on donne : BA = 3 ; AC = 4 et BC = 5. Calcule AH.



2

COSINUS ET SINUS D'UN ANGLE AIGU

a) Définition

Dans un triangle rectangle,

- on appelle sinus d'un angle aigu (ou de sa mesure), le quotient du côté opposé à cet angle par l'hypoténuse.
- on appelle cosinus d'un angle aigu (ou de sa mesure), le quotient du côté adjacent à cet angle par l'hypoténuse.

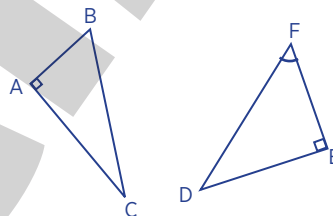


$$\sin \hat{A} = \sin a^\circ = \frac{BC}{AC} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{A}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos \hat{A} = \cos a^\circ = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{côté adjacent à } \hat{A}}{\text{hypoténuse}}$$

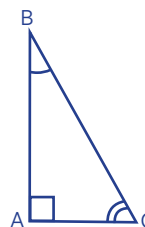
Exercices de fixation

13 Observe les figures ci-dessous, puis coche la bonne réponse.



1. L'hypoténuse du triangle ABC est :
[AB] ☐ [BC] ☐ [AC] ☐
2. Le côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$ est :
[AB] ☐ [BC] ☐ [AC] ☐
3. Le côté adjacent à l'angle $\widehat{ACB}$ est :
[AB] ☐ [EF] ☐ [AC] ☐
4. Le côté opposé à l'angle $\widehat{EDF}$ est :
[DF] ☐ [EF] ☐ [AB] ☐

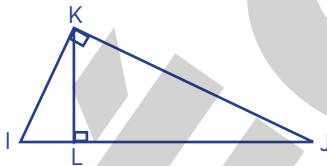
14 Observe la figure codée ci-contre et le tableau ci-dessous, puis recopie le numéro de chaque ligne suivi de la lettre qui correspond à la bonne égalité.



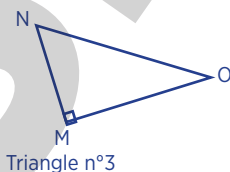
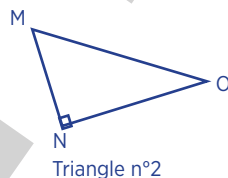
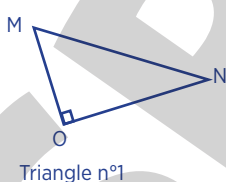
	a	b	c	d
1	$\sin \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$	$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$	$\sin \widehat{ABC} = \frac{AB}{AC}$	$\sin \widehat{ABC} = \frac{BC}{AB}$
2	$\sin \widehat{BCA} = \frac{BC}{AB}$	$\sin \widehat{BCA} = \frac{AC}{AB}$	$\sin \widehat{BCA} = \frac{AB}{BC}$	$\sin \widehat{BCA} = \frac{AC}{BC}$
3	$\cos \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$	$\cos \widehat{ABC} = \frac{BC}{AC}$	$\cos \widehat{ABC} = \frac{BC}{AB}$	$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$

- 15 Sur la figure codée ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur, IJK est un triangle rectangle en K et L est le pied de la hauteur issue de K . Complète les égalités suivantes :

- Dans le triangle rectangle IJK ,
 $\cos \widehat{JKI} = \dots$; $\cos \widehat{IJK} = \dots$
- Dans le triangle rectangle JLK rectangle en L ,
 $\sin \widehat{JKL} = \dots$; $\cos \widehat{LJK} = \dots$
- Dans le triangle $L IK$ rectangle en L ,
 $\sin \widehat{IKL} = \dots$; $\cos \widehat{LIK} = \dots$



- 16 Complète le tableau ci-dessous avec le numéro du triangle qui convient.



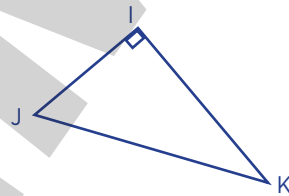
Égalité	Numéro du triangle
$\cos \widehat{MNO} = \frac{MN}{NO}$	
$\sin \widehat{NMO} = \frac{NO}{MO}$	

- 17 L'unité de longueur est le centimètre et la figure codée ci-dessous n'est pas en grandeurs réelles.

Le triangle IJK rectangle en I est tel que :

$JK = 15$, $IK = 12$ et $IJ = 9$.

Calcule le cosinus et le sinus de chacun des angles aigus du triangle IJK .



b) Utilisation de la calculatrice ou de la table trigonométrique

Exemple

Degré	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
Sinus	0,258	0,225	0,292	0,309	0,325	0,342	0,358	0,374	0,390	0,406	0,422	Cosinus
Cosinus	0,965	0,961	0,956	0,951	0,945	0,936	0,930	0,927	0,920	0,913	0,906	Sinus
	75	74	73	72	71	70	69	68	67	66	65	Degré

Exercices de fixation

- 18** Utilise une calculatrice ou une table trigonométrique pour compléter le tableau ci-dessous.

(On donnera les arrondis d'ordre 2 de chaque résultat.)

Mesure de l'angle	15°	45°	20°	85°	60°
Cosinus					
Sinus					

- 19** Complète les tableaux ci-dessous.
(On donnera, en degré, l'arrondi d'ordre 0 de chaque mesure d'angle.)

Cosinus	0,809	0,974	0,906
Mesure de l'angle en degré			

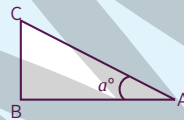
Sinus	0,293	0,707	0,309
Mesure de l'angle en degré			

- 20** Utilise une table trigonométrique pour trouver un encadrement de la mesure de chacun des angles $\hat{A}$ et $\hat{B}$, sachant que : $\cos \hat{A} = 0,897$ et $\sin \hat{B} = 0,230$.

c) Somme des carrés du cosinus et du sinus

Propriété

Pour tout angle aigu de mesure a° , on a :
 $0 < \cos a^\circ < 1$; $0 < \sin a^\circ < 1$;
 $\cos^2 a^\circ + \sin^2 a^\circ = 1$.



$$0 < \cos \hat{A} < 1$$

$$0 < \sin \hat{A} < 1$$

$$\cos^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{A} = 1$$

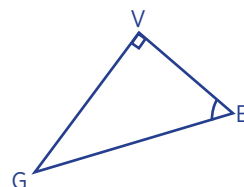
Exercices de fixation

- 21** Soit α un angle aigu. Entoure la lettre qui désigne la bonne égalité.

a	b
$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 2$	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

c	d
$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 0$	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = -1$

- 22** On donne la figure codée ci-dessous.
Complète la dernière colonne de chaque tableau par V lorsque l'affirmation est vraie ou par F lorsqu'elle est fausse.



1	$\cos \widehat{GBV} > 1$	
2	$0 < \cos \widehat{VGB} < 1$	
3	$0 < \sin \widehat{GBV} < 1$	

4	$\cos^2 \widehat{VGB} + \sin^2 \widehat{VGB} = 1$	
5	$\cos^2 \widehat{VGB} + \sin^2 \widehat{GBV} = 1$	
6	$\cos^2 \widehat{GVB} + \sin^2 \widehat{GVB} = 1,2$	

- 23 Dans chacun des cas suivants, dis s'il est possible de trouver un angle α vérifiant les égalités données. Justifie ta réponse.

1- $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ et $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$.

2- $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ et $\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

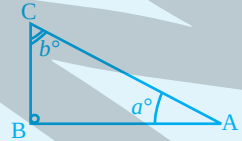
- 24 Un angle aigu α est tel que : $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.
Calcule la valeur exacte de $\sin \alpha$.

- 25 Soit x la mesure en degré d'un angle aigu.
Calcule la valeur exacte de $\cos x$, sachant que : $\sin x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

d) Cosinus et sinus de deux angles complémentaires

Propriété

Lorsque deux angles sont complémentaires, le sinus de l'un est égal au cosinus de l'autre.



$$\cos(90^\circ - a^\circ) = \sin a^\circ ;$$

$$\sin(90^\circ - a^\circ) = \cos a^\circ$$

Les angles $\hat{A}$ et $\hat{C}$ sont complémentaires.

$$\cos \hat{C} = \sin \hat{A} ; \sin \hat{C} = \cos \hat{A}.$$

Exercices de fixation

- 26 Pour chacune des égalités suivantes, réponds par V si elle est vraie ou par F si elle est fausse.

		Réponse
1	$\hat{A}$ et $\hat{B}$ sont deux angles complémentaires	$\cos(\hat{A}) = \cos(\hat{B})$
		$\sin(\hat{A}) = \sin(\hat{B})$
		$\cos(\hat{A}) = \sin(\hat{B})$
2	$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$	
3	$\cos 45^\circ = \sin 45^\circ$	
4	$\sin 30^\circ = \sin 60^\circ$	

- 27 Complète le tableau suivant en utilisant le cosinus et le sinus d'angles complémentaires.

a°	10	25	38	52	65	80
$\cos a^\circ$		0,906			0,423	
$\sin a^\circ$	0,174		0,616	0,788		0,985

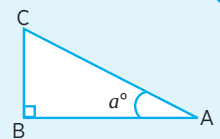
3

TANGENTE D'UN ANGLE AIGU

a) Définition

Propriété

Dans un triangle rectangle, on appelle tangente d'un angle aigu (ou de sa mesure), le quotient du côté opposé à cet angle par le côté adjacent.



$$\tan \hat{A} = \tan a^\circ = \frac{BC}{BA} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{A}}{\text{côté adjacent à } \hat{A}}.$$

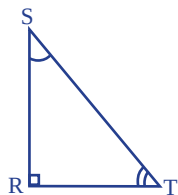
Exercices de fixation

- 28** Sur la figure codée ci-dessous, RST est un triangle rectangle en R . Entoure la lettre correspondant à la bonne réponse.

a) $\tan \widehat{RST} = \frac{RS}{ST}$;

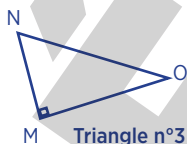
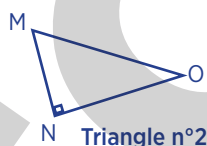
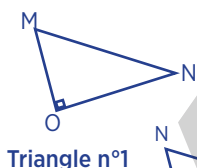
b) $\tan \widehat{RST} = \frac{RS}{RT}$;

c) $\tan \widehat{RST} = \frac{RT}{RS}$; d) $\tan \widehat{RST} = \frac{ST}{RT}$.



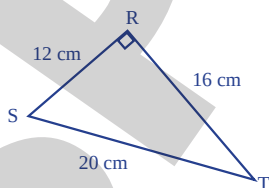
- 29** Complète le tableau ci-dessous avec le numéro du triangle qui convient.

Égalité	Numéro du triangle
$\tan \widehat{MNO} = \frac{MO}{NO}$	
$\tan \widehat{NMO} = \frac{NO}{MO}$	



- 30** On considère la figure codée ci-dessous qui n'est pas en grandeurs réelles.

Calcule : $\tan \widehat{RST}$ et $\tan \widehat{STR}$.



- 31** Utilise une calculatrice ou une table trigonométrique pour compléter le tableau ci-dessous.

(On donnera les arrondis d'ordre 2 de chaque résultat.)

Mesure de l'angle	15°	45°	20°	85°	60°
Tangente de l'angle					

- 32** Complète le tableau ci-dessous.

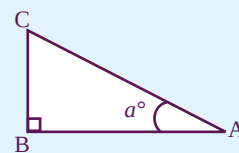
(On donnera en degré l'arrondi d'ordre 0 de chaque mesure d'angle.)

Tangente	3,27	0,965	0,781
Mesure de l'angle en degré			

b) Propriété

Propriété

Dans un triangle rectangle, la tangente d'un angle aigu est égale au quotient du sinus de cet angle par son cosinus.



$$\tan \hat{A} = \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}} ; \quad \tan a^\circ = \tan \hat{A} = \frac{\sin a^\circ}{\cos a^\circ} .$$

Exercices de fixation

- 33** Calcule $\tan \alpha$ dans chacun des cas suivants, α étant la mesure d'un angle aigu.

a) $\sin \alpha = 0$ et $\cos \alpha = 1$;

b) $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ et $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

c) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

d) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin \alpha = \frac{1}{2}$.

- 34** On considère un angle α , tel que : $\cos \alpha = 0,5$ et $\tan \alpha \approx 1,732$.

Détermine une valeur approchée à 0,001 près de $\sin \alpha$.

Tests objectifs

1 Dans le tableau ci-dessous, quatre (4) phrases incomplètes sont données. Sur chaque ligne numérotée, trois propositions sont faites. Une seule est correcte.

Indique le numéro de la phrase incomplète suivi de la lettre qui correspond à la proposition correcte qui la complète.

N°	Phrases incomplètes	Propositions à choisir		
		A	B	C
1	La propriété métrique déduite de l'aire s'applique dans un triangle	rectangle	isocèle	équilatéral
2	La propriété de Pythagore s'applique dans un triangle	isocèle	rectangle	équilatéral
3	Dans le triangle MNP rectangle en P, le cosinus de l'angle $\hat{M}$ est égal au	sinus de l'angle $\hat{N}$	cosinus de l'angle $\hat{N}$	cosinus de l'angle $\hat{P}$
4	La propriété de Pythagore appliquée au triangle ABC rectangle en A permet d'écrire :	$BA^2 = AC^2 + BC^2$	$AC^2 = BC^2 + BA^2$	$BC^2 = AC^2 + BA^2$

2 Dans le tableau ci-dessous, trois affirmations incomplètes sont données. Sur chaque ligne numérotée, trois réponses sont proposées. Une seule réponse est correcte.

Indique le numéro de l'affirmation suivi de la lettre qui correspond à la réponse juste qui la complète.

N°	Affirmations incomplètes	Réponses		
		A	B	C
1	Si a° est la mesure en degré d'un angle aigu, alors :	$\sin a^\circ > 1$	$\sin a^\circ = 0$	$0 < \sin a^\circ < 1$
2	L'hypoténuse du triangle ABC rectangle en B est	[AB]	[BC]	[AC]
3	EFG est un triangle rectangle en F. $\sin \hat{E}$ est égal à :	$\frac{EF}{FG}$	$\frac{FG}{EG}$	$\frac{EF}{EG}$

3 Écris le numéro de chaque affirmation suivi de la lettre V si l'affirmation est vraie ou de la lettre F si l'affirmation est fausse.

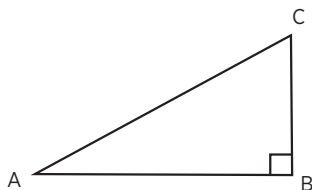
N°	Affirmations
1	La propriété réciproque de la propriété de Pythagore sert à justifier qu'un triangle est rectangle.
2	La propriété de Pythagore, appliquée au triangle CIV rectangle en C, permet d'écrire : $IV^2 + CI^2 = CV^2$
3	$\hat{A}$ et $\hat{B}$ sont deux angles complémentaires, $\cos \hat{A} = \sin \hat{B}$.
4	La tangente d'un angle aigu est égale au quotient de son sinus par son cosinus.

4 Observe la figure codée ci-dessous, puis écris le numéro de chaque affirmation suivi de V si l'affirmation est Vraie ou de F si l'affirmation est fausse.

1. $\cos \hat{A} = \frac{AB}{AC}$

2. $\tan \hat{A} = \frac{BC}{AC}$

3. $\cos \hat{A} = \sin \hat{C}$



5 Associe chaque propriété du tableau de gauche à sa dénomination dans le tableau de droite, en écrivant le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne dénomination.

1	Si un triangle est rectangle, alors le produit des longueurs des côtés de l'angle droit est égal au produit de la longueur de l'hypoténuse par la hauteur issue du sommet de l'angle droit.
2	Dans un triangle, si le carré de l'un des côtés est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.
3	Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

A	Propriété de Pythagore
B	Propriété métrique déduite l'aire
C	Propriété réciproque de la propriété de Pythagore

6 Les énoncés de deux propriétés ont été désordonnés. Pour chacune d'elles, réordonne l'énoncé pour obtenir une propriété correcte.

1. Propriété 1

« alors ce triangle est rectangle »

« Dans un triangle, »

« à la somme des carrés des deux autres côtés, »

« si le carré de l'un des côtés est égal »

2. Propriété 2

« par la hauteur issue du sommet de l'angle droit »

« de l'angle droit est égal »

« Dans un triangle rectangle, »

« au produit de la longueur de l'hypoténuse »

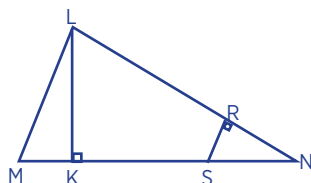
« le produit des longueurs des côtés ».

7 Remplace les pointillés par le groupe de mots ci-dessous qui convient pour obtenir une définition correcte : « **La tangente** » ; « **Le cosinus** » ; « **Le sinus** ».

- d'un angle aigu est le quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur de l'hypoténuse.
- d'un angle aigu est le quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur du côté adjacent.
- d'un angle aigu est le quotient de la longueur du côté adjacent à cet angle par la longueur de l'hypoténuse.
- d'un angle aigu est le quotient du sinus de cet angle par son cosinus.

Exercices de renforcement / approfondissement

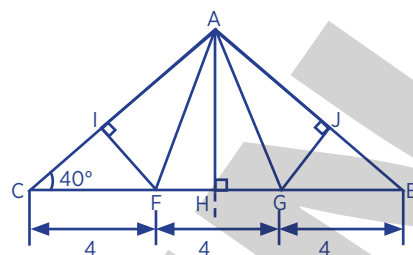
- 8 L'unité de longueur est le centimètre.
On considère la figure codée ci-dessous qui n'est pas en grandeurs réelles.



On donne : $MN = 8$; $ML = 4,8$ et $LN = 6,4$.

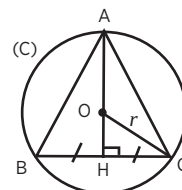
- Démontre que le triangle LMN est rectangle.
- Soit S le point de [MN], tel que : $NS = 2$. La perpendiculaire à (LN) passant par S coupe [LN] en R. Calcule RS.

- 9 L'unité de longueur est le mètre.
La figure codée suivante, qui n'est pas en grandeurs réelles, représente une charpente. La figure est symétrique par rapport à la droite (AH).
Les segments [IF], [FA], [AG] et [GJ] représentent les poutres.



- Justifie que l'arrondi d'ordre 2 de IF est 2,57 m.
- Détermine l'arrondi d'ordre 2 de AH.
- Déduis-en la longueur des poutres nécessaires à la réalisation de cette charpente.

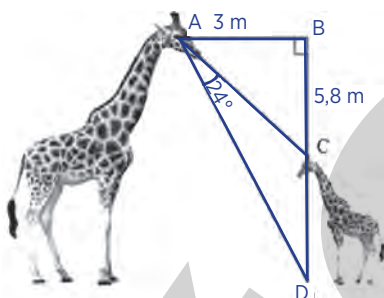
- 10 Sur la figure ci-dessous, ABC est un triangle équilatéral de côté de longueur a et inscrit dans le cercle (C) de centre O et de rayon r . [AH] est la médiane du triangle ABC issue de A.



- Justifie que : $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- Démontre que : $a = r\sqrt{3}$.

- 11 Dans un zoo, maman Girafe mesure 5,80 m. Placée à 3 m de son petit, elle le voit sous un angle de 24° , comme l'indique la figure ci-dessous.

Détermine la taille du girafon.

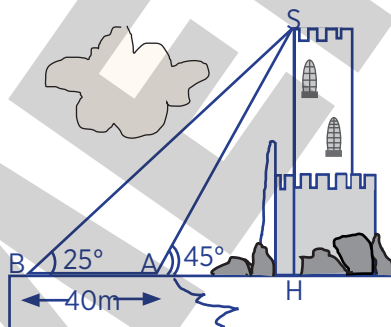


- 12 L'unité de longueur est le mètre.
Sur la figure ci-dessous qui n'est pas en grandeurs réelles :

- le point A appartient à $[BH]$;
- les droites (SH) et (AB) sont perpendiculaires en H.

On donne : $AB = 40$,

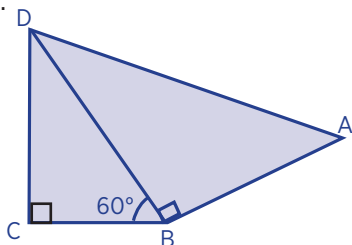
$\widehat{SAH} = 45^\circ$ et $\widehat{SBH} = 25^\circ$.



L'objectif est de calculer la hauteur SH du château. On pose : $x = SH$.

1. Exprime AH en fonction de x .
2. Calcule l'arrondi, au mètre près, de la hauteur SH du château.

- 13** La figure codée ci-dessous n'est pas en vraie grandeur.

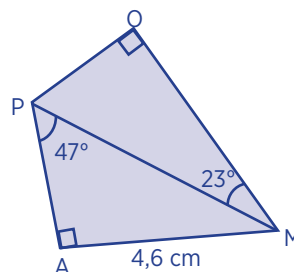


On donne : $BD = 4$ cm, $BA = 6$ cm et $\widehat{DBC} = 60^\circ$.

- Démontre que : $BC = 2$ cm.
- Calcule CD .
- Calcule AD .
- a) Détermine la valeur exacte de $\tan \widehat{BAD}$.
b) Déduis-en l'arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{BAD}$.

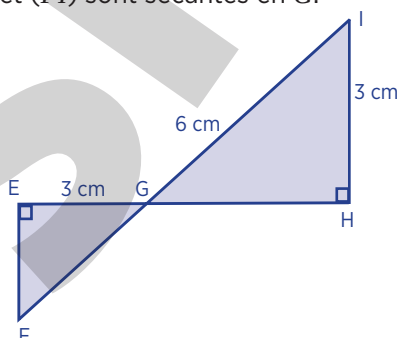
- Calcule $\widehat{IGH}$.
- Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{EGF}$.
- Détermine les arrondis au dixième des longueurs EF et FG .

- 15** La figure codée ci-dessous n'est pas en vraie grandeur.

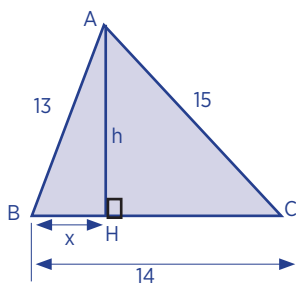


- Détermine l'arrondi au millimètre de la longueur PM .
- Déduis-en l'arrondi au millimètre de la longueur OM .

- 14** Sur la figure codée ci-dessous, les droites (EH) et (FI) sont sécantes en G .



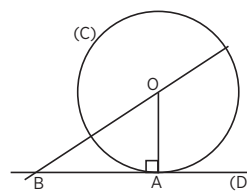
- 16** La figure codée ci-dessous n'est pas en vraie grandeur.



- Justifie que : $x = 5$ et $h = 12$.
- Calcule la mesure de chacun des angles du triangle ABC.
(On donnera l'arrondi d'ordre 0 de chaque résultat).

- 18** Sur la figure codée ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur :

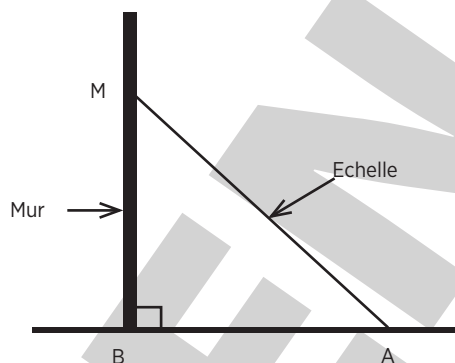
- (C) est un cercle de centre O et de rayon 3 ;
- A est un point de (C) ;
- (D) est tangente à (C) en A ;
- B est un point de la droite (D) tel que : $AB = 4$.



- 17**
- Construis un cercle (C) de centre O et de rayon 5 cm, puis place deux points A et B sur (C), tels que : $AB = 6$ cm.
 - Trace la droite (L) passant par O et perpendiculaire à (AB), puis place le point I, intersection de (AB) et (L).
 - Place les points D et E, tels que : $\{D\} = (C) \cap [OI]$ et $\{E\} = (C) \cap [IO]$.
 - Calcule : IO , ID et IE .
 - Détermine une valeur approchée de la mesure de chacun des angles $\widehat{AOB}$, $\widehat{BDA}$ et $\widehat{AEB}$.

- Démontre que : $OB = 5$.
- Justifie que : $\sin \widehat{AOB} = 0,8$.
- Donne un encadrement de la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ par deux entiers consécutifs.
 - Déduis-en un encadrement de la mesure de l'angle $\widehat{ABO}$ par deux entiers consécutifs.

a°	51	52	53	54	55
$\sin a^\circ$	0,777	0,788	0,798	0,809	0,819
$\cos a^\circ$	0,629	0,615	0,601	0,587	0,573



a°	42	43	44	45	46
$\sin a^\circ$	0,669	0,681	0,694	0,707	0,719
$\cos a^\circ$	0,743	0,731	0,719	0,707	0,694

Situations d'évaluation

19 En vue de réparer le toit de sa maison, ton père pose une échelle contre le mur comme l'indique le schéma ci-dessous. Pour que l'échelle ne glisse pas, il faut que la mesure de l'angle d'inclinaison de l'échelle par rapport à l'horizontale soit comprise entre 42° et 46° . Ton père te sollicite pour l'aider à savoir s'il ne risque pas de faire une chute.

Il te donne les informations suivantes :

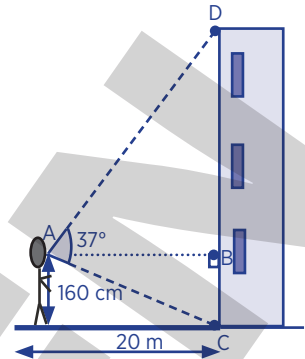
- la distance du pied de l'échelle au mur est $AB = 2,5$ mètres ;
- la longueur de l'échelle est : $AM = 3,5$ mètres ;
- $\frac{5}{7} \approx 0,7142$.

1. Justifie que : $\cos \widehat{BAM} = \frac{5}{7}$.
2. En utilisant la table trigonométrique ci-dessous, encadre la mesure de l'angle $\widehat{BAM}$ par deux nombres entiers naturels consécutifs.
3. Dis, en le justifiant, si ton père risque de faire une chute ou non.

20 Kouadio, un élève en classe de 3^e, se place à 20 m d'un immeuble et ses yeux se trouvent au point A, à 160 cm du sol. Il voit l'immeuble sous un angle $\widehat{CAD}$ de mesure 37° , comme l'indique la figure codée ci-contre.

Kouadio affirme que la hauteur de l'immeuble est de 13 m. Les autres élèves contestent son affirmation. Ils te sollicitent pour les départager.

1. Détermine l'arrondi d'ordre 0 de la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$.
2. Détermine une valeur approchée de la hauteur CD de l'immeuble.
3. Dis si Kouadio a raison ou non.



Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, écris sur ta copie le numéro de l'affirmation suivi de V si l'affirmation est vraie ou de F si l'affirmation est fausse.

1. Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des longueurs des deux autres côtés.
2. Si $FG^2 = EF^2 + EG^2$, alors le triangle EFG est rectangle en E .
3. Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est strictement compris entre 0 et 1.
4. Dans un triangle HIJ rectangle en H , les angles complémentaires $\hat{I}$ et $\hat{J}$ ont le même sinus.

Exercice 2 (4 points)

Écris sur ta feuille de copie le numéro de chaque énoncé suivi de l'une des lettres A, B ou C qui donne l'affirmation vraie.

N°	Énoncés	A	B	C
1	La propriété de Pythagore permet de :	calculer une distance	calculer la mesure d'un angle	justifier qu'un triangle est rectangle
2	Si RST est un triangle rectangle en S, alors :	$\cos \hat{R} = \frac{ST}{RT}$	$\cos \hat{R} = \frac{SR}{ST}$	$\cos \hat{R} = \frac{SR}{RT}$
3	Si KLM est un triangle rectangle en K, alors :	$\tan \hat{M} = \frac{\sin \hat{M}}{\cos \hat{M}}$	$\tan \hat{M} = \frac{\cos \hat{M}}{\sin \hat{M}}$	$\tan \hat{M} = \frac{\sin \hat{M}}{\sin \hat{L}}$
4	Pour tout angle aigu, la somme des carrés du cosinus et du sinus est égale à :	-1	1	0

Exercice 3 (8 points)

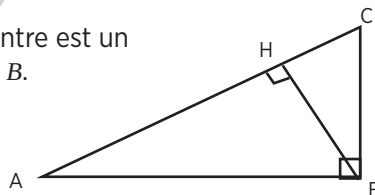
L'unité de longueur est le centimètre. La figure codée ci-contre est un triangle rectangle en B . H est le pied de la hauteur issue de B .

On donne : $BC = 4$ et $AB = 6$.

1. Justifie que : $AC = 2\sqrt{13}$.
2. Calcule BH .

3. a) Justifie que : $\tan \hat{A} = \frac{2}{3}$.

b) Déduis-en une valeur approchée de la mesure de l'angle $\hat{A}$ à l'unité près, en utilisant une calculatrice.



Exercice 4 (4 points)

En vue de contribuer à améliorer la santé de personnes âgées qui résident à Bouafilé, le Directeur Régional des sports les invite à faire régulièrement de longues marches. Il remet à chacun le plan du circuit représenté par la figure ci-contre. Sur cette représentation :

- les supports des segments $[FO]$ et $[OB]$ sont sécants en O ;
- les triangles FOD et BOA sont rectangles.

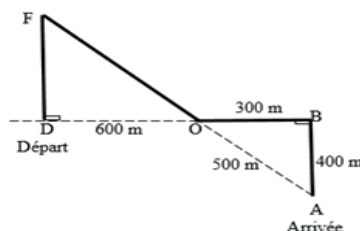
Il est question de déterminer la distance totale DFOBA à parcourir par ces personnes âgées.

1. Justifie que :

- a) le cosinus de l'angle $\widehat{FOD}$ est égal à $\frac{3}{5}$.
- b) la distance OF est égale à 1 km.

2. Calcule la distance DF .

3. Détermine la longueur du trajet DFOBA.





Exemple de devoir de niveau

1

Leçons concernées

- Calcul littéral
- Propriétés de Thalès dans un triangle
- Racines carrées
- Triangle rectangle

Format des devoirs surveillés du niveau 3^e (1 h)

Exercice 1 : Test objectif portant sur des habiletés de plusieurs leçons des compétences 1 et 2 (niveau de taxonomie 1 ou 2) ;

Exercice 2 : Test objectif portant sur des habiletés de plusieurs leçons de la compétence 3 (niveau de taxonomie 1 ; 2 ou 3) ;

Exercice 3 : Exercice de renforcement portant sur la compétence 1 ou la compétence 2 ;

Exercice 4 : Exercice de renforcement portant sur la compétence 3 ;

Exercice 5 : Exercice d'approfondissement ;

Exercice 6 : Situation d'évaluation.

Exercice 1 3 Points

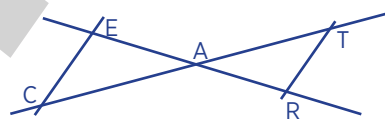
Écris le numéro de l'énoncé suivi de l'une des lettres A, B, C ou D qui permet d'obtenir la réponse correcte.

N°	Énoncés	Réponses			
		A	B	C	D
1	a et b sont deux nombres positifs. $\sqrt{a} = b$ équivaut à...	$a = b$	$a = \sqrt{b}$	$a^2 = b$	$a = b^2$
2	$\sqrt{(-3)^2}$ est égal à :	$ -3 $	$- 3 $	$ -9 $	$- 9 $
3	Le degré du polynôme $2x^7 - 4x^{21} + 7x^5 + 25$ est :	5	7	21	25
4	La factorisation de $4m^2 - 4mx + x^2$ est :	$(m - 2x)^2$	$(2m - x)^2$	$(2m + x)^2$	$(2m - x)(2m + x)$

Exercice 2 2 Points

Le tableau ci-dessous comporte trois affirmations. Écris le numéro de chaque affirmation suivi de V si l'affirmation est vraie ou de F si elle est fausse.

N°	Affirmations
1	AEC est un triangle. $T \in (AC)$; $R \in (AE)$ et $(EC) \parallel (RT)$. D'après la propriété de Thalès, on a : $\frac{AE}{AR} = \frac{AT}{AC}$.
2	La propriété de Pythagore appliquée au triangle ABC rectangle en A, permet d'écrire $AC^2 + AB^2 = BC^2$.
3	$\hat{A}$ et $\hat{B}$ étant deux angles complémentaires, on a : $\cos \hat{A} = \sin \hat{B}$.
4	Soit a un angle aigu tel que : $\cos a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin a = \frac{1}{2}$. On a : $\tan a = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

**Exercice 3 3 Points**

On donne le polynôme A et la fraction rationnelle C, tels que : $A = 9x^2 - 24x + 16$ et

$$C = \frac{9x^2 - 24x + 16}{(5x + 5)(3x - 4)}.$$

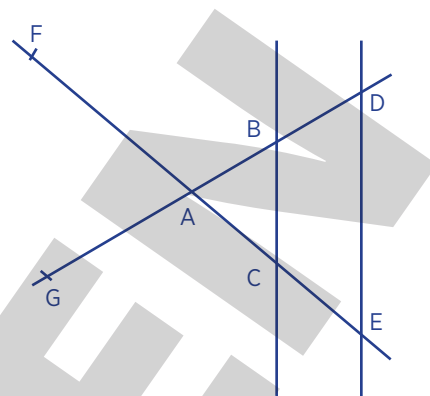
- Justifie que : $A = (3x - 4)^2$.
- Détermine les valeurs de la variable x pour lesquelles C existe.
- Justifie que : pour $x \neq -1$ et $x \neq \frac{4}{3}$, $C = \frac{3x - 4}{5x + 5}$.
- Calcule la valeur numérique de C pour $x = -2$, puis pour $x = 0$.

Exercice 4 3 Points

L'unité de longueur est le centimètre.

Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur et qui n'est pas à reproduire, $AC = 3$; $AE = 4,5$; $AB = 4$; $AF = 4,05$; $AG = 5,4$ et les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

- a) Calcule AD .
b) Déduis-en BD .
- Justifie que les droites (FG) et (BC) sont parallèles.

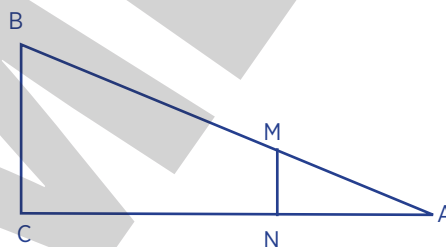


Exercice 5 5 Points

L'unité de longueur est le centimètre.

Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraies grandeurs,

- ABC est un triangle, tel que : $AB = 10$; $BC = 6$; $AC = 8$.
 - M est le point du segment $[AB]$, tel que : $AM = \frac{2}{3} AB$.
 - N est le point du segment $[AC]$, tel que : $(MN) \parallel (BC)$.
- Justifie que le triangle ABC est rectangle en C .
 - Calcule MN .
 - Démontre que $\frac{MN}{AM} = \frac{BC}{AB}$ en utilisant $\sin \hat{A}$.
 - a) Calcule : $\cos \hat{A}$.
b) Déduis-en la mesure, arrondie au degré près, de l'angle $\widehat{BAC}$.
On donne le tableau ci-dessous :



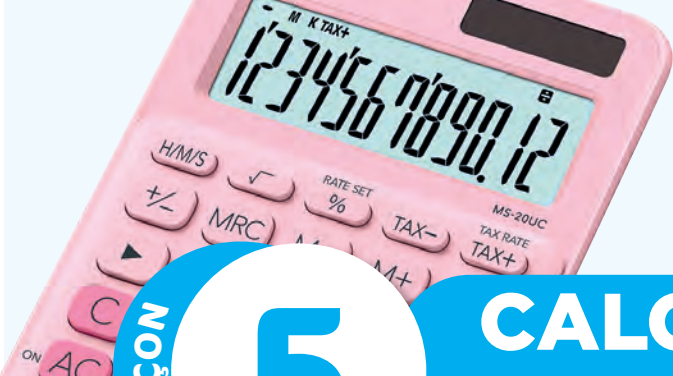
$\cos 33^\circ$	$\cos 34^\circ$	$\cos 35^\circ$	$\cos 36^\circ$	$\cos 37^\circ$	$\cos 38^\circ$	$\cos 39^\circ$
0,838	0,829	0,819	0,809	0,798	0,788	0,777

Exercice 6 4 Points

Le jardin public d'une ville a une forme rectangulaire dont la superficie est de 2400 m^2 .

Sa largeur représente les $\frac{2}{3}$ de sa longueur. Pour des raisons de sécurité, le conseil municipal décide de clôturer ce jardin de cinq tours avec une bande de fil de fer dont le mètre coûte 150 F CFA. Une porte de 3 m de largeur est prévue dans la clôture. Le conseil municipal dispose de 150 000 F CFA pour la réalisation de cette clôture. Le responsable de l'entreprise chargé de la construction de cette œuvre voudrait s'assurer que cette somme est suffisante pour les travaux, sans compter la main d'œuvre.

- a) Justifie que la longueur du jardin mesure 60 m.
b) Justifie qu'il faut 985 m de fil de fer pour faire cette clôture.
- Calcule le montant qu'il faut pour faire cette clôture.
- Justifie si, oui ou non, les moyens du conseil municipal suffisent pour acheter le fil de fer.



LEÇON

5

CALCUL NUMÉRIQUE

Habiletés et contenus

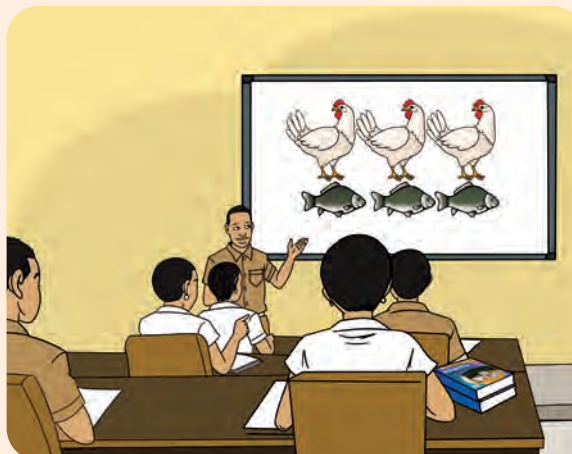
- ✓ **Identifier** un intervalle.
- ✓ **Connaître** les propriétés relatives aux inégalités et opérations ; la définition de l'amplitude d'un intervalle ; la définition du centre d'un intervalle.
- ✓ **Noter** un intervalle.
- ✓ **Lire** un intervalle.
- ✓ **Traduire** un intervalle à l'aide d'inégalités ; une inégalité à l'aide d'un intervalle.
- ✓ **Représenter** un intervalle sur une droite graduée ; l'intersection ou la réunion de deux intervalles sur une droite graduée.
- ✓ **Comparer** deux nombres en recherchant le signe de leur différence ; deux nombres positifs en comparant leurs carrés ; deux nombres strictement positifs en comparant leurs inverses.
- ✓ **Encadrer** un nombre réel par deux nombres entiers consécutifs ; un nombre réel par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1, 2 ou 3, à l'aide d'une table de carrés ou d'une calculatrice ; l'opposé d'un nombre ; l'inverse d'un nombre non nul ; la somme, la différence de deux nombres ; le produit, le quotient de deux nombres positifs.
- ✓ **Déterminer** le centre d'un intervalle ; l'amplitude d'un intervalle ; l'intersection ou la réunion de deux intervalles à l'aide d'une droite graduée ; l'arrondi d'ordre 1, 2 ou 3 de la racine carrée d'un nombre réel positif.
- ✓ **Traiter** une situation faisant appel au calcul numérique.

Situation d'apprentissage

Le président de la promotion 3^e de ton établissement décide d'organiser une fête chaque fin de trimestre pour primer les meilleurs de la promotion.

Pour ce faire, au cours d'une réunion du comité d'organisation de cette fête pour le premier trimestre, une somme de 150.000 francs est dégagée pour l'achat de poissons carpes et de poulets pour la restauration.

Membres de ce comité, on vous informe que sur le marché local, le prix du poisson carpe se négocie entre 2500 francs et 3000 francs, tandis que celui du poulet est entre 3500 francs et 4000 francs.

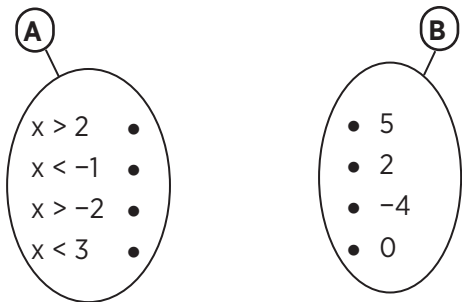


De retour en classe, pour vérifier si la somme dégagée est suffisante, vous vous organisez pour vous informer sur les intervalles.

Prendre un bon départ

Révision 1 Inéquations dans $\mathbb{Q}$

A/ Relie chacune des inéquations de la colonne A à sa (ou ses) solution(s) de la colonne B.



B/ Dans le tableau ci-dessous, chaque inéquation est transformée en une inéquation du type $x < u$ ou $x > u$ qui a les mêmes solutions.

Mets une croix dans la case de la troisième colonne du tableau où la proposition est vraie.

Inéquations	Inéquations du type $x < u$ ou $x > u$
$x + 5 < -1$	$x > -6$
$-2x > 4$	$x < -2$
$3x < 5$	$x < \frac{5}{3}$
$2x - 5 > 1$	$x > 3$

C/ Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie. Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne correspondant à la bonne réponse.

Énoncés		Informations		
		A	B	C
1	L'inéquation $-3x < 6$ a les mêmes solutions que :	$x < 2$	$x < -2$	$x > -2$
2	L'inéquation $x - 3 < 6$ a les mêmes solutions que :	$x < 9$	$x < 3$	$x < -2$
3	0 est une solution de l'inéquation :	$x < -3$	$x > 1$	$x < 2$

D/

1. Transforme chacune des inéquations ci-dessous en une inéquation du type $x < u$ ou $x > u$ qui a les mêmes solutions.

a) $x - 5 > 3$; b) $-3x > 6$; c) $-2x + 3 < -1$.

2. Trouve 3 solutions de chaque inéquation.

Révision **2** Valeur absolue

Complète :

 $|3| = \dots\dots\dots$; $|-5| = \dots\dots\dots$; $|- \pi| = \dots\dots\dots$; $|\sqrt{5}| = \dots\dots\dots; |-\sqrt{7}| = \dots\dots\dots.$ 

Résumé de cours - Exercices de fixation

1

INTERVALLES

a et b sont deux nombres réels, tels que $a < b$.

Ensemble des réels x tels que :	Intervalles	Lecture	Représentation
$a \leq x \leq b$	$[a ; b]$	Intervalle fermé $a ; b$	
$a \leq x < b$	$[a ; b[$	Intervalle fermé en a et ouvert en b	
$a < x \leq b$	$]a ; b]$	Intervalle ouvert en a et fermé en b	
$a < x < b$	$]a ; b[$	Intervalle ouvert $a ; b$	
$x \leq b$	$]-\infty ; b]$	Intervalle des nombres inférieurs ou égaux à b	
$x < b$	$]-\infty ; b[$	Intervalle des nombres inférieurs à b	
$x \geq b$	$[b ; +\infty[$	Intervalle des nombres supérieurs ou égaux à b	
$x > a$	$]a ; +\infty[$	Intervalle des nombres supérieurs à a	

Remarques

Les intervalles $[a ; b]$, $[a ; b[$, $]a ; b]$ et $]a ; b[$ sont dits intervalles bornés.

Ils ont pour :

- bornes : a et b ;
- amplitude : $|a - b|$;
- centre : $\frac{a+b}{2}$.

Exercices de fixation

1

Pour chacune des affirmations suivantes, écris le numéro de l'affirmation suivi de V si l'affirmation est vraie ou de F si elle est fausse.

	Affirmations
1	$x \in [-2;3]$ signifie que : $-2 < x < 3$
2	$x \in]-\infty;0[$ signifie que : $x \leq 0$
3	$x \in]-3;2]$ signifie que : $-3 < x \leq 2$

2

Relie chaque intervalle de la colonne A à son centre de la colonne B.

A

- $] -4 ; 10]$
- $] -7 ; 0 [$
- $] -9 ; -3 [$
- $] -2,5 ; -4,7 [$
- $] 1,5 ; 5,1 [$

B

- $-3,5$
- -6
- 3
- $3,3$
- $-3,6$

3

Détermine l'amplitude de chacun des intervalles suivants :

- a) $]4 ; 10[$; b) $[-1,3 ; 6]$; c) $] -7 ; 0]$;
d) $[-9 ; -3]$.

4 Dans chacun des cas suivants, représente sur une droite graduée l'intervalle :

- a) $[-2,4 ; 1[$; b) $] \leftarrow ; 3[$; c) $[0 ; 9]$;
d) $] -1 ; 4 [$; e) $[7 ; \rightarrow[$.

5 Donne cinq nombres appartenant à chacun des intervalles suivants :

- a) $[-2 ; 0[$; b) $[2 ; 6]$; c) $] -3 ; 2 [$.

6 Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie.

Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne correspondant à la bonne réponse.

N°	Énoncés	Informations		
		A	B	C
1	$x \in] \leftarrow ; -2[$ signifie que :	$x \leq -2$	$x < -2$	$x > -2$
2	Le centre de l'intervalle $[m ; n]$ est :	$m + n$	$ m - n $	$\frac{m + n}{2}$
3	L'amplitude de l'intervalle $[-3 ; -1]$ est :	-2	2	4
4	L'ensemble des réels tels que $-3 \leq x \leq 0$ est :	$[-3 ; 0[$	$] -3 ; 0[$	$[-3 ; 0]$
5	$[1 ; \rightarrow[$ est l'intervalle des nombres plus	grands ou égaux à 1	petits ou égaux à 1	grands que 1

7 Détermine le centre de chacun des intervalles suivants :

- a) $[-3 ; 2]$; b) $] -3 ; 3[$; c) $] 3 ; 4]$; d) $[0 ; 2[$.

8 $x ; y ; z$ et t sont des nombres réels. Traduis chacune des appartenances ci-dessous par une ou des inégalités.

1) $x \in [1 ; 9]$; 2) $y \in] \leftarrow ; 3,5]$;

3) $z \in] -4 ; -1[$; 4) $t \in] 10 ; \rightarrow[$.

2

INTERSECTION ET RÉUNION D'INTERVALLES

Définition

• **L'intersection** de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments appartenant à la fois à A et à B .

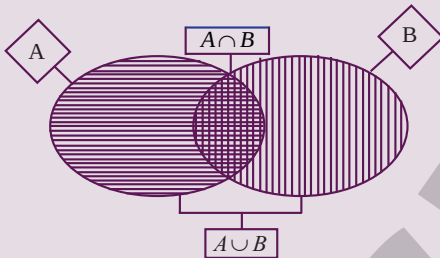
On le note : $A \cap B$ et on le lit « **A inter B** ».

Ainsi : $x \in A \cap B$ signifie que : $x \in A$ **et** $x \in B$.

• La **réunion** de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments appartenant à A ou à B .

On le note : $A \cup B$ et on le lit « **A union B** ».

Ainsi : $x \in A \cup B$ signifie que : $x \in A$ **ou** $x \in B$.



Exercices de fixation

9

Représente sur une même droite graduée l'intervalle $I = [2 ; \rightarrow[$ en rouge et l'intervalle $J =]-3 ; 5]$ en vert.

Écris sous forme d'intervalle $I \cap J$.

10

Détermine la réunion des intervalles suivants :

a) $] \leftarrow ; -2]$ et $[-3 ; 5]$;

b) $[-1 ; -2[$ et $[-2 ; 3]$.

11

Pour chacune des affirmations ci-dessous, réponds par Vrai si l'affirmation est vraie ou par Faux si l'affirmation est fausse.

Affirmations	Réponses
$[-2 ; 3] \cap [-2 ; \rightarrow[= [-2 ; 3]$	
$] \leftarrow ; 3] \cup [-2 ; \rightarrow[= \mathbb{R}$	
$[-1 ; 0[\cap]0 ; 2] = \{0\}$	
$] -2 ; 1[\cup]1 ; 3] =] -2 ; 3]$	

3

INÉGALITÉS ET OPÉRATIONS

a) Inégalité et addition

Propriété

Lorsqu'on ajoute membre à membre des inégalités de même sens, on obtient une nouvelle inégalité de même sens.

a, b, c et d sont des nombres réels.

• Si $a < b$ et $c < d$, alors $a + c < b + d$.

• Si $a \leq b$ et $c \leq d$, alors $a + c \leq b + d$.

Exercices de fixation

- 12 Pour chacune des affirmations ci-dessous, réponds par Vrai si l'affirmation est vraie ou par Faux si l'affirmation est fausse.

Affirmations	Réponses
Si $2 < x < 5$ et $3 < y < 4$, alors $2+3 < x+y < 5+4$.	
Si $3 < t < 5$ et $6 < u < 7$, alors $3+7 < t+u < 5+6$.	
On a : $\sqrt{2} < \pi$ donc $\sqrt{2} - 5 < \pi - 3$.	
On a : $x > 2$ donc $3+x > 6$.	

- 13 Compare les nombres réels suivants :
a) $2\pi - 6$ et $3\pi - 5$; b) $3\sqrt{2} + 7$ et $2\sqrt{2} + 5$.

- 14 On donne deux nombres réels x et y tels que : $2,32 < x < 2,33$ et $-1,73 < y < -1,72$.
Donne un encadrement de $x + y$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1.

b) Inégalité et multiplication

Propriété

Lorsqu'on multiplie membre à membre des inégalités de même sens entre nombres positifs, on obtient une nouvelle inégalité de même sens.

a, b, c et d sont des nombres réels positifs.

- Si $a < b$ et $c < d$, alors $ac < bd$.
- Si $a \leq b$ et $c \leq d$, alors $ac \leq bd$.

Exercices de fixation

- 15 Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie.
Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne correspondant à la bonne réponse.

N°	Énoncés	Informations		
		A	B	C
1	a et b sont des réels positifs. Si $a < b$, alors	$3a > 2b$	$3a < 2b$	$2a < 3b$
2	Si $1 \leq x \leq 2$ et $2 \leq y \leq 3$, alors	$3 \leq xy \leq 5$	$2 \leq xy \leq 6$	$3 \leq xy \leq 4$
3	Si $m \geq n \geq 0$, alors	$5m \geq 3n$	$5m \leq 3n$	$3m \geq 5n$

- 16 Les dimensions L et l d'un rectangle sont telles que : $L < 20,25$ et $l < 8,4$.
Écris une inégalité vérifiée par son aire.

4

COMPARAISON DE NOMBRES RÉELS

a) Comparaison de deux nombres réels négatifs en comparant leurs carrés

Propriété

Deux nombres réels négatifs sont rangés dans l'ordre contraire de leurs carrés.

a et b sont deux nombres réels négatifs.

* $a < b$ équivaut à $a^2 > b^2$.

* $a \leq b$ équivaut à $a^2 \geq b^2$.

Exercices de fixation

- 17 Réorganise les mots ou groupes de mots ci-dessous dans une phrase pour avoir une propriété.
contraire / dans l'ordre / réels négatifs / de leurs carrés / deux nombres / sont rangés.

- 18 Dans chacun des cas suivants, compare les nombres réels x et y .

1. $x = -2\sqrt{2}$ et $y = -3$;

2. $x = -7$ et $y = -3\sqrt{5}$.

- 19 Réponds par Vrai si l'affirmation est vraie ou par Faux si l'affirmation est fausse.

	Affirmations	Réponses
1	Si $a \leq b \leq 0$, alors $a^2 \geq b^2$.	
2	Lorsque deux nombres sont négatifs, le plus grand est celui qui a le plus grand carré.	

b) Comparaison de deux nombres réels positifs en comparant leurs carrés

Propriété

Deux nombres réels positifs sont rangés dans le même ordre que leurs carrés.

a et b sont deux nombres réels positifs.

* $a < b$ équivaut à $a^2 < b^2$.

* $a \leq b$ équivaut à $a^2 \leq b^2$.

Exercices de fixation

- 20 Réponds par Vrai si l'affirmation est vraie ou par Faux si l'affirmation est fausse.

	Affirmations	Réponses
1	Si $0 \leq m \leq n$, alors $m^2 \geq n^2$.	
2	Lorsque deux nombres sont positifs, le plus petit est celui qui a le plus petit carré.	

- 21 Dans chacun des cas suivants, compare les nombres réels x et y .

1. $x = 3\sqrt{2}$ et $y = 2\sqrt{5}$;

2. $x = 8$ et $y = 6\sqrt{2}$.

c) Comparaison de deux nombres réels positifs en comparant leurs racines carrées

Propriété

Deux nombres réels positifs sont rangés dans le même ordre que leurs racines carrées.

a et b sont deux nombres réels positifs.

* $a < b$ équivaut à $\sqrt{a} < \sqrt{b}$.

* $a \leq b$ équivaut à $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$.

Exercices de fixation

22 Compare les nombres réels suivants :

- a) $\sqrt{2023}$ et $\sqrt{2024}$;
- b) $\sqrt{17}$ et $\sqrt{11}$;
- c) $\sqrt{5}$ et $\sqrt{2}$.

23 Range dans l'ordre décroissant les nombres réels suivants : $\sqrt{7}$; $\sqrt{5}$; $\sqrt{2}$; $\sqrt{11}$ et $\sqrt{8}$.

d) Comparaison de deux nombres réels en étudiant le signe de leur différence

Propriété

a et b sont deux nombres réels.

- $a < b$ équivaut à $a - b < 0$.
- $a \leq b$ équivaut à $a - b \leq 0$.

Exercices de fixation

24 Parmi les affirmations suivantes, recopie celles qui sont vraies :

1. a et b sont deux nombres réels. Si $a \geq b$, alors $a - b \geq 0$.
2. m et n sont deux nombres réels. Si $m - n < 0$, alors $m > n$.
3. x et y sont deux nombres réels tels que : $x - y = -2$; donc : $x \geq y$.
4. z et t sont deux nombres réels. Si $z - t \leq 0$, alors z est le plus grand.
5. a et b sont deux nombres réels. Si $a > b$, alors $a - b$ est strictement positif.

25 Compare les nombres réels suivants :

- a) $3 - 2\sqrt{5}$ et $5 - 2\sqrt{5}$;
- b) $2\sqrt{3} + 7$ et $2\sqrt{3} + 1$;
- c) $2\sqrt{7} - 5$ et $\sqrt{7} - 6$.

26 Détermine le signe de chacun des nombres réels suivants :

- a) $\sqrt{5} - \sqrt{7}$;
- b) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$;
- c) $\sqrt{2022} - \sqrt{2023}$.

e) Comparaison de deux nombres réels non nuls de même signe en comparant leurs inverses

Propriété

Deux nombres réels non nuls de même signe sont rangés dans l'ordre contraire de leurs inverses.

a et b sont deux nombres réels non nuls de même signe.

* $a < b$ équivaut à $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

* $a \leq b$ équivaut à $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$.

Exercices de fixation

- 27 Remplace les pointillés dans la phrase ci-dessous par les mots ou groupes de mots suivants pour obtenir une propriété.

inverses ; même signe ; non nuls ; l'ordre contraire

Deux nombres de
..... sont rangés dans
..... de leurs

- 28 Dans chacun des cas ci-dessous, compare les nombres réels suivants :

a) $\frac{1}{\sqrt{7}}$ et $\frac{1}{\sqrt{11}}$; b) $\frac{1}{\sqrt{15}}$ et $\frac{1}{\sqrt{13}}$;

c) $\frac{1}{-\sqrt{7}}$ et $\frac{1}{-\sqrt{13}}$.

- 29 Dans chacun des cas ci-dessous, compare les nombres réels suivants :

a) $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ et $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$; b) $\frac{1}{-\sqrt{7}-3}$ et $\frac{1}{-\sqrt{7}-2}$.

5

CALCULS APPROCHÉS

a) Encadrement

Définition

a et b sont deux nombres réels. Lorsque pour tout nombre réel x , on a : $a < x < b$ ou $a \leq x \leq b$, on dit que x est encadré par les nombres réels a et b .

Exercices de fixation

- 30 On donne : $\sqrt{17} \approx 4,123$ et $\pi \approx 3,141...$

- a) Donne un encadrement par deux entiers consécutifs de chacun des nombres suivants : $\sqrt{17}$ et π .
b) Donne un encadrement par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2 de chacun des nombres suivants : $\sqrt{17}$ et π .

- 31 À l'aide d'une calculatrice, donne un encadrement de chacun des nombres $\sqrt{2}$ et $\sqrt{13}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 2.

b) Encadrement d'une somme ou d'une différence de deux nombres réels

● Encadrement d'une somme

Propriété

a, b, c, d, x et y sont des nombres réels.
Si $a \leq x \leq b$ et $c \leq y \leq d$, alors $a + c \leq x + y \leq b + d$.

● Encadrement d'une différence

Point Méthode

Pour encadrer une différence $x - y$, connaissant l'encadrement de chacun des nombres x et y , on peut procéder comme suit :

- on détermine un encadrement de $-y$;
- sachant que : $x - y = x + (-y)$, on détermine un encadrement de $x + (-y)$.

Exercices de fixation

- 32** On donne : $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ et $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$.

Donne un encadrement à l'ordre 2 des nombres suivants :

- a) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$;
b) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$.

- 33** On donne : $2,23 < \sqrt{5} < 2,24$ et $3,14 < \pi < 3,15$.

Donne un encadrement de $\sqrt{5} + \pi$ et $\pi - \sqrt{5}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 1.

c) Encadrement d'un produit ou d'un quotient de deux nombres réels

● Encadrement d'un produit de deux nombres réels positifs

Propriété

a, b, c, d, x et y sont des nombres réels positifs.
Si $0 \leq a \leq x \leq b$ et $0 \leq c \leq y \leq d$, alors $a \times c \leq xy \leq b \times d$.

● Encadrement d'un quotient

Point Méthode

Pour encadrer un quotient $\frac{x}{y}$ avec $y \neq 0$, connaissant l'encadrement de chacun des nombres positifs x et y , on peut procéder comme suit :

- on détermine un encadrement de $\frac{1}{y}$;
- sachant que $\frac{x}{y} = x \times \frac{1}{y}$, on détermine un encadrement de $x \times \frac{1}{y}$.

Exercices de fixation

- 34** On donne : $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$ et $3,14 < \pi < 3,15$.

Donne un encadrement par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1 de chacun des nombres réels suivants : $\pi\sqrt{3}$ et $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$.

- 35** On donne : $1,13 < y < 1,14$ et $2,23 < z < 2,24$.

Encadre chacun des nombres suivants par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1 :

$$yz \text{ et } \frac{z}{y}$$

d) Arrondi d'un nombre réel*Arrondi d'ordre 1, 2 ou 3 d'un nombre réel***Point Méthode**

Pour déterminer l'arrondi d'ordre 1 (ou au dixième près) d'un nombre décimal, on regarde le chiffre des centièmes de ce nombre.

- Si ce chiffre est 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4, alors l'arrondi d'ordre 1 est la valeur approchée au dixième ou à l'ordre 1 par défaut.
- Si ce chiffre est 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9, alors l'arrondi d'ordre 1 est la valeur approchée au dixième ou à l'ordre 1 par excès.

On peut appliquer cette méthode pour déterminer l'arrondi à l'unité (ordre 0), au centième près (ordre 2), au millième près (ordre 3) ...

Exercices de fixation

- 36** On donne : $x \approx 2,644751$.
Détermine l'arrondi de x à l'ordre 1 et à l'ordre 3.

.....

.....

.....

- 37** On donne $\sqrt{17} \approx 4,123$ et $\sqrt{29} \approx 5,385$
a) Détermine l'arrondi de chacun de ces nombres à l'ordre 1.
b) Détermine l'arrondi de $-\sqrt{17}$ à l'ordre 2.

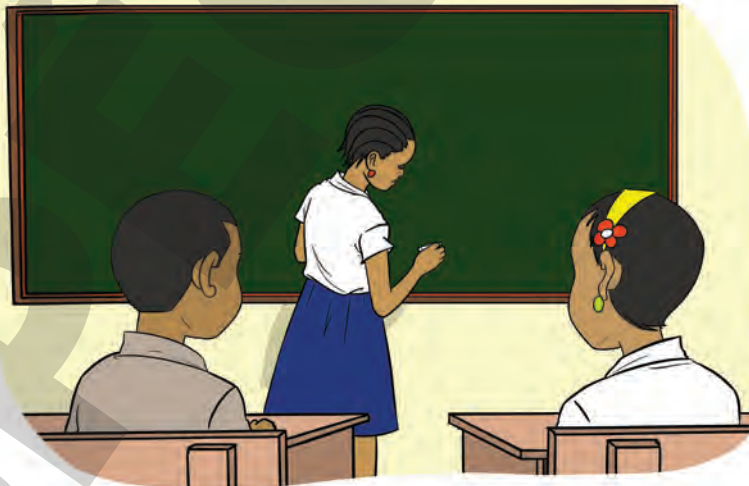
.....

.....

.....

.....

.....



Tests objectifs

- 1 Relie chaque intervalle de la colonne A à son amplitude de la colonne B.

A

$[-2; 2]$ ●

$] -5; -3[$ ●

$[0; 3[$ ●

$] -2; 2]$ ●

B

3

-4

4

0

2

- 2 Relie chaque élément de la colonne A à une inégalité ou une double inégalité qui lui convient dans la colonne B.

A

$x \in [-2; 3]$ ●

$x \in]-\infty; -3[$ ●

$x \in [-5; -3]$ ●

$x \in]1; 2]$ ●

B

$x < -3$

$-2 \leq x < 3$

$1 < x < 2$

$x \leq 0$

$-5 \leq x \leq -3$

- 3 Range les numéros des groupes de mots ci-dessous pour avoir une propriété vraie.

1. sont rangés
2. deux nombres
3. réels négatifs
4. de leurs carrés
5. dans l'ordre contraire

- 4 Remplace dans le texte ci-dessous les pointillés par le mot ou groupe de mots qui convient :
- carrés – inverses – le même ordre – l'ordre contraire.**

Deux nombres réels positifs et leurs
 sont rangés dans
 Cependant, leurs sont
 rangés dans

- 5 Pour chacune des affirmations suivantes, recopie le numéro de l'affirmation suivi de « V » si l'affirmation est vraie ou de « F » si elle est fausse.

1. $y \in]a; b[$ signifie que $a \leq y < b$.
2. Si $2 < x < 3$, alors $\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$.
3. x et y sont des réels ; si $x < y$, alors $x - 4 < y - 3$.
4. L'amplitude de l'intervalle $[-7; -3]$ est 2.
5. Si $z - t \geq 0$, alors $z \leq t$.

- 6 Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie.

Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne correspondant à la bonne réponse.

N°	Énoncés	Informations		
		A	B	C
1	x et y sont des réels positifs. Si $x \geq y$, alors	$5x \leq 2y$	$5x \geq 2y$	$5x > 2y$
2	$x \in [-2; 3]$ signifie que :	$-2 \leq x < 3$	$-2 \leq x \leq 3$	$-2 < x < 3$
3	Le centre de l'intervalle $[-1; 3]$ est :	4	-4	1
4	L'amplitude de l'intervalle $]m; n[$ est :	$\frac{m+n}{2}$	$ m-n $	$m-n$
5	L'intervalle ouvert en 0 et fermé en 2 est :	$[0; 2]$	$[0; 2[$	$]0; 2]$

Exercices de renforcement / approfondissement

- 7** x est un nombre réel appartenant à l'intervalle $[3;6]$.
Détermine le plus petit intervalle auquel appartient chacun des nombres suivants:

$$x + 3,8 ; 2x - 5 ; 12,1 - x \text{ et } \frac{1}{x} + \frac{11}{6}.$$

$x + 3,8$	$2x - 5$	$12,1 - x$	$\frac{1}{x} + \frac{11}{6}$
.....			
.....			
.....			
.....			
.....			
.....			
.....			
.....			
.....			

- 8** Dans chacun des cas suivants, donne un encadrement du nombre réel x .

- $13,8 < x - 7 < 16,1$
- $-5,6 < x + 10,4 < 3,4$
- $21 < 3x < 36$
- $3 < -x + 5 < 32$
- $12 < 2x - 4 < 46$

- 9** Un nombre n est tel que : $-2n + 8 \geq 0$ et $3n + 14 > -1$.

Détermine l'intervalle auquel appartient le nombre n et représente-le sur une droite graduée.

- 10** L'unité de longueur est le cm. ABC est un triangle rectangle en A, tel que : $AB = 6$ et $AC = 4$.

Détermine un encadrement de la longueur du côté $[BC]$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2, sachant que :

$$3,605 < \sqrt{13} < 3,606.$$

- 11** 1. Détermine le signe du nombre $4\sqrt{5} - 9$.
2. Exprime $|4\sqrt{5} - 9|$ sans le symbole $| \cdot |$.

- 12** 1. Démontre que $2\sqrt{3} + \sqrt{13}$ et $\frac{1}{2\sqrt{3} - \sqrt{13}}$ sont deux nombres opposés.
2. On donne :
 $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$ et $3,605 < \sqrt{13} < 3,606$.
a) Encadre $2\sqrt{3} + \sqrt{13}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1.
b) Dédus-en l'encadrement de $\frac{1}{2\sqrt{3} - \sqrt{13}}$.

- 13** On donne :
- $$1,732 < \sqrt{3} < 1,733 \text{ et } 2,236 < \sqrt{5} < 2,237.$$
1. Exprime $\frac{-2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ sans le symbole racine carrée au dénominateur.
 2. Détermine un encadrement de $\frac{-2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

- 14** On donne les expressions A et B suivantes :
- $$A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} - \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+2} \text{ et } B = \frac{5-\sqrt{3}}{2}.$$
1. Justifie que : $A = B$.
 2. Sachant que : $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$, détermine un encadrement de A par deux nombres décimaux d'ordre 2.

- 15** Compare les nombres réels x et y tels que :
- $$x = 2\sqrt{2} - 1 \text{ et } y = 3 - \sqrt{2}.$$

- 16** a est un nombre réel, tel que $a \in]0 ; 1[$.

1. Démontre que : $(1 - a^2) \in]0 ; 1[$.
2. Déduis-en que : $\frac{1}{1-a} > 1+a$.

Application : Compare les nombres réels suivants : 1,000 000 2 et $\frac{1}{0,9999998}$.

- 17** Soit a, b et m trois nombres réels tels que :
- $$a < b \text{ et } m = 0,3a + 0,7b.$$
- Démontre que : $m \in]a ; b[$.

- 18** Fatou, élève en classe de 3^e, vend des œufs pendant les vacances scolaires. Pour épargner ses bénéfices, elle a fait confectionner, par un menuisier, une tirelire de forme cylindrique de hauteur 15 cm et de base un disque de rayon 6 cm, avec une petite ouverture sur une des bases pour y glisser les pièces d'argent. Elle est curieuse de connaître le volume de sa tirelire. Sachant que $3,1415 < \pi < 3,1416$, détermine un encadrement du volume V de la tirelire de Fatou par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1.

Situations d'évaluation

- 19** Le président de la promotion 3^e de ton établissement décide d'organiser une fête chaque fin de trimestre pour primer les meilleurs de la promotion.

Pour ce faire, au cours d'une réunion du comité d'organisation de cette fête pour le premier trimestre, une somme de 150.000 francs est dégagée pour l'achat de 20 poissons carpes et de 25 poulets pour la restauration.

Membre de ce comité, on t'informe que, sur le marché local, le prix du poisson carpe se négocie entre 2500 francs et 3000 francs, tandis que celui du poulet est entre 3500 francs et 4000 francs.

De retour en classe, tu décides de vérifier si la somme dégagée est suffisante.

On désignera par x le prix du poulet et par y le prix du poisson.

1. Donne 3 différents prix possibles du poisson.
2. Donne un encadrement du prix x du poulet.
3. Détermine l'intervalle qui contient la somme totale N dépensée.
4. Dis si la somme dégagée est suffisante ou non. Justifie ta réponse.

- 20** Préoccupé par l'achat de paquets de carreaux 30 cm sur 30 cm, le père de ton ami t'informe que les dimensions de son salon rectangulaire sont comprises entre 6,6 m et 7,2 m pour la longueur et entre 3 m et 5 m pour la largeur. De plus, le paquet de 20 pièces de carreaux couvre 1,80 m².

De retour en classe, tu sollicites tes amis pour déterminer le minimum de paquets de 20 pièces pour son salon.

On désigne par L la longueur, l la largeur du salon et n le nombre de paquets.

1. Donne un encadrement de chacune des dimensions du salon.
2. a) Justifie que l'encadrement de l'aire A du salon est : $19,8 < A < 36$.
b) Détermine le nombre minimum de paquets de 20 pièces de carreaux pour recouvrir le salon.

Exercice 1 (4 points)

Durée : 1 heure

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie. Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne correspondant à la bonne réponse.

Affirmations incomplètes		Réponses		
		A	B	C
1	$[-2 ; 2]$ est l'intervalle	ouvert $-2 ; 2$	fermé en -2 et ouvert en 2	fermé $-2 ; 2$
2	Le centre de l'intervalle $[a ; b]$ est :	$\frac{a-b}{2}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{b-a}{2}$
3	L'amplitude de l'intervalle $] a ; b [$ est :	$a-b$	$b-a$	$b+a$
4	L'intervalle ouvert $0 ; 3$ est noté :	$] 0 ; 3]$	$] 0 ; 3[$	$[0 ; 3[$

Exercice 2 (4 points)

Ordonne les groupes de mots ci-dessous pour obtenir une propriété correcte.

de leurs inverses / deux nombres / dans l'ordre contraire / réels non nuls / sont rangés / de même signe.

Exercice 3 (8 points)

On donne : $a = \sqrt{5} + 2$ et $b = \sqrt{3} + 1$.

- Compare a et b .
- Justifie que : $a - b = \sqrt{5} - \sqrt{3} + 1$.
- Déduis-en le signe de $\sqrt{5} - \sqrt{3} + 1$.

Exercice 4 (4 points)

En visite dans la ferme de ton oncle, celui-ci manifeste le désir de faire la clôture du terrain rectangulaire sur lequel est bâtie la ferme. Il a cependant oublié ses dimensions. Néanmoins, il sait que sa largeur dépasse 20 m , mais n'atteint pas 30 m et que sa longueur est comprise entre 35 m et 40 m .

Il te demande de l'aider à déterminer la somme nécessaire qu'il faut pour l'achat du grillage. Le prix du mètre du grillage est de 1200 Francs .

On désigne par l , L et P les mesures respectives de la largeur, de la longueur et du périmètre de ce terrain.

- Donne trois mesures possibles de la largeur.
- Donne un encadrement du périmètre du terrain.
 - Détermine un encadrement de la somme nécessaire pour l'achat du grillage.

ANGLES INSCRITS

Habiletés et contenus

- ✓ **Identifier** un angle inscrit dans un cercle.
- ✓ **Connaître** la propriété relative à un angle inscrit et son angle au centre associé ; la propriété relative aux mesures de deux angles inscrits interceptant le même arc.
- ✓ **Reconnaître** l'arc intercepté par un angle au centre ou un angle inscrit donné ; des angles inscrits qui interceptent le même arc ; un angle inscrit et un angle au centre associés.
- ✓ **Déterminer** la mesure d'un angle.
- ✓ **Justifier** une égalité de mesure d'angles.
- ✓ **Traiter** une situation faisant appel aux angles inscrits.

Situation d'apprentissage

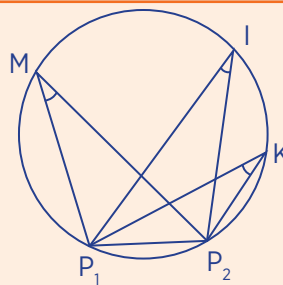
Le promoteur d'un concert souhaite que la scène soit de forme circulaire. Il dispose de deux projecteurs P_1 et P_2 , pouvant émettre chacun de la lumière suivant trois lignes droites, avec lesquels il envisage d'éclairer trois endroits spécifiques de la scène qu'il nomme **M**, **I** et **K**.

Pour avoir plus d'harmonie, le promoteur souhaite qu'il y ait une égalité entre les angles définis par chaque projecteur et les différents points de la scène qui doivent être éclairés.

L'un des techniciens dessine la figure ci-contre qui traduit la situation.

Étant rentré à la maison avec la figure pour mieux l'observer, Yvan le fils du promoteur, élève en classe de première D, affirme que les angles marqués sur cette figure ont la même mesure. Sa petite sœur Selma, élève en classe de troisième, souhaite savoir si l'affirmation de son frère est correcte.

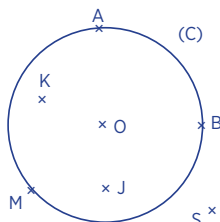
Elle reproduit minutieusement la figure et la présente à son professeur de Mathématiques. Celui-ci décide d'étudier, avec tous les autres élèves de la classe, les propriétés des angles inscrits dans un cercle pour vérifier l'affirmation du frère de Selma.



Prendre un bon départ

Révision 1 Cercle

A/ Observe la figure ci-dessous.
Indique les points qui appartiennent au cercle (C).



B/ (C) est un cercle de centre I et de rayon 3 cm. On considère les points A, B, C, D et E tels que : $IA = 2 \text{ cm}$; $IB = 3 \text{ cm}$; $IC = 4 \text{ cm}$; $ID = 1 \text{ cm}$ et $IE = 3 \text{ cm}$.

Parmi les points A, B, C, D et E, indique ceux qui appartiennent au cercle (C).

Révision 2 Angle au centre

A/ Réordonne les groupes de mots suivants pour obtenir une définition correcte.

un angle / d'un cercle/ le centre de ce cercle / on appelle angle au centre / qui a pour sommet

B/ Parmi les figures suivantes, indique celles sur lesquelles l'angle $\widehat{BAC}$ est un angle au centre.

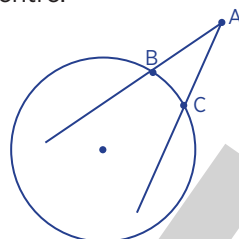


Figure 1

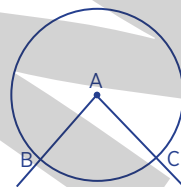


Figure 2

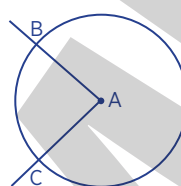


Figure 3

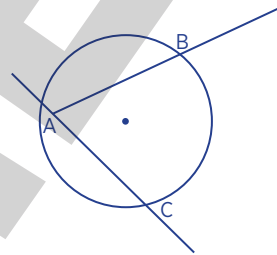
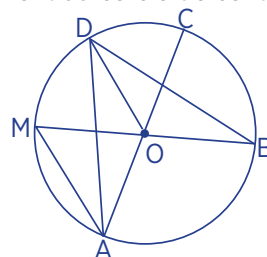


Figure 4

C/ Sur la figure ci-contre, les points A, B, C, D et M appartiennent au cercle de centre O.



- Cite trois angles au centre.
- Donne dans chaque cas, l'arc intercepté par l'angle au centre :
a) $\widehat{MOA}$; b) $\widehat{MOB}$ c) $\widehat{COB}$.

Résumé de cours - Exercices de fixation

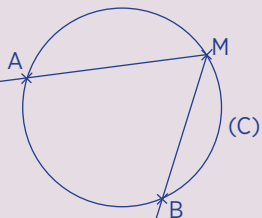
1

ANGLE INSCRIT

a) Définition

Un angle inscrit dans un cercle est un angle qui a son sommet sur le cercle et dont les côtés coupent ce cercle.

L'angle $\widehat{AMB}$ est un angle inscrit dans le cercle (C).



Exercices de fixation

- 1 Réordonne les groupes de mots suivants pour obtenir une définition correcte.
est un angle qui a / et dont les côtés / un angle inscrit / son sommet sur le cercle / coupent ce cercle / dans un cercle.

- 2 Parmi les figures ci-dessous, indique celle(s) qui présente(nt) un angle inscrit.

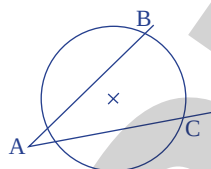


Fig. 1

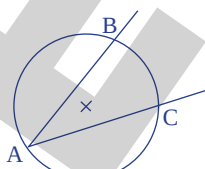


Fig. 2

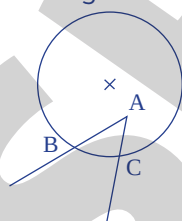


Fig. 3

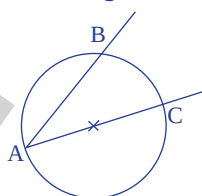
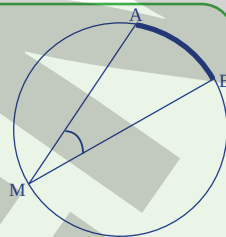


Fig. 4

b) Arc intercepté par un angle inscrit

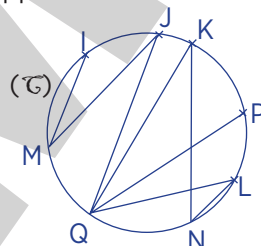
Présentation

L'angle inscrit $\widehat{AMB}$ intercepte l'arc de cercle en gras. L'arc intercepté par l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ est l'arc de cercle d'extrémités A et B ne contenant pas le point M.



Exercices de fixation

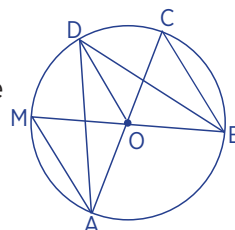
- 3 Sur la figure ci-dessous, les points I, J, K, L, M, N, P et Q appartiennent au cercle (C).



Pour chacune des propositions ci-dessous, réponds par V si l'affirmation est vraie ou par F si l'affirmation est fausse.

1. L'angle inscrit $\widehat{IMJ}$ intercepte l'arc $\widehat{IM}$.
2. L'angle inscrit $\widehat{QKN}$ intercepte l'arc $\widehat{QN}$.
3. L'angle inscrit $\widehat{PQL}$ intercepte l'arc $\widehat{PL}$.
4. L'angle inscrit $\widehat{JKK}$ intercepte l'arc $\widehat{QK}$.

- 4 Sur la figure ci-contre, les points A, B, C, D et M appartiennent à un même cercle.



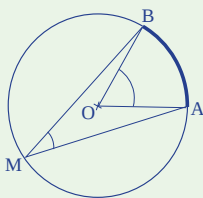
1. Cite les angles inscrits qui interceptent l'arc $\widehat{AB}$.
2. Cite les angles inscrits qui interceptent l'arc $\widehat{CD}$.

2

ANGLE AIGU INSCRIT ET ANGLE AU CENTRE ASSOCIÉ

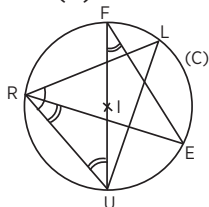
Présentation

L'angle inscrit aigu $\widehat{AMB}$ et l'angle au centre $\widehat{AOB}$ interceptent le même arc ; on dit qu'ils sont associés.



Exercice de fixation

- 5 Les points F, L, E, U et R sont des points distincts du cercle (C) de centre I.



Complète le tableau suivant :

Angle inscrit	$\widehat{LRU}$	$\widehat{ERU}$	$\widehat{RLU}$	$\widehat{LRE}$	$\widehat{RUF}$
Angle au centre associé					
Arc intercepté					

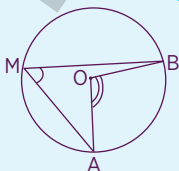
3

PROPRIÉTÉS

- a) Mesure d'un angle aigu inscrit dans un cercle et de l'angle au centre associé

Propriété

Un angle aigu inscrit dans un cercle a pour mesure la moitié de celle de l'angle au centre associé.



Donnée

$\widehat{AOB}$ est l'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{AMB}$.



Conclusion

$$mes \widehat{AMB} = \frac{1}{2} mes \widehat{AOB}.$$

Exercice de fixation

- 6 Soit (C) un cercle de centre O. A, B et M sont des points de (C) tels que l'angle $\widehat{AMB}$ est un angle aigu. Pour chacune des propositions contenues dans le tableau, trois réponses sont proposées dont une seule est correcte. Écris le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la réponse correcte.

N°	Propositions	A	B	C
1	Si la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ est 90° , alors la mesure de l'angle $\widehat{AMB}$ est :	180°	45°	135°
2	Si la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ est 70° , alors la mesure de l'angle $\widehat{AMB}$ est :	35°	140°	145°
3	Si la mesure de l'angle $\widehat{AMB}$ est 10° , alors la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ est :	5°	170°	20°
4	Si la mesure de l'angle $\widehat{AMB}$ est 50° , alors la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ est :	100°	50°	25°

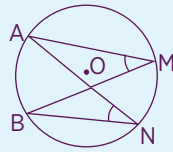
- 7 E, F et G sont trois points distincts d'un cercle (C) de centre O, tels que l'angle $\widehat{EFG}$ soit un angle aigu inscrit dans le cercle (C). Complète le tableau ci-dessous.

mes $\widehat{EFG}$		47°		84°
mes $\widehat{EOG}$	112°		90°	

b) Angles inscrits interceptant le même arc

Propriété

Dans un cercle, si deux angles aigus inscrits interceptent le même arc, alors ces deux angles ont la même mesure.



Donnée

Les angles inscrits aigus $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$ interceptent le même arc $\widehat{AB}$.

Conclusion

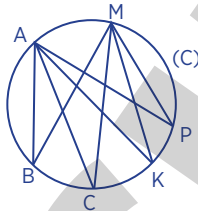
$$mes \widehat{AMB} = mes \widehat{ANB}$$

Exercices de fixation

8

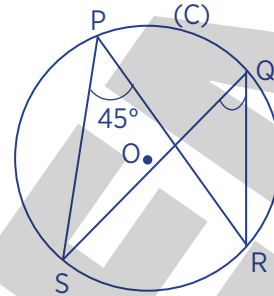
Sur la figure ci-contre, les points A, B, C, K, P et M appartiennent au cercle (C).

Indique les angles tracés qui ont la même mesure.



9

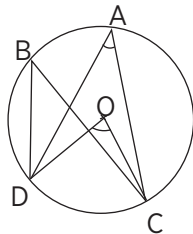
Dans la figure ci-dessous, les points P, Q, R et S appartiennent à un même cercle (C) de centre O.



Détermine, en justifiant, la mesure de l'angle $\widehat{SQR}$.

Tests objectifs

- 1 Sur la figure ci-dessous, les points A, B, C et D appartiennent au cercle ($\mathcal{C}$) de centre O.



Écris sur les pointillés l'un des mots ou groupe de mots ci-dessous qui convient : **la même mesure ; égale ; angle inscrit ; l'arc ; angle au centre ; la moitié ; le même arc**

L'angle $\widehat{DAC}$ est un dans le cercle ($\mathcal{C}$). Il intercepte $\widehat{DC}$. L'angle $\widehat{DOC}$ est un associé à l'..... $\widehat{DAC}$. La mesure de l'angle $\widehat{DAC}$ est à de la mesure de l'angle $\widehat{DOC}$.

Les angles $\widehat{DBC}$ et $\widehat{DAC}$ du cercle ($\mathcal{C}$) interceptent ; ils ont donc

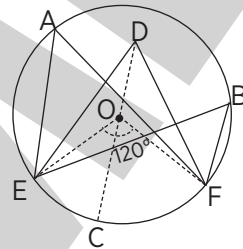
- 2 Réponds par V si l'affirmation est vraie ou par F si non.

N°	Affirmations	Réponses
1	La mesure d'un angle au centre vaut le double de celle de l'angle inscrit associé.	
2	Deux angles inscrits dans un cercle ont la même mesure.	
3	Deux angles inscrits dans un cercle qui interceptent le même arc ont la même mesure.	

- 3 Dans chacun des cas suivants, mets en ordre les groupes de mots pour obtenir une propriété correcte.

- la même mesure / interceptent le même arc/ alors ils ont / dans un cercle / si deux angles inscrits.
- de la mesure de l'angle/ inscrit dans un cercle/ a pour mesure la moitié/ un angle aigu/ au centre associé.

- 4 Observe la figure ci-dessous.



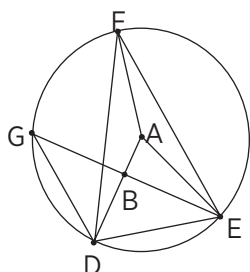
- A, B, C, E et F sont des points du cercle de centre O.
- D est un point intérieur au cercle.

Pour chaque proposition, une seule réponse est juste.

Écris le numéro de la proposition et la lettre qui correspond à la réponse juste.

- L'angle au centre qui intercepte le même arc que l'angle $\widehat{EBF}$ est l'angle :
a) $\widehat{COF}$; b) $\widehat{EOF}$; c) $\widehat{EAF}$; d) $\widehat{EDF}$.
- L'angle inscrit qui intercepte le même arc que l'angle $\widehat{EAF}$ est l'angle :
a) $\widehat{ECB}$; b) $\widehat{EOF}$; c) $\widehat{EBF}$; d) $\widehat{EDF}$.
- La mesure de l'angle $\widehat{FAE}$ est égale à :
a) 60° ; b) 90° ; c) 30° ; d) 120° .

5 Sur la figure ci-dessous :



- les points D, E, F et G appartiennent au cercle (C) de centre A ;
- le point B appartient aux segments [AD] et [GE].

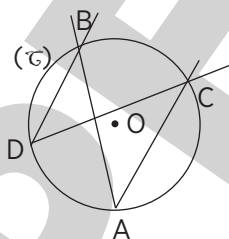
Associe le numéro de chaque mesure d'angle de la colonne A à la lettre de la colonne B qui lui convient.

Colonne A	
1	$\text{mes}\widehat{DFE}$
2	$\text{mes}\widehat{EDF}$
3	$\text{mes}\widehat{FED}$

Colonne B	
a	$\frac{1}{2}\text{mes}\widehat{EAF}$
b	$\frac{1}{2}\text{mes}\widehat{FAD}$
c	$\frac{1}{2}\text{mes}\widehat{DAE}$

Exercices de renforcement / approfondissement

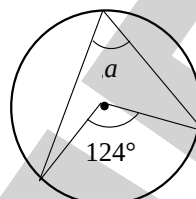
6 Sur la figure ci-dessous, O est le centre d'un cercle (C).



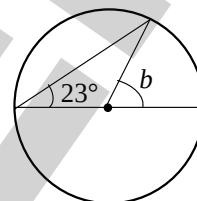
On donne : $\text{mes}\widehat{BAC} = 60^\circ$.

Détermine $\text{mes}\widehat{BDC}$. Justifie ta réponse.

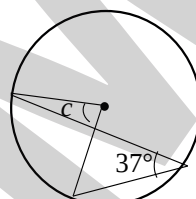
7 Dans chacun des cas suivants, détermine a , b , c , d ou e en utilisant les données de la figure. Pour chaque cas, justifie ta réponse.



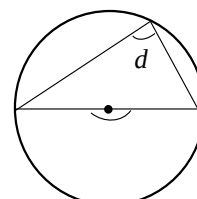
Cas1



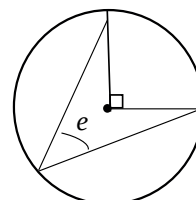
Cas2



Cas 3



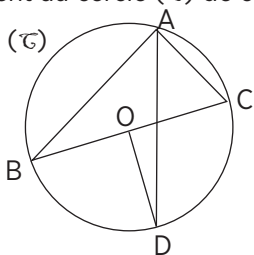
cas4



Cas 5

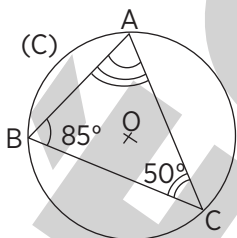
Exerce-toi

- 8 Sur la figure ci-dessous, O est le centre du cercle (C). Les points A, B, C et D appartiennent au cercle (C) de centre O.



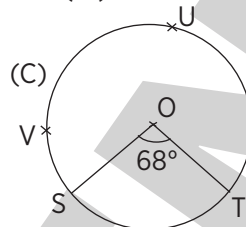
On précise que : $\widehat{BAC} = 90^\circ$ et la droite (AD) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$.
Calcule la mesure de l'angle $\widehat{COD}$.

- 9 Sur la figure ci-dessous, A, B et C appartiennent au cercle (C) de centre O.



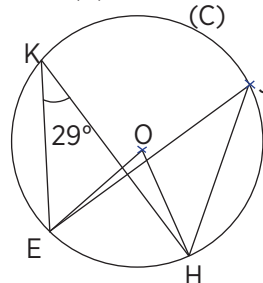
On donne : $\widehat{ABC} = 85^\circ$ et $\widehat{BCA} = 50^\circ$.
Calcule : $\widehat{AOB}$; $\widehat{AOC}$; $\widehat{BOC}$.

- 10 Sur la figure ci-dessous, S, T, U et V sont des points du cercle (C) de centre O.



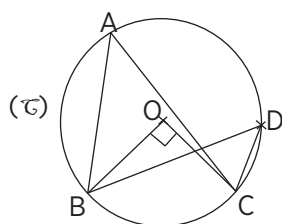
- Détermine la mesure de l'angle $\widehat{SVT}$.
- Détermine la mesure de l'angle $\widehat{SUT}$.

- 11 Sur la figure ci-dessous, E, H, J et K sont des points du cercle (C) de centre O.



- Détermine la mesure de l'angle $\widehat{EOH}$.
- Détermine la mesure de l'angle $\widehat{EJH}$.

- 12** Sur la figure codée ci-dessous, A, B, C et D sont des points du cercle $(\mathcal{C})$ de centre O.



- Détermine la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.
- Détermine la mesure de l'angle $\widehat{BDC}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

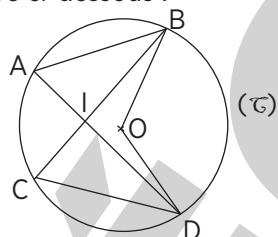
.....

.....

.....

.....

- 13** Sur la figure ci-dessous :



- les points A, B, C et D appartiennent au cercle $(\mathcal{C})$ de centre O ;
- les droites (AD) et (CB) se coupent en I ;
- on donne : $\widehat{DOB} = 140^\circ$ et $\widehat{CDA} = 60^\circ$.

Détermine la mesure de chacun des angles du triangle AIB.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

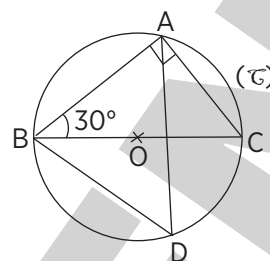
.....

.....

.....

.....

- 14** Sur la figure ci-dessous, $(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O et de diamètre [BC].



On donne : $\widehat{ABC} = 30^\circ$.

- Détermine $\widehat{BCA}$.
- Détermine $\widehat{ADB}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

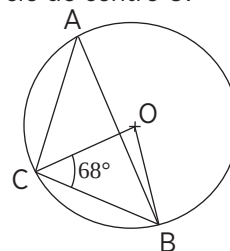
.....

.....

.....

.....

- 15** Sur la figure ci-dessous, A, B, et C sont des points du cercle de centre O.



On donne : $\widehat{OCB} = 68^\circ$.

Calcule $\widehat{CAB}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

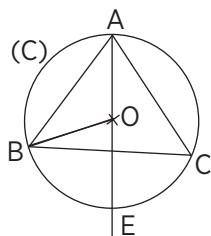
.....

.....

.....

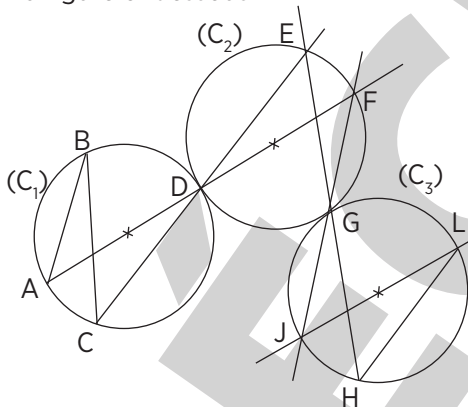
Exerce-toi

- 16 Le triangle ABC est équilatéral et inscrit dans le cercle ($\mathcal{C}$) de centre O ci-dessous. La bissectrice (D) de l'angle $\widehat{BAC}$ recoupe (C) en E.



Détermine : $\text{mes } \widehat{BOE}$.

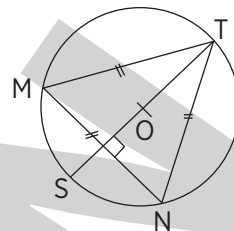
- 17 Sur la figure ci-dessous :



- A, B, C et D sont des points du cercle (C_1) ;
- D, E, F et G sont des points du cercle (C_2) ;
- G, H, J et L sont des points du cercle (C_3) ;
- les droites (AF) et (CE) sont sécantes en D ;
- les droites (EH) et (JF) sont sécantes en G.

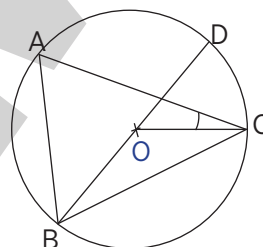
Justifie que : $\text{mes } \widehat{ABC} = \text{mes } \widehat{HLJ}$.

- 18 Sur la figure codée ci-contre, le triangle MNT est équilatéral et inscrit dans le cercle de centre O. La droite (OT) recoupe le cercle en S.



Calcule : $\text{mes } \widehat{MNS}$.

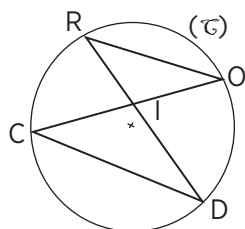
- 19 Sur la figure ci-dessous, les points A, B, C et D appartiennent au cercle de centre O et de diamètre [BD].



On donne : $\text{mes } \widehat{DOC} = 40^\circ$.

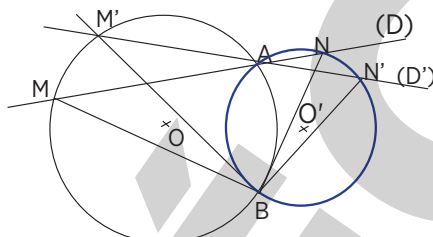
1. Détermine la mesure de l'angle $\widehat{DBC}$.
2. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{BOC}$.
3. Détermine la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.
4. Justifie que la mesure de l'angle $\widehat{BDC}$ est égale à 70° .

- 20** Sur la figure ci-dessous, $[OR]$ et $[CD]$ sont deux cordes à supports parallèles du cercle $(\mathcal{C})$. $[OC]$ et $[RD]$ se coupent en I .



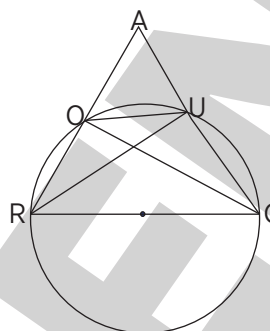
Démontre que les triangles ROI et CID sont isocèles.

- 21** Sur la figure ci-dessous, les deux cercles sont sécants en A et B . Une droite (D) passant par A recoupe ces cercles en M et N . Une autre droite (D') passant par A recoupe ces cercles en M' et N' .



- Justifie que les angles $\widehat{BMA}$ et $\widehat{BM'A}$ ont la même mesure.
 - Justifie que les angles $\widehat{BNA}$ et $\widehat{BN'A}$ ont la même mesure.
- Démontre que les angles $\widehat{MBN}$ et $\widehat{M'BN'}$ ont la même mesure.

- 22** Sur la figure ci-dessous, ARC est un triangle isocèle en A ; le cercle de diamètre $[RC]$ coupe $[AR]$ en O et $[AC]$ en U .



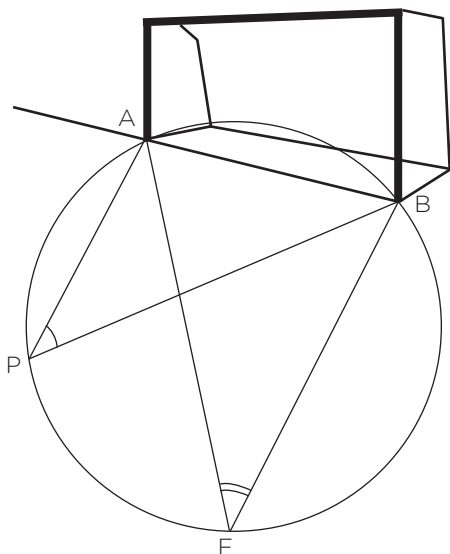
- Démontre que les triangles ROC et CRU sont rectangles.
 - Déduis-en que les angles $\widehat{OCR}$ et $\widehat{CRU}$ ont la même mesure.
- Démontre que les angles $\widehat{OUR}$ et $\widehat{OCR}$ ont la même mesure.

Situations d'évaluation

- 23** À quelques jours de la finale OISSU, ton professeur d'EPS, entraîneur de l'équipe de l'école, veut former spécialement deux élèves aux tirs au but. Il trace un cercle de centre O qui passe par les deux pieds A et B du poteau. Le premier élève place le ballon sur le cercle et au point F pour effectuer ses tirs. Quant au second, il le place sur le cercle au point P comme l'indique la figure ci-dessous. Après trois tirs chacun, le premier a marqué 3 buts tandis que l'autre n'en a marqué que 1. Pokou déclare que son échec est dû au fait que son angle de tir est plus fermé que celui de Fofana. Fofana affirme, quant à lui, que c'est la même ouverture d'angle.

Exerce-toi

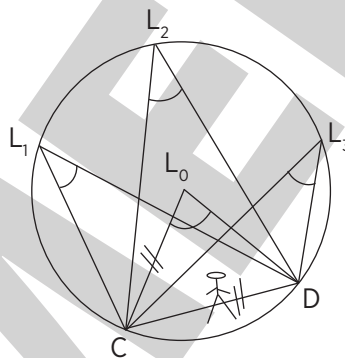
Une chaude discussion pouvant aboutir à une bagarre s'engage entre les deux joueurs.



Témoin de cette discussion, tu décides de les départager.

1. Compare $\widehat{APB}$ et $\widehat{AFB}$.
2. Dis lequel des deux élèves a raison.
Justifie ta réponse.

- 24 Lors d'une sortie d'une classe de troisième dans une commune d'Abidjan, les élèves ont observé que : pour éclairer un monument, la mairie a eu besoin d'utiliser 4 sources de lumière L_0 , L_1 , L_2 et L_3 et qu'elles sont toutes dans une enceinte circulaire comme l'indique la figure codée ci-dessous.
 L_0 est le centre du cercle.



Les élèves s'étonnent que le rayonnement de toutes ces lumières ne dépasse pas le segment $[CD]$. De retour en classe, ils cherchent à comprendre. Pour cela, ils te sollicitent.

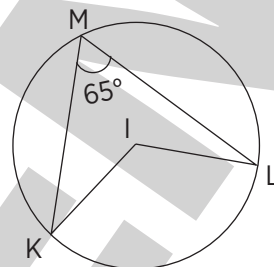
1. Détermine la mesure de l'angle $\widehat{CL_0D}$.
2. Justifie que : $\widehat{CL_2D} = 30^\circ$.
3. Justifie que les angles $\widehat{CL_1D}$, $\widehat{CL_2D}$ et $\widehat{CL_3D}$ ont la même mesure.

Exercice 1 (4 points)

Sur la figure ci-contre, les points K, M et L sont sur le cercle de centre I et $\widehat{KML} = 65^\circ$.

Pour chacune des propositions ci-dessous, réponds par V si l'affirmation est vraie ou par F si l'affirmation est fausse.

1. L'angle au centre qui intercepte le même arc de cercle que l'angle inscrit $\widehat{LMK}$ est l'angle $\widehat{LIM}$.
2. L'angle au centre qui intercepte le même arc de cercle que l'angle inscrit $\widehat{LMK}$ est l'angle $\widehat{LIK}$.
3. $\widehat{LIK} = 130^\circ$.
4. $\widehat{LIK} = 65^\circ$.



Exercice 2 (4 points)

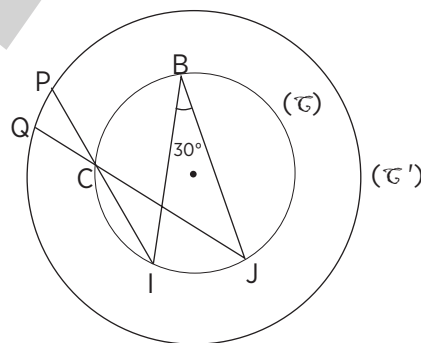
Réordonne les groupes de mots ci-dessous pour obtenir une propriété correcte.

si deux angles inscrits / alors ces deux angles / interceptent le même arc / ont la même mesure / dans un cercle.

Exercice 3 (8 points)

Sur la figure ci-contre :

- les points I, J, B et C appartiennent au cercle $(\mathcal{C})$;
 - les points P et Q appartiennent au cercle $(\mathcal{C}')$;
 - les cercles $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ ont le même centre.
1. a) Détermine l'angle aigu inscrit dans le cercle $(\mathcal{C})$ qui intercepte le même arc que l'angle $\widehat{IBJ}$.
b) Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{ICJ}$.
 2. Détermine la mesure de l'angle $\widehat{PCQ}$. Justifie ta réponse.



Exercice 4 (4 points)

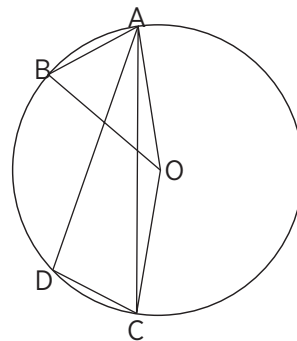
Lors de la préparation de leur prochain devoir de Mathématiques, deux élèves, Liam et Yanis, découvrent la figure ci-contre, qui n'est pas en grandeurs réelles, sur laquelle :

- les points A, B, C et D appartiennent au cercle de centre O ;
- $\widehat{AOB} = 70^\circ$ et $\widehat{BOC} = 100^\circ$.

Après avoir observé la figure, Yanis affirme que l'angle $\widehat{ADC}$ est un angle droit. Liam ne partage pas son avis.

Une discussion survient entre eux. Ils te sollicitent pour les départager.

1. Détermine la mesure de chacun des angles du triangle ABC.
2. a) Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{ADC}$.
b) Dis lequel des deux élèves a raison. Justifie ta réponse.



Habiletés et contenus

- ✓ **Identifier** la différence de deux vecteurs.
- ✓ **Connaître** la définition de deux vecteurs colinéaires ; la définition de deux vecteurs orthogonaux ; la définition du produit d'un vecteur par un nombre réel ; la définition d'un vecteur directeur de droite ; les propriétés relatives au produit d'un vecteur par un nombre réel ; la propriété de vecteurs de même direction.
- ✓ **Représenter** un vecteur ; des vecteurs égaux ; une somme de deux ou trois vecteurs ; une différence de deux vecteurs.
- ✓ **Construire** le point M tel que $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ où k est un réel non nul et le vecteur $\overrightarrow{AB}$ donné.
- ✓ **Réduire** des sommes de vecteurs.
- ✓ **Traduire** un langage géométrique par des égalités vectorielles et inversement
- ✓ **Démontrer** la colinéarité de deux vecteurs ; l'alignement de points ; le parallélisme de droites.
- ✓ **Traiter** une situation faisant appel aux vecteurs.

Situation d'apprentissage

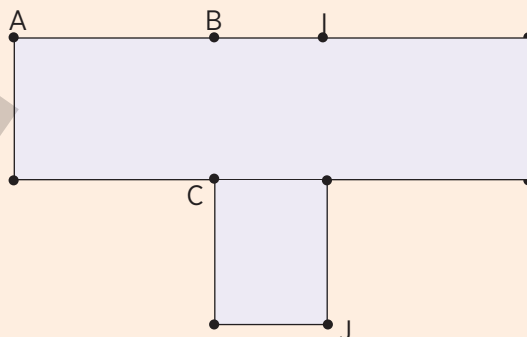
Kim est un brillant élève en classe de 2^{de} C. Lors de son anniversaire, il envisage de disposer ses camarades de 3^e de la façon suivante :

- Agnès (A), Bertrand (B) et Carine (C) seront assis à une table selon le schéma ci-dessous ;
- Bertrand sera assis entre Agnès et Isabelle (I) et Carine entre Jules (J) et Agnès.

Kim affirme que sa position K est telle que : $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BI}$ et vérifie : $\overrightarrow{IK} + \overrightarrow{JK} = \vec{0}$.

Ta classe est informée de cette disposition et souhaite connaître la position de Kim.

Curieux, les élèves de la classe décident d'approfondir leurs connaissances sur les vecteurs.



Prendre un bon départ

Révision 1 Vecteurs

A/ Soit A et B deux points distincts du plan. Identifie la direction, le sens et la longueur du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

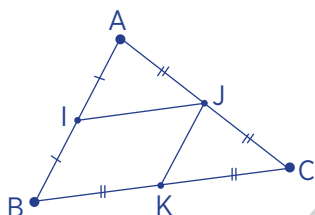
.....

.....

.....

.....

B/ Sur la figure codée ci-dessous, les points I, J et K sont les milieux respectifs des segments [AB], [AC] et [BC].



Cite des vecteurs de même direction que chacun des vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{JK}$.

.....

.....

.....

.....

C/ Pour chacune des affirmations ci-dessous, réponds par V si l'affirmation est vraie ou par F si l'affirmation est fausse.

1. Deux vecteurs sont égaux s'ils ont la même direction et le même sens.
2. Deux vecteurs sont égaux s'ils ont la même direction, le même sens et la même longueur.
3. L'opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur $-\overrightarrow{AB}$.
4. Le vecteur nul n'a ni sens, ni direction.
5. Si le point I est le milieu du segment [AB], alors $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$.

.....

.....

.....

D/ Sur la figure ci-dessous, A, B et M sont trois points distincts.

Construis le point N tel que : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB}$.



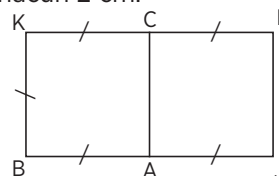
Révision 2 Égalité de Chasles

A, B, I et C sont quatre points distincts du plan. Complète chacune des égalités vectorielles suivantes :

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \dots$; b) $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{CA} = \dots$;
 c) $\overrightarrow{..A} + \overrightarrow{..C} = \overrightarrow{..B}$.

Révision 3 Somme de deux vecteurs

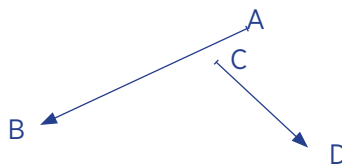
A/ On considère la figure ci-dessous formée de deux carrés ABKC et AJIC dont les côtés mesurent chacun 2 cm.



Complète les égalités vectorielles suivantes :

- a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{JI} = \overrightarrow{A\dots}$; b) $\overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KB} = \overrightarrow{C\dots}$;
 c) $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{\dots J}$; d) $\overrightarrow{BC} + (-\overrightarrow{AJ}) = \overrightarrow{A\dots}$

B/ Sur la figure ci-dessous, A, B, C et D sont quatre points distincts du plan. Construis un représentant du vecteur $\overrightarrow{MN}$ tel que : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.



Résumé de cours - Exercices de fixation

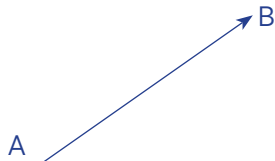
1

DIFFÉRENCE DE DEUX VECTEURS

a) Rappels

● Vecteur

Soient A et B deux points distincts du plan.



Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est déterminé par :

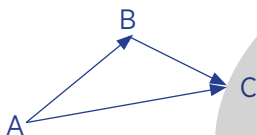
- sa direction, celle de la droite (AB) ;
- son sens, de A vers B ;
- sa longueur, celle du segment [AB].

● Somme de deux vecteurs

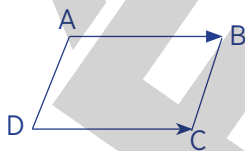
▪ Égalité de Chasles

A, B et C sont trois points distincts du plan.

On a : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.



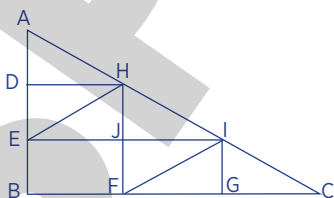
- ABCD est un parallélogramme équivaut à $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.



Exercices de fixation

1

À partir de la figure ci-dessous représentée dans un quadrillage à mailles carrées :



- cite trois vecteurs de même sens que le vecteur $\overrightarrow{JH}$;
- cite trois vecteurs de sens contraire au vecteur $\overrightarrow{FB}$;

- cite trois vecteurs de même direction que le vecteur $\overrightarrow{FB}$;
- cite trois vecteurs opposés au vecteur $\overrightarrow{GI}$;
- cite trois vecteurs de même longueur que le vecteur $\overrightarrow{IH}$;
- cite trois vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{GF}$.

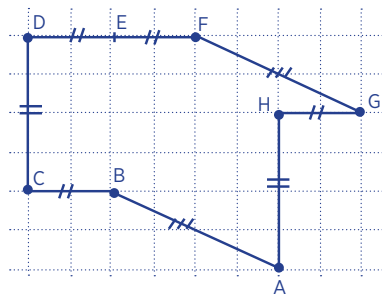
2

Utilise l'égalité de Chasles pour compléter les égalités suivantes :

- $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{B...}$
- $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{...C} + \overrightarrow{...D} + \overrightarrow{...}$
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{...C} + \overrightarrow{...D} + \overrightarrow{...}$
- $\overrightarrow{H...} = \overrightarrow{...} + \overrightarrow{IJ}$
- $\overrightarrow{...} = \overrightarrow{JK} + \overrightarrow{...M}$
- $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{...A} + \overrightarrow{A...}$

3

Sur la figure codée ci-dessous :



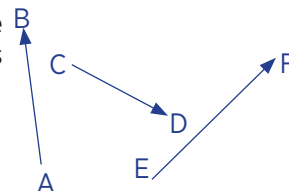
- les droites (DF), (CB) et (HG) sont parallèles ;
- les droites (DC) et (HA) sont parallèles ;
- les droites (FG) et (BA) sont parallèles.

Complète les égalités suivantes :

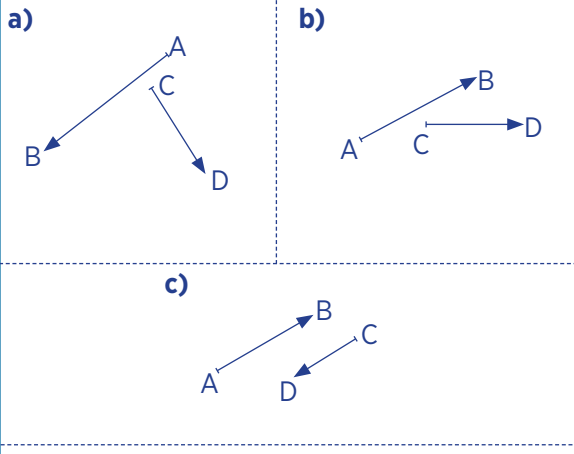
- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FE} = \dots$;
- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AH} = \dots$;
- $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{EF} = \dots$;
- $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DE} = \dots$;
- $\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{GF} = \dots$

4

Construis la somme des trois vecteurs donnés ci-contre.



5 Représente la somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ dans chacun des cas suivants :



b) Différence de deux vecteurs

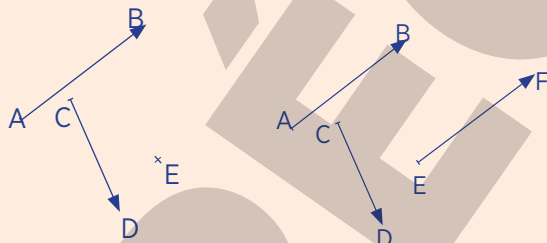
Définition

A, B, C et D sont quatre points distincts du plan. On appelle différence des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$, le vecteur noté $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ qui est égal au vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$.

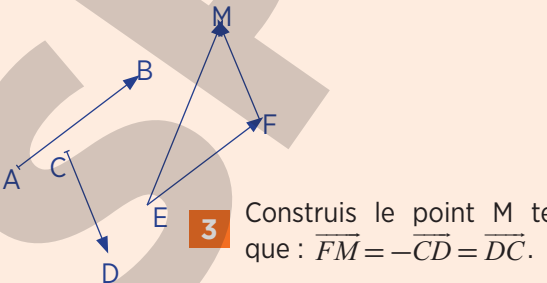
Point Méthode

Construction d'un représentant du vecteur $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ d'origine E.

On a : $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$



1 Place un point E 2 Construis le point F tel que $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB}$

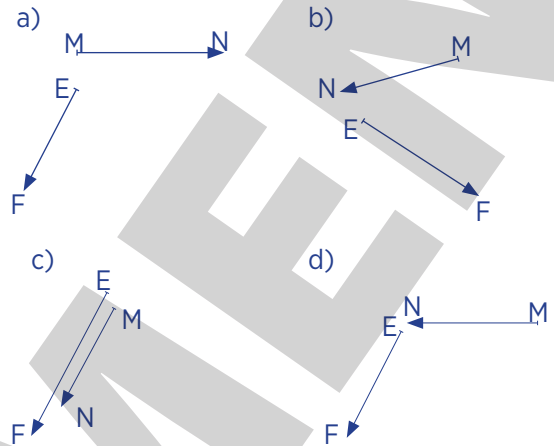


3 Construis le point M tel que : $\overrightarrow{FM} = -\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DC}$.

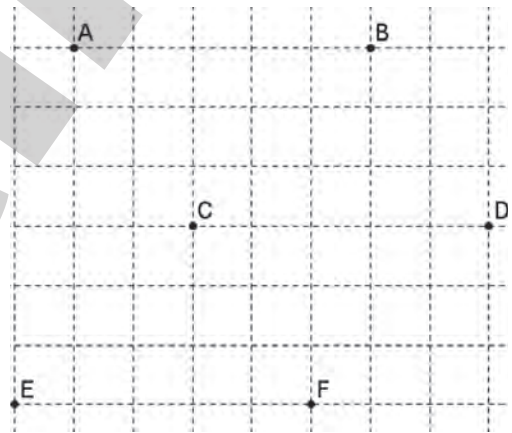
Conclusion : $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EM}$.

Exercices de fixation

6 Construis le vecteur $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{EF}$ dans chacun des cas suivants :

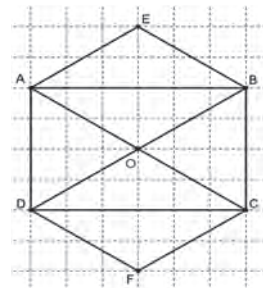


7 Construis sur la figure ci-dessous les vecteurs suivants : $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FD}$; $\overrightarrow{EC} - \overrightarrow{FE}$.



8 Complète les pointillés ci-dessous à l'aide de la figure ci-dessous.

$\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{OA} = \dots\dots\dots$
 $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{FD} = \dots\dots\dots$
 $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{FC} = \dots\dots\dots$
 $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA} = \dots\dots\dots$
 $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{FC} = \dots\dots\dots$



c) Réduction d'une somme de vecteurs

Exemple : A, B, C et D sont des points du plan. Réduisons la somme : $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}$

On a :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} \\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} \\ &= \overrightarrow{AA} + \overrightarrow{CD} \\ &= \overrightarrow{CD}.\end{aligned}$$

Exercices de fixation

9 Réduis chacune des sommes de vecteurs ci-dessous :

- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$;
- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA}$;
- $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{AE}$;
- $-\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BE}$
- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC}$.

10 A, B et C sont des points du plan. Réduis chacune des sommes suivantes :

- $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB}$;
- $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$;
- $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}$;
- $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}$.

2

PRODUIT D'UN VECTEUR PAR UN NOMBRE RÉEL

Définition

A et B sont deux points distincts du plan et k un nombre réel non nul.

On appelle produit du vecteur $\overrightarrow{AB}$ par le nombre réel k , le vecteur $\overrightarrow{MN}$ noté $k\overrightarrow{AB}$, tel que :

- si $k > 0$, alors $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont la même direction, le même sens et $MN = k \times AB$;
- si $k < 0$, alors $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont la même direction, des sens opposés et $MN = (-k) \times AB$.



Convention

- Le produit du vecteur nul $\vec{0}$ par un nombre réel k est le vecteur nul : $k\vec{0} = \vec{0}$.
- Le produit d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ par 0 est le vecteur nul : $0\overrightarrow{AB} = \vec{0}$.

Exercices de fixation

11 M, N, A et B sont quatre points distincts du plan.

$\overrightarrow{MN}$ est le produit du vecteur $\overrightarrow{AB}$ par le nombre réel k non nul.

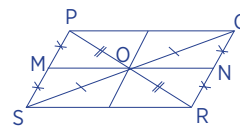
Coche les bonnes réponses :

- ☐ (MN) et (AB) ont la même direction.
- ☐ $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont le même sens si k est strictement positif.
- ☐ $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont toujours le même sens.
- ☐ (MN) et (AB) sont sécantes.

12 On donne la figure codée ci-dessous.

Complète chacune des égalités suivantes par le nombre qui convient :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{PO} &= \dots \overrightarrow{PR} ; \overrightarrow{MN} = \dots \overrightarrow{ON} \\ \overrightarrow{SQ} &= \dots \overrightarrow{QO} ; \overrightarrow{MO} = \dots \overrightarrow{QP} \\ \overrightarrow{RN} &= \dots \overrightarrow{SP} ; \overrightarrow{PQ} = \dots \overrightarrow{RS}\end{aligned}$$



- 13 Sur la figure ci-dessous, le segment [MN] est partagé en six segments de même longueur.



1. Complète chacune des égalités suivantes par la lettre qui convient.

a) $\overrightarrow{E...} = -2\overrightarrow{EF}$; b) $...\overrightarrow{C} + ...\overrightarrow{G} = \overrightarrow{O}$; c) $\overrightarrow{ME} = \frac{1}{2}\overrightarrow{M...}$

2. Complète les égalités suivantes par les nombres qui conviennent :

a) $\overrightarrow{EC} = ... \overrightarrow{ME}$; b) $\overrightarrow{MD} = ... \overrightarrow{NF}$; c) $\overrightarrow{DE} = ... \overrightarrow{NF}$

- 14 On donne le segment [AB] ci-dessous.



Construis sur cette figure, le point C, tel que : $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et le point F, tel que : $\overrightarrow{AF} = -2\overrightarrow{AB}$.

- 15 Trace un segment [AB] de longueur 1,5 cm.

Construis le point C, tel que : $\overrightarrow{BC} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB}$.

Construis le point D, tel que : $\overrightarrow{AD} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$.

Exercices de fixation

- 16 A, B, C et D sont des points du plan.

Utilise les propriétés relatives au produit d'un vecteur par un nombre réel pour simplifier les écritures suivantes :

a) $3\overrightarrow{AB} + 7\overrightarrow{AB} = \dots\dots\dots$; b) $\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \dots\dots\dots$;

c) $2\left(-\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}\right) = \dots\dots\dots$; d) $-3\left(-\frac{5}{2}\overrightarrow{AB}\right) = \dots\dots\dots$;

e) $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{CD} = \dots\dots\dots$;

f) $2\left(\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}\right) + 2\left(\frac{1}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{5}\overrightarrow{CD}\right) = \dots\dots\dots$.

- 17 On donne : $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{IJ} + 3\overrightarrow{KL}$; $\overrightarrow{CD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IJ} + 5\overrightarrow{KL}$
et $\overrightarrow{EF} = -3\overrightarrow{IJ} - 2\overrightarrow{KL}$

Exprime chacun des vecteurs suivants en fonction de $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{KL}$.

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF}$;

b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF}$;

c) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EF}$;

d) $2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{EF}$.

Propriétés

A, B, C et D sont des points du plan. k et h sont deux nombres réels. On a :

- $k(h\overrightarrow{AB}) = (kh)\overrightarrow{AB}$;
- $k\overrightarrow{AB} + h\overrightarrow{AB} = (k + h)\overrightarrow{AB}$;
- $k\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{CD} = k(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$;
- $1 \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}$.

3

VECTEURS COLINÉAIRES

a) Vecteurs de même direction

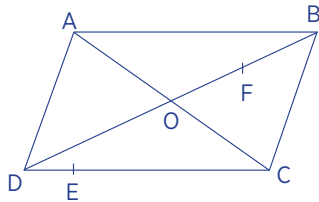
Propriété

A, B, C et D sont quatre points du plan.

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont la même direction équivaut à il existe un nombre réel k non nul tel que : $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$.

Exercice de fixation

- 18 Sur la figure ci-dessous, ABCD est un parallélogramme de centre O. $E \in (CD)$ et $F \in (BD)$.



1. Donne deux vecteurs de même direction que $\overrightarrow{CE}$.
2. Complète chacune des égalités suivantes par le nombre qui convient :

$$\overrightarrow{AB} = \dots\dots\dots \overrightarrow{DC} ; \overrightarrow{AO} = \dots\dots\dots \overrightarrow{AC}.$$

b) Vecteurs colinéaires

Définition

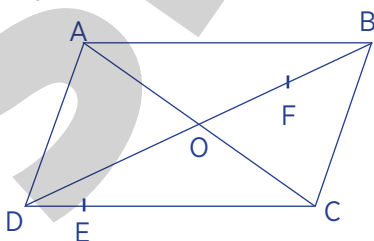
Deux vecteurs sont colinéaires lorsqu'ils ont la même direction ou lorsque l'un au moins des deux vecteurs est le vecteur nul.

Propriété

- A, B, C et D sont quatre points du plan.
 $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires **équivalent** à il existe un nombre réel k tel que : $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$.
- A, B et M sont trois points du plan.
 $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires **équivalent** à on peut trouver un nombre réel k tel que : $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$.

Exercice de fixation

- 19 Sur la figure ci-dessous, ABCD est un parallélogramme de centre O.



$E \in (CD)$ et $F \in (BD)$.

1. Donne deux vecteurs colinéaires au vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. Donne deux vecteurs colinéaires au vecteur $\overrightarrow{FD}$.

- 20 Pour chacune des affirmations ci-dessous, réponds par vrai si l'affirmation est vraie ou par faux si non.

N°	Affirmations	Réponses
1	Deux vecteurs non nuls colinéaires sont de même sens.	
2	Deux vecteurs sont colinéaires s'ils ont la même longueur.	
3	Deux vecteurs sont colinéaires si l'un est le produit de l'autre par un nombre réel.	

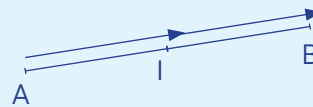
c) Applications géométriques

● Milieu

Propriété

A, B et I sont trois points du plan. I est le milieu du segment [AB] si et seulement si l'une des égalités ci-dessous est vérifiée.

1. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$
2. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{IB}$
3. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$
4. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.



● Alignement

Propriété

A, B et C sont trois points du plan. A, B et C sont alignés **équivalent** à les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

Conséquence

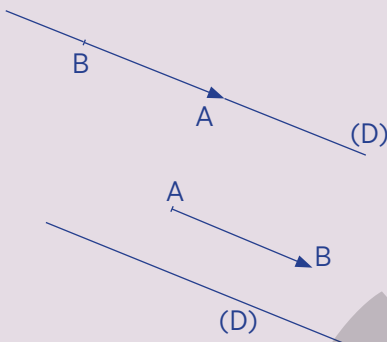
A, B et M sont trois points du plan.
M appartient à la droite (AB) équivaut à les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

● **Vecteurs directeurs d'une droite**

Définition

A et B sont deux points distincts du plan et (D) une droite.

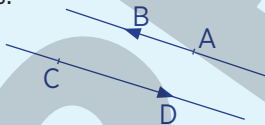
Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de (D) lorsque A et B appartiennent à (D) ou lorsque (AB) est parallèle à (D).



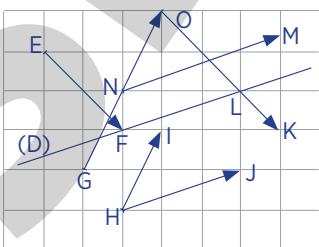
● **Parallélisme**

Propriété

A, B, C et D sont quatre points du plan.
Les droites (AB) et (CD) sont parallèles **équivaut à** les vecteurs directeurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ des droites respectives (AB) et (CD) sont colinéaires.

**Exercices de fixation**

21 Sur la figure ci-dessous :



- les droites (NM), (D) et (HJ) sont parallèles ;
- les droites (HI) et (OG) sont parallèles ;
- les droites (EF) et (OK) sont parallèles ;
- les points F et L appartiennent à (D).

1. Donne deux vecteurs colinéaires à $\overrightarrow{NM}$.
2. Trouve un vecteur colinéaire à $\overrightarrow{HI}$ et un vecteur colinéaire à $\overrightarrow{OK}$.
3. Donne trois vecteurs directeurs de (D).

22 Réponds par vrai si l'affirmation est vraie ou par faux si non.

Affirmations	Réponses
I est le milieu du segment [AB] signifie que $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$.	
I est le milieu du segment [AB] signifie que $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$.	
A est le milieu du segment [EF] signifie que $\overrightarrow{EA} = 2\overrightarrow{EF}$.	
$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ signifie que I est le milieu du segment [AB].	
$\overrightarrow{KC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$ signifie que K est le milieu du segment [CD].	
$\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{MP}$ signifie que P est le milieu du segment [MN].	

4

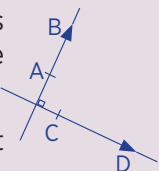
VECTEURS ORTHOGONAUX

Définition

On dit que deux vecteurs non nuls sont orthogonaux lorsqu'ils sont des vecteurs directeurs de deux droites perpendiculaires.

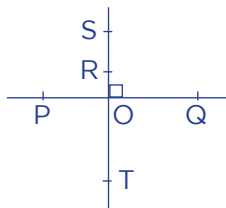
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux.

On note : $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$



Exercice de fixation

- 23 Sur la figure codée ci-dessous, $(ST) \perp (PQ)$, $O \in (PQ)$ et $R \in (ST)$.



1. Cite trois vecteurs orthogonaux au vecteur $\overrightarrow{PQ}$.
2. Cite deux vecteurs qui ne sont pas orthogonaux au vecteur $\overrightarrow{PQ}$.

- 24 EKRA est un losange.

Complète la dernière colonne du tableau par V si l'affirmation est vraie ou par F si elle est fausse.

Les vecteurs $\overrightarrow{ER}$ et $\overrightarrow{KA}$ sont orthogonaux.

Les vecteurs $\overrightarrow{EA}$ et $\overrightarrow{KA}$ sont orthogonaux.

Les vecteurs $\overrightarrow{KR}$ et $\overrightarrow{ER}$ sont orthogonaux.

Les vecteurs $\overrightarrow{EK}$ et $\overrightarrow{AR}$ sont orthogonaux.



Tests objectifs

- 1 ABCD est un losange de centre O. Associe chaque somme de vecteurs de la première colonne au vecteur de la deuxième colonne qui lui est égal.

Colonne 1	Colonne 2
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ •	• $\vec{O}$
$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$ •	• $\overrightarrow{OA}$
$\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AD}$ •	• $\overrightarrow{AC}$
$2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$ •	• $\overrightarrow{OC}$

- 2 Écris sur les pointillés le mot ou groupe de mots qui convient : «le vecteur nul» ; «colinéaires» ; «la même direction» ; «l'un au moins».

Deux vecteurs sont
signifie qu'ils ont ou
que des vecteurs est
.....

- 3 Pour chacune des affirmations ci-dessous, écris son numéro suivi de vrai si l'affirmation est vraie ou de faux si l'affirmation est fausse.

- Deux vecteurs égaux ou opposés ont la même longueur.
- Deux vecteurs de même longueur sont égaux ou opposés.
- Si $\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{BS}$, alors le quadrilatère ARBS est un parallélogramme.
- L'égalité $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BG} - \overrightarrow{BE}$ prouve que le point E est le milieu du segment [FG].

.....
.....
.....

- 4 Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie.

Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne correspondant à la bonne réponse.

N°	Énoncés	Informations		
		A	B	C
1	L'écriture réduite de $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$ est :	$\overrightarrow{DC}$	$\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{BC}$
2	Le vecteur $\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CA} - 2\overrightarrow{BC}$ est égal à :	$-3\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{AC}$	$3\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{AC}$	$3\overrightarrow{AB} - 5\overrightarrow{AC}$
3	ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD] tels que : $CD = 2AB$. Le vecteur $\overrightarrow{CD}$ est égal à :	$2\overrightarrow{AB}$	$-2\overrightarrow{AB}$	$\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$
4	A, B, C et D sont des points du plan tels que trois d'entre eux ne soient pas alignés. Si $\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{CD} = \vec{O}$, alors :	A, B, C et D sont alignés	ABCD est un parallélogramme	$(AB) \parallel (DC)$

.....

Exercices de renforcement / approfondissement

5 Traduis chacune des phrases suivantes par une égalité vectorielle.

- K est le milieu du segment [EF].
- Le quadrilatère ABDC est un parallélogramme.
- Les points O, B et V sont alignés.
- M est le symétrique de B par rapport à A.
- Les droites (AB) et (TV) sont parallèles.

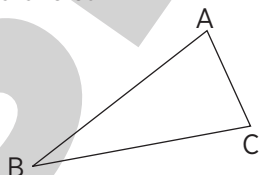
6 Complète le tableau ci-dessous :

Langage géométrique	Langage vectoriel
	$\vec{EF} = 2\vec{EO}$
Les points R, S et T sont alignés.	
Les droites (LM) et (PQ) sont parallèles.	
	$\vec{AB} = \vec{CD}$

7 ABC est un triangle.

E et F sont deux points tels que : $\vec{AE} = \frac{1}{3}\vec{AB}$ et $\vec{AF} = 3\vec{AC}$.

- Construis les points E et F.
- Démontre que les droites (CE) et (FB) sont parallèles.



8 Soit un triangle BOA et soient les points C et D définis respectivement par $\vec{OC} = 4\vec{OA}$ et $\vec{CD} = 4\vec{AB}$.

(Il n'est pas demandé de faire la figure).

On admet que : $\vec{OD} = 4\vec{OB}$

- Justifie que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
- Justifie que les points O, B et D sont alignés.

9 Relie chaque langage vectoriel au langage géométrique qui lui correspond.

Langage vectoriel	Langage géométrique
$\vec{PI} = \vec{IN}$ •	• Les droites (PI) et (NI) sont perpendiculaires.
$\vec{PI} \perp \vec{NI}$ •	• Les points P, I et N sont alignés.
$\vec{PI} = -3\vec{NO}$ •	• PION est un parallélogramme
$\vec{PI} = \vec{NO}$ •	• Les droites (ON) et (PI) sont parallèles.
$\vec{NI} = 1,75\vec{PI}$ •	• Le point I est le milieu du segment [PN]

10 Soit A, B et M trois points distincts du plan tels que : $-2\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

1. Démontre que : $\overrightarrow{AM} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AB}$.
2. On donne : $AB = 6$ cm. Construis le point M tel que : $-2\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

11 Soit MNPR un parallélogramme de centre O et S un point du plan.

Démontre que : $\overrightarrow{SM} + \overrightarrow{SN} + \overrightarrow{SP} + \overrightarrow{SR} = 4\overrightarrow{SO}$

12 OBV est un triangle et k un nombre réel. M et N sont deux points tels que :

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{OB} + \left(k + \frac{5}{2}\right)\overrightarrow{OV} \text{ et}$$

$$\overrightarrow{ON} = (k+2)\overrightarrow{OB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{OV}.$$

Démontre que les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BV}$ sont colinéaires.

13 ABCD est un rectangle.

E et F sont deux points de la droite (CD), tels que le quadrilatère ABEF soit un parallélogramme.

1. Fais une figure.
2. Démontre que : $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{DF}$.

14 ABCD est un parallélogramme. On considère les points M, N et P tels que : $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{8}\overrightarrow{AD}$;

$$\overrightarrow{BN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC} \text{ et } \overrightarrow{CP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}.$$

1. Fais une figure.
2. a) Démontre que : $\overrightarrow{BM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{PN}$.
b) Dédus-en que les droites (BM) et (PN) sont parallèles.

15 MNPQ est un parallélogramme. On note E le milieu du côté [NP] et F celui du côté [PQ]. On considère le point G tel que : $\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF}$. Démontre que les points M, P et G sont alignés.

Exerce-toi

- 16 ABC est un triangle. I, J et K sont les milieux respectifs des côtés [BC], [AC] et [AB].
Démontre que : $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{CK} = \vec{0}$.

- 17 Soit ABCD un parallélogramme. On considère les points M, N, P et Q, tels que : $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$;
 $\overrightarrow{BN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{DQ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DA}$.

- Fais une figure.
- a) Démontre que : $\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{MN}$.
b) Dédus-en que le quadrilatère MNPQ est un parallélogramme.
- Démontre que les segments [AC] et [QN] ont le même milieu.

- 18 ABC est un triangle quelconque. Les médiatrices des côtés [AC] et [AB] sont sécantes en I.
Le point D est tel que : $\overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}$.

- Fais une figure.
- Démontre que les vecteurs $\overrightarrow{ID}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux.

Situations d'évaluation

- 19 Un professeur de Mathématiques d'une classe de troisième d'un collège propose l'activité suivante à ses élèves :

Dans une équipe de deux personnes, l'une dispose de la figure 1 et l'autre de la figure 2. La personne qui a la figure 1 donne des informations à l'autre pour placer les points P et Q. Ces informations concernent uniquement les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

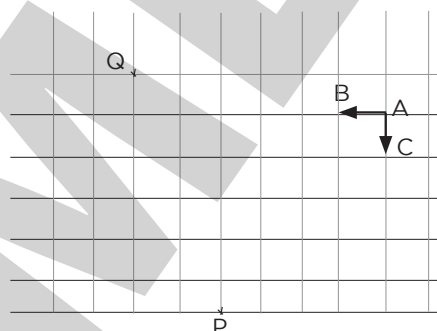


Figure 1

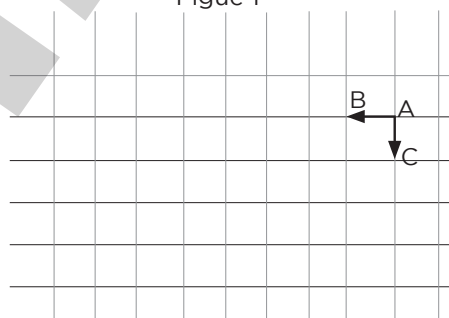
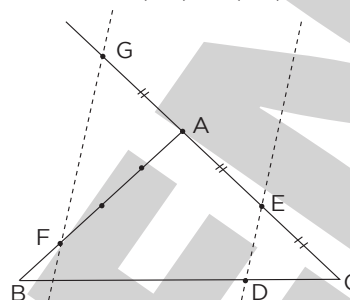


Figure 2

Un bonus est attribué à celui qui réussit l'activité. Un des élèves affirme qu'à partir du point P, il faut faire $2\overrightarrow{AB} - 6\overrightarrow{AC}$ et placer le point Q. Les autres, n'étant pas d'accord, décident d'exprimer $\overrightarrow{PQ}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

- Place le point P tel que : $\overrightarrow{AP} = 4\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{AC}$.
- Exprime le vecteur $\overrightarrow{AQ}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
- Justifie que : $\overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AB} - 6\overrightarrow{AC}$, puis réponds à la préoccupation de chaque élève.
- Dis si cet élève aura le bonus.

Celui-ci leur demande de bien observer la figure et d'émettre une conjecture quant à la position relative des droites (FG) et (ED).



L'un d'entre eux affirme qu'elles sont parallèles. Ce qui n'est pas l'avis des autres.

Tu es alors sollicité(e) pour les départager en répondant aux questions suivantes :

1. Démontre que :

a) $\overrightarrow{FG} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$;

b) $\overrightarrow{ED} = \frac{3}{10}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$.

2. Dédus-en que : $\overrightarrow{ED} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{FG}$

3. Dis si cet élève a raison. Justifie ta réponse.

20 En vue de préparer un devoir de niveau avec ses élèves, un professeur de Mathématiques leur propose la figure suivante sur laquelle les points D, E, F et G sont tels que :

- $\overrightarrow{CD} = \frac{3}{10}\overrightarrow{CB}$;
- E est le milieu du segment [AC] ;
- $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$
- A est le milieu du segment [AC] .

Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des affirmations ci-dessous, écris, sur ta copie, le numéro de l'affirmation suivi de vrai si l'affirmation est vraie ou de faux si elle est fausse.

- Deux vecteurs opposés sont colinéaires.
- Deux vecteurs colinéaires non nuls ont toujours le même sens.
- Une droite admet un seul vecteur directeur.
- Si ABCD est un rectangle, alors les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont orthogonaux.

Exercice 2 (4 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir 3 affirmations dont une seule est vraie.

Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne correspondant à la bonne réponse.

N°	Énoncés	Informations		
		A	B	C
1	A et B sont deux points distincts du plan et k est un nombre réel. $k\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ équivaut à :	$k = 0$	$\overrightarrow{AB} = \vec{0}$	$k = 0$ ou $A = B$
2	EFGH est un parallélogramme équivaut à :	$\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{HF}$	$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{GH}$	$\overrightarrow{HE} = \overrightarrow{FG}$
3	A, B, C et D sont des points du plan, deux à deux distincts. Si $(AB) \parallel (DC)$, alors :	$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$	il existe un nombre réel non nul k tel que : $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{DC}$	il existe un nombre réel non nul k tel que : $\overrightarrow{BD} = k\overrightarrow{AC}$
4	M, N, P et Q sont quatre points distincts du plan, tels que trois d'entre eux ne soient pas alignés. Si $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{MP}$, alors :	M, N, P et Q sont alignés	MNPQ est un parallélogramme	$\overrightarrow{MP}$ et $\overrightarrow{MQ}$ sont colinéaires

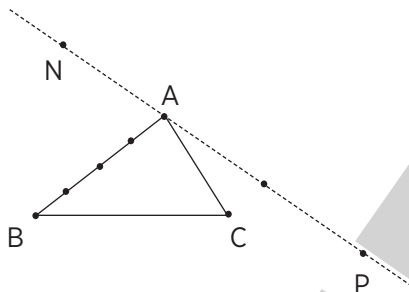
Exercice 3 (8 points)

On considère un triangle ABC. On donne les points E et F tels que : $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AF} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

- Construis les points E et F.
- En utilisant l'égalité de Chasles : $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF}$, démontre qu'il existe un nombre réel k tel que $\overrightarrow{EF} = k\overrightarrow{BC}$.
Précise la valeur de k .
 - Déduis-en que les droites (CB) et (EF) sont parallèles.

Exercice 4 (4 points)

Lors d'une séance d'exercices, un professeur de Mathématiques présente la figure ci-dessous à ses élèves de 3^e.



Sur cette figure :

- ABC est un triangle ;
- les points N et P sont tels que : $\overrightarrow{AN} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AP} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$.

Par la suite, il leur demande de conjecturer la position des points A, N et P.

Un élève affirme que les points A, N et P semblent être alignés. Une discussion est engagée entre les élèves.

Tu es sollicité(e) pour donner ton avis à travers les questions suivantes :

1. Justifie que : $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.
2. Dédus-en que : $\overrightarrow{AP} = -2\overrightarrow{AN}$.
3. Dis si cet élève a raison. Justifie ta réponse.



ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ DANS $\mathbb{R}$

Habiletés et contenus

- ✓ **Résoudre** des équations de chacun des types : $ax+b=0$, $ax+b=cx+d$, $(ax+b)(cx+d)=0$, $x^2=a$; des inéquations de chacun des types : $ax+b \geq 0$, $ax+b > 0$, $ax+b \leq 0$, $ax+b < 0$, $ax+b \geq cx+d$, $ax+b > cx+d$, $ax+b \leq cx+d$, $ax+b < cx+d$; un système de deux inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}$.
- ✓ **Utiliser** des intervalles pour donner l'ensemble des solutions d'une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R}$ ou d'un système de deux inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}$.
- ✓ **Traiter** une situation faisant appel aux équations et aux inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}$.

Situation d'apprentissage

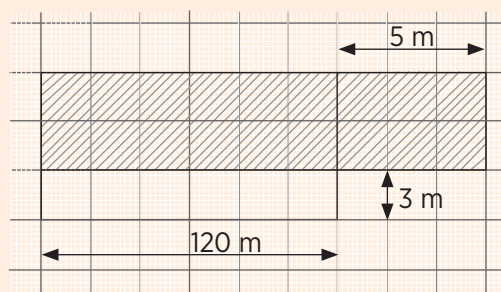
Le propriétaire d'un terrain rectangulaire reçoit une note de la commune, l'avertissant que des modifications vont être apportées à son terrain à cause de la construction d'une route.

Le terrain aura sa longueur de 120 m augmentée de 5 m et sa largeur diminuée de 3 m comme l'indique le schéma ci-dessous.

À la réception de cette lettre, le propriétaire ne sait pas s'il sera gagnant ou perdant lorsqu'on lui propose de choisir une largeur comprise entre 50 m et 80 m.

Pour cela, il se confie à son fils élève en classe de 3^e qui, à son tour, informe ses camarades de classe.

Curieux, ceux-ci décident d'approfondir leurs connaissances sur les équations et inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}$.



Prendre un bon départ

Révision

1 Identification d'une équation ou d'une inéquation du premier degré dans $\mathbb{Q}$

Dans chacun des cas ci-dessous, précise s'il s'agit d'une équation du premier degré dans $\mathbb{Q}$ ou d'une inéquation du premier degré dans $\mathbb{Q}$.

a) $-2 + x = 0$; b) $11x - 88,44 < 0$; c) $x^2 - 3 < 1$;

d) $4x - 3y = 1$; e) $9 - 2x = 10$; f) $\frac{2}{3}x - 1 = 0$.

Révision

2 Solutions d'une équation ou d'une inéquation du premier degré dans $\mathbb{Q}$

A/ Parmi les nombres rationnels suivants : -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 et 5 , indique celui qui est solution de l'équation $-x + 2 = 0$.

B/ Parmi les nombres rationnels suivants : -1 ; -2 ; -4 ; $-7,5$; -8 ; 3 ; 4 et 5 , indique ceux qui sont solutions de l'inéquation : $x + 3 < 0$.

Révision

3

Résolution d'une équation ou d'une inéquation du premier degré dans $\mathbb{Q}$

A/ Résous, dans $\mathbb{Q}$, chacune des équations ci-dessous.

a) $x + 3 = 1$;

b) $3x + 3 = 2$;

c) $-2x + 5 = 2$;

d) $-x + 4 = 0,5$.

B/ Dans chaque cas, transforme chacune des inéquations ci-dessous en une inéquation du type $x < u$ ou $x > u$, puis précise l'ensemble de ses solutions dans $\mathbb{Q}$,

a) $x + 2 < 3$;

b) $-x + 5 < 7$;

c) $3x + 4 > 1$;

d) $-0,5x - 3 > 5$.

Résumé de cours - Exercices de fixation

1

ÉQUATIONS DU TYPE : $ax + b = cx + d$

Point Méthode

- Résolution d'équations du type : $mx = p, m \neq 0$.

$mx = p, m \neq 0$ est équivalent à $x = \frac{p}{m}$

L'ensemble des solutions est : $\left\{ \frac{p}{m} \right\}$

- Résolution d'équations du type : $ax + b = cx + d$

Toute équation du type $ax + b = cx + d$ peut se ramener à une équation du type $mx = p, m \neq 0$ lorsque $a \neq c$.

Exercices de fixation

- 1 Entoure toutes les bonnes réponses. Il peut y en avoir plusieurs.

2 est solution de l'équation	$-2 - x = 0$	$x - 2 = 0$	$-5 + x = -2x + 3$	$2x + 3 = 11 - 2x$
-5 est solution de l'équation	$3 - x = -2$	$3 + x = -2$	$x + 5 = 0$	$2(x + 5) = 2$
$\frac{3}{2}$ est solution de l'équation	$3x - 2 = 0$	$3 - 2x = 0$	$x - 3 = 2$	$x - 2 = 3$

- 2 Entoure la bonne réponse.

$5x - 10 = 0$, a pour solution	-2	2	5	10
$x + 2 = 3x - 5$, a pour solution	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{2}$
$-3x = 12$, a pour solution	9	15	4	-4

- 3 Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

- a) $x + 8 = -4$; b) $2x = -9$;
c) $4 - 3x = -5$; d) $7x + 1 = 15$.

- 4 Résous, dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

- a) $-2x + 7 = x + 1$;
b) $6x - 8 = 5x - 7$;
c) $\frac{7}{2}x - 1 = 10x + 2$.

2

ÉQUATIONS DU TYPE :

$(ax + b)(cx + d) = 0, a \neq 0 \text{ et } c \neq 0$

Point Méthode

a, b, c et d sont des nombres réels, tels que $a \neq 0$ et $c \neq 0$.

$(ax + b)(cx + d) = 0 \Leftrightarrow ax + b = 0 \text{ ou } cx + d = 0$;

$$\Leftrightarrow x = \frac{-b}{a} \text{ ou } x = \frac{-d}{c}$$

L'ensemble des solutions de l'équation $(ax + b)(cx + d) = 0, a \neq 0 \text{ et } c \neq 0$ est : $\left\{ \frac{-b}{a}, \frac{-d}{c} \right\}$.

Exercices de fixation

- 5 Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

- a) $(x - 1)(x + 2) = 0$;
b) $(3x + 5)(7 - x) = 0$;
c) $x(x - 5) = 0$;
d) $(2x + 3)^2 = 0$.

6 Entoure la bonne réponse.

2 et 5 sont les solutions de l'équation	$5(-2 - x) = 0$	$(5 - x)(x - 2) = 0$	$5 + x - 2 = 0$	$2x(x - 3) = 0$
-2 et 3 sont les solutions de l'équation	$-2x(1 - 3x) = 0$	$(x - 2)(3 + x) = 0$	$(x + 2)(3 - x) = 0$	$2(x - 3) = 0$
-1 et 1 sont les solutions de l'équation	$(x - 1)^2 = 0$	$(x + 1)(x + 1) = 0$	$(x - 1)(x + 1) = 0$	$x(x - 21) = 1$

7 Entoure la bonne réponse.

Les solutions de l'équation : $(2x - 2)(2x - 5) = 0$ sont :	2 et 5	1 et 5	1 et $\frac{5}{2}$	-1 et $-\frac{5}{2}$
Les solutions de l'équation : $2x(x + 3) = 0$ sont :	2 et -3	-2 et 3	0 et -3	0 et 3
La solution de l'équation : $(2x + 1)^2 = 0$ est :	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	2

3

ÉQUATIONS DU TYPE : $x^2 = a$, $a \in \mathbb{R}$

Point Méthode

Soit a un nombre réel.

- Si $a < 0$, l'équation $x^2 = a$ n'admet pas de solution dans $\mathbb{R}$.
- Si $a = 0$, l'équation $x^2 = a$ admet une seule solution : 0.
- Si $a > 0$, $x^2 = a \Leftrightarrow x^2 - a = 0$
 $\Leftrightarrow (x + \sqrt{a})(x - \sqrt{a}) = 0$
 $\Leftrightarrow x = \sqrt{a} \text{ ou } x = -\sqrt{a}$.

L'ensemble des solutions de l'équation $x^2 = a$ est : $\{\sqrt{a}; -\sqrt{a}\}$.

Exercices de fixation

8 Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $x^2 = 4$; b) $x^2 = 5$; c) $25x^2 = 4$; d) $x^2 = 0$.

.....

.....

.....

.....

.....

9 Entoure la bonne réponse.

2 et -2 sont les solutions de l'équation	$x^2 = 2$	$x^2 = -4$	$x^2 = 4$	$2x^2 = 0$
$-\sqrt{3}$ et $\sqrt{3}$ sont les solutions de l'équation	$x^2 = 9$	$x^2 = 3$	$3x^2 = 0$	$x^2 = -3$
-1 et 1 sont les solutions de l'équation	$x^2 = 1$	$-x^2 = 1$	$x^2 = 0$	$-x^2 = 0$

10 Entoure la bonne réponse.

Les solutions de l'équation : $4x^2 = 9$ sont :	2 et 3	$\frac{2}{3}$ et $-\frac{3}{2}$	4 et 9	$\frac{3}{2}$ et $-\frac{3}{2}$
Les solutions de l'équation : $x^2 = 16$ sont :	2 et -2	-4 et 4	1 et 16	1 et 8
Les solutions de l'équation : $(x + 1)^2 = 1$ sont :	0 et -2	1 et -1	0 et 2	-2 et 2

4

INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ DANS $\mathbb{R}$

Point Méthode

- Lorsqu'on ajoute un même nombre à chaque membre d'une inégalité, on obtient une nouvelle inégalité de même sens.
- Lorsqu'on multiplie par un nombre positif non nul chaque membre d'une inégalité, on obtient une nouvelle inégalité de même sens.
- Lorsqu'on multiplie par un nombre négatif non nul chaque membre d'une inégalité, on obtient une nouvelle inégalité de sens contraire.

Exemple

$$3x + 2 < 6x + 7$$

$$3x - 6x < 7 - 2$$

$$-3x < 5$$

$$x > -\frac{5}{3}$$

Tous les nombres x supérieurs strictement à $-\frac{5}{3}$ sont solutions de l'inéquation $3x + 2 < 6x + 7$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation

$$3x + 2 < 6x + 7 \text{ est : } \left] -\frac{5}{3}; \rightarrow \right[.$$

Exercices de fixation

- 11 Réponds par vrai si l'affirmation est vraie ou par faux si non.

2 est une solution de l'inéquation : $x - 3 < 0$.

-7 est une solution de l'inéquation : $-2x - 3 \leq 0$.

0 est une solution de l'inéquation : $x - 3 < 17x + 1$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation : $-x + 2 < 0$ est l'ensemble des nombres réels plus petits que 2.

Si $-2x < 4$, alors $x > -2$.

- 12 Complète :

1. Si $x > 2$, alors : $x + 3$

2. Si $x > 2$, alors : $x \times 3$

3. Si $x < -7$, alors : $x + 7$

4. Si $x > -2$, alors : $x \times (-3)$

5. Si $x \geq -7$, alors : $-4x$

6. Si $x \geq -4$, alors : $\frac{x}{2}$

7. Si $x > 18$, alors : $\frac{x}{-2}$

8. Si $x \geq 18$, alors : $-\frac{1}{3}x$

- 13 Traduis chacune des inégalités ci-dessous sur une droite graduée.

a) $x > -3$; b) $x > 2$; c) $x < -1$.

- 14 Résous dans $\mathbb{R}$ chacune des inéquations suivantes :

a) $2x - 5 < 0$; b) $-7x - 21 < 0$; c) $-3x + 1 > 4$.

Exercices de fixation

- 15** Résous l'inéquation : $3x - 4 \leq 5x - 1$.
Représente en couleur les solutions de cette inéquation sur une droite graduée.

- 16** Résous dans $\mathbb{R}$ chacun des systèmes suivants :

$$a) \begin{cases} -x-2 < 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} ; b) \begin{cases} 2x-3 < 0 \\ -5x-1 < 0 \end{cases} .$$

5 SYSTÈME D'INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ DANS $\mathbb{R}$

Point Méthode

Pour résoudre un système de deux inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}$, on peut :

- déterminer l'ensemble S_1 des solutions de la première inéquation ;
- déterminer l'ensemble S_2 des solutions de la deuxième inéquation ;
- déterminer l'intersection : $S_1 \cap S_2$.

L'ensemble des solutions du système est : $S_1 \cap S_2$.

Example

Réolvons dans $\mathbb{R}$ le système d'inéquations

suivant : $\begin{cases} 2x - 2 < 0 \\ -3x - 9 < 0 \end{cases}$.

- Le système est équivalent à $\begin{cases} x < 1 & (1) \\ x > -3 & (2) \end{cases}$
- L'ensemble des solutions de l'inéquation (1) est : $S_1 =]-\infty ; 1[$.
- L'ensemble des solutions de l'inéquation (2) est : $S_2 =]-3 ; +\infty[$.
- L'ensemble solution S du système est :
 $S = S_1 \cap S_2$.
 On obtient donc : $S =]-3 ; 1[$.

- 17** Résous dans $\mathbb{R}$ le système d'inéquations suivant :
$$\begin{cases} 2x+5 > x-1 \\ -x+5 > 2x-7 \end{cases}.$$

6

RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME DU PREMIER DEGRÉ DANS $\mathbb{R}$

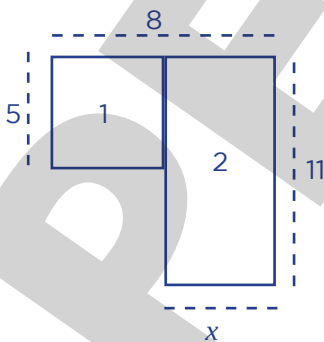
Point Méthode

Pour résoudre un problème du premier degré dans $\mathbb{R}$, on peut procéder comme suit :

1. **Choix de l'inconnue ou des inconnues :** on doit choisir les inconnues de façon que leur détermination entraîne la solution du problème.
2. **Mise en équation :** elle consiste à traduire l'énoncé par une ou plusieurs égalités (ou inégalités) entre les données et les inconnues.
3. **Résolution des équations ou inéquations :** la résolution de l'équation (ou de l'inéquation) ou du système obtenu est la partie purement algébrique du problème.
4. **Discussion du problème :** c'est vérifier si la solution trouvée satisfait aux conditions imposées.

Exercices de fixation

- 18 Un homme partage un terrain entre ses deux fils. Le plus grand a le terrain rectangulaire 1 et le plus jeune, le terrain rectangulaire 2. Tous ignorent la largeur x du terrain 2. L'aîné estime que sa portion est moins grande. Le père décide de déterminer cette distance et de reprendre le partage.



1. Détermine la valeur de x si le père décide de donner à ses fils deux terrains de même aire.
2. Détermine les valeurs de x si le père décide que le terrain de l'aîné soit plus grand.

- 19 Jemima aime les Mathématiques. Pour les 4 premiers devoirs, sa moyenne est de 13,75. Elle veut obtenir une moyenne supérieure à 14 en mathématiques chaque trimestre. Détermine la note qu'elle devra obtenir au dernier devoir pour avoir une moyenne supérieure à 14.

Tests objectifs

1 Pour chacune des affirmations suivantes, réponds par vrai si l'affirmation est vraie ou par faux si elle est fausse.

- 5 est une solution de l'équation : $5(t - 2) = 4t$.
- -10 est une solution du système d'inéquations suivant : $\begin{cases} x - 1 > 2x + 3 \\ 3x \leq x - 2 \end{cases}$.
- L'équation du type $x^2 = a$ ($a \in \mathbb{R}$) admet toujours deux solutions.
- Les solutions de l'équation $(5 - x)(3x - 6) = 0$ sont -2 et 5 .

2 Réarrange dans le bon ordre les différentes étapes de résolution de l'inéquation : $x + 2 \leq 5x + 14$.

- a) $-4x \leq 12$; b) $x - 5x \leq 14 - 2$; c) $S = [-3 ; \rightarrow[$;
d) $x \geq -3$; e) $x \geq -\frac{12}{4}$.

3 Complète la phrase suivante avec le mot ou groupe de mots qui convient pour obtenir une propriété correcte.

sens contraire ; inégalité ; négatif ; chaque membre ; par un nombre .

Lorsqu'on multiplie non nul d'une inégalité, on obtient une nouvelle de

4 Relie chaque équation à sa solution.

$7x - 3 = 11$	•	• -2
$5 - 6y = 11$	•	• 3
$-8 - z = 2 + z$	•	• -1
$7(u + 2) = 5(2u + 1)$	•	• -5
$13 + 2t = -5t - 1$	•	• 2

5 Pour chacun des énoncés ci-dessous, trois réponses (a, b ou c) sont proposées dont une seule est exacte.

Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la réponse exacte.

- L'équation $(3t - 12)(10 - 5t) = 0$ a pour solutions :
a) 2 et -4 ; b) 2 et 4 ; c) -2 et -4 .
- Le nombre -3 est solution de l'équation :
a) $7 - 3x = 1 - 5x$; b) $5x - 8 = 7$; c) $2x = 5$.
- L'inéquation $2x - 1 > 3x + 2$ a pour ensemble de solutions :
a) $]3 ; \rightarrow[$; b) $]\leftarrow -3]$; c) $]\leftarrow -3[$.
- Luc a trois ans de plus que le double de l'âge d'Alice. À eux deux, ils ont 36 ans. On note x l'âge d'Alice. L'équation qui traduit cette situation est :
a) $2x + 3 = 36$;
b) $2(x + 3) + x = 36$;
c) $2x + x + 3 = 36$

Exercices de renforcement / approfondissement

6 Résous, dans $\mathbb{R}$, chacune des équations suivantes :

1. $\frac{x}{2} + \frac{x-9}{6} = \frac{7x-3}{3}$;
2. $-2 - 4(\sqrt{2} - x) = 2(3\sqrt{2} + x)$.

7 Résous, dans $\mathbb{R}$, chacune des équations suivantes :

1. $3x^2 = 8$;
2. $(x-2)^2 = 4(2-3x)^2$

8 Résous, dans $\mathbb{R}$, chacune des équations suivantes :

1. $25x^2 = 40x - 16$;
2. $5(1-2x^2) = x(x\sqrt{2} + 1)$.

9 On considère l'expression E, telle que :
 $E = (x+3)(2x+5) - (2x+5)^2 + 4x^2 - 25$

1. Démontre que :

- a) $E = 2x^2 - 9x - 35$;
- b) $E = (x-7)(2x+5)$.

2. Déduis-en les solutions de chacune des équations suivantes :

- a) $E = 0$;
- b) $E = -35$.

10 On considère l'expression Q, telle que :
 $Q = (3t-1)^2 - 4t(2t-1)$

1. Développe, réduis et ordonne Q.
2. Déduis-en une factorisation de Q.
3. Résous chacune des équations suivantes :
 a) $Q = 0$; b) $Q = 1$; c) $Q = -4$.

- 11** Un terrain rectangulaire a un périmètre de $4,5 \text{ km}$; la longueur mesure 350 m de plus que la largeur. Détermine les dimensions du terrain.

- 12** 1. a) Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $8-4x \leq 6x-7$.
b) Représente l'ensemble des solutions sur une droite graduée.
2. a) Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $5(x+2)-x \leq 26$.
b) Représente l'ensemble des solutions sur une droite graduée.
3. Représente sur une droite graduée l'ensemble des solutions du système d'inéquations suivant : $\begin{cases} 8-4x \leq 6x-7 \\ 5(x+2)-x \leq 26 \end{cases}$

- 13** 1. Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :

$$\frac{3x+2}{5} - \frac{2x+1}{3} \leq \frac{x+4}{3}$$

2. Cite les nombres entiers relatifs strictement négatifs, solutions de cette inéquation.

- 14** Résous chacun des systèmes d'inéquations suivants :

1. $\begin{cases} 4x-2(x+1) < 3x+7 \\ 4(5-2x)-3 < 4-3x \end{cases}$

2. $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{1}{4} \leq \frac{x}{5} + \frac{1}{3} \\ \frac{x}{3} - \frac{1}{4} \geq \frac{x}{5} + \frac{1}{3} \end{cases}$

Exerce-toi

- 15** On pose : $A = \sqrt{8-x} - \sqrt{x+2}$.
Détermine l'ensemble des nombres réels x
pour que le nombre A existe.

[illegible]

- 16** Détermine trois nombres entiers naturels consécutifs dont la somme est comprise entre 100 et 110.

(Tu donneras toutes les solutions possibles).

- 17** Les dimensions d'un rectangle sont 4 m et 3 m . On veut augmenter la longueur et la largeur, d'un même nombre entier de mètres, de telle sorte que le périmètre ne dépasse pas 20 m .

Détermine la valeur possible de ce nombre.

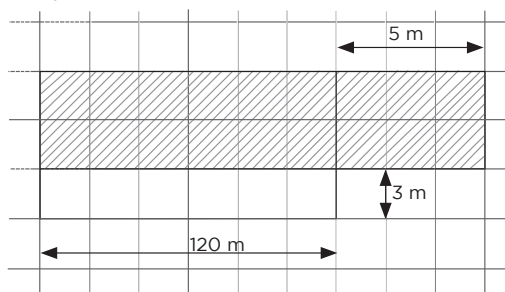
Situations d'évaluation

- 18 Un propriétaire a trois maisons construites l'une après l'autre. La première et la deuxième ont respectivement 4 fois et 3 fois l'âge de la troisième. L'âge cumulé de livraison des deux premières maisons est 21 ans. Pour acquérir la deuxième maison d'une valeur de 7 800 000 Francs, le propriétaire a payé 600 000 Francs d'apport initial à une société immobilière et payé chaque année 360 000 Francs. Malheureusement, il ne se souvient plus s'il a fini de payer sa deuxième maison.

1. Détermine l'âge de la troisième maison.
2. Détermine l'âge de la première et de la deuxième maison.
3. Dis si le propriétaire a fini de payer sa deuxième maison. Justifie ta réponse.

- 19** Le propriétaire d'un terrain rectangulaire reçoit une note de la commune, l'avertissant que des modifications vont être apportées à son terrain, à cause de la construction d'une route.

Le terrain aura sa longueur de 120 m augmentée de 5 m et sa largeur diminuée de 3 m comme l'indique le schéma ci-dessous.



À la réception de cette lettre, le propriétaire ne sait pas s'il sera gagnant ou perdant lorsqu'on lui propose de choisir une largeur comprise entre 50 m et 80 m .

Tu es alors sollicité(e) pour l'aider dans son choix.

Soit x la largeur de ce terrain.

- Exprime en fonction de x :
 - l'aire du terrain avant les modifications.
 - l'aire du terrain après les modifications.
- Résous l'équation : $125x - 375 = 120x$.
- Réponds à la préoccupation du propriétaire terrien.

Exercice 1 (4 points)

Durée : 1 heure

Écris le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de V si la proposition est vraie ou de F si elle est fausse.

1. L'équation $x^2 = a$ où a est un nombre réel strictement positif admet une seule solution.
2. a , b , c et d sont quatre nombres réels tels que $a \neq 0$ et $c \neq 0$.
 $(ax + b)(cx + d) = 0$ équivaut à : $ax + b = 0$ ou $cx + d = 0$.
3. Lorsqu'on multiplie par un même nombre négatif non nul chaque membre d'une inégalité, on obtient une nouvelle inégalité de même sens.
4. L'ensemble des solutions d'un système d'inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}$ est la réunion des ensembles de solutions de ces inéquations.

Exercice 2 (4 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir 3 affirmations dont une seule est vraie.

Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne correspondant à la bonne réponse.

N°	Énoncé	Informations		
		A	B	C
1	L'équation $8 - 5x = 5x$ a pour solution :	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{4}$	2
2	L'équation $2x(-4x - 1) = 0$ a pour solutions :	$-\frac{1}{4}$ et 2	0 et $\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$ et 0
3	Le système d'inéquations $\begin{cases} 2x - 5 < x + 3 \\ x \leq 2x + 3 \end{cases}$ a pour ensemble de solutions :	$]\leftarrow; 8[$	$[-3; 8[$	$[-3; \rightarrow[$

Exercice 3 (8 points)

On donne l'expression A telle que : $A = (x - 1)^2 + x^2 + (x + 1)^2$.

1. Justifie que, pour tout nombre réel x , $A = 3x^2 + 2$.
2. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 = 121$.
3. Détermine trois nombres entiers naturels consécutifs $(x - 1)$; x et $(x + 1)$ dont la somme des carrés est 365.

Exercice 4 (4 points)

Un paysan loue un camion pour écouler ses produits vivriers.

Ce camion, dont la masse vide est de 7 tonnes, transporte des caisses de 40 kg chacune.

Pour respecter la réglementation, la masse totale du camion ne doit pas excéder 12 tonnes.

Soucieux, il souhaite connaître le nombre maximal de caisses à charger.

Tu es alors sollicité(e) pour lui apporter ton aide.

Soit n le nombre de caisses à charger.

1. Justifie que le nombre n est solution de l'inéquation (I) : $40n + 7000 < 12000$.
2. Résous l'inéquation (I).
3. Déduis-en le nombre maximal de caisses qui peuvent être chargées sur ce camion.



LEÇON

9

COORDONNÉES DE VECTEURS

Habiletés et contenus

- ✓ **Identifier** les différents repères du plan.
- ✓ **Connaître** la définition des coordonnées d'un vecteur ; la propriété relative aux coordonnées de la somme de deux vecteurs ; la propriété relative aux coordonnées du produit d'un vecteur par un réel ; la propriété relative aux coordonnées du milieu d'un segment ; la propriété relative à l'égalité de deux vecteurs à partir de leurs couples de coordonnées ; la propriété relative à la condition d'orthogonalité de deux vecteurs ; la propriété relative à la condition de colinéarité de deux vecteurs ; la propriété relative à la distance de deux points.
- ✓ **Lire** le couple de coordonnées d'un vecteur dans un repère.
- ✓ **Calculer** les coordonnées d'un vecteur ; les coordonnées du milieu d'un segment ; la distance de deux points.
- ✓ **Démontrer** que deux vecteurs sont colinéaires ; que deux droites sont parallèles ; que des points sont alignés ; que deux vecteurs sont orthogonaux ; que deux droites sont perpendiculaires.
- ✓ **Traiter** une situation faisant appel aux coordonnées de vecteurs.

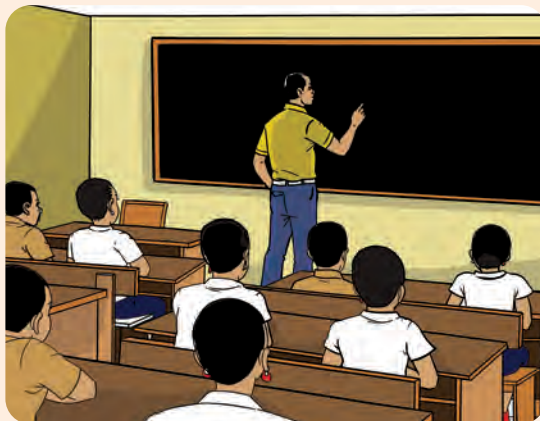
Situation d'apprentissage

Lors d'une séance de travaux dirigés, un professeur de mathématiques donne à ses élèves l'information suivante :

« Ptolémée (II^e siècle après J.C) a démontré que dans tout quadrilatère convexe inscrit dans un cercle, le produit des longueurs des diagonales est égal à la somme des produits des longueurs des côtés opposés ».

Par la suite, il réalise un quadrillage dans lequel on a : A (-3 ; 1), B (-2 ; 4), C (6 ; 4), D (5 ; -3) et E (2 ; 1). Enfin, il leur demande de vérifier le résultat du mathématicien Ptolémée dans ce cas particulier. Ceux-ci n'y arrivent pas.

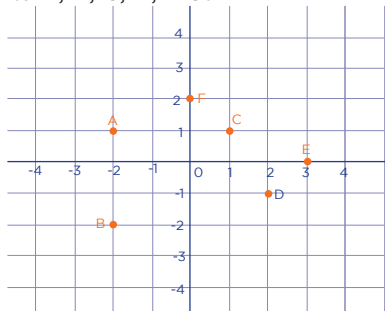
Émerveillés, ils décident d'étudier les coordonnées d'un vecteur.



Prendre un bon départ

Révision 1 Coordonnées d'un point dans un quadrillage

On considère le quadrillage à mailles carrées ci-dessous. Indique les coordonnées de chacun des points A, B, C, D, E et F.



Révision 2 Produit d'un vecteur par un nombre réel

A/ On considère les points O, I et J du plan, deux à deux distincts.

On donne : $\overrightarrow{AB} = 5\overrightarrow{OI} - 6\overrightarrow{OJ}$ et $\overrightarrow{CD} = -3\overrightarrow{OI} + 2\overrightarrow{OJ}$.
Exprime en fonction des vecteurs $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$ les vecteurs suivants : a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$; b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$

B/ OIJ est un triangle. On donne : $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{OI} - 3\overrightarrow{OJ}$ et $\overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{OI} - 2\overrightarrow{OJ}$.

Exprime en fonction des vecteurs $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$ les vecteurs suivants :

a) $2\overrightarrow{AB}$; b) $-\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$; c) $\sqrt{6}\overrightarrow{AB}$.

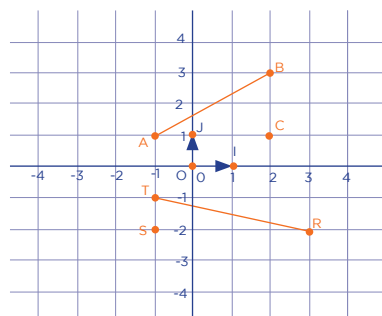
C/ OIJ est un triangle. On donne : $\overrightarrow{OA} = -\sqrt{2}\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OJ}$ et $\overrightarrow{OB} = 3\overrightarrow{OI} - \sqrt{7}\overrightarrow{OJ}$.

1. Complète les pointillés en utilisant l'égalité de Chasles : $-\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \dots$
2. Dédus-en une expression du vecteur $\overrightarrow{AB}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$.

Révision 3 Vecteurs colinéaires

A/ On considère le quadrillage à mailles carrées ci-dessous.

1. Exprime chacun des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$.
2. En utilisant l'égalité de Chasles $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$, déduis une expression du vecteur $\overrightarrow{AB}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$.
3. Exprime le vecteur $\overrightarrow{RT}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$.



B/ OIJ est un triangle. On donne : $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{OI} - 4\overrightarrow{OJ}$
et $\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{OI} + 2\overrightarrow{OJ}$.

1. Justifie que : $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{CD}$.
2. Dédus-en que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

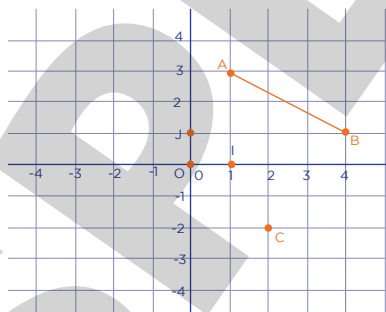
Révision 5 Milieu d'un segment - Distance

Les questions 1) et 2) sont indépendantes.

1. Soient A et B deux points distincts du plan.
Soit K le milieu du segment [AB].
Démontre que pour tout point O du plan,
 $\overrightarrow{OK} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$.
2. ABC est un triangle rectangle en A. Énonce la propriété de Pythagore relative à ABC.

Révision 4 Vecteurs orthogonaux

On considère le quadrillage à mailles carrées ci-dessous.



On donne : $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{OI} - 2\overrightarrow{OJ}$ et $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$ où y est un nombre réel.

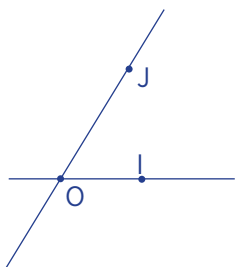
Détermine graphiquement la valeur de y de sorte que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ soient orthogonaux.

Résumé de cours - Exercices de fixation

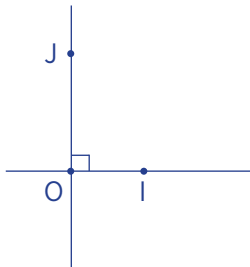
1

COORDONNÉES D'UN VECTEUR

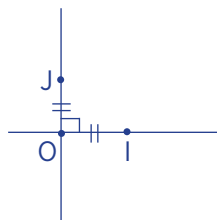
a) Repères du plan



Repère quelconque



Repère orthogonal
(OI) $\perp$ (OJ)



Repère orthonormé
(OI) $\perp$ (OJ) et OI = OJ

Exercices de fixation

1

Remplace les pointillés par l'une des expressions ci-dessous qui convient :

perpendiculaires, origine, unité, orthonormé, ordonnées, orthogonal, sécants, abscisses.

Un repère est formé de deux axes

Ces axes sont l'axe des et l'axe des

Le point d'intersection des axes est l'..... du repère.

Un repère est un

repère dont les axes sont

Un repère est un repère dont les

axes sont perpendiculaires et ont la même

.....

2

Les figures suivantes sont réalisées dans un quadrillage.

Indique la nature de chaque repère (O, I, J).

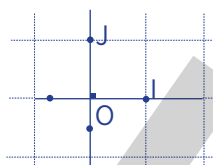


Figure 1

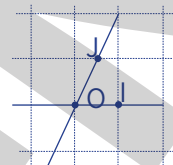


Figure 2

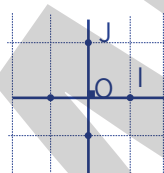


Figure 3

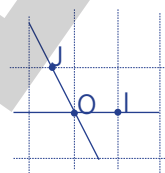
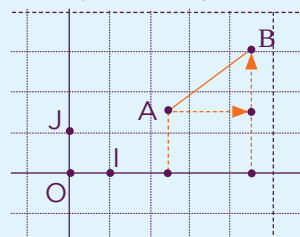


Figure 4

b) Coordonnées d'un vecteur

Propriété

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).
A et B sont des points du plan.



On appelle **couple de coordonnées** du vecteur $\overline{AB}$ le couple de nombres réels $(x ; y)$ tels que : $\overline{AB} = x\overline{OI} + y\overline{OJ}$.

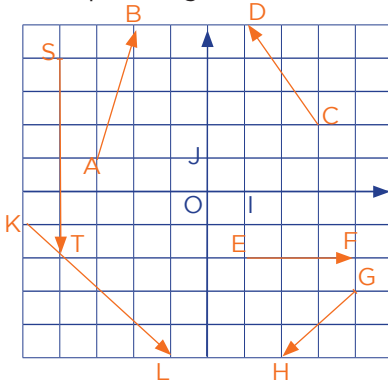
On note : $\overline{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ou $\overline{AB}(x ; y)$.

Remarque

Le vecteur nul a pour couple de coordonnées $(0 ; 0)$.

Exercice de fixation

3 On donne le quadrillage ci-dessous.



Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, une seule réponse est juste.

Écris le numéro de l'affirmation et la lettre qui correspond à la réponse juste.

		a	b	c
1	Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont :	(1 ; -4)	(1 ; 4)	(-1 ; -4)
2	Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CD}$ sont :	(-2 ; -3)	(2 ; -3)	(-2 ; 3)
3	Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{EF}$ sont :	(-3 ; 0)	(3 ; 0)	(0 ; 3)
4	Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{GH}$ sont :	(-2 ; 2)	(2 ; 2)	(-2 ; -2)
5	Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{KL}$ sont :	(4 ; -4)	(4 ; 4)	(-4 ; 4)
6	Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{ST}$ sont :	(0 ; 6)	(6 ; 0)	(0 ; -6)

c) Coordonnées d'un point

Propriété

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) et M est un point du plan.
M a pour coordonnées (x ; y) équivaut à $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$.

Exercice de fixation

4 (O, I, J) est un repère du plan et M un point.
Dans chacun des cas suivants, donne :

1. l'écriture du vecteur $\overrightarrow{OM}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$.

- a) M (2 ; 3) ; b) M (-2 ; 4) ;
c) M (0 ; 2) ; d) M (5 ; 0)

2. les coordonnées du point N.

a) $\overrightarrow{ON} = -3\overrightarrow{OI} + 2\overrightarrow{OJ}$; b) $\overrightarrow{ON} = -4\overrightarrow{OJ}$; c) $\overrightarrow{ON} = 2\overrightarrow{OI}$.

d) Vecteurs égaux

Propriété

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

A, B, C et D sont des points du plan, tels que :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}.$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \text{ équivaut à } x = x' \text{ et } y = y'.$$

Exercice de fixation

5 Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

Soit $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} a-1 \\ -2-b \end{pmatrix}$.

Détermine les valeurs des nombres réels a et b pour que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ soient égaux.

2

COORDONNÉES D'UNE SOMME DE VECTEURS**Propriété**

Le plan est muni d'un repère.
A, B, C et D sont des points du plan.

Si $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$, alors $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$.

Exercices de fixation

- 6 Soit (O, I, J) un repère du plan. On donne les vecteurs $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.
Calcule les coordonnées de chacun des vecteurs suivants :
a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$; b) $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF}$; c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF}$.

3

COORDONNÉES DU PRODUIT D'UN VECTEUR PAR UN NOMBRE RÉEL**Propriété**

Le plan est muni d'un repère. A et B sont des points du plan, k est un nombre réel.

Si $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, alors $k\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$.

Exercices de fixation

- 7 Le plan est muni d'un repère. On donne le vecteur $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$. Détermine le couple de coordonnées de chacun des vecteurs suivants : $2\overrightarrow{EF}$; $-3\overrightarrow{EF}$; $\sqrt{6}\overrightarrow{EF}$; $-\frac{3}{7}\overrightarrow{EF}$

8

Le plan est muni d'un repère. On donne les

vecteurs $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Détermine le couple de coordonnées de chacun des vecteurs : $3\overrightarrow{AB}$; $-2\overrightarrow{RS}$; $\frac{3}{2}\overrightarrow{RS}$; $3(\sqrt{2}\overrightarrow{AB})$.

4

VECTEURS COLINÉAIRES - VECTEURS ORTHOGONAUX**a) Vecteurs colinéaires****Propriété**

Le plan est muni d'un repère.
A, B, C, et D sont des points du plan tels que :

$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires équivaut à $xy' - yx' = 0$.

Exercices de fixation

9 Dans chacun des cas ci-dessous, vérifie si les vecteurs donnés sont colinéaires.

a) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$;

b) $\overrightarrow{ED} \begin{pmatrix} \sqrt{7} \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 2 \\ \sqrt{7} \end{pmatrix}$; c) $\overrightarrow{IJ} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{KT} \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$.

10 Le plan est muni d'un repère (O, I, J). Dans chacun des cas ci-dessous, détermine le nombre réel k pour que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ soient colinéaires.

a) $\overrightarrow{AB}(k-3; -2)$ et $\overrightarrow{CD}(3; 1)$;

b) $\overrightarrow{AB}(k+1; k)$ et $\overrightarrow{CD}(5; 1)$;

c) $\overrightarrow{AB}(2k+1; -2)$ et $\overrightarrow{CD}(1+k; 1)$.

11 (O, I, J) est un repère orthonormé et x un nombre réel. On donne les vecteurs

$$\overrightarrow{AB}(2; -\frac{1}{2}) ; \overrightarrow{CD}(x; \frac{2}{3}) ; \overrightarrow{EF}(5; x-1) \text{ et } \overrightarrow{GH}(-3; 3-x).$$

Détermine x pour que :

a) les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ soient colinéaires.

b) les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{GH}$ soient colinéaires.

b) Vecteurs orthogonaux

Propriété

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

A, B, C et D sont des points du plan.

$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont orthogonaux équivaut à $xx' + yy' = 0$.

Exercices de fixation

12 (O, I, J) est un repère orthonormé. On donne

$$\text{les vecteurs } \overrightarrow{AB} \left(3; -\frac{1}{5} \right) ; \overrightarrow{CD} \left(\frac{2}{5}; 6 \right) \text{ et } \overrightarrow{EF} \left(\frac{2}{3}; 4 \right).$$

1. Justifie que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux.

2. Les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont-ils orthogonaux ? Justifie ta réponse.

- 13 (O, I, J) est un repère orthonormé et x un nombre réel. On donne les vecteurs

$$\overrightarrow{AB}\left(2; -\frac{1}{2}\right); \overrightarrow{CD}(5; x-1) \text{ et } \overrightarrow{GH}(3-x; -3).$$

- Détermine x pour que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ soient orthogonaux.
- Détermine x pour que les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{GH}$ soient orthogonaux.

5

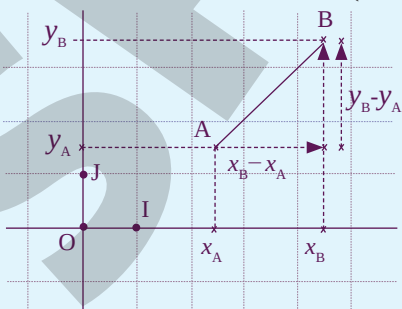
CALCULS DANS UN REPÈRE

- Calcul des coordonnées d'un vecteur

Propriété

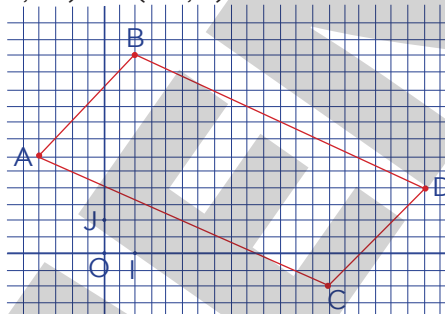
Le plan est muni d'un repère (O, I, J).
A et B sont deux points du plan.

Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$, alors $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.



Exercices de fixation

- 14 Dans le repère orthonormé (O, I, J) ci-dessous, sont placés les points $A(-2; 3)$, $B(1; 6)$, $C(7; -1)$ et $D(10; 2)$.



- Calcule les coordonnées de chacun des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{CD}$.
- Détermine graphiquement les coordonnées de chacun des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{CD}$.

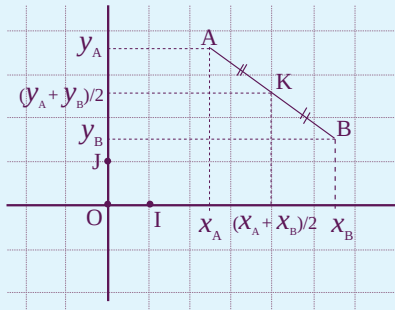
- 15 (O, I, J) est un repère du plan. On donne les points $A(3; -1)$; $B(8; 2)$ et $C(-1; 5)$.
Calcule les coordonnées de chacun des vecteurs suivants : $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.

b) Calcul des coordonnées du milieu d'un segment

Propriété

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) . A et B sont deux points du plan.

K est le milieu du segment $[AB]$.



Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$, alors $K(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2})$.

Exercices de fixation

- 16** (O, I, J) est un repère du plan . Dans chacun des cas suivants, calcule les coordonnées du point I milieu du segment $[AB]$.

- a) $A(3; 1)$ et $B(8; 2)$;
- b) $A(\sqrt{2}; 2)$ et $B(1; \sqrt{3})$;
- c) $A(-5; -3)$ et $B(5; 2)$.

- 17** (O, I, J) est un repère du plan . On donne les points $A(-3; 4)$ et $B(3; -1)$. Détermine les coordonnées du point E telles que E soit le symétrique de A par rapport à B.

- 18** (O, I, J) est un repère du plan . On donne les points $B(-2; 0)$; $C(-1; 1)$ et $D(1; 2)$.

Détermine les coordonnées du point F, tels que les segments $[FD]$ et $[BC]$ aient le même milieu.

c) Calcul de la distance de deux points

Propriété

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . A et B sont deux points du plan.

Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$, alors

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

Exercice de fixation

- 19** Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . On donne les points $A(1; 2)$; $B(2; 3)$ et $C(4; 6)$.

Calcule la longueur de chacun des côtés du triangle ABC.

Tests objectifs

- 1 Le plan est muni d'un repère (O, I, J) . On donne les points $A(5; -2)$; $B(-3; -4)$ et le vecteur $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$. Associe chaque vecteur (de gauche) à son couple de coordonnées (de droite).

$$\overrightarrow{AB} \quad \bullet \quad \bullet \quad \begin{pmatrix} 6 \\ -9 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} \quad \bullet \quad \bullet \quad \begin{pmatrix} -8 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$-\frac{3}{2}\overrightarrow{CD} \quad \bullet \quad \bullet \quad \begin{pmatrix} -12 \\ 4 \end{pmatrix}$$

- 2 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . Écris le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de V si la proposition est vraie ou de F si elle est fausse.

1. Si $A(a; b)$ et $B(c; d)$, alors $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} c-a \\ b-d \end{pmatrix}$.

2. Si $A(a; b)$ et $B(c; d)$, alors $AB = \sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2}$

3. Les vecteurs $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ sont égaux si : $a = d$ et $b = c$.

- 3 Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

On donne les points $A(2; 3)$; $B(5; -2)$; $C(-1; -3)$ et $D(x; y)$. On veut déterminer les coordonnées du point D pour que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme.

Réarrange dans le bon ordre les étapes de raisonnement suivant :

1. Or : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} -1-x \\ -3-y \end{pmatrix}$

2. ABCD est un parallélogramme équivaut à : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

3. D'où : $D(-4; 2)$

4. Donc : $-1 - x = 3$ et $-3 - y = -5$

- 4 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . Complète les pointillés avec le mot qui convient :

« **orthogonaux** » ou « **colinéaires** ».

1. $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ sont
équivaut à $ac + bd = 0$.

2. $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ sont
équivaut à $ad - bc = 0$.

5 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

Écris le numéro de chacun des énoncés du tableau ci-dessous suivi de l'une des lettres a , b ou c qui permet d'obtenir la proposition correcte.

N°	Énoncés	Informations		
		a	b	c
1	Les vecteurs $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ sont colinéaires si :	$y = -9$	$y = -\frac{2}{9}$	$y = \frac{9}{2}$
2	Les vecteurs $\overrightarrow{MN} \begin{pmatrix} x \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PQ} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ sont orthogonaux si :	$x = 1$	$x = -1$	$x = 3$
3	Soit A (0 ; -2) et B (1 ; 3) deux points. Le point K, milieu du segment [AB], a pour couple de coordonnées :	$\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$	$\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$	$\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

Exercices de renforcement / approfondissement

6 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

Dans chacun des cas suivants, dis si le triangle ABC est rectangle ou non. Justifie ta réponse.

1. A (4 ; 1), B(-2 ; 0) et C(-1 ; -6).
2. A(1 ; 4), B(5 ; -2) et C(-1 ; -1).
3. A(2√2; 2), B(0 ; 4) et C(-√2; 0).

7 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

On donne les points : A(-1 ; -3), B(-3 ; 3), C(4 ; 2) et D(5 ; -1).

1. Place les points A, B, C et D dans le repère.
2. Démontre que le quadrilatère ABCD est un trapèze rectangle.

8 (O, I, J) est un repère du plan. On donne les points A(1 ; 4), B(-1 ; -1) et C(5 ; 1). Détermine les coordonnées du point D, telles que ABCD soit un parallélogramme.

9 (O, I, J) est un repère orthonormé du plan. On donne les points A(-1 ; 1), B(1 ; 2), C(3 ; -2) et E(3 ; 1).

1. Démontre que le triangle ABC est rectangle en B.
2. a) Calcule le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC.
b) Détermine les coordonnées du centre P du cercle circonscrit au triangle ABC.
3. Justifie que le point E est un point du cercle circonscrit au triangle ABC.

- 10** Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . A, B, C et D sont des points du plan. Soit $\overrightarrow{AB}(a; b)$ et $\overrightarrow{CD}(c; d)$ deux vecteurs non nuls. Relie chaque groupe de mots de la colonne A par la formule de la colonne B qui lui convient.

A

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires •

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux •

B

- $ad + bc = 0$
- $ac + bd = 0$
- $ad - bc = 1$
- $ad - bc = 0$
- $ac - bd = 0$

- 11** (O, I, J) est un repère orthonormé. On donne les points $E(-2; 2)$, $F(3; 2)$ et $G(1; -2)$. M est le milieu du segment $[FG]$ et N le symétrique de E par rapport à M.
- Détermine les coordonnées du point M, puis celles du point N.
 - Démontre que le quadrilatère EFNG est un losange.

- 12** (O, I, J) est un repère orthonormé. On donne les points $A(-2; 2)$, $B(2; 4)$ et $C(0; -2)$.

- Démontre que ABC est un triangle rectangle isocèle en un point que tu préciseras.
- Détermine les coordonnées du point H, pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC.
- Soit G le centre de gravité du triangle ABC. Calcule les coordonnées de G.
- Vérifie la relation : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

- 13** Le plan est muni d'un repère (O, I, J) . On donne les points :

$A(-\frac{1}{3}; 3)$; $B(\frac{5}{3}; 5)$; $C(4; \frac{1}{2})$ et $D(1; -\frac{5}{2})$.

- Justifie que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
- Dis si les droites (AD) et (BC) sont parallèles ou sécantes. Justifie ta réponse.

- 14** Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

Soient les points $A(8; 0)$ et $B(2; 2\sqrt{3})$.

On désigne par (C) le cercle de centre O et de rayon 4 cm.

- Démontre que le point B appartient au cercle (C) .
- Démontre que la droite (AB) est tangente au cercle (C) .
- Fais une figure, sans calculer une valeur approchée de $\sqrt{3}$.

- 15** Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

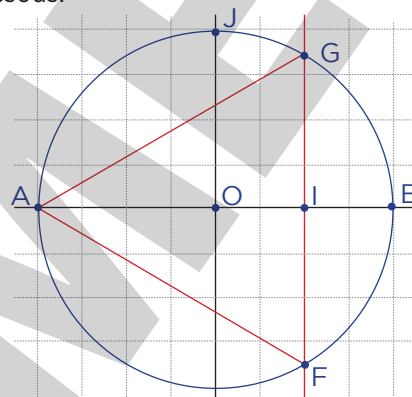
Soient $A(1; 2)$; $B(\sqrt{3}; \sqrt{2})$; $C(-1; -\sqrt{2})$ et

$D(\sqrt{3}; 2)$ des points du plan.

Justifie que les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires.

Situations d'évaluation

- 16** Un menuisier a reçu une commande de table ronde marquée d'un motif triangulaire ayant ses côtés de même dimension et les sommets sur le bord de la table. Avant de procéder au découpage des feuilles de contre-plaqué, il réalise une construction sur du papier quadrillé comme l'indique la figure ci-dessous.



Il soumet sa construction à l'appréciation de son fils, élève en classe de 3^e, pour savoir si le triangle obtenu répond bien aux exigences du client.

On considère le repère orthonormé (O, B, J) .

- Détermine graphiquement les coordonnées des points A , F et G .
- Démontre que le triangle obtenu répond bien aux exigences du client.

17 Lors d'une séance de travaux dirigés, un professeur de mathématiques donne à ses élèves l'information suivante :

« Ptolémée (IIe siècle après J.C) a démontré que dans tout quadrilatère convexe inscrit dans un cercle, le produit des longueurs des diagonales est égal à la somme des produits des longueurs des côtés opposés ».

Par la suite, il réalise un quadrillage dans lequel on a : A (-3 ; 1), B (-2 ; 4), C (6 ; 4), D (5 ; -3) et E (2 ; 1).

Enfin, il leur demande de vérifier le résultat du mathématicien Ptolémée dans ce cas particulier. Ceux-ci éprouvent des difficultés.

Tu es sollicité(e) pour les aider en répondant aux consignes suivantes :

1. Démontre que les points A, B, C et D appartiennent à un cercle de centre E.
2. a) Calcule les longueurs des côtés du quadrilatère ABCD.
b) Calcule les longueurs des diagonales [AC] et [BD].
c) Dédus-en que :
 $AC \times BD = AB \times CD + AD \times BC$.

Exercice 1 (4 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

Écris le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de V si la proposition est vraie ou de F si elle est fausse.

1. Si $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ sont deux vecteurs tels que $ad = bc$, alors $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.
2. Soit deux vecteurs $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$. Les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires si $ac - bd = 0$.
3. Soit K le milieu du segment [AB]. Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$, alors $K \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$.
4. Si $M(x_M; y_M)$ et $N(x_N; y_N)$, alors $MN = \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2}$.

Exercice 2 (4 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir 3 affirmations dont une seule est vraie.

Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne correspondant à la bonne réponse.

N°	Énoncés	Informations		
		A	B	C
1	Si les vecteurs $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ sont tels que $ac + bd = 0$, alors :	$(AB) \perp (CD)$	$(AB) \parallel (CD)$	(AB) et (CD) sont confondues
2	Les points A (-4 ; 2), B(1 ; -1) et C (5 ; y) sont alignés si :	$y = \frac{17}{5}$	$\frac{5}{17}$	$y = -\frac{17}{5}$
3	Soit E (-3 ; 5), F (1 ; -7) et G (-1 ; -1) trois points. Le point ...	E est le milieu de [FG]	G est le milieu de [EF]	F est le milieu de [EG]
4	Soit L (-1 ; 2) et Q (-3 ; -2) deux points. Les coordonnées du vecteur sont :	$\overrightarrow{LQ} \begin{pmatrix} -1+3 \\ 2+2 \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{LQ} \begin{pmatrix} -3-1 \\ -2+2 \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{LQ} \begin{pmatrix} -3+1 \\ -2-2 \end{pmatrix}$

Exercice 3 (8 points)

On considère dans un repère les points : A(0 ; -4), B(6 ; 2), C(2 ; 5), M(4 ; 0) et $P \left(\frac{14}{3}; 3 \right)$.

1. Démontre que le point M appartient à la droite (AB).

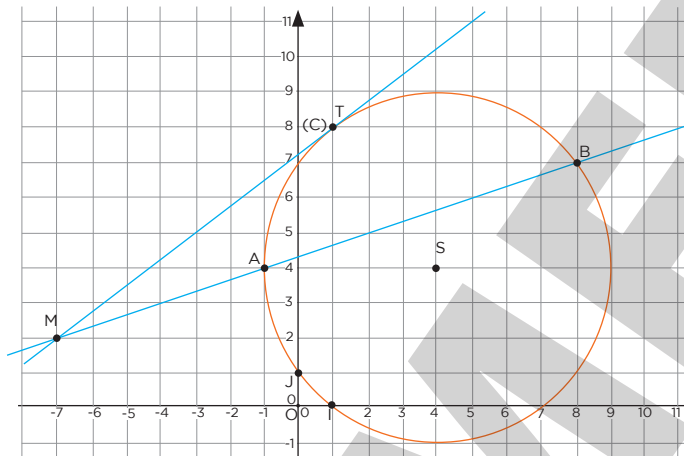
2. Soit le point Q tel que : $\overrightarrow{AQ} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AC}$.

Justifie que le point Q a pour couple de coordonnées $\left(\frac{4}{3}; 2 \right)$.

3. Démontre que le quadrilatère MPCQ est un parallélogramme.

Exercice 4 (4 points)

Le club de mathématiques d'un lycée initie des séances de recherche avec des élèves de 3^e. Lors de l'une de ces séances, un professeur présente à ceux-ci le graphique ci-dessous.



Il donne ensuite l'information suivante :

« Par un point M extérieur au cercle, en traçant une sécante qui le coupe en A et B, et une tangente en T, les produits $MA \times MB$ et MT^2 sont égaux. Cette propriété est connue sous le nom de la puissance d'un point par rapport à un cercle. »

Ces élèves de 3^e souhaitent vérifier ce résultat afin de comprendre.

Informé(e), tu es sollicité(e) afin de les aider à vérifier ce résultat dans le cas suivant : Dans le repère orthonormé (O, I, J),

- (C) est un cercle de centre $S(4; 4)$;
- $A(-1; 4)$, $B(8; 7)$, $M(-7; 2)$ et $T(1; 8)$.

1. Justifie que les points A, B et T appartiennent au cercle (C).
2. Démontre que le point A appartient au segment [MB] .
3. Démontre que la droite (MT) est tangente au cercle (C).
4. Démontre que les produits $MA \times MB$ et MT^2 sont égaux.





Exemple de devoir de niveau

2

Leçons concernées

- Calcul numérique
- Angles inscrits
- Vecteurs
- Équations et Inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}$
- Coordonnées de vecteurs

Format des devoirs surveillés du niveau 3^e (1 h)

Exercice 1 : Test objectif portant sur des habiletés de plusieurs leçons des compétences 1 et 2 (niveau de taxonomie 1 ou 2) ;

Exercice 2 : Test objectif portant sur des habiletés de plusieurs leçons de la compétence 3 (niveau de taxonomie 1 ; 2 ou 3) ;

Exercice 3 : Exercice de renforcement portant sur la compétence 1 ou la compétence 2 ;

Exercice 4 : Exercice de renforcement portant sur la compétence 3 ;

Exercice 5 : Exercice d'approfondissement ;

Exercice 6 : Situation d'évaluation.

Exercice 1 2 Points

Écris le numéro de chacune des propositions du tableau ci-dessous suivi de V si la proposition est vraie ou de F si elle est fausse.

N°	Affirmations
1	$\frac{3x}{x+1} = \frac{-2}{5}$ équivaut à $\frac{3x}{-2} = \frac{x+1}{5}$.
2	L'équation $x^2 = 1$ admet une seule solution dans $\mathbb{R}$.
3	On donne : $\sqrt{11} = 3,316624$. L'arrondi d'ordre 2 de $\sqrt{11}$ est : 3,31.
4	Si $a < 0$, $b < 0$ et $a < b$, alors $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

Exercice 2 3 Points

Écris le numéro de chaque énoncé du tableau ci-dessous suivi de l'une des lettres A, B, C ou D qui donne l'affirmation vraie.

N°	Énoncés	A	B	C	D
1	Les vecteurs $\overrightarrow{PR}$ et $\overrightarrow{CQ}$ tels que : $\overrightarrow{PR} = -2\overrightarrow{CQ}$	ont la même direction et le même sens.	sont de directions différentes et de sens contraires.	ont la même direction et sont de sens contraires.	sont de directions différentes et de même sens.
2	Les vecteurs $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$ sont	orthogonaux	colinéaires	opposés	de même sens
3	Si K est le milieu de [DG], alors :	$\overrightarrow{DK} = \overrightarrow{GK}$	$\overrightarrow{DK} + \overrightarrow{KG} = \vec{0}$	$\overrightarrow{KD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DG}$	$\overrightarrow{DG} = 2\overrightarrow{KG}$
4	Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne les points R(-4; 2) et S(-1;-2). La distance RS est égale à :	-3	25	5	1

Exercice 3 3 Points

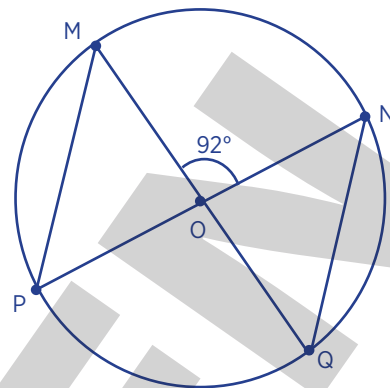
On donne les intervalles I et J tels que : $I = [-3 ; 2]$ et $J =]-1; \rightarrow [$.

1. Calcule l'amplitude et le centre de I.
2. x étant un nombre réel appartenant à I, caractérise I par des inégalités.
3. a) Représente les intervalles I et J sur une droite graduée.
b) Détermine $I \cap J$.

Exercice 4 3 Points

Sur la figure ci-contre, les points M, N, P et Q sont sur le cercle (C) de centre O, et la mesure de l'angle $\widehat{MON}$ est égale à 92° .

1. Nomme deux angles inscrits aigus qui interceptent le même arc $\widehat{PQ}$.
2. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{PNQ}$.
3. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{PMQ}$.



Exercice 5 5 Points

L'unité de longueur est le centimètre. Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , on donne les points $M(-2; -2)$, $N(-4; 4)$, $P(2; 6)$ et $Q(4; 0)$.

1. Place les points M, N, P et Q dans le plan muni du repère (O, I, J) .
2. Démontre que les segments $[MP]$ et $[NQ]$ ont le même milieu.
3. Justifie que : $MP = NQ$.
4. Justifie que les vecteurs $\overrightarrow{MP}$ et $\overrightarrow{NQ}$ sont orthogonaux.
5. Déduis des questions précédentes que le quadrilatère MNPQ est un carré.

Exercice 5 4 Points

Une usine pharmaceutique met sur le marché un nouveau médicament. Les frais de fabrication de chacun des 2 000 premiers exemplaires s'élèvent à 450 F CFA. Les frais de fabrication de chacun des exemplaires suivants chutent à 200 F CFA. Le médicament est vendu à 800 F CFA l'unité. Le gouvernement décide alors d'homologuer le prix de vente de ce médicament à 800 F CFA l'unité. L'industriel veut avoir une idée du nombre d'exemplaires de médicaments qu'il doit vendre pour réaliser des bénéfices. Tu es sollicité(e) pour lui apporter ton aide.

Soit x le nombre de médicaments vendus.

1. Exprime les dépenses effectuées par l'industriel en fonction de x .
2. Justifie que le nombre x est solution de l'inéquation (I) : $8x > 2x + 5000$.
3. a) Résous l'inéquation (I).
b) Déduis-en le nombre minimum d'exemplaires de médicaments que l'industriel doit vendre pour réaliser des bénéfices.

ÉQUATIONS DE DROITES

Habiletés et contenus

- ✓ **Identifier** une équation de droite ; le coefficient directeur d'une droite.
- ✓ **Connaître** les propriétés relatives à la perpendicularité ou au parallélisme de deux droites.
- ✓ **Déterminer** une équation d'une droite passant par deux points ; une équation d'une droite passant par un point et parallèle à une droite donnée ; une équation d'une droite passant par un point et de vecteur directeur donné ; une équation d'une droite passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée dans un repère orthonormé ; le coefficient directeur d'une droite.
- ✓ **Vérifier** l'appartenance ou non d'un point à une droite.
- ✓ **Construire** une droite dont on connaît une équation ; une droite connaissant un de ses points et son coefficient directeur.
- ✓ **Calculer** le coefficient directeur d'une droite passant par deux points et non parallèle à l'axe des ordonnées.
- ✓ **Lire** graphiquement le coefficient directeur d'une droite dans un quadrillage.
- ✓ **Justifier** que deux droites sont parallèles ; que deux droites sont perpendiculaires.
- ✓ **Traiter** une situation faisant appel aux équations de droites.

Situation d'apprentissage

Madame ABO, animatrice de l'Unité Pédagogique (UP) d'HISTOIRE-GÉOGRAPHIE d'une région, décide d'innover en partageant une collation avec tous ses autres collègues après la prochaine réunion qui se tiendra dans l'établissement où elle exerce.

Elle souhaite leur offrir des croissants et des canettes de sucrerie. Pour cela, elle demande à sa fille Nadège de se renseigner sur les prix des différents croissants et canettes de sucrerie dans le supermarché du quartier.

Après s'être renseignée, celle-ci informe sa mère que les croissants sont à 350 FCFA l'unité et les canettes à 250 FCFA l'unité. Ayant prévu la somme de 35000 FCFA pour cette collation, Madame ABO demande à sa fille de déterminer le nombre de croissants et de canettes de sucrerie qu'elle pourra acheter avec cette somme. Ne sachant pas comment s'y prendre, Nadège,

élève en classe de troisième, expose le problème à son professeur de mathématiques.

Le professeur décide d'étudier, avec tous les autres élèves de la classe, les équations de droites pour aider Nadège à répondre à la préoccupation de sa mère.



Prendre un bon départ

Révision 1 Équations du 1^{er} degré dans $\mathbb{R}$

A/ Parmi les expressions ci-dessous, indique celles qui sont des équations du premier degré dans $\mathbb{R}$.

- a) $2x + 1 > 0$; b) $y + 2 = 3$; c) $z + 2 = 4z + 1$;
d) $3t + 1$; e) $2u = 3$; f) $2w < 5$; g) $x^2 - 5 = 0$.

B/

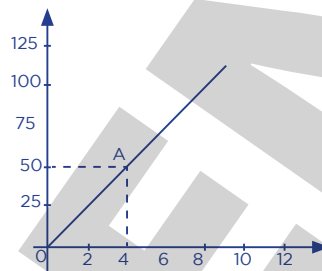
- Vérifie que 2 est solution de l'équation : $2x + 1 = 5$.
- Vérifie que 0 n'est pas solution de l'équation : $-3x + 1 = 2$.

C/ Résous dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes :

- a) $2x - 5 = 0$; b) $\frac{1}{3}y - 1 = 2$; c) $x - 2 = 3x + 5$.

Révision 2 Coefficient de proportionnalité

Le graphique ci-dessous représente une situation de proportionnalité.



Détermine le coefficient de proportionnalité.

Révision 3 Coordonnées d'un point, coordonnées d'un vecteur

A/ Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

Place les points M(-1; 1) ; N(5; 1) ; P(1; -2) dans le repère (O, I, J).

B/ Soit A et B deux points du plan tels que : $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$.
Indique la lettre qui correspond à la bonne réponse.

Le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est :

- a) $(x_A - x_B; y_A - y_B)$; b) $(x_B - x_A; y_B - y_A)$;
c) $(x_B - x_A; y_A - y_B)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C/ On donne les points $A(2; -1)$, $B(-2; 3)$ et $C(1; -1)$.

Détermine les coordonnées de chacun des vecteurs suivants : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

Révision 4 Vecteurs colinéaires, vecteurs orthogonaux

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{A'B'} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont deux vecteurs du plan.

Complète les phrases suivantes :

1. $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{A'B'}$ sont orthogonaux si et seulement si
2. $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{A'B'}$ sont colinéaires si et seulement si



Résumé de cours - Exercices de fixation

1

ÉQUATIONS DE DROITES

Propriété

Le plan est muni d'un repère.

a , b et c sont des nombres réels tels que a et b ne sont pas nuls à la fois.

- Toute droite a une équation de la forme : $ax + by + c = 0$.
- Toute équation de la forme : $ax + by + c = 0$ est une équation de droite.

Exercice de fixation

1 Parmi les équations ci-dessous, indique celles qui sont des équations de droites.

a) $2x + y - 5 = 0$; b) $-x + \frac{1}{y} - 2 = 0$;

c) $y + 2x = 3$; d) $\frac{4}{x} + \frac{3}{y} - 5 = 0$.

2

APPARTENANCE D'UN POINT À UNE DROITE

Propriété

Le plan est muni d'un repère. a , b et c sont des nombres réels tels que a et b ne sont pas nuls à la fois. Soit $A(x_A ; y_A)$ un point du plan et (D) une droite d'équation $ax + by + c = 0$.

$A \in (D)$ si et seulement si $ax_A + by_A + c = 0$.

Exercices de fixation

2 Associe le numéro de chaque équation de droite de la colonne A à la lettre de la colonne B qui correspond au point qui lui appartient.

N°	Colonne A
1	(D) : $2x + y - 5 = 0$
2	(D) : $x + y - 3 = 0$
3	(D) : $3x + 2y - 1 = 0$

N°	Colonne B
a	M (1 ; 2)
b	M (1 ; -1)
c	M (1 ; 3)

3

On donne la droite (D) d'équation :

$$3x - 2y + 3 = 0.$$

Parmi les points ci-dessous, indique ceux qui appartiennent à la droite (D).

E(1 ; 3) ; F(-1 ; 1) ; G($\frac{7}{3}$; 2) ; H(0 ; $\frac{2}{3}$) et P(-1 ; 0).

3

ÉQUATION RÉDUITE D'UNE DROITE

Définition

Le plan est muni d'un repère.

m et p sont deux nombres réels.

(D) est une droite non parallèle à l'axe des ordonnées.

On appelle équation réduite de la droite (D), l'équation de la forme : $y = mx + p$.

m est le coefficient directeur de la droite (D) et p est son ordonnée à l'origine.

Remarques

- Une droite parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme : $x = k$ où k est un nombre réel.
- Une droite parallèle à l'axe des ordonnées n'a ni coefficient directeur ni ordonnée à l'origine.

Exemple

Le plan est muni d'un repère. On donne la droite (D) dont une équation est : $15x + 5y - 20 = 0$.

Déterminons l'équation réduite de la droite (D).

Écrivons y en fonction de x .

En effet, l'équation $15x + 5y - 20 = 0$ peut s'écrire $5y = -15x + 20$.

En multipliant chaque membre de l'égalité $5y = -15x + 20$ par l'inverse de 5, on obtient $y = -3x + 4$.

On conclut que l'équation $y = -3x + 4$ est l'équation réduite de la droite (D).

-3 est le coefficient directeur de (D) et 4 est l'ordonnée à l'origine de (D).

Exercices de fixation

4 Parmi les équations de droites ci-dessous, indique celles qui sont des équations réduites.

- a) $4x - y + 5 = 0$; b) $2y = 5 - 3x$;
c) $y = -5x + 1$; d) $y = 2x$.

.....

.....

.....

.....

5 (D), (D') et (D'') sont trois droites d'équations respectives : $5x + 10y + 15 = 0$; $-x + 2y + 4 = 0$ et $7x + 14y - 2 = 0$.

Pour chacune des droites, détermine l'équation réduite.

.....

.....

.....

.....

.....

4

COEFFICIENT DIRECTEUR D'UNE DROITE

Propriété 1

Soit $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ deux points distincts appartenant à une droite (D).

Si (D) est une droite non parallèle à l'axe des ordonnées, alors le coefficient directeur de la droite (D) est : $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

Propriété 2

a est un nombre réel.

Si une droite (D) a pour coefficient directeur a , alors un vecteur directeur de (D) a pour couple de coordonnées $(1 ; a)$.

Exercices de fixation

6 Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), on donne les points $A(1 ; 3)$, $B(-1 ; 5)$ et $E(3 ; 7)$.

Détermine le coefficient directeur de chacune des droites suivantes : (AB) ; (AE) et (BE).

.....

.....

.....

.....

.....

7 Pour chacune des propositions du tableau ci-dessous, mets une croix dans la colonne qui convient.

N°	Proposition	Vrai	Faux
1	Si une droite (D) a pour équation : $y = 2x + 1$, alors un vecteur directeur de (D) a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.		
2	Si une droite (D) a pour équation : $y = x - 2$, alors un vecteur directeur de (D) a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.		
3	Si une droite (D) a pour équation : $y = -3x + 5$, alors un vecteur directeur de (D) a pour coordonnées $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.		
4	Si une droite (D) a pour équation : $y = -x + 5$, alors un vecteur directeur de (D) a pour coordonnées $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$.		

5

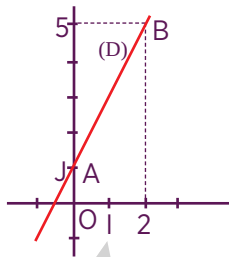
CONSTRUCTION D'UNE DROITE**a) Construction d'une droite connaissant une de ses équations****Exemple**

Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), traçons la droite (D) d'équation : $2x - y + 1 = 0$.

- Déterminons les coordonnées de deux points appartenant à la droite (D).
 - Pour $x = 0$, $2 \times 0 - y + 1 = 0$, donc : $y = 1$;
 - Pour $x = 2$, $2 \times 2 - y + 1 = 0$, donc : $y = 5$.
- Établissons le tableau ci-dessous

	A	B
x	0	2
y	1	5
	A(0 ; 1)	B(2 ; 5)

- Traçons la droite passant par les points A et B. Cette droite est la droite (D).

**Exercices de fixation**

8

Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), trace la droite (D) d'équation : $y = -3x + 5$.

9

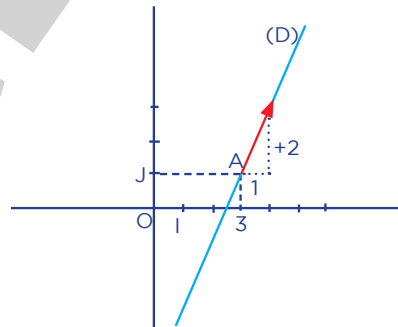
Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), trace la droite (D) d'équation : $2x + 3y - 6 = 0$.

b) Construction d'une droite passant par un point dont on connaît le coefficient directeur**Exemple**

Dans le plan muni d'un repère, traçons la droite (D) passant par le point A(3 ; 1) et de coefficient directeur 2.

Un vecteur directeur de la droite (D) a pour couple de coordonnées (1 ; 2).

À partir du point A, on construit le vecteur de couple de coordonnées (1 ; 2).

**Exercices de fixation**

10

Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), trace la droite passant par le point E(-1 ; 2) et de coefficient directeur 1.

- 11 Dans le plan muni d'un repère (O, I, J) , trace la droite passant par le point $E(-1; 2)$ et de coefficient directeur -2 .

6

DÉTERMINATION D'ÉQUATIONS DE DROITES

- a) **Détermination d'une équation de droite passant par deux points dont on connaît les coordonnées.**

Exemple

Déterminons une équation de la droite (D) passant par les points $A(-1; 2)$ et $B(2; 3)$.

Soit $M(x; y)$ un point appartenant à la droite (D) .

Les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont donc colinéaires.

Déterminons les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$.

$$\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x - (-1) \\ y - 2 \end{pmatrix}; \text{ donc : } \overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x + 1 \\ y - 2 \end{pmatrix}.$$

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 - (-1) \\ 3 - 2 \end{pmatrix}; \text{ donc : } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires équivaut à :

$$1(x + 1) - 3(y - 2) = 0.$$

On a donc : $x - 3y + 7 = 0$.

On conclut que $x - 3y + 7 = 0$ est une équation de la droite (D) .

Exercices de fixation

- 12 Associe le numéro des points M et N de la colonne A à la lettre de la colonne B qui correspond à l'équation de la droite (MN) qui convient.

N°	Colonne A
1	$M(3; -4)$ et $N(0; \frac{1}{2})$
2	$M(1; 2)$ et $N(3; 0)$
3	$M(2; 1)$ et $N(3; -1)$

N°	Colonne B
a	$(D) : 2x + y - 5 = 0$
b	$(D) : x + y - 3 = 0$
c	$(D) : 3x + 2y - 1 = 0$

- 13 Le plan est muni d'un repère (O, I, J) . Dans chacun des cas suivants, détermine une équation de la droite (AB) .

- a) $A(1; 1)$ et $B(-2; 2)$;
 b) $A(2; 4)$ et $B(2; 2)$;
 c) $A(-\frac{3}{4}; -\frac{1}{4})$ et $B(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3})$;
 d) $A(-\sqrt{2}; 1)$ et $B(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

- b) **Détermination d'une équation d'une droite passant par un point et de vecteur directeur donné**

Exemple

Déterminons une équation de la droite (D) passant par le point $A(-1; -2)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

$$\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Soit $M(x; y)$ un point appartenant à la droite (D) .

Les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont donc colinéaires.

Déterminons les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AM}$.

$$\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x - (-1) \\ y - (-2) \end{pmatrix}; \text{ donc : } \overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x + 1 \\ y + 2 \end{pmatrix}.$$

$\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires équivaut à :

$$-3(x + 1) - 2(y + 2) = 0.$$

On a donc : $-3x - 2y - 7 = 0$.

On conclut que $-3x - 2y - 7 = 0$ est une équation de la droite (D) .

Exercices de fixation

- 14 Le plan est muni d'un repère (O, I, J). Détermine une équation de la droite (D) passant par le point E(3 ; 5) et de vecteur directeur $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- 15 Le plan est muni d'un repère (O, I, J). Détermine une équation de la droite (D) passant par le point A(-2 ; 1) et de vecteur directeur $\overrightarrow{ST} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) Détermination d'une équation d'une droite passant par un point et de coefficient directeur donné

Exemple

Déterminons une équation de la droite (D) passant par le point A(3 ; 1) et de coefficient directeur 2.

Soit a et b deux nombres réels et $y = ax + b$ l'équation réduite de (D).

$a = 2$; on a donc : $y = 2x + b$.

Déterminons b .

Puisque A(3 ; 1) appartient à la droite (D), donc : $1 = 2 \times 3 + b$; d'où $b = -5$.

Donc, (D) : $y = 2x - 5$.

Exercices de fixation

- 16 Détermine une équation de la droite (D) passant par le point A(-1 ; 1) et de coefficient directeur 3.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- 17 Détermine une équation de la droite (D) passant par le point E(2 ; 2) et de coefficient directeur -2.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7

POSITIONS RELATIVES DE DEUX DROITES

a) Droites parallèles

Propriété

Le plan est muni d'un repère (O, I, J). (D) et (D') sont deux droites d'équations réduites respectives $y = mx + p$ et $y = m'x + p'$ où m , p , m' et p' sont quatre nombres réels.

(D) // (D') équivaut à $m = m'$.

Exercices de fixation

18 Le plan est muni d'un repère .

Pour chacune des propositions ci-dessous, mets une croix dans la colonne qui convient.

N°	Propositions	Vrai	Faux
1	Si (D) : $y = 2x + 1$ et (D') : $y = -2x + 5$, alors (D) et (D') sont parallèles.		
2	Si (D) : $y = x + 1$ et (D') : $y = x + 5$, alors (D) et (D') sont parallèles.		
3	Si (D) : $y = -x + 1$ et (D') : $y = 2x + 5$, alors (D) et (D') sont parallèles.		
4	Si (D) : $x - y + 1 = 0$ et (D') : $-2x + 2y - 3 = 0$, alors (D) et (D') sont parallèles.		

19 Associe le numéro de chaque droite (D) de la colonne A à la lettre de la colonne B qui correspond à la droite (D') telle que (D) est parallèle à (D').

N°	Colonne A
1	(D) : $y = x + 3$
2	(D) : $y = -5x + 1$
3	(D) : $y = 2x - 11$
4	(D) : $y = -x + 9$

N°	Colonne B
a	(D') : $y = 2x + 10$
b	(D') : $y = -x - 3$
c	(D') : $y = x + 5$
d	(D') : $y = -5x + 6$

b) Droites perpendiculaires

Propriété

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). (D) et (D') sont deux droites d'équations réduites respectives $y = mx + p$ et $y = m'x + p'$ où m, p, m' et p' sont quatre nombres réels. (D) $\perp$ (D') équivaut à $m \times m' = -1$.

Exercices de fixation

20 Le plan est muni d'un repère orthonormé. Écris le numéro de chacune des propositions ci-dessous, suivi de V si la proposition est vraie ou de F si la proposition est fausse.

N°	PROPOSITIONS
1	Si (D) : $y = 2x + 1$ et (D') : $y = -\frac{1}{2}x + 5$, alors les droites (D) et (D') sont perpendiculaires.
2	Si (D) : $y = x + 1$ et (D') : $y = x + 5$, alors les droites (D) et (D') sont perpendiculaires.
3	Si (D) : $y = x + 1$ et (D') : $y = 2x + 5$, alors les droites (D) et (D') sont perpendiculaires.
4	Si (D) : $x - 3y + 3 = 0$ et (D') : $-3x - y + 5 = 0$, alors les droites (D) et (D') sont perpendiculaires.

21 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

On donne les droites (D₁), (D₂), (D₃), (D₄) et (D₅), d'équations respectives :

$$y = \frac{3}{4}x + 1 ; y = \frac{4}{3}x - 11 ; y = -\frac{8}{6}x + 1 ;$$

$$y = -\frac{3}{4}x - \frac{1}{3} \text{ et } y = \frac{4}{3}x + 1.$$

Parmi ces droites, indique celles qui sont perpendiculaires.

Tests objectifs

1 Dans le plan muni d'un repère orthonormé, (D) et (D') sont deux droites de coefficients directeurs respectifs m et m' .

Remplace les pointillés dans les phrases ci-dessous par les expressions suivantes : $m \times m' = -1$; $m = m'$ pour avoir des propriétés correctes.

- Si , alors les droites (D) et (D') sont parallèles.
- Si , alors les droites (D) et (D') sont perpendiculaires.

2 Réordonne les groupes de mots suivants pour obtenir une définition correcte.

et d'ordonnée / a pour équation / toute droite (D) / à l'origine q / réduite $y = px + q$ / de coefficient directeur p

3 Le plan est muni d'un repère orthonormé.

Écris le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de V si la proposition est vraie ou de F si elle est fausse.

- Le vecteur $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (L) d'équation : $y = 3x - 7$.
- Les droites (D) et (T) d'équations respectives : $y = 2x + 7$ et $y = \frac{1}{2}x - 3$ sont perpendiculaires.
- Les droites (Δ) et (D) d'équations respectives : $y = -x + 5$ et $-y = x - 2$ sont parallèles.
- Le coefficient directeur de la droite (D) d'équation : $-3x + y - 1 = 0$ est -3 .

4 Le plan est muni d'un repère orthonormé.

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir 3 affirmations dont une seule est vraie.

Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne correspondant à la bonne réponse.

N°	ÉNONCÉS	INFORMATIONS		
		A	B	C
1	L'équation réduite de la droite (L) d'équation $2x - y + 7 = 0$ est :	$y = -2x + 7$	$y = 2x - 7$	$y = 2x + 7$
2	Un vecteur directeur de la droite (D) d'équation $y = -2x + 3$ est :	$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$
3	Le coefficient directeur de la droite (Q) d'équation $-4x + y - 1 = 0$ est :	-4	4	1
4	Les droites (Δ) et (T) d'équations respectives $y = -x + 3$ et $y = x - 7$ sont :	parallèles	perpendiculaires	confondues

Exerce-toi

- 5 Associe le numéro de chaque énoncé de la colonne A à la lettre de la colonne B qui correspond à l'équation de la droite qui lui convient.

N°	Colonne A
1	L'équation réduite de la droite passant par les points A(3 ; 1) et B(-1 ; -3) est :
2	L'équation réduite de la droite passant par le point A(2 ; -3) et de coefficient directeur -2 est :
3	L'équation réduite de la droite passant par le point A(1 ; 2) et perpendiculaire à la droite (L) d'équation $y = \frac{1}{2}x + 4$ est :
4	L'équation réduite de la droite passant par le point A(-3 ; 1) et parallèle à la droite (L) d'équation $y = -3x + 2$ est :

N°	Colonne B
a	$y = -3x - 8$
b	$y = -2x + 4$
c	$y = -2x + 1$
d	$y = x - 2$

- 7 Dans le plan muni d'un repère, on donne les points suivants : A(2 ; 1) ; B(4 ; 2) ; C(-1 ; 0) et E(3 ; 2).

- Détermine le coefficient directeur de la droite (AB).
- Détermine une équation de chacune des droites (AB) et (CE).
- Justifie que les droites (AB) et (CE) sont parallèles.

Exercices de renforcement / approfondissement

- 6 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

- Détermine une équation de la droite (T) de coefficient directeur 5 et dont l'ordonnée à l'origine est -4.
- Justifie que le point A(1 ; 1) appartient à la droite (T).
- Détermine une équation de la droite (K) passant par le point A et perpendiculaire à (T).
- Détermine une équation de la droite (Q) passant par le point B(0 ; 2) et parallèle à (T).

- 8 1. Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), construis la droite (Δ) d'équation : $3x - y - 2 = 0$.

- a) Détermine une équation de la droite (L) passant par le point A(-2 ; 1) et perpendiculaire à la droite (Δ).
b) Construis la droite (L).

13 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

(C) est le cercle de centre $A(2 ; 3)$ et passant par le point $B(5 ; 1)$.

Détermine une équation réduite de la tangente en B au cercle (C).

14 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

Une droite (D) coupe l'axe (OI) en un point A d'abscisse 2 et l'axe (OJ) en un point B d'ordonnée 3.

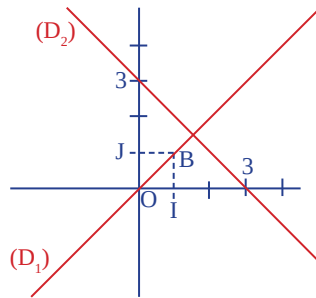
1. Construis la droite (D).
2. Démontre qu'une équation de la droite (D) est : $3x + 2y - 6 = 0$.
3. Soit (Δ) la droite qui passe par O et de vecteur directeur $\overrightarrow{RT} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.
 - a) Démontre que les droites (D) et (Δ) sont perpendiculaires.
 - b) Détermine une équation de la droite (Δ) .

15 Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , on considère la droite (R) d'équation $2x - y + 6 = 0$ et les points $A(-2 ; a)$, $B(b ; b)$, $E(3c ; c)$ et $F(-1;4)$ où a , b et c sont des nombres réels.

1. Justifie que F appartient à la droite (R).
2. Détermine a , b et c sachant que A, B et E appartiennent à la droite (R).
3. Construis la droite (R).
4. Détermine une équation de la droite (L) passant par F et perpendiculaire à (R).

16

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . Sur la figure ci-dessous, (D_1) et (D_2) sont deux droites. (D_1) passe par l'origine O du repère et le point B de coordonnées $(1; 1)$. (D_2) passe par les points $T(0; 3)$ et $K(3; 0)$.



1. Détermine une équation de chacune des droites (D_1) et (D_2) .
2. Justifie que les droites (D_1) et (D_2) sont perpendiculaires.

Bernard souhaite utiliser ces deux types de timbre et voudrait connaître le nombre de timbres de chaque type nécessaire pour l'expédition de ce cadeau.

On désigne par x le nombre de timbres de 250 Francs et par y le nombre de timbres de 350 Francs.

1. Complète le tableau ci-dessous :

Le prix de x timbres en fonction de x	Le prix de y timbres en fonction de y	Le prix total de x timbres et de y timbres en fonction de x et y

2. Exprime y en fonction de x .
3. À partir d'un graphique, détermine le nombre de timbres de chaque type utilisé.

Situations d'évaluation

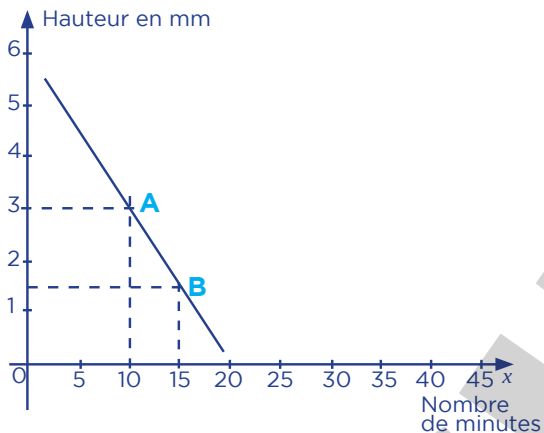
17

À l'occasion de la fête du nouvel an, Bernard se rend à la poste pour expédier un cadeau à son correspondant résidant en France.

Après la pesée de ce colis, l'agent lui fait savoir que l'affranchissement coûte 1750 Francs et lui propose ce jour-là des timbres de 250 Francs et de 350 Francs.

18

Au cours d'une séance de Travaux Pratiques (T. P) dans une classe de 3^e, le professeur de physique - chimie utilise un flacon contenant un liquide qui s'évapore peu à peu. Il souhaite déterminer le temps d'évaporation du liquide restant. Pour cela, sur le graphique ci-dessous, il a représenté en fonction du temps d'évaporation x , la hauteur y , en mm du liquide restant dans le flacon par la droite (AB).



1. À l'aide du graphique, détermine :
 - a) la hauteur du liquide en début d'expérience.
 - b) le nombre de minutes pour que le liquide s'évapore totalement.
2. Détermine une équation de la droite (AB).
3. Retrouve, par les calculs, les résultats de la question 1.



Exercice 1 (4 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

Écris le numéro de chacune des propositions suivantes suivi de V si la proposition est vraie ou de F si elle est fausse.

1. L'équation $x^2 - 2y + 4 = 0$ est une équation de droite.

Exercice 2 (4 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir 3 affirmations dont une seule est vraie.

Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne correspondant à la bonne réponse.

N°	ÉNONCÉS	INFORMATIONS		
		A	B	C
1	L'équation réduite de la droite (D) d'équation : $4x + 2y - 1 = 0$ est :	$y = -2x + 1$	$y = -2x + \frac{1}{2}$	$y = 2x + \frac{1}{2}$
2	Un vecteur directeur de la droite (L) d'équation : $y = \frac{2}{3}x - 5$ est :	$\overrightarrow{MN} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{MN} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{MN} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$
3	Une équation de la droite (D') parallèle à l'axe des abscisses et passant par le point A(3 ; 5) est :	$x = 5$	$x = 3$	$y = 5$
4	Soit (D) et (D') deux droites parallèles de coefficients directeurs respectifs -2 et a' . On a :	$a' = -2$	$a' = 2$	$a' = \frac{1}{2}$

Exercice 3 (8 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

Les points A, B et C sont tels que : A(-2 ; 1), B(1 ; 2) et C(4 ; 3).

1. Détermine une équation de la droite (AB).
2. Soit (D) la droite passant par C et de coefficient directeur -3 .

- a) Construis la droite (D).
- b) Justifie que les droites (D) et (AB) sont perpendiculaires.
- c) Dédus -en une équation de la droite (D).

Exercice 4 (4 points)

Madame ABO, animatrice de l'Unité Pédagogique (UP) d'Histoire - Géographie d'une région, décide d'innover en partageant une collation avec tous ses autres collègues, après la prochaine réunion qui se tiendra dans l'établissement où elle exerce.

Elle souhaite leur offrir des croissants et des canettes de sucrerie. Pour cela, elle demande à sa fille Nadège de se renseigner sur les prix des différents croissants et canettes de sucrerie dans le supermarché du quartier.

Après s'être renseignée, celle-ci sa mère que les croissants sont à 350 FCFA l'unité et les canettes à 250 FCFA l'unité. Ayant prévu la somme de 35000 FCFA pour cette collation, Madame ABO

demande à sa fille de déterminer le nombre de croissants et de canettes de sucrerie qu'elle pourra acheter avec cette somme.

On désigne par x le nombre de croissants et par y celui des canettes de sucrerie.

1. Justifie que cette situation peut se traduire par l'équation suivante : $7x + 5y = 700$.
2. Soit (D) la droite d'équation : $7x + 5y = 700$. Construis (D) dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). (On prendra 10 cm comme unité)
3. Donne un exemple du nombre de croissants et de canettes de sucrerie qu'elle pourra acheter.

Durée : 1 heure

Habiletés et contenus

- ✓ **Identifier** des classes de même amplitude ; un diagramme circulaire.
- ✓ **Connaître** la définition de la médiane d'une série statistique (à caractère discret et à caractère continu), de l'effectif cumulé croissant d'une modalité, de la fréquence cumulée croissante d'une modalité, d'une classe modale ; la méthode de calcul de la moyenne d'une série statistique à caractère continu.
- ✓ **Regrouper** les données d'une série statistique en classes de même amplitude.
- ✓ **Dresser** le tableau des effectifs cumulés croissants d'une série statistique ; le tableau des fréquences cumulées croissantes d'une série statistique ;
- un tableau des effectifs cumulés ou de fréquences cumulées à partir d'un diagramme circulaire.
- ✓ **Déterminer** la médiane d'une série statistique à caractère continu par lecture graphique ; une classe modale.
- ✓ **Calculer** la médiane d'une série statistique à caractère discret.
- ✓ **Construire** un diagramme circulaire ; un polygone des effectifs cumulés croissants ; un polygone des fréquences cumulées croissantes.
- ✓ **Interpréter** la médiane d'une série statistique ; la moyenne d'une série statistique ; un diagramme circulaire.
- ✓ **Traiter** une situation faisant appel à la statistique.

Situation d'apprentissage

Après une campagne de sensibilisation sur les dangers de l'excès de vitesse, des gendarmes ont effectué un contrôle de vitesse sur le bord d'une route nationale afin de vérifier la portée de cette sensibilisation. À la suite de ce contrôle, le tableau suivant a été dressé.

Vitesse (en km / h)	[50 ; 70[	[70 ; 90[	[90 ; 110[	[110 ; 130[
Effectif	15	90	35	5

La vérification du respect de la vitesse moyenne inférieure ou égale à 100km/h préconisée aux usagers a été confiée au Lieutenant TOUMAN.

Rentré à la maison, le Lieutenant TOUMAN présente le tableau à son fils élève en classe de troisième. Une fois en classe, celui-ci expose la situation à son professeur de mathématiques.

Le professeur décide de montrer, à l'ensemble des élèves de la classe, la méthode pour déterminer la moyenne d'une série statistique regroupée en classes de même amplitude.



Prendre un bon départ

Révision 1 Fréquence d'une modalité

Réordonne les groupes de mots ci-dessous pour donner la définition exacte de la fréquence d'une donnée.

de cette donnée / d'une donnée / par l'effectif total / est le quotient / la fréquence / de l'effectif.

Révision 2 Mode d'une série statistique

Les mots et groupes de mots de la liste suivante sont extraits de la définition du mode d'une série statistique : **plus grand effectif ; mode ; modalité ; série statistique.**

On appelle 1....d'une 2....la 3....qui a le 4....

Associe à chaque numéro le mot ou groupe de mots qui convient.

Révision 3 Moyenne d'une série statistique

Détermine la moyenne de la série statistique définie par le tableau ci-dessous.

NOTES	6	8	10	13	14	15
EFFECTIFS	3	5	4	7	5	1

Révision 4 Diagramme semi-circulaire

Le tableau ci-dessous donne la répartition de différentes couleurs de voitures observées par un élève pendant une journée.

Couleurs	NOIR	BLANC	BLEU	ROUGE
Nombre de voitures	3	5	4	8

Construis le diagramme semi-circulaire correspondant à cette répartition.

Révision 5 Amplitude d'un intervalle

Détermine l'amplitude de chacun des intervalles I, J, K et M ci-dessous .

$I = [4 ; 10]$; $J = [-1,3 ; 6[$; $K =]-7 ; 0]$ et $M =]-9 ; -3[$.

Révision 6 Centre d'un intervalle

Détermine le centre de chacun des intervalles I, J, K et M ci-dessous .

$I = [4 ; 10]$; $J = [-1,3 ; 6[$; $K =]-7 ; 0]$ et $M =]-9 ; -3[$.

Résumé de cours - Exercices de fixation

1

EFFECTIFS CUMULÉS CROISSANTS ; FRÉQUENCES CUMULÉES CROISSANTES

Définitions

Soit une série statistique à caractère quantitatif.

- On appelle effectif cumulé croissant de la modalité n , la somme des effectifs des modalités inférieures ou égales à n .
- On appelle fréquence cumulée croissante de la modalité n , le quotient de l'effectif cumulé croissant de la modalité n par l'effectif total.

Remarque

La fréquence cumulée croissante d'une modalité est la somme des fréquences des modalités inférieures ou égales à cette modalité.

Exemple

On donne le tableau des effectifs ci-dessous :

Modalités	3	5	7	10	13
Effectifs	2	10	25	15	8

- L'effectif cumulé croissant de la modalité 7 est : $2 + 10 + 25$, c'est-à-dire 37.
- L'effectif cumulé croissant de la modalité 10 est : $2 + 10 + 25 + 15$ ou $37 + 15$, c'est-à-dire 52.
- La fréquence cumulée croissante de la modalité 7 est : $\frac{37}{2 + 10 + 25 + 15 + 8} = \frac{37}{60}$.

On obtient le tableau des effectifs cumulés croissants et des fréquences cumulées croissantes ci-dessous.

Modalités	3	5	7	10	13
Effectifs	2	10	25	15	8
Effectifs cumulés croissants	2	12	37	52	60
Fréquences cumulées croissantes	$\frac{2}{60}$	$\frac{12}{60}$	$\frac{37}{60}$	$\frac{52}{60}$	1

Exercices de fixation

1

On considère la série statistique ci-dessous donnant la répartition des notes obtenues par des élèves d'une classe de 3^e au cours d'un devoir de mathématiques.

Notes	3	7	10	14
Effectifs	5	10	25	20
Effectifs cumulés croissants	5	15	40	60
Fréquences cumulées croissantes	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	1

Écris le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de V si la proposition est vraie ou de F si la proposition est fausse.

- L'effectif cumulé croissant de la note 10 est 25.
- L'effectif cumulé croissant de la note 3 est $\frac{1}{12}$
- La fréquence cumulée croissante de la note 14 est 1.
- La fréquence cumulée croissante de la note 7 est 10.
- Le pourcentage des élèves qui ont une note inférieure ou égale à 7 est 25%.

2

Le tableau ci-dessous donne les températures maximales dans une ville de la Côte d'Ivoire au cours d'un mois.

Température en degrés	28	29	30	31	32
Nombre de jours	5	8	7	6	4

Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants et des fréquences cumulées croissantes.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2

MÉDIANE D'UNE SÉRIE STATISTIQUE

Définition

La médiane d'une série statistique est un nombre qui partage cette série statistique en deux groupes de valeurs de même effectif total, l'un contenant les valeurs plus petites que ce nombre et l'autre les valeurs plus grandes que ce nombre ; les modalités étant rangées dans l'ordre croissant.

Remarques

- Si l'effectif total N est un nombre impair, la médiane est une modalité. Sa position sur la liste ordonnée est déterminée par la formule $\frac{N+1}{2}$.
- Si l'effectif total N est un nombre pair, alors tout nombre compris entre la $\frac{N}{2}$ ième valeur et la $\left(\frac{N}{2} + 1\right)$ ième valeur peut être considéré comme une médiane de la série. En pratique, la médiane est la demi somme de ces deux valeurs.

Exemples

- Déterminons la médiane de la série statistique suivante : **7 ; 7 ; 7 ; 13 ; 13 ; 14 ; 16 ; 18 ; 18**.
Les valeurs sont rangées dans l'ordre croissant.
L'effectif total N de cette série statistique est : $N = 9$.
9 est un nombre impair ; donc la médiane est le $\left(\frac{9+1}{2}\right)$ ième = 5^{ème} terme. La médiane de cette série statistique est donc 13.
- Déterminons la médiane de la série statistique suivante : **8 ; 10 ; 6 ; 5 ; 12 ; 7**.
Les valeurs ne sont pas rangées dans l'ordre croissant.
Je range les valeurs dans l'ordre croissant : **5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 10 ; 12**.
L'effectif total N de cette série statistique est : $N = 6$.

6 est un nombre pair ; donc la médiane se situe entre le $\left(\frac{6}{2}\right)$ ième = 3^{ème} et le $\left(\frac{6}{2} + 1\right)$ ième = 4^{ème} terme.
La médiane de cette série statistique est donc : $\frac{7+8}{2} = 7,5$.

Exercices de fixation

- 3 Associe le numéro de chaque série statistique de la colonne A à la lettre de la colonne B correspondant à sa médiane.

N°	Colonne A	N°	Colonne A
1	1 - 1 - 1 - 2 - 5 - 6 - 7 - 8 - 8	a	8
2	1 - 2 - 5 - 7 - 8 - 10 - 17 - 20 - 25	b	3,5
3	5 - 6 - 7 - 8 - 10 - 11 - 15 - 17	c	5
4	2 - 2 - 2 - 3 - 4 - 5 - 7 - 7	d	9

- 4 Détermine la médiane de la série statistique ci-dessous.

Notes	6	8	10	13	14	17
Effectifs	3	5	6	7	5	1

3

REGROUPEMENT EN CLASSES DE MÊME AMPLITUDE – CLASSE MODALE

a) Notion de série statistique regroupée en classes de même amplitude

Les modalités d'une série statistique à caractère quantitatif peuvent être regroupées dans des intervalles de type $[a ; b[$ appelés **classes** (avec $a < b$) ; on obtient une série statistique regroupée en classes.

Lorsque ces classes (intervalles) ont la même amplitude, on parle de **série statistique regroupée en classes de même amplitude**.

Exemple

Un professeur d'éducation physique et sportive relève la taille de chacun de ses 50 élèves d'une classe de 3^e.

Il obtient les résultats suivants :

1,54	1,53	1,57	1,59	1,54	1,55	1,60	1,63
1,59	1,67	1,61	1,63	1,67	1,69	1,68	1,69
1,70	1,64	1,67	1,65	1,54	1,72	1,73	1,64
1,74	1,78	1,55	1,76	1,75	1,79	1,66	1,77
1,67	1,69	1,59	1,76	1,69	1,79	1,76	1,59
1,74	1,78	1,73	1,68	1,65	1,71	1,76	1,78
1,65	1,58						

Son collègue de mathématiques décide de former trois groupes d'étude en fonction de ces résultats sous forme d'intervalles de même amplitude dont le premier est $[1,50 ; 1,60[$. Déterminons les deux autres intervalles et dressons le tableau des effectifs.

L'amplitude de l'intervalle $[1,50 ; 1,60[$ est : $1,60 - 1,50 = 0,1$.

Les deux autres intervalles sont : $[1,60 ; 1,70[$ et $[1,70 ; 1,80[$. On obtient le tableau des effectifs ci-dessous :

Classes	$[1,50 ; 1,60[$	$[1,60 ; 1,70[$	$[1,70 ; 1,80[$
Effectifs	12	20	18

Exercices de fixation

5 Voici l'âge de chaque élève d'une classe de 3^e d'un établissement secondaire.

13 - 14 - 15 - 16 - 15 - 16 - 14 - 14 - 14 - 14 - 13 - 12 - 16 - 15 - 12 - 12 - 13 - 14 - 13 - 15 - 16 - 11 - 11 - 16 - 15 .

Établis le tableau des effectifs de cette série statistique en trois classes d'amplitude 2 en commençant par l'intervalle $[11 ; 13[$.

6 Lors d'un stage de basket, on a mesuré la taille des adolescents. Les résultats obtenus en cm sont les suivants :

165 - 175 - 182 - 165 - 170 - 181 - 174 - 184 - 171 - 166 - 178 - 177 - 176 - 174 - 176

Dresse le tableau des effectifs en regroupant ces tailles en classes d'amplitude 5.

b) Classe modale d'une série statistique regroupée en classes de même amplitude

Définition

On appelle classe modale d'une série statistique regroupée en classes de même amplitude toute classe qui a le plus grand effectif (ou la plus grande fréquence).

Exemple

Le tableau ci-dessous représente une série statistique regroupée en classes de même amplitude.

Classes	$[1,50 ; 1,60[$	$[1,60 ; 1,70[$	$[1,70 ; 1,80[$
Effectifs	13	20	18

La classe modale de cette série statistique est $[1,60 ; 1,70[$ car c'est la classe qui a le plus grand effectif.

Exercices de fixation

7 Réordonne les groupes de mots suivants pour donner la définition exacte d'une classe modale.

de même amplitude / qui a / on appelle / toute classe / le plus grand effectif / d'une série statistique / classe modale / regroupée en classes.

- 8 On considère la série statistique regroupée en classes de même amplitude donnée par le tableau suivant :

Tailles en cm	[165 ; 170[	[170 ; 175[	[175 ; 180[	[180 ; 185[
Effectifs	3	4	5	3

Détermine la classe modale de cette série statistique.

c) Moyenne d'une série statistique regroupée en classes de même amplitude.

Définition

La moyenne d'une série statistique regroupée en classes de même amplitude est la moyenne de la série obtenue en remplaçant chaque classe par son centre.

Point Méthode

Pour déterminer la moyenne d'une série statistique regroupée en classes :

- on détermine le centre de chaque intervalle ;
- on calcule la somme des produits du centre de chaque intervalle par son effectif divisée par l'effectif total.

Exemple

Le tableau ci-dessous représente une série statistique regroupée en classes de même amplitude.

Classes	[1,50 ; 1,60[	[1,60 ; 1,70[	[1,70 ; 1,80[
Effectifs	13	20	18

Déterminons la moyenne de cette série statistique .

- Déterminons le centre de chaque intervalle.
Le centre de :

$$\text{l'intervalle } [1 ; 50 ; 1,60[\text{ est : } \frac{1,50 + 1,60}{2} = 1,55 .$$

$$\text{l'intervalle } [1 ; 60 ; 1,70[\text{ est } \frac{1,60 + 1,70}{2} = 1,65 .$$

$$\text{l'intervalle } [1 ; 70 ; 1,80[\text{ est } \frac{1,70 + 1,80}{2} = 1,75 .$$

- La moyenne M de cette série statistique est donnée par :

$$M = \frac{1,55 \times 13 + 1,65 \times 20 + 1,75 \times 18}{51} = \frac{84,65}{51} = 1,65 .$$

Exercices de fixation

- 9 Les mots et groupes de mots de la liste suivante sont extraits de la définition de la moyenne d'une série statistique :
même amplitude ; moyenne ; son centre ; en remplaçant .

La 1.....d'une série statistique regroupée en classes de 2.....est la moyenne de la série obtenue 3.....chaque classe par 4.....
Associe à chaque numéro le mot ou groupe de mots qui convient.

- 10 Le tableau ci-dessous donne l'âge de chaque élève d'une classe de 3^e d'un établissement secondaire.

Âges	[11 ; 13[	[13 ; 15[	[15 ; 17[
Effectifs	5	10	10

Détermine l'âge moyen des élèves de cette classe de 3^e.

4

REPRÉSENTATIONS GRAPHIQUES

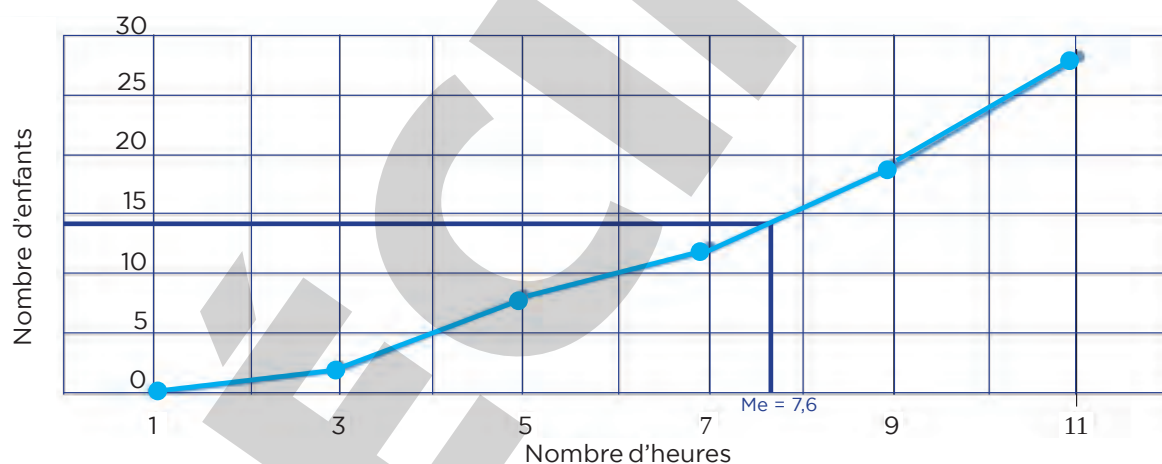
a) Polygone des effectifs cumulés croissants et détermination graphique de la médiane

Présentation

Voici un tableau qui résume le nombre d'heures passées devant le poste téléviseur par 28 enfants.

Nombre d'heures	[1 ; 3[	[3 ; 5[	[5 ; 7[	[7 ; 9[	[9 ; 11[	Total
Effectifs	2	6	4	7	9	28
Effectifs cumulés croissants	2	8	12	19	28	

Construisons le polygone des effectifs cumulés croissants en fonction du nombre d'heures.



Déterminons graphiquement la médiane de la série statistique ci-dessus.

On peut procéder de la façon suivante :

- la moitié de l'effectif total est 14 ;
- on place 14 sur l'axe des ordonnées ;
- on détermine la modalité qui a pour effectif 14 ;
- on trouve sur l'axe des abscisses environ 7,6.

On conclut que la médiane de cette série statistique est approximativement 7,6 h.

- Le tableau de gauche signifie que :
0 enfant passe moins de 1 h devant le poste téléviseur ;
2 enfants passent moins de 3 h devant le poste téléviseur ;
8 enfants passent moins de 5 h devant le poste téléviseur ;
12 enfants passent moins de 7 h devant le poste téléviseur ;
19 enfants passent moins de 9 h devant le poste téléviseur ;
28 enfants passent moins de 11 h devant le poste téléviseur.
- On place les points de coordonnées (1 ; 0) ; (3 ; 2) ; (5 ; 8) ; (7 ; 12) ; (9 ; 19) ; (11 ; 28) dans un repère, puis on les relie par des segments.
- On obtient donc, ci-dessous, le polygone des effectifs cumulés croissants.

Remarque 1

Pour une série statistique à caractère quantitatif regroupée par classes,

le polygone des effectifs cumulés croissants est dans un repère, la ligne brisée constituée des segments joignant dans l'ordre croissant des modalités :

- le point de l'axe des abscisses d'abscisse la borne inférieure de la classe ;
- les points de coordonnées (Borne supérieure de la classe ; Effectif cumulé croissant correspondant).

Remarque 2

Pour une série statistique à caractère quantitatif non regroupée par classes, le polygone des effectifs cumulés croissants est dans un repère, la ligne brisée constituée des segments joignant dans l'ordre croissant des modalités :

- l'origine du repère ;
- les points de coordonnées (Modalité ; Effectif cumulé croissant correspondant).

Exercices de fixation

- 11** Le club de mathématiques d'un établissement secondaire a organisé un concours de mathématiques à l'intention des 200 élèves des 4 classes de 3^e de cet établissement. Les notes sur 20 de ces élèves sont réparties de la manière suivante :

Notes	[1 ; 3[	[3 ; 5[	[5 ; 7[	[7 ; 9[
Effectifs	25	86	69	20

1. Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants.
2. Représente le polygone des effectifs cumulés croissants.
3. Détermine graphiquement la note médiane.

b) Diagramme circulaire**Définition**

Un diagramme circulaire est une représentation graphique de données statistiques sous la forme d'un disque partagé en autant de secteurs angulaires que de modalités (ou classes) ; les mesures des angles au centre limitant les secteurs étant proportionnelles aux effectifs (ou fréquences) associés.

Remarque

Dans un diagramme circulaire, la mesure de l'angle de chaque secteur est égale à $\frac{n \times 360^\circ}{N}$ ou $f \times 360^\circ$ où n est l'effectif de la modalité correspondante, N l'effectif total et f la fréquence de la modalité correspondante.

Exemple

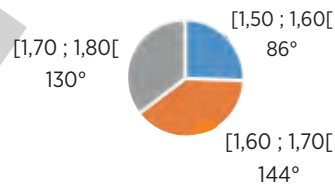
Construisons le diagramme circulaire de l'exemple relatif à la taille des 51 élèves du paragraphe 3.

On détermine les mesures des angles des secteurs circulaires associés aux classes.

Pour la classe $[1,50 ; 1,60[$, on a : $\frac{360^\circ \times 12}{50} \approx 92^\circ$.

En utilisant la même méthode, on obtient le tableau suivant :

Classes	[1,50 ; 1,60[	[1,60 ; 1,70[	[1,70 ; 1,80[	Total
Effectifs	12	20	18	50
Mesures (en degré)	86°	144°	130°	360°

**Exercice de fixation**

- 12** Du lundi au jeudi, 700 véhicules se sont ravitaillés en carburant dans une station.

Le tableau ci-dessous présente les résultats du nombre de véhicules enregistrés par jour.

Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi
140	70	210	280

Construis un diagramme circulaire correspondant à cette répartition.

Tests objectifs

- 1 Pour chacune des propositions ci-dessous, écris dans la deuxième colonne du tableau V si la proposition est vraie ou F si elle est fausse.

N°	Propositions	Réponses
1	La médiane d'une série statistique partage la population étudiée en deux populations de même effectif, les modalités étant rangées dans l'ordre croissant.	
2	La médiane d'une série statistique est toujours une des modalités de la série.	
3	L'effectif cumulé de la médiane est égal à la moitié de l'effectif total.	
4	Une série statistique peut avoir plusieurs classes modales.	

- 2 Pour chacun des énoncés du tableau, écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne correspondant à la bonne réponse.

N°	Énoncés	Informations										
		A	B	C								
1	La série 1 ; 1 ; 2 ; 6 ; 7 a pour médiane :	1	2	5								
2	La série 1 ; 1 ; 2 ; 6 ; 7 ; 12 a pour médiane :	4	6	7								
3	La série 9 ; 4 ; 13 ; 13 ; 8 a pour médiane :	8	13	9								
4	La série donnée par le tableau ci-dessous a pour médiane : <table><tr><td>Nombres</td><td>8</td><td>9</td><td>13</td></tr><tr><td>Effectifs</td><td>3</td><td>4</td><td>9</td></tr></table>	Nombres	8	9	13	Effectifs	3	4	9	8	9	13
Nombres	8	9	13									
Effectifs	3	4	9									
5	La série donnée par le tableau ci-dessous a pour classe modale : <table><tr><td>Nombres</td><td>[5 ; 10[</td><td>[10 ; 15[</td><td>[15 ; 20[</td></tr><tr><td>Effectifs</td><td>27</td><td>10</td><td>8</td></tr></table>	Nombres	[5 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[	Effectifs	27	10	8	[5 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[
Nombres	[5 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[									
Effectifs	27	10	8									

- 3 Associe chaque série statistique de la colonne A à sa moyenne de la colonne B, en utilisant les chiffres et les lettres.

COLONNE A						
Modalités	[0 ; 2[	[2 ; 4[	[4 ; 6[	[6 ; 8[	[8 ; 10[	1
Effectifs	4	1	1	3	1	
Modalités	[0 ; 5[	[5 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[	[20 ; 25[	2
Effectifs	2	3	1	2	2	
Nombres	[5 ; 8[	[8 ; 11[	[11 ; 14[	[14 ; 17[	[17 ; 20[	3
Effectifs	3	2	1	2	2	

COLONNE B	
a	11,9
b	4,2
c	12

- 4 Réordonne les groupes de mots ci-dessous pour donner une définition exacte de l'effectif cumulé croissant.

d'une série statistique / des modalités inférieures ou égales à n / effectif cumulé croissant / de la modalité n / on appelle / la somme des effectifs.

- 5 Les groupes de mots suivants sont extraits de la définition d'une fréquence cumulée : le quotient ; l'effectif total ; fréquence cumulée croissante ; l'effectif cumulé croissant.

Associe à chaque numéro le mot ou le groupe de mots qui convient

On appelle 1.....de la modalité n d'une série statistique 2.....de 3.....de la modalité n par.....4.....

- 7 À l'issue des épreuves physiques du BEPC blanc, les performances des 36 meilleures filles d'un collège au lancer de poids sont consignées dans le tableau suivant :

Longueurs en m	[5 ; 7[	[7 ; 9[	[9 ; 11[	[11 ; 13[	[13 ; 15[
Effectifs	8	13	7	5	3

- Indique la classe modale.
- Indique la classe à laquelle appartient la médiane.
- a) Détermine graphiquement la médiane.
b) Interprète ce résultat obtenu.

Exercices de renforcement / approfondissement

- 6 Le tableau ci-dessous donne la répartition des notes, à un devoir surveillé de mathématiques, obtenues par 35 élèves d'une classe de 3^e

Notes	7	8	10	11	13	15	17
Effectifs	4	7	5	3	8	3	5

- Calcule la note moyenne (arrondie à l'ordre 2).
- Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants.
- a) Détermine la médiane de cette série statistique.
b) Interprète le résultat de la question 3.a).

- 8** Une enquête faite auprès de 100 personnages, portant sur le temps passé devant la télévision la veille, a donné les résultats suivants consignés dans le tableau ci-dessous :

Temps (en min)	[0;30[	[30;60[	[60;90[	[90;120[	[120;150[
Effectifs	19	10	24	27	20

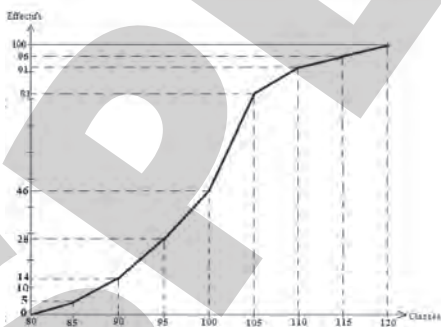
- Établis le tableau des effectifs cumulés croissants.
- Détermine graphiquement la médiane de cette série statistique.
- Interprète le résultat de la question 2.

- 10** Voici le relevé des tailles des 116 élèves de 3^e d'un collège.

Taille (cm)	[140;150[	150;160[	[160;170[	[170;180[	[180;190[
Effectifs	14	27	45	22	8

- Établis le tableau des effectifs cumulés croissants.
- Calcule la moyenne de cette série statistique.
- Construis le polygone des effectifs cumulés.
- Détermine la médiane.

- 9** Le graphique ci-dessous est un polygone des effectifs cumulés croissants construit à partir d'un tableau des effectifs et des effectifs cumulés croissants.



- Indique la classe modale.
- Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants.
- Détermine graphiquement la médiane de cette série statistique.

- 11** Dans une classe de 3^e de 50 élèves, le professeur de musique a mené une enquête en vue de déterminer les artistes préférés des élèves. Voici les résultats obtenus :

Artistes	Artiste 1	Artiste 2	Artiste 3	Artiste 4
Fréquences en %	24	16	20	40

- Détermine l'artiste préféré de cette classe.
- Dresse le tableau des effectifs.
- Construis le diagramme circulaire des effectifs (rayon 4 cm).

- 12** Dans le souci d'évaluer ses élèves en statistique, un professeur décide de faire un devoir dans l'une de ses classes de 3^e. Pour le compte rendu de ce devoir, il est nécessaire de recueillir des informations. Ainsi, les notes sur 20 obtenues par les 30 élèves de la classe sont regroupées en classes d'amplitude 4 et consignées dans le tableau ci-dessous.

Classes	[4 ; 8[	[8 ; 12[	[12 ; 16[	[16 ; 20[
Effectifs	06	08	11	05

- Donne la classe modale.
- Démontre que la note moyenne est 12.
- Construis le diagramme circulaire des effectifs, (rayon 4 cm).

- 13** On a relevé le nombre de pulsations du cœur par minute de 32 athlètes avant qu'ils n'effectuent leurs tours de stade. Les résultats obtenus sont les suivants :

57 - 61 - 55 - 67 - 59 - 52 - 59 - 63
 62 - 65 - 59 - 54 - 59 - 57 - 62 - 64
 61 - 65 - 63 - 61 - 63 - 55 - 66 - 63
 61 - 59 - 62 - 63 - 58 - 61 - 59 - 63

- Démontre que le nombre moyen m de pulsations par minute est égal à 60,5625.
- a) Complète le tableau suivant :

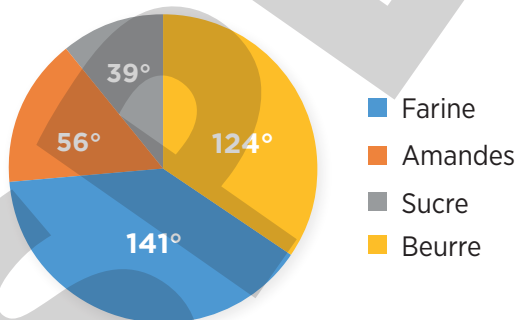
Classe de pulsations par minute	[52 ; 56[	[56 ; 60[	[60 ; 64[	[64 ; 68[
Effectif				
Fréquence (%)				
Fréquence cumulée croissante(%)				

b) À partir de ce tableau, détermine le nombre moyen m' de pulsations par minute puis compare-le à celui trouvé à la question 1.

c) Détermine le nombre d'athlètes qui ont au moins 60 pulsations par minute .

d) Détermine le nombre d'athlètes dont le nombre n de pulsations par minute est tel que : $56 \leq n < 68$.

- 14** Le diagramme circulaire ci-dessous donne la répartition des ingrédients pour fabriquer un gâteau de masse 640 grammes.



1. Dresse le tableau des effectifs de cette série statistique.
2. Dresse le tableau des fréquences cumulées croissantes de cette série statistique.

- 15** La famille Kouassi a noté la masse de ses ordures ménagères chaque jour durant une semaine donnée comme l'indique le tableau ci-dessous.

Jours	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi
Masse en g	40	25	20	15

Jours	Vendredi	Samedi	Dimanche
Masse en g	24	30	32

1. Calcule la masse moyenne des ordures ménagères de cette semaine.
2. Détermine la masse médiane des ordures ménagères de cette semaine.

Situations d'évaluation

16 Dans le cadre de ses activités, le comité de gestion d'un collège de proximité décide de fêter le 10^e anniversaire de la création de cet établissement. À cette occasion, le Président du Conseil Régional promet à chaque élève un kit scolaire au cas où la population scolaire serait jeune. Il ajoute qu'il pourrait offrir un dispensaire au village si la population scolaire est jugée très jeune.

Une population scolaire est dite jeune si l'âge moyen est inférieur ou égal à 16 ans. Si de plus l'âge médian est inférieur à l'âge moyen, alors la population scolaire est dite très jeune.

Les âges des élèves sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Classes	[10;12[	[12;14[	[14;16[	[16;18[	[18;20[	[20; 22[
Effectifs	40	32	40	53	52	23

1. Calcule l'âge moyen.
2. Détermine l'âge médian.
3. a) Interprète les résultats des calculs ci-dessus.
b) Dis si le village peut bénéficier du dispensaire.

17 Après une campagne de sensibilisation sur les dangers de l'excès de vitesse, des gendarmes ont effectué un contrôle de vitesse sur le bord d'une route nationale afin de vérifier la portée de cette sensibilisation. À la suite de ce contrôle, le tableau suivant a été dressé.

Vitesse (en km/h)	[50;70[	[70;90[	[90;110[	[110;130[
Effectifs	15	90	35	5

La vérification du respect de la vitesse médiane inférieure ou égale à 100 km/h préconisée aux usagers a été confiée au Lieutenant TOUMAN.

Rentré à la maison, le Lieutenant TOUMAN présente le tableau à son fils élève en classe de troisième. Celui-ci sollicite ton aide afin de déterminer graphiquement la vitesse médiane.

1. a) Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants.
b) Construis le polygone des effectifs cumulés croissants.
2. Détermine graphiquement la vitesse médiane et dis si la vitesse médiane préconisée a été respectée.

DEVOIR SURVEILLÉ

Exercice 1 (4 points)

Durée : 1 heure

Réordonne les groupes de mots suivants pour donner une définition exacte de la moyenne d'une série statistique : **de même amplitude / la moyenne / chaque classe par son centre / obtenue en remplaçant/ regroupée en classes / est la moyenne / d'une série statistique.**

Exercice 2 (4 points)

On donne la série statistique des notes à un devoir des élèves d'une classe de troisième. Pour chacune des quatre affirmations suivantes, écris le numéro de l'affirmation suivi de V si l'affirmation est vraie ou de F si l'affirmation est fausse.

Notes	[0 ; 5[	[5 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[
Effectifs	2	3	15	5

1. Cette série statistique est regroupée en classes d'amplitude 4.
2. $\frac{3}{5}$ est la fréquence cumulée de la classe [10 ; 15[.
3. L'effectif cumulé croissant de la classe [5 ; 10[est 5.
4. La moyenne de cette série statistique est égale à : $\frac{2,5 \times 2 + 7,5 \times 3 + 12,5 \times 15 + 17,5 \times 5}{15}$.

Exercice 3 (8 points)

À la suite d'une course de 60 m organisée par les professeurs d'EPS d'un collège à l'endroit des élèves de 3^e, le tableau des effectifs cumulés croissants ci-dessous a été dressé.

Temps en secondes	[7 ; 9[	[9 ; 11[	[11 ; 13[	[13 ; 15[
Effectifs cumulés croissants	13	51	76	84

1. Dresse le tableau des effectifs de cette série statistique.
2. Déduis-en la classe modale de cette série statistique.
3. Construis le diagramme circulaire de cette série statistique.

Exercice 4 (4 points)

Durant la préparation de ses athlètes pour une compétition de vitesse de 100 m, un coach a relevé dans le tableau suivant leurs différents temps mis durant une course.

Temps en secondes	[8 ; 9[	[9 ; 10[	[10 ; 11[	[11 ; 12[
Nombre d'athlètes	5	20	10	15

Un expert en athlétisme, ayant observé ces résultats, estime que si le temps moyen mis par ses athlètes est inférieur à 10,3 s et que le temps médian mis est inférieur à 10,5 s, alors ils seront suffisamment prêts pour la compétition.

Des élèves de troisième, faisant partie des athlètes, décident de représenter le polygone des effectifs cumulés croissants afin de vérifier si oui ou non ils seront prêts pour la compétition. Ils sollicitent ton aide.

1. Détermine le temps moyen mis par ces athlètes.
2. a) Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants de cette série statistique, puis construis le polygone des effectifs cumulés croissants.
b) Détermine graphiquement le temps médian mis par ces athlètes.
3. Dis si oui ou non les athlètes seront suffisamment prêts pour la compétition. Justifie ta réponse.

$$1 \text{ apple} + 2 \times 3 \text{ bananas} = 18$$

LEÇON

12

ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Habiletés et contenus

- ✓ **Identifier** une équation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$; une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$; un système de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$; un système de deux inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- ✓ **Vérifier** qu'un couple de nombres réels donné est solution ou non d'une équation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$; qu'un couple de nombres réels donné est solution ou non d'une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- ✓ **Déterminer** des couples de nombres réels solutions d'une équation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$; des couples de nombres réels solutions d'une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- ✓ **Représenter** graphiquement l'ensemble des solutions d'une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$; graphiquement l'ensemble des solutions d'un système de deux inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- ✓ **Résoudre** un système de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ par substitution ; un système de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ par combinaison ; graphiquement un système de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- ✓ **Traduire** un problème du premier degré par une équation ou une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- ✓ **Traiter** une situation faisant appel aux équations ou inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Situation d'apprentissage

Abigaïl est une élève en classe de 3^e. À la fin de chaque mois, elle sollicite l'aide financière de son père pour assurer ses dépenses mensuelles. Mais, son père qui souhaite que sa fille soit brillante en Mathématiques lui pose une condition avant de lui donner de l'argent. Il a fait une épargne en pièces de 100 Francs CFA et de 200 Francs CFA dans une caisse pour elle. Le nombre total de pièces est 70 et la somme totale dans la caisse est 9000 Francs CFA. La condition pour avoir cette somme est de trouver le nombre de pièces de 100 Francs et le nombre de pièces de 200 Francs dans la caisse.

Ne sachant pas comment s'y prendre, elle sollicite l'aide de ses amis de classe qui s'organisent pour résoudre un système d'équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, sous la guidance de leur professeur de Mathématiques.



Prendre un bon départ

Révision 1 Équations du type : $x + b = c$

Associe le numéro de chaque équation de la colonne A à la lettre de la colonne B qui correspond à son ensemble des solutions.

Colonne A	
1	$x + 2 = 5$
2	$x - 2 = -2$
3	$x + \frac{1}{2} = -3$

Colonne B	
a	$\{0\}$
b	$\left\{-\frac{7}{2}\right\}$
c	$\{3\}$

Révision 2 Équations du type : $ax + b = c$

A/ Écris le numéro de chacune des propositions contenues dans le tableau ci-dessous suivi de V si la proposition est vraie ou de F si elle est fausse.

N°	PROPOSITIONS
1	L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $10y - 3 = 2$ est : $S_{\mathbb{R}} = \{5\}$.
2	L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $\frac{1}{2}x - 3 = 5$ est : $S_{\mathbb{R}} = \{16\}$.
3	2 est l'unique solution dans $\mathbb{R}$ de l'équation : $-2x - 2 = 2$.
4	L'équation $x - 11 = 2$ n'a pas de solutions dans $\mathbb{R}$.

B/ Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2x - 3 = 5$.

Révision 3 Développement et réduction

Développe et réduis l'expression littérale A telle que : $A = 2(x - 4) - 5(2x - 2) - 10$.

Révision 4 Équations de droites

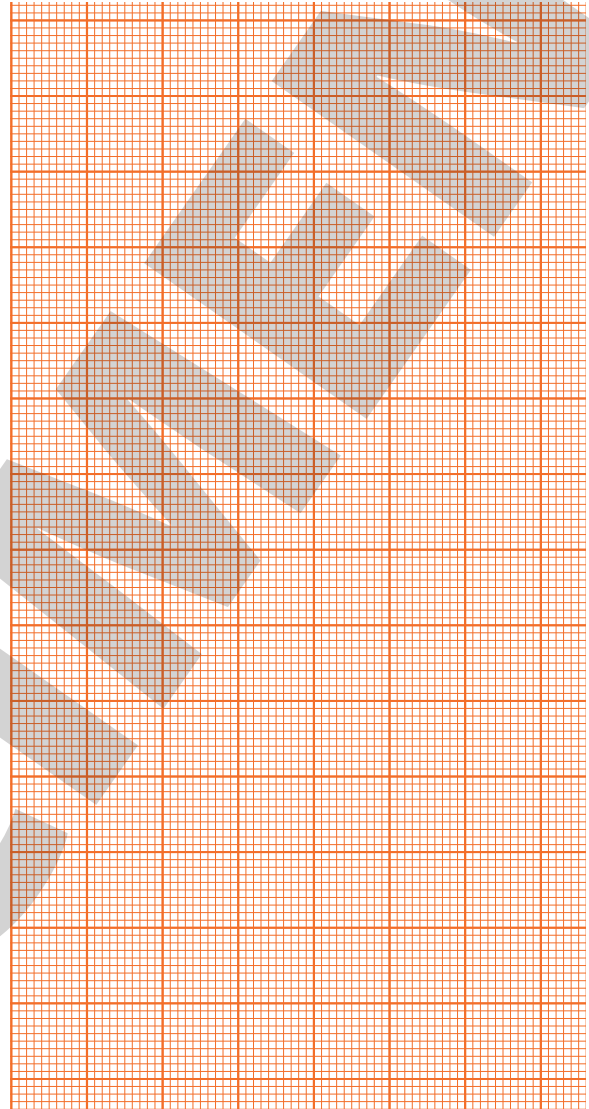
A/ On donne l'équation : $y = 2x - 3$. Calcule y lorsque $x = -10$.

B/ Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie.

Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne correspondant à la bonne réponse.

N°	ÉNONCÉS	INFORMATIONS		
		A	B	C
1	Dans un repère orthonormé (O, I, J) , la droite (D) d'équation $y = 2x - 1$ passe par le point :	$O(0 ; 0)$	$E(0 ; -1)$	$F(1 ; 2)$
2	Le point $A(2 ; 6)$ appartient à la droite d'équation :	$y = 5x - 4$	$y = 2x - 6$	$y = -x - 4$
3	La droite (L) d'équation $y = 7x - 5$ est parallèle à la droite (D) d'équation :	$y = \frac{1}{7}x - 2$	$y = -7x$	$y = 7x + 1$
4	Les droites $(T) : y = x - 2$ et $(S) : y = 4x - 8$ sont sécantes au point :	$G(2 ; 0)$	$H(0 ; -2)$	$I(-2 ; 0)$

C/ On donne la droite (D) d'équation $y = 3x - 1$. Construis la droite (D) dans le plan muni d'un repère orthonormé.



Résumé de cours - Exercices de fixation

1

ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Définition

a , b et c sont des nombres réels, tels que a et b ne sont pas tous deux nuls.

On appelle équation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, toute équation de la forme $ax + by + c = 0$, où le couple $(x; y)$ est l'inconnue de cette équation.

Point Méthode

Pour vérifier que le couple $(x_0; y_0)$ est une solution de l'équation : $ax + by + c = 0$, on vérifie que : $ax_0 + by_0 + c = 0$.

Exemples

- $2x - 3y = -2$ et $-x + y - 3 = 0$ sont des équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- Soit l'équation (E) : $-x + 2y - 4 = 0$.
 - On a : $-(-4) + 2 \times 0 - 4 = 4 - 4 = 0$; donc le couple $(-4; 0)$ est une solution de (E).
 - On a : $-(0) + 2 \times (-2) - 4 = -8$ et $-8 \neq 0$; donc le couple $(0; -2)$ n'est pas solution de (E).

Exercices de fixation

- Parmi les équations ci-dessous, entoure les équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

$(E_1) : y = 2x + 1$; $(E_2) : -3x + 4 = 0$;

$(E_3) : y = 0$; $(E_4) : 2x^2 + y + 1 = 0$;

$(E_5) : -3y^2 + 7 = 0$; $(E_6) : \frac{x}{2} + \frac{3y}{2} + \sqrt{2} = 0$;

$(E_7) : x^2 = 1$; $(E_8) : 2x^2 + 3y^2 + 1 = 0$;

$(E_9) : x = -3y - 8$; $(E_{10}) : x^2 + 2x + 1 = 0$;

$(E_{11}) : \sqrt{x} + 3y - 4 = 0$.

- Pour chaque équation ci-dessous, quatre couples de nombres sont proposés. Deux couples de nombres sont solutions de l'équation.

Écris le numéro de chaque équation suivi des lettres qui correspondent aux solutions.

N°	Équations	Solutions			
		A	B	C	D
1	$x + 2y = 3$	(5 ; -1)	(2 ; 0)	(1 ; 1)	(2 ; -1)
2	$2x + 3y + 5 = 0$	(0 ; 2)	(-1 ; -1)	(-7 ; 3)	(0 ; 0)
3	$9x - y - 11 = 0$	(2 ; 7)	(1 ; -3)	$(\frac{11}{9} ; 0)$	(-1 ; -10)

- On donne l'équation (E) : $2x - y + 7 = 0$. Mets une croix dans la case correspondant aux couples qui sont solutions de (E).

Couples	(0;1)	(-3;1)	(4;15)	(-8;-1)	(0;7)	(1;1)	(8;10)
Croix							

- On considère l'équation (E) : $-7x + 2y - 3 = 0$.

- Détermine le nombre réel a pour lequel le couple $(a; 12)$ est solution de (E).
- Détermine le nombre réel b pour lequel le couple $(2; b)$ est solution de (E).

- Trouve cinq couples de nombres réels solutions de l'équation (E) : $-x + y - 12 = 0$.

2

INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ
DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Définition

a , b et c sont trois nombres réels, tels que a et b ne sont pas tous deux nuls.

On appelle inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, toute inéquation d'une des formes suivantes : $ax + by + c < 0$ ou $ax + by + c > 0$ ou $ax + by + c \leq 0$ ou $ax + by + c \geq 0$; le couple $(x ; y)$ étant l'inconnue de cette inéquation.

Point Méthode

Pour vérifier que le couple $(x_0 ; y_0)$ est une solution de l'inéquation : $ax + by + c < 0$, on vérifie que : $ax_0 + by_0 + c < 0$.
On fait de même pour les autres inéquations.

Exemple

Soit l'inéquation (I) : $-2x - 11y + 9 < 0$.

On a : $-2 \times (1) - 11 \times (2) + 9 = -15$ et $-15 < 0$;
donc le couple $(1 ; 2)$ est une solution de (I).

Point Méthode

Pour représenter graphiquement l'ensemble des solutions d'une inéquation du 1^{er} degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ de la forme : $ax + by + c < 0$ ou $ax + by + c > 0$:

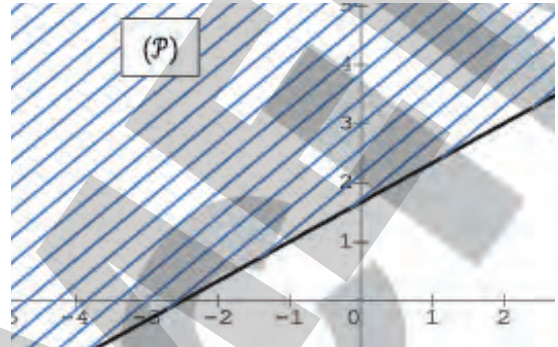
- On trace la droite (D) d'équation $ax + by + c = 0$ dans le plan muni d'un repère.
- On choisit un point particulier (le point de coordonnées **(0 ; 0)** par exemple s'il n'appartient pas à la droite (D)) ;
 - Si les coordonnées du point vérifient l'inéquation, alors l'ensemble des solutions est le demi-plan de bord (D) contenant ce point.
 - Si les coordonnées du point ne vérifient pas l'inéquation, alors l'ensemble des solutions est le demi-plan de bord (D) ne contenant pas ce point.

Exemple

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

Représentons graphiquement l'ensemble des solutions de l'inéquation (I) : $2x - 3y + 5 < 0$.

- On trace la droite (D) d'équation $2x - 3y + 5 = 0$.
- Les coordonnées (0 ; 0) du point O ne vérifient pas l'inéquation ; donc l'ensemble des solutions de l'inéquation (I) est le demi-plan (P) de bord (D) ne contenant pas le point O.



Remarque

La résolution des inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ se fait le plus souvent graphiquement.

Exercices de fixation

- 6** Recopie les noms des inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ de la liste suivante :

(I₁) : $2x^2 + y < 2$; (I₂) : $\frac{1}{2}x - y\sqrt{2} + 1 \geq 0$;

(I₃) : $3x - 7 \leq 0$; (I₄) : $4x + 5y \leq 0$;

(I₅) : $x^2 + y^2 < 0$; (I₆) : $-x\frac{\sqrt{3}}{3} - y\frac{\sqrt{2}}{2} > \sqrt{6}$.

- 7** Recopie les noms des inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ dont le couple (0 ; 0) est une solution.

(I₁) : $18x - 15x + 17 \geq 0$; (I₂) : $-x - 7y - 8 < 0$;

(I₃) : $4x + 13y + 1 \leq 0$; (I₄) : $6y - x > 11$;

(I₅) : $-5x + 3y > 0$; (I₆) : $5x - 3 < 0$.

- 8 Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , représente graphiquement l'ensemble solution de l'inéquation (I) : $-x + 3y + 4 \geq 0$.

3

SYSTÈME D'ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Définition

a, b, c, a', b' et c' sont des nombres réels, tels que $(a; b) \neq (0; 0)$ et $(a'; b') \neq (0; 0)$.

On appelle système d'équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, tout système de la forme :

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases} ; \text{ le couple } (x; y) \text{ étant l'inconnue.}$$

Exercices de fixation

- 10 Indique, par une croix dans la case qui convient, les systèmes d'équations qui sont du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

N°	SYSTÈMES	CROIX
1	$\begin{cases} 2x^2 + y = 2 \\ x - y^2 = 3 \end{cases}$	
2	$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} + 1 = 0 \\ \frac{2}{x} - \frac{3}{y} + 2 = 0 \end{cases}$	
3	$\begin{cases} \frac{x}{3} - y + 2 = 0 \\ x - \frac{y}{2} + 3 = 0 \end{cases}$	
4	$\begin{cases} -5x - y - 3 = 0 \\ 7y + x - 10 = 0 \end{cases}$	
5	$\begin{cases} x + y < 0 \\ 2x - 7 = 3 \end{cases}$	

- 9 On donne l'inéquation (I) : $x + 5y - 9 \leq 0$.

- Détermine une valeur de a pour laquelle le couple $(a; 1)$ est solution de (I).
- Détermine une valeur de b pour laquelle le couple $(-5; b)$ est solution de (I).

- 11 Complète par vrai ou par faux le tableau ci-dessous.

Systèmes	Solution	Vrai ou Faux
$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x - y = -5 \end{cases}$	$(-3 ; 2)$	
$\begin{cases} 2x + 5y = 10 \\ x - 3y - 16 = 0 \end{cases}$	$(10 ; -2)$	
$\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 4x - y = 3 \end{cases}$	$(1 ; 2)$	

Résolution d'un système d'équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

On peut résoudre un système de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$:

- par substitution ;
- par combinaison ;
- graphiquement.

a) Méthode de résolution par substitution

- On exprime l'une des inconnues en fonction de l'autre dans l'une des équations.
- On remplace cette expression trouvée dans la deuxième équation. Elle devient une équation du premier degré à une seule inconnue.
- On résout cette équation du premier degré.
- On remplace la solution de l'équation du premier degré dans la première expression du début, puis on trouve l'inconnue.
- On conclut en donnant le couple solution.

Exercice de fixation

- 12 Résous par la méthode de substitution chacun des systèmes d'équations suivants :

a) $\begin{cases} 2x + 3y - 21 = 0 \\ x - y + 2 = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 7x - 12y = 2 \\ 21x + 8y = 50 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 7x - 5y - 17 = 0 \\ x + 3y - 21 = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x + y = 9 \\ 5x + 7y = 3 \end{cases}$

b) Méthode de résolution par combinaison

- On multiplie chaque équation par un nombre bien choisi afin d'avoir des coefficients opposés devant une des inconnues.
- On additionne membre à membre les deux nouvelles équations. On obtient une équation ayant une seule inconnue.
- On résout cette équation du premier degré.
- On en déduit la valeur de l'autre inconnue dans l'autre équation.
- On conclut en donnant le couple solution.

Exercice de fixation

13 Résous par la méthode de combinaison chacun des systèmes d'équations suivants :

a)
$$\begin{cases} 2x + 3y - 21 = 0 \\ x - y + 2 = 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 7x - 12y = 2 \\ 21x + 8y = 50 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 7x - 5y - 17 = 0 \\ x + 3y - 21 = 0 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 5x + y = 9 \\ 5x + 7y = 3 \end{cases}$$

c) Méthode de résolution graphique

Pour résoudre graphiquement un système :

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 & \text{où } (a ; b) \neq (0 ; 0) \text{ et} \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$$

$$(a' ; b') \neq (0 ; 0) ;$$

- On représente la droite (D_1) d'équation $ax + by + c = 0$ et la droite (D_2) d'équation $a'x + b'y + c' = 0$.
- Si les droites (D_1) et (D_2) sont parallèles, alors le système n'a pas de solution.
- Si les droites (D_1) et (D_2) sont confondues, alors le système a une infinité de solutions.
- Si les droites (D_1) et (D_2) sont sécantes en A, alors la solution du système est le couple de coordonnées du point A.

Exercice de fixation

- 14 Résous graphiquement chacun des systèmes d'équations suivants :

a)
$$\begin{cases} x + y - 5 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b)
$$\begin{cases} 3x - 4y = 12 \\ 2x + 5y = 8 \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c)
$$\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 2x - y + 5 = 0 \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4

SYSTÈME D'INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Définition

a, b, c, a', b' et c' sont des nombres réels.

On appelle système d'inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, tout système de la forme :

$$\begin{cases} ax + by + c > 0 \\ a'x + b'y + c' < 0 \end{cases}; \text{ le couple } (x; y) \text{ étant l'inconnue.}$$

Remarque

Les deux symboles peuvent être pris parmi les symboles suivants : $<$ ou $>$ ou $\leq$ ou $\geq$.

Exercice de fixation

- 15 Indique, par une croix dans la case qui convient, les systèmes d'inéquations qui sont du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

N°	SYSTÈMES	RÉPONSES
1	$\begin{cases} 2x^2 + y < 2 \\ x - y^2 > 3 \end{cases}$	
2	$\begin{cases} x + 2y + 1 \leq 0 \\ -3x - y + 2 \leq 0 \end{cases}$	
3	$\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{2}{y} + 2 \geq 0 \\ -\frac{1}{x} - \frac{y}{2} + 3 < 0 \end{cases}$	
4	$\begin{cases} x - y - 3 < 0 \\ 7y + x - 10 \leq 0 \end{cases}$	
5	$\begin{cases} x - y - 3 < 0 \\ 2x - 1 \geq 0 \end{cases}$	

.....

.....

.....

.....

.....

Point Méthode

Pour résoudre graphiquement le système

$$\begin{cases} ax + by + c > 0 \\ a'x + b'y + c' < 0 \end{cases} \quad \text{où } (a; b) \neq (0; 0) \text{ et } (a'; b') \neq (0; 0) :$$

- On représente la droite (D_1) d'équation $ax + by + c = 0$ et la droite (D_2) d'équation $a'x + b'y + c' = 0$.
- On hachure le demi-plan de bord (D_1) représentant les solutions de $ax + by + c > 0$.
- On hachure le demi-plan de bord (D_2) représentant les solutions de $a'x + b'y + c' < 0$.
- L'intersection des parties hachurées représente les solutions du système.

Exercice de fixation

- 16** Résous graphiquement chacun des systèmes d'inéquations suivants :

a) $\begin{cases} 2x - 5y - 11 < 0 \\ 3x + 4y - 5 > 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 2y + 2 < 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + 3y \geq 1 \\ 4x - 3y \leq 2 \end{cases}$

5

PROBLÈMES DU PREMIER DEGRÉ
DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Point Méthode

Pour résoudre un problème se ramenant à une équation ou un système d'équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$,

- on traduit le langage courant du problème en langage mathématique ;
- on résout l'équation ou le système obtenu ;
- on se ramène au problème et on conclut.

Exercice de fixation

- 17** La librairie d'un collège dispose de 23 cahiers de deux types. L'un des types de cahier est vendu à 1500 F l'unité et l'autre type à 2800 F l'unité.

Les élèves veulent calculer le nombre de cahiers de chaque type nécessaire pour une recette prévisionnelle de 46200 F.

1. Traduis en langage mathématique : " la librairie du collège dispose de 23 cahiers de deux types ".
2. Traduis en langage mathématique : " l'un des types de cahier est vendu à 1500 F l'unité et l'autre type à 2800 F l'unité. Les élèves veulent calculer le nombre de cahiers de chaque type nécessaire pour une recette prévisionnelle de 46200 F. "
3. Résous le système suivant :
$$\begin{cases} x + y = 23 \\ 15x + 28y = 462 \end{cases}$$
4. Dédus-en le nombre de cahiers de chaque type.

Tests objectifs

1 On donne dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, l'équation (E) du premier degré suivante : $2x - y + 5 = 0$. Écris le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de V si la proposition est vraie ou de F si elle est fausse.

1. Le couple (0 ; 0) est solution de l'équation (E).
2. Le couple (5 ; 0) n'est pas solution de l'équation (E).
3. Le couple $(-\frac{5}{2}; 0)$ est solution de l'équation (E).
4. Le couple (0 ; 5) est solution de l'équation (E).

2 Pour chacune des propositions ci-dessous, réponds par V si la proposition est vraie ou par F si elle est fausse.

N°	Propositions	Vrai ou Faux
1	Dans un repère orthonormé, le point A(2 ; 3) appartient au demi-plan représentant les solutions de l'inéquation : $2x - 5y + 4 \leq 0$.	
2	Le couple (-5 ; 3) est solution de l'inéquation : $-x + 2y - 1 \leq 0$.	
3	Le couple (1 ; 1) n'est pas solution de l'inéquation : $3x + 6y \geq 9$.	
4	Dans un repère orthonormé (O, I, J), le point O n'appartient pas au demi-plan représentant les solutions de l'inéquation : $x - y \geq 4$.	

3 Mets une croix dans la case qui convient.

Systèmes d'équations	admet une unique solution	admet une infinité de solutions	n'admet pas de solution
$\begin{cases} 5x + 2y + 3 = 0 \\ 2x + 3y - 1 = 0 \end{cases}$			
$\begin{cases} x - 2y + 9 = 0 \\ 4x - 8y + 36 = 0 \end{cases}$			
$\begin{cases} 9x - 3y + 2 = 0 \\ 3x - y + 7 = 0 \end{cases}$			
$\begin{cases} x + y + 4 = 0 \\ 7x + 2y - 1 = 0 \end{cases}$			

4 Relie chaque système d'équations à sa solution.

Systèmes d'équations
$\begin{cases} 3x + y - 4 = 0 \\ 6x - 2y - 4 = 0 \end{cases}$ •
$\begin{cases} 11x - 5y - 22 = 0 \\ x + 7y - 2 = 0 \end{cases}$ •
$\begin{cases} -3x + 4y - 1 = 0 \\ -3x + 4y + 5 = 0 \end{cases}$ •
$\begin{cases} x + 4y = 0 \\ -3x + y = 0 \end{cases}$ •

Solutions
• (2 ; 0)
• $\emptyset$
• (1 ; 1)
• (0 ; 0)

Exerce-toi

5 Pour chacun des énoncés contenus dans le tableau, trois traductions mathématiques sont proposées dans les colonnes A, B et C. Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la traduction mathématique correcte.

ÉNONCÉS	INFORMATIONS		
	A	B	C
1. La moitié du réel x ajoutée au triple du réel y est supérieure ou égale à 7.	$\frac{1}{2}x + 3y \leq 7$	$\frac{1}{2}x + 3y \geq 7$	$\frac{1}{2}y + 3x \geq 7$
2. La somme de deux nombres réels x et y est inférieure à 25 et la différence entre x et y est supérieure à 4.	$\begin{cases} x + y < 25 \\ x - y > 4 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y > 25 \\ x - y < 4 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y < 4 \\ x - y > 25 \end{cases}$
3. Le double d'un nombre réel x ajouté au triple du nombre réel y est strictement positif.	$2x + 3y < 0$	$3x + 2y > 0$	$2x + 3y > 0$
4. La moitié du réel x ajoutée au quart du réel y est inférieure ou égale à 2 et la somme des nombres x et y est strictement négative.	$\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y \leq 2 \\ x - y < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y \geq 2 \\ x + y \leq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y \leq 2 \\ x + y < 0 \end{cases}$

Exercices de renforcement / approfondissement

6 Résous dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ chacun des systèmes d'équations suivants :

a) $\begin{cases} 3x - 7y - 27 = 0 \\ 6x - 5y = 0 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} x - 2y - 3 = 0 \\ -\frac{1}{2}x - y + \frac{3}{2} = 0 \end{cases}$;

c) $\begin{cases} 4x - 3y + 10 = 0 \\ 12x - 9y - 1 = 0 \end{cases}$.

7 Résous dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ chacun des systèmes d'équations suivants :

a) $\begin{cases} \frac{5}{2}x - \frac{5}{3}y + 20 = 0 \\ \frac{7}{4}x - \frac{7}{2}y + 14 = 0 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} \frac{x+1}{4} + \frac{y-4}{10} = -\frac{1}{6} \\ \frac{2}{3}x - \frac{3}{2}y + \frac{1}{2} = 0 \end{cases}$;

c) $\begin{cases} x - y = -2 \\ x\sqrt{5} + 3y\sqrt{5} = -7\sqrt{5} \end{cases}$;

d) $\begin{cases} 0,3x + 0,5y = 3 \\ -0,2x + 0,2y = 1,4 \end{cases}$.

8 Soit l'inéquation (I) : $5x - 2y + 1 < 0$.

1. Trouve deux couples solutions de (I) de première composante $-\frac{3}{5}$.
2. Trouve deux couples solutions de (I) de deuxième composante 8.
3. Trouve un couple solution de (I) de première composante 1 et de deuxième composante inférieure à 4.

9 Le plan est muni d'un repère orthonormé.

1. a) Représente la droite (D_1) d'équation $(D_1) : x + y + 8 = 0$.
b) Représente la droite (D_2) d'équation $(D_2) : x - y = 0$.
2. a) Représente graphiquement l'ensemble solution du système (S) : $\begin{cases} x + y > 0 \\ x + y < 0 \end{cases}$.
b) Trouve trois couples solutions $(x ; y)$ de (S) tels que : $0 < x < 8$ et $y > 0$.

10 Pour la fête d'anniversaire de son fils, Mme Kiram commande des bouteilles de jus de bissap et de fruit de la passion. Une bouteille de jus de bissap revient à 500 Francs et celle du jus de passion revient à 800 Francs. Mme Kiram ne veut pas dépenser plus de 3000 Francs pour ces jus.

1. Fais au moins trois propositions de nombre de bouteilles de chaque type de jus à Mme Kiram.
2. Détermine le nombre de bouteilles de jus de passion si elle veut exactement deux bouteilles de jus de bissap.
3. Détermine le nombre de jus de bissap si elle veut exactement deux bouteilles de jus de passion.

11 FOPO garde dans sa tirelire des pièces de 500 Francs, de 200 Francs, de 100 Francs et de 50 Francs. À la fin du mois, elle fait le point de ce qu'elle a pu ainsi économiser.

Elle dénombre 29 pièces dont 6 pièces de 50 Francs et 2 pièces de 100 Francs pour un montant total de 8 300 Francs.

Dénombrer les pièces de 500 Francs et les pièces de 200 Francs.

12 Une troupe artistique propose au public deux types de spectacle : un concert et du théâtre. Les droits d'entrée pour les deux types de spectacle sont différents.

- Un client achète deux tickets pour un concert et quatre tickets pour une pièce de théâtre. Pour ce lot de tickets, il paie 5000 francs.
- Un autre client achète trois tickets pour une pièce de théâtre et deux tickets pour un concert. Pour ce lot de tickets, il paie 4500 francs.

Détermine le prix de chaque type de ticket.

- 13** Un rectangle a pour périmètre 392 m.

Trouve les dimensions de ce rectangle, sachant que la longueur a 52 m de plus que la largeur.

- 14** Une pharmacie fait une première commande de 15 sirops et 10 tablettes d'un médicament de lutte contre le paludisme pour un montant de 126 500 F.

En fonction des désirs de la clientèle, la pharmacie passe une seconde commande de 10 sirops et 15 tablettes pour un montant de 133 500 F.

Le pharmacien, voulant ranger ces articles sur des étagères, décide de marquer le prix de chacun.

Détermine le prix d'un sirop et le prix d'une tablette.

Situations d'évaluation

- 15** Monsieur Jared est un commerçant de matériel informatique dans une ville de Côte d'Ivoire. Il vend des ordinateurs, des tablettes, des téléphones portables et des clés USB d'une célèbre marque ivoirienne.

À la fin d'un mois où il a eu une forte affluence dans son magasin, il a réalisé un chiffre d'affaires de 2 560 000 F CFA. Il se rappelle également avoir vendu 48 articles de tout genre dont 10 clés USB à hauteur de 60 000 F CFA et 10 tablettes à hauteur de 500 000 F CFA.

SPRECH

[illegible]

DEVOIR SURVEILLÉ

Exercice 1 (4 points)

Durée : 1 heure

Écris le numéro de chacune des propositions suivantes, suivi de V si la proposition est vraie ou de F si elle est fausse.

- Une équation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ a pour solution un couple de nombres réels.
- Un système d'équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ admet toujours un couple solution.
- Pour résoudre un système d'équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ par la méthode de combinaison, il faut construire des droites.
- Une inéquation de la forme $ax + by + c \leq 0$, où a , b et c sont des nombres réels tels que $(a,b) \neq (0;0)$ est une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Exercice 2 (4 points)

Écris le numéro de chacun des énoncés contenus dans le tableau ci-dessous suivi de l'une des lettres A, B ou C qui permet d'obtenir la proposition juste.

N°	Énoncés	A	B	C
1	La traduction mathématique de « La moitié du réel x ajoutée au triple du réel y est supérieure ou égale à 5 » est :	$\frac{1}{2}x + 3y \leq 5$	$\frac{1}{2}x + 3y \geq 5$	$\frac{1}{2}x + 3y > 5$
2	Le système d'équations $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - y - 3 = 0 \end{cases}$ admet pour unique solution dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$:	$(2; -1)$	$(-2; -1)$	$(2; 1)$
3	Le couple $(-1; 2)$ est un couple solution de l'inéquation :	$x - y \geq 10$	$x + y \geq 10$	$x + y \leq 10$
4	La traduction mathématique de « Le triple d'un nombre réel a diminué de 7 est égal à 3 augmenté du double du nombre réel b » est :	$3a - 7 = 3 + 2b$	$3a + 7 = 3 + 2b$	$3a - 7 = 3 - 2b$

Exercice 3 (8 points)

1. Résous par la méthode de combinaison le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

2. Résous par la méthode de substitution le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} x + 3y = 1 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$

3. Résous par la méthode graphique le système d'inéquations suivant :

$$\begin{cases} -2x + y \geq 2 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$

Exercice 4 (4 points)

Durant la saison de football 2021-2022 d'un championnat, les deux meilleurs buteurs Moussa et Kouaho ont marqué en tout 60 buts. Le double du nombre de buts de Kouaho ajouté au triple du nombre de buts de Moussa est de 140. Deux amis veulent savoir qui est le meilleur buteur du championnat. Ils te sollicitent pour les aider.

On désigne par x le nombre de buts de Kouaho et par y le nombre de buts de Moussa.

- Justifie que : $x + y = 60$.
- Justifie que : $2x + 3y = 140$.
- Identifie le meilleur buteur de ce championnat. Justifie ta réponse.

Habiletés et contenus

- ✓ **Identifier** la représentation graphique d'une application affine ; la représentation graphique d'une application linéaire.
- ✓ **Connaître** la définition d'une application affine ; la définition d'une application linéaire ; la propriété relative à la représentation graphique d'une application affine ; la propriété relative à la représentation graphique d'une application linéaire ; la propriété relative au sens de variation d'une application affine ; les propriétés de linéarité.
- ✓ **Reconnaître** une application affine ; une application linéaire ; la représentation graphique d'une application affine ; la représentation graphique d'une application linéaire ; la représentation graphique d'une application affine constante, croissante ou décroissante ; la représentation graphique d'une application linéaire constante, croissante ou décroissante.
- ✓ **Déterminer** l'expression d'une application affine à partir de sa représentation graphique ; graphiquement l'image d'un nombre réel par une application affine ; graphiquement le réel a tel que $f(a)=b$ (où f est une application affine et b un nombre réel donné) ; une application affine connaissant deux nombres réels et leurs images ; une application linéaire connaissant un nombre réel et son image ; le sens de variation d'une application affine ; l'application affine dont on connaît une équation de sa représentation graphique.
- ✓ **Calculer** l'image d'un nombre réel par une application affine ; le nombre réel a tel que $f(a) = b$ (où f est une application affine et b un nombre réel donné).
- ✓ **Représenter** graphiquement une application affine ou linéaire dont on connaît l'expression explicite ; graphiquement une application affine connaissant deux nombres réels et leurs images ; graphiquement une application linéaire connaissant un nombre réel et son image.
- ✓ **Utiliser** le sens de variation d'une application affine pour comparer les images de nombres ; les propriétés de linéarité pour calculer l'image d'un nombre.
- ✓ **Traduire** une situation de proportionnalité par une application linéaire.
- ✓ **Justifier** le sens de variation d'une application affine ou linéaire.
- ✓ **Traiter** une situation faisant appel aux applications affines.

Situation d'apprentissage

Un groupe d'élèves de ta classe fait des recherches. Il découvre l'information suivante : « Dans le plan muni d'un repère, toute droite qui coupe l'axe des ordonnées a une équation de la forme : $y = ax + b$, où a et b sont des nombres réels ».

L'un d'entre eux affirme que lorsque la droite « monte », les abscisses et les ordonnées des points de cette droite sont rangées dans le même ordre. Ses autres camarades ne semblent pas être d'accord. Le lendemain, ils informent leur professeur de Mathématiques. Ce dernier avant de les départager, demande de faire des recherches sur les applications affines.



Prendre un bon départ

Révision 1 Calcul littéral

On donne un nombre A tel que : $A = 3x - 2$.

1. Calcule la valeur numérique de A pour $x = 1$.
2. Détermine la valeur du nombre réel x telle que : $A = 10$.

Révision 2 Proportionnalité

A/ Parmi les deux tableaux ci-dessous, indique celui qui est un tableau de proportionnalité, en précisant le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la première ligne à la seconde.

Tableau 1

1	3	5,5	7	25
4	12	22	28	100

Tableau 2

1	3	5	8	25
5	15	39	41	100

B/ Complète le tableau de proportionnalité ci-dessous, sans utiliser un coefficient de proportionnalité.

2	$2\sqrt{3}$		$14 + 2\sqrt{3}$
5		35	

Révision 3 Équations de droites

A/ Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . Construis les droites d'équations suivantes :

$(D_1) : y = x - 3$; $(D_2) : y = -2x$; $(D_3) : y = -2$.

B/ Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . On donne les points : $A(3 ; -8)$; $B(-5 ; 2)$ et $C(-2 ; 2)$.

(a et b sont deux nombres réels)

Écris une équation de la forme $y = ax + b$ de la droite :

1. (AB) ;
2. (OA) ;
3. (BC) .

Révision 4 Comparaison de nombres réels

Mets une croix dans la case qui convient.

N°	AFFIRMATIONS	Vrai	Faux
1	Les nombres réels sont rangés dans le même ordre que leurs opposés.		
2	Les nombres réels négatifs sont rangés dans l'ordre contraire de leurs carrés.		
3	Lorsque les mesures des angles aigus augmentent, leurs sinus augmentent également.		

Résumé de cours - Exercices de fixation

1

APPLICATIONS AFFINES

Définition

a et b sont deux nombres réels.

On appelle application affine de coefficient a et de terme constant b la correspondance f qui, à chaque nombre réel x , associe le nombre réel $ax + b$. On dit que l'application affine f est définie par : $f(x) = ax + b$.

On écrit aussi $f : x \mapsto ax + b$.

Exemples

- La correspondance f définie par $f(x) = -2x + 7$ est l'application affine de coefficient -2 et de terme constant 7 .
- La correspondance g définie par $g(x) = \sqrt{3}x$ est l'application affine de coefficient $\sqrt{3}$ et de terme constant 0 .
- La correspondance h définie par $h(x) = \frac{\pi}{3}$ est l'application affine de coefficient 0 et de terme constant $\frac{\pi}{3}$.

Remarque

On peut calculer l'image du nombre réel -1 par l'application affine $f : x \mapsto -2x + 3$ de la façon suivante : $f(-1) = -2 \times (-1) + 3 = 2 + 3 = 5$.

Exercices de fixation

1

Parmi les correspondances définies ci-dessous, indique celles qui sont des applications affines et donne leurs coefficients :

$$\begin{aligned} f_1 : x &\mapsto -5x + 2 & ; & & f_2 : x &\mapsto x^2 + 5 ; \\ f_3 : x &\mapsto (\sqrt{3} + 4)x - 1 & ; & & f_4 : x &\mapsto 2 - x ; \\ f_5 : x &\mapsto 4 - \frac{5}{6}x & ; & & f_6 : x &\mapsto \frac{1}{x} + 3 ; \\ f_7 : x &\mapsto 5x & ; & & f_8 : x &\mapsto x - 5. \end{aligned}$$

2

Justifie que les correspondances suivantes sont des applications affines.

$$f : x \mapsto 4(x + 1) - 3(x + 3) ;$$

$$g : x \mapsto (x + 2)^2 - x(x + 7).$$

3

Donne le coefficient et le terme constant de chacune des applications affines f , g et h définies respectivement par :

$$f(x) = 5x - 2 \quad ; \quad g(x) = \frac{3}{2}\left(x - \frac{2}{3}\right) ;$$

$$h(x) = x\sqrt{3} + 2.$$

4

f est une application affine définie par :

$$f(x) = 3x + 5.$$

Calcule l'image par f de chacun des nombres réels suivants : -3 ; 0 ; 4 .

- 5 g est une application affine définie par :

$$g(x) = -\frac{1}{2}x + 2.$$

Détermine les nombres réels a et b , tels que :

$$g(a) = 2 \text{ et } g(b) = 0.$$

- 6 f est l'application affine de coefficient 2 et de terme constant -3 .

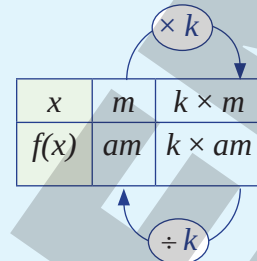
Détermine l'expression de $f(x)$.

Propriété

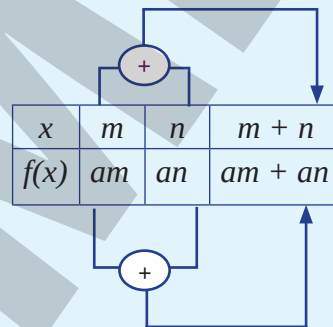
f est une application linéaire définie par :

$$f(x) = ax.$$

m, n et k sont des nombres réels quelconques.



$$f(k \times m) = k \times f(m)$$



$$f(m + n) = f(m) + f(n)$$

Remarque

Toute situation de proportionnalité est associée à une application linéaire de coefficient non nul.

Exercices de fixation

- 7 Parmi les correspondances ci-dessous, indique celles qui sont des applications linéaires.

$$f : x \mapsto 3x ; \quad g : x \mapsto 5x^2 ; \quad h : x \mapsto 2x - 5 ;$$

$$i : x \mapsto 4x ; \quad j : x \mapsto 5 ; \quad k : x \mapsto \frac{2}{x}.$$

2

APPLICATION LINÉAIRE

Définition

On appelle application linéaire, une application affine f définie par : $f(x) = ax$ où a est un nombre réel.

Remarque

Toute application linéaire est une application affine.

- 8 Soit f l'application linéaire, telle que : $f(5) = 12$.

- Détermine l'expression de f .
- Même question pour l'application linéaire g , telle que : $g(2) = 5$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- 9 Parmi les applications suivantes, indique celles qui sont des applications linéaires.

a)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-6	-4	-2	0	2

b)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	30	15	0	-15	-30

c)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-4	-2	0	2	4

.....

.....

.....

- 10 f est une application linéaire.
 u, v et k sont des nombres réels.
 Relie l'expression de gauche à celle de droite correspondante.

COLONNE A	
$f(u+v)$	•
$f(ku)$	•

COLONNE B	
• $f(u) - f(v)$	
• $kf(u)$	
• $f(u) + f(v)$	
• $f(k) \times f(u)$	

- 11 Relie chaque expression de la colonne A à l'application qui la définit dans la colonne B.

COLONNE A	
$h : x \mapsto (6 - \sqrt{2})x - 9$	•
$g : x \mapsto 8x$	•
$f : x \mapsto 10$	•

COLONNE B	
• Application constante	
• Application linéaire	
• Application affine	

- 12 f est une application linéaire. r, s et t sont des nombres réels.

Indique par une croix les propriétés qui caractérisent f .

$f(r + t) = f(r) \times f(t)$ ☐

$f(r \times t) = f(r) \times f(t)$ ☐

$f(r + t) = f(r) + f(t)$ ☐

$f(s \times r) = s \times f(r)$ ☐

3

REPRÉSENTATION GRAPHIQUE D'UNE APPLICATION AFFINE

a) Représentation graphique d'une application affine

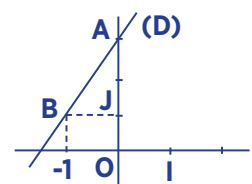
Propriété

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) . a et b sont deux nombres réels donnés.

- L'application affine f définie par $f(x) = ax + b$ est représentée graphiquement par la droite d'équation $y = ax + b$.
- Toute droite d'équation $y = ax + b$ est la représentation graphique d'une application affine f définie par $f(x) = ax + b$.

Exemple

Dans le plan muni d'un repère, la représentation graphique de l'application affine f définie par $f(x) = 2x + 3$ est la droite $(D) : y = 2x + 3$.



Exercices de fixation

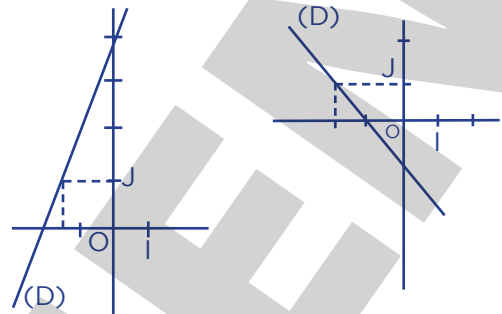
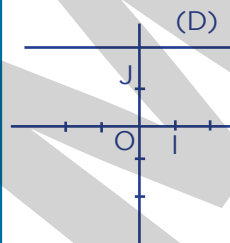
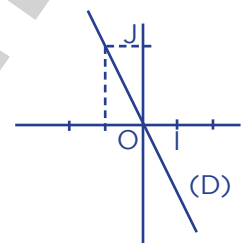
- 13** Complète la dernière colonne du tableau ci-dessous par V si l'énoncé est vraie ou par F si non.

L'application affine f définie par $f(x) = ax + b$ est représentée graphiquement par la droite d'équation :	$y = ax + b$	
	$y = \frac{a}{x} + b$	
	$ax - y + b = 0$	
La droite dont une équation est ci-contre est la représentation graphique d'une application affine.	$y = 2x - 1$	
	$x = -3$	
	$y = \frac{3 - 2x}{2}$	

- 14** Représente graphiquement, dans le plan muni d'un repère (O, I, J), chacune des applications affines suivantes :

$$f : x \mapsto -3x + 2; g : x \mapsto 4x - 1; h : x \mapsto -\frac{1}{3}x + 4.$$

- 15** Dans chacun des cas ci-dessous, détermine l'expression de l'application affine dont la droite (D) est la représentation graphique.

1^{er} cas2^e cas3^e cas4^e cas

b) Représentation graphique d'une application linéaire

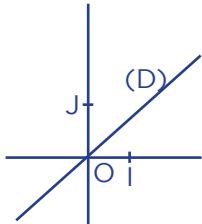
Propriété

Le plan est muni d'un repère (O, I, J). a est un nombre réel.

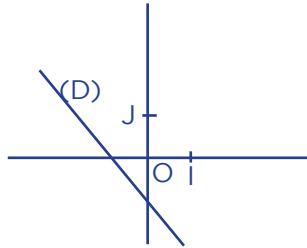
- La représentation graphique d'une application linéaire d'expression $f(x) = ax$ est la droite d'équation $y = ax$ qui passe par l'origine du repère.
- Dans le plan muni d'un repère, une droite non parallèle à l'axe des ordonnées et qui passe par l'origine du repère est la représentation graphique d'une application linéaire.

Exercices de fixation

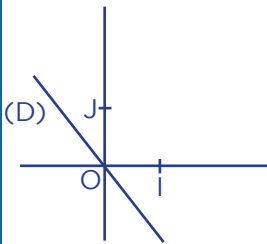
16 Parmi les graphiques ci-dessous, entoure les lettres de ceux qui correspondent à une application linéaire.



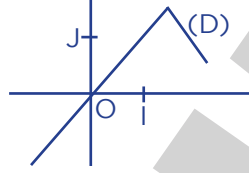
a)



b)



c)



d)

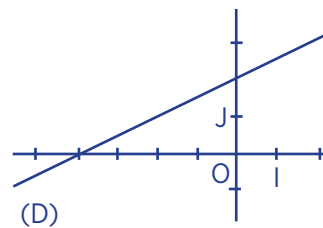
17 Représente graphiquement, dans le plan muni d'un repère (O, I, J) , chacune des applications linéaires suivantes :

fonctions linéaires suivantes :

$$f: x \mapsto -x ; g: x \mapsto 2x ; h: x \mapsto \frac{1}{3}x .$$

18 La droite (D) est la représentation graphique d'une application affine f .

Détermine graphiquement l'image par f de chacun des nombres réels suivants : -2 ; -4 ; 0 et 2 .



c) Détermination graphique de l'image d'un nombre réel

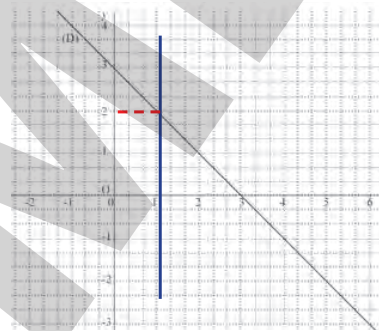
Exemple

Dans le plan muni d'un repère, f est une application affine dont la représentation graphique est la droite (D).

Déterminons l'image du nombre réel 1.

- On trace la parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point de coordonnées $(1; 0)$;
- Cette parallèle coupe la droite (D) en un point ;
- L'ordonnée de ce point est l'image de 1.

lci, $f(1) = 2$.

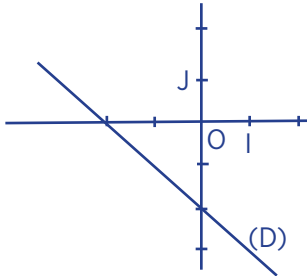


Exercices de fixation

19 Dans le plan muni du repère (O, I, J) ci-dessous, l'application affine f est représentée par la droite (D) .

Entoure la bonne réponse.

- -2 est l'image par f de :
a) 0 ; b) 1 ; c) -1 .
- -1 est l'image par f de :
a) -1 ; b) 0 ; c) 1.
- 0 est l'image par f de :
a) 1 ; b) -2 ; c) -1 .



d) Détermination graphique du nombre réel a tel que $f(a) = b$ où b est un nombre réel donné

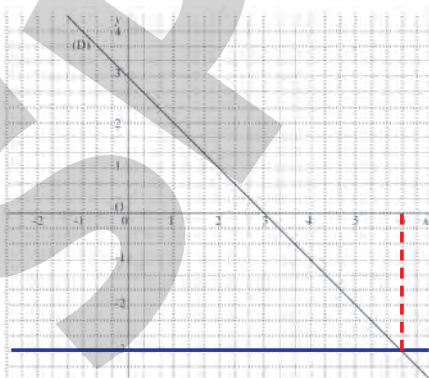
Exemple

Dans le plan muni d'un repère, f est une application affine dont la représentation graphique est la droite (D) .

Déterminons graphiquement le nombre réel a , tel que : $f(a) = -3$.

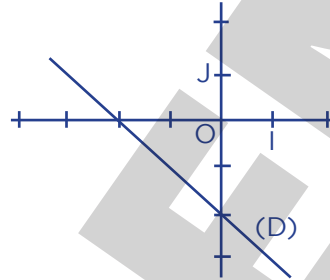
- On trace la parallèle à l'axe des abscisses passant par -3 ;
- Cette parallèle coupe la droite (D) en un point ;
- L'abscisse de ce point est le nombre a tel que : $f(a) = -3$.

Ici, $a = 6$. On a donc : $f(6) = -3$.



Exercices de fixation

20 La droite (D) est la représentation graphique d'une application affine f .



Détermine graphiquement le nombre réel x dans chacun des cas suivants :

- a) $f(x) = -3$; b) $f(x) = -2$; c) $f(x) = -1$;
d) $f(x) = 0$; e) $f(x) = 1$.

21 Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .
 g est une application affine dont la représentation graphique passe par les points $M(3 ; 2)$ et $N(-1 ; 0)$.

1. Construis la droite (MN) dans le repère (O, I, J) .
2. Détermine graphiquement le nombre réel x dans chacun des cas suivants :
a) $g(x) = 0$; b) $g(x) = -2$.

4

DÉTERMINATION DE L'EXPRESSION D'UNE APPLICATION AFFINE CONNAISSANT DEUX NOMBRES RÉELS ET LEURS IMAGES

Exemple

Déterminons l'expression de l'application affine f , telle que : $f(-1) = 1$ et $f(2) = 7$.

Posons : $f(x) = ax + b$.

On a : $f(-1) = 1$, donc $a \times (-1) + b = 1$ et $f(2) = 7$, donc : $a \times 2 + b = 7$.

On obtient donc le système suivant :
$$\begin{cases} -a + b = 1 \\ 2a + b = 7 \end{cases}$$

On résout le système par l'une des méthodes déjà vues et on obtient : $a = 2$ et $b = 3$.

Donc : $f(x) = 2x + 3$.

Exercice de fixation

- 22 f est une application affine dont la représentation graphique dans un repère passe par les points A(2 ; -3) et B (-5 ; 4).

Détermine l'expression de $f(x)$.

5

SENS DE VARIATION D'UNE APPLICATION AFFINE

Propriété

a et b sont deux nombres réels.

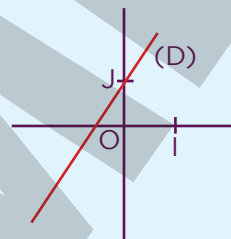
f est une application affine définie par :

$$f(x) = ax + b.$$

- f est croissante lorsque $a > 0$.

Dans ce cas, deux nombres réels quelconques u et v sont rangés dans le même ordre que leurs images par f .

$$u \leq v \text{ équivaut à } f(u) \leq f(v)$$

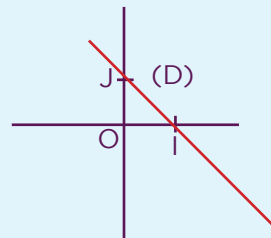


L'application affine est croissante.

- f est décroissante lorsque $a < 0$.

Dans ce cas, deux nombres réels quelconques u et v sont rangés dans l'ordre contraire de leurs images par f .

$$u \leq v \text{ équivaut à } f(u) \geq f(v)$$

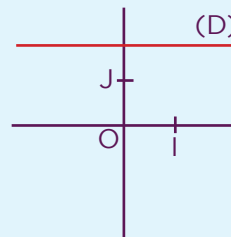


L'application affine est décroissante.

- f est constante lorsque $a = 0$.

Dans ce cas, deux nombres réels quelconques u et v ont la même image par f .

$$u \leq v \text{ équivaut à } f(u) = f(v)$$



L'application affine est constante.

Exercices de fixation

23

Complète la dernière colonne du tableau ci-dessous par V si l'affirmation est vraie ou par F si elle est fausse.

f est l'application affine définie par :

$$f(x) = ax + b.$$

AFFIRMATIONS		V ou F
f est croissante lorsque :	$a > 0$	
	$b < 0$	
	$a < 0$	
f est décroissante lorsque :	$a > 0$	
	$b < 0$	
	$a < 0$	
f est constante lorsque :	$a < b$	
	$a = 0$	
	$b = 0$	
L'application affine g définie par $g(x) = 2x - 3$ est :	constante	
	croissante	
	décroissante	
L'application affine h définie par $h(x) = -7$ est :	constante	
	croissante	
	décroissante	
L'application affine j définie par : $j(x) = \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}$ est :	constante	
	croissante	
	décroissante	

24

g est une application affine.

Dans chacun des cas ci-dessous, détermine le sens de variation de g .

a) $g(-2) = 2$ et $g(-1) = 1$;

b) $g(2) = 6$ et $g(-3) = 2$;

c) $g(1) = -3$ et $g(5) = -3$.

25

f est une application affine croissante.

Compare $f(-2)$ et $f(5)$.

26

g est une application affine décroissante.

Compare $g(\sqrt{3})$ et $g(\sqrt{7})$.

27

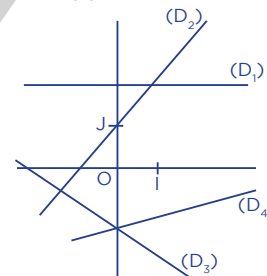
g est une application affine croissante.

Range dans l'ordre décroissant les nombres réels suivants :

$$g(-2) ; g\left(\frac{1}{3}\right) ; g(\sqrt{2}) ; g(4).$$

28

Dans la figure ci-dessous, chacune des quatre droites (D_1) , (D_2) , (D_3) et (D_4) tracées représente une application affine.



Cite les représentations graphiques d'applications affines croissantes, décroissantes et constantes.

29

Parmi les applications affines suivantes, indique celles qui sont croissantes, décroissantes ou constantes. Pour chaque cas, justifie ta réponse.

$$f(x) = 2x - 3 ; g(x) = -\frac{1}{3}x + 3 ; h(x) = -x - 3 ; k(x) = 3 ; m(x) = x\sqrt{5}.$$

Tests objectifs

- 1 Réarrange les groupes de mots suivants pour obtenir une définition correcte.

« la correspondance qui à chaque nombre réel x » ; « de coefficient a et de terme constant b » ; « a et b sont deux nombres réels » ; « associe le nombre réel $ax + b$ » ; « on appelle application affine »

.....

.....

.....

.....

- 2 Soit l'application affine $f: x \mapsto 2x - 7$.

Complète les phrases suivantes avec les mots ou expressions qui conviennent : **la solution** ; **application** ; **f** ; **antécédent** ; **image**.

- Le nombre -1 a pour le nombre -9 par l'..... affine
- L'..... du nombre 5 par l'application affine f se note $f(5)$.
- L'..... du nombre 3 par est de l'équation $f(x) = 3$.

- 3 Relie chaque grandeur de la colonne A à la correspondance qui lui convient dans la colonne B.

Colonne A	
Aire d'un disque de rayon x	●
Volume d'un cube d'arête x	●
Périmètre d'un cercle de rayon x	●
Périmètre d'un carré de côté x	●

Colonne B	
●	$x \mapsto 4x$
●	$x \mapsto 2\pi x$
●	$x \mapsto x^3$
●	$x \mapsto \pi x^2$

.....

.....

.....

- 4 Pour chacune des propositions ci-dessous, mets une croix dans la case qui convient.

N°	PROPOSITIONS	Vrai	Faux
1	Toute application affine est une application linéaire.		
2	La représentation graphique de l'application affine $x \mapsto ax + b$ est la droite d'équation $ax - y + b = 0$.		
3	Si f est une application affine telle que $f(2) = -1$ et $f(-1) = 2$, alors f est constante.		

- 5 Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir 3 affirmations dont une seule est vraie.

Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne correspondant à la bonne réponse.

N°	ÉNONCÉS	INFORMATIONS		
		A	B	C
1	L'application affine f de coefficient $\frac{1}{3}$ et de terme constant -4 est :	$f: x \mapsto 3x - 4$	$f: x \mapsto \frac{x-4}{3}$	$f: x \mapsto \frac{x}{3} - 4$
2	L'application affine g définie par $g(x) = (\sqrt{2} - 2)x + 1$ est :	décroissante	croissante	constante
3	L'application linéaire f telle que $f(1) = \sqrt{3}$ a pour expression :	$f(x) = \sqrt{3}x$	$f(x) = \frac{x}{\sqrt{3}}$	$f(x) = 3x$

.....

.....

.....

Exercices de renforcement / approfondissement

- 6 Pour chacune des propositions du tableau ci-dessous, mets une croix dans la case qui convient.

Propositions	Vrai	Faux
Une application linéaire est une application affine.		
f est l'application affine définie par : $f(x) = x\sqrt{2} - 50$. On a : $f(2) > f(8)$.		
g est une application linéaire. On a : $g(5 + \sqrt{3}) = g(5) + g(\sqrt{3})$.		
h est l'application affine définie par : $h(x) = -12x + \pi$. On a : $h(20) < h(10)$.		

- 7 Parmi les correspondances suivantes, indique celles qui sont des applications linéaires et celles qui sont des applications affines.

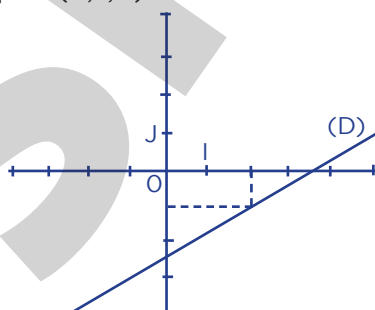
$$f : x \mapsto 2x - 3 ; \quad g : x \mapsto 4 - 2x ;$$

$$h : x \mapsto -\frac{5}{4}x ; \quad i : x \mapsto 10^{-3}x ;$$

$$j : x \mapsto \sqrt{2}x ; \quad k : x \mapsto x^2 ;$$

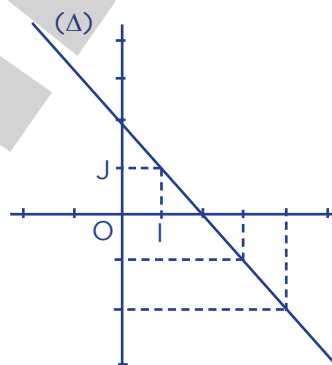
$$l : x \mapsto \frac{3}{x} + 2 ; \quad m : x \mapsto 5.$$

- 8 f est une application affine. (D) est sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère (O, I, J).



- Détermine le sens de variation de f .
- Détermine à partir de la représentation graphique les images des nombres réels 0 et 2.
- Détermine l'expression de l'image de x par f sous la forme $ax + b$.

- 9 g est une application affine représentée dans le repère ci-dessous par la droite (Δ).



- Indique le sens de variation de g .
- Détermine à partir de la représentation graphique :
 - les images par g de chacun des nombres réels 1 ; 0 et 3.
 - les nombres réels qui ont pour images respectives, par g : -2, 1 et 3.
- Détermine l'expression de $g(x)$.

10 h est une application affine définie par :

$$h(x) = (3 + \sqrt{2})x + 1.$$

1. Justifie que h est croissante.
2. Compare sans les calculer $h(3)$ et $h(\sqrt{11})$. Justifie ta réponse.

11 h est une application affine définie par :

$$h(x) = (3 - \sqrt{7})x + 3.$$

Détermine le sens de variation de h .

12 k est une application affine, telle que :

$$k(-6) = 4 \text{ et } k(2) = 0.$$

1. Détermine le sens de variation de k .
2. Range les nombres réels suivants dans l'ordre croissant :

$$k(-6); k(\sqrt{3}); k(\sqrt{2}+1); k(0); k\left(\frac{3}{2}\right).$$

- 3.** Représente graphiquement l'application affine k dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

13 f est une application linéaire.

p et q sont deux nombres réels non nuls, tels que : $f(p) = 2$ et $f(q) = 5$.

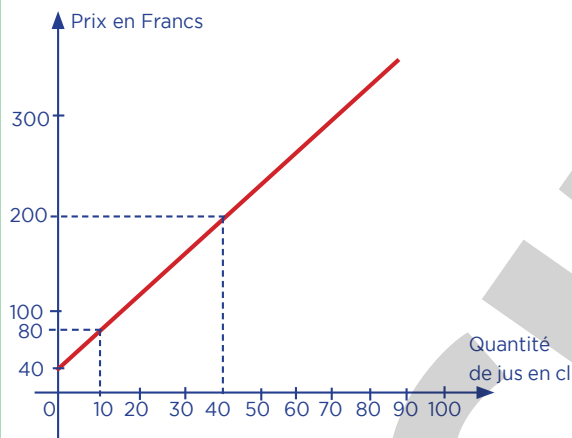
Démontre que : $f(q + 2p) = 9$.

Situations d'évaluation

- 14** En vue de lutter contre la pauvreté, une maman décide de fabriquer et de commercialiser du jus de tamarin et de bissap dans son quartier.

Au prix de jus de tamarin, elle ajoute un montant fixe pour l'emballage (boîte) quelle que soit la quantité de jus. Un client, très curieux, souhaite connaître le prix de l'emballage.

Le diagramme suivant représente le prix de vente des boîtes de jus en fonction des quantités de jus.



- Détermine l'expression de l'application affine f à partir de la représentation graphique ci-dessus.
- Déduis-en le prix de vente de 80 cl de jus, puis la quantité de jus correspondant à 280 F.
- Détermine le montant de l'emballage.

- 15** Un groupe d'élèves de 4^e de ton établissement veut effectuer des courses en taxi à la veille de leur départ en vacances. L'un d'eux dit avoir payé 1 850 F pour un parcours de 20 km et un second dit avoir payé 2 250 F pour un trajet de 25 km.

Le chef de ce groupe se demande s'ils pourront emprunter un taxi avec la somme de 2 015 F seulement pour 22 km.

Tu es alors sollicité(e) pour les aider à répondre à leur préoccupation.

On traduit cette situation par l'application f telle que : $f(20) = 1850$ et $f(25) = 2250$.

- Détermine l'expression explicite de $f(x)$.
- Résous l'équation : $80x + 250 = 2015$.
- Dis s'ils pourront effectuer leur course en taxi. Justifie ta réponse.

Exercice 1 (4 points)

Écris le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de V si la proposition est vraie ou de F si elle est fausse.

- Si l'application affine f est telle que : $f(x) = 3x + 1$, alors le terme constant est 3.
- Par une application affine g , si les nombres et leurs images sont rangés dans l'ordre contraire, alors g est décroissante.
- Dans un repère, la droite d'équation $x - y + 2 = 0$ représente l'application affine $x \mapsto x + 2$.
- Toute application linéaire est une application affine.

Exercice 2 (4 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B, C et D permettent d'obtenir 3 affirmations dont une seule est vraie. Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne correspondant à la bonne réponse.

N°	Énoncés	INFORMATIONS			
		A	B	C	D
1	Le nombre -4 est l'antécédent de -5 par l'application affine :	$x \mapsto \frac{x}{3} - \frac{7}{3}$	$x \mapsto \frac{5}{4}x$	$x \mapsto 2x + 13$	$x \mapsto -\frac{4}{5}x$
2	L'application affine g définie par $g(x) = 2x + a$ ($a \in \mathbb{R}$) est une application linéaire si :	$a > 0$	$a < 0$	$a = 0$	$a < -2$
3	Soit une application linéaire f et k un nombre réel, on a : $f(kx) = \dots$	$kf(x)$	$k + f(x)$	$f(k) + f(x)$	$f(k) \times f(x)$
4	L'application affine h définie par : $h(x) = (1 - \sqrt{2})x$ est :	constante	décroissante	croissante	ni croissante ni décroissante

Exercice 3 (8 points)

On considère l'application affine f définie par : $f(x) = 5x - 7$ et (D) sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J). Soit A (-1 ; -12) et B (2 ; 6) deux points de ce repère.

- Justifie que les droites (D) et (AB) sont sécantes.
- Soit g l'application affine de représentation graphique la droite (AB). Justifie que g est définie par : $g(x) = 6x - 6$.
- Détermine les coordonnées des points d'intersection de (D) avec les axes du repère.

Exercice 4 (4 points)

Une entreprise agroalimentaire reçoit une commande de 40 tonnes de cacahuètes et 30 tonnes de pistaches conditionnées en boîtes de 1 kg.

Après vérification du stock, le responsable de production constate qu'il reste 15 tonnes de boîtes de cacahuètes en stock, mais il n'y a plus de pistaches.

Pour chaque type de boîte, l'entreprise peut produire 4,5 tonnes par jour.

On souhaite déterminer la durée nécessaire pour produire les boîtes manquantes.

Tu es sollicité(e) pour apporter ton aide en répondant aux questions suivantes :

- On désigne par $f(x)$ la masse de boîtes de cacahuètes disponibles en tonnes en fonction du nombre de jours de production x (Tiens compte du stock disponible). Justifie que : $f(x) = 4,5x + 15$.
- Exprime la masse $g(x)$ de boîtes de pistaches disponibles en tonnes en fonction du nombre de jours de production x .
- Pour chacun des produits, détermine la durée de production nécessaire pour avoir un stock suffisant qui permettra d'honorer la commande.

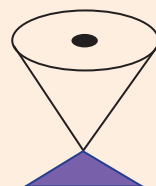
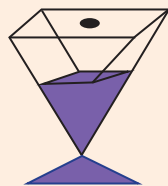
PYRAMIDES ET CÔNES

Habiletés et contenus

- ✓ **Identifier** un cône de révolution ; un patron d'une pyramide régulière ; le patron d'un cône de révolution ; le sommet d'une pyramide régulière, d'un cône de révolution ; les faces d'une pyramide régulière ; la base d'une pyramide régulière, d'un cône de révolution ; une arête d'une pyramide régulière ; la hauteur d'une pyramide régulière ; la hauteur d'un cône de révolution ; l'angle de développement d'un cône de révolution ; le tronc d'une pyramide régulière, d'un cône de révolution ; une génératrice d'un cône de révolution ; l'apothème.
- ✓ **Connaître** la définition d'une pyramide régulière ; la formule du volume d'une pyramide régulière ; la formule de l'aire latérale d'une pyramide régulière ; la formule du volume d'un cône de révolution ; la formule de l'aire latérale d'un cône de révolution ; la relation entre la longueur d'une génératrice, l'angle de développement et le périmètre de la base d'un cône ; les propriétés de réduction.
- ✓ **Décrire** une pyramide régulière ; un cône de révolution.
- ✓ **Construire** un patron de pyramide régulière ; un patron de cône de révolution.
- ✓ **Réaliser** un cône de révolution ; une pyramide régulière.
- ✓ **Extraire** une figure plane d'une représentation d'un cône de révolution ou d'une pyramide régulière.
- ✓ **Calculer** le volume, l'aire latérale et l'aire totale d'une pyramide régulière ; le volume, l'aire latérale et l'aire totale d'un cône de révolution ; des aires de troncs de pyramides régulières ou de cônes de révolution ; des volumes de troncs de pyramides régulières ou de cônes de révolution ; le coefficient de réduction.
- ✓ **Traiter** une situation faisant appel aux pyramides régulières ou aux cônes de révolution.

Situation d'apprentissage

Pour la fête des élèves de ton établissement, les organisateurs veulent passer une commande de verres pour le cocktail. Le marchand leur propose deux types de verres comme l'indiquent les figures ci-contre. Ils souhaitent utiliser le verre le moins volumineux. Pour cela, ceux-ci sollicitent l'aide des élèves de 3^e.

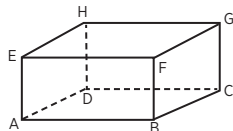


Afin de permettre à ta classe de contribuer à la réussite de cette fête, ton professeur décide de vous informer sur des solides particuliers.

Prendre un bon départ

Révision 1 Pavé droit - Aire d'un triangle

A/ Sur la figure ci-dessous, ABCDEFGH est un pavé droit.



Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir 3 propositions dont une seule est vraie.

Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne correspondant à la bonne réponse.

N°	ÉNONCÉS	INFORMATIONS		
		A	B	C
1	Dans la réalité, la face EFGH est :	un parallélogramme	un carré	un rectangle
2	La face ABCD est :	une base	une face latérale	un plan vertical
3	La face ADHE est parallèle à la face :	BCGF	ABCD	ABFE
4	Le support de l'arête [GC] est perpendiculaire :	au support de l'arête [FB]	au support de l'arête [FG]	à la face ABFE

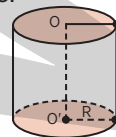
B/ Indique la bonne réponse.

- Le volume d'un cube d'arête de longueur a est :
a) $3a$; b) a^3 ; c) $6a^2$.
- L'aire totale d'un cube d'arête de longueur a est :
a) $3a$; b) a^3 ; c) $6a^2$.
- L'aire d'un triangle dont h est la hauteur relative à la base de longueur b est :
a) $\frac{1}{2} b \times h$; b) $b \times h$; c) $2b \times h$.

Révision 2 Cylindre droit

On considère le cylindre droit ci-contre.

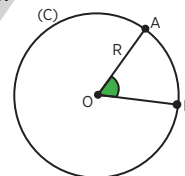
- Identifie sa hauteur, puis une base.
- Donne la formule du volume de ce cylindre.



Révision 3 Angle au centre

On considère la figure ci-contre.

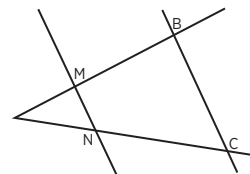
- Donne la formule :
a) du périmètre du disque de rayon R ;
b) de l'aire du disque de rayon R .
- Donne la formule de la longueur de l'arc $\widehat{AB}$ intercepté par l'angle au centre $\widehat{AOB}$.



Révision 4 Propriétés de Thalès

Sur la figure ci-contre :

- ABC est un triangle ;
- M est un point de la droite (AB) ;
- N est un point de la droite (AC) ;
- les droites (MN) et (BC) sont parallèles.



- Énonce la conséquence de la propriété de Thalès.
- Déduis-en que le triangle AMN est une réduction du triangle ABC dont on précisera le coefficient de réduction k .
- Démontre que : $\text{aire}(\text{AMN}) = k^2 \text{aire}(\text{ABC})$.

Résumé de cours - Exercices de fixation

1

PYRAMIDES, PYRAMIDES RÉGULIÈRES

a) Pyramide

Présentation

- Une pyramide est un solide délimité par :
 - un polygone, appelé la base de la pyramide ;
 - des faces triangulaires ayant un sommet commun, appelées les faces latérales de la pyramide.
- Le sommet commun aux faces latérales est le sommet de la pyramide.
- La hauteur d'une pyramide est le segment issu de son sommet et perpendiculaire à sa base.
- Une arête latérale est un segment joignant un sommet de la base au sommet de la pyramide.

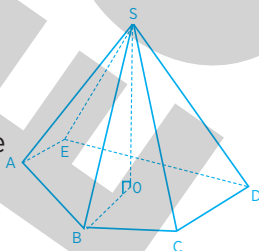
Exemple

Le solide SABCDE représenté ci-dessous est une pyramide de base le polygone ABCDE et de sommet S.

Les triangles SAB ; SBC ; SCD ; SDE et SEA sont les faces latérales de cette pyramide.

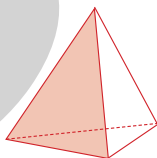
Le segment [SO] est la hauteur de cette pyramide.

Les segments [SA] ; [SB] ; [SC] ; [SD] ; [SE], ainsi que les côtés de la base sont appelés les arêtes de la pyramide.



Remarque

Dans une pyramide à base triangulaire, chaque face latérale peut être considérée comme base de cette pyramide et chaque sommet peut être considéré comme le sommet de cette pyramide.



b) Pyramide régulière

Définition

- On dit qu'une pyramide est régulière lorsque :
 - sa base est un polygone régulier (polygone inscrit dans un cercle et dont tous les côtés ont la même longueur).
 - ses faces latérales sont des triangles isocèles superposables.
- L'apothème d'une pyramide régulière est la hauteur d'une face latérale.

Propriété

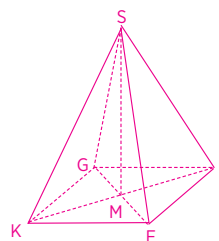
Dans une pyramide régulière, la hauteur passe par le centre du cercle circonscrit à sa base.

Remarque

Pour déterminer la hauteur d'une pyramide, on peut appliquer la propriété de Pythagore dans un triangle rectangle contenant cette hauteur.

Exemple

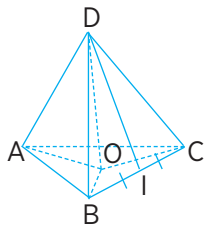
Pyramide dont la base est un carré



SKEFG est une pyramide dont la base est le carré KEGF de centre M. La droite (SM) est la hauteur de cette pyramide. Elle est donc perpendiculaire aux droites (KF) et (GE).

Les faces latérales SKE ; SEF ; SGF et SGK sont des triangles isocèles superposables. Le point M est le centre du cercle circonscrit au carré KEGF.

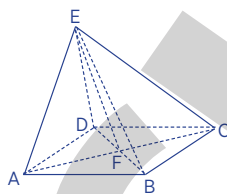
Pyramide dont la base est un triangle équilatéral



DABC est une pyramide dont la base est le triangle équilatéral ABC de centre O. La droite (DO) est la hauteur de cette pyramide. Elle est donc perpendiculaire au plan ABC. Les faces latérales DAB ; DBC et DCA sont des triangles isocèles superposables. Le point O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC. [DI] est l'apothème de la pyramide DABC.

Exercices de fixation

- 1 La figure ci-contre est une pyramide régulière EABCD. Réponds par V si l'affirmation est vraie ou par F si elle est fausse.



N°	Affirmations	Réponses
1	D est le sommet de la pyramide.	
2	La base de cette pyramide est le carré ABCD.	
3	[AD] est une arête latérale.	
4	[EF] est la hauteur de la pyramide.	
5	EBC est un triangle équilatéral.	
6	Les segments [EB] et [ED] ont la même longueur.	
7	F est le centre de la base ABCD.	

- 2 Parmi les pyramides suivantes, indique celles qui sont régulières.

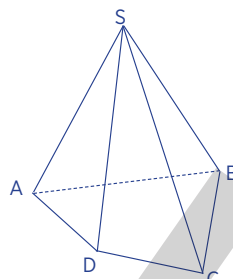


Fig. 1

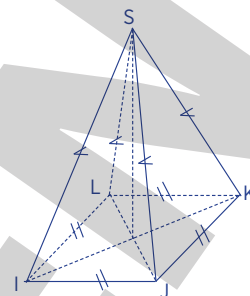


Fig. 2

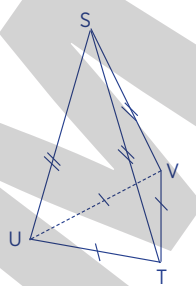


Fig. 3

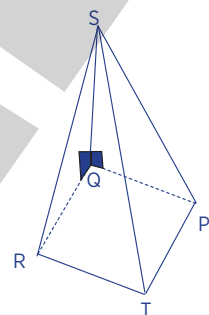
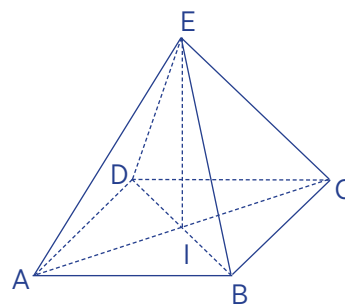


Fig. 4

- 3 La figure ci-dessous est une pyramide régulière.

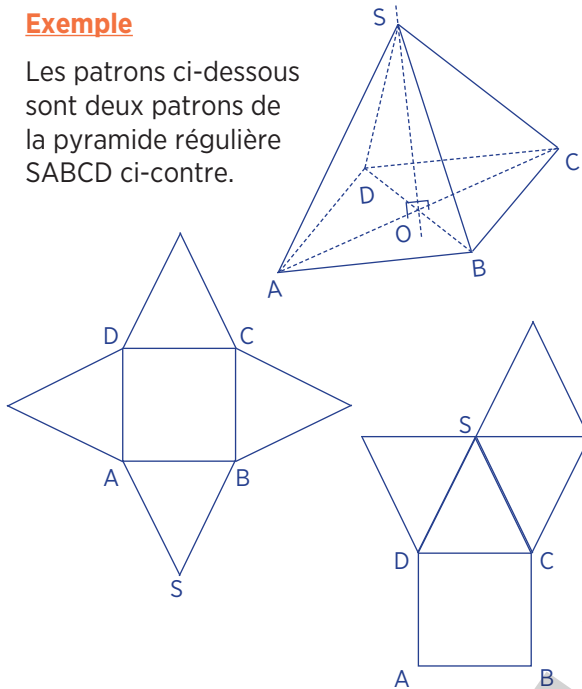
1. Cite le sommet de la pyramide.
2. Cite les arêtes de la pyramide.
3. Donne la hauteur de la pyramide.
4. Nomme la base de la pyramide.



c) Patron d'une pyramide régulière

Exemple

Les patrons ci-dessous sont deux patrons de la pyramide régulière SABCD ci-contre.



Remarque

Un patron d'une pyramide régulière est composé d'un polygone régulier (triangle équilatéral, carré,...) et de triangles isocèles superposables.

Exercices de fixation

- 4 Identifie, parmi les figures codées ci-dessous, celles qui sont des patrons de pyramides régulières.

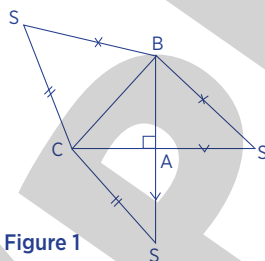


Figure 1

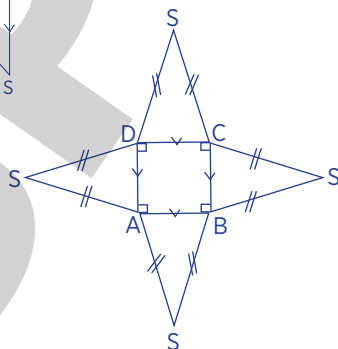


Figure 2

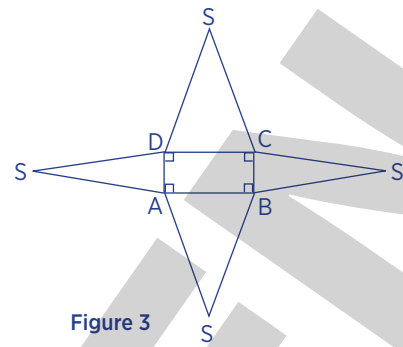


Figure 3

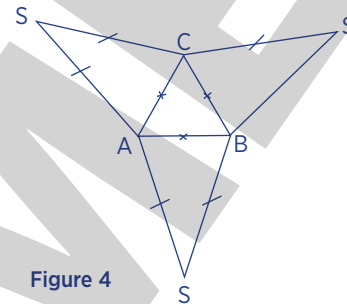
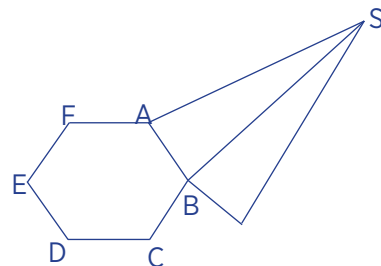
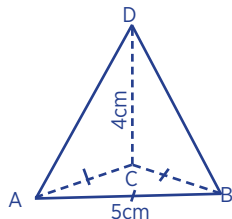


Figure 4

- 5 La figure ci-dessous est une partie d'un patron de la pyramide régulière SABCDEF. Construis entièrement ce patron.



- 6 Construis un patron de la pyramide régulière ABCD à base triangulaire représentée ci-dessous.



d) Aires d'une pyramide régulière

Propriété

L'aire latérale d'une pyramide est la somme des aires de ses faces latérales.

- L'aire latérale $\mathcal{A}$ d'une pyramide régulière est : $\mathcal{A} = \frac{p \times a}{2}$ où p est le périmètre de la base, a est l'apothème.
- L'aire totale d'une pyramide est la somme de l'aire latérale et de l'aire de la base.

Exercices de fixation

- 7 Entoure la bonne réponse.

1. L'aire latérale d'une pyramide régulière à base carrée de côté 4 cm et d'apothème a cm est :	$4a^2 \text{ cm}^2$	$2a^2 \text{ cm}^2$	$8a \text{ cm}^2$
2. L'aire latérale d'une pyramide régulière d'apothème a cm à base un triangle équilatéral de côté a cm est :	$1,5a^2 \text{ cm}^2$	$\frac{1}{2}a^2 \text{ cm}^2$	$3a^2 \text{ cm}^2$

- 8 SABC est une pyramide régulière de sommet S et de base le triangle équilatéral ABC. H est le milieu de [AB]. AB = 12 cm et SH = 8 cm.

- Calcule l'aire latérale de cette pyramide.
- Calcule l'aire totale de cette pyramide, sachant que la hauteur du triangle ABC mesure $6\sqrt{3}$ cm.

- 9 L'apothème d'une pyramide régulière vaut 5 cm.

Calcule le périmètre de la base sachant que son aire latérale est égale à 40 cm^2 .

e) Volume d'une pyramide régulière

Propriété

Le volume v d'une pyramide régulière est :

$v = \frac{1}{3} B \times h$, où B est l'aire de la base et h est la hauteur.

Exercices de fixation

10 Entoure la bonne réponse.

Le volume d'une pyramide régulière à base carrée de côté 3 cm et de hauteur 5 cm est :	45 cm ³	15 cm ³	25 cm ³
--	--------------------	--------------------	--------------------

11 SEFG est une pyramide régulière de base le triangle équilatéral EFG et de hauteur [SH] de longueur $3\sqrt{3}$ cm.
Calcule le volume de cette pyramide sachant que EF = 12 cm et la hauteur du triangle EFG mesure $6\sqrt{3}$ cm.

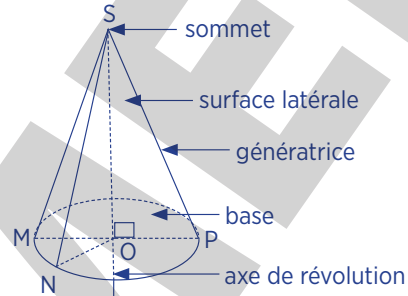
Exemple

Le solide représenté ci-dessous est un cône de révolution de sommet S, de base le disque de centre O et de rayon OP.

Le segment [SO] est la hauteur du cône.

La droite (SO) est l'axe du cône.

Les segments [SM], [SN] et [SP] sont des génératrices de ce cône.



Remarques

- Pour déterminer la hauteur d'un cône de révolution, on peut appliquer la propriété de Pythagore dans un triangle rectangle contenant cette hauteur.
- L'axe de symétrie d'un cône de révolution est la hauteur de ce cône.

2

CÔNE DE RÉVOLUTION

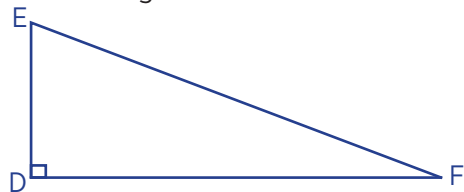
a) Présentation du cône de révolution

Présentation

- Un cône de révolution est le solide obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour de l'un des côtés de son angle droit.
- Un cône de révolution est un solide délimité par :
 - un disque, appelé la base du cône ;
 - d'une surface courbe « enroulée » autour de la base, appelée la surface latérale du cône.
 - d'un point, appelé sommet du cône.
- La hauteur d'un cône de révolution est le segment qui joint son sommet au centre de sa base. Ce segment est perpendiculaire au disque de base.
- Une génératrice d'un cône de révolution est le segment qui joint le sommet du cône et un point du cercle de la base.

Exercices de fixation

12 On donne la figure codée ci-dessous.



Complète chacune des phrases suivantes à l'aide de l'une des expressions suivantes : **une génératrice , la rotation , le rayon de la base , la hauteur .**

1. Un cône de révolution est engendré par du triangle DEF autour de la droite (DE).
2. Le segment [DE] est du cône.
3. Le segment [EF] est du cône.
4. La distance DF est du cône.

- 13 Parmi les figures suivantes, indique celle qui est un cône de révolution.

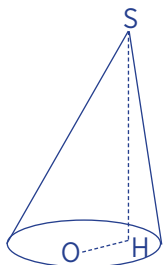


Figure 1

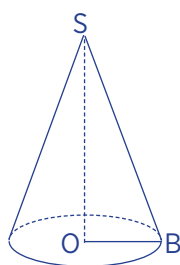
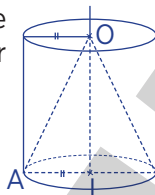


Figure 2

- 14 Sur la figure ci-contre, un cône de révolution est obtenu à partir d'un cylindre.

1. Identifie la base du cône.
2. Identifie la hauteur du cône.
3. Identifie l'axe du cône et une génératrice du cône.



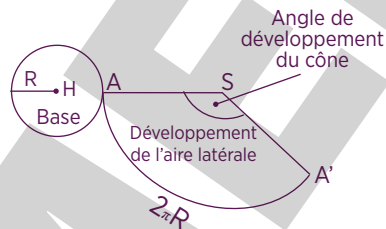
Propriété

Le périmètre du cercle de base est égal à la longueur de l'arc de cercle $\widehat{AA'}$.

Longueur $\widehat{AA'} = 2\pi R$.

Soit R le rayon du cercle de base, g une génératrice et $\widehat{ASA'}$ l'angle de développement du cône de révolution.

On a : $g \times \text{mes } \widehat{ASA'} = R \times 360^\circ$.

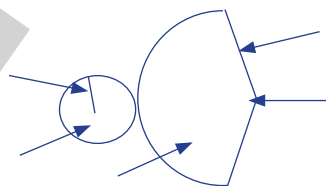


Remarque

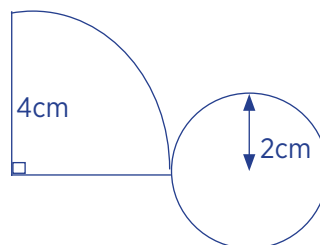
La hauteur d'un cône de révolution n'apparaît pas sur un patron.

Exercices de fixation

- 15 La figure ci-dessous représente le patron d'un cône de révolution. Annote-la.



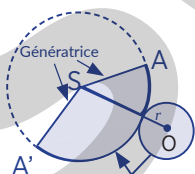
- 16 Vérifie si la figure ci-dessous est un patron d'un cône de révolution. Justifie ta réponse.



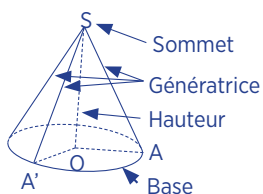
b) Patron d'un cône de révolution

Exemple

Le patron du cône de révolution ci-dessous est obtenu en traçant le cercle de base et la surface latérale.



L'arc $\widehat{AA'}$ et le cercle de base ont la même longueur : $\widehat{AA'} = 2\pi r$



c) Aires d'un cône de révolution

Propriété

L'aire latérale $\mathcal{A}$ d'un cône de révolution est :
 $\mathcal{A} = \frac{p \times g}{2}$.

p est le périmètre de la base ; g est la longueur d'une génératrice.

L'aire totale d'un cône de révolution est la somme de l'aire latérale et de l'aire de base.

Exercices de fixation

- 17** Le périmètre de la base d'un cône de révolution est 18,84 cm.
 Il a une génératrice de 5 cm. Calcule l'aire latérale de ce cône.

- 18** Un cône de révolution a une génératrice de 8 cm, sa base a un rayon de 4 cm.
1. Calcule son aire latérale. Tu prendras 3 comme valeur approchée de π .
 2. Calcule son aire totale.

d) Volume d'un cône de révolution

Propriété

Le volume v d'un cône de révolution est :
 $v = \frac{\mathcal{B} \times h}{3}$ où $\mathcal{B}$ est l'aire de la base et h est la hauteur du cône.

Exercices de fixation

- 19** Entoure la bonne réponse.

1. Le volume d'un cône de révolution de hauteur h cm et de rayon de base r cm est :	$\frac{1}{3}r^3 \text{ cm}^3$	$\frac{1}{3}\pi r^3 h \text{ cm}^3$	$\frac{1}{3}\pi r^2 h \text{ cm}^3$
2. Le volume d'un cône de révolution de hauteur 6 cm et de rayon de base 5 cm est :	$5\pi \text{ cm}^3$	$50\pi \text{ cm}^3$	$30\pi \text{ cm}^3$

- 20** Un cône de révolution a une génératrice de 10 cm, sa base a un rayon de 6 cm. Calcule la hauteur de ce cône et son volume. Tu prendras 3,14 comme valeur approchée de π .

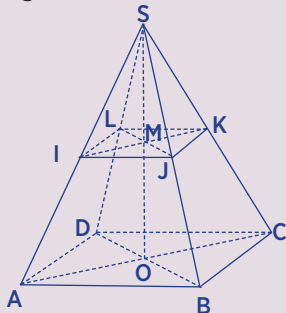
3

SECTIONS PLANES

a) Section d'une pyramide régulière par un plan parallèle à la base

Présentation

Sur la figure ci-dessous, SABCD est une pyramide régulière à base carrée.

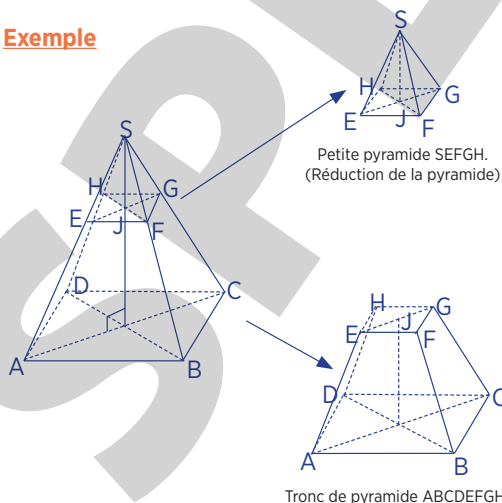


I est un point de [SA]. Le plan (P) passant par I et parallèle au plan (ABC) de la base coupe (SB) en J, (SC) en K et (SD) en L. L'intersection du plan (P) et de la surface latérale de cette pyramide est un carré IJKL. C'est la section de la pyramide SABCD par le plan (P). On obtient alors une petite pyramide SIJKL et un tronc de pyramide ABCDIJKL.

Vocabulaire

Lorsqu'on coupe une pyramide régulière par un plan parallèle à sa base, on obtient une réduction de la base. On a donc une petite pyramide appelée pyramide réduite et un tronc de pyramide.

Exemple



Propriété

La section d'une pyramide régulière par un plan parallèle au plan de sa base est un polygone régulier de même nature que cette base. Les côtés de ces polygones sont parallèles deux à deux.

Exercice de fixation

21 Entoure la bonne réponse.

1. La section d'une pyramide régulière par un plan parallèle à la base est :	une réduction de la base	identique à la base	un agrandissement de la base
2. La section d'une pyramide régulière à base triangulaire par un plan parallèle à la base est un :	carré	triangle équilatéral	cercle

Propriété de réduction

Soit k le coefficient de réduction d'une pyramide régulière. On a :

$$k = \frac{\text{une longueur de la pyramide réduite}}{\text{la longueur homologe de la pyramide}}$$

$$k^2 = \frac{\text{une aire de la pyramide réduite}}{\text{aire homologe de la pyramide}}$$

$$k^3 = \frac{\text{volume de la pyramide réduite}}{\text{volume de la pyramide}}$$

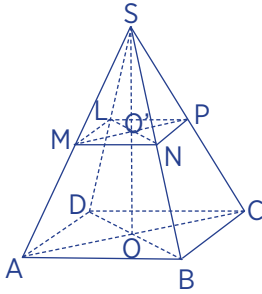
Remarques

- On désigne par V_G le volume de la grande pyramide, V_P le volume de la petite pyramide et V_T le volume du tronc. On a : $V_T = V_G - V_P$
- On désigne par A_G l'aire de la grande pyramide, A_P l'aire de la petite pyramide et A_T l'aire du tronc. On a : $A_T = A_G - A_P$

Exercices de fixation

- 22 On considère la figure ci-après sur laquelle la petite pyramide est une réduction de la grande pyramide. Entoure les quotients qui représentent le coefficient de réduction :

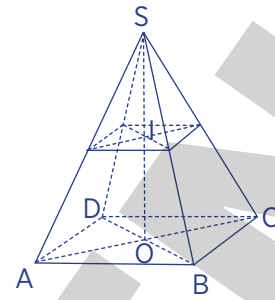
a) $\frac{SM}{AM}$; b) $\frac{MN}{AB}$; c) $\frac{SB}{SN}$; d) $\frac{SO'}{SO}$.



- 23 L'aire latérale d'une pyramide régulière est 144 cm^2 . On coupe cette pyramide par un plan parallèle à sa base. Le coefficient de réduction est $\frac{2}{3}$. Calcule l'aire latérale du tronc de la pyramide obtenue.

- 24 Sur la figure ci-après, SABCD est une pyramide régulière de base ABCD. ABCD est un carré de centre O. Le plan parallèle au plan de la base coupe [SO] en I, tel que : $\frac{SI}{SO} = \frac{1}{3}$.

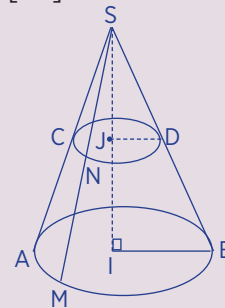
Calcule le volume du tronc de pyramide obtenu sachant que le volume de la petite pyramide est 1 cm^3 .



b) Section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base

Présentation

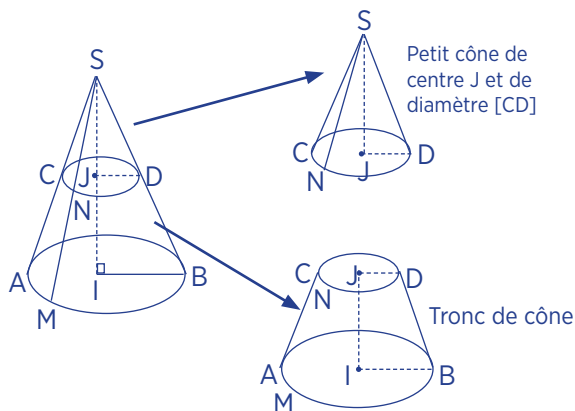
Le solide ci-dessous est un cône de révolution de sommet S, de base le disque de centre I et de diamètre [AB]. C est un point de la génératrice [SA].



Le plan (P) passant par C et parallèle au plan de la base coupe (SB) en D. L'intersection du plan (P) et de la surface latérale du cône est un cercle de centre J et de diamètre [CD]. C'est la section du cône par le plan (P). On obtient alors un petit cône et un tronc de ce cône.

Vocabulaire

Lorsqu'on coupe un cône de révolution par un plan parallèle au plan de sa base, on obtient une réduction de la base. On a donc un petit cône appelé cône réduit et un tronc de cône.



Propriété

La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à sa base est un cercle.

Exercice de fixation

25 Entoure la bonne réponse.

La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est :	un rectangle	un disque	un cercle
--	--------------	-----------	-----------

Propriété de réduction

Soit k le coefficient de réduction d'un cône de révolution. On a :

$$k = \frac{\text{une longueur du cône réduit}}{\text{la longueur homologue du cône}}$$

$$k^2 = \frac{\text{aire du cône réduit}}{\text{aire homologue du cône}}$$

$$k^3 = \frac{\text{volume du cône réduit}}{\text{volume du cône}}$$

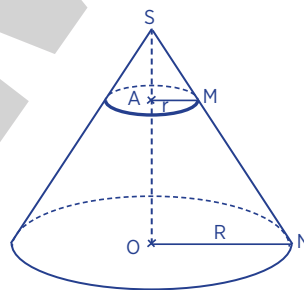
Remarques

- On désigne par V_G le volume du grand cône, V_P le volume du petit cône et V_T le volume du tronc de cône. On a : $V_T = V_G - V_P$.
- On désigne par A_G l'aire du grand cône, A_P l'aire du petit cône et A_T l'aire du tronc de cône. On a : $A_T = A_G - A_P$.

Exercices de fixation

26 On considère la figure ci-dessous sur laquelle le petit cône est une réduction du cône. Entoure les quotients qui représentent le coefficient de réduction :

a) $\frac{r}{R}$; b) $\frac{ON}{AM}$; c) $\frac{SM}{SN}$; d) $\frac{R}{r}$.



27 Le volume d'un cône de révolution est $4050\pi \text{ cm}^3$. On coupe ce cône par un plan parallèle au plan de sa base. On obtient un cône réduit et un tronc de cône. Sachant que le coefficient de réduction est $\frac{2}{3}$, calcule le volume du tronc de cône en fonction de π .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Tests objectifs

1 Pour chacune des affirmations suivantes, réponds par vrai si l'affirmation est vraie ou par faux si elle est fausse.

1. Les faces latérales d'une pyramide régulière sont toujours des triangles isocèles.
2. Le volume d'une pyramide est toujours le tiers du volume du cube.
3. La section d'une pyramide régulière ou d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est une réduction de la base.

2 Complète avec le groupe de mots qui convient pour obtenir une définition correcte : **la base** ; **la surface latérale** ; **un solide**.

Un cône de révolution est
délimité par :

- un disque, appelé du cône.
- une portion de disque « enroulée » autour de la base, appelée du cône.

3 Réarrange les groupes de mots suivants pour obtenir une propriété correcte.

« par un plan parallèle » ; « sont parallèles deux à deux » « nature que cette base » ; « les côtés de ces polygones » ; « la section d'une pyramide régulière » ; « au plan de sa base » ; « est un polygone régulier de même ».

4 Associe le numéro de chaque énoncé à la lettre de la formule qui lui correspond.

ÉNONCÉS	FORMULES
1. Volume d'une pyramide régulière de base carrée de côté de longueur a et de hauteur h .	a) $\frac{1}{3}\pi a^2 h$
2. Volume d'un cône de révolution de hauteur h et de rayon de base a .	b) πaSH
3. Aire latérale d'un cône de révolution de génératrice de longueur SH et de rayon de base a .	c) $\frac{a^2 h}{3}$
4. Aire latérale d'une pyramide d'apothème de longueur SH et de base carrée de côté de longueur a .	d) $2aSH$

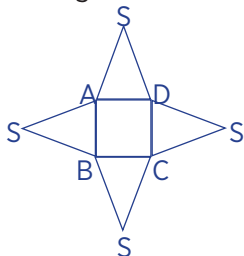
5 Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir 3 affirmations dont une seule est vraie.

Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne correspondant à la bonne réponse.

ÉNONCÉS	INFORMATIONS		
	A	B	C
1. Le volume d'une pyramide régulière de hauteur h centimètres dont la base est un rectangle de dimensions L et l est :	$(l \times L) \times h$	$\frac{2(l \times L) \times h}{3}$	$\frac{1(l \times L) \times h}{3}$
2. Le volume, en cm^3 , d'un cône de révolution de rayon 10^4 cm et de hauteur 10^5 cm est :	$\frac{10^{15} \times \pi}{3} \text{ cm}^3$	$\frac{10^{14} \times \pi}{3} \text{ cm}^3$	$\frac{10^{20} \times \pi}{3} \text{ cm}^3$
3. Si une pyramide régulière est coupée par un plan parallèle à sa base, alors la section est ...	une réduction de la pyramide	une réduction de la base de la pyramide	un tronç de la pyramide
4. On coupe un cône de rayon R à la moitié de sa hauteur par un plan parallèle à sa base. Le volume du petit cône est égal ...	à la moitié du volume du grand cône	au quart du volume du grand cône	au huitième du volume du grand cône

Exercices de renforcement / approfondissement

- 6 La figure ci-dessous représente un patron d'une pyramide régulière à base carrée.



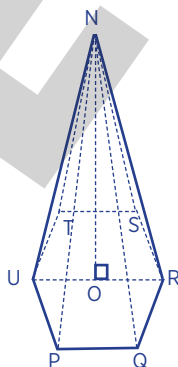
On donne : $SB = 4$ et $AB = 2$.

- Démontre que la hauteur de cette pyramide mesure $\sqrt{14}$.
- Calcule le volume de cette pyramide.
(Donne le résultat arrondi à l'ordre 2)

- 7 NPQRSTU est une pyramide régulière de sommet N et de base l'hexagone régulier PQRSTU de centre O. La figure n'est pas en grandeurs réelles. On donne :

$OU = 4$ cm et $NO = 6$ cm.

- Démontre que le triangle OUT est équilatéral.
- Dessine en grandeurs réelles la base de cette pyramide.
- Calcule :
 - l'aire de cette base ;
 - le volume de cette pyramide.



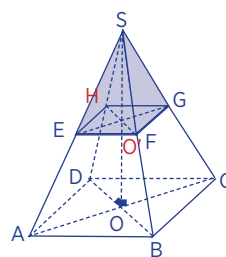
- 8 Un flacon de parfum ayant la forme d'une pyramide régulière de base carrée est sectionné par un plan parallèle à la base.

La partie supérieure (la petite pyramide) est le couvercle et la partie inférieure contient le parfum. (Voir figure ci-contre).

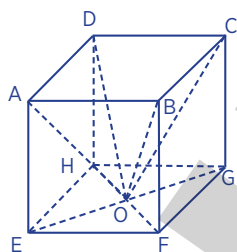
O' est le centre du carré EFGH.

On donne : $AB = OO' = 6$ cm et $SO' = 2$ cm.

- Calcule le volume de la pyramide SABCD.
 - Déduis-en le volume du couvercle.
- Détermine la quantité de parfum que contient ce flacon.
- Le modèle grand format de ce flacon est un agrandissement à l'échelle 3. Détermine la quantité de parfum que contient le modèle grand format.



- 9** Sur la figure ci-contre, la pyramide OABCD est obtenue à partir d'un cube.

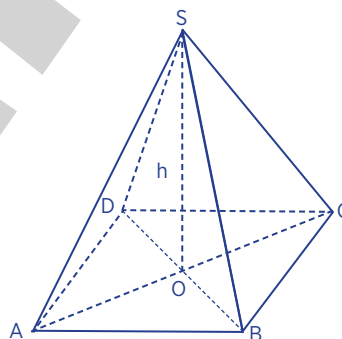


- Justifie que cette pyramide est régulière.
- Nomme la base.
- Nomme un segment de même longueur que la hauteur de la pyramide.

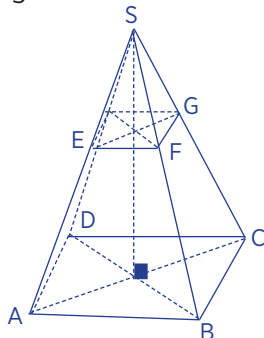
- 10** Complète le tableau suivant qui concerne des pyramides régulières à base carrée, de côté c , de hauteur h , d'aire de base B et de volume v . L'unité de longueur est le centimètre.

h	12		6	
c	5			17
B		144		
v		0,624	242	433,5

- 11**
- Réalise un patron d'une pyramide régulière SABCD dont la base ABCD est un carré.
On donne: $AB = 5$ cm et $SA = 4$ cm.
 - Représente en grandeur réelle le triangle SBD extrait de la pyramide régulière ci-dessous.



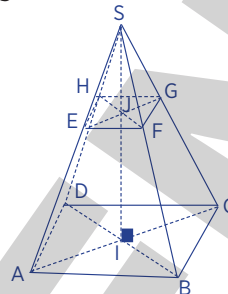
- 12** Sur la figure ci-dessous, SABCD est une pyramide régulière à base carrée.



Cette pyramide régulière a été coupée par un plan parallèle à sa base en un point E situé sur le segment [SA].

1. Cite toutes les arêtes qui ont pour extrémité le sommet S.
2. Cite toutes les arêtes parallèles à l'arête [DC].
3. Cite toutes les faces dont l'arête [SB] est un côté.
4. Cite toutes les faces qui contiennent le sommet S.
5. Précise le nom de la pyramide réduite et celui d'un tronc de pyramide.

- 13** Sur la figure ci-dessous, SABCD est une pyramide régulière à base carrée.



Le point I est le centre de la base carrée. Cette pyramide régulière a été coupée par un plan parallèle à sa base en un point E situé sur le segment [SA]. SEFGH est la pyramide réduite obtenue et J est le centre de sa base.

Pour chacune des propositions suivantes, réponds par V si la proposition est vraie ou par F si elle est fausse.

Propositions	Réponses
La hauteur de la pyramide SABCD est [SB].	
Les supports des segments [DC] et [AD] sont perpendiculaires.	
L'échelle de réduction est donnée par le rapport $\frac{JI}{SI}$.	
L'angle $\widehat{EJF}$ est un angle droit en réalité.	
L'aire de la pyramide SEFGH est égale à la moitié de l'aire de la pyramide SABCD.	

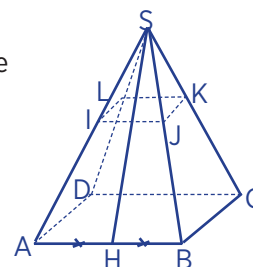
- 14** La figure ci-contre représente une pyramide régulière de base carrée de centre O.

Le carré IJKL est la section de cette pyramide par un plan parallèle à sa base.

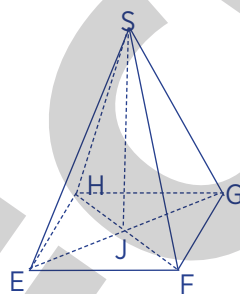
H est le milieu du segment [AB].

On donne : $AB = 4 \text{ cm}$ et $SH = 2\sqrt{10} \text{ cm}$.

1. Sachant que le coefficient de réduction est $\frac{1}{2}$, justifie que : $IJ = 2 \text{ cm}$.
2. Calcule la hauteur SO.
3. Détermine l'aire latérale du tronc de cette pyramide.



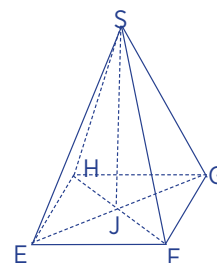
- 15** Sokro a un réservoir d'eau de fonte métallique en forme d'une pyramide régulière comme l'indique la figure ci-contre qui n'est pas en dimensions réelles.



- On donne : $SE = 8$ et $EF = 3$.
1. Pour lutter contre la rouille de son réservoir, il souhaite vernir l'extérieur du vase (les parois et le fond). Calcule l'aire totale à vernir.
 2. Calcule le volume d'eau maximal que peut contenir ce réservoir.
 3. Son fils, élève en mécanique, veut dessiner le patron de ce réservoir. Aide-le à réaliser le dessin en donnant ton programme de construction.

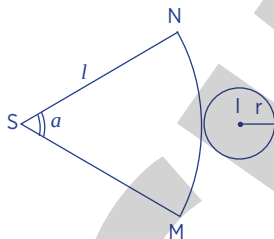
- 16** L'unité de longueur est le centimètre.

Sur la figure ci-contre qui n'est pas en dimensions réelles,



- SEFGH est une pyramide régulière de base le carré EFGH de centre J ;
 - $EF = 4$ et $SE = 6\sqrt{2}$.
1. Justifie que : $EJ = 2\sqrt{2}$.
 2. Justifie que la hauteur de la pyramide SEFGH est égale à 8.
 3. a) Justifie que la longueur de l'apothème est égale à $2\sqrt{17}$.
b) Déduis l'aire latérale de cette pyramide.
 4. Calcule le volume V de cette pyramide.

- 17** L'unité de longueur est le centimètre. Sur le patron de cône ci-contre qui n'est pas en grandeurs réelles : l est la génératrice, r est le rayon de disque du bois, a est la mesure de l'angle de développement.



Complète le tableau ci-dessous.

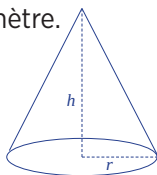
l	6	18	
r		3	6
a ($^\circ$)	40		60

- 18** Complète le tableau suivant qui concerne des cônes de révolution de rayon de base r , de hauteur h , d'aire de base B et de volume V .

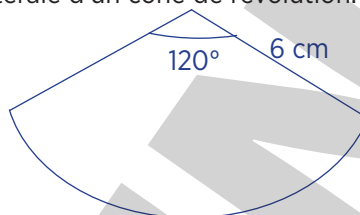
(Tu prendras $\frac{22}{7}$ pour valeur de π)

L'unité de longueur est le centimètre.

h	72		
r	49		1,4
B		24,64	
V		22,176	8,624

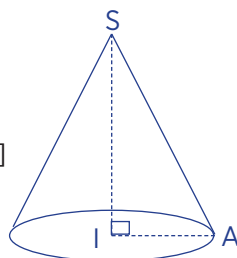


- 19** La figure ci-dessous représente le patron de la face latérale d'un cône de révolution.



- Détermine le rayon du cercle de base de ce cône, puis termine la construction du patron de ce cône de révolution.
- a) Justifie que la hauteur du cône de révolution est égale à $4\sqrt{2}$ cm.
b) Construis ce cône de révolution.
- a) Justifie que l'aire latérale de ce cône est égale à 12π cm².
b) Calcule l'aire totale de ce cône, en fonction de π .
- Calcule le volume de ce cône.
(Tu prendras : $\pi = 3,1$).

- 20** La figure ci-contre, qui n'est pas en grandeurs réelles, représente un cône de révolution de sommet S de hauteur $[SI]$ et de base le disque de rayon IA .

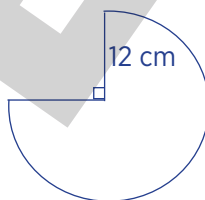


On donne : $SI = 4\sqrt{3}$ cm
et $SA = 8$ cm.

Tu prendras 3 comme valeur approchée de π .

1. Démontre que le rayon de la base de ce cône vaut 4 cm.
2. Calcule :
 - a) le volume de ce cône ;
 - b) l'aire latérale de ce cône.

- 21** Pour fabriquer un chapeau chinois qui a la forme d'un cône de révolution, on découpe le patron de ce chapeau dans un disque de rayon 12 cm.



1. Calcule l'aire du tissu utilisé pour la fabrication de ce chapeau.
2. Démontre que la base du chapeau a un rayon de 9 cm.
3. Calcule :
 - a) la hauteur de ce chapeau ;
 - b) le volume de ce chapeau.

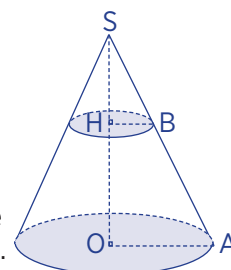
Tu prendras 3 comme valeur approchée de π .

- 22** La figure ci-contre qui n'est pas en grandeur réelle représente un cône de révolution.

Le grand cône a pour sommet S . Sa base est le disque de centre O et de rayon $[OA]$.

Le cône réduit a pour sommet S et pour base le disque de centre H et de rayon $[HB]$.

Le cône réduit est une réduction du grand cône. On donne : $SH = 2$ cm ; $SO = 6$ cm et $HB = 1,5$ cm.

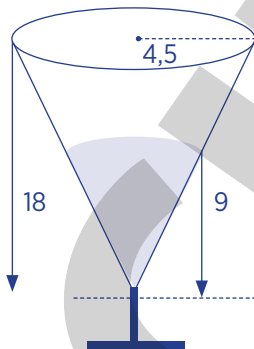


1. a) Calcule le rapport de réduction.
b) Déduis-en le rayon de la base du grand cône.
2. a) Calcule la longueur d'une génératrice du grand cône.
b) Déduis-en la longueur d'une génératrice du cône réduit.

23

Madame Mahi a des coupes à sirop dont la partie supérieure du verre est représentée par la figure ci-contre.

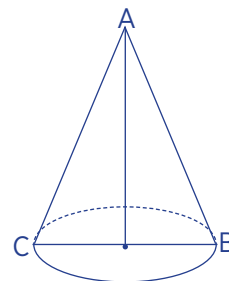
Le verre a la forme d'un cône de révolution de hauteur 18 cm et dont la base a pour rayon 4,5 cm.



1. Justifie que le volume du verre est $381,51 \text{ cm}^3$.
(Tu prendras 3,14 comme valeur approchée de π).
2. On remplit le verre jusqu'à son bord avec du sirop à la menthe. Puis, après avoir bu, madame Mahi constate que la hauteur du liquide restant est de 9 cm.
 - a) Calcule le volume de sirop restant.
 - b) Déduis-en le volume de sirop bu par madame Mahi.

24

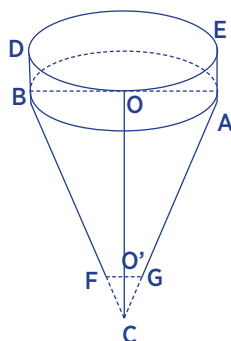
La figure ci-contre, qui n'est pas en grandeurs réelles, représente un cône de révolution de génératrice mesurant 10 cm et de hauteur 6 cm.



1. Détermine le rayon de la base du cône.
2. a) Calcule l'aire de la base de ce cône.
b) Détermine le volume de ce cône.

25

La figure ci-contre qui n'est pas en grandeurs réelles représente un pluviomètre. Ce pluviomètre a la forme d'un cône de révolution dont on a coupé la pointe et qu'on a surmonté d'un cylindre droit.



L'objectif est de calculer

la contenance de ce pluviomètre.

On donne : $AC = 20$ cm, $AG = 15$ cm,

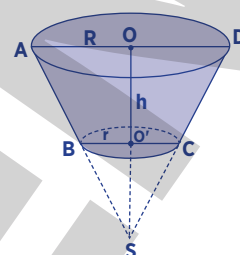
$AB = 10$ cm et $AE = 4$ cm.

On note O le milieu de [AB] et O' le milieu de [FG].

- Calcule la contenance, en cm^3 , du cône de révolution ABC de sommet C sous la forme $\alpha\pi$, où α est un nombre réel.
 - Calcule la contenance, en cm^3 , du cône de révolution FGC de sommet C et de base le disque de diamètre [FG].
- Calcule la contenance du cylindre en cm^3 sous la forme $k\pi$.
- Calcule la contenance totale du pluviomètre en cm^3 .
- Dis si l'on peut verser dans ce pluviomètre 1 litre d'eau.

26

Pour la vente de farine de maïs dans sa boutique au quartier, monsieur N'DIAMOI utilise comme instrument de mesure un récipient dont la forme est un tronc de cône de révolution (comme l'indique la figure ci-contre).

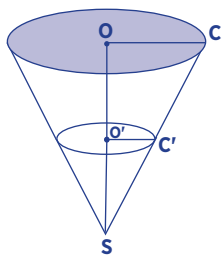


Dans le mois, il vend en moyenne 6 000 fois le contenu de ce récipient quand il est rempli à ras bord. Il veut faire ses prévisions pour les mois à venir mais ne connaît pas la quantité de farine vendue dans le mois.

On donne : $SO = 20\sqrt{3}$; $R = 20$ cm ; $r = 10$ cm ; $h = 10\sqrt{3}$ cm où $h = OO'$, R est le rayon du cercle de base et r le rayon du cercle réduit.

- Détermine le coefficient de réduction.
- Calcule le volume du cône de sommet S et de diamètre [AD].
- Calcule le volume de l'instrument servant de mesure de farine.
- Détermine la prévision de M. N'Diamoi. (Tu prendras : $\pi = 3,14$).

- 27** Lors de la fête d'une amicale de 43 membres de ton lycée, les organisateurs souhaitent servir le cocktail dans des verres qui ont la forme d'un cône de révolution. Le bord du verre est un cercle de rayon $OC = 5,9$ cm. Ce cercle est situé dans un plan horizontal. La droite (OS) , axe du cône, est verticale et $OS = 6,8$ cm. Pendant le service, le serveur remplit les verres aux quatre cinquièmes de leur hauteur.



On admet que le liquide occupe un cône de hauteur SO' dont la base est le disque de rayon $O'C'$. On considère que ce disque est horizontal comme le bord du verre. Sachant, qu'en moyenne, chaque membre consommera 3 verres, les organisateurs disposant de 20 litres de cocktail se demandent si cette quantité suffira pour la fête.

Ton petit frère, étant l'un des organisateurs, te sollicite.

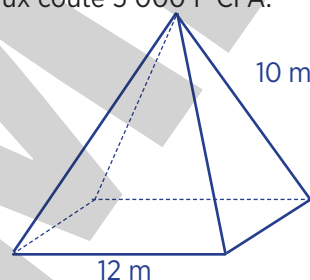
1. Justifie que le volume V du verre est d'environ 25 centilitres.
2. Démontre que le volume de cocktail contenu dans chaque verre est $\frac{61}{125} V$.
3. Réponds, en argumentant, à la préoccupation des organisateurs.

- 28** En vue d'assurer un enterrement digne du rang de son défunt père, un riche planteur décide de construire un caveau en forme de pyramide régulière de base carrée (voir figure ci-dessous).

Il décide de revêtir chacune des faces triangulaires avec des plaques de verre et la base à l'aide de carreaux.

Il a réservé 2 000 000 F CFA pour le revêtement du caveau et veut savoir si cela suffira.

Il sollicite un maçon qualifié à cet effet pour lui établir un devis. Le mètre carré de plaques de verre coûte 6 000 F CFA et le mètre carré de carreaux coûte 5 000 F CFA.



1. Calcule l'apothème, puis l'aire latérale de ce caveau.
2. Détermine le coût de ce devis.
3. Dis, en argumentant, si le planteur peut construire le caveau de son défunt père.

Exercice 1 (4 points)

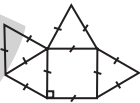
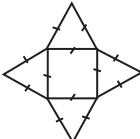
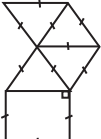
Durée : 1 heure

Écris le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de V si la proposition est vraie ou de F si elle est fausse.

1. Si une pyramide est régulière, alors sa base est toujours un carré.
2. La surface latérale d'un cône de révolution est un triangle.
3. Si la hauteur d'une pyramide passe par le centre du cercle circonscrit à sa base, alors cette pyramide est régulière.
4. La longueur d'une génératrice d'un cône de révolution est toujours supérieure ou égale à sa hauteur et au rayon de sa base.

Exercice 2 (4 points)

Écris le numéro de chaque énoncé suivi de l'une des lettres A, B ou C qui permet d'obtenir la proposition juste.

N°	Énoncés	INFORMATIONS		
		A	B	C
1	Si un cône de révolution est obtenu en tournant un triangle MON rectangle en M autour de (MO), alors [MN] est :	une génératrice	une hauteur	un rayon de la base
2	Le volume d'une pyramide régulière est 25 cm^3 . Le volume d'une réduction de cette pyramide de coefficient $\frac{2}{5}$ est :	$\frac{2}{5} \text{ cm}^3$	10 cm^3	$1,6 \text{ cm}^3$
3	Si un cône de révolution de hauteur 8 cm et de rayon 3 cm est coupé par un plan parallèle à sa base et situé à 4 cm du sommet, alors :	la section est un disque de rayon 3 cm	la section est un disque de rayon 1,5 cm	la section est un disque de rayon 4 cm
4	La figure qui ne représente pas un patron de pyramide régulière est :			

Exercice 3 (8 points)

La figure 1 ci-dessous qui n'est pas en grandeurs réelles est le patron d'un abat-jour, obtenu à partir de la figure 2.

- $AS = 18 \text{ cm}$; $AB = 27 \text{ cm}$;
- l'angle de développement mesure 200° .

1. Justifie que le coefficient de réduction k du grand cône est : $k = \frac{2}{5}$.
2. Démontre que le rayon du disque de base est : $BK = 25 \text{ cm}$.
3. Calcule l'aire latérale de l'abat-jour.

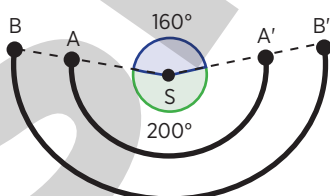


Figure 1

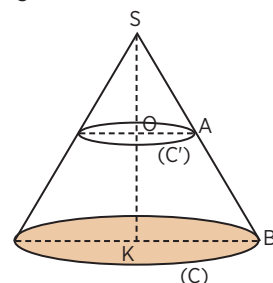


Figure 2

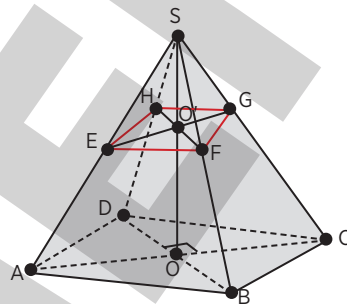
Exercice 4 (4 points)

Un chocolatier dispose d'une boîte ayant la forme d'une pyramide régulière à base carrée. On la coupe suivant un plan parallèle à sa base. La partie supérieure est le couvercle et la partie inférieure contient des chocolats. Chaque chocolat a la forme d'un pavé droit de dimensions 30 mm, 20 mm et 15 mm. Le chocolatier sait qu'environ 40% du récipient contenant les chocolats est inoccupé. Il souhaite alors connaître le nombre de chocolats contenus dans cette boîte pour la commercialisation. Tu es sollicité(e) pour lui apporter ton concours.

La figure ci-contre qui n'est pas en grandeurs réelles représente cette boîte en perspective cavalière.

On donne : $AB = 30$ cm ; $SO = 18$ cm et $SO' = 6$ cm.

1. Justifie que le coefficient de réduction k de la boîte est : $k = \frac{1}{3}$.
2. Démontre que le volume du récipient ABCDEFGH qui contient les chocolats est 5200 cm^3 .
3. Justifie que le volume d'un chocolat est 9 cm^3 .
4. Déduis-en le nombre de chocolats contenus dans cette boîte.





Exemple de devoir de niveau

3

Leçons concernées

- Équations de droites
- Statistique
- Équations et inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- Applications affines
- Pyramides et cônes

Format des devoirs surveillés du niveau 3^e (1 h)

Exercice 1 : Test objectif portant sur des habiletés de plusieurs leçons des compétences 1 et 2 (niveau de taxonomie 1 ou 2) ;

Exercice 2 : Test objectif portant sur des habiletés de plusieurs leçons de la compétence 3 (niveau de taxonomie 1 ; 2 ou 3) ;

Exercice 3 : Exercice de renforcement portant sur la compétence 1 ou la compétence 2 ;

Exercice 4 : Exercice de renforcement portant sur la compétence 3 ;

Exercice 5 : Exercice d'approfondissement ;

Exercice 6 : Situation d'évaluation.

Exercice 1 2 Points

Écris le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de V si la proposition est vraie ou de F si elle est fausse.

1. Pour toute application linéaire f et pour tous nombres réels k et u , on a : $f(k \times u) = f(k) \times f(u)$.
2. L'application affine g , telle que : $g(-1) = 3$ et $g(\frac{1}{4}) = 0$ est décroissante.
3. Toute application affine est une application linéaire.
4. La médiane d'une série statistique est toujours une valeur de la série.

Exercice 2 3 Points

Écris le numéro de chaque énoncé du tableau ci-dessous suivi de l'une des lettres A, B, C ou D qui donne l'affirmation vraie.

N°	Énoncés	A	B	C	D
1	Le plan est muni d'un repère (O, I, J) . Les vecteurs non nuls $\overrightarrow{EF}(a; b)$ et $\overrightarrow{CD}(c; d)$ sont colinéaires si et seulement si :	$ad - bc = 1$	$ac - bd = 0$	$ad - bc = 0$	$ac + bd = 0$
2	Le volume d'un cône de révolution de hauteur 5 cm et de rayon de base 2 cm est :	$\frac{1}{3} \pi \times 2^3 \times 5$	$\frac{1}{3} \pi \times 2 \times 5$	$\frac{1}{3} \pi \times 2 \times 5^2$	$\frac{1}{3} \pi \times 2^2 \times 5$
3	On fait la section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base. On note h' la hauteur du cône réduit et h la hauteur du cône. L'échelle de réduction de ce cône de révolution est k tel que :	$k = \frac{h}{h'}$	$k = \frac{h'}{h^2}$	$k = \frac{h'}{h}$	$k = \frac{h'}{h^2}$
4	Un vecteur directeur de la droite (D) d'équation $y = -2x + 3$ est :	$\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

Exercice 3 3 Points

On donne le tableau présentant les performances obtenues par des élèves d'une classe de 3^e pendant une séance de lancer de poids.

Longueur en m	[3 ; 5[	[5 ; 7[	[7 ; 9[	[9 ; 11[	[11 ; 13[
Effectif	8	13	7	5	3

1. Indique la classe modale de cette série statistique.
2. Calcule la longueur moyenne.
3. Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants.
4. Représente le polygone des effectifs cumulés croissants.

Exercice 4 3 Points

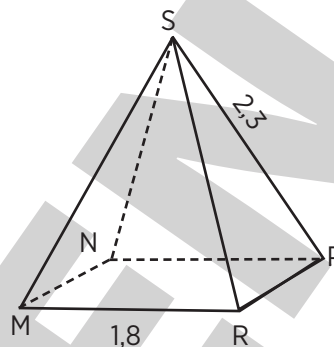
L'unité de longueur est le centimètre.

On donne la pyramide régulière SMRPN de base carrée comme l'indique la figure ci-contre qui n'est pas en dimensions réelles.

La hauteur de cette pyramide est égale à 1,9.

On donnera les arrondis d'ordre 1 des résultats.

1. Construis un patron de cette pyramide.
2. a) Justifie que l'apothème de cette pyramide est égale à 2,1.
b) Calcule l'aire latérale, puis l'aire totale de cette pyramide.
3. Calcule le volume de cette pyramide.



Exercice 5 5 Points

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points A(-2; 1) et B(2; 2).

1. Détermine le couple de coordonnées du point F sachant que le vecteur $\overrightarrow{AF}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.
2. Démontre qu'une équation de la droite (D) passant par le point B et perpendiculaire à la droite (AF) est : $2x + 3y - 10 = 0$.
3. Détermine une équation de la droite (Δ) passant par le point A et parallèle à la droite (D).
4. a) Détermine les coordonnées du point K, milieu du segment [AB].
b) Démontre qu'une équation de la médiane (Δ') du triangle ABI issue du point I est : $3x + 2y - 3 = 0$.
5. Représente graphiquement dans ce plan les droites (D), (Δ) et (Δ').

Exercice 6 4 Points

Dans le cadre des festivités de la foire d'une commune, une commerçante fait une première commande de 25 pagnes hollandais et 20 pagnes Kita pour un montant de 1 250 000 F CFA. Ayant anticipée l'engouement de l'événement, elle passe une seconde commande de 10 pagnes hollandais et de 12 pagnes Kita pour un montant de 600 000 Francs CFA.

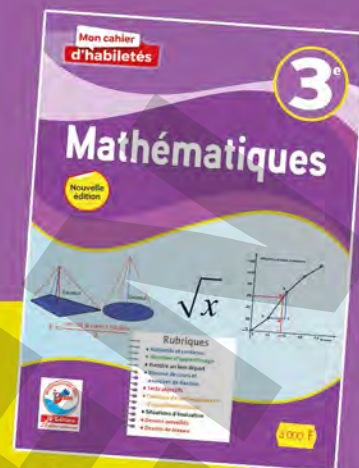
Après la vente, la commerçante veut avoir un bénéfice d'au moins 150 000 F CFA. Afin de fixer les prix de ses pagnes aux clients, elle désire connaître le prix de commande du pagne hollandais et celui du pagne Kita.

1. Traduis par une équation chacune des phrases suivantes :
a) « Une première commande de 25 pagnes hollandais et 20 pagnes Kita pour un montant de 1 250 000 F CFA ».
b) « Une seconde commande de 10 pagnes hollandais et de 12 pagnes Kita pour un montant de 600 000 F FA ».
2. Résous le système d'équations suivant :
$$\begin{cases} 2,5x + 2y = 125000 \\ x + 1,2y = 60000 \end{cases}$$
3. Détermine le prix du pagne hollandais et le prix du pagne Kita commandés par la commerçante.

SPÉCIMEN

Achevé d'imprimer sous les presses de : JD Éditions
Pour le compte de JD Éditions.
Tél. : 25 23 00 17 50 / 07 88 89 28 10
Mise en page : JD Éditions
2^e trimestre 2013
Dépôt légal N° 10766 du 23 septembre 2013

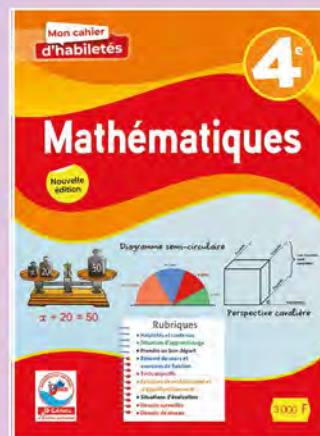
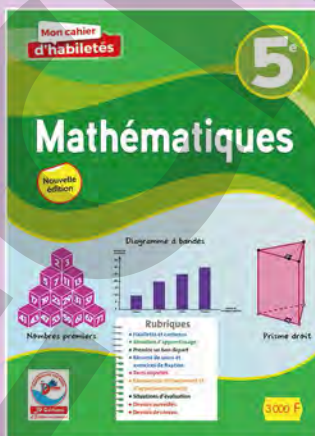
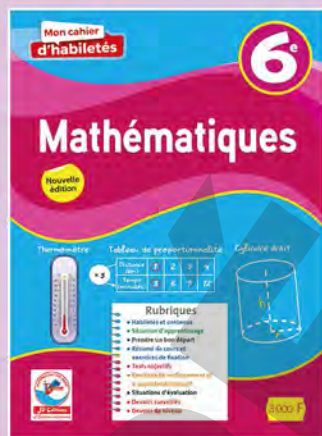
SPĚCIMEV



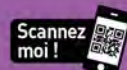
Un outil didactique qui se recommande en raison de la richesse de son contenu.
Chaque leçon offre la structure suivante :

- *Habiletés et contenus*
- *Situation d'apprentissage*
- *Prendre un bon départ*
- *Résumé de cours et exercices de fixation*
- *Tests objectifs*
- *Exercices de renforcement et d'approfondissement*
- *Situations d'évaluation*
- *Devoirs surveillés*
- *Devoirs de niveau*

De la même collection



ISBN 979-10-91832-08-3



Version numérique