Bescherelle

collège

Maths

de la 6e à la 3e

CONFORME AUX PROGRAMMES

- Toutes les **notions** du collège
- Des **explications** visuelles
- Les **méthodes** clés



+ 300 EXERCICES CORRIGÉS

Avec ce livre, **quiz** et **exercices** sur hatier-entrainement.com

Hatier

NOMBRES & CALCULS

DONNÉES FONCTIONS

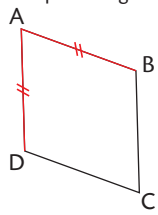
GRANDEURS & MESURES

GÉOMÉTRIE

Un parallélogr

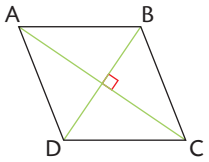
... deux côtés consécutifs de même longueur...

ABCD parallélogramme



... des diagonales perpendiculaires...

ABCD parallélogramme



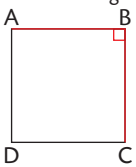
... est un losange.

Parallélo
partic

Un losange qui a...

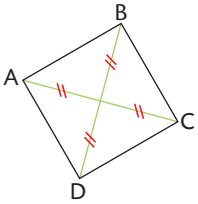
... deux côtés perpendiculaires...

ABCD losange



... des diagonales de même longueur...

ABCD losange

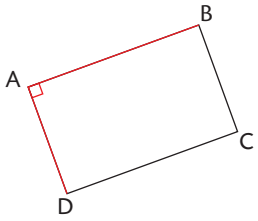


... est u

ramme qui a...

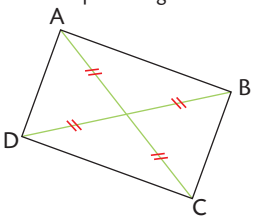
... deux côtés perpendiculaires...

ABCD parallélogramme



... des diagonales de même longueur...

ABCD parallélogramme



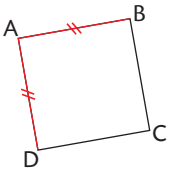
... est un rectangle.

grammes
culiers

Un rectangle qui a...

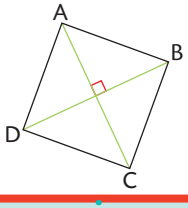
... deux côtés consécutifs de même longueur...

ABCD rectangle



... des diagonales perpendiculaires...

ABCD rectangle



n carré.

Bescherelle

collège

Maths

de la 6e à la 3e

Jérôme Mante
Professeur certifié de mathématiques
au collège Marcel Anthonioz
(Divonne-les-Bains)

Michel Mante
Professeur agrégé de mathématiques

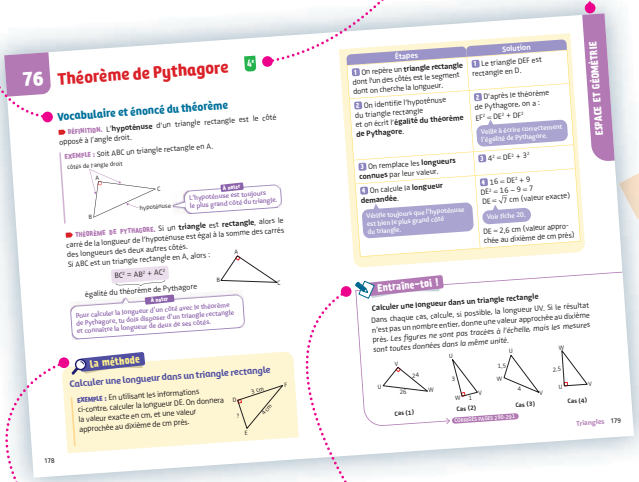
Hatier

Toutes les notions du programme de maths en doubles pages visuelles

le **niveau** à partir duquel la notion est introduite

les **définitions** et **propriétés** à maîtriser, avec des **exemples**

une couleur par **partie** du programme





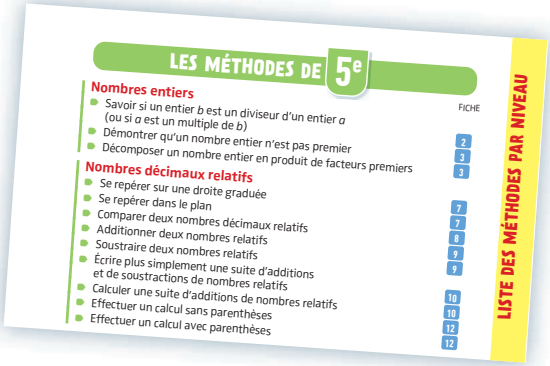
les **méthodes** clés étape par étape

des **exercices** et **problèmes** types, corrigés en fin d'ouvrage

Les corrigés commentés avec de nombreux conseils et les erreurs à éviter ▸ p. 254-306

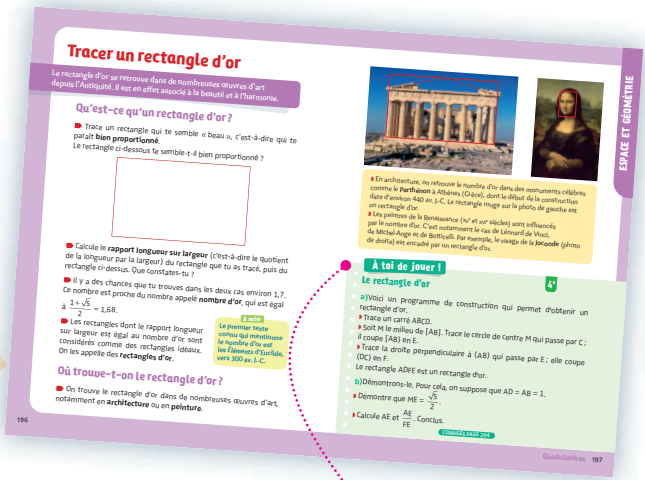
© Hatier, Paris, 2022

La liste des méthodes par niveau et un index des notions p. 307-319





Des dossiers illustrés sur le développement des maths et leurs applications depuis l'Antiquité



un exercice d'application **ludique**, corrigé en fin d'ouvrage

SOMMAIRE

6e notion traitée au collège à partir du niveau 6e
5e 4e 3e notion introduite à partir du niveau 5e, 4e, 3e

Liste des méthodes par niveau ..... p. 307

NOMBRES ET CALCULS ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION



Nombres entiers

1 Division euclidienne 12 6e
2 Multiples et diviseurs 14 5e
3 Nombres premiers et décomposition en produit de facteurs premiers 16 5e 4e



Nombres décimaux positifs

4 Addition et soustraction de nombres décimaux ... 18 6e
5 Multiplication de nombres décimaux 20 6e
6 Division décimale par un nombre entier 22 6e



Nombres décimaux relatifs

7 Nombres relatifs : repérage sur une droite graduée et dans le plan 24 5e
8 Comparaison des nombres relatifs 26 6e 5e
9 Addition et soustraction de deux nombres relatifs ... 28 5e
10 Additions et soustractions d'une suite de nombres relatifs 30 5e
11 Multiplications et divisions de nombres relatifs ... 32 4e
12 Règles de priorité 34 5e 4e



Fractions

13 Généralités sur les fractions 36 6e
14 Égalité de fractions 38 5e 4e
15 Simplification de fraction – Fraction irréductible . . . 40 5e 3e
16 Addition et soustraction de fractions 42 5e 4e
17 Multiplication et division de fractions 44 4e

DOSSIER Mesurer avec des fractions 46



Puissances, racines carrées

18 Définition et utilisation des puissances 48 4e 3e
19 Notation scientifique et simplification de puissances 50 4e
20 Racines carrées 52 4e

DOSSIER Utiliser les nombres à virgule et les autres nombres 54



Calcul littéral

21 Généralités sur le calcul littéral 56 5e 4e
22 Égalité d'expressions littérales, distributivité simple 58 5e
23 Développement, simplification des expressions littérales 60 5e 4e
24 Double distributivité et identité remarquable 62 3e
25 Factorisation 64 4e 3e
26 Formule et calcul littéral 66 5e
27 Équations du 1er degré à une inconnue 68 4e
28 Équations produits 70 3e
29 Mise en équation d'un problème 72 4e 3e
30 Utilisation d'une formule 74 4e
31 Démonstration et calcul littéral 76 5e 4e



Algorithmique, programmation

32 Algorithmes, programmes 78 5e
33 Variables 80 5e
34 Programmation de tracés géométriques 82 5e

DOSSIER Coder et décoder un message 84

ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES, FONCTIONS



Gestion de données

35 Diagrammes en bâtons, histogrammes ..... 88 — 6e — 3e
36 Diagrammes circulaires ..... 90 — 6e — 5e
37 Effectifs, fréquences, étendue ..... 92 — 5e — 3e
38 Moyennes ..... 94 — 5e
39 Médianes ..... 96 — 4e



Probabilités

40 Généralités sur les probabilités ..... 98 — 5e
41 Probabilités d'événements particuliers ..... 100 — 4e
42 Fréquences, expériences à deux épreuves ..... 102 — 3e
DOSSIER Calculer ses chances à un jeu de hasard 104



Proportionnalité

43 Généralités sur la proportionnalité ..... 106 — 6e — 5e
44 Résolution de problèmes de quatrième proportionnelle ..... 108 — 6e — 4e
45 Ratios ..... 110 — 5e
46 Pourcentages ..... 112 — 6e — 5e
47 Pourcentages d'augmentation et de diminution ..... 114 — 3e
48 Échelles ..... 116 — 5e
49 Agrandissements et réductions ..... 118 — 4e
50 Vitesses moyennes ..... 120 — 4e



Fonctions

51 Généralités sur les fonctions ..... 122 — 3e
52 Fonctions : représentation graphique ..... 124 — 3e
53 Fonctions linéaires et affines : définition et reconnaissance ..... 126 — 3e

54 Construction de la représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine . . . 128 3e
55 Détermination de l'expression algébrique d'une fonction linéaire ou affine . . . 130 3e

GRANDEURS ET MESURES



Longueurs, aires, durées

56 Longueur et périmètre des figures usuelles . . . 134 6e
57 Périmètre de figures complexes . . . 136 6e
58 Aire et unités d'aire . . . 138 6e
59 Aire des figures usuelles . . . 140 6e 5e
60 Aire de figures complexes . . . 142 6e 5e
61 Durées . . . 144 6e 5e
DOSSIER Mesurer des longueurs . . . 146



Volumes et contenances

62 Généralités sur les volumes et les contenances . . . 148 6e
63 Volume d'un cube, d'un pavé droit, d'un prisme droit, d'un cylindre . . . 150 6e 5e
64 Volume d'une pyramide, d'un cône, d'une boule . . . 152 4e 3e
65 Volume de solides complexes . . . 154 6e 5e 3e

ESPACE ET GÉOMÉTRIE



Géométrie plane (généralités)

66 Vocabulaire et notations de géométrie . . . 158 6e
67 Droites perpendiculaires . . . 160 6e
68 Droites parallèles . . . 162 6e
69 Médiatrice d'un segment . . . 164 6e



Triangles

70 Tracés de triangles et inégalité triangulaire . . . 166 6e 5e
71 Triangles particuliers . . . 168 6e

72 Hauteurs d'un triangle 170 6e 5e
73 Cas d'égalité des triangles 172 4e
74 Triangles semblables : définition et reconnaissance 174 3e
75 Triangles semblables : calculer une longueur 176 3e
76 Théorème de Pythagore 178 4e
77 Triangle rectangle et réciproque du théorème de Pythagore 180 4e
78 Théorème de Thalès 182 4e 3e
79 Droites parallèles et réciproque du théorème de Thalès 184 3e



Quadrilatères

80 Quadrilatères, rectangles, carrés : définition et reconnaissance 186 6e
81 Losanges, parallélogrammes : définition et reconnaissance 188 6e 5e
82 Rectangles, carrés : construction 190 6e
83 Losanges : construction 192 6e
84 Parallélogrammes : construction 194 5e
DOSSIER Tracer un rectangle d'or 196



Angles

85 Mesure d'angles 198 6e
86 Tracé d'un angle 200 6e
87 Angles opposés par le sommet, alternes-internes, correspondants 202 5e
88 Utilisation des angles opposés par le sommet, alternes-internes, correspondants 204 5e
89 Somme des angles d'un triangle 206 5e
90 Trigonométrie : vocabulaire et formules 208 4e 3e
91 Trigonométrie : calcul d'une longueur dans un triangle rectangle 210 4e 3e
92 Trigonométrie : calcul d'un angle dans un triangle rectangle 212 4e 3e



Démontrer avec la géométrie

93 Démontrer que deux droites sont parallèles 214 6e 5e 3e
94 Démontrer que deux droites sont perpendiculaires 216 6e 4e
95 Calculer la longueur d'un segment 218 4e 3e
96 Calculer la mesure d'un angle 220 5e 4e 3e



Transformations

97 Symétrie axiale 222 6e
98 Symétrie centrale 224 5e
99 Axe et centre de symétrie 226 6e 5e
100 Translation 228 4e
101 Rotation 230 3e
102 Homothétie 232 3e
103 Images de figures par une transformation : construction 234 4e 3e
DOSSIER Paver le plan 236



Géométrie dans l'espace

104 Cubes, pavés droits : construction en perspective . . 238 6e
105 Cubes, pavés droits : patrons 240 6e
106 Prismes droits 242 5e
107 Cylindres 244 5e
108 Pyramides 246 4e
109 Cônes 248 4e
110 Sections planes d'un solide 250 3e
111 Repérage dans un pavé droit, sur une sphère 252 4e 3e

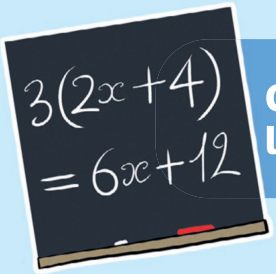
ANNEXES

- Corrigés 254
- Liste des méthodes par niveau 307
- Index 315
- Parallélogrammes particuliers . . . . . début de l'ouvrage
- Unités de mesure . . . . . fin de l'ouvrage

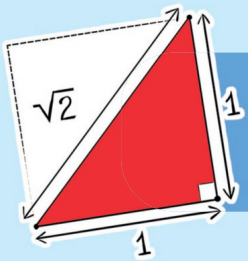


Algorithmique, programmation p. 78

NOMB ET



Calcul littéral p. 56



Puissances, racines carrées p. 48

RES CALCULS



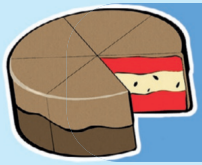
Nombres entiers p. 12



Nombres décimaux positifs p. 18



Nombres décimaux relatifs p. 24



Fractions p. 36

1 Division euclidienne

6e

Effectuer une division euclidienne

DÉFINITIONS. Effectuer la **division euclidienne** d'un nombre entier (le **dividende**) par un nombre entier (le **diviseur**) différent de 0, c'est trouver deux nombres entiers, le **quotient** et le **reste**, tels que :

dividende = diviseur × quotient + reste, avec reste < diviseur

EXEMPLE :
Quand on effectue la division euclidienne de 34 par 6, on obtient :

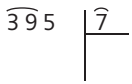
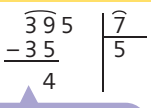
$$34 = 6 \times 5 + 4, \text{ avec } 4 < 6$$

dividende diviseur quotient reste

la méthode

Calculer le quotient et le reste d'une division euclidienne, puis vérifier le résultat

EXEMPLE : Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne de 395 par 7.

Étapes	Solution
1 On détermine le **nombre de chiffres** qu'il faut prendre au **dividende**.	1 3 < 7, donc je prends 39. 
2 On détermine le **premier chiffre** du **quotient**.	2 En 39, combien de fois 7 ? $7 \times 5 = 35$ et $7 \times 6 = 42$. Donc 5 fois.
3 On effectue la **soustraction**.	3  Il n'est pas obligatoire de faire apparaître la soustraction.

4 On abaisse le **chiffre suivant** du **dividende**.	**4** $\begin{array}{r\|l} 395 & 7 \\ -35\downarrow & \\ \hline 45 & \end{array}$
5 On détermine le **2e chiffre** du **quotient**, en reprenant les étapes 1 à 3.	**5** $\begin{array}{r\|l} 395 & 7 \\ -35\downarrow & \\ \hline 45 & 56 \\ -42 & \\ \hline 3 & \end{array}$
6 Quand **il n'y a plus de chiffre** à abaisser au **dividende**, on s'arrête et on conclut.	**6** Quotient = 56 ; reste = 3.
7 (*facultatif*) On **vérifie**, grâce à la définition de la division euclidienne.	**7** Vérification : $7 \times 56 + 3 = 395$, avec $3 < 7$.

Entraîne-toi !

1 Calculer le quotient et le reste d'une division euclidienne

Calcule le quotient et le reste de ces divisions euclidiennes, puis vérifie le résultat (à l'aide de la définition de la division euclidienne) :

a) 1 071 par 19 ; **b)** 3 748 par 11 ; **c)** 5 241 par 17.

2 Résoudre un problème

172 élèves de 6e, accompagnés de 12 enseignants, doivent se rendre en bus à la Cité des Sciences, à Paris, pour la journée. Chaque bus peut transporter au maximum 48 personnes.



a) Combien faut-il prévoir de bus ?

b) Combien faudrait-t-il d'élèves en plus pour avoir besoin d'un bus supplémentaire ?

CORRIGÉS PAGE 254

2 Multiples et diviseurs 5e

1 Vocabulaire

DÉFINITIONS. Lorsque le reste de la division euclidienne d'un nombre entier a par un nombre entier b est égal à 0, on dit que :
- b est un **diviseur** de a ;
- a est **divisible** par b ;
- a est un **multiple** de b.

EXEMPLE :
6 est un diviseur de 24, car le reste de la division euclidienne de 24 par 6 est égal à 0.

CONSÉQUENCE. « *a est un multiple de b* » signifie qu'il existe un nombre entier k tel que $a = b \times k$.

À noter
k est le quotient de la division euclidienne (voir fiche 1) de a par b. 0 en est le reste.

EXEMPLE :
24 est un multiple de 6, car $24 = 6 \times 4$.

2 Critères de divisibilité

Il existe des règles pour savoir immédiatement si un nombre est divisible (ou non) par 2, par 3, par 5, par 9 ou par 10 : ce sont les **critères de divisibilité**.
Un nombre entier est **divisible** :
- **par 2** si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8 ;
- **par 5** si son chiffre des unités est 0 ou 5 ;
- **par 3** si la somme de ses chiffres est divisible par 3 ;
- **par 9** si la somme de ses chiffres est divisible par 9 ;
- **par 10** si son chiffre des unités est 0.

EXEMPLES :
- 4 107 n'est pas divisible par 2, car il ne se termine pas par 0, 2, 4, 6 ou 8 ; mais il est divisible par 3, car $4+1+0+7=12$ et 12 est divisible par 3.
- 345 est divisible par 5, car il se termine par 5 ; mais il n'est pas divisible par 10, car il ne se termine pas par 0.

Les méthodes

Savoir si un entier *b* est un diviseur d'un entier *a* (ou si *a* est un multiple de *b*)

MÉTHODE 1. Trouver un nombre *c* tel que $a = b \times c$
(lorsque l'on réussit à effectuer la multiplication à trous de tête)

EXEMPLE : 13 est-il un diviseur de 39 ?

$39 = 13 \times ?$ $39 = 13 \times 3$ Donc 13 est un diviseur de 39.

MÉTHODE 2. Utiliser les critères de divisibilité
(lorsque *b* vaut 2, 3, 5, 9 ou 10)

MÉTHODE 3. Effectuer la division euclidienne de *a* par *b*
(méthode qui fonctionne quels que soient les nombres)

- Si le reste de la division de *a* par *b* est égal à 0, alors *b* est un diviseur de *a* ;
- sinon *b* n'est pas un diviseur de *a*.

EXEMPLE : 17 est-il un diviseur de 391 ?

Comme le reste de la division euclidienne de 391 par 17 est égal à 0, alors 17 est un diviseur de 391.

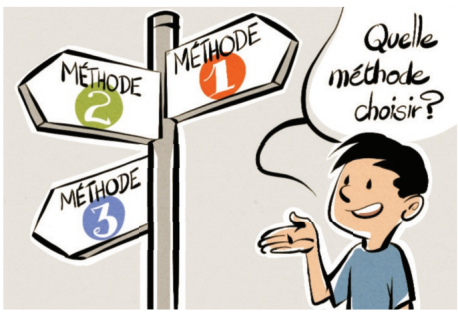
391	17
−34	23
51	
−51	
0	

Entraîne-toi !

Savoir si un entier est un diviseur ou un multiple d'un autre

Dans chaque cas, précise si la phrase est vraie ou fausse. Justifie.

a) 36 est un multiple de 12.
b) 15 est un multiple de 30.
c) 3 049 est un multiple de 13.
d) 7 est un diviseur de 42.
e) 0 est un multiple de 7.
f) 5 est un diviseur de 725.
g) 196 est divisible par 1.
h) 4 119 est divisible par 9.



CORRIGÉS PAGE 254

3

Nombres premiers et décomposition en produit de facteurs premiers

5e 4e

Nombres premiers

DÉFINITION. Un **nombre premier** est un nombre entier positif qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

À noter
1 n'est pas premier, car il a un seul diviseur (lui-même).

Voici la liste des nombres premiers **inférieurs à 100** :

2	3	5	7	11	13	17	19	23
29	31	37	41	43	47	53	59	61
67	71	73	79	83	89	97		

PROPRIÉTÉ. Tout nombre entier non premier peut se **décomposer de façon unique** comme un produit de nombres premiers.

EXEMPLE : $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3$.

Les méthodes

1 Démontrer qu'un nombre entier n'est pas premier 5e

EXEMPLE : Démontrer que le nombre 435 n'est pas premier.

Étapes	Solution
1 On cherche un **diviseur** du nombre de départ, autre que 1 et lui-même, en s'aidant notamment des critères de divisibilité (voir fiche 2).	1 5 est un diviseur de 435, autre que 1 et 435.
2 On **conclut**.	2 435 possède au moins 3 diviseurs : 1 ; 435 et 5. Il n'est donc pas premier.

2 Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers 5e 4e

EXEMPLE : Décomposer 60 en produit de facteurs premiers.

Étapes	Solution
1 On regarde si le nombre entier est **divisible par l'un des nombres premiers** : 2, 3, 5... pris dans l'ordre croissant.	1 60 est divisible par 2.
2 Dès qu'un nombre premier convient, on écrit le nombre entier sous forme du **produit de deux facteurs**, dont l'un est le nombre premier trouvé.	2 $60 = 2 \times 30$.
3 ◗ **Si le 2e facteur est un nombre premier**, on obtient la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre entier. ◗ **Sinon**, on reprend l'étape 1 avec le 2e facteur.	3 ◗ 30 est encore divisible par 2. $60 = 2 \times 2 \times 15$ ◗ 15 est divisible par 3. $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ ◗ 5 est premier. $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

Une seconde méthode est proposée dans le corrigé de l'exercice 2.

Entraîne-toi !

1 Démontrer qu'un nombre entier n'est pas premier

Démontre que les nombres suivants ne sont pas premiers.

5e **a)** 258 **b)** 543 **c)** 837 **d)** 9 840 **e)** 645 **f)** 707

2 Décomposer un nombre entier

Décompose les nombres suivants en produit de facteurs premiers.

5e **a)** 84 210 780 4e **b)** 693 1 462 4 125

CORRIGÉS PAGE 255

4 Addition et soustraction de nombres décimaux

6e

Généralités

DÉFINITION 1. Un **nombre décimal** est un nombre que l'on peut écrire avec un nombre fini de chiffres et une virgule.

EXEMPLES :
2,37 ; 5 (= 5,0) sont des nombres décimaux.

DÉFINITIONS 2. Le résultat d'une addition est appelé une **somme** ; le résultat d'une soustraction est appelé une **différence**.

EXEMPLES :
5,7 + 3,12 = 8,82 ; 5,32 − 2,5 = 2,82.
termes somme termes différence

PROPRIÉTÉ. Dans une **suite d'additions**, on peut effectuer les calculs dans l'ordre que l'on veut.

Attention !
Cette propriété est fausse pour la soustraction.

EXEMPLE : Pour effectuer 12,4 + 3,9 + 2,6, on peut :
- commencer par effectuer 12,4 + 3,9 ;
- ou commencer par effectuer 3,9 + 2,6 ;
- ou commencer par effectuer 12,4 + 2,6.

Ce dernier regroupement facilite le calcul, car 12,4 + 2,6 = 15.
On obtient donc :
12,4 + 3,9 + 2,6 = (12,4 + 2,6) + 3,9 = 15 + 3,9 = 18,9.



la méthode

Additionner, soustraire des nombres décimaux en posant l'opération

ÉTAPE 1. On écrit les termes de l'addition ou de la soustraction, **les uns en dessous des autres** (en colonne), en alignant verticalement les virgules, les chiffres des unités, etc.

ÉTAPE 2. On **effectue** l'addition ou la soustraction des chiffres, en n'oubliant pas les retenues.

Ajoute si nécessaire une virgule et des zéros à la fin de la partie décimale.

ÉTAPE 3. On place la **virgule au résultat**.

EXEMPLES : Calculer 345,2 + 7,92 et 125 – 6,21.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1} \\ 345,20 \\ +\ \ 7,92 \\ \hline 353,12 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1\,1} \\ 125,00 \\ -\ \ 6,21 \\ \hline 118,79 \end{array}$$

Entraîne-toi !

1 Additionner des nombres décimaux

Effectue ces additions en posant l'opération en colonne :

a) 123,98 + 47,5 **b)** 67 + 258,91 **c)** 59,78 + 89

2 Soustraire des nombres décimaux

Effectue ces soustractions en posant l'opération en colonne :

a) 256,12 – 3,5

b) 56 – 15,47

c) 256,59 – 49

3 Résoudre un problème

Samedi, Pierre a dépensé 25,20 €, soit 7,12 € de plus que Samir. Combien Samir a-t-il dépensé ?

CORRIGÉS PAGE 255

5 Multiplication de nombres décimaux 6e

Vocabulaire

DÉFINITIONS. Le résultat d'une multiplication est appelé **produit**. Les nombres que l'on multiplie sont appelés **facteurs**.

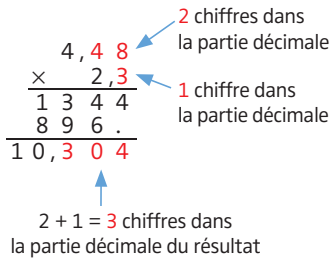
EXEMPLE : $6{,}8 \times 3{,}4 = 23{,}12$.
facteurs produit

Les méthodes

1 Multiplier deux nombres décimaux

EXEMPLE : Multiplier 4,48 par 2,3.

Étapes	Solution
1 On **effectue** la multiplication sans tenir compte des virgules.	
2 On **additionne** le nombre de chiffres des parties décimales des deux facteurs.	
3 On **place la virgule** au résultat pour que sa partie décimale possède un nombre de chiffres égal au nombre obtenu à l'étape 2.	



2 Multiplier un nombre décimal par 10 ; 100 ou 1 000

PROPRIÉTÉ 1. Pour multiplier un nombre décimal par 10 ; 100 ou 1 000, on décale la virgule de 1 ; 2 ou 3 rangs **vers la droite** en ajoutant, si nécessaire, des zéros.

EXEMPLES :

$4{,}85 \times 10 = 48{,}5$ — 1 zéro → On décale la virgule de 1 rang à droite.

$12{,}379 \times 1\,000 = 12\,379{,} = 12\,379$ — 3 zéros → On décale la virgule de 3 rangs à droite. Ici, on peut l'enlever.

$3{,}9 \times 100 = 390$ — 2 zéros → On décale la virgule de 2 rangs à droite. On ajoute donc 1 zéro.

3 Multiplier un nombre décimal par 0,1 ; 0,01 ou 0,001

PROPRIÉTÉ 2. Pour multiplier un nombre décimal par 0,1 ; 0,01 ou 0,001, on décale la virgule de 1, 2 ou 3 rangs **vers la gauche** en ajoutant, si nécessaire, des zéros.

EXEMPLES : $975{,}64 \times 0{,}01 = 9{,}7564$ $\quad 4{,}51 \times 0{,}001 = 0{,}00451$

CONSÉQUENCE. Diviser un nombre décimal par 10 ; 100 ou 1 000 revient à le multiplier par 0,1 ; 0,01 ou 0,001.

EXEMPLES : $123{,}5 : 100 = 123{,}5 \times 0{,}01 = 1{,}235$
$58{,}3 : 1\,000 = 58{,}3 \times 0{,}001 = 0{,}0583$

Entraîne-toi !

1 Multiplier deux nombres décimaux

Pose les multiplications suivantes :

a) $67{,}86 \times 5{,}4$ **b)** $58{,}07 \times 2{,}035$ **c)** $93{,}7 \times 0{,}68$

2 Multiplier un nombre décimal par 10 ; 100 ou 1 000

Calcule : **a)** $12{,}856 \times 10$ **b)** 156×100
c) $12{,}48 \times 100$ **d)** $1{,}3 \times 1000$

3 Multiplier un nombre décimal par 0,1 ; 0,01 ou 0,001

Calcule : **a)** $752{,}45 \times 0{,}01$ **b)** $946 \times 0{,}1$ **c)** $57{,}8 \times 0{,}001$
d) $240 \times 0{,}001$ **e)** $25\,000 \times 0{,}01$

CORRIGÉS PAGE 256

6 Division décimale par un nombre entier

6e

1 Quotient décimal

DÉFINITIONS. Étant donné deux nombres décimaux a et b ($b \neq 0$), on appelle **quotient (décimal)** de a par b le nombre c tel que :

$$a = b \times c$$

L'opération qui, à deux nombres décimaux, associe leur quotient décimal est appelée **division décimale**.
a est appelé le **dividende** et b le **diviseur**.

EXEMPLES :

- $2{,}4 \times 2{,}3 = 5{,}52$ donc le quotient de 5,52 par 2,4 est 2,3.
- Le quotient de la division décimale de 14 par 4 est 3,5 car $14 = 4 \times 3{,}5$.

En revanche, le quotient de la division euclidienne de 14 par 4 est 3 (reste 2), car $14 = 4 \times 3 + 2$.

Attention !

Si a et b sont deux nombres entiers ($b \neq 0$), il y a **deux quotients possibles** :

- celui de la division décimale ;
- celui de la division euclidienne (voir fiche 1).

2 Valeur approchée à l'unité près, au dixième près, etc.

Le quotient de deux nombres décimaux n'est pas toujours un nombre décimal. Dans ce cas, on donne généralement une **valeur approchée** de ce quotient.

EXEMPLES :

Le quotient de 26 par 11 est égal à 2,363636...

- Valeur approchée **à l'unité près** de ce nombre : 2 ou 3.
- Valeur approchée **au dixième** (ou à 0,1) **près** de ce nombre : 2,3 ou 2,4.

la méthode

Calculer le quotient décimal d'un décimal par un entier

EXEMPLE : Calculer le quotient décimal de 664,5 par 25.

Étapes	Solution
1 On effectue la division de la partie entière en appliquant la technique de la **division euclidienne** (voir fiche 1).	664,50 | 25 −50 | 26,58 164 −150 145 −125 200 −200 0
2 On place une **virgule** au quotient et on abaisse le **chiffre des dixièmes** du dividende.	
3 On poursuit la division en continuant d'abaisser les autres chiffres du dividende. S'il n'y a plus de chiffre au dividende, on abaisse des **zéros**.	Le quotient de 664,5 par 25 est égal à 26,58.

Entraîne-toi !

Calculer le quotient décimal d'un décimal par un entier

Calcule :

a) le quotient décimal de 332,1 par 27 ;

b) une valeur approchée à 0,1 près du quotient de 1 250 par 345 ;

c) le quotient décimal de 30,4 par 5 ;

d) une valeur approchée à 0,01 près du quotient de 129,7 par 17.

CORRIGÉS PAGE 256



7

Nombres relatifs : repérage sur une droite graduée et dans le plan

5e

Nombres décimaux relatifs

DÉFINITION 1. Les nombres décimaux positifs (supérieurs à 0) et les nombres décimaux négatifs (inférieurs à 0) constituent les **nombres décimaux relatifs**.

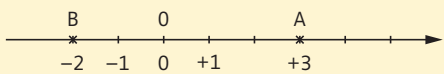
EXEMPLES :
– 632 ; +8 ; – 13,8 sont des nombres décimaux relatifs.

Les méthodes

1 Se repérer sur une droite graduée

DÉFINITION 2. Sur une droite graduée, on peut associer un point à chaque nombre décimal relatif. Ce nombre décimal relatif est appelé **abscisse** du point.

EXEMPLES :



- L'abscisse de A est +3. On note A (+3) ou A (3).
- De même, on a B (–2).

Tu peux enlever le signe + devant un nombre positif.

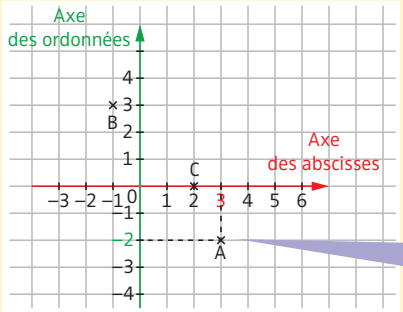
2 Se repérer dans le plan

DÉFINITIONS 3. Dans un repère du plan, la position d'un point est déterminée par deux nombres :

- le premier est lu sur l'axe horizontal : c'est l'**abscisse** du point ;
- le second est lu sur l'axe vertical : c'est l'**ordonnée** du point.

Ces deux nombres constituent les **coordonnées** du point.

EXEMPLES :



Chaque point est repéré par ses coordonnées : A (abscisse ; ordonnée)

- Les coordonnées de A sont (3 ; –2) et on note A (3 ; –2).

3 est l'abscisse de A, –2 est son ordonnée.

- De même, on a B (–1 ; 3) et C (2 ; 0).

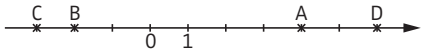
Entraîne-toi !

1 Se repérer sur une droite graduée

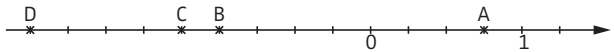
Sur chacune des deux droites graduées ci-dessous :

- donne les abscisses des points A, B, C et D ;
- place le point E $\left(-\frac{1}{2}\right)$.

a)



b)



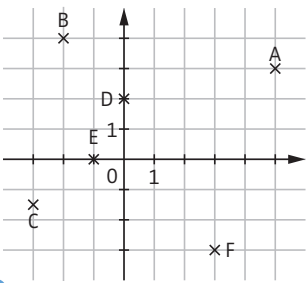
2 Se repérer dans le plan

a) Donne les coordonnées des points A, B, C, D, E et F du repère ci-contre.

b) Trace un repère et place les points :

A (2 ; 3) B (0 ; – 1)

C (–2,5 ; –0,5) D (3,5 ; 0)



CORRIGÉS PAGE 256

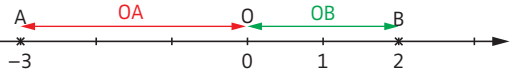
8 Comparaison des nombres relatifs 6e 5e

Distance à zéro

DÉFINITION. La **distance à zéro** d'un nombre décimal relatif est la distance, sur la droite graduée, entre le point qui a ce nombre pour abscisse et le point d'abscisse 0.

Attention! Une distance à zéro est toujours un nombre positif.

EXEMPLES :



- La distance à zéro de – 3 est la longueur OA, c'est-à-dire 3.
- La distance à zéro de + 2 est la longueur OB, c'est-à-dire 2.

la méthode

Comparer deux nombres décimaux relatifs

Si les deux nombres sont positifs 6e

- S'ils ont des **parties entières différentes**, alors le plus grand est celui qui a la plus grande partie entière.
- Si les **parties entières** sont **égales**, on compare les chiffres des dixièmes ; s'ils sont égaux, on compare les chiffres des centièmes, etc.

EXEMPLES : 3,2 < 6,8 ; 3,2 > 3,16.

Si l'un des nombres est positif et l'autre négatif 5e

Un nombre positif est **toujours plus grand** qu'un nombre négatif.

EXEMPLE :
Comparer – 2 et 1.
– 2 < 0 et 1 > 0
donc – 2 < 1.

Si les deux nombres sont négatifs 5e

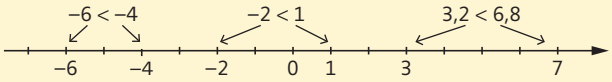
Quand deux nombres sont négatifs, le plus grand est celui qui a la **plus petite distance à 0**.

EXEMPLE :
Comparer – 6 et – 4.
- La distance à zéro de – 6 est 6.
- La distance à zéro de – 4 est 4.

6 > 4 donc – 6 < – 4.

Pour mieux comprendre ces propriétés, on peut faire le lien avec une **droite graduée.**

Sur une droite graduée, plus un nombre est à droite plus il est grand.



Entraîne-toi !

5e

1 Déterminer une distance à zéro

Donne les distances à zéro des nombres relatifs suivants :

+17,2 − 3,6 +496 − 32 0

2 Comparer deux nombres décimaux relatifs

Remplace les pointillés par < ou > :

6e **a)** 13,2..... 13,15 7,05 ..... 7,005 17,59 19,1

5e **b)** −1 ..... 12 −28 ..... −29 −5,13 ..... −5,12

78 ..... −78 −2,7 ..... −2,65 −5 0

5e

3 Ranger dans l'ordre croissant ou décroissant

Rappel

- Ordre **croissant :** du plus petit au plus grand.
- Ordre **décroissant :** du plus grand au plus petit.

a) Range dans l'ordre croissant ces nombres relatifs :

− 18 27 − 15 89 15 − 21 − 1

b) Range dans l'ordre décroissant ces nombres relatifs :

− 5,42 5,54 − 5,402 6,48 5,5 − 8 − 6,44 − 5,412

5e

4 Trouver des nombres relatifs

Trouve, si possible :

a) un nombre négatif plus grand que − 2 ;

b) un nombre plus petit que − 15 et plus grand que − 20 ;

c) un nombre plus petit que − 7 et plus grand que − 5.

CORRIGÉS PAGE 257

9 Addition et soustraction de deux nombres relatifs

5e

Opposé d'un nombre relatif

DÉFINITION. Deux nombres décimaux relatifs qui ont la même distance à zéro (voir fiche 8) et qui sont de signes contraires sont des nombres décimaux **opposés**.

EXEMPLE : + 4,3 et – 4,3 sont des nombres décimaux opposés.

PROPRIÉTÉ. La **somme de deux nombres opposés** est toujours égale 0.

EXEMPLE : (+ 4,3) + (– 4,3) = 0.

Les méthodes

1 Additionner deux nombres relatifs

Les deux nombres sont-ils de **même signe** ?

Oui

1 On **additionne** les distances à zéro des deux nombres.

2 On met, devant le résultat, le **signe commun** aux deux nombres.

EXEMPLE :
(–8) + (–9) = (–17).

On additionne 8 et 9 et on met le signe – qui est commun à –8 et –9.

Non

1 On **soustrait** la plus petite distance à zéro à la plus grande.

2 On met, devant le résultat, le **signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro**.

EXEMPLE :
(–15) + (+8) = (–7).

On soustrait 8 à 15 et on met le signe –, car c'est le signe de –15 et 15 > 8.

2 Soustraire deux nombres relatifs

RÈGLE. Pour soustraire un nombre relatif, on **ajoute son opposé**.

opposé

EXEMPLE : $(+4) - (+9) = (+4) + (-9) = (-5)$.

Le signe – devient +.



Entraîne-toi !

1 Additionner deux nombres relatifs

a) Calcule de tête (sans calculatrice) :

$(-5)+(-12)$ $(+17)+(-24)$ $(-15)+(+19)$

$(-2,3)+(-4,8)$ $(-12)+(+12)$ $(+11)+(+24)$

$(+19)+(-21)$

b) Trouve dans chacun des cas suivants le nombre manquant :

$(+5)+\ldots\ldots=(-14)$ $(-5)+\ldots\ldots=(-11)$

2 Soustraire deux nombres relatifs

a) Détermine l'opposé des nombres décimaux relatifs suivants :

(-5) $(+8)$ $(+12,4)$ $(-1,78)$ $(-98\,500)$

b) Calcule :

$(-5)-(+13)$ $(-3)-(-10)$ $(+15,3)-(-17,4)$

$(+12,9)-(+5,4)$ $(+8)-(-8)$ $(-11)-(-9)$

c) Trouve dans chacun des cas suivants le nombre manquant :

$(-8)-\ldots\ldots=(-3)$ $(+3)-\ldots\ldots=(-6)$

CORRIGÉS PAGE 257

10 Additions et soustractions d'une suite de nombres relatifs

5e

Les méthodes

1 Écrire plus simplement une suite d'additions et de soustractions de nombres relatifs

RÈGLE 1. Dans une **suite d'additions** de nombres relatifs, on peut supprimer :

- les signes d'addition et les parenthèses autour de chaque nombre ;
- le signe d'un nombre positif écrit en début de calcul.

Attention ! Ne supprime pas les parenthèses encadrant un calcul.

EXEMPLE :

$$(+12) + (-16) + (+2) = (+12) + (-16) + (+2)$$
$$= 12 - 16 + 2$$

RÈGLE 2. On peut aussi **simplifier les soustractions** de nombres relatifs. Il suffit de les remplacer par « l'addition de l'opposé » (voir fiche 9).

EXEMPLE :

$$(+3) + (-5) - (-7) = (+3) + (-5) + (+7) = 3 - 5 + 7$$

Entraîne-toi à passer directement à l'écriture simplifiée, sans passer par l'étape intermédiaire consistant à remplacer les soustractions par des « additions de l'opposé ».

2 Calculer une suite d'additions de nombres relatifs

EXEMPLE 1 : Addition de deux termes.

$A = -6 + 3$ $\qquad$ $B = -5 - 4$

$A = (-6) + (+3)$ $\qquad$ $B = -5 + (-4)$

$A = -3$ $\qquad$ $B = -9$

- Au début, tu peux replacer les parenthèses, puis effectuer les additions.
- Par la suite, entraîne-toi à effectuer ces calculs directement sans passer par l'étape en italique.

EXEMPLE 2 : Additions d'au moins trois termes.

$C = -6+12+21-10-21+2$

Étapes	Solution
1 Si l'expression comprend **deux nombres opposés**, on les supprime, puisque leur somme est égale à 0 (voir fiche 9).	1 $C = -6+12+\cancel{21}-10-\cancel{21}+2$
2 Pour simplifier le calcul, il est conseillé de regrouper les **termes positifs** d'une part, et les **termes négatifs** d'autre part.	2 $C = -6-10+12+2$ Attention ! Quand tu déplaces un terme, déplace bien aussi le signe placé devant ce terme.
3 On effectue la **somme des termes positifs**, la **somme des termes négatifs**, puis on termine le calcul.	3 $C = -16+14$ $C = -2$

Entraîne-toi !

1 Simplifier une suite d'additions de nombres relatifs

Écris plus simplement ces expressions (sans les calculer) :

a) $(-8)+(-4)+(+9)$

b) $(+9)+(+7)+(-14)+(-19)$

c) $(+2{,}3)+(-7{,}8)+(-9{,}1)$

d) $(-2)-(-3)+(-7)-(-8)$

2 Calculer des additions et soustractions de nombres relatifs

Calcule les expressions suivantes :

$A = -7+10$

$B = -9-4$

$C = 10-15$

$D = 2-3-8+4$

$E = -45+12-3+45-17+11$

$F = -5+7-8-9-4+11$

$G = (-3)+(+5)+(-7)+(-8)$

$H = (-2)-(-4)-(+5)+(+3)$

CORRIGÉS PAGE 258

11 Multiplications et divisions de nombres relatifs

4e

Les méthodes

1 Déterminer le signe d'un produit (règle des signes)

RÈGLE 1. Pour déterminer le **signe d'un produit**, on compte le nombre de facteurs négatifs :

- si ce nombre est **pair**, le produit est **positif** ;
- si ce nombre est **impair**, le produit est **négatif**.

EXEMPLE : Déterminer le signe de $(-7)\times(+2)\times(-5)\times(+4)\times(-9)$.

Il y a 3 facteurs négatifs, 3 est impair, donc le produit est négatif.

2 Multiplier des nombres relatifs

RÈGLE 2. Pour **multiplier** plusieurs nombres relatifs :

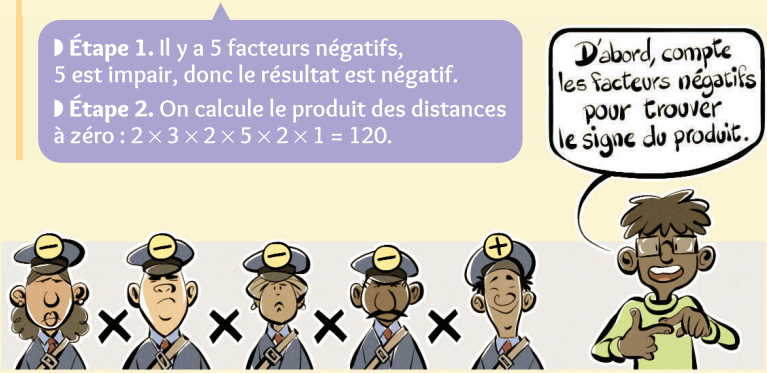
- **ÉTAPE 1.** On détermine **le signe du produit** en appliquant la règle des signes (voir règle 1).
- **ÉTAPE 2.** On **multiplie** les distances à zéro (voir fiche 8).

EXEMPLE : $A = (-2)\times(-3)\times(+2)\times(-5)\times(-2)\times(-1)$

$A = (-2)\times(-3)\times(+2)\times(-5)\times(-2)\times(-1)$

$A = -120$

- **Étape 1.** Il y a 5 facteurs négatifs, 5 est impair, donc le résultat est négatif.
- **Étape 2.** On calcule le produit des distances à zéro : $2\times3\times2\times5\times2\times1 = 120$.



3 Diviser deux nombres relatifs

RÈGLE 3. Pour **diviser deux nombres relatifs** :

ÉTAPE 1. On détermine le **signe du quotient** en appliquant la règle des signes de la multiplication (voir règle 1).

ÉTAPE 2. On **divise** les distances à zéro.

EXEMPLE : $B = (-12) : (+4) = -3$.

Étape 1 : Il y a 1 facteur négatif, 1 est impair, donc le résultat est négatif.
Étape 2 : On divise ensuite les distances à zéro et $12 : 4 = 3$.

Entraîne-toi !

1 Déterminer le signe d'un produit

Détermine le signe de chaque produit, en justifiant ta réponse :

a) $(-78)\times(+2)$

b) $(-2)\times(-12{,}1)\times(-1{,}7)\times(-2{,}3)\times(+3{,}2)$

c) $(-5)\times(-22{,}1)\times(-15)\times(+9{,}4)$

2 Multiplier des nombres relatifs

Calcule (sans utiliser de calculatrice) :

$A = (-2{,}4)\times(-5)$

$B = (-2{,}5)\times(+3)\times(-4)$

$C = (-6)\times(+2)\times(-1)\times(+5)\times(-3)\times(+1)$

$D = (-100)\times(+2)\times(-1)\times(-6)\times(-3)$

3 Diviser deux nombres relatifs

Calcule (sans utiliser de calculatrice) :

$E = (-63) : (-7)$ $\quad F = (+4{,}6) : (-2)$ $\quad G = \dfrac{-35}{-5}$

Rappel
Une fraction est un quotient (voir fiche 13).

CORRIGÉS PAGE 258

12 Règles de priorité 5e 4e

Les méthodes

1 Effectuer un calcul sans parenthèses 5e

RÈGLE 1. Dans un calcul sans parenthèses, contenant uniquement des additions et des soustractions, on effectue les calculs **de gauche à droite**, ou on **regroupe les termes positifs et les termes négatifs** (voir fiche 10).

EXEMPLE : Calculer l'expression A = 12 – 8 + 5 – 2.

De gauche à droite

A = 12 – 8 + 5 – 2
A = 4 + 5 – 2
A = 9 – 2
A = 7

Regroupement des positifs et des négatifs

A = 12 + 5 – 8 – 2
A = 17 – 10
A = 7

RÈGLE 2. Dans un calcul sans parenthèses, on effectue **d'abord les multiplications et divisions**, puis les additions et soustractions.

EXEMPLE : B = 4 + 5 × 3
B = 4 + 15
B = 19

Commence par effectuer la multiplication.

2 Effectuer un calcul avec parenthèses 5e

RÈGLE 3. Dans un calcul avec parenthèses (ou crochets), on effectue d'abord les **calculs entre parenthèses**, en commençant par celles qui sont les plus intérieures.

EXEMPLES : C = 20 – (3 + 2)
C = 20 – 5
C = 15

Commence par effectuer le calcul entre parenthèses.

D = 15 – [9 – (4 + 3)]
D = 15 – [9 – 7]
D = 15 – 2 = 13

Commence par effectuer le calcul correspondant aux parenthèses les plus intérieures.

3 Effectuer un calcul avec des puissances 4e

RÈGLE 4. En l'absence de parenthèses, on commence par effectuer les **puissances** avant les autres opérations.

EXEMPLE :

$E = 6 + 3 \times 2^3$

$E = 6 + \underbrace{3 \times 8}$

$E = 6 + 24$

$E = 30$

Comme il n'y a pas de parenthèses, commence par effectuer la puissance (voir fiche 18).

Applique ensuite les règles 1 et 2.



Entraîne-toi !

1 Effectuer un calcul sans parenthèses

5e **a)** Calcule : $A = 35 - 14 + 12$ $B = 3 + 7 \times 4$

$C = 4 \times 9 - 2 \times 6$ $D = 9 + 48 : 6$

4e **b)** Calcule : $E = -9 + 5 \times (-3)$ $F = 12 - 63 : (-7)$

2 Effectuer un calcul avec parenthèses

5e **a)** Calcule : $G = -12 - (-8 + 11) + (-2 - 3)$

$H = 5 \times (9 - 3) - 3$ $I = 6 \times [10 - (11 - 2 \times 3)]$

4e **b)** Calcule : $J = (5 - 9) \times (-7 - 2)$ $K = -2 \times [12 + 2 \times (-4)]$

3 Effectuer un calcul avec des puissances

4e Calcule : $L = 6 + 4^3$ $M = 12 + 8 \times 3^2$

CORRIGÉS PAGES 258-259

13 Généralités sur les fractions

6e

Les méthodes

1 Utiliser les fractions

Une **fraction** $\frac{a}{b}$ (a et b deux entiers avec $b \neq 0$) est :

une mesure d'un partage

Prendre les $\frac{a}{b}$ d'une grandeur, c'est partager cette grandeur en b parties égales et en prendre a.

EXEMPLE :
Colorier les $\frac{3}{4}$ de la bande unité.





$\frac{3}{4}$ de l'unité

un quotient

$\frac{a}{b} = a : b$ (voir fiche 6).

EXEMPLE :
$\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0{,}75$.

un opérateur

Prendre les $\frac{a}{b}$ d'un nombre c, c'est calculer $\frac{a}{b} \times c$.

EXEMPLE :
Les $\frac{3}{4}$ de 120, c'est $\frac{3}{4} \times 120$.

Dans la fraction $\frac{a}{b}$, a est le **numérateur** et b est le **dénominateur**.

2 Calculer la fraction $\frac{a}{b}$ d'un nombre c $\left(\frac{a}{b} \times c\right)$

On applique l'une de ces **trois méthodes** :

- **Calculer $(a : b) \times c$.** $\frac{3}{4} \times 120 = (3 : 4) \times 120 = 0{,}75 \times 120 = 90$.
- **Calculer $(a \times c) : b$.** $\frac{3}{4} \times 120 = (3 \times 120) : 4 = 360 : 4 = 90$.
- **Calculer $a \times (c : b)$.** $\frac{3}{4} \times 120 = 3 \times (120 : 4) = 3 \times 30 = 90$.

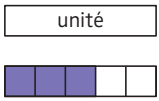
Retiens que $\frac{a}{b} \times b = a$. En effet, $\frac{a}{b} \times b = a \times (b : b) = a \times 1 = a$.

Entraîne-toi !

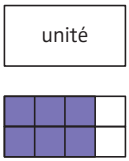
1 Mesurer un partage avec des fractions

Dans chaque cas, dis quelle fraction de l'unité a été coloriée.

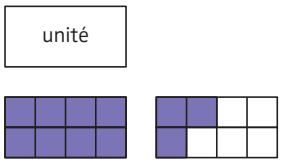
a)



b)



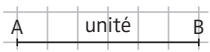
c)



Attention !
La fraction peut être supérieure à 1

2 Construire un partage avec des fractions

Soit [AB] le segment ci-dessous :



a) Trace un segment [CD] qui a pour longueur $\frac{5}{6}$ de AB.

b) Trace un segment [EF] qui a pour longueur $\frac{7}{6}$ de AB.

3 Passer d'une fraction à un nombre à virgule, et inversement

a) Quand c'est possible, écris la fraction sous forme d'un nombre décimal :

$\frac{2}{5}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{27}{4}$ $\frac{2}{3}$

b) Écris sous la forme d'une fraction :

0,4 2,73 12,05

4 Calculer la fraction d'un nombre

Calcule en utilisant la méthode la plus adaptée.

a) $\frac{4}{7}$ de 28 **b)** $\frac{3}{7}$ de 7 **c)** $\frac{3}{9}$ de 6 **d)** $\frac{20}{5}$ de 17

CORRIGÉS PAGE 259

14 Égalité de fractions 5e 4e

Les méthodes

1 Reconnaître et produire des fractions égales 5e

RÈGLE. On obtient une **fraction égale** si l'on multiplie (ou si l'on divise) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

Soient a, b et k trois nombres relatifs (avec $b \neq 0$ et $k \neq 0$), alors :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \text{ et } \frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k}$$

EXEMPLES : $\frac{5}{8} = \frac{5\times3}{8\times3} = \frac{15}{24}$ $\quad$ $\frac{27}{63} = \frac{27:9}{63:9} = \frac{3}{7}$

2 Réduire des fractions au même dénominateur 5e 4e

Le dénominateur de l'une des fractions est-il un **multiple** du dénominateur de l'autre ?

Oui 5e

On écrit les deux fractions avec ce dénominateur.

EXEMPLE : Réduire $\frac{2}{3}$ et $\frac{5}{12}$ au même dénominateur.

Comme 12 est un multiple de 3, on transforme $\frac{2}{3}$ pour qu'elle ait 12 comme dénominateur :

$12 = 3 \times 4$

donc $\frac{2}{3} = \frac{2\times4}{3\times4} = \frac{8}{12}$.

Les deux fractions cherchées sont $\frac{8}{12}$ et $\frac{5}{12}$.

Non 4e

On cherche un dénominateur commun, en écrivant les premiers multiples non nuls des deux dénominateurs.

EXEMPLE : Réduire $\frac{4}{15}$ et $\frac{7}{40}$ au même dénominateur.

- Multiples de 15 → 15 ; 30 ; 45 ; 60 ; 75 ; 90 ; 105 ; 120.
- Multiples de 40 → 40 ; 80 ; 120.

$\frac{4}{15} = \frac{4\times8}{15\times8} = \frac{32}{120}$

et $\frac{7}{40} = \frac{7\times3}{40\times3} = \frac{21}{120}$.

Les deux fractions cherchées sont $\frac{32}{120}$ et $\frac{21}{120}$.

3 Comparer deux fractions 5e 4e

MÉTHODE 1. On cherche un **dénominateur commun** (voir méthode 2 de la page 38), puis on compare les numérateurs.

EXEMPLE : Comparer $\frac{8}{12}$ et $\frac{3}{4}$.

$\frac{3}{4} = \frac{3\times3}{4\times3} = \frac{9}{12}$. On a $8 < 9$, donc $\frac{8}{12} < \frac{9}{12}$. D'où $\frac{8}{12} < \frac{3}{4}$.

MÉTHODE 2. On peut **calculer** ou **estimer** des quotients.

EXEMPLES :
- $\frac{3}{4} > \frac{7}{10}$, car $\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0{,}75$ et $\frac{7}{10} = 7 : 10 = 0{,}7$.
- $\frac{152}{137} > \frac{856}{1365}$, car $\frac{152}{137} > 1$ et $\frac{856}{1365} < 1$.

Entraîne-toi !

5e

1 Reconnaître et produire des fractions égales

Complète par le nombre qui convient.

$\frac{2}{3} = \frac{\ldots}{9}$ $\quad \frac{9}{7} = \frac{45}{\ldots}$ $\quad \frac{24}{40} = \frac{\ldots}{5}$ $\quad \frac{16}{12} = \frac{\ldots}{3}$

2 Réduire des fractions au même dénominateur

Dans chaque cas, transforme les deux fractions afin qu'elles aient le même dénominateur.

5e **a)** $\frac{3}{8}$ et $\frac{5}{4}$ $\quad \frac{2}{33}$ et $\frac{5}{11}$ $\quad 9$ et $\frac{5}{6}$

4e **b)** $\frac{5}{12}$ et $\frac{11}{30}$ $\quad \frac{7}{15}$ et $\frac{2}{9}$

À noter

$9 = \frac{9}{1}$

3 Comparer des fractions

Complète avec < ou >.

5e **a)** $\frac{3}{7} \ldots \frac{12}{21}$ $\quad \frac{51}{63} \ldots \frac{7}{9}$ $\quad \frac{13}{20} \ldots \frac{3}{5}$

4e **b)** $\frac{5}{12} \ldots \frac{7}{18}$ $\quad \frac{36}{37} \ldots \frac{48}{47}$ $\quad \frac{13}{2} \ldots \frac{30}{5}$ $\quad -\frac{12}{25} \ldots -\frac{7}{15}$

À noter

$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$

CORRIGÉS PAGES 259-260

15 Simplification de fraction Fraction irréductible

5e 3e

1 Simplification de fraction 5e

DÉFINITION 1. **Simplifier** une fraction, c'est écrire une fraction qui lui est égale, dont le numérateur et le dénominateur sont plus petits.

2 Fraction irréductible 3e

DÉFINITION 2. Une fraction **irréductible** est une fraction simplifiée au maximum.

EXEMPLES :

- $\frac{5}{8}$ est une fraction irréductible.
- $\frac{15}{18}$ n'est pas une fraction irréductible, car cette fraction est simplifiable par 3.

Les méthodes

1 Simplifier une fraction 5e

Pour simplifier une fraction, on divise son numérateur et son dénominateur par un **diviseur commun** autre que 1 (voir fiche 14).

EXEMPLE : $\frac{21}{28} = \frac{21:7}{28:7} = \frac{3}{4}$ ou $\frac{21}{28} = \frac{\cancel{7}\times 3}{\cancel{7}\times 4} = \frac{3}{4}$.

21 et 28 sont tous les deux dans la table de 7, donc on peut diviser le numérateur et le dénominateur par 7.
On dit que l'on a **simplifié** $\frac{21}{28}$ par 7.

2 Rendre irréductible une fraction 3e

MÉTHODE 1. Simplifier petit à petit

On simplifie progressivement jusqu'à ce que l'on ne puisse plus continuer.

EXEMPLE : Rendre irréductible la fraction $\frac{42}{48}$.

$\frac{42}{48} = \frac{21 \times \cancel{2}}{24 \times \cancel{2}} = \frac{21}{24} = \frac{7 \times \cancel{3}}{8 \times \cancel{3}} = \frac{7}{8}$. La fraction $\frac{7}{8}$ est irréductible.

On aurait aussi pu simplifier directement par 6.

MÉTHODE 2. Décomposer en produits de facteurs premiers

On décompose le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers (voir fiche 3), puis on simplifie.

EXEMPLE : Rendre irréductible la fraction $\frac{630}{735}$.

$630 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$ et $735 = 3 \times 5 \times 7 \times 7$.

$\frac{630}{735} = \frac{2 \times \cancel{3} \times 3 \times \cancel{5} \times \cancel{7}}{\cancel{3} \times \cancel{5} \times 7 \times \cancel{7}} = \frac{2 \times 3}{7} = \frac{6}{7}$.

La fraction $\frac{6}{7}$ est irréductible.

Entraîne-toi !

5e

1 Simplifier une fraction

a) Simplifie la fraction $\frac{30}{24}$ par 2, et la fraction $\frac{45}{20}$ par 5.

b) Simplifie chaque fraction (sans forcément la rendre irréductible) :

$\frac{24}{15}$ $\frac{120}{300}$ $\frac{32}{8}$

3e

2 Rendre irréductible une fraction

Rends irréductible chaque fraction avec la méthode de ton choix.

$\frac{160}{280}$ $\frac{945}{195}$ $\frac{98}{245}$ $\frac{63}{99}$ $\frac{315}{1050}$

CORRIGÉS PAGE 260

16 Addition et soustraction de fractions

5e 4e

La méthode

Additionner, soustraire deux fractions

1 Ces deux fractions ont-elles le **même dénominateur ?**

Oui 5e

On ajoute (ou soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur.

EXEMPLE : Calculer

$A = \frac{2}{7} + \frac{3}{7}$.

$A = \frac{2+3}{7}$

$A = \frac{5}{7}$

Attention ! Quand tu additionnes deux fractions de même dénominateur, il ne faut pas additionner les dénominateurs.

Non

2 Un dénominateur est-il un **multiple de l'autre** ?

Oui 5e

On écrit les deux fractions avec ce dénominateur.

EXEMPLE : Calculer

$B = \frac{1}{3} + \frac{4}{15}$.

15 est un multiple de 3.

$\frac{1}{3} = \frac{1\times5}{3\times5} = \frac{5}{15}$

$B = \frac{5}{15} + \frac{4}{15}$

$B = \frac{5+4}{15} = \frac{9}{15}$

$B = \frac{\cancel{3}\times3}{\cancel{3}\times5} = \frac{3}{5}$

Pense toujours à simplifier le résultat lorsque c'est possible.

Non 4e

On cherche un dénominateur commun, en écrivant les premiers multiples non nuls des deux dénominateurs.

EXEMPLE : Calculer

$C = \frac{5}{12} - \frac{3}{8}$.

- Multiples de 12 : 12 – **24** – 36 – 48.
- Multiples de 8 : 8 – 16 – **24**.

$\frac{5}{12} = \frac{5\times2}{12\times2} = \frac{10}{24}$

et $\frac{3}{8} = \frac{3\times3}{8\times3} = \frac{9}{24}$

Donc $C = \frac{10}{24} - \frac{9}{24}$

$C = \frac{10-9}{24} = \frac{1}{24}$

Entraîne-toi !

5e

1 Additionner, soustraire des fractions de même dénominateur

Calcule, et simplifie si possible :

$A = \frac{7}{9} + \frac{4}{9}$ $B = \frac{11}{20} - \frac{9}{20}$ $C = \frac{18}{13} - \frac{6}{13} + \frac{2}{13}$

Conseil
Avec trois fractions, la méthode est la même.

5e

2 Additionner, soustraire deux fractions dont les dénominateurs sont multiples l'un de l'autre

Calcule, et simplifie si possible :

$D = \frac{9}{36} + \frac{5}{6}$ $E = \frac{4}{7} - \frac{8}{28}$

$F = \frac{4}{3} + \frac{5}{24}$ $G = 3 + \frac{2}{5}$

4e

3 Additionner, soustraire plusieurs fractions quelconques

Calcule, et simplifie si possible :

$H = \frac{7}{25} - \frac{2}{15}$ $I = \frac{7}{30} + \frac{5}{12}$

$J = \frac{1}{4} + \frac{4}{9}$ $K = \frac{3}{2} + \frac{1}{6} - \frac{4}{9}$

5e

4 Résoudre un problème



Ce midi, à la cantine, $\frac{1}{4}$ des élèves ont pris une pomme, $\frac{11}{20}$ des élèves ont pris un kiwi.

Les autres élèves n'ont pris aucun fruit.

Détermine la proportion des élèves (en fraction) qui n'ont pas pris de fruit à la cantine.

CORRIGÉS PAGE 261

17 Multiplication et division de fractions

4e

Inverse d'un nombre

DÉFINITION. L'**inverse** d'un nombre a non nul est le nombre qui multiplié par a donne 1. C'est $\frac{1}{a}$, car $a \times \frac{1}{a} = 1$.

EXEMPLE : L'inverse de 3 est $\frac{1}{3}$, car $3 \times \frac{1}{3} = 1$.

PROPRIÉTÉ. L'**inverse d'une fraction** $\frac{a}{b}$ (a et b non nuls) est $\frac{b}{a}$.

EXEMPLE :
L'inverse de $\frac{2}{7}$ est $\frac{7}{2}$, car $\frac{2}{7} \times \frac{7}{2} = 1$ (voir méthode 1 ci-dessous).

Les méthodes

1 Multiplier des fractions

RÈGLE 1. Pour **multiplier deux fractions**, il faut multiplier les numérateurs entre eux et multiplier les dénominateurs entre eux. Soient a, b, c et d quatre nombres entiers relatifs (avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$) :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

EXEMPLES : $A = \frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{3 \times 4}{5 \times 7} = \frac{12}{35}$;

$B = \frac{-11}{3} \times \frac{-5}{-2} = -\frac{11 \times 5}{3 \times 2} = -\frac{55}{6}$;

Attention ! Respecte la règle des signes (voir fiche 11).

$C = \frac{28}{81} \times \frac{45}{21} = \frac{28 \times 45}{81 \times 21} = \frac{4 \times \cancel{7} \times 5 \times \cancel{9}}{9 \times \cancel{9} \times \cancel{7} \times 3} = \frac{4 \times 5}{9 \times 3} = \frac{20}{27}$;

Pense à simplifier avant d'effectuer les multiplications.

$D = 5 \times \frac{3}{7} = \frac{5}{1} \times \frac{3}{7} = \frac{5 \times 3}{1 \times 7} = \frac{15}{7}$;

On a $5 = \frac{5}{1}$.

$E = \frac{1}{8} \times \frac{3}{2} \times \frac{5}{7} = \frac{1 \times 3 \times 5}{8 \times 2 \times 7} = \frac{15}{112}$.

Pour multiplier plus de deux fractions, la méthode est la même.

2 Diviser deux fractions

RÈGLE 2. Diviser par un nombre non nul, c'est multiplier par l'inverse de ce nombre. Soient a, b, c et d quatre nombres entiers relatifs (avec $b \neq 0$, $c \neq 0$ et $d \neq 0$) :

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

EXEMPLE : $F = \frac{5}{7} : \frac{4}{3} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{7 \times 4} = \frac{15}{28}$.

Attention ! La première fraction reste inchangée.

Entraîne-toi !

1 Multiplier des fractions

Calcule, et simplifie si possible : $A = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ $B = \frac{11}{2} \times \frac{3}{5}$

$C = \frac{-3}{-13} \times \frac{-8}{-7}$ $D = \frac{18}{14} \times \frac{21}{36}$ $E = 6 \times \frac{5}{12}$ $F = \left(\frac{3}{4}\right)^3$

2 Diviser deux fractions

a) Détermine l'inverse de : 8 $\frac{37}{15}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{-3}{7}$

b) Calcule, et simplifie si possible : $G = \frac{2}{3} : \frac{5}{11}$ $H = \frac{12}{7} : \frac{6}{5}$

$I = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{9}{4}}$ $J = \frac{-14}{5} : \frac{20}{-9}$ $K = 15 : \frac{5}{2}$ $L = \frac{\frac{32}{7}}{8}$

c) Calcule, et simplifie si possible :

$M = \frac{3}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{4}{7}$ $N = \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{3}\right) : \left(2 + \frac{1}{4}\right)$ $P = \frac{\frac{2}{3} + \frac{5}{6}}{\frac{7}{2} \times \frac{3}{5}}$

CORRIGÉS PAGES 261-262

Mesurer avec des fractions

Ce sont les Sumériens vers 3000 av. J.-C., puis les Égyptiens vers 2500 av. J.-C., qui ont inventé les fractions. Pourquoi ? Car les nombres entiers naturels (0 ; 1 ; 25 ; 130…) ne permettaient ni de mesurer certaines grandeurs, ni de résoudre certains problèmes de partage liés par exemple au commerce ou à l'astronomie.

Comment mesurer une longueur inférieure à l'unité ?

EXEMPLE : Si on prend comme unité la bande bleue, quelle est la mesure de la longueur de la bande verte ?



- On ne peut **pas utiliser un entier** pour mesurer la bande verte, puisqu'elle est moins longue que la bande bleue.
- Mais si on partage la bande bleue unité en 4, la longueur de la bande verte correspond à 3 parts. On dit que la bande verte a une longueur de $\frac{3}{4}$ d'unité. La mesure n'est plus un nombre entier. Elle s'exprime **sous la forme d'une fraction**.



À noter
- **Dénominateur :** en combien de parts égales on a partagé l'unité, ici 4.
- **Numérateur :** le nombre de parts que l'on prend, ici 3.

Comment partager en morceaux de même longueur ?

EXEMPLE : On partage une planche de 3 mètres en 4 morceaux de même longueur. Quelle est la longueur d'un morceau ?

- Si on ne dispose que des **entiers**, on ne peut pas répondre.
- Mais, avec les **fractions**, on peut répondre $\frac{3}{4}$ de mètre.



Dans la mythologie égyptienne, **Horus** est le dieu faucon, fils d'Osiris et d'Isis.
Pour venger la mort de son père, il engage le combat contre son oncle Seth.
Ce dernier lui arrache l'œil gauche, le découpe et jette les morceaux dans le Nil.
Chacun des fragments de l'œil d'Horus a été associé à une fraction : le sourcil, par exemple, ⌒ permettait de représenter la fraction $\frac{1}{8}$.

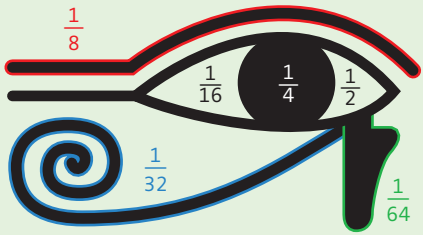
À toi de jouer !

5e

L'œil d'Horus

a) Additionne les fractions correspondant aux six morceaux de l'œil d'Horus.

b) Cherche le lien entre le résultat précédent et le fait que l'œil d'Horus soit considéré comme presque parfait.



CORRIGÉS PAGE 262

18 Définition et utilisation des puissances

4e 3e

Les méthodes

1 Calculer des puissances d'exposant positif 4e

DÉFINITION 1. Soient a un nombre et n un nombre entier positif :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}} \quad (n > 1)$$

a^n se lit « a exposant n » ou « a puissance n ».

On a : $a^1 = a$ et $a^0 = 1$ $(a \neq 0)$

EXEMPLES :
- $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$; $532^1 = 532$; $1495^0 = 1$.
- $(-4)^2 = (-4) \times (-4) = 16$.
- $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1 \times 1 \times 1}{4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{64}$.

L'exposant porte sur le nombre entre parenthèses, donc l'exposant 2 porte sur (–4), et l'exposant 3 sur la fraction $\frac{1}{4}$.

2 Calculer des puissances de 10 4e

DÉFINITION 2. Soit n un nombre entier positif :

$$10^n = \underbrace{10 \times \ldots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{10\ldots\ldots0}_{n \text{ zéros}}$$

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{\underbrace{10\ldots\ldots0}_{n \text{ zéros}}} = \underbrace{0,0\ldots\ldots01}_{n \text{ zéros}}.$$

EXEMPLES : $10^5 = \underbrace{100\,000}_{5 \text{ zéros}}$; $10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000} = \underbrace{0,0001}_{4 \text{ zéros}}$.

3 Calculer des puissances d'exposant négatif 3e

DÉFINITION 3. Soit $a \neq 0$ et n un nombre entier : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

EXEMPLE :

$$2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{16} = 0,0625.$$

Attention ! Un exposant négatif ne signifie pas forcément que le résultat est négatif (ici $2^{-4} > 0$).

4 Écrire sous forme d'une puissance

On applique les **définitions** précédentes.

EXEMPLES :

- 4e $8\times8\times8=8^3$; $10\,000=10^4$; $0{,}01=10^{-2}$.
- 3e $\dfrac{1}{3\times3\times3\times3}=\dfrac{1}{3^4}=3^{-4}$.

Entraîne-toi !

4e

1 Calculer des puissances de 10 ou d'exposant positif

Calcule et donne le résultat sous la forme d'un nombre décimal ou d'une fraction.

$A=5^4$ $B=0^6$ $C=8956^0$ $D=(-2)^4$ $E=-2^4$

$F=996^1$ $G=\left(\dfrac{3}{4}\right)^2$ $H=\left(\dfrac{-2}{3}\right)^3$ $I=\dfrac{3^2}{5}$ $J=0{,}2^3$

$K=10^7$ $L=10^{-2}$ $M=10^{-1}$ $N=10^3$



3e

2 Calculer des puissances d'exposant négatif

Calcule et donne le résultat sous la forme d'un nombre décimal ou d'une fraction.

$P=3^{-3}$ $Q=(-5)^{-2}$ $R=4^{-1}$

3 Écrire sous forme d'une puissance

Écris sous la forme d'une puissance :

4e $S=6\times6\times6\times6\times6$ $T=100\,000$ $U=0{,}000\,000\,01$

3e $V=\dfrac{1}{8\times8\times8\times8\times8\times8}$ $W=\dfrac{1}{0{,}3\times0{,}3\times0{,}3\times0{,}3}$

CORRIGÉS PAGES 262-263

19 Notation scientifique et simplification de puissances

4e

Notation scientifique d'un nombre décimal positif

DÉFINITION. La **notation scientifique** (ou **écriture scientifique**) d'un nombre décimal positif est de la forme $a \times 10^n$ avec :
- a nombre décimal positif tel que $1 \leqslant a < 10$;
- n nombre entier relatif.

EXEMPLE : $3{,}2 \times 10^4$ est la notation scientifique de 32 000.

Attention !
$0{,}85 \times 10^3$ n'est pas une notation scientifique, car 0,85 n'est pas compris entre 1 et 10.

les méthodes

1 Simplifier des produits de puissances

Pour simplifier l'écriture de produits de puissances, on utilise la **définition** d'une puissance (voir fiche 18) :

$$a^m \times a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{m \text{ facteurs}} \times \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{m+n \text{ facteurs}} = a^{m+n}$$

EXEMPLES :
- $A = 3^2 \times 3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6$.
- $B = 2^8 \times 2^{11} = \underbrace{2 \times 2 \times \ldots \times 2}_{8 \text{ facteurs}} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \ldots \times 2}_{11 \text{ facteurs}} = 2^{19}$.

2 Passer d'une notation scientifique à une écriture décimale

On applique la règle de **priorité** des puissances sur les multiplications (voir fiche 12), la **définition** des puissances de 10 (voir fiche 18), et la **multiplication par 10, 100, 1 000...** ou par 0,1 ; 0,01 ; 0,001... (voir fiche 5).

EXEMPLES :
- $C = 2{,}4 \times 10^4 = 2{,}4 \times 10\,000 = 24\,000$.
- $D = 8{,}25 \times 10^{-2} = 8{,}25 \times 0{,}01 = 0{,}0825$.

3 Déterminer la notation scientifique d'un nombre décimal

ÉTAPE 1. On remplace le nombre initial par un **nombre compris entre 1 et 10**, en y plaçant une virgule après le premier chiffre différent de 0.

ÉTAPE 2. On multiplie le nombre obtenu par la **puissance de 10** qui convient pour retrouver le nombre initial.

EXEMPLES : Déterminer la notation scientifique de $E = 235\,000$ et $F = 0{,}00015$.

$E = 2{,}35 \times 10^{5}$

Pour passer de 2,35 à 235 000, il faut déplacer la virgule de 5 rangs vers la droite, donc multiplier par 100 000, soit 10^{5} (voir fiche 5).

$F = 1{,}5 \times 10^{-4}$

Pour passer de 1,5 à 0,00015, il faut déplacer la virgule de 4 rangs vers la gauche, donc multiplier par 10^{-4}.

Pour les **préfixes et puissances de 10**, voir à la fin de l'ouvrage.

Entraîne-toi !

1 Simplifier des produits de puissances

Écris ces expressions sous la forme d'une seule puissance :

$A = 7^{2} \times 7^{3}$ $B = 4^{5} \times 4^{7}$ $C = 8^{11} \times 8^{8}$ $D = 15 \times 15^{7}$

2 Passer d'une notation scientifique à une écriture décimale

Écris sous la forme d'un nombre entier ou décimal :

$E = 5{,}1 \times 10^{6}$ $F = 3{,}24 \times 10^{-4}$ $G = 8{,}94 \times 10^{5}$

3 Déterminer la notation scientifique d'un nombre décimal

a) Les nombres suivants sont-ils en notation scientifique ?

$H = 0{,}15 \times 10^{-2}$ $I = 5{,}8 \times 6^{10}$ $J = 2{,}7 \times 10^{-5}$

b) Détermine la notation scientifique des nombres suivants :

$K = 1\,530\,000$ $L = 0{,}000\,045$ $M = 0{,}9$ $N = 78\,000$

CORRIGÉS PAGE 263

20 Racines carrées 4e

1 Racine carrée

DÉFINITION 1. Soit a un nombre positif. La **racine carrée** de a est le nombre **positif** dont le carré est a.

Ce nombre est noté $\sqrt{a}$ (on lit « racine carrée de a »). On a donc :

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$$

EXEMPLE :

$\sqrt{16} = 4$, car $4^2 = 16$ et $4 \geqslant 0$.

Attention !

- $\sqrt{16} \neq -4$, car $-4 < 0$.
  Pourtant, $(-4)^2 = 16$.
- On ne peut pas prendre la racine carrée de -16, car $-16 < 0$.

2 Carré parfait

DÉFINITION 2. Un **carré parfait** est le carré d'un nombre entier.

Voici la liste des 12 premiers carrés parfaits :

$1^2 = 1$	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$5^2 = 25$	$6^2 = 36$
$7^2 = 49$	$8^2 = 64$	$9^2 = 81$	$10^2 = 100$	$11^2 = 121$	$12^2 = 144$

Les méthodes

1 Calculer des racines carrées

Pour calculer une racine carrée, on peut :

- se référer aux **carrés parfaits** ;
- utiliser la touche $\sqrt{\ }$ de la **calculatrice** ;
- trouver une valeur approchée en **encadrant** la racine carrée (voir méthode 2).

EXEMPLES : Calculer la valeur exacte ou une valeur approchée de $\sqrt{121}$ et $\sqrt{17}$.

- D'après la liste des carrés parfaits, $11^2 = 121$, donc $\sqrt{121} = 11$.
- 17 n'est pas un carré parfait.
  En utilisant la calculatrice, on trouve $\sqrt{17} \approx 4{,}1$.

2 Encadrer une racine carrée entre deux entiers consécutifs sans utiliser la calculatrice

EXEMPLE : Encadrer $\sqrt{23}$ entre deux entiers consécutifs.

Étapes	Solution
1 Dans la liste des carrés parfaits, on **cherche** : ◗ le plus grand carré inférieur au nombre sous la racine ; ◗ le plus petit carré supérieur au nombre sous la racine.	1 Liste des carrés parfaits : 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36 ; 49. ◗ 16 est le plus grand carré inférieur à 23. ◗ 25 est le plus petit carré supérieur à 23.
2 On **encadre** la racine carrée donnée dans l'énoncé entre les racines carrées des deux carrés parfaits trouvés à l'étape 1.	2 $\sqrt{16} < \sqrt{23} < \sqrt{25}$.
3 On **calcule** les racines carrées des deux carrés parfaits.	3 $\sqrt{16} = 4$ et $\sqrt{25} = 5$, donc $4 < \sqrt{23} < 5$.

Entraîne-toi !

1 Calculer des racines carrées

Calcule si possible (sans utiliser la calculatrice).

a) $\sqrt{25}$ **b)** $\sqrt{64}$ **c)** $\sqrt{0}$ **d)** $\sqrt{-81}$

e) $-\sqrt{100}$ **f)** $\sqrt{1}$ **g)** $\left(\sqrt{8}\right)^2$ **h)** $\left(-\sqrt{16}\right)^2$

2 Encadrer une racine carrée

Encadre ces racines carrées entre deux entiers consécutifs, puis vérifie avec la calculatrice en donnant une valeur approchée.

a) $\sqrt{12}$ **b)** $\sqrt{71}$ **c)** $\sqrt{132}$ **d)** $\sqrt{41}$

CORRIGÉS PAGE 263

Utiliser les nombres à virgule et les autres nombres

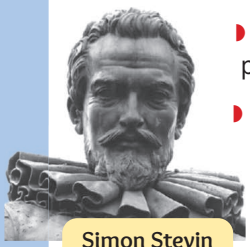
Les « nombres à virgule » ont été inventés au xᵉ siècle alors que l'on connaissait les fractions depuis plus de 4 000 ans (voir page 46). Ils permettent de simplifier certaines opérations.

D'où vient la notation actuelle des nombres à virgule ?

À noter

Les fractions décimales sont des fractions dont les dénominateurs sont 1 ; 10 ; 100 ; 1 000…

- Pour calculer et mesurer avec précision, les **fractions décimales** sont utilisées depuis le Moyen Âge. Ainsi, on utilise des nombres du type : $2+\frac{5}{10}+\frac{3}{100}+\frac{6}{1\,000}$. Mais ces nombres sont longs à écrire.
- Plusieurs tentatives sont faites pour écrire ces nombres **plus simplement**. Par exemple, pour $2+\frac{5}{10}+\frac{3}{100}+\frac{6}{1\,000}$:
  - le mathématicien arabe Abu'l-Hasan al-Uqlidisi (xᵉ siècle) propose la notation $\overline{2'536}$;
  - indépendamment, le savant flamand Simon Stevin (1548-1620) propose la notation $2^{⓪}5^{①}3^{②}6^{③}$, qui se diffusera rapidement en Occident ;
  - on doit au mathématicien écossais John Napier (1550-1617) la notation à virgule : 2,536.



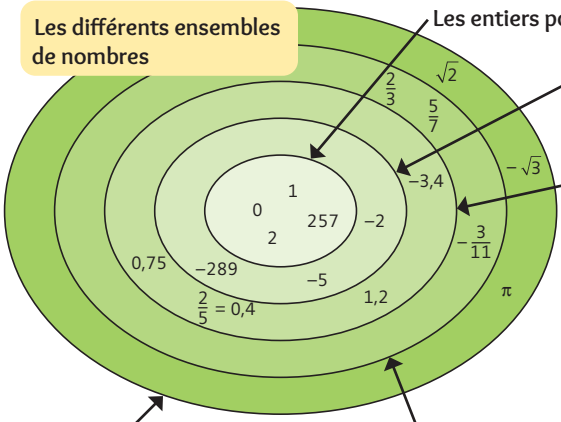
Simon Stevin

Pourquoi utiliser les nombres à virgule ?

- Cette notation facilite l'**addition** de fractions décimales.

EXEMPLE :
Additionner $2+\frac{5}{10}+\frac{3}{100}+\frac{6}{1\,000}$ et $13+\frac{8}{100}+\frac{7}{1\,000}$ revient à additionner 2,536 et 13,087 (voir fiche 4).

Les différents ensembles de nombres



Les entiers relatifs (positifs et négatifs)

Les décimaux relatifs (positifs et négatifs) qui peuvent s'écrire sous la forme $\frac{a}{10^n}$ où a est un nombre entier relatif. On les écrit souvent avec une virgule : $\frac{5}{10^2} = 0{,}05$.

Les nombres réels (positifs et négatifs) : ce sont les nombres rationnels et les nombres irrationnels (non rationnels), comme $\sqrt{2}$ ou π.

Les nombres rationnels (positifs et négatifs) : ce sont des nombres qui peuvent s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ où a et b sont des entiers relatifs ($b \neq 0$).

Au collège, tu étudies **différents types de nombres** : entiers, décimaux, rationnels (fractions), réels... Tous ces nombres peuvent être positifs ou négatifs. Ces catégories sont incluses les unes dans les autres (un nombre décimal est aussi un nombre rationnel, un nombre entier est aussi un nombre décimal, etc.). Il existe encore d'autres types de nombres, comme les nombres complexes que tu étudieras au lycée.

À toi de jouer !

6e

Vrai ou faux ?

a) $6{,}51 = 6 + \frac{5}{10} + \frac{1}{100}$. ☐ Vrai ☐ Faux

b) $12 + \frac{5}{10} + \frac{9}{1000} = 12{,}59$. ☐ Vrai ☐ Faux

c) $5{,}03 = 5 + \frac{3}{100}$. ☐ Vrai ☐ Faux

d) 5 est un nombre décimal. ☐ Vrai ☐ Faux

e) Trois quarts est un nombre décimal. ☐ Vrai ☐ Faux

CORRIGÉS PAGES 263-264

21 Généralités sur le calcul littéral 5e 4e

Expression littérale et calcul littéral



DÉFINITION. Une **expression littérale** est une expression qui contient une ou plusieurs lettres qui correspondent à des nombres.

EXEMPLES :
$4\times(x+5)-3x$; $5a^2-3b$; $m+7$.

Le **calcul littéral** utilise des expressions littérales et permet :
- de résoudre certains **problèmes** (voir fiche 29) ;
- d'établir et utiliser des **formules** (voir fiches 26 et 30) ;
- de démontrer des **affirmations** (voir fiche 31).

Les méthodes

1 Utiliser les conventions d'écriture pour écrire plus simplement des expressions littérales 5e

CONVENTIONS. On peut **supprimer** le signe $\times$ entre, par exemple :

- **un nombre et une lettre** (lorsque le nombre est placé avant la lettre) ; $3\times x=3x$
- **deux lettres** (lorsqu'elles sont différentes) ; $a\times b=ab$
- **un nombre et une parenthèse** (lorsque le nombre est placé avant la parenthèse) ; $3\times(x+2)=3(x+2)$
- **une lettre et une parenthèse** (lorsque la lettre est placée avant la parenthèse) ; $a\times(b+2)=a(b+2)$
- **deux parenthèses**. $(a+2)\times(5-a)=(a+2)(5-a)$

REMARQUES. $1\times a=a$; $0\times a=0$; $(-1)\times a=-a$;
$a\times a=a^2$; $a\times a\times a=a^3$.

EXEMPLES :

- $5\times b+6\times(b+11)+0\times b=5b+6(b+11)$;
- $0\times x-3\times x+(-1)\times y=-3x-y$;
- $3\times a\times a=3a^2$.

Attention ! On n'écrit pas $x3$ mais $3x$ ou $x\times 3$.

2 Calculer la valeur d'une expression littérale pour une valeur de la variable 5e 4e

EXEMPLE : Calculer la valeur de $A=3x+5(x+6)-x$ pour $x=4$.

Étapes	Solution
1 On **remplace** la lettre (appelée la **variable**, ici x) par la valeur donnée.	1 $A=3\times 4+5\times(4+6)-4$ N'oublie pas de rétablir le signe $\times$.
2 On effectue les **calculs** en respectant les règles de priorité (voir fiche 12).	2 $A=12+5\times 10-4$ $A=12+50-4$ $A=58$

Entraîne-toi !

5e

1 Écrire plus simplement des expressions littérales

Simplifie, quand c'est possible, les expressions suivantes :

a) $t\times m+5\times x$; **b)** $5\times x-x\times x+7\times(3\times x-8)$;

c) $-1\times b+b\times b+0\times b$; **d)** $a\times(3-a)$.

2 Calculer la valeur d'une expression littérale

5e **a)** Calcule la valeur de : $A=4x-2(x+2)$ pour $x=3$;

$B=x^3-x^2$ pour $x=2$; $C=7x-5y+12$ pour $x=4$ et $y=3$.

4e **b)** Calcule la valeur de : $D=-2m+3$ pour $m=5$;

$E=-2(a-8)$ pour $a=-3$; $F=3x^2-7x$ pour $x=-2$.

CORRIGÉS PAGE 264

22 Égalité d'expressions littérales, distributivité simple

5e

Expressions littérales égales

DÉFINITION. Deux expressions littérales sont **égales** si on obtient le même résultat pour chacune d'elles, quelle que soit la valeur donnée à la(aux) lettre(s) de ces expressions.

Les méthodes

1 Tester l'égalité de deux expressions littérales

On remplace la lettre par différentes valeurs. Les deux expressions donnent-elles toujours **le même résultat quelle que soit la valeur** ?

Non

Si on obtient, pour au moins une valeur, des résultats différents, les deux expressions ne sont **pas égales**.

EXEMPLE : Soient $A = 5 + 4x$ et $B = 9x$. Ces deux expressions sont-elles égales ?

Pour $x = 1$, $A = 5 + 4 \times 1 = 5 + 4 = 9$
et $B = 9 \times 1 = 9$.
Mais pour $x = 2$, $A = 5 + 4 \times 2 = 5 + 8 = 13$
et $B = 9 \times 2 = 18$.
$13 \neq 18$, donc A et B ne sont pas égales.

Oui

Si on trouve toujours le même résultat, on cherche à **démontrer l'égalité** des deux expressions en utilisant des propriétés (voir fiches 23 et 24).

Attention ! Si deux expressions littérales donnent le même résultat pour une valeur particulière de la lettre, on ne peut pas en conclure qu'elles sont égales : on peut simplement dire qu'elles sont égales pour cette valeur.

2 Utiliser la propriété de la distributivité simple

DISTRIBUTIVITÉ SIMPLE. Quels que soient les nombres a, b et c, on a les égalités :

$a(b+c)=ab+ac$ $\quad a(b-c)=ab-ac$ Développement (voir fiche 23).

EXEMPLES : $3(x+2)=3x+3\times2=3x+6$; $(a-3)\times2=2a-6$.

$ab+ac=a(b+c)$ $\quad ab-ac=a(b-c)$ Factorisation (voir fiche 25).

EXEMPLES : $7a+7\times2=7(a+2)$; $6+6c=6\times1+6c=6(1+c)$;
$4a+7a=(4+7)a=11a$.

REMARQUES. $+(a+b)=a+b$ $\quad +(a-b)=a-b$
$-(a+b)=-a-b$ $\quad -(a-b)=-a+b$

Justification : $-(a-b)=(-1)\times(a-b)=-a+b$.

Entraîne-toi !

1 Tester l'égalité de deux expressions littérales

Soient $A=x^2-x$, $B=2x-2$, $C=15-7x$ et $D=8x$.

a) A et B sont-elles égales pour $x=2$? pour $x=1$? pour $x=0$?

Peut-on dire que les expressions A et B sont égales ?

b) Les expressions C et D sont-elles égales ?

2 Utiliser la propriété de la distributivité simple

a) Écris autrement les expressions suivantes en utilisant la propriété de distributivité :

$E=5(x+3)$ $\quad F=(3-b)\times2$ $\quad G=-(5-x)$ $\quad H=4r+6r$

$I=2{,}5x+3{,}2x$ $\quad J=11b-5b$ $\quad K=7c+7\times1$

b) Calcule mentalement en utilisant la distributivité simple :

$L=12\times8+12\times92$ $\quad M=98\times25$ $\quad N=203\times15$

CORRIGÉS PAGE 264

23 Développement, simplification des expressions littérales 5e

Somme ou produit

DÉFINITIONS 1. Une expression littérale est une **somme** (respectivement un **produit**) si la dernière opération effectuée en respectant les règles de priorité (voir fiche 12) est une somme (respectivement un produit).

EXEMPLES :
- $4x^2+7x$ est une somme.
- $3(x+7)$ est un produit.



DÉFINITION 2. **Développer**, c'est transformer un produit en une somme.

Les méthodes

1 Simplifier des produits 5e

On **regroupe** les nombres d'une part, et les termes contenant la variable d'autre part. Puis, on effectue les **calculs**.

EXEMPLE : Simplifier $A=4x\times 7x$.

$A=4\times x\times 7\times x=\underbrace{4\times 7}\times\underbrace{x\times x}=28\times x^2=28x^2$.

Au début, tu peux réécrire les signes $\times$.

2 Simplifier des sommes 5e

On **regroupe** les termes contenant x^2, ceux contenant x, et les nombres. Puis, on effectue les **calculs** et les **simplifications**, en utilisant si nécessaire la propriété de distributivité simple (voir fiche 22) pour les sommes contenant x et x^2.

EXEMPLE : Simplifier $B=5x^2+7x-3x^2-7+2x+3$.

$B=\underbrace{5x^2-3x^2}+\underbrace{7x+2x}\underbrace{-7+3}=2x^2+9x-4$.

Attention ! toute somme n'est pas simplifiable.

3 Développer (en utilisant la distributivité simple) et simplifier 4e

Pour supprimer des parenthèses dans une expression littérale, on utilise la propriété de la **distributivité simple** (voir fiche 22).

EXEMPLE : Développer et simplifier $C = 5(3x-2)-(2x-3)$.

Étapes	Solution
1 On **supprime les parenthèses** en utilisant la propriété de la distributivité simple.	1 $C = 5(3x-2)-(2x-3)$ $C = 5\times 3x - 5\times 2 - 2x + 3$
2 On effectue les **produits**.	2 $C = 15x - 10 - 2x + 3$
3 On **regroupe** les termes contenant x^2 (s'il y en a), les termes contenant x, et les nombres.	3 $C = \underline{15x - 2x} \underline{- 10 + 3}$
4 On effectue les **sommes**.	4 $C = 13x - 7$

Entraîne-toi !

5e **1 Simplifier des produits**

Simplifie : $A = 6x\times 3$ $B = 5x\times 3x$ $C = a^2\times 3a$ $D = 7b\times(-8)$

5e **2 Simplifier des sommes**

Simplifie, si possible : $E = 5a + 6a$ $F = 4 + 6x$

$G = 4x^2 + 3x$ $H = 5x^2 - 7x + 6 - 3x^2 + 3x - 8$

4e **3 Développer et simplifier**

Développe et simplifie :

$I = 5(2x+7)$ $J = 3x(2x-4)$

$K = 5 + 3(-2x+5)$ $L = (3x-2)-(x+3)$

$M = 3(x-7)-2(x-3)$

CORRIGÉS PAGES 264-265

24 Double distributivité et identité remarquable

3e

Les méthodes

1 Développer en utilisant la double distributivité

DOUBLE DISTRIBUTIVITÉ. Quels que soient les nombres a, b, c, et d :

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

EXEMPLE : Développer $A = (5-2x)(7x-3)$.

Étapes	Solution
1 On applique la **double distributivité**.	1 $A = 5\times 7x - 5\times 3 - 2x\times 7x - 2x\times(-3)$ ◗ N'oublie pas le signe devant le nombre ou la lettre que tu distribues (ici, $-2x$). ◗ Applique la règle du signe d'un produit (voir fiche 11).
2 On effectue les **produits**.	2 $A = 35x - 15 - 14x^2 + 6x$
3 On **simplifie** (voir fiche 23).	3 $A = -14x^2 + 41x - 15$

2 Développer en utilisant l'identité remarquable

IDENTITÉ REMARQUABLE. Quels que soient les nombres a et b :

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Cette propriété te permettra d'effectuer plus rapidement certains développements, et surtout de factoriser certaines expressions (voir fiche 25).

EXEMPLE : Développer $B=(2+5x)(2-5x)$.
On reconnaît l'identité remarquable avec $a=2$ et $b=5x$.
Donc $B=2^2-(5x)^2=4-5^2\times x^2=4-25x^2$.

Attention ! $b = 5x$ donc $b^2 = (5x)^2 = 25x^2$ et non $5x^2$. Dans cette dernière écriture, le carré ne porte que sur x (voir règles de priorité, fiche 12).

REMARQUE. Il existe deux **autres identités remarquables** :
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ et $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$.
Elles seront étudiées en classe de seconde.

Entraîne-toi !

1 Développer en utilisant la double distributivité

Développe et simplifie uniquement les expressions pour lesquelles tu peux utiliser la double distributivité.

$A=(4x+3)(7+5x)$ $\quad$ $B=(3x+5)+(4x+7)$

$C=(3x-2)(8x-3)$ $\quad$ $D=(7-5a)(4+5a)$

2 Développer en utilisant l'identité remarquable

Développe et simplifie uniquement les expressions pour lesquelles tu peux utiliser l'identité remarquable $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.

$E=(x+5)(x-5)$ $\quad$ $F=(7-2x)(7+2x)$

$G=(11x+3)(11x+3)$ $\quad$ $H=(4-5x)+(4+5x)$

3 Développer et simplifier

Développe et simplifie :

$I=(4x+5)(4x+5)$

$J=5x(11x-6)+(2x+3)(2x-3)$

$K=(3x-1)(3x+1)-(2x+3)(6x-7)$

À noter
Pour I, il est possible (mais pas indispensable) de développer en utilisant l'identité remarquable $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, que tu étudieras en classe de seconde.

CORRIGÉS PAGE 265

25 Factorisation 4e 3e

Factoriser

DÉFINITION. Factoriser, c'est transformer une somme en un produit.

EXEMPLE : $A = 3x^2 + 4x = x(3x + 4)$. On a factorisé A.

la méthode

Factoriser une somme

EXEMPLES : Factoriser si possible :

$B = 5x^2 + 3x$ $\quad C = 9 - 4x^2$ $\quad D = 25 + x^2$

1 On observe tous les termes de la somme *(ici, B, C et D ont chacune 2 termes)*. Ces termes contiennent-ils un **facteur commun** ?

Oui 4e *Pour B*

On applique la propriété de **distributivité simple**.
$ab + ac = a(b + c)$
$ab - ac = a(b - c)$

EXEMPLE :
$B = 5x^2 + 3x = 5x \times x + 3x$
Donc x est un facteur commun.
$B = x(5x + 3)$.

Non 3e *Pour C et D*

2 Peut-on utiliser **l'identité remarquable** $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ (voir fiche 24) ?

Oui *Pour C*

On utilise l'identité remarquable.

EXEMPLE :
$C = 9 - 4x^2 = 3^2 - (2x)^2$
Avec $a = 3$ et $b = 2x$
$C = (3 - 2x)(3 + 2x)$.

Non *Pour D*

On ne peut pas factoriser.

EXEMPLE :
On ne peut pas factoriser l'expression D.

Entraîne-toi !

4e

1 Factoriser en utilisant la distributivité simple

Factorise, quand c'est possible :

$A = 5x^2 - 11x$ $\quad B = 7a + a^2$

$C = 1 + 3b$ $\quad D = 4b^3 - b^2$

$E = 27x^3 + 3x$ $\quad F = 11x^2 + x$

Conseil

Pense à repérer le facteur commun à chacun des termes (lorsqu'il existe).



3e

2 Factoriser en utilisant l'identité remarquable

Factorise, quand c'est possible :

$G = x^2 - 16$ $\quad H = 49c^2 - 144$

$I = 16 + x^2$ $\quad J = 1 - x^2$

$K = c^2 - 7$ $\quad L = 3 - x^2$

Conseil

- Aide-toi de la liste des carrés parfaits (fiche 20).
- Pense à utiliser la racine carrée pour faire apparaître un carré.

3e

3 Factoriser une somme

Factorise, quand c'est possible, en utilisant la méthode de ton choix :

$M = 4x^3 - 3x$ $\quad N = 25x^2 - 11$ $\quad P = 49a^2 + 9$

$Q = 81 - 16d^2$ $\quad R = 49a^2 - 25a$ $\quad S = 121 - 9x^2$

3e

4 Développer et factoriser

Soit $T = (3x - 1)(x + 9) + x(x - 26)$.

a) Développe T.

b) Factorise T.

À noter

Pour factoriser une expression, il faut parfois d'abord la développer et la simplifier.

CORRIGÉS PAGES 265-266

26 Formule et calcul littéral 5e

Écrire un résultat en fonction de…

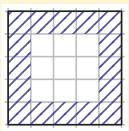
DÉFINITION. Écrire un résultat « **en fonction de x** », c'est l'écrire sous la forme d'une expression littérale contenant x.

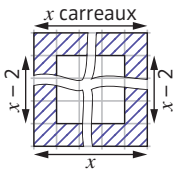
EXEMPLE :
Le périmètre d'un carré de côté c, en fonction de c, est $4c$.

la méthode

Établir une formule

EXEMPLE 1 : On dispose d'un carré tracé sur un quadrillage. On hachure les carreaux de la 1re ligne, de la dernière ligne, de la 1re colonne et de la dernière colonne du carré (ci-contre, un exemple avec un carré de 5 carreaux de côté). Calculer, en fonction du nombre de carreaux d'un côté du carré, le nombre de carreaux hachurés.



Étapes	Solution
1 On choisit la **variable** (si elle n'est pas donnée).	1 Soit x le nombre de carreaux d'un côté.
2 On fait des **essais** pour conjecturer une formule, ou on essaie d'effectuer directement le calcul en fonction de la variable. Une **conjecture** est une affirmation que l'on n'a pas encore prouvée.	2 On peut dénombrer directement les carreaux hachurés. D'après la figure, on hachure x carreaux sur 2 côtés et $(x-2)$ carreaux sur les 2 autres côtés : $x + x + (x-2) + (x-2) = 4x - 4$. 
3 On **conclut**.	3 Si x est le nombre de carrés d'un côté, on hachure $4x - 4$ carreaux.

EXEMPLE 2 : Je choisis un nombre x. Je lui ajoute 3 et je multiplie le résultat par 2. Écrire le résultat en fonction de x.

Il suffit de **traduire l'énoncé** à l'aide de x :

- je choisis un nombre x, je lui ajoute 3 $\rightarrow x+3$;
- je multiplie le résultat par 2 $\rightarrow (x+3)\times 2$.

Le résultat en fonction de x est : $(x+3)\times 2 = 2x+6$.

Entraîne-toi !

1 Établir une formule avec le calcul littéral (1)

Aaron achète 3 stylos et 2 cahiers. Un stylo coûte x € et un cahier 1 € de plus qu'un stylo. Calcule sa dépense en fonction de x.

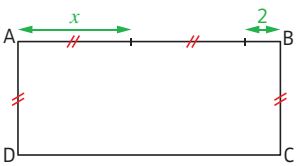


2 Établir une formule avec le calcul littéral (2)

Soit x un nombre entier. Quel est le nombre entier qui suit x ?

3 Formules de périmètres et d'aires

Trouve en fonction de x, le périmètre et l'aire de ce rectangle.



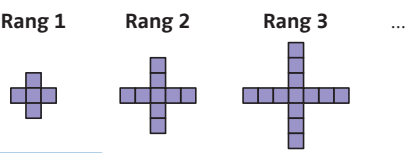
Conseil

Réfère-toi aux fiches 56 et 59 pour les formules de périmètres et d'aires.

4 Suite de motifs

On construit la suite de motifs ci-dessous.

Trouve une formule qui permet de trouver le nombre de carrés à partir du rang du motif.



CORRIGÉS PAGE 266

27 Équations du 1er degré à une inconnue

4e

1 Solution d'une équation

DÉFINITIONS 1. Une **équation** est une **égalité conditionnelle** entre deux expressions littérales. Ces deux expressions sont appelées **membres** de l'équation.

À noter
Une équation a deux membres.

- La lettre qui figure dans ces expressions est l'**inconnue**.
- Lorsqu'une valeur de l'inconnue vérifie l'égalité conditionnelle, elle est appelée **solution** de l'équation. **Résoudre une équation**, c'est trouver toutes ses solutions.

EXEMPLE : 5 est-il solution de l'équation $2x+7=3x+2$?
On remplace x par cette valeur dans chacun des deux membres (voir fiche 21) : $2x+7 \to 2\times5+7=17$; $3x+2 \to 3\times5+2=17$.
On trouve la même valeur, donc 5 est solution de cette équation.

2 Équations équivalentes

DÉFINITION 2. Deux équations sont **équivalentes** lorsqu'elles ont le même ensemble de solutions.

PROPRIÉTÉS. On obtient une équation équivalente à une équation donnée si on :
a) développe et simplifie (voir fiche 23) chacun des membres ;
b) ajoute ou soustrait un même nombre à ses deux membres ;
c) multiplie ou divise ses deux membres par un même nombre non nul.

3 Équation du 1er degré à une inconnue

DÉFINITION 3. Une **équation du 1er degré à une inconnue** est une équation équivalente à une équation de la forme :

$$ax+b=cx+d$$

avec a, b, c et d des nombres.

la méthode

Résoudre une équation du 1er degré à une inconnue

EXEMPLE : Résoudre l'équation $7(x+5)-3x=2x-7$.

Étapes	Solution
1 On **développe et simplifie** chaque membre.	**1** $7(x+5)-3x=2x-7$ $7x+35-3x=2x-7$ $4x+35=2x-7$
2 On **supprime** le terme contenant l'inconnue, par exemple dans le membre de droite. On fait de même avec le terme ne contenant pas l'inconnue dans l'autre membre.	**2** $\underbrace{4x-2x}+35=\underbrace{2x-2x}-7$ $2x+35=0-7$ $2x+\underbrace{35-35}=\underbrace{-7-35}$ $2x+0=-42$ donc $2x=-42$.
3 On **calcule** la valeur de l'inconnue, et on **conclut**.	**3** $\frac{2x}{2}=\frac{-42}{2}$ donc $x=-21$. La solution de l'équation est -21.

À chaque étape, on obtient une **équation équivalente** à l'équation de départ.

Entraîne-toi !

1 Savoir si un nombre est solution ou non d'une équation

2 est-il solution des équations suivantes ?

a) $4x+3=x+9$ **b)** $5-8x=5x+12$

2 Résoudre une équation du 1er degré à une inconnue

Résous les équations suivantes :

a) $5x+12=-3x+36$ **b)** $4x+6=5x+21$

c) $7x-6=4(x+3)-18$ **d)** $\frac{7x}{2}=\frac{3}{5}$

CORRIGÉS PAGES 266-267

28 Équations produits

3e

Équation produit du second degré

À noter

Une équation est du **second degré** si l'inconnue est au carré (éventuellement après développement).

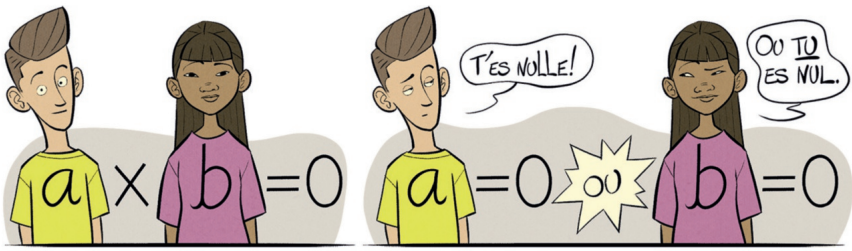
DÉFINITION. Une **équation produit du second degré** est une équation équivalente (voir fiche 27) à une équation de la forme :

$$(ax+b)(cx+d)=0$$

avec a, b, c, et d des nombres.

PROPRIÉTÉ 1. Quels que soient les nombres a et b :

si $ab=0$, alors $a=0$ ou $b=0$.



Les méthodes

1 Résoudre une équation produit

EXEMPLE : Résoudre $(3x+6)(x-5)=0$

Étapes	Solution
1 On applique la **propriété 1**.	1 $3x+6=0$ ou $x-5=0$
2 On **résout** chacune des équation du 1er degré obtenues (voir fiche 27).	2 $3x=-6$ ou $x=5$ $x=\frac{-6}{3}=-2$ ou $x=5$
3 On **conclut**.	3 Il y a deux solutions : -2 et 5.

2 Résoudre des équations de la forme $x^2 = a$

PROPRIÉTÉ 2.

a) Si $a < 0$, alors $x^2 = a$ n'a **pas de solution**.

b) Si $a = 0$, alors $x^2 = a$ a **une solution** : 0.

c) Si $a > 0$, alors $x^2 = a$ a **deux solutions** $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$.

EXEMPLES : Résoudre les équations :

- $x^2 = -4$ → L'équation n'a pas de solution, car $-4 < 0$.
- $x^2 - 9 = 0$ → L'équation est équivalente à $x^2 = 9$ qui a deux solutions $\sqrt{9} = 3$ et $-\sqrt{9} = -3$.

Justification

- **Propriété 2. a)** Un carré est toujours positif (voir fiche 11), donc x^2 ne peut pas être négatif.
- **Propriété 2. b)** $x^2 = 0$ est une équation produit, puisqu'elle est équivalente à $x \times x = 0$. On obtient donc $x = 0$ (ou $x = 0$).
- **Propriété 2. c)** $x^2 = a$ est équivalente à $x^2 - a = 0$. Comme $a > 0$, on a $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ (voir fiche 20), donc $x^2 - \left(\sqrt{a}\right)^2 = 0$. On reconnaît l'identité remarquable (voir fiche 24). L'équation est donc équivalente à $\left(x - \sqrt{a}\right)\left(x + \sqrt{a}\right) = 0$, équation produit que l'on résout : $x - \sqrt{a} = 0$ ou $x + \sqrt{a} = 0$. Donc $x = \sqrt{a}$ ou $x = -\sqrt{a}$.

Entraîne-toi !

1 Résoudre une équation produit

Résous les équations suivantes :

a) $(7 - 2x)(x + 11) = 0$

b) $(5x + 15)(6 - 3x) = 0$

c) $2x(5 + 6x) = 0$

d) $7x - 3x^2 = 0$

2 Résoudre une équation de la forme $x^2 = a$

Résous les équations suivantes :

a) $x^2 = 16$

b) $x^2 = 0$

c) $5 + x^2 = 0$

d) $x^2 = 7$

CORRIGÉS PAGE 267

29 Mise en équation d'un problème

4e 3e

Problème et équation

- Le calcul littéral permet de résoudre des problèmes qui nécessitent de **trouver un nombre**. On utilise alors les équations.
- Pour cela, il faut d'abord **mettre le problème en équation**.

La méthode

Mettre un problème en équation et le résoudre

EXEMPLE : Laura et Alex choisissent un même nombre. Laura multiplie le nombre par 7, et ajoute 5 au résultat. Alex ajoute 2 au nombre choisi, et multiplie le résultat par 3. Ils obtiennent le même résultat. Quel nombre ont choisi Laura et Alex ?

Étapes	Solution
1 On choisit **l'inconnue** en précisant ce qu'elle représente (c'est généralement le nombre cherché).	1 Soit x le nombre choisi par Laura et Alex.
2 On traduit toutes les informations de l'énoncé **en fonction de x** (voir fiche 26).	2 « Laura multiplie le nombre par 7, et ajoute 5 au résultat. » $\rightarrow 7x+5$. « Alex ajoute 2 au nombre choisi, et multiplie le résultat par 3. » $\rightarrow (x+2)\times 3$.
3 On trouve une équation qui traduit une **égalité**.	3 « Ils obtiennent le même résultat. » $\rightarrow 7x+5=3(x+2)$.
4 On **résout** l'équation (voir fiche 27) et on conclut.	4 $7x+5=3x+6$ $7x-3x=6-5$ $4x=1$, donc $x=1:4=0{,}25$. Ils ont choisi 0,25.

Entraîne-toi !

4e

1 Problème guidé

Léane a quatre fois plus de cartes Packerman qu'Alicia. Elle constate qu'elle a 33 cartes de plus qu'Alicia. On aimerait déterminer le nombre de cartes d'Alicia.

1) Choisis une inconnue. Que représente-t-elle ?

2) À l'aide de cette inconnue, traduis ces deux informations :

- Léane a quatre fois plus de cartes qu'Alicia.
- Elle a 33 cartes de plus qu'Alicia.

3) Trouve une équation.

4) Résous-la et conclus.

4e

2 Fête au village

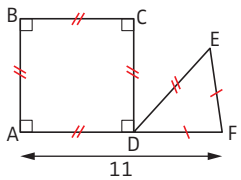
Pour la fête d'un village, une course à pied est organisée. On répartit une prime totale de 550 € entre les trois premiers athlètes. Le premier touche 50 € de plus que le deuxième, et le troisième touche 40 € de moins que le deuxième.

Détermine la prime reçue par le vainqueur de cette course.

4e

3 Problème de périmètre

Trouve AD sachant que le périmètre du carré ABCD ci-dessous est égal au périmètre du triangle DEF. (Les mesures sont exprimées dans la même unité.)



Conseil

Réfère-toi à la fiche 56 pour les formules de périmètres.

3e

4 Nombre mystère

Thomas choisit un nombre. Il constate que le carré de ce nombre est égal au double de ce nombre. Quel(s) nombre(s) a-t-il pu choisir ?

CORRIGÉS PAGES 267-268

30 Utilisation d'une formule

4e

La méthode

Utiliser une formule

Une formule étant donnée, il est possible de trouver **n'importe quelle variable** de cette formule si on connaît les autres. Pour cela, on utilise les techniques de résolution d'équations (voir fiche 27).

EXEMPLE : L'énergie cinétique E_c en joules (J) d'un mobile de masse m (en kg), qui se déplace à la vitesse v exprimée en m/s, est donnée par la formule : $E_c = \frac{1}{2} \times m \times v^2$.

Quelle est la masse d'un léopard qui se déplace à la vitesse de 12 m/s et dont l'énergie cinétique est égale à 3 600 J ?

Étapes	Solution
1 On identifie la **formule** qui sera utile pour résoudre le problème.	1 La formule de l'énergie cinétique est $E_c = \frac{1}{2} \times m \times v^2$.
2 On **remplace** les lettres connues par leur valeur.	2 $3\,600 = \frac{1}{2} \times m \times 12^2$ Attention ! Vérifie toujours les unités. Ici, les unités de E_c et v sont correctes : il n'y a pas de conversion à effectuer.
3 On **résout** l'équation et on conclut.	3 $3\,600 = \frac{1}{2} \times m \times 144 = 72 \times m$ Donc $m = \frac{3\,600}{72} = 50$. La masse du léopard est 50 kg. Quand tu le peux, vérifie que le résultat trouvé est vraisemblable.

Entraîne-toi !

1 Utiliser une formule de géométrie dans l'espace

La formule suivante établit la relation qui existe entre le nombre de sommets s, le nombre de faces f et le nombre d'arêtes a d'un solide (dont toutes les faces sont planes) :

$$s + f - a = 2$$

a) Vérifie cette formule pour un cube.

b) Un solide a 7 sommets et 4 faces. Quel est son nombre d'arêtes ?

2 Utiliser une formule de physique

La loi d'Ohm indique que si l'on note U la tension en volts (V) aux bornes d'un dipôle, I l'intensité du courant en ampères (A) qui circule à travers ce dipôle, et R la résistance en ohms (Ω) de ce dipôle, alors :

$$U = R \times I$$

On mesure que l'intensité du courant qui traverse un dipôle est 250 mA et que la tension à ses bornes est 6 V.

Calcule la résistance R de ce dipôle.



3 Utiliser une formule d'aire

L'aire d'un triangle est donnée par la formule :

$$\mathcal{A} = \frac{b \times h}{2}$$

(voir fiche 59) où $\mathcal{A}$ est l'aire en cm² (par exemple), b la longueur d'un côté en cm, et h la hauteur correspondante en cm.

Quelle est la longueur d'un côté d'un triangle, dont l'aire est 84 cm² et la hauteur relative à ce côté est 14 cm ?

CORRIGÉS PAGE 268

31 Démonstration et calcul littéral

5e 4e

Règles du débat mathématique

RÈGLES. Pour savoir si un énoncé mathématique est vrai ou faux, on utilise certaines règles :

1) Un énoncé mathématique est **soit vrai, soit faux**.

2) Des **exemples** qui vérifient un énoncé **ne suffisent pas** pour prouver que cet énoncé est vrai.

3) Un exemple qui ne vérifie pas un énoncé suffit pour prouver qu'il est faux. Cet exemple est appelé **contre-exemple**.

4) Pour **démontrer** qu'un énoncé est vrai, il faut s'appuyer sur des **propriétés**.

la méthode

Utiliser le calcul littéral pour démontrer

EXEMPLE : Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Ajouter 3 à ce nombre.
- Multiplier le résultat par 2.
- Retrancher 6 au résultat.

Kayla pense qu'en effectuant ce programme de calcul, on trouve toujours le double du nombre choisi au départ. Est-ce vrai ?

On peut faire des essais (par exemple, en choisissant les nombres 1 ; – 1 ou 2,4). On constate que l'on obtient toujours le double du nombre choisi au départ. Mais **cela ne prouve pas que ce sera vrai pour tous les nombres** (voir règle 2 ci-dessus), et on ne peut pas essayer tous les nombres.

Pour prouver que c'est toujours vrai, il faut utiliser le **calcul littéral** et ses propriétés.

- Soit x le nombre choisi.

On effectue le programme de calcul avec x :

- ajouter 3 à ce nombre $\rightarrow x+3$;
- multiplier le résultat par 2 $\rightarrow (x+3)\times 2$;
- retrancher 6 au résultat $\rightarrow (x+3)\times 2-6=2x+6-6=2x$.

L'expression simplifiée du résultat ($2x$) prouve que l'on obtient bien toujours le double du nombre choisi au départ.

Entraîne-toi !

5e **1 Vrai ou faux ?**

« La fraction $\frac{2520}{x}$ est toujours un nombre entier, quelle que soit la valeur de l'entier x. » Vrai ou faux ? Démontre ta réponse.

5e **2 Nombre entiers consécutifs**

Démontre que si l'on ajoute trois nombres entiers consécutifs, on obtient toujours un multiple de 3.

5e **3 Programme de calcul (1)**

- Choisir un nombre. Ajouter 2 à ce nombre.
- Multiplier le résultat par le nombre choisi au départ.
- Retrancher le double du nombre choisi au départ.

a) Effectue ce programme de calcul en choisissant comme nombre de départ : 5, puis – 2, puis 10.

b) Que remarques-tu ? Est-ce toujours vrai ? Démontre-le.

4e **4 Programme de calcul (2)**

- Choisir trois nombres entiers consécutifs.
- Multiplier le 1er par le 3e, et retrancher le carré du 2e.

Démontre que, quels que soient les trois nombres entiers consécutifs choisis dans ce programme, on obtient toujours –1.

CORRIGÉS PAGES 268-269

32 Algorithmes, programmes

5e

1 Présentation

DÉFINITION. Un **programme informatique** est une liste ordonnée d'instructions (qu'on appelle **algorithme**), communiquée à un ordinateur afin qu'il atteigne un but qu'on lui a fixé. Par exemple : trouver tous les diviseurs d'un nombre, tracer un carré, effectuer une suite de calculs, etc.

2 Des instructions Scratch à connaître

À noter

Scratch Offline Editor version 3 est téléchargeable gratuitement sur scratch.mit.edu/download/



Cette instruction permet au lutin de poser une **question**. La **réponse** saisie par l'utilisateur sera « stockée » (enregistrée) dans réponse.



Cette **boucle** permet de **répéter** une instruction un certain nombre de fois.



Cette **instruction conditionnelle** exécute :
- l'instruction B si la condition A est vérifiée ;
- l'instruction C si la condition A n'est pas vérifiée.

EXEMPLE :

Si l'utilisateur choisit 20 comme nombre, réponse contient le nombre 20.
Donc le lutin va calculer 20 – 8 et afficher 12.

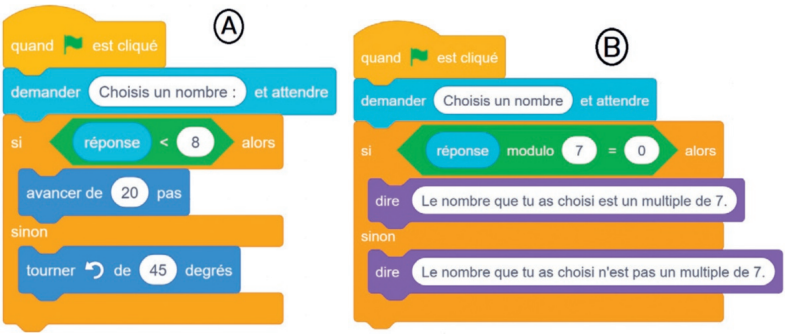


Entraîne-toi !

1 Utiliser une instruction conditionnelle

a) Comment agit le lutin si l'utilisateur choisit 25 comme nombre dans le programme A ci-dessous ?

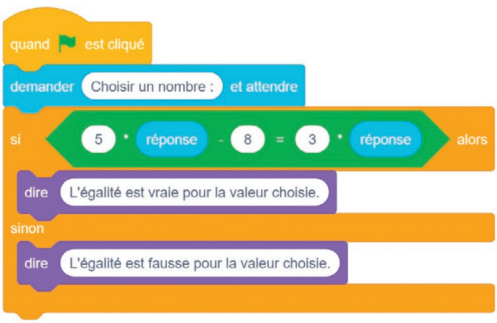
b) Que va dire le lutin si l'utilisateur choisit 56 comme nombre dans le programme B ci-dessous ? Et s'il choisit 41 ?



À noter

a modulo b donne le reste de la division euclidienne de a par b.

2 Tester une inégalité avec Scratch



a) Que va dire le lutin si l'utilisateur choisit 2 comme nombre ?

b) Quel nombre faut-il choisir au départ pour que le lutin dise : « L'égalité est vraie pour la valeur choisie » ?

CORRIGÉS PAGE 269

33 Variables 5e

Variable

DÉFINITION. Dans un programme, une **variable** est une étiquette collée sur une boîte qui contient une valeur (elle peut être un nombre, une suite de caractères, etc.). Cette valeur peut changer au fur et à mesure du déroulement du programme.

À noter

Au cours de l'exécution du programme, le nom de la variable ne changera jamais.

EXEMPLE :

La variable est « Nombre 1 ».



Si on choisit 5 comme nombre de départ lorsque l'on exécute ce programme :

- à la 1re étape, « Nombre 1 » vaut 5 (le nombre choisi au départ) ;
- à la 2e étape, « Nombre 1 » vaut 5 + 4 = 9 ;
- à la 3e étape, comme $9 \times 3 = 27$, le lutin va dire « 27 ».

Entraîne-toi !

1 Programme de calcul (1)

a) Combien y a-t-il de variables dans le script ci-contre ?

b) Quels sont les noms de ces variables ?

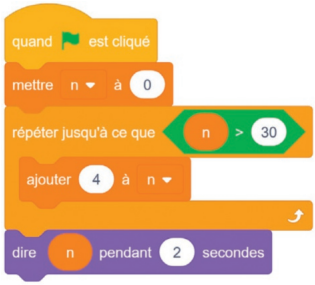
c) Que va dire le lutin si le nombre saisi au départ est 4 ?



2 Avec une boucle

a) Que va afficher le script ci-contre ?

b) Que va-t-il afficher si on remplace la valeur 4 par la valeur 7 ?



3 Programme de calcul (2)

Le nombre choisi au départ est 5.

a) Détermine la valeur de « Total » :

- initialement ;
- à la fin de la 1re boucle ;
- à la fin de la 2e boucle ;
- à la fin de la 3e boucle.

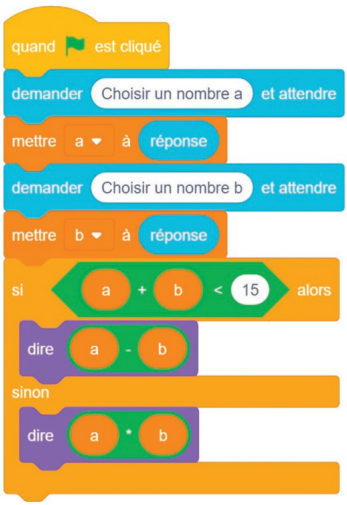
b) Que va dire le lutin à la fin du programme ?



4 Avec deux variables

a) Que va dire le lutin si le premier nombre choisi vaut 8, et le second vaut 9 ?

b) Que va dire le lutin si le premier nombre choisi vaut 5, et le second vaut 3 ?



CORRIGÉS PAGES 269-270

34 Programmation de tracés géométriques

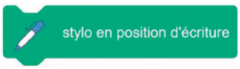
5e

1 Repérage dans le plan avec Scratch

- Le lutin se déplace dans un **repère** (voir fiche 7), dont l'origine est au centre de la fenêtre.
  - Les **abscisses** x varient de – 240 à 240.
  - Les **ordonnées** y varient de – 180 à 180.

Attention !
Dans une fenêtre « classique », les axes ne sont pas tracés sur l'écran.

2 Mise en route et orientation du tracé



permet d'effectuer le **tracé** représentant les déplacements du lutin.



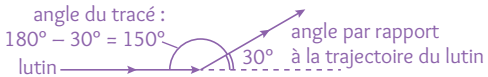
permet au lutin de partir en **direction** de la flèche .





fait **tourner** le lutin de 30° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

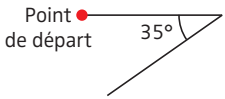
Attention !
Lorsque le lutin tourne de 30°, il trace un angle de 150° (180° – 30°).

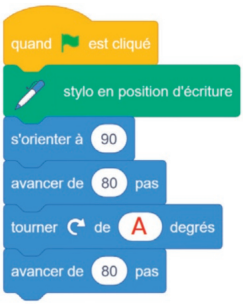


Entraîne-toi !

1 Faire tourner le lutin

Détermine la valeur de A pour obtenir la figure ci-dessous :





2 Tracer des figures

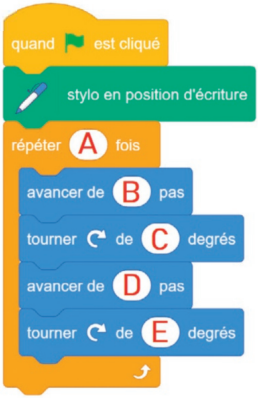
Trace les figures obtenues quand on exécute les programmes A et B ci-contre. On prendra 1 cm pour 10 pixels.





3 Tracer un rectangle de dimensions données

Détermine les valeurs de A, B, C, D et E afin d'obtenir un rectangle de longueur 100 pixels et de largeur 80 pixels.



4 Utiliser un bloc

On considère le bloc « Motif » et le script ci-dessous :





À noter

Un bloc (ici « Motif ») est une partie de programme que l'on a nommée et mise à part. On peut ensuite l'insérer dans le programme principal (cela évite de réécrire toutes les instructions de ce bloc).

a) Combien de motifs seront dessinés par le script ?

b) Quelle est la longueur (en pixels) du côté du 2e motif tracé ?

c) Trace la figure obtenue quand on exécute ce script. Tu prendras 1 cm pour 10 pixels.

CORRIGÉS PAGE 270

Coder et décoder un message

Lorsque l'on programme un ordinateur, pour lui transmettre des instructions qu'il doit exécuter, on utilise un code. Cependant, le codage n'est pas né avec l'informatique. Depuis l'Antiquité, les êtres humains, notamment les militaires, ont inventé des codes pour échanger des messages secrets.

Qu'est-ce qu'un code ?

Coder un message, c'est le transformer en échangeant l'écriture courante contre des signes conventionnels ou contre d'autres lettres, à l'aide d'une clé de codage.

Décoder un message, c'est le transcrire en rétablissant un texte clair à partir des signes conventionnels d'un texte codé.

Comment codait-on des messages dans l'Antiquité ?

En 58 av. J.-C., pour communiquer avec ses généraux, l'empereur **Jules César** imagine une méthode de codage.



Jules César

Cette méthode, appelée **chiffre de César** ou **code César**, consiste à substituer (remplacer) une lettre par une autre lettre à distance fixe, toujours du même côté (à droite ou à gauche), dans l'ordre alphabétique. Pour les dernières lettres (dans le cas d'un décalage à droite), on reprend au début.

À noter

Le nombre de rangs de décalage des lettres est appelé la clé. Voir un exemple dans « À toi de jouer ! ».

Du point de vue de la sécurité, le chiffre de César n'est **pas fiable**. Comme l'alphabet ne compte que 26 lettres, il n'y a que $2 \times 26 = 52$ décalages possibles. Il est donc assez rapide de tester tous les décalages possibles un par un, pour déchiffrer un message codé avec cette méthode.



Durant la Seconde Guerre mondiale, l'armée allemande invente la **machine Enigma**, capable de coder les messages stratégiques avec une grande efficacité.
Le gouvernement britannique fait alors appel à des mathématiciens et cryptologues pour « casser » le code allemand. Le plus célèbre, **Alan Turing**, va réussir à décoder ces messages. Selon des historiens, son travail a permis d'écourter la guerre d'une à deux années, et de sauver de nombreuses vies.

À toi de jouer !

6e

Coder et décoder avec le chiffre de César

César utilisait souvent la **clé 3 vers la droite**, qui peut se traduire par le tableau de décodage suivant :

Clair	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Codé	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P

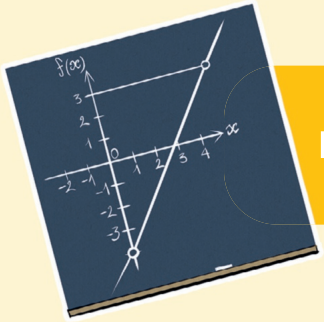
Clair	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Codé	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

a) Code le message suivant : VIVE LES MATHS.

b) Décode le message suivant : FHVDU YRXV VDOXH.

CORRIGÉS PAGE 270

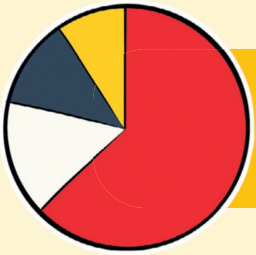
ORGANI ET GESTION



Fonctions p. 122



Proportionnalité p. 106



Gestion de données p. 88

SATION DE DONNÉES, FONCTIONS



Probabilités p. 98

35 Diagrammes en bâtons, histogrammes

6e 3e

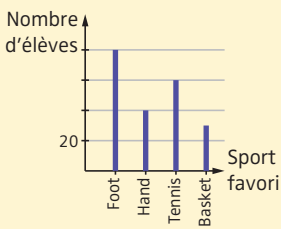
Les méthodes

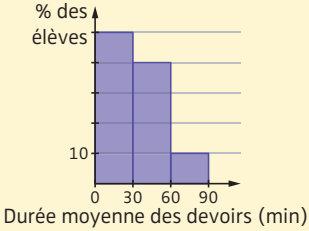
1 Lire un diagramme en bâtons 6e, un histogramme 3e

Pour interpréter des données statistiques, on peut utiliser :
- un **diagramme en bâtons** : la hauteur du bâton est proportionnelle à l'effectif (ou à la fréquence) ;
- un **histogramme** : l'aire du rectangle est proportionnelle à l'effectif (ou à la fréquence).

Lorsque les classes (regroupement de données) d'un histogramme ont toutes la même amplitude, la hauteur du rectangle est, elle aussi, proportionnelle à l'effectif (ou la fréquence).

EXEMPLES : Lire **a)** un diagramme en bâtons ; **b)** un histogramme.



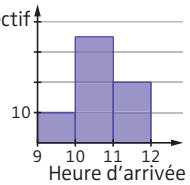


Étapes	Solution de a)	Solution de b)
1 On identifie ce qui est représenté sur les **axes vertical et horizontal**.	1 On a le nombre d'élèves en fonction de leur sport favori.	1 On a le pourcentage d'élèves en fonction de la durée moyenne de leurs devoirs.
2 On détermine la **valeur d'une graduation** sur l'axe vertical.	2 Une graduation verticale représente 20 élèves. Donc 80 élèves préfèrent le football.	2 Une graduation verticale représente 10 % des élèves. Donc 50 % des élèves travaillent en moyenne entre 0 et 30 min.

2 Construire un diagramme en bâtons 6e, un histogramme 3e

EXEMPLE : Construire l'histogramme correspondant à ces données :

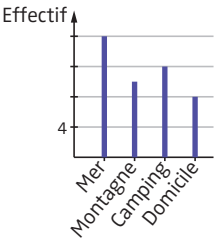
Heure d'arrivée des coureurs	$9 \leqslant h < 10$	$10 \leqslant h < 11$	$11 \leqslant h < 12$
Effectif	10	35	20

Étapes	Solution
1 On gradue les **axes** en indiquant ce qu'ils représentent.	1 On gradue l'axe horizontal d'heure en heure, et l'axe vertical de 10 coureurs en 10 coureurs.
2 On place les **données** en traçant des traits pour les diagrammes en bâtons, ou des rectangles pour les histogrammes.	2 

Entraîne-toi !

6e

1 Lire un diagramme en bâtons



Ce diagramme présente les résultats d'un sondage auprès des élèves de deux classes.

a) Combien d'élèves sont allés à la mer ?

b) Combien y a-t-il d'élèves au total ?

3e

2 Construire un histogramme

Un professeur d'EPS a chronométré le temps pendant lequel chacun de ses élèves pouvait rester sous l'eau sans respirer. Voici les résultats (en s) : 25 ; 35 ; 40 ; 12 ; 23 ; 34 ; 19 ; 23 ; 26 ; 17 ; 12 ; 37 ; 39 ; 41 ; 31 ; 18 ; 16 ; 18 ; 20 ; 23 ; 12 ; 19 ; 37 ; 42.

Construis un histogramme représentant ces données réparties en classes d'amplitude 15 secondes.

CORRIGÉS PAGE 270

36 Diagrammes circulaires

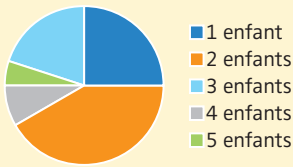
6e 5e

Les méthodes

1 Lire un diagramme circulaire 6e

PROPRIÉTÉ. Les mesures des angles des diagrammes circulaires sont **proportionnelles** aux effectifs (ou fréquences), sachant que la **totalité** (c'est-à-dire l'effectif total ou la fréquence de 100 %) correspond à un angle plein de 360°.

EXEMPLE : On a demandé aux 500 élèves d'un collège le nombre d'enfants vivant dans leur famille. Les résultats sont donnés par le diagramme circulaire ci-contre.



L'angle correspondant au **secteur « 1 enfant »** est égal à 90° (le quart de l'angle plein de 360°). Le nombre d'élèves ayant répondu « 1 enfant » est donc égal à 500 : 4 = 125.

2 Construire un diagramme circulaire 5e

EXEMPLE : Lors de l'élection des délégués, les 24 élèves ont voté, chacun, pour une seule personne. Voici les résultats :

Candidat	Florent	Lydie	Enzo	Lana
Nombre de voix	3	10	7	4

Représenter ces données par un diagramme circulaire.

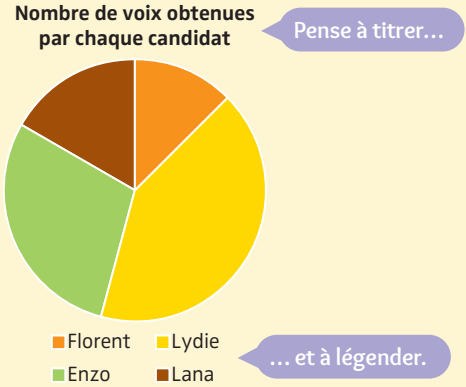
ÉTAPE 1. On détermine la **mesure de l'angle** correspondant au nombre de voix obtenues par chaque candidat.

Candidat	Florent	Lydie	Enzo	Lana	**Total**
Nombre de voix	3	10	7	4	24
Angle (en °)	45	150	105	60	360

×15

- Le coefficient de proportionnalité est égal à 360 : 24 = 15.
- La mesure de l'angle correspondant à chaque candidat est obtenue en multipliant le nombre de voix par ce coefficient (3 × 15 = 45, etc.).

ÉTAPE 2. On trace un cercle puis, à l'aide d'un **rapporteur**, tous les secteurs angulaires côte à côte.



REMARQUE. Pour un **diagramme semi-circulaire**, la méthode est la même, mais l'angle correspondant au total est égal à 180°.

Entraîne-toi !

6e

1 Lire un diagramme circulaire

Dans le diagramme donné en exemple dans la méthode 1 :

a) Quel est le nombre d'élèves qui ont répondu que 3 enfants vivaient dans leur famille ?

b) Peut-on affirmer que plus de la moitié des élèves interrogés ont 1 ou 3 enfants dans leur famille ?

5e

2 Construire un diagramme circulaire

On a demandé aux 72 élèves de 5e d'un collège leur sport préféré. Représente les données suivantes par un diagramme circulaire. Tu prendras un rayon de 3 cm pour le disque.

Sport	Basket	Football	Gymnastique	Athlétisme	Handball
Nombre d'élèves	15	30	12	5	10

CORRIGÉS PAGE 271

37 Effectifs, fréquences, étendue

5e 3e

Les méthodes

Les méthodes 1 à 3 s'appuient sur l'exemple suivant :

EXEMPLE : On demande à 20 élèves leur pointure de chaussures.

Voici les résultats :

38 ; 42 ; 36 ; 41 ; 39 ; 37 ; 39 ; 40 ; 36 ; 40 ;
39 ; 41 ; 39 ; 38 ; 38 ; 37 ; 40 ; 39 ; 36 ; 38.



1 Calculer des effectifs 5e

DÉFINITION 1. L'**effectif** d'une donnée dans une série statistique est le nombre de fois où cette donnée apparaît.

Dans l'exemple ci-dessus, l'effectif de la valeur 38 est 4 (car il y a 4 fois la valeur 38 dans la série). On peut ainsi regrouper les données dans un tableau :

Pointure	36	37	38	39	40	41	42
Effectif	3	2	4	5	3	2	1

2 Calculer des fréquences 5e

DÉFINITION 2. La **fréquence** d'une donnée est le quotient de son effectif par le nombre total de valeurs (appelé également **effectif total**). Une fréquence peut s'exprimer sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage.

Dans l'exemple ci-dessus, la fréquence de la valeur 39 vaut :

$$\frac{5}{20}$$

5 ← effectif de la valeur 39

20 ← effectif total

On peut aussi écrire la fréquence : 0,25 (résultat de la division 5 : 20) ou 25 %.

3 Calculer une étendue 3e

DÉFINITION 3. L'**étendue** d'une série statistique est la différence entre les valeurs extrêmes de la série, c'est-à-dire entre la plus grande et la plus petite valeur.

L'étendue donne des informations sur la dispersion de la série statistique : plus l'étendue est grande, plus la série est dispersée, c'est-à-dire plus l'écart est important entre la plus petite et la plus grande valeur de la série.

Dans l'exemple ci-dessus, l'étendue de la série est égale à :

$$42 - 36 = 6$$

42 : plus grande valeur de la série ; 36 : plus petite valeur de la série

Entraîne-toi !

5e

1 Calculer des effectifs

On a recensé le nombre de frères et sœurs des 25 élèves d'une classe de collège. On obtient les résultats suivants :

2 ; 1 ; 0 ; 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 1 ; 1 ; 1 ; 0 ; 2 ; 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 1 ; 0 ; 2 ; 1 ; 1 ; 2 ; 0 ; 1 ; 2.

Détermine l'effectif de la valeur 0, puis celui de la valeur 2.

5e

2 Calculer des fréquences

Calcule la fréquence de la valeur 1, puis celle de la valeur 2 de la série de l'exercice 1. Tu donneras les résultats sous forme décimale, puis en pourcentage.

3e

3 Calculer une étendue

Calcule l'étendue de la série de l'exercice 1.

CORRIGÉS PAGE 271

38 Moyennes

5e

Les méthodes

1 Calculer une moyenne simple

DÉFINITION 1. La **moyenne** d'une série est égale à la somme de toutes les valeurs, divisée par l'effectif total.

- La moyenne n'est pas forcément une valeur de la série.
- La moyenne est toujours comprise entre la plus grande et la plus petite valeur de la série (que l'on appelle « valeurs extrêmes »).

EXEMPLE : L'équipe de basket de Limoges a commencé sa dernière rencontre avec 5 joueurs dont voici les tailles (en m) : 1,88 ; 2,02 ; 1,93 ; 1,95 ; 1,82.

$$\text{Taille moyenne en m} = \frac{\overbrace{1{,}88 + 2{,}02 + 1{,}93 + 1{,}95 + 1{,}82}^{\text{somme de toutes les valeurs}}}{\underbrace{5}_{\text{effectif total}}} = 1{,}92.$$



2 Calculer une moyenne pondérée

DÉFINITION 2. Pour calculer la **moyenne** d'une série statistique **pondérée** par les effectifs :
– on additionne les produits de chaque valeur par son effectif ;
– puis on divise cette somme par l'effectif total.

On calcule une moyenne pondérée lorsque les données de la série sont associées à des effectifs : par exemple, dans des tableaux ou des diagrammes (en bâtons, circulaires, etc.).

EXEMPLE : Ce tableau donne l'âge des adhérents d'un club sportif.

Âge	10	11	12	13	14	15
Effectif	3	4	7	11	10	5

$$\text{Âge moyen} = \frac{\overbrace{10\times3+11\times4+12\times7+13\times11+14\times10+15\times5}^{\text{somme des valeurs pondérées par les effectifs}}}{\underbrace{3+4+7+11+10+5}_{\text{effectif total = somme de tous les effectifs}}}$$

$$\text{Âge moyen} = \frac{516}{40} = 12{,}9.$$

Entraîne-toi !

1 Calculer une moyenne

Calcule la moyenne de chacune des séries statistiques suivantes :

a) 41 ; 58 ; 4 ; 7 ; 8 ; 11 ;

b) – 12 ; 14 ; 0 ; 6 ; 10,5 ; –9 ; 31 ; 29.

2 Calculer une moyenne pondérée

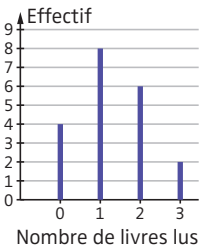
a) Le tableau suivant regroupe les notes obtenues par une classe de 5e lors d'un contrôle de mathématiques :

Note	6	8	9	10	12	13	14	18	20
Effectif	2	1	3	4	5	4	3	2	1

Calcule la moyenne de la classe, obtenue à ce contrôle, puis interprète le résultat.

b) Le diagramme en bâtons ci-contre donne le nombre de livres lus par des élèves de 5e durant les vacances d'été.

Calcule le nombre moyen de livres lus par ces élèves.



CORRIGÉS PAGE 271

39 Médianes 4e

Médiane d'une série statistique

DÉFINITION. Une **médiane** d'une série statistique rangée par ordre croissant (ou décroissant) est un nombre qui partage cette série en deux groupes de même effectif.

À noter
- L'effectif d'un groupe est le nombre de valeurs de ce groupe.
- Il y a autant de valeurs inférieures ou égales à la médiane que de valeurs supérieures ou égales.

La méthode

Déterminer une médiane d'une série de *n* valeurs

1 On **range** la série dans l'ordre croissant (ou décroissant).

2 L'effectif total *n* de la série est-il **impair ou pair** ?

Si l'effectif *n* est **impair**, la médiane est la valeur de rang $\frac{n+1}{2}$.

EXEMPLE : 15 ; 3 ; 47 ; 18 ; 22.
Il y a 5 valeurs, 5 est impair, donc la médiane est la $\frac{5+1}{2} = 3^{e}$ valeur de la série classée par ordre croissant.

$\underbrace{3 ; 15}_{\text{2 valeurs}} ; \textcolor{red}{18} ; \underbrace{22 ; 47}_{\text{2 valeurs}}$.

médiane

Il y a bien autant de valeurs inférieures ou égales à 18 que de valeurs supérieures ou égales à 18.

Si l'effectif *n* est **pair**, une médiane est un nombre compris entre la valeur de rang $\frac{n}{2}$ et la valeur de rang $\frac{n}{2}+1$.

EXEMPLE : 4 ; 18 ; 3 ; 12 ; 6 ; 7 ; 25 ; 8.
Il y a 8 valeurs, 8 est pair, donc une médiane est un nombre compris entre la $\frac{8}{2} = 4^{e}$ et la $\frac{8}{2}+1 = 5^{e}$ valeur de la série classée par ordre croissant.

$\underbrace{3 ; 4 ; 6 ; 7}_{\text{4 valeurs}} ; \textcolor{red}{8} ; \underbrace{12 ; 18 ; 25}_{\text{4 valeurs}}$.

On peut prendre comme médiane tout nombre compris entre 7 et 8, par exemple 7,5.

Ici, la médiane 7,5 n'est pas une valeur de la série.

Entraîne-toi !

1 Déterminer une médiane

Détermine une médiane pour chacune des séries suivantes :

a) 32 ; 0 ; – 13 ; – 5 ; 7 ; 36 ; 90 ; 15 ; 18.

b) 45 ; 36 ; 23 ; 60 ; 71 ; 63 ; 25 ; 40 ; 39 ; 48.

2 Déterminer et interpréter une médiane

Le tableau ci-dessous donne la taille, à la naissance, des bébés nés au cours du mois de juillet, dans une maternité du Jura.

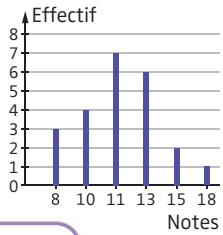
Taille (en cm)	45	46	47	48	49	50	51	53
Effectif	2	3	4	3	8	5	2	1

Détermine une taille médiane des bébés de cette maternité, puis interprète le résultat.



3 Moyenne et médiane

Le diagramme en bâtons ci-contre donne les notes obtenues par une classe de 4e lors du dernier contrôle de mathématiques.



a) Détermine la moyenne de la classe à ce contrôle.

b) Détermine la note médiane obtenue à ce contrôle.

Conseil

Utilise la méthode de calcul d'une moyenne pondérée (voir fiche 38).

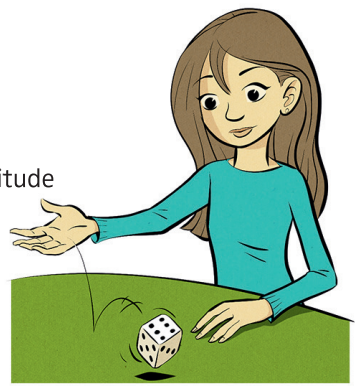
CORRIGÉS PAGE 272

40 Généralités sur les probabilités 5e

1 Vocabulaire

DÉFINITIONS 1. Une **expérience aléatoire** est une expérience dont on connaît tous les **résultats** (ou **issues**) possibles, mais dont on ne peut pas prévoir avec certitude le résultat. Un **événement** est constitué d'une (ou plusieurs) issue(s) d'une expérience aléatoire.

EXEMPLE : On lance un dé à 6 faces, numérotées de 1 à 6, et on note quel numéro il indique.
- Cette expérience est aléatoire, car on connaît toutes les issues de cette expérience (1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6), mais on ne peut pas prévoir avec certitude sur quel numéro le dé va tomber.
- « Obtenir un nombre pair » est un événement, car il correspond à l'ensemble des issues : « Obtenir un 2 », « Obtenir un 4 » et « Obtenir un 6 ».



DÉFINITION 2. La **probabilité** d'un événement est un **nombre compris entre 0 et 1**, qui exprime « la chance qu'a un événement de se produire ». Elle peut s'écrire sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage.

À noter
La probabilité d'un événement A se note $P(A)$.

2 Situation d'équiprobabilité

PROPRIÉTÉ D'ÉQUIPROBABILITÉ. Quand toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité (**équiprobabilité**), la probabilité d'un événement A est égale à :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à l'événement A}}{\text{nombre total d'issues}}$$

la méthode

Calculer la probabilité d'un événement

EXEMPLE : Déterminer la probabilité d'obtenir un nombre impair en lançant un dé (non truqué) à 6 faces numérotées de 1 à 6.

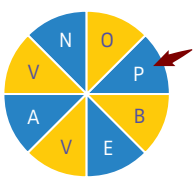
Étapes	Solution
1 On vérifie que l'on est bien dans une **situation d'équiprobabilité**.	1 Toutes les issues ont la même probabilité, car le dé est non truqué. Il y a donc équiprobabilité.
2 On détermine le **nombre d'issues favorables**.	2 Il y a 3 issues favorables, car il y a 3 nombres impairs (1 ; 3 ; 5).
3 On détermine le **nombre total d'issues**.	3 Au total, il y a 6 issues, car il y a 6 faces différentes.
4 On applique la **propriété d'équiprobabilité**.	4 La probabilité de l'événement « Obtenir un nombre impair » vaut : $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}=0{,}5=50\,\%$.

Entraîne-toi !

Calculer la probabilité d'un événement

a) Une boîte opaque contient 3 boules rouges, 8 boules bleues et 7 boules jaunes. Quelle est la probabilité de tirer au hasard une boule bleue ? (Donne le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée au maximum.)

b) On fait tourner la roue équilibrée ci-contre, et on note la lettre indiquée par la flèche.



- Quelle est la probabilité de tomber sur E ?
- Quelle est la probabilité de tomber sur une consonne ?

(Donne les résultats sous forme décimale.)

CORRIGÉS PAGES 272-273

41 Probabilités d'événements particuliers

4e

1 Événements particuliers

DÉFINITION 1. Un événement qui ne peut pas se réaliser est un **événement impossible**. Sa probabilité est égale à **0**.

DÉFINITION 2. Un événement dont on est sûr qu'il va se réaliser est un **événement certain**. Sa probabilité est égale à **1**.

EXEMPLE :
On considère l'expérience aléatoire suivante : « On lance un dé à 6 faces numérotées de 1 à 6, et on regarde sur quel numéro tombe le dé. »
- « Obtenir 8 » est un événement impossible, car il ne peut pas se réaliser.
- « Obtenir 1 ou 2 ou 3 ou 4 ou 5 ou 6 » est un événement certain, car il correspond à toutes les issues possibles.

PROPRIÉTÉ 1. La **somme des probabilités** de toutes les issues possibles est toujours égale à **1.**

2 Événement contraire

DÉFINITION 3. L'**événement contraire** d'un événement A est l'événement qui se réalise lorsque A ne se réalise pas.
On le note « non A » ou $\overline{A}$.

PROPRIÉTÉ 2. Soit A un événement : $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

Les méthodes

1 Trouver l'événement contraire d'un événement donné

EXEMPLE : Dans l'expérience aléatoire précédente, soit B l'événement : « Obtenir 1 ou 3. » Déterminer $\overline{B}$.

Étapes	Solution
1 On détermine **toutes les issues**.	1 Issues : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6.
2 On repère les **issues réalisant l'événement** donné au départ.	2 Issues qui réalisent l'événement B : 1 ; 3.
3 On repère les **issues restantes**.	3 Issues restantes : 2 ; 4 ; 5 ; 6.
4 On **conclut**.	4 $\overline{B}$ correspond à : « Obtenir 2, 4, 5 ou 6. »

2 Calculer la probabilité d'un événement contraire

On applique la **propriété 2**.

EXEMPLE : Dans l'expérience aléatoire précédente, $P(B)=\frac{2}{6}$.

Donc $P(\overline{B})=1-P(B)=1-\frac{2}{6}=\frac{6}{6}-\frac{2}{6}=\frac{4}{6}=\frac{\cancel{2}\times 2}{\cancel{2}\times 3}=\frac{2}{3}$.

Entraîne-toi !

1 Trouver l'événement contraire d'un événement donné

Une boîte contient des boules vertes, bleues et blanches.

On tire une boule et on regarde sa couleur. Soit A l'événement : « Tirer une boule verte. » Détermine l'événement $\overline{A}$.

2 Calculer la probabilité d'un événement contraire

Avec une pièce truquée, la probabilité d'obtenir pile est 0,58.

Détermine la probabilité d'obtenir face.

3 Calculer des probabilités

Une boîte opaque contient 5 boules vertes, 5 boules bleues et 2 boules blanches. On tire une boule au hasard et on regarde sa couleur. Soit B l'événement : « Obtenir une boule bleue. »

Détermine $P(B)$, et déduis-en $P(\overline{B})$.

CORRIGÉS PAGE 273

42 Fréquences, expériences à deux épreuves

3e

Lien entre fréquence et probabilité

LOI DES GRANDS NOMBRES. Lorsque l'on effectue un **très grand nombre de fois** une expérience aléatoire, la fréquence (voir fiche 37) de réalisation d'un événement se stabilise en se rapprochant d'une valeur fixe : la probabilité de cet événement.

Les méthodes

1 Estimer une probabilité (loi des grands nombres)

La loi des grands nombres permet d'estimer la probabilité d'un événement quand **on ne sait pas la calculer autrement**.

EXEMPLE : On lance une punaise sur le sol. Il y a deux résultats possibles. La punaise prend appui soit sur la pointe et la tête (1), soit uniquement sur la tête (2).



Pour déterminer une **valeur approchée** de la probabilité de l'événement : « La punaise prend appui uniquement sur la tête », on réalise un grand nombre de fois le lancer et on calcule la fréquence d'apparition de cet événement.

2 Calculer des probabilités dans le cas d'une expérience à deux épreuves

Dans le cas d'une expérience à deux épreuves, pour déterminer le nombre total d'issues et le nombre d'issues favorables, on réalise un **tableau à double entrée**.

EXEMPLE : Un sac A contient deux boules vertes et une boule jaune, et un sac B contient une boule verte et une boule jaune.

On tire au hasard une boule du sac A, puis une boule du sac B.

Quelle est la probabilité de tirer deux boules vertes ?

issues expérience A

Sac B \ Sac A	Vert	Vert	Jaune
Vert	(V ; V)	(V ; V)	(J ; V)
Jaune	(V ; J)	(V ; J)	(J ; J)

issues expérience B

◗ Attention ! il y a 2 boules vertes dans le sac A, donc il faut mettre deux colonnes « Vert ».
◗ Une issue possible est écrite comme un couple : par exemple, (V ; J) signifie que l'on a tiré une boule verte du sac A et une boule jaune du sac B.

On tire au hasard, donc il y a équiprobabilité. Grâce à ce tableau, on détermine facilement qu'il y a 6 issues au total, et 2 issues favorables, puisque deux fois (V ; V).

P (« Tirer deux boules vertes ») $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Entraîne-toi !

1 Estimer une probabilité avec la loi des grands nombres

On lance 5 000 fois une pièce de monnaie truquée, et on note à chaque lancer le résultat obtenu (pile ou face).
On a obtenu 3 254 fois pile et 1 746 fois face.

Estime la probabilité d'obtenir face.

2 Calculer une probabilité dans le cas d'une expérience à deux épreuves en utilisant un tableau à double entrée

Un sac A contient un jeton numéroté 1, deux jetons 2 et un jeton 3.
Un sac B contient deux jetons 1, un jeton 2 et un jeton 3.

On tire au hasard un jeton du sac A et un jeton du sac B, puis on additionne les deux numéros obtenus.

À l'aide d'un tableau à double entrée, détermine la probabilité :

a) d'obtenir une somme égale à 4 ;

b) d'obtenir une somme égale à 5.

CORRIGÉS PAGE 273

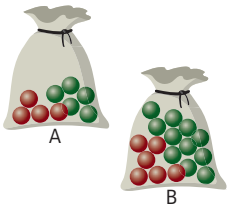
Calculer ses chances à un jeu de hasard

Les jeux de hasard existent depuis la plus haute Antiquité.
Ainsi, les archéologues ont retrouvé des dés à jouer vieux de plusieurs millénaires, en Mésopotamie et en Égypte.
Mais le calcul de probabilité est né bien plus tard, au XVIIe siècle, à la suite d'échanges entre les deux mathématiciens français Pascal et Fermat.

Jeu équitable ou non ?

Un jeu de hasard est **équitable** si aucun des joueurs n'a un avantage sur ses adversaires.

EXEMPLE : Le sac A contient 4 boules rouges et 5 boules vertes, et le sac B contient 6 boules rouges et 11 boules vertes.
Un joueur tire une boule du sac A et un joueur tire une boule du sac B.
Le gagnant est celui qui tire une boule rouge.



Le jeu est-il équitable ? On calcule les probabilités de tirer une boule rouge du sac A ou du sac B. On obtient (voir fiche 40) :

- probabilité de tirer une boule rouge du sac A : $\frac{4}{9} \approx 0{,}44$;
- probabilité de tirer une boule rouge du sac B : $\frac{6}{17} \approx 0{,}35$.

Donc le jeu n'est pas équitable.

Comment savoir si un dé à 6 faces est truqué ?

Il faut lancer le dé un très grand nombre de fois et calculer la **fréquence** d'apparition de chaque face. Si la fréquence d'apparition de chaque face ne se rapproche pas de $\frac{1}{6}$, alors le dé est truqué.

À noter
On applique la propriété de la loi des grands nombres (voir fiche 42).



Autrefois comme aujourd'hui, certains joueurs n'hésitent pas à tricher en truquant les dés (on dit que les dés sont « pipés »). Les valeurs d'un **dé pipé** n'ont alors pas les mêmes chances d'apparaître, et le jeu n'est **plus équitable**.

À toi de jouer !

5e

Vrai ou faux ?

Les probabilités sont source d'erreurs, même chez les adultes. Sauras-tu éviter ces erreurs ?

a) On lance deux pièces identiques. Un camarade te propose le jeu suivant : « Si on obtient une fois pile et une fois face, je gagne ; si on obtient deux fois piles, c'est toi qui gagnes. » Ce jeu est équitable. ☐ Vrai ☐ Faux

b) On lance deux dés à 6 faces et on calcule la somme des points obtenus. Un camarade te propose le jeu suivant : « Si on obtient 7, je gagne ; si on obtient 5, c'est toi qui gagnes. » Ce jeu est équitable. ☐ Vrai ☐ Faux

c) On lance un dé à 6 faces parfaitement équilibré 10 fois de suite, et les 10 fois le 6 apparaît. Lors du 11e lancer, le 6 a moins de chance d'apparaître. ☐ Vrai ☐ Faux

CORRIGÉS PAGES 273-274

43 Généralités sur la proportionnalité

6e 5e

Grandeurs proportionnelles

DÉFINITIONS 1. Deux grandeurs sont **proportionnelles**, si l'on peut calculer les valeurs de l'une en multipliant (ou en divisant) les valeurs de l'autre par un même nombre. Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.

EXEMPLE : Dans une station-service, le prix payé est proportionnel à la quantité d'essence achetée : il correspond à la quantité multipliée par un nombre fixe (le prix d'un litre d'essence).



DÉFINITION 2. Un **tableau de proportionnalité** est un tableau regroupant des valeurs de grandeurs proportionnelles.

EXEMPLE : Le coefficient de proportionnalité entre G1 et G2 est 3.

G1	5	2	4	7
G2	15	6	12	21

×3

PROPRIÉTÉS. Si G1 et G2 sont proportionnelles, on a :

G1	a	$b = a \times k$
G2	a'	$b' = a' \times k'$

×k ×k

Propriété multiplicative

G1	a	b	$c = a + b$
G2	a'	b'	$c' = a' + b'$

+ +

Propriété additive

Les méthodes

Reconnaître si deux grandeurs sont proportionnelles ou non 5e

EXEMPLE 1 : La hauteur d'une pile de cubes identiques est-elle proportionnelle au nombre de cubes empilés ?

EXEMPLE 2 : G1 et G2 sont-elles proportionnelles ?

G1	5	7	15
G2	31	43,4	92

MÉTHODE 1. Peut-on trouver un coefficient de proportionnalité entre les valeurs des deux grandeurs ?

EXEMPLE 1 : Oui, car la hauteur totale est égale au produit de la hauteur d'un cube par le nombre de cubes.

EXEMPLE 2 : Non, car $31 : 5 = 6{,}2$ mais $92 : 15 \neq 6{,}2$.
Donc G1 et G2 ne sont pas proportionnelles.

MÉTHODE 2. La propriété multiplicative de la proportionnalité est-elle vérifiée ?

EXEMPLE 1 : Si on double (ou triple, etc.) le nombre de cubes, alors on double (ou triple, etc.) la hauteur de la pile. Donc la hauteur totale et le nombre de cubes sont proportionnels.

EXEMPLE 2 : $5 \times 3 = 15$, mais $31 \times 3 \neq 92$.
Donc G1 et G2 ne sont pas proportionnelles.

Entraîne-toi !

5e

Reconnaître si deux grandeurs sont proportionnelles

Précise si les grandeurs sont proportionnelles (ou non) :

a) la masse de billes (toutes identiques) en acier et leur nombre ;

b) la taille d'un enfant et son âge ;

c)

G1	5	15	12	20
G2	9	27	21,6	36

d)

G1	5	4	9
G2	2	1,6	4

CORRIGÉS PAGE 274

44 Résolution de problèmes de quatrième proportionnelle

6e 4e

Les méthodes

Résoudre un problème de quatrième proportionnelle

EXEMPLE : On place des bandelettes de même longueur côte à côte. Avec 5 bandelettes, on obtient une bande de 6 cm. Quelle est la longueur d'une bande de 15 bandelettes ?

La longueur de la bande est proportionnelle au nombre de bandelettes.

MÉTHODE 1. Chercher la valeur d'une unité 6e

5 bandelettes mesurent 6 cm.

Donc 1 bandelette mesure : 6 cm : 5 = 1,2 cm.

Donc 15 bandelettes mesurent : 1,2 cm × 15 = 18 cm.

MÉTHODE 2. Utiliser les propriétés multiplicative/additive 6e

×3

5 bandelettes → 6

15 bandelettes → ?

Il y a 3 fois plus de bandelettes, donc la seconde bande est 3 fois plus longue que la première. Elle mesure en cm $6 \times 3 = 18$.

MÉTHODE 3. Compléter un tableau de proportionnalité 6e 4e

PROPRIÉTÉ 1 (PRODUIT EN CROIX). $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ signifie $a \times d = b \times c$ 4e

Dans le tableau ci-dessous, x correspond à la longueur en cm de 15 bandelettes.

×3

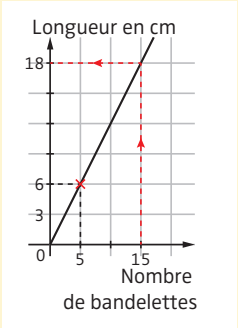
Nombre de bandelettes	5	15
Longueur en cm	6	x

×1,2

Pour compléter ce tableau, on peut :
- chercher le coefficient de proportionnalité. Il vaut 6 : 5 = 1,2 ;
- utiliser, si possible, les propriétés multiplicative/additive (méthode 2) ;
- utiliser le produit en croix (4e) : $\frac{5}{6} = \frac{15}{x}$, donc $x = 6 \times 15 : 5 = 90 : 5 = 18$.

MÉTHODE 4. Utiliser un graphique 4e

PROPRIÉTÉ 2. Une situation de proportionnalité peut être représentée par des **points alignés avec l'origine** du repère.



On place le point de coordonnées (5 ; 6), car 5 bandelettes mesurent 6 cm. On trace la demi-droite dont l'origine est l'origine du repère, et qui passe par ce point. On lit l'ordonnée du point de la demi-droite, dont l'abscisse est 15 (car on cherche la longueur de la bande formée de 15 bandelettes). On trouve que la seconde bande mesure 18 cm.

Attention ! Cette méthode ne donne souvent que des valeurs approchées.

Entraîne-toi !

1 Résoudre un problème de quatrième proportionnelle

En empilant 4 cubes identiques, on obtient une pile de 6,4 cm de haut. Quelle sera la hauteur d'une pile de 24 de ces cubes ?

Trouve 2 méthodes 6e ou bien 3 méthodes 4e différentes pour résoudre ce problème.

2 Compléter un tableau de proportionnalité

Complète les deux tableaux de proportionnalité suivants en utilisant les méthodes indiquées :

a) recherche du coefficient de proportionnalité 6e, puis produit en croix 4e :

G1	15	6
G2	7	...

b) propriétés multiplicative/additive 6e, puis graphique 4e :

G1	8	6	14	7
G2	12	9	...	...

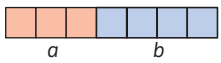
CORRIGÉS PAGES 274-275

45 Ratios 5e

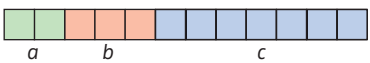
Vocabulaire

DÉFINITION. On dit que :

- deux nombres a et b sont **dans le ratio 3 : 4** si $\frac{a}{3}=\frac{b}{4}$;



- trois nombres a, b et c sont **dans le ratio 2 : 3 : 7** si $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{7}$.



À noter

« 3 : 4 » se lit « 3 pour 4 »
et « 2 : 3 : 7 » se lit « 2 pour 3 pour 7 ».

EXEMPLE :

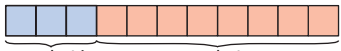
Christophe et Gaëlle partagent un paquet de bonbons dans un ratio 2 : 3. Cela veut dire que chaque fois que Christophe reçoit 2 bonbons, Gaëlle en reçoit 3. C'est un **partage inégal**.

la méthode

Partager une quantité selon un ratio donné

EXEMPLE :

165 € sont partagés entre Lisa et Lou dans un ratio 3 : 8.
Combien d'argent reçoivent-elles chacune ?

Étapes	Solution
1 On peut faire un **schéma**.	1 
2 On détermine les **proportions** associées à chacune des parts.	2 Lisa reçoit $\frac{3}{3+8}=\frac{3}{11}$ de la somme totale. Lou en reçoit $\frac{8}{3+8}=\frac{8}{11}$.

3 On calcule les **quantités** associées à chacune des parts.	**3** $\frac{3}{11}\times 165 = 45$ et $\frac{8}{11}\times 165 = 120$. Pour le calcul de la fraction d'un nombre, voir fiche 13.
4 On **conclut**.	**4** Lisa reçoit 45 € et Lou 120 €.

Entraîne-toi !

Partager une quantité en deux ou trois parts selon un ratio donné

a) 171 € sont partagés entre Cédric et Mickaël dans un ratio 2 : 7.

Combien d'argent reçoivent-ils chacun ?

b) Sur la bouteille d'un sirop de jus de fruit, il est écrit : « Mélanger du sirop et de l'eau dans un ratio 2 : 13. » Détermine les quantités de sirop et d'eau dans 37,5 cL de ce mélange.



c) Pour faire de la vinaigrette, on mélange de l'huile et de la moutarde dans un ratio 3 : 1. Détermine les quantités d'huile et de moutarde pour 500 mL de vinaigrette.

d) Laurie, Céline et Muriel ont respectivement 5, 7 et 11 ans.

On décide de partager 184 bonbons dans le ratio « de leurs âges » 5 : 7 : 11. Combien de bonbons aura chaque enfant ?

Conseil

Tu peux vérifier les trois quantités trouvées en les additionnant : tu dois retrouver le nombre total de bonbons.

CORRIGÉS PAGE 275

46 Pourcentages

6e 5e

Vocabulaire

DÉFINITION. Un pourcentage est un **coefficient de proportionnalité** entre une partie et un tout. Il s'exprime sous la forme d'une fraction $\frac{a}{100}$ qui s'écrit a % et se lit « a pour cent ».

EXEMPLE : Dire qu'il y a 75 % de cacao dans du chocolat signifie qu'il y a proportionnalité entre la masse de cacao (la partie) et la masse de chocolat (le tout).

Le coefficient de proportionnalité est $\frac{75}{100}$.

Donc il y a $\frac{75}{100}$ de cacao dans le chocolat, soit 75 g de cacao dans 100 g de chocolat.

À noter

$75\,\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} = 0{,}75$;

$50\,\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0{,}5$;

$10\,\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0{,}1$.

a % d'un nombre b est égal à : $\frac{a}{100} \times b$

Les méthodes

1 Appliquer un pourcentage 6e

EXEMPLE : Dans la station des Rousses (Jura), 54 % des 3 850 habitants pratiquent régulièrement le ski de fond. Combien d'habitants pratiquent régulièrement le ski de fond aux Rousses ?

MÉTHODE 1. Utiliser un tableau de proportionnalité

Nombre total d'habitants	100	3 850
Nombres de pratiquants du ski de fond	54	2 079

$\times \frac{54}{100} = 0{,}54$ (coefficient de proportionnalité)

« 54 pour 100 »

$3850 \times 0{,}54 = 2079$. Donc 2 079 habitants des Rousses pratiquent régulièrement le ski de fond en hiver.

MÉTHODE 2. Calculer les $\frac{a}{100}$ du nombre

On calcule $\frac{54}{100}$ de 3 850. $\frac{54}{100} \times 3\,850 = 0{,}54 \times 3\,850 = 2\,079$.

Pour le calcul de la fraction d'un nombre, voir fiche 13.

2 Calculer un pourcentage 5e

On **divise la partie par le tout** et on traduit ce nombre en pourcentage (fraction dont le dénominateur est égal à 100).

EXEMPLE : Un gâteau contient 105 g de sucre et pèse 350 g. Déterminer le pourcentage de sucre dans ce gâteau.

$\frac{105}{350} = 0{,}3 = \frac{30}{100} = 30\,\%$. Il y a 30 % de sucre dans ce gâteau.

Tu peux aussi utiliser un tableau de proportionnalité (voir méthode 2 dans le corrigé de l'exercice 2a).

Entraîne-toi !

6e

1 Appliquer un pourcentage

a) Dans une classe de 6e de 30 élèves, 50 % des élèves font de l'anglais, 10 % portent des lunettes, et 60 % sont des filles.

- Combien d'élèves portent des lunettes dans cette classe ?
- Combien d'élèves font de l'anglais dans cette classe ?
- Quel est le nombre de filles dans cette classe ?

b) Une télévision coûte 425 €. Son prix baisse de 13 %. Détermine le montant (en €) de la remise.

5e

2 Calculer un pourcentage

a) Dans un collège de 520 élèves, il y a 78 externes. Détermine le pourcentage d'externes de ce collège.

b) Dans sa bibliothèque, Laura possède 120 romans dont 60 romans policiers. Détermine le pourcentage de romans policiers que possède Laura.

CORRIGÉS PAGES 275-276

47 Pourcentages d'augmentation et de diminution

3e

Calculs avec des pourcentages d'augmentation et de diminution

PROPRIÉTÉS.

- **Augmenter** un nombre de a %, c'est le multiplier par $1+\frac{a}{100}$.

$$\text{quantité finale} = \left(1+\frac{a}{100}\right) \times \text{quantité initiale}$$

- **Diminuer** un nombre de a %, c'est le multiplier par $1-\frac{a}{100}$.

$$\text{quantité finale} = \left(1-\frac{a}{100}\right) \times \text{quantité initiale}$$

EXEMPLES :

- Augmenter de 5 % revient à multiplier par $1+\frac{5}{100}=1{,}05$.
- Diminuer de 35 % revient à multiplier par $1-\frac{35}{100}=0{,}65$.

Justification

Soit x le nombre initial.
Augmentation :
$\frac{5}{100} \times x = 0{,}05 \times x$
Nombre augmenté :
$x + 0{,}05 \times x = x \times (1 + 0{,}05) = x \times 1{,}05$

les méthodes

1 Calculer une quantité après un pourcentage d'augmentation (ou de diminution)

EXEMPLE :

La population d'une ville est de 10 200 habitants en 2021.
Elle augmente de 14 % en 2022.
Quel est le nombre d'habitants de cette ville en 2022 ?

Étapes	Solution
1 On écrit la **formule** correspondante (augmentation ou diminution).	1 Population finale $= \left(1+\frac{a}{100}\right) \times$ population initiale
2 On **remplace** les données connues par leur valeur.	2 Population finale $= \left(1+\frac{14}{100}\right) \times 10\,200$ $= 1{,}14 \times 10\,200$.
3 On **calcule**.	3 Population finale = 11 628.

2 Calculer un pourcentage d'augmentation (ou de diminution)

On utilise **l'une des deux formules** de la page précédente.

EXEMPLE : Un article passe de 125 € à 140 €. Quel est le pourcentage d'augmentation ?

Prix final $= \left(1+\frac{a}{100}\right) \times$ prix initial, donc $140 = \left(1+\frac{a}{100}\right) \times 125$.

Donc $1+\frac{a}{100} = \frac{140}{125} = 1{,}12 = 1+0{,}12 = 1+\frac{12}{100}$.

L'augmentation est 12 %.

Entraîne-toi !

1 Calculer une quantité après un pourcentage de variation

Le prix d'une paire de chaussures est 75 €. Calcule le nouveau prix de ces chaussures après une baisse de 11 %.

2 Calculer un pourcentage de variation

a) Lors des soldes, le prix d'un pull passe de 45 € à 41,40 €.

Quel est le pourcentage de diminution ?

b) Le nombre de membres d'un club sportif est passé de 35 en 2020 à 49 en 2021. Quel est le pourcentage d'augmentation constaté ?

CORRIGÉS PAGE 276

48 Échelles 5e

Généralités

DÉFINITIONS. Lorsque les dimensions de la représentation d'un objet (dessin, maquette, carte) et ses dimensions réelles sont proportionnelles, on appelle **échelle** le quotient :

$$\text{échelle} = \frac{\text{distance sur la représentation}}{\text{distance réelle}}$$

Attention ! Les deux longueurs doivent toujours être exprimées dans la même unité.

- Si l'échelle est supérieure à 1, on a un **agrandissement** (exemple : microscope).
- Si l'échelle est comprise entre 0 et 1, on a une **réduction** (exemples : carte routière, maquette). On peut alors noter l'échelle sous la forme d'une fraction de numérateur égal à 1.

EXEMPLE : Une échelle au 1/25 000 ou 1 : 25 000 signifie que 1 cm sur la carte correspond à 25 000 cm (250 m) dans la réalité.

Les méthodes

1 Calculer une longueur en utilisant une échelle

- On utilise un **tableau de proportionnalité** (voir fiche 43).

EXEMPLE : On dispose d'une carte à l'échelle 1/50 000.

a) Sur cette carte, la distance entre deux villes est 12 cm.

Calculer la **distance réelle** entre ces deux villes.

b) Si deux villes sont distantes de 20 km, calculer la **distance sur la carte** entre ces deux villes.

Distance sur la carte (en cm)	1	12	?
Distance réelle (en cm)	50 000	?	2 000 000

×50 000

échelle : 1/50 000 — 20 km = 2 000 000 cm

a) Distance réelle : 12 cm × 50 000 = 600 000 cm = 6 km.

b) Distance sur la carte : 2 000 000 cm : 50 000 = 40 cm.

2 Calculer une échelle

On utilise un **tableau de proportionnalité**.

EXEMPLE : Sur une carte, deux villes sont distantes de 8 cm ; dans la réalité, elles le sont de 10 km. Calculer l'**échelle** de cette carte.

Distance sur la carte (en cm)	8	1	×?
Distance réelle (en cm)	1 000 000	?	

10 km = 1 000 000 cm

1 000 000 : 8 = 125 000, donc 1 cm sur la carte représente 125 000 cm dans la réalité, et l'échelle est 1/125 000.

En classe de 4e, tu pourras compléter les tableaux de proportionnalité précédents en utilisant le produit en croix (voir fiche 44).

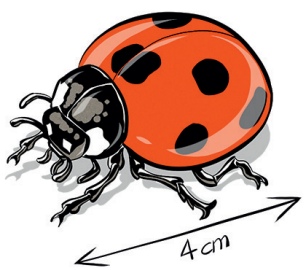
Entraîne-toi !

1 Calculer des longueurs avec une échelle

a) Sur une maquette d'immeuble dont l'échelle est 1/200, les fenêtres ont une largeur de 0,6 cm. Calcule leur largeur réelle.

Quelle sera, sur cette maquette, la hauteur d'une porte d'entrée de hauteur réelle 2,50 m ?

b) Sur un dessin à l'échelle 5/1, une coccinelle mesure 4 cm. Quelle est sa longueur réelle ?



2 Calculer une échelle

La cour de récréation du collège est un carré de 75 m de côté.

Elle est représentée sur un plan par un carré de 15 cm de côté.

Quelle est l'échelle de ce plan ?

CORRIGÉS PAGES 276-277

49 Agrandissements et réductions

4e

Agrandir et réduire des figures et des solides

DÉFINITIONS.

Agrandir une figure ou un solide, c'est multiplier ses dimensions par un même nombre ***k* supérieur à 1** et conserver ses angles.

Réduire une figure ou un solide, c'est multiplier toutes ses dimensions par un même nombre ***k* compris entre 0 et 1**, et conserver ses angles.

À noter

k est le coefficient de proportionnalité. Il est aussi appelé rapport d'agrandissement ou de réduction.

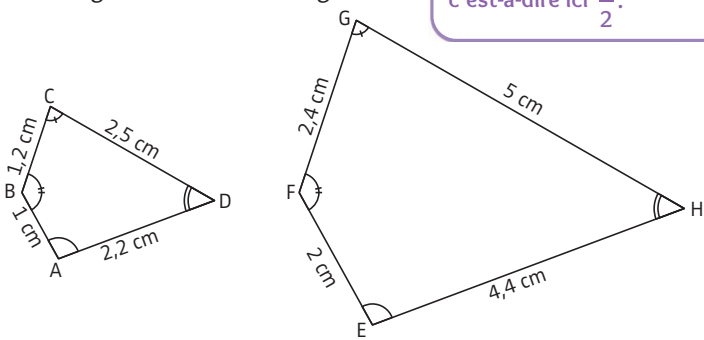
CONSÉQUENCE. Dans un agrandissement (ou une réduction), il y a **proportionnalité** entre les dimensions initiales et les dimensions après agrandissement (ou réduction).

EXEMPLE :

EFGH est un agrandissement de ABCD. Chaque longueur des côtés de ABCD a été multipliée par 2, donc le coefficient d'agrandissement est égal à 2.

À noter

On dit aussi que ABCD est une réduction de EFGH. Le rapport de réduction est égal à l'inverse du rapport d'agrandissement, c'est-à-dire ici $\frac{1}{2}$.



PROPRIÉTÉS. Dans un agrandissement (ou une réduction) de rapport *k* (ou à l'échelle *k*) :

- les **longueurs** sont multipliées par ***k*** ;
- les **aires** sont multipliées par k^2 ;
- les **volumes** sont multipliés par k^3.

Les méthodes

1 Calculer des longueurs

EXEMPLE : Soit MNOP un rectangle de longueur 8,2 cm et de largeur 4,6 cm. Soit M'N'O'P' un agrandissement de MNOP de longueur 20,5 cm. Quelle est la largeur de M'N'O'P' ?

MÉTHODE 1. Trouver le coefficient d'agrandissement

20,5 : 8,2 = 2,5. Le coefficient d'agrandissement est égal à 2,5.

4,6 × 2,5 = 11,5. Donc la largeur de M'N'O'P' est égale à 11,5 cm.

MÉTHODE 2. Utiliser un tableau de proportionnalité

Dimensions de MNOP (cm)	8,2	4,6
Dimensions de M'N'O'P' (cm)	20,5	x

On applique le produit en croix (voir fiche 44).

En cm, $x = 4{,}6 \times 20{,}5 : 8{,}2 = 11{,}5$.

2 Calculer des aires ou des volumes

On utilise les **formules** :

aire finale = aire initiale × k^2
volume final = volume initial × k^3

Entraîne-toi !

1 Calculer des longueurs

Soit ABC un triangle tel que AB = 5 cm, AC = 7 cm, BC = 9 cm. Soit DEF un agrandissement de ABC tel que le côté [DE] soit un agrandissement de [AB], et [DF] un agrandissement de [AC]. On sait que DE = 15,5 cm. Détermine les longueurs DF et EF.

2 Calculer des aires ou des volumes

On réalise la maquette d'une pièce à l'échelle $\frac{1}{300}$. La surface réelle au sol est 63 m² ; le volume de la maquette est 4,5 cm³.

Calcule la surface au sol (en cm²) de la maquette et le volume réel (en m³) de la pièce.

CORRIGÉS PAGE 277

50 Vitesses moyennes

4e

Les méthodes

1 Convertir des km/h en m/s (ou inversement)

EXEMPLE 1 : Un automobiliste roule à la vitesse moyenne de 54 km/h. Convertir cette vitesse en m/s.

L'automobiliste parcourt 54 km en 1 h, soit 54 000 m en 3 600 s.

Il parcourt donc $\frac{54000}{3600} = 15$ m en 1 s, donc sa vitesse est égale à 15 m/s.

1 h = 60 min = 3 600 s (voir fiche 61).

EXEMPLE 2 : Un athlète court à la vitesse moyenne de 4 m/s.

Convertir cette vitesse en km/h.

L'athlète parcourt 4 m soit 0,004 km en 1 s. Donc en 1 h, il parcourt, en km :

$0{,}004 \times 3\,600 = 14{,}4$.

Donc sa vitesse est égale à 14,4 km/h.



2 Calculer une vitesse, une distance, une durée

DÉFINITION. La **vitesse moyenne** est donnée par la formule :

$$\text{vitesse moyenne} = \frac{\text{distance parcourue}}{\text{durée du parcours}} \quad \text{soit } \boldsymbol{v} = \frac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{t}}$$

où d représente la distance parcourue et t la durée du parcours.

Une vitesse moyenne s'exprime généralement en km/h ou en m/s.

EXEMPLES : a) Un cycliste parcourt 34 000 m en 102 min. Quelle est sa vitesse moyenne en km/h ?

b) Une voiture roule 3 h 12 min à la vitesse moyenne de 75 km/h. Quelle distance, en km, a-t-elle parcourue ?

c) Combien de temps (en minutes et secondes) met un piéton pour parcourir 2,4 km à la vitesse moyenne de 1,5 m/s ?

Étapes	Solution
1 On écrit la **formule de la vitesse**.	**1** On a : $v = \frac{d}{t}$.
2 On **convertit**, si nécessaire, les unités de longueur et de temps dans les unités souhaitées pour la réponse.	**2 a)** 34 000 m = 34 km. 102 min = $\frac{102}{60}$ h = 1,7 h. **b)** 3 h 12 min = 3 h + $\frac{12}{60}$ h = 3,2 h. **c)** 2,4 km = 2 400 m.
3 On remplace les variables connues par leur valeur, puis, suivant le cas : ◗ on effectue les **calculs** ; ◗ ou on résout l'**équation** obtenue (voir fiche 27). Enfin, on conclut.	**3 a)** En km/h, $v = \frac{34}{1,7} = 20$. **b)** $75 = \frac{d}{3,2}$. Elle a parcouru en km : $d = 75 \times 3,2 = 240$. **c)** $1,5 = \frac{2400}{t}$ donc $1,5 \times t = 2400$ et $t = \frac{2400}{1,5} = 1600$ s = 26 min 40 s. Le piéton met 26 min 40 s.

Entraîne-toi !

1 Convertir des km/h en m/s (ou inversement)

a) Convertis en m/s : 163,8 km/h ; 12,6 km/h.

b) Convertis en km/h : 35 m/s ; 8,5 m/s.

2 Calculer une vitesse, une distance, une durée

a) Un train parcourt 369 km en 1 h 48 min.

Quelle est sa vitesse moyenne en km/h ?

b) La vitesse moyenne d'un nageur est 1,2 m/s.

Quelle distance (en km) parcourt-il en 38 min ?

c) Combien de temps (en heures et minutes) met le faucon pèlerin pour parcourir 216 km à la vitesse moyenne de 90 km/h ?

CORRIGÉS PAGE 277

51 Généralités sur les fonctions

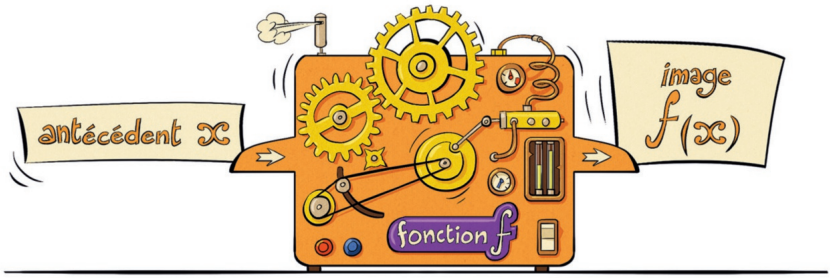
3e

1 Fonction

DÉFINITION. On appelle **fonction** f, un procédé de calcul qui, à tout nombre x, fait correspondre un unique autre nombre que l'on note $f(x)$.

À noter
$f(x)$ se lit « f de x ». C'est l'expression algébrique de f.

On peut assimiler une fonction à une « machine mathématique » qui transforme des nombres.



EXEMPLE :
Soit la fonction f qui, à un nombre x, fait correspondre son carré.
On la note : $f(x) = x^2$ ou $f : x \mapsto x^2$.
On a donc, par exemple : $f(3) = 3^2$ ou $f : 3 \mapsto 9$.
On dit que 9 est l'**image** de 3 par la fonction f, ou que 3 est un **antécédent** de 9 par la fonction f.

À noter
- Un nombre possède toujours **au plus une image** par une fonction donnée.
- Un nombre peut avoir **plusieurs antécédents** par une fonction donnée (ou ne pas en avoir).

2 Tableau de valeurs

DÉFINITION. Un **tableau de valeurs** permet, pour une fonction donnée, d'indiquer l'image de plusieurs nombres.

EXEMPLE : Soit g une fonction :

x (antécédent)	–1	0	5	6,5
$g(x)$ (image)	–6	–8	42	–8

$g(0) = -8$ et $g(6{,}5) = -8$ (donc –8 a deux antécédents 0 et 6,5).
L'image de –1 par g est –6 ; un antécédent de 42 par g est 5.

Les méthodes

1 Déterminer l'image d'un nombre

On **remplace** x par sa valeur dans l'expression algébrique et on calcule.

EXEMPLE : Soit f la fonction définie par $f(x) = 3x^2 + 5$. Déterminer l'image de 2 par la fonction f.

On remplace x par 2 et on calcule : $f(2) = 3 \times 2^2 + 5 = 17$.

2 Déterminer le(s) antécédent(s) d'un nombre

EXEMPLE : Soit g la fonction définie par $g : x \mapsto 2x - 3$. Déterminer le(s) antécédent(s) de 8 par la fonction g.

Étapes	Solution
1 On **traduit** l'énoncé par une égalité.	1 On cherche x tel que $g(x) = 8$.
2 On **remplace** l'image de x par l'expression algébrique de la fonction.	2 $2x - 3 = 8$
3 On **résout** l'équation obtenue. Voir fiches 27 et 28.	3 $2x - 3 + 3 = 8 + 3$ $2x = 11$ $\frac{2x}{2} = \frac{11}{2}$ donc $x = \frac{11}{2} = 5{,}5$.
4 On **conclut**.	4 L'antécédent de 8 par f est 5,5.

Entraîne-toi !

Déterminer l'image ou le(s) antécédent(s) d'un nombre

Soient f et g les fonctions définies par $f(x) = -5x + 8$; $g(x) = x(3x - 7)$.

a) Détermine les images de 6 et -2 par f, puis par g.

b) Détermine le(s) antécédent(s) de 12 par f, et de 0 par g.

CORRIGÉS PAGE 278

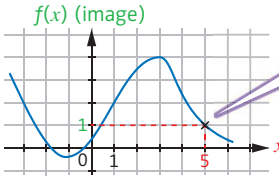
52 Fonctions : représentation graphique

3e

Représentation graphique d'une fonction

DÉFINITION. Dans un repère, la **représentation graphique** d'une fonction f est l'ensemble des points de coordonnées $(x\,;f(x))$.

EXEMPLE :

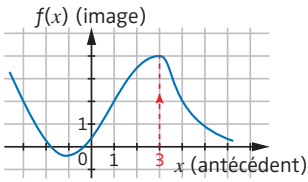
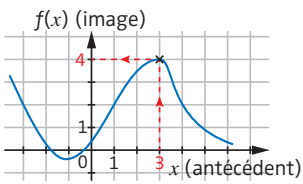


À noter
Ce point de coordonnées (5 ; 1) appartient à la courbe.
On a donc $f(5) = 1$.

Les méthodes

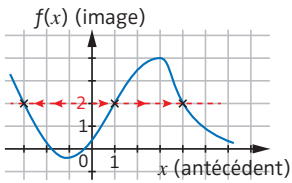
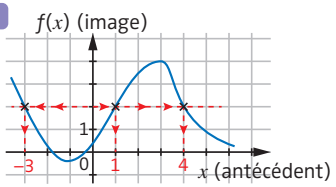
1 Déterminer l'image d'un nombre à partir de la représentation graphique d'une fonction

EXEMPLE : Déterminer l'image de 3 par la fonction f ci-dessus.

Étapes	Solution
1 On place l'antécédent **sur l'axe des abscisses**, puis on rejoint la courbe, verticalement.	1 
2 L'**ordonnée** du point obtenue est l'image cherchée.	2 
3 On **conclut**.	3 L'image de 3 par f est 4.

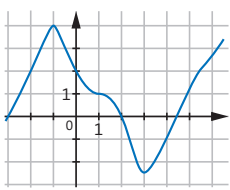
2 Déterminer le(s) antécédent(s) d'un nombre à partir de la représentation graphique d'une fonction

EXEMPLE : À partir de la représentation graphique de l'exemple précédent, déterminer le(s) antécédent(s) de 2 par la fonction f.

Étapes	Solution
1 On place l'image **sur l'axe des ordonnées**, puis on rejoint la courbe, horizontalement. La courbe peut être coupée une fois, plusieurs fois ou pas du tout.	1 
2 Les **abscisses** des points obtenus sont les antécédents cherchés.	2 
3 On **conclut**.	3 Les antécédents de 2 par f sont -3 ; 1 et 4.

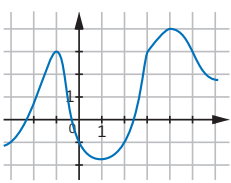
Entraîne-toi !

1 Déterminer l'image d'un nombre



- Détermine l'image de -2 par la fonction f ci-contre.
- Même question pour 2, puis 3, puis 0.

2 Déterminer le(s) antécédent(s) d'un nombre



- Détermine le(s) antécédent(s) de -1 par la fonction f ci-contre.
- Même question pour -2, puis 4.

CORRIGÉS PAGE 278

53 Fonctions linéaires et affines : définition et reconnaissance

3e

1 Fonction linéaire et fonction affine

DÉFINITION 1. La fonction $f : x \mapsto ax$ (où a est un nombre fixé) est appelée **fonction linéaire** de coefficient a.

EXEMPLE :
La fonction f définie par $f(x) = 5x$ est linéaire de coefficient 5.

À noter
Toute situation de proportionnalité se traduit par une fonction linéaire dont le coefficient est le coefficient de proportionnalité (voir fiche 43).

DÉFINITION 2. La fonction $f : x \mapsto ax + b$ (où a et b sont deux nombres fixés) est appelée **fonction affine**.

EXEMPLE : La fonction f définie par $f(x) = -2{,}4x + 3$ est affine avec $a = -2{,}4$ et $b = 3$.

2 Représentation graphique

PROPRIÉTÉS. La représentation graphique d'une fonction **linéaire** est une droite passant par l'origine du repère.

La représentation graphique d'une fonction **affine** est une droite.

Les méthodes

1 Reconnaître une fonction linéaire ou affine à partir de son expression algébrique

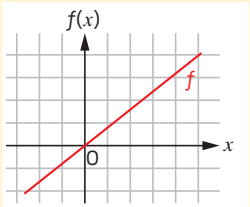
On **développe et simplifie** l'expression algébrique, puis on **conclut** grâce aux définitions 1 ou 2.

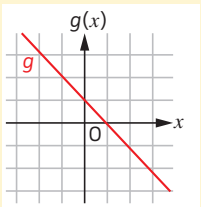
EXEMPLE : Soit f la fonction définie par $f(x) = 2(x + 5) + 5x - 6$.
f est-elle une fonction affine ? linéaire ?
$f(x) = 2x + 10 + 5x - 6 = 7x + 4$.
f est une fonction affine, avec $a = 7$ et $b = 4$.

2 Reconnaître une fonction linéaire ou affine à partir de sa représentation graphique

On utilise les **propriétés graphiques** citées précédemment.

EXEMPLES : Les fonctions *f* et *g* sont-elles affines ? linéaires ?





- *f* est linéaire, car sa représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère.
- *g* est affine, car sa représentation graphique est une droite.

Entraîne-toi !

1 Reconnaître une fonction linéaire ou affine à partir de son expression algébrique

a) Les fonctions *f*, *g*, *h* et *i* suivantes sont-elles linéaires ?

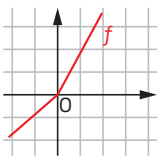
$f(x)=5x+3x$ $\quad g(x)=9x^2$ $\quad h(x)=6(2x+3)-18$ $\quad i(x)=\dfrac{x}{5}$

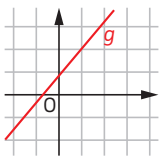
b) Les fonctions *m*, *n* et *p* suivantes sont-elles affines ?

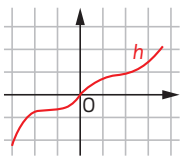
$m(x)=\dfrac{2}{5}x$ $\quad n(x)=x(x+3)$ $\quad p(x)=3(2x-8)+7x$

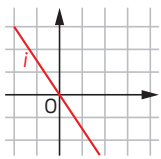
2 Reconnaître une fonction linéaire ou affine à partir de sa représentation graphique

Les fonctions *f*, *g*, *h* et *i* suivantes sont-elles affines ? linéaires ?









CORRIGÉS PAGE 279

54 Construction de la représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine

3e

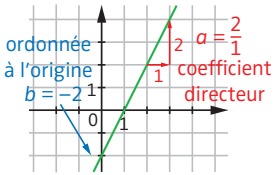
Coefficient directeur, ordonnée à l'origine

DÉFINITIONS. Soit (d) la droite représentant graphiquement une fonction linéaire f définie par $f(x) = ax$.
Soit (d') la droite représentant graphiquement une fonction affine g définie par $g(x) = ax + b$.

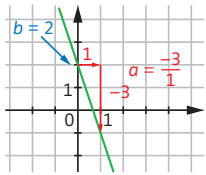
- a s'appelle le **coefficient directeur** des droites (d) et (d').
- b s'appelle l'**ordonnée à l'origine** de la droite (d').

On retrouve a et b **géométriquement** :

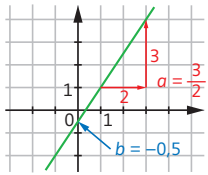
Cas 1



Cas 2



Cas 3



À noter

- Voir la fiche 53 pour la définition des fonctions linéaires et affines.
- Le **coefficient directeur** donne la pente de la droite. Il est positif lorsque la courbe croît (cas 1 et 3), et négatif lorsque la courbe décroît (cas 2).
- L'**ordonnée à l'origine** correspond à l'ordonnée du point d'intersection entre l'axe des ordonnées et la droite représentative de la fonction.

Les méthodes

Représenter graphiquement une fonction linéaire ou une fonction affine

EXEMPLE : Représenter graphiquement la fonction affine f définie par $f(x) = 2x - 1$.

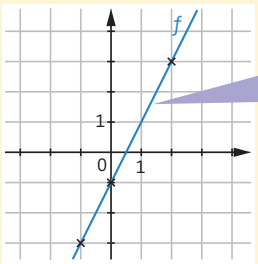
MÉTHODE 1. Déterminer deux points (trois pour être plus sûr) appartenant à la droite représentative de la fonction

Étape 1. On construit un tableau de valeurs (voir fiche 51) vide, puis on choisit trois valeurs de x (parmi ces valeurs, il est conseillé de prendre 0, car le calcul de l'image est simple).

x	0	2	-1
$f(x)$	-1	3	-3

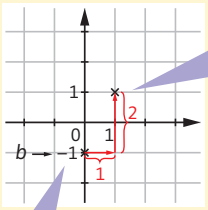
Étape 2. On calcule les images des nombres choisis. Pour $x = -1$, $f(-1) = 2 \times (-1) - 1 = -2 - 1 = -3$.

Les points de coordonnées $(0 ; -1)$; $(2 ; 3)$ et $(-1 ; -3)$ appartiennent à la représentation graphique de f.



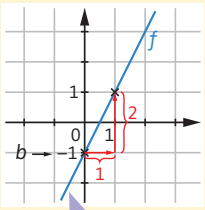
Étape 3. On place les trois points dans un repère, puis on trace la droite passant par ces trois points.

MÉTHODE 2. Utiliser l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur



Étape 1. On place le point de coordonnées $(0 ; b)$.

Étape 2. On place un second point à l'aide du coefficient directeur. En partant du point de coordonnées $(0 ; b)$, on se déplace horizontalement d'une unité à droite, puis verticalement de a unités :
- en **montant** (si $a > 0$) ;
- ou en **descendant** (si $a < 0$).



Étape 3. On trace la droite passant par ces deux points.

Entraîne-toi !

Représenter graphiquement une fonction linéaire ou affine

Représente graphiquement les fonctions f, g et h définies par :

a) $f(x) = 3x$ **b)** $g(x) = -2x + 4$ **c)** $h(x) = \frac{2}{3}x - 1$

CORRIGÉS PAGES 279-280

55 Détermination de l'expression algébrique d'une fonction linéaire ou affine

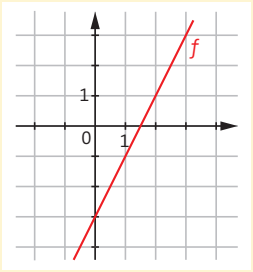
3e

La méthode

Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire ou affine à l'aide de sa représentation graphique

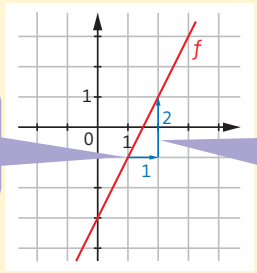
EXEMPLE : Retrouver l'expression algébrique de la fonction f représentée ci-contre.

La courbe représentative est une droite ne passant par l'origine du repère, donc la fonction cherchée est une fonction affine. Son expression algébrique est donc de la forme $f(x) = ax + b$.



ÉTAPE 1. Détermination de a (coefficient directeur)

On part d'un point sur la droite (de coordonnées entières). On se déplace ensuite horizontalement d'une unité vers la droite, puis verticalement en montant ou descendant pour rejoindre la droite. La valeur de a correspond au nombre d'unités du déplacement vertical. Il est **positif** si le déplacement se fait en montant, et **négatif** s'il se fait en descendant.



On se déplace horizontalement d'une unité vers la droite.

On se déplace verticalement en montant de deux unités pour rejoindre la droite, donc $a = 2$.

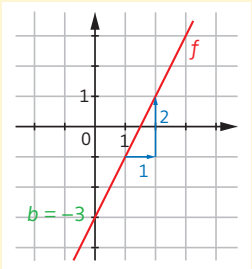
Il est parfois préférable d'effectuer un déplacement horizontal d'un nombre autre que 1 pour faciliter la détermination du coefficient directeur.

ÉTAPE 2. Détermination de *b* (ordonnée à l'origine)

L'ordonnée à l'origine est l'ordonnée du point d'intersection entre la droite et l'axe des ordonnées. Ici $b = -3$.

ÉTAPE 3. Conclusion

L'expression algébrique de f est $f(x) = 2x - 3$.

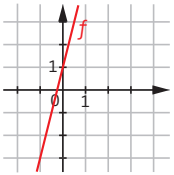


Entraîne-toi !

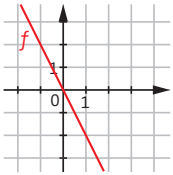
1 Retrouver l'expression algébrique d'une fonction

Retrouve l'expression algébrique de chacune des fonctions f linéaires ou affines représentées graphiquement ci-dessous.

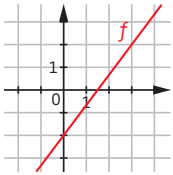
a)



b)



c)



2 Résoudre un problème

Un club de squash propose deux tarifs :

- Tarif A : 8 € par séance ;
- Tarif B : achat d'une carte privilège à 20 € pour l'année, donnant droit à un tarif réduit de 5 € par séance.

a) Soit f la fonction qui, à un nombre x de séances, associe le prix payé avec le tarif A, et g la fonction qui, à un nombre x de séances, associe le prix payé avec le tarif B.

Donne les expressions algébriques de f et de g.

b) Représente graphiquement les deux fonctions f et g.

c) À l'aide du graphique, détermine à partir de combien de séances le tarif B devient plus avantageux que le tarif A.

CORRIGÉS PAGE 280

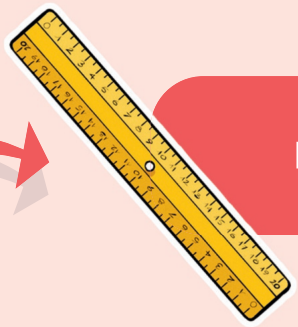


Volumes et contenances p. 148

GRAND ET M

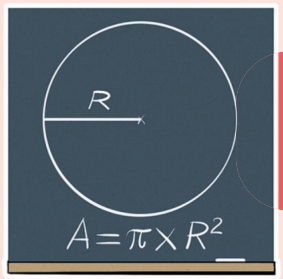


Durées p. 144



Longueurs p. 134

EURS ESURES



Aires p. 138

56 Longueur et périmètre des figures usuelles

6e

Unités de longueur, périmètre d'une figure

Comme **unité de longueur**, on utilise conventionnellement le **mètre** et ses multiples et sous-multiples :

Unités	km	hm	dam	m	dm	cm	mm

Voici quelques **conversions** à connaître par cœur :

1 km = 1 000 m 1 m = 100 cm 1 m = 1 000 mm 1 cm = 10 mm

DÉFINITION. Le **périmètre** d'une figure est la longueur de son contour.

Les méthodes

1 Convertir des unités de longueur

MÉTHODE 1. Utiliser les formules liant les unités

Voir corrigé de l'exercice 1 page 281.

MÉTHODE 2. Utiliser le tableau de conversion

EXEMPLES : Compléter : 12,5 m = ... mm ; 452 hm = ... km.

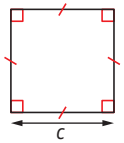
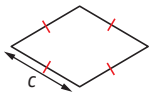
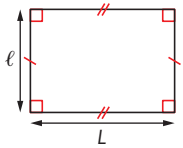
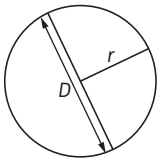
On place le **chiffre des unités** du nombre à convertir dans la colonne correspondant à cette unité, puis les autres chiffres. On place la **virgule** à droite de la colonne correspondant à l'unité visée. Si nécessaire, on place des **zéros** dans les cases vides.

	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
			1	2	5	0	0,
4	5,	2					

Donc 12,5 m = 12 500 mm et 452 hm = 45,2 km.

2 Calculer le périmètre de figures usuelles

On applique les **formules** suivantes (on note P le périmètre) :

Carré, losange	Rectangle	Cercle
  $P = c + c + c + c$ $P = 4 \times c$	 L : longueur ℓ : largeur $P = L + \ell + L + \ell$ $P = 2 \times L + 2 \times \ell$ $P = 2 \times (L + \ell)$	 D : diamètre r : rayon $P = \pi \times D$ $P = 2 \times \pi \times r$ avec $\pi \approx 3{,}14$

Ces formules découlent de la définition du périmètre (sauf pour le cercle).

Entraîne-toi !

1 Convertir des unités de longueur

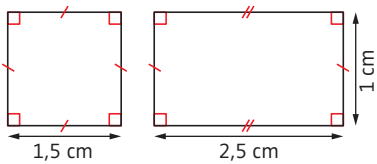
Complète les égalités :

2 345 m = ... km 12,5 cm = ... mm 452,5 cm = ... m

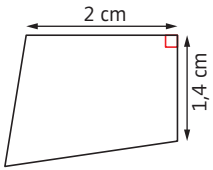
24,7 dm = ... mm 12,5 hm = ... km 123 000 mm = ... km

2 Calculer le périmètre de figures

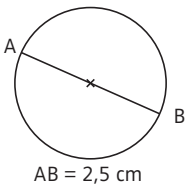
Calcule, si possible, le périmètre des figures ci-dessous. Tu donneras la valeur exacte ou la valeur approchée à 0,1 cm près.



(1) (2)



(3)



(4)

CORRIGÉS PAGE 281

57 Périmètre de figures complexes

6e

la méthode

Calculer le périmètre de figures complexes

Pour calculer le périmètre d'une figure complexe, on **additionne** les longueurs des différentes parties qui le composent.

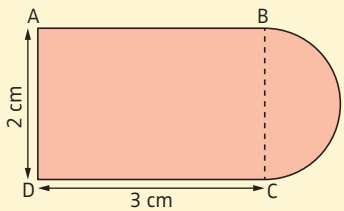
Attention ! Pense à convertir toutes les longueurs dans la même unité avant de les additionner.

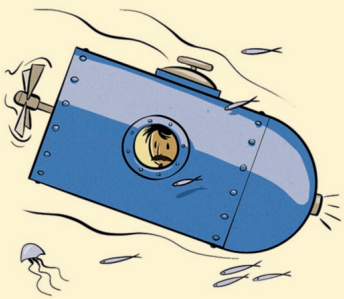
Pour déterminer ces longueurs, on s'appuie sur :

- les **données** ;
- les **propriétés** des figures usuelles ;
- les **formules** de calcul de leur périmètre (voir fiche 56).

EXEMPLE :

Calculer une valeur approchée à 0,1 cm du périmètre de la figure colorée ci-dessous, sachant que ABCD est un rectangle et que l'arc $\overset{\frown}{BC}$ est un demi-cercle de diamètre [BC].





- ABCD est un rectangle donc AB = DC = 3 cm

et BC = AD = 2 cm.

- Le demi-cercle a donc pour diamètre 2 cm.

Longueur du demi-cercle (en cm) : $(\pi \times 2) : 2 \approx 3{,}14 \approx 3{,}1$.

- Périmètre de la figure (en cm) : 3 + 2 + 3 + 3,1 = 11,1.

Entraîne-toi !

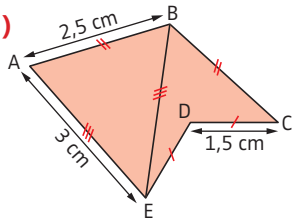
1 Calculer le périmètre de figures complexes

Calcule, si possible, le périmètre des figures colorées ci-dessous.

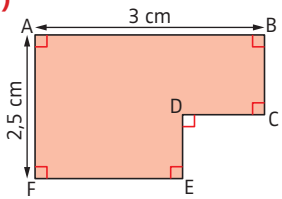
Tu donneras la valeur exacte ou la valeur approchée à 0,1 cm près.

Conseil
Reporte-toi à la fiche 6 pour la notion de valeur approchée.

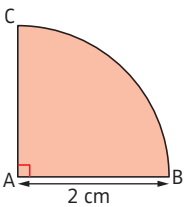
a)



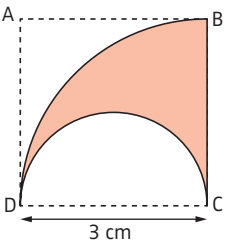
b)



c)



d)



ABCD est un carré.

2 Résoudre un problème

Une personne souhaite faire poser une clôture rigide autour de son terrain rectangulaire.
Ce terrain mesure 40 m sur 25 m.
Un portail de 350 cm de large est prévu.

Un maçon propose de réaliser les travaux aux prix suivants :

- portail, pose comprise : 750 € ;
- grillage, pose comprise : 40 € le mètre.

Quel sera le coût total de la pose du grillage et du portail ?

CORRIGÉS PAGE 281

58 Aire et unités d'aire

6e

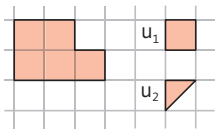
1 Mesure de l'aire d'une figure

DÉFINITION 1. Deux figures ont la même **aire** si elles peuvent se superposer, parfois après découpage et recollement.

Comme le découpage n'est pas toujours facile, on mesure ces aires pour les comparer. Pour cela, il faut choisir une **unité**.

DÉFINITION 2. Une surface-unité étant choisie, la **mesure de l'aire d'une figure** est le nombre de surfaces-unité nécessaires pour la recouvrir exactement.

EXEMPLE : Pour recouvrir cette surface, il faut 5 unités u_1. Donc avec cette unité, la mesure de cette aire est 5. En revanche, si on prend l'unité u_2, la mesure est 10.



Attention !

La mesure de l'aire d'une surface varie suivant l'unité choisie.

2 Unités conventionnelles d'aire

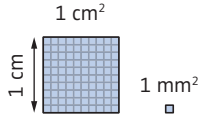
Comme unité d'aire, on utilise conventionnellement le **mètre carré**, noté m^2 (qui est l'aire d'un carré de 1 m de côté) et ses multiples et sous-multiples.

km^2		hm^2/ha		dam^2/a		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	

À noter

« ha » désigne l'hectare et « a » l'are. Ce sont des unités utilisées en agriculture et lors de ventes de terrains.

Un carré de 1 cm de côté contient 100 carrés de 1 mm de côté, car 1 cm = 10 mm. Donc $1\ cm^2 = 100\ mm^2$.



De même, $1\ m^2 = 100\ dm^2$. C'est pour cela que, dans le tableau de conversion d'unités d'aire, il y a **deux colonnes par unité**.

Les méthodes

Convertir des unités d'aire

EXEMPLES : Compléter : 3,4 m^2 = ... cm^2 ; 65 700 mm^2 = ... cm^2.

MÉTHODE 1. Utiliser les formules liant les unités

- On sait que 1 m^2 = 10 000 cm^2, donc on multiplie le nombre de m^2 par 10 000, donc 3,4 m^2 = 34 000 cm^2.
- On sait que 1 cm^2 = 100 mm^2, donc on divise le nombre de mm^2 par 100, donc 65 700 mm^2 = 657 cm^2.

Pour la multiplication et la division par 10, 100 ou 1 000, voir fiche 5.

MÉTHODE 2. Utiliser le tableau de conversion

On place le **chiffre des unités** du nombre à convertir dans la colonne correspondante à cette unité, puis les autres chiffres. On place la **virgule** à droite de la colonne la plus à droite correspondant à l'unité visée. Si nécessaire, on place des **zéros** dans les cases vides.

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	
							3	4	0	0	0,		
									6	5	7,	0	0

Entraîne-toi !

1 Convertir des unités d'aire

Complète les égalités :

3 400 m^2 = ... hm^2 0,045 m^2 = ... mm^2

38 500 dam^2 = ... hm^2 68 750 cm^2 = ... m^2 3,2 dam^2 = ... m^2

2 Résoudre un problème

Marc a en charge la vente de 4 terrains. Aide-le à les classer, par ordre décroissant, selon leur aire :

Terrain	(a)	(b)	(c)	(d)
Superficie	7,8 dam^2	320 m^2	48 a	0,56 ha

CORRIGÉS PAGE 281

59 Aire des figures usuelles

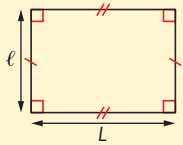
6e 5e

La méthode

Calculer l'aire de figures usuelles

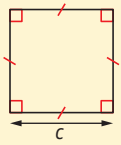
On applique les **formules** suivantes (on note $\mathcal{A}$ l'aire) :

Rectangle 6e



$\mathcal{A} = L \times \ell$

Carré 6e



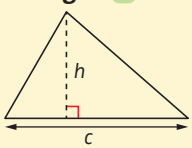
$\mathcal{A} = c \times c = c^2$

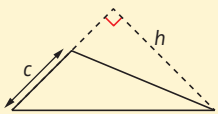
Disque 6e

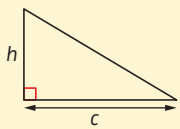


$\mathcal{A} = \pi \times r \times r = \pi \times r^2$

Triangle 6e

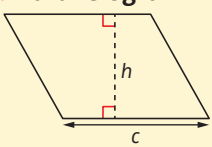


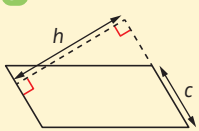




$\mathcal{A} = \dfrac{c \times h}{2}$

Parallélogramme 5e





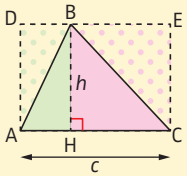
$\mathcal{A} = c \times h$



Il y a deux méthodes pour calculer l'aire d'un parallélogramme (car il a deux hauteurs), et trois méthodes pour calculer l'aire d'un triangle (car il a trois hauteurs).

Voici les **justifications** de deux formules d'aire :

Aire du triangle 6e



Aire (ABH) = Aire (ABD)

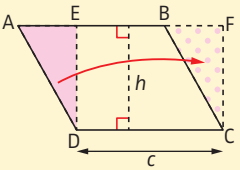
Aire (BHC) = Aire (BCE)

donc Aire (ABC) = Aire (ABD) + Aire (BCE)

Aire (ABC) = Aire (rectangle ADEC) : 2

$$\text{Aire (ABC)} = \frac{c \times h}{2}$$

Aire du parallélogramme 5e



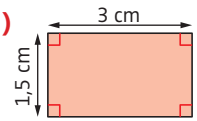
Aire (parallélogramme ABCD)
= Aire (rectangle EFCD) = $c \times h$

Entraîne-toi !

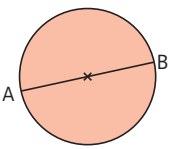
Calculer l'aire de figures usuelles

Calcule l'aire des figures ci-dessous en utilisant les informations données. Pour le disque, tu donneras une valeur approchée à 0,01 cm² près.

6e a)

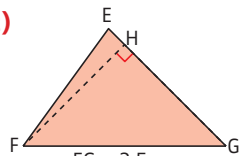


6e b)



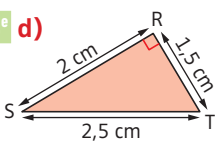
AB = 3 cm

6e c)

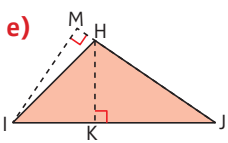


EG = 3,5 cm
FG = 4 cm
FH = 2,5 cm

6e d)

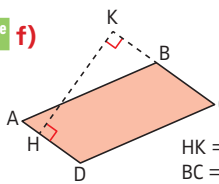


6e e)



IJ = 5 cm
HJ = 3,5 cm
IM = 2,3 cm

5e f)



HK = 2,2 cm
BC = 2 cm
DC = 3 cm

ABCD est un parallélogramme.

CORRIGÉS PAGE 282

60 Aire de figures complexes

6e 5e

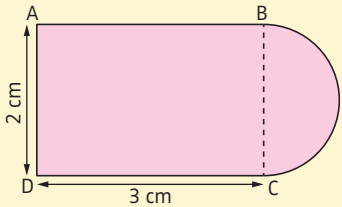
Les méthodes

Calculer l'aire de figures complexes

MÉTHODE 1. Additionner des aires

EXEMPLE :

Calculer une valeur approchée à 0,1 cm² près de l'aire de la figure colorée ci-dessous, sachant que ABCD est un rectangle et que l'arc $\overset{\frown}{BC}$ est un demi-cercle de diamètre [BC].



$\mathscr{A}$ = Aire (ABCD) + Aire (demi-disque).

On note $\mathscr{A}$ l'aire de la figure considérée.

Aire (ABCD) = 2 cm × 3 cm = 6 cm².

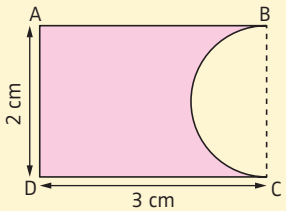
BC = AD = 2 cm, donc le demi-cercle a pour rayon 2 cm : 2 = 1 cm.
Donc en cm², Aire (demi-disque) = $(\pi \times 1^2) : 2 \approx 1{,}6$.

Donc $\mathscr{A} \approx 6 \text{ cm}^2 + 1{,}6 \text{ cm}^2 = 7{,}6 \text{ cm}^2$.

MÉTHODE 2. Soustraire des aires

EXEMPLE :

Calculer une valeur approchée à 0,1 cm² près de l'aire de la figure colorée ci-contre, sachant que ABCD est un rectangle et que l'arc $\overset{\frown}{BC}$ est un demi-cercle de diamètre [BC].



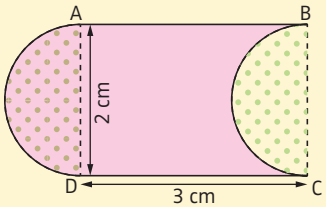
$\mathscr{A}$ = Aire (ABCD) – Aire (demi-disque).

Aire (ABCD) = 6 cm² et Aire (demi-disque) ≈ 1,6 cm².

Donc $\mathscr{A} \approx 6 \text{ cm}^2 - 1{,}6 \text{ cm}^2 = 4{,}4 \text{ cm}^2$.

MÉTHODE 3. Déplacer des parties de la figure

EXEMPLE : Calculer l'aire de la figure colorée ci-contre sachant que ABCD est un rectangle et que les arcs $\overset{\frown}{AD}$ et $\overset{\frown}{BC}$ sont des demi-cercles de diamètre 2 cm.



On **déplace** le demi-disque extérieur au rectangle, de manière à obtenir le rectangle entier, qui a donc la même aire que la figure colorée.

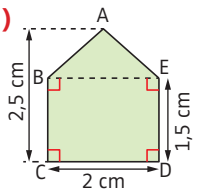
Donc $\mathcal{A}$ = Aire (ABCD) = 2 cm × 3 cm = 6 cm².

Entraîne-toi !

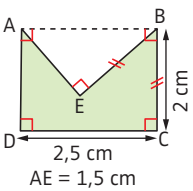
Calculer l'aire de figures complexes

Calcule, si possible, l'aire des figures colorée ci-dessous, en utilisant les informations données. Tu donneras une valeur exacte ou une valeur approchée à 0,01 cm² près.

6e **a)**

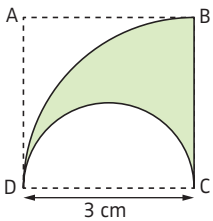


6e **b)**



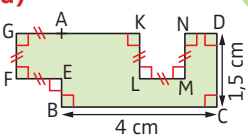
AE = 1,5 cm

6e **c)**

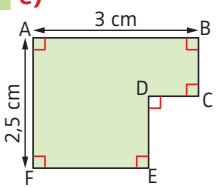


ABCD est un carré.

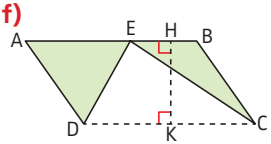
6e **d)**



6e **e)**



5e **f)**



ABCD est un parallélogramme.
AB = 3,3 cm HK = 1,5 cm

CORRIGÉS PAGE 282

61 Durées 6e 5e



Les unités de durée

- Les **principales unités** de durée sont l'heure, la minute et la seconde : 1 min = 60 s 1 h = 60 min = 3 600 s
- D'**autres unités** de durée sont le jour, le mois, l'année, le siècle, le millénaire, le dixième de seconde...

Les méthodes

1 Convertir des unités de durée 6e 5e

On utilise les **égalités** précédentes.

EXEMPLES :

Convertir 12 547 s en heures, minutes et secondes 6e

On effectue la division euclidienne de 12 547 par 60 : on obtient des minutes ; puis la division euclidienne des minutes obtenues par 60 : on obtient des heures.

12 547	60		
−120	209	60	
547	−180	3	
−540	29	↑	heures
7	↑		
↑	minutes		
secondes			

Donc 12 457 s = 3 h 29 min 7 s.

Convertir 2 h 24 min en heures 5e

$1\text{ min} = \frac{1}{60}\text{ h}$, donc $2\text{ h }24\text{ min} = 2\text{ h} + \frac{24}{60}\text{ h} = 2\text{ h} + 0{,}4\text{ h} = 2{,}4\text{ h}$.

Convertir 3,2 h en heures et minutes 5e

3,2 h = 3 h + 0,2 h et 1 h = 60 min.

Donc 0,2 h = 0,2 × 60 min = 12 min et 3,2 h = 3 h 12 min.

2 Résoudre des problèmes avec des durées 5e

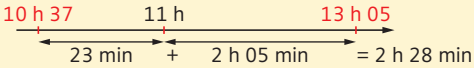
MÉTHODE 1. Effectuer l'opération en ligne

EXEMPLE : Il est 13 h 45. Quelle heure sera-t-il dans 47 min ?

13 h 45 min + 47 min = 13 h 92 min = 14 h 32 min.

MÉTHODE 2. Faire un schéma

EXEMPLE : Léa a commencé sa randonnée à 10 h 37 et elle arrive chez elle à 13 h 05. Trouver la durée de son parcours.



Donc Léa a mis 2 h 28 min pour faire sa randonnée.

MÉTHODE 3. Poser l'opération

EXEMPLE : Le trajet de Léo dure 1 h 35. Il est arrivé à 15 h 17. Trouver son heure de départ.

On pose la soustraction comme ci-contre.

Donc Léo est parti à 13 h 42.

	14	h	77
	~~15~~	h	~~17~~
–	1	h	35
	13	h	42

Tu ne peux pas soustraire 35 min à 17 min : tu dois donc prendre 1 h à 15 h et la transformer en 60 min. On obtient 14 h 77 min.

Entraîne-toi !

1 Convertir des unités de durée

Effectue les conversions suivantes :

6e **a)** 45 256 s = ... h ... min ... s 2 h 25 min 12 s = ... s

5e **b)** 5 h 18 min = ... h 4,6 h = ... h ... min

5e 2 Résoudre des problèmes avec des durées

a) Adam met 1 h 15 min pour tondre sa pelouse.
Il commence à 13 h 47.
À quelle heure terminera-t-il ?

b) La séance de cinéma dure 1 h 47 min. Elle se termine à 17 h 18.
À quelle heure a-t-elle commencé ?

c) Alice a commencé à faire la queue à 13 h 42.
Elle a eu son billet à 15 h 35.
Pendant combien de temps a-t-elle fait la queue ?

CORRIGÉS PAGES 282-283

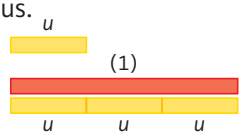
Mesurer des longueurs

Autrefois, les unités de mesure de longueur variaient d'un pays à l'autre. Aujourd'hui, dans le monde entier, on utilise conventionnellement le mètre, et ses multiples et sous-multiples.

Comment comparer les longueurs de deux objets ?

Pour comparer les longueurs de deux baguettes en bois, il suffit de les mettre côte à côte en faisant coïncider l'une de leurs extrémités. Si on ne peut pas déplacer ces objets, il faut choisir une baguette unité ; puis déterminer le **nombre d'unités** à mettre bout à bout pour avoir une baguette de même longueur que chaque baguette mesurée ; enfin, comparer les nombres obtenus.

EXEMPLE :
Si on prend comme unité la baguette *u* ci-contre, alors la baguette (1) mesure 3.



Pourquoi a-t-on introduit le mètre ?

Sous l'Ancien Régime, le système de mesure de longueur présentait **deux inconvénients** majeurs :

- Il n'était **pas unique**. La grande variété d'unités de longueur handicapait le commerce et le développement des sciences.

EXEMPLE : Une unité servait à mesurer les distances terrestres (la perche), une autre à mesurer les longueurs de tissus (l'aune), etc.

- Les correspondances entre les différentes unités n'étaient **pas régulières**, ce qui compliquait les calculs.

EXEMPLE : La toise valait 6 pieds, mais le pied valait 12 pouces.

Pendant la Révolution française, pour pallier ces deux inconvénients, naît l'idée de définir des unités universelles de mesure de longueur, de masse, de volume...
C'est le **système métrique décimal**, institué en 1795.

- La **première définition du mètre en 1791**, fixée par l'Académie des sciences, est la « dix-millionième partie d'un quart de méridien terrestre ».
Deux astronomes, Delambre et Méchain, sont chargés de mesurer avec précision la longueur d'un quart de méridien. Pour cela, ils vont arpenter pendant sept années le méridien de Paris entre Barcelone et Dunkerque.





- À partir de la mesure de Delambre et Méchain, on fabrique, en 1799, un **mètre étalon** en platine (photo du haut), puis 16 mètres étalons en marbre. Ces derniers sont exposés dans les rues de Paris, dont la rue Vaugirard (photo du bas), afin de familiariser le public avec la nouvelle unité de longueur.
- Un mètre est **défini depuis 1983** comme la « longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de $\frac{1}{299\,792\,458}$ de seconde ».

À toi de jouer !

Convertir et additionner des unités anciennes

6e

En utilisant les informations du texte de la page précédente :

a) Convertis en toises, pieds et pouces 3 267 pouces.
Tu donneras le minimum de pouces et de pieds.

b) Additionne 12 toises 5 pieds 11 pouces et 5 toises 4 pieds 10 pouces. Tu donneras le minimum de pouces et de pieds.

CORRIGÉS PAGE 283

62 Généralités sur les volumes et les contenances

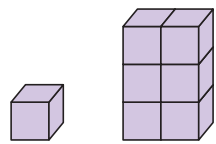
6e

1 Volumes

DÉFINITION 1. Le **volume d'un solide** est la place qu'il occupe.

DÉFINITION 2. Un volume-unité étant choisi, la **mesure du volume d'un solide** est le nombre de volumes-unité nécessaires pour reconstituer ce volume.

EXEMPLE :
Si on prend comme unité un cube, le volume du solide ci-contre est 6.


1 unité

Comme unités de volume, on utilise conventionnellement le **mètre cube**, noté m^3 (qui est le volume d'un cube de 1 m de côté), et ses sous-multiples : dm^3, cm^3 et mm^3.

$1\ m^3 = 1\,000\ dm^3$ $1\ dm^3 = 1\,000\ cm^3$ $1\ cm^3 = 1\,000\ mm^3$

2 Contenances

DÉFINITION 3. La **contenance** est la quantité de liquide que peut contenir un solide.

Comme unités de contenance, on utilise conventionnellement le **litre** (noté L) ; ses multiples : décalitre (daL), hectolitre (hL) ; ses sous-multiples : décilitre (dL), centilitre (cL) millilitre (mL).

Les **unités de volume et de contenance** sont liées :

$1\ L = 1\ dm^3$ $1\ m^3 = 1\,000\ L$

On a le **tableau de conversion** suivant :

m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
			hL	daL	L	dL	cL	mL			

Attention!
Il y a 3 colonnes par unité pour les unités de volume, alors qu'il n'y en a qu'une seule pour celles de contenance.

Les méthodes

1 Convertir des unités de volume

EXEMPLES : Compléter : 3,5 m^3 = ... dm^3 ; 5 200 mm^3 = ... cm^3.

MÉTHODE 1. Utiliser les formules liant les unités

- 1 m^3 = 1 000 dm^3 donc 3,5 m^3 = 3,5 × 1 000 dm^3 = 3 500 dm^3.
- 1 cm^3 = 1 000 mm^3 donc 5 200 mm^3 = 5,2 cm^3.

MÉTHODE 2. Utiliser le tableau de conversion

On place le **chiffre des unités** du nombre à convertir dans la colonne correspondant à cette unité, puis les autres chiffres. On place la **virgule** à droite de la colonne la plus à droite correspondant à l'unité visée. Si nécessaire, on place des **zéros** dans les cases vides.

m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
		3	5	0	0,						
								5,	2	0	0

2 Passer des unités de volume aux unités de contenance (et inversement)

EXEMPLE : Convertir 12,5 dL en cm^3.

MÉTHODE 1. Utiliser les formules liant les unités

1 L = 1 dm^3 donc 12,5 dL = 1,25 L = 1,25 dm^3 = 1 250 cm^3.

MÉTHODE 2. Utiliser le tableau de conversion (voir corrigés)

Entraîne-toi !

Convertir des unités de volume et de contenance

Complète les égalités : 1 250 000 mm^3 = ... dm^3

25,3 m^3 = ... cm^3 3,5 L = ... hL 25,1 dL = ... mL

45,2 m^3 = ... L 0,057 hL = ... cm^3 2,7 m^3 = ... hL

CORRIGÉS PAGE 283

63 Volume d'un cube, d'un pavé droit, d'un prisme droit, d'un cylindre

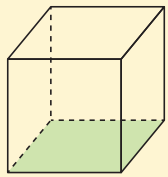
6e 5e

La méthode

Calculer le volume d'un cube, d'un pavé droit, d'un prisme droit ou d'un cylindre

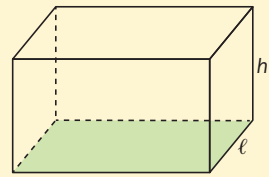
On applique les **formules** ci-dessous (on note $\mathcal{V}$ le volume) :

Cube 6e



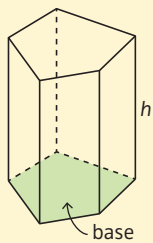
$\mathcal{V} = c \times c \times c = c^3$

Pavé droit 6e



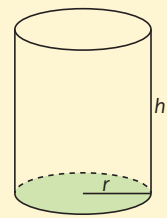
$\mathcal{V} = L \times \ell \times h$

Prisme droit 5e



$\mathcal{V}$ = Aire de la base $\times h$

Cylindre 5e



r est le rayon du disque.

$\mathcal{V} = \pi \times r \times r \times h = \pi \times r^2 \times h$

Pour tous ces solides, la formule est toujours : **Aire de la base $\times$ h.**
- Dans le cas du cube, l'aire de la base carrée est $c \times c$.
- Dans le cas du pavé droit, l'aire de la base rectangulaire est $L \times \ell$.
- Dans le cas du cylindre, l'aire de la base circulaire est $\pi \times r^2$.

Entraîne-toi !

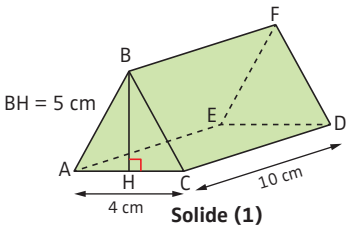
1 Calculer le volume d'un cube, d'un pavé droit, d'un prisme droit ou d'un cylindre

Pour toutes les questions de cet exercice, tu donneras soit la valeur exacte, soit une valeur approchée au dixième de cm^3 près.

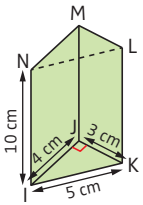
6e **a)** Calcule le volume d'un cube de 4 cm de côté.

6e **b)** Calcule le volume d'un pavé droit de longueur 7,5 dm, de largeur 8 dm et de hauteur 32 cm.

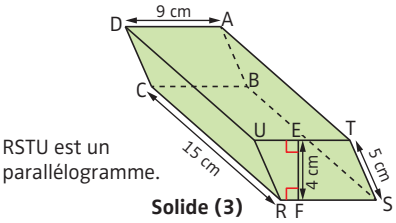
5e **c)** Calcule le volume des trois prismes droits et du cylindre représentés ci-dessous :



Solide (1)

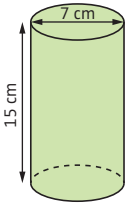


Solide (2)



RSTU est un parallélogramme.

Solide (3)



Solide (4)

2 Résoudre un problème

6e **a)** Détermine la largeur d'un pavé droit de longueur 24 cm, de hauteur 6 cm et dont le volume est égal à 1 224 cm^3.

5e **b)** Détermine la hauteur d'un cylindre de rayon 27 dm et dont le volume est égal à 146 m^3. Tu donneras une valeur approchée au dixième de mètre près.

CORRIGÉS PAGES 283-284

64 Volume d'une pyramide, d'un cône, d'une boule

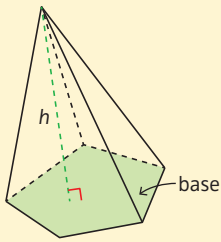
4e 3e

La méthode

Calculer le volume d'une pyramide, d'un cône ou d'une boule

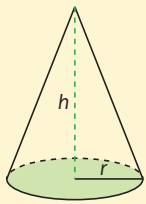
On applique les **formules** ci-dessous :

Pyramide 4e



$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \text{Aire de la base} \times h$$

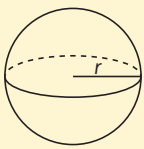
Cône 4e



r est le rayon du disque.

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$$

Boule 3e



r est le rayon de la boule.

$$\mathcal{V} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$

Les formules donnant le volume d'une pyramide ou d'un cône sont les mêmes : $\frac{1}{3} \times$ **Aire de la base** $\times$ h.

Mais comme dans un cône la base est toujours un disque, l'aire de la base sera toujours égale à $\pi \times r^2$.



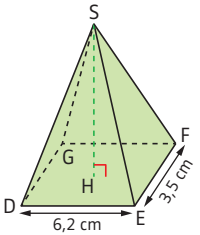
Jeu de boules lyonnaises.

Entraîne-toi !

1 Calculer le volume d'une pyramide, d'un cône ou d'une boule

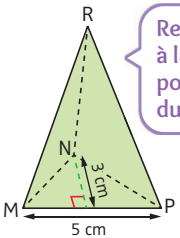
Pour toutes les questions de cet exercice, tu donneras soit la valeur exacte, soit une valeur approchée au centième de cm³ près.

4e **a)** Calcule le volume des pyramides et du cône ci-dessous :



DEFG est un rectangle.
SH = 7,2 cm

Solide (1)

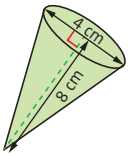


La hauteur de ce tétraèdre est égale à 9,5 cm.

Solide (2)

Conseil

Reporte-toi à la fiche 103 pour la définition du tétraèdre.



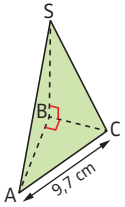
Solide (3)

3e **b)** Calcule le volume d'une boule de diamètre 9 cm.

3e **c)** Calcule le volume d'une demi-boule de rayon 4,7 cm.

2 Résoudre des problèmes

4e **a)** Détermine le volume du tétraèdre ci-dessous :



SB = 11 cm
BC = 6,5 cm

4e **b)** Détermine la hauteur d'une pyramide de volume 42 cm³ et dont la base est un carré de 6 cm de côté.

3e **c)** Détermine le rayon d'un cône de hauteur 9 m et de volume 27 m³. Tu donneras une valeur approchée au dixième de m près.

CORRIGÉS PAGES 284-285

65 Volume de solides complexes

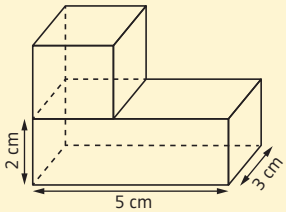
6e 5e 3e

Les méthodes

Calculer le volume de solides complexes

MÉTHODE 1. Additionner des volumes de solides usuels

EXEMPLE : Calculer le volume $\mathcal{V}$ du solide ci-contre composé d'un pavé droit et d'un cube.



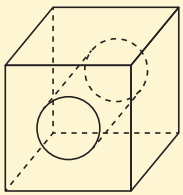
$\mathcal{V}$ = V (pavé droit) + V (cube)

En cm³ : $\mathcal{V} = 5 \times 3 \times 2 + 3 \times 3 \times 3 = 57$.

MÉTHODE 2. Soustraire des volumes de solides usuels

EXEMPLE : Calculer le volume $\mathcal{V}$ de la pièce métallique ci-dessous, composée d'un cube d'arête 6 cm, percé d'un cylindre de 1,5 cm de rayon (donner une valeur approchée au dixième de cm³ près).

Le cylindre a pour hauteur la longueur d'une arête du cube, c'est-à-dire 6 cm.



$\mathcal{V}$ = V (cube) – V (cylindre)

En cm³ : $\mathcal{V} = 6 \times 6 \times 6 - \pi \times 1{,}5 \times 1{,}5 \times 6$

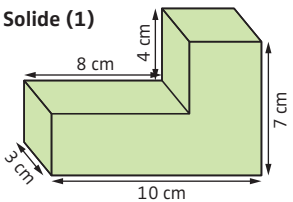
$\mathcal{V} \approx 173{,}6$ cm³.

Entraîne-toi !

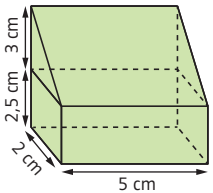
Calculer le volume de solides complexes

a) Calcule le volume $\mathcal{V}$ des deux solides ci-dessous :

6e **Solide (1)**



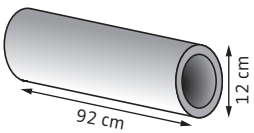
5e **Solide (2)**



5e **b)** Calcule le volume $\mathcal{V}$ de la borne kilométrique ci-dessous, composée d'un pavé droit surmonté d'un demi-cylindre. Tu donneras une valeur approchée au cm³ près.

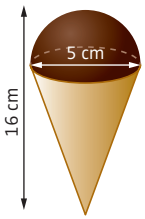


5e **c)** Une pièce métallique a la forme d'un cylindre creux de longueur 92 cm. Le diamètre extérieur est égal à 12 cm, et l'épaisseur est 1,5 cm. Calcule le volume $\mathcal{V}$ de ce solide. Tu donneras une valeur approchée au cm³ près.



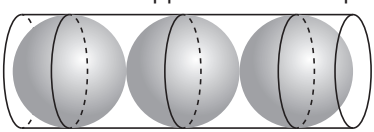
3e **d)** Un cornet de glace en forme de cône (de diamètre 5 cm) est entièrement rempli. Il est surmonté d'une demi-boule de glace de même rayon que la base du cône. La hauteur totale de ce cornet est 16 cm.

Calcule le volume total $\mathcal{V}$ de glace de ce cornet. Tu donneras une valeur approché au cm³ près.



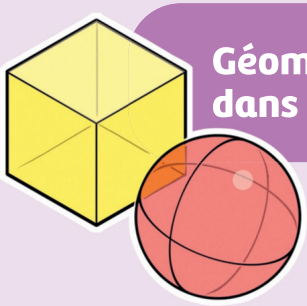
3e **e)** On range trois boules de pétanque identiques, de rayon 4,5 cm, dans un étui cylindrique de 27 cm de hauteur.

Calcule le volume inoccupé par les boules de pétanque dans cet étui. Tu donneras une valeur approchée au cm³ près.

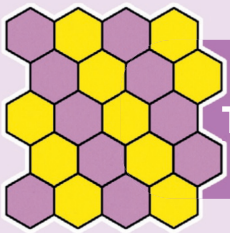


CORRIGÉS PAGE 285

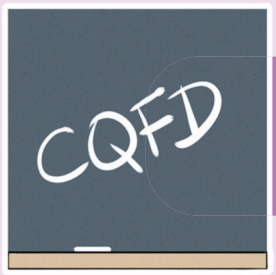
ESP ET GÉO



Géométrie dans l'espace p. 238



Transformations p. 222

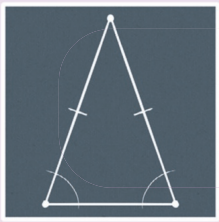


Démontrer avec la géométrie p. 214

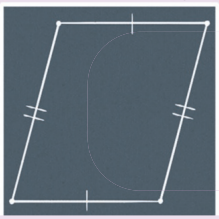
ACE MÉTRIE



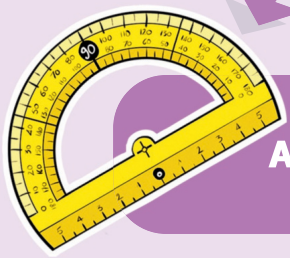
Géométrie plane (généralités) p. 158



Triangles p. 166



Quadrilatères p. 186



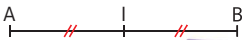
Angles p. 198

66 Vocabulaire et notations de géométrie

6e

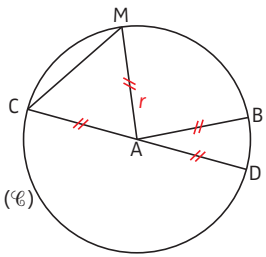
Milieu d'un segment, cercle

DÉFINITION 1. Dire qu'un point I est le **milieu** du segment [AB] signifie que A, I et B sont alignés **et** que AI = IB.



À noter
Les petits traits de codage indiquent que les segments ont la même longueur.

DÉFINITION 2. Soit A un point et r un nombre positif. Le **cercle** $(\mathscr{C})$ de centre A et de rayon r est l'ensemble des points situés à une distance r du point A.



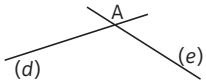
- A est le **centre** du cercle $(\mathscr{C})$.
- B est un **point** du cercle.
- [AB] est un **rayon**.
- [CD] est un **diamètre**.
- [CM] est une **corde**.
- r = 1,5 cm

la méthode

Utiliser convenablement le vocabulaire de géométrie

	Point	Droite	Segment
Dessin			
Notation	Point A	Droite (AB) ou (d)	Segment [AB]

Attention ! Ne confonds pas (AB) qui est une droite, [AB] qui est un segment et AB qui est la longueur de ce segment.

	Demi-droite	Points alignés	Droites sécantes
Dessin			
Notation	Demi-droite d'**origine** A passant par B, notée [AB).	A, B et C sont alignés.	(*d*) et (*e*) sont sécantes. A est leur **point d'intersection**.

Entraîne-toi !

Utiliser convenablement le vocabulaire de géométrie

a) A, B, F et E sont alignés.

Précise les phrases vraies ou fausses.



- F est un point de la droite (AB).
- A est un point du segment [BF].
- E est un point de la droite (AB).
- F est un point de la demi-droite [BA).

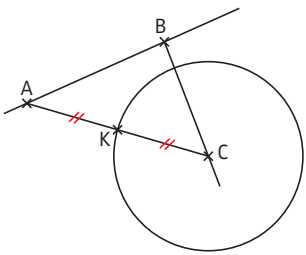
b) Place trois points P, R et S non alignés.

Trace la droite (PR), le segment [PS], la demi-droite [RS).

Place un point T aligné avec P et R, puis place le milieu I de [PS].

Trace le cercle de diamètre [PS].

c) Léane a déjà tracé les points A, B et C. Rédige un énoncé qui lui permette d'obtenir la figure ci-dessous :



CORRIGÉS PAGES 285-286

67 Droites perpendiculaires

6e

Vocabulaire

DÉFINITION. Deux droites **perpendiculaires** sont deux droites sécantes qui forment quatre angles droits.

EXEMPLE :

Les droites (d) et (e) sont perpendiculaires.
On note $(d) \perp (e)$.



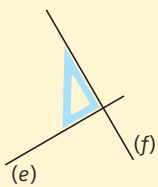
Les méthodes

1 Reconnaître que deux droites sont perpendiculaires

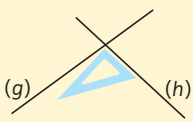
Pour reconnaître que deux droites sécantes sont perpendiculaires, il suffit de vérifier qu'elles forment **un angle droit** (en utilisant une équerre, par exemple) ; automatiquement, les trois autres angles sont droits.

EXEMPLES :

- Les droites (e) et (f) sont **perpendiculaires**.



- Les droites (g) et (h) ne sont **pas perpendiculaires**.

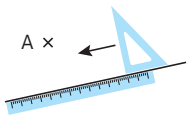
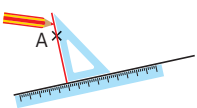
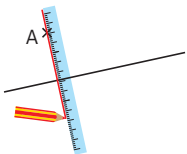




2 Construire une droite perpendiculaire à une autre droite, et passant par un point donné

EXEMPLE : Construire la droite perpendiculaire à la droite (d), et qui passe par le point A.



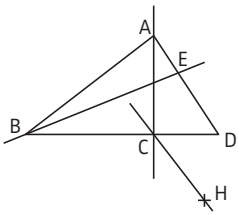
		
◗ **ÉTAPE 1.** On **place** un côté de l'angle droit de l'équerre sur la droite (on peut s'aider d'une règle).	◗ **ÉTAPE 2.** On **fait glisser** l'équerre jusqu'à ce que l'autre côté de l'angle droit arrive sur le point.	◗ **ÉTAPE 3.** On **trace** la droite en la prolongeant.

Entraîne-toi !

1 Reconnaître que deux droites sont perpendiculaires

Vrai ou faux ? Fais un pronostic à vue d'œil, puis vérifie-le avec des instruments.

- (AC) est perpendiculaire à (BD).
- (BE) et (AD) sont perpendiculaires.
- (CH) est perpendiculaire à (AB).



2 Construire des droites perpendiculaires

Trace un triangle TPR (les dimensions ne sont pas imposées, mais fais en sorte que le triangle ne soit pas trop petit).

Trace la droite perpendiculaire à (PR) qui passe par T, la droite perpendiculaire à (TR) qui passe par P, et la droite perpendiculaire à (TP) qui passe par R. Que remarques-tu ?

CORRIGÉS PAGE 286

68 Droites parallèles

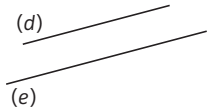
6e

Définition et propriétés

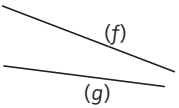
DÉFINITION. Deux **droites parallèles** sont deux droites qui ne sont pas sécantes (voir fiche 66).

EXEMPLES :

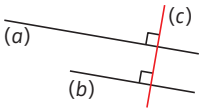
- Les droites (d) et (e) sont **parallèles**. On note $(d)//(e)$.



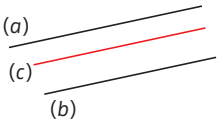
- Les droites (f) et (g) ne sont **pas parallèles**. Si on prolonge les traits, ils vont se couper.



PROPRIÉTÉ 1. Si deux droites sont perpendiculaires à une même 3e droite, alors elles sont **parallèles**.



PROPRIÉTÉ 2. Si deux droites sont parallèles à une même 3e droite, alors elles sont **parallèles**.



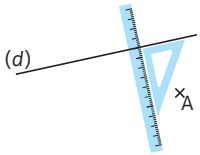


la méthode

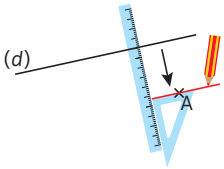
Construire une droite parallèle à une autre droite, et passant par un point donné

EXEMPLE : Tracer la droite parallèle à la droite (d) et qui passe par A.





◗ **ÉTAPE 1.** On **place** un côté de l'angle droit de l'équerre sur la droite. On place une règle contre l'autre côté de l'angle droit.



◗ **ÉTAPE 2.** On **fait glisser** l'équerre le long de la règle jusqu'à ce que l'on arrive au point. On trace la droite.

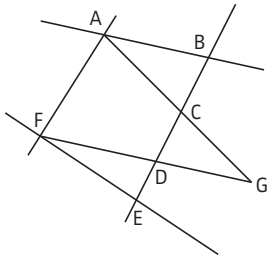
◗ On a utilisé la propriété 1
◗ Cette méthode sert aussi à vérifier si deux droites sont parallèles.

Entraîne-toi !

1 Reconnaître que deux droites sont parallèles

Vrai ou faux ? Fais un pronostic à vue d'œil, puis vérifie avec les instruments.

◗ (AB) est parallèle à (FG).
◗ (BE) et (AF) sont parallèles.
◗ (AG) est parallèle à (FE).



2 Construire des droites parallèles

Trace un triangle TPR (les dimensions ne sont pas imposées, mais fais en sorte que le triangle ne soit pas trop petit).

Place le point I milieu de [TP].

Trace la droite parallèle à (TR) qui passe par I. Elle coupe (PR) en J.

Trace la droite parallèle à (TP) qui passe par J. Elle coupe (TR) en K.

Trace la droite parallèle à (PR) qui passe par K. Elle coupe (TP) en L.

Que remarques-tu ?

CORRIGÉS PAGE 286

69 Médiatrice d'un segment

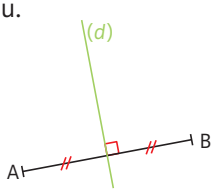
6e

Définition et propriétés

DÉFINITION. La **médiatrice d'un segment** est la droite perpendiculaire à ce segment et qui passe par son milieu.

À noter

La médiatrice d'un segment est donc un **axe de symétrie** de ce segment (voir fiche 99).

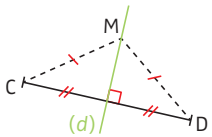


EXEMPLE : (*d*) est la médiatrice de [AB].

PROPRIÉTÉ. L'ensemble des points situés à la **même distance** des extrémités d'un segment est la médiatrice de ce segment.

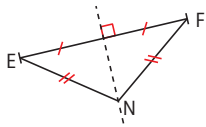
CONSÉQUENCE 1. Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est à égale distance des extrémités de ce segment.

EXEMPLE : M appartient à la médiatrice du segment [CD] donc MC = MD.



CONSÉQUENCE 2. Si un point est à égale distance des extrémités d'un segment, alors ce point appartient à la médiatrice de ce segment.

EXEMPLE : NE = NF donc N appartient à la médiatrice du segment [EF].



Les méthodes

1 Reconnaître la médiatrice d'un segment

MÉTHODE 1. On revient à la **définition** de la médiatrice d'un segment (droite perpendiculaire à ce segment et qui passe par son milieu).

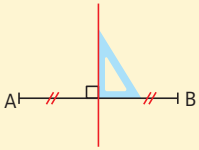
MÉTHODE 2. On trouve deux points à égale distance des extrémités d'un segment (utilisation de la **conséquence 2**).

2 Construire la médiatrice d'un segment

EXEMPLE : Construire la médiatrice du segment [AB].

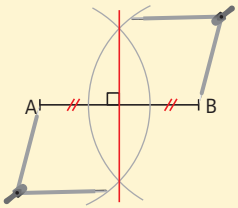
MÉTHODE 1. Avec l'équerre
(utilisation de la **définition**)

- On place le **milieu** du segment.
- On trace la **droite perpendiculaire** au segment passant par ce milieu.



MÉTHODE 2. Avec le compas
(utilisation de la **conséquence 2**)

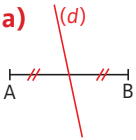
- On prend un écartement de compas plus grand que la moitié de la longueur du segment et on trace **deux arcs de cercle** : l'un de centre A et l'autre de centre B.
- On trace la **droite passant par les intersections** des deux arcs de cercle.

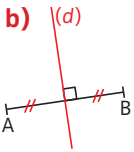


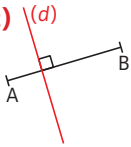
Entraîne-toi !

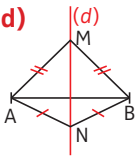
1 Reconnaître la médiatrice d'un segment

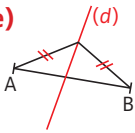
Dans chaque cas, (*d*) est-elle la médiatrice de [AB] ? Justifie.

a)


b)


c)


d)


e)


2 Construire la médiatrice d'un segment

Trace un triangle ABC quelconque.

En utilisant l'équerre, trace (en bleu) la médiatrice de [AB].

En utilisant le compas, trace (en vert) la médiatrice de [AC].

En utilisant la méthode de ton choix (équerre ou compas), trace (en rouge) la médiatrice de [BC]. Que remarques-tu ?

CORRIGÉS PAGE 287

70 Tracés de triangles et inégalité triangulaire 6e 5e

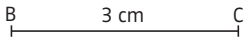
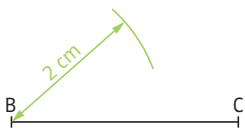
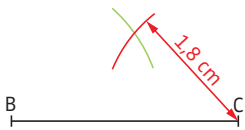
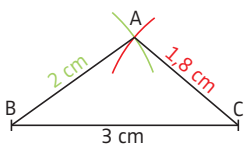
Inégalité triangulaire 5e

PROPRIÉTÉ. Dans un triangle, la longueur d'un côté est toujours **strictement inférieure** à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Les méthodes

1 Tracer un triangle connaissant la longueur de ses trois côtés 6e

EXEMPLE : Tracer le triangle ABC tel que AB = 2 cm ; AC = 1,8 cm et BC = 3 cm.

Étapes	Solution
1 On trace **l'un des côtés** du triangle (en général le plus grand).	1 
2 On trace **un arc de cercle** dont le centre est l'une des extrémités du côté déjà tracé, et dont le rayon est la longueur de l'un des deux autres côtés.	2 
3 On renouvelle l'étape 2 avec le 3e côté. L'une des intersections des **deux arcs de cercle** est le 3e sommet.	3 
4 On trace le **triangle**.	4 

2 Savoir si un triangle existe connaissant la longueur de ses trois côtés 5e

EXEMPLE : Le triangle DEF tel que DE = 5 cm ; DF = 12 cm et EF = 9 cm existe-t-il ?

Étapes	Solution
1 On **repère** la longueur du plus grand côté.	1 12 cm est la longueur du plus grand côté.
2 On **additionne** les longueurs des deux autres côtés.	2 5 cm + 9 cm = 14 cm.
3 On **conclut**. Si la longueur du plus grand côté est strictement inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés, alors le triangle existe ; sinon, il n'existe pas.	3 $12 < 14$ Donc le triangle DEF existe.

Entraîne-toi !

6e

1 Tracer un triangle connaissant la longueur de ses trois côtés

a) Trace le triangle DEF tel que :

DE = 3,5 cm ; DF = 4,5 cm et EF = 5 cm.

b) Trace le triangle IJK tel que :

IJ = 4,7 cm ; IK = 2,2 cm et KJ = 3,2 cm.

5e

2 Savoir si un triangle existe, connaissant la longueur de ses trois côtés

Dans chaque cas, explique en justifiant si le triangle KLM existe :

a) KL = 8,2 cm ; LM = 12,9 cm et KM = 3,7 cm ;

b) KL = 15 cm ; LM = 8 cm et KM = 10 cm ;

c) KL = 4,1 cm ; LM = 5,3 cm et KM = 9,4 cm.

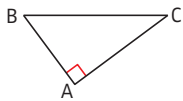
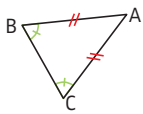
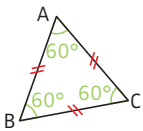
CORRIGÉS PAGE 287

71 Triangles particuliers

6e

Triangles rectangle, isocèle, équilatéral

DÉFINITIONS.

Triangle rectangle	Triangle isocèle	Triangle équilatéral
Un triangle rectangle est un triangle qui a un **angle droit**.	Un triangle isocèle est un triangle qui a **deux côtés de même longueur**.	Un triangle équilatéral est un triangle qui a **trois côtés de même longueur**.
Le triangle ABC est rectangle en A. 	Le triangle ABC est isocèle en A. 	Le triangle ABC est équilatéral. 
Un triangle rectangle a un **angle de 90°**.	Un triangle isocèle a **deux angles de même mesure**.	Un triangle équilatéral a **trois angles égaux à 60°**.

À noter

Un triangle **quelconque** est un triangle qui n'est ni rectangle, ni isocèle, ni équilatéral.

Les méthodes

1 Reconnaître des triangles particuliers

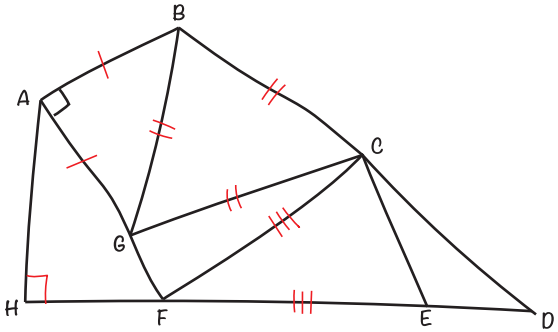
On se réfère aux **définitions** ci-dessus.

2 Construire des triangles particuliers

On se réfère aux **définitions** ci-dessus et à la **méthode** de construction d'un triangle (voir fiche 70).

Entraîne-toi !

1 Reconnaître des triangles particuliers



En utilisant les codages portés sur le dessin à main levée ci-dessus et en justifiant tes réponses :

a) nomme le (ou les) triangle(s) rectangle(s) tracé(s) ;

b) nomme le (ou les) triangle(s) isocèle(s) tracé(s) ;

c) nomme le (ou les) triangle(s) équilatéral(aux) tracé(s) ;

d) nomme le (ou les) triangle(s) quelconque(s) tracé(s).

2 Construire des triangles particuliers

Construis les quatre triangles suivants (une fois chaque triangle tracé, code les angles droits, les angles de même mesure et les côtés de même longueur) :

a) triangle DEF rectangle en D,
tel que DE = 3 cm et DF = 3,5 cm ;

b) triangle ABC rectangle en B,
tel que AB = 2 cm et AC = 3 cm ;

c) triangle ABC isocèle en A,
tel que AB = 3 cm et BC = 2 cm ;

d) triangle équilatéral EFG,
tel que EF = 3 cm.

Conseil

Avant de construire le triangle, fais un dessin à main levée en codant les informations de l'énoncé pour déterminer les étapes de construction.

CORRIGÉS PAGE 288

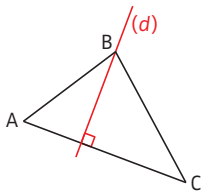
72 Hauteurs d'un triangle

6e 5e

Définition et vocabulaire

DÉFINITION. Dans un triangle, la **hauteur issue d'un sommet** est la droite qui passe par ce sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

EXEMPLE :



- (d) est la **hauteur** issue de B du triangle ABC.

À noter

On dit aussi que (d) est la hauteur **relative au côté** [AC].

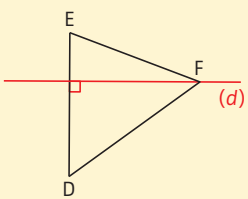
- [AC] est « en face » de B ; on dit que [AC] est le **côté opposé** à B.

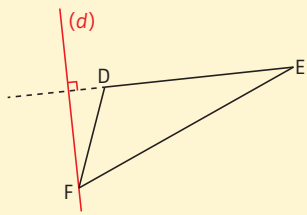
Les méthodes

1 Reconnaître une hauteur dans un triangle 6e

On revient à la **définition** de la hauteur d'un triangle : c'est une droite qui doit passer par un sommet et être perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

EXEMPLES :





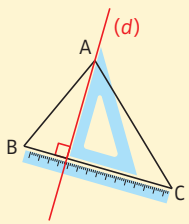
Dans les deux cas, (d) passe par le sommet F et est perpendiculaire au côté opposé à F (qui est [DE]). Donc (d) est la hauteur issue de F (ou relative au côté [DE]) du triangle DEF.

2 Tracer une hauteur issue d'un sommet dans un triangle 5e

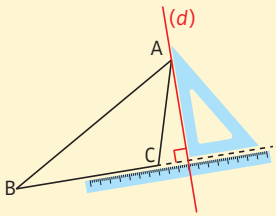
On place l'**équerre** sur le côté opposé à ce sommet, on la fait glisser le long de ce côté jusqu'à ce sommet, puis on trace la droite. Pour s'aider, on peut placer une règle sur le côté opposé.

EXEMPLES : Tracer la hauteur issue de A dans le triangle ABC.

CAS 1.



CAS 2.



Attention ! Tu dois parfois prolonger le côté du triangle, lorsque celui-ci possède un angle obtus (cas 2) : la hauteur est alors à l'extérieur du triangle.

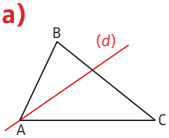
Entraîne-toi !

6e

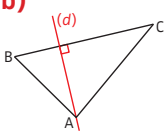
1 Reconnaître une hauteur dans un triangle

Dans chacun des cas suivants, la droite (*d*) est-elle la hauteur issue de A du triangle ABC ? Justifie tes réponses.

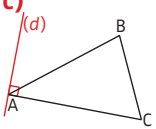
a)



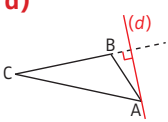
b)



c)



d)



5e

2 Tracer une hauteur dans un triangle

Trace un triangle ABC tel que :

AB = 3,4 cm ; AC = 2,1 cm et BC = 4,8 cm.

Trace en bleu la hauteur issue de A, en vert la hauteur issue de B et en rouge la hauteur issue de C du triangle ABC.

CORRIGÉS PAGE 289

73 Cas d'égalité des triangles

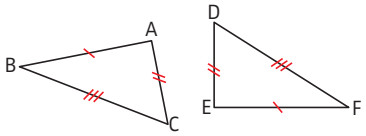
4e

Triangles égaux

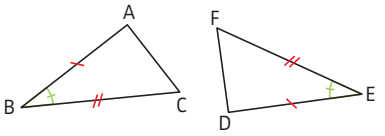
DÉFINITION. On dit que deux triangles sont **égaux** s'ils sont superposables. Cela signifie qu'ils ont des côtés deux à deux de même longueur, et des angles deux à deux de même mesure.

PROPRIÉTÉS. Si deux triangles vérifient l'une des **trois propriétés** suivantes, alors ils sont égaux.

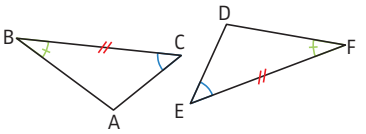
PROPRIÉTÉ 1 (P1).
Ils ont leurs **trois côtés** deux à deux de même longueur.



PROPRIÉTÉ 2 (P2).
Ils ont **un angle** de même mesure compris entre **deux côtés** deux à deux de même longueur.



PROPRIÉTÉ 3 (P3).
Ils ont **un côté** de même longueur et des **angles adjacents** à ce côté deux à deux de même mesure.



À noter

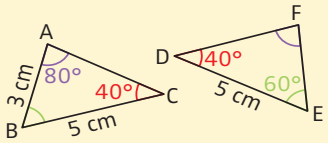
Ces propriétés sont appelées « cas d'égalité des triangles ». Elles permettent de démontrer que des angles sont de même mesure et que des longueurs sont égales.

la méthode

Démontrer que deux triangles sont égaux et en tirer des conséquences

Pour cela, on utilise l'**un des cas d'égalité des triangles** (propriété P1, P2 ou P3). Le choix de la propriété utilisée se fait en fonction des données et des conséquences que l'on peut en tirer.

EXEMPLE : Démontrer que ces deux triangles sont égaux, puis en déduire la longueur EF.



On pense à utiliser P3, car on a BC = ED et on connaît des angles ; mais il nous manque la mesure de $\widehat{ABC}$.

Dans le triangle ABC, on a :
$\widehat{ABC} = 180° - (80° + 40°) = 60°$.

La somme des angles d'un triangle est toujours égale à 180° (voir fiche 89).

Donc les triangles ABC et DEF ont un côté de même longueur (BC = DE) et des angles adjacents à ce côté deux à deux de même mesure ($\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ et $\widehat{ACB} = \widehat{EDF}$).

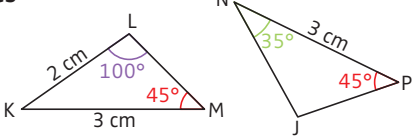
Donc d'après P3, ils sont égaux.

Conséquence : on peut en déduire que EF = AB = 3 cm.

Entraîne-toi !

Démontrer que deux triangles sont égaux et en tirer des conséquences

a) ◗ Démontre que les triangles LKM et NJP ci-contre sont égaux.



◗ Détermine NJ.

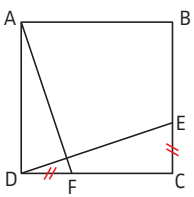
b) Démontre que les triangles ABC et DEF sont égaux sachant que :

◗ ABC est un triangle rectangle en A tel que : AB = 3 cm et AC = 4 cm.

◗ DEF est un triangle tel que : ED = 3 cm ; EF = 5 cm et DF = 4 cm.

c) ◗ ABCD ci-contre est un carré.

Démontre que les triangles ADF et EDC sont égaux.



◗ Que peux-tu dire de AF et DE ?

CORRIGÉS PAGE 289

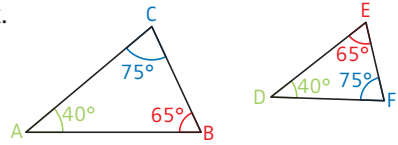
74 Triangles semblables : définition et reconnaissance

3e

Triangles semblables

DÉFINITION. Deux triangles semblables sont des triangles dont les **angles** sont deux à deux égaux.

EXEMPLE :
ABC et DEF sont semblables.



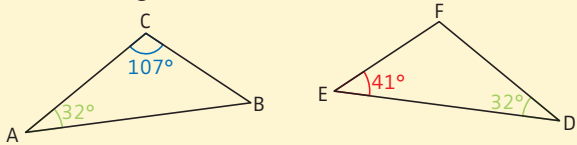
PROPRIÉTÉ CARACTÉRISTIQUE.
Deux triangles semblables sont deux triangles dont les **longueurs des côtés** sont deux à deux proportionnelles.

La méthode

Déterminer si deux triangles sont semblables (ou non)

MÉTHODE 1. En utilisant les angles (définition)

EXEMPLE : Les triangles ABC et DEF sont-ils semblables ?

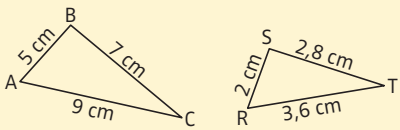


La somme des angles d'un triangle est égale à 180°, donc dans le triangle ABC : $\widehat{ABC} = 180° - (32° + 107°) = 41°$.

Les triangles ABC et DEF ont deux couples d'angles de même mesure ($\widehat{ABC} = \widehat{FED}$ et $\widehat{CAB} = \widehat{FDE}$). Cela suffit à prouver qu'ils sont semblables, puisque la somme des angles d'un triangle est égale à 180°.

MÉTHODE 2. En utilisant la proportionnalité des côtés

EXEMPLE : Les triangles ABC et RST sont-ils semblables ?



Étapes	Solution
1 On calcule le **quotient des longueurs des plus grands côtés**.	1 $\frac{AC}{RT} = \frac{9}{3,6} = 2,5.$
2 On calcule le **quotient des longueurs des plus petits côtés**.	2 $\frac{AB}{RS} = \frac{5}{2} = 2,5.$
3 On calcule le **quotient des longueurs des deux derniers côtés**.	3 $\frac{BC}{ST} = \frac{7}{2,8} = 2,5.$
4 ◗ Si les quotients sont **égaux**, on conclut que les triangles sont semblables (car leurs côtés sont deux à deux proportionnels). ◗ Si les quotients ne sont **pas égaux**, on conclut que les triangles ne sont pas semblables.	4 $\frac{AC}{RT} = \frac{AB}{RS} = \frac{BC}{ST}$. Les triangles ABC et RST sont semblables.

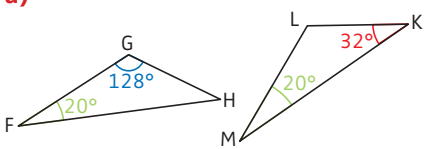
Attention ! Choisis toujours le même triangle pour les longueurs au numérateur (respectivement au dénominateur).

Entraîne-toi !

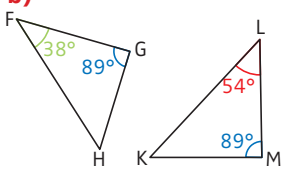
Déterminer si deux triangles sont semblables (ou non)

Dans chacun des cas suivants, les triangles FGH et KLM sont-ils semblables ? Justifie tes réponses.

a)



b)



c) ◗ Triangle FGH tel que FG = 2 cm ; FH = 3,2 cm et GH = 4,8 cm ;
◗ triangle KLM tel que KM = 8 cm ; LK = 12 cm et LM = 5 cm.

d) ◗ Triangle FGH tel que FH = 5,4 cm ; FG = 3,9 cm et GH = 6 cm ;
◗ triangle KLM tel que KM = 4,5 cm ; LM = 5 cm et LK = 3 cm.

CORRIGÉS PAGES 289-290

75 Triangles semblables : calculer une longueur

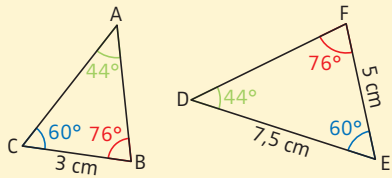
3e

La méthode

Calculer une longueur en utilisant les triangles semblables

PROPRIÉTÉ. Si deux triangles sont semblables alors les longueurs de leurs côtés sont deux à deux **proportionnelles**.

EXEMPLE : En utilisant les triangles ci-contre, calculer la longueur AC.

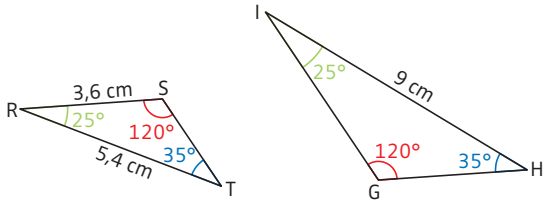


Étapes	Solution
1 On s'assure que les triangles sont **semblables** (voir fiche 74). La propriété permet de calculer une longueur à condition d'avoir des triangles semblables.	1 ABC et DEF sont semblables puisqu'ils ont leurs angles deux à deux de même mesure.
2 On écrit les **rapports égaux**. Pour cela, on écrit le nom des deux triangles l'un en dessous de l'autre en faisant correspondre les sommets des angles égaux.	2  Donc $\frac{AB}{DF} = \frac{BC}{FE} = \frac{AC}{DE}$.
3 On remplace les **longueurs connues** par leur valeur et on garde deux rapports contenant les longueurs connues et la longueur cherchée.	3 On a donc $\frac{3}{5} = \frac{AC}{7,5}$.
4 On calcule la **longueur cherchée** en utilisant le produit en croix (voir fiche 44).	4 $5 \times AC = 3 \times 7,5$ $AC = \frac{3 \times 7,5}{5} = 4,5$. Donc AC = 4,5 cm.

Entraîne-toi !

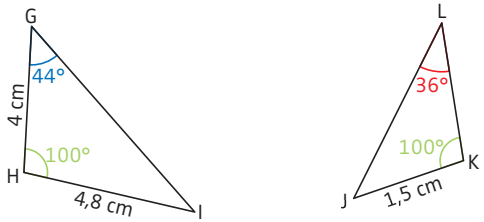
1 Calculer une longueur en utilisant des triangles semblables

a) En utilisant les triangles ci-dessous, calcule la longueur IG.

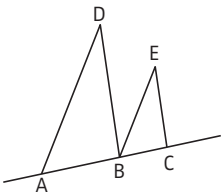


b) On considère les deux triangles ci-dessous.

- Démontre que les triangles GHI et JKL sont semblables.
- Calcule la longueur KL.



2 Résoudre un problème



Sur la figure ci-dessus, les droites (AD) et (BE) sont parallèles, et les droites (DB) et (EC) sont parallèles. On donne :

AD = 15 cm ; BD = 10,5 cm ; AB = 7 cm et BE = 6 cm.

Détermine les longueurs BC et CE.



CORRIGÉS PAGE 290

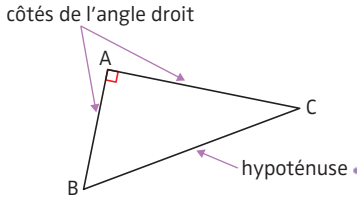
76 Théorème de Pythagore

4e

Vocabulaire et énoncé du théorème

DÉFINITION. L'**hypoténuse** d'un triangle rectangle est le côté opposé à l'angle droit.

EXEMPLE : Soit ABC un triangle rectangle en A.



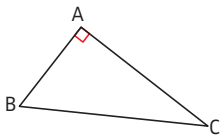
À noter
L'hypoténuse est toujours le plus grand côté du triangle.

THÉORÈME DE PYTHAGORE. Si un **triangle** est **rectangle**, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Si ABC est un triangle rectangle en A, alors :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

égalité du théorème de Pythagore

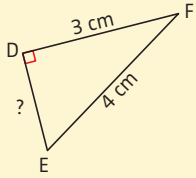


À noter
Pour calculer la longueur d'un côté avec le théorème de Pythagore, tu dois disposer d'un triangle rectangle et connaître la longueur de deux de ses côtés.

la méthode

Calculer une longueur dans un triangle rectangle

EXEMPLE : En utilisant les informations ci-contre, calculer la longueur DE. On donnera la valeur exacte en cm, et une valeur approchée au dixième de cm près.

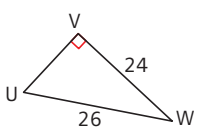


Étapes	Solution
1 On repère un **triangle rectangle** dont l'un des côtés est le segment dont on cherche la longueur.	**1** Le triangle DEF est rectangle en D.
2 On identifie l'hypoténuse du triangle rectangle et on écrit l'**égalité du théorème de Pythagore**.	**2** D'après le théorème de Pythagore, on a : $EF^2 = DE^2 + DF^2$ Veille à écrire correctement l'égalité de Pythagore.
3 On remplace les **longueurs connues** par leur valeur.	**3** $4^2 = DE^2 + 3^2$
4 On calcule la **longueur demandée**. Vérifie toujours que l'hypoténuse est bien le plus grand côté du triangle.	**4** $16 = DE^2 + 9$ $DE^2 = 16 - 9 = 7$ $DE = \sqrt{7}$ cm (valeur exacte) Voir fiche 20. $DE \approx 2{,}6$ cm (valeur approchée au dixième de cm près)

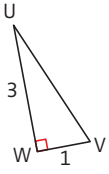
Entraîne-toi !

Calculer une longueur dans un triangle rectangle

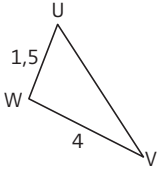
Dans chaque cas, calcule, si possible, la longueur UV. Si le résultat n'est pas un nombre entier, donne une valeur approchée au dixième près. *Les figures ne sont pas tracées à l'échelle, mais les mesures sont toutes données dans la même unité.*



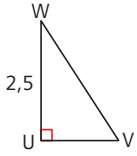
Cas (1)



Cas (2)



Cas (3)



Cas (4)

CORRIGÉS PAGES 290-291

77 Triangle rectangle et réciproque du théorème de Pythagore

4e

Propriété

RÉCIPROQUE DU THÉORÈME DE PYTHAGORE. Si dans un triangle le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce **triangle** est **rectangle**.

la méthode

Montrer qu'un triangle est rectangle (ou non) connaissant la longueur de ses trois côtés

1 On détermine le plus grand côté du triangle. On calcule le carré de la longueur de ce côté d'une part, puis la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés d'autre part.

2 On compare les deux résultats obtenus. Sont-ils **égaux** ?

Non

3 On conclut que **le triangle n'est pas rectangle,** d'après le théorème de Pythagore.

Oui

3 On conclut que **le triangle est rectangle**, d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

Attention ! Pour utiliser cette méthode, tu dois connaître la longueur des trois côtés du triangle.

EXEMPLES : Soient ABC un triangle tel que AC = 8 cm ; AB = 10 cm et BC = 6 cm et DEF un triangle tel que DE = 6 cm ; DF = 4 cm et EF = 8 cm.

Les triangles ABC et DEF sont-ils rectangles ? Justifier.

On traite chaque exemple en suivant les **étapes** précédentes :

Triangle ABC	Triangle DEF
1 Dans le triangle ABC, le plus grand côté est [AB]. $AB^2 = 10^2 = 100$ $AC^2 + BC^2 = 8^2 + 6^2 = 100$	**1** Dans le triangle DEF, le plus grand côté est [EF]. $EF^2 = 8^2 = 64$ $DE^2 + DF^2 = 6^2 + 4^2 = 52$
2 On a $AB^2 = AC^2 + BC^2$.	**2** On a $EF^2 \neq DE^2 + DF^2$.
3 D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C. Le plus grand côté du triangle rectangle ABC, [AB], est son hypoténuse.	**3** D'après le théorème de Pythagore, le triangle DEF n'est pas rectangle. Lorsque les résultats sont différents, c'est le théorème de Pythagore qui permet d'affirmer que le triangle n'est pas rectangle.

Entraîne-toi !

1 Montrer qu'un triangle est rectangle (ou non) connaissant la longueur de ses trois côtés

Dans chacun des cas suivants, le triangle DEF est-il rectangle ? Si oui, précise en quel sommet.

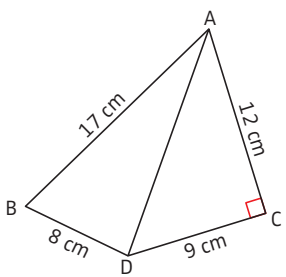
a) DE = 9,6 cm ; DF = 20,4 cm et EF = 18 cm.

b) DE = 3 cm ; DF = 5,16 cm et EF = 4,2 cm.

c) DE = 12 cm ; DF = 18 cm et EF = 22 cm.

2 Résoudre un problème

Démontre que le triangle ABD est rectangle en D.



CORRIGÉS PAGE 291

78 Théorème de Thalès 4e 3e

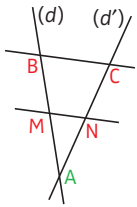
Énoncé et configurations

THÉORÈME DE THALÈS. Soient (d) et (d') deux droites sécantes en A.
Soient B et M, deux points de (d), distincts de A.
Soient C et N, deux points de (d'), distincts de A.
Si les **droites** (BC) et (MN) sont **parallèles**, alors :

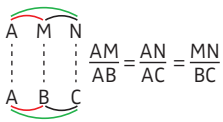
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Il y a **deux configurations** correspondant à ce théorème :

« Triangles emboîtés » 4e

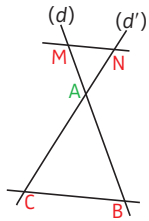


(BC)//(MN)



On a écrit l'un en dessous de l'autre les sommets des angles de même mesure :
$\hat{A} = \hat{A}$; $\hat{M} = \hat{B}$; $\hat{N} = \hat{C}$.

« Papillon » 3e



(BC)//(MN)

À noter 3e

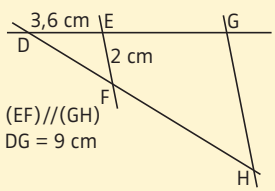
- Les triangles ABC et AMN sont semblables (voir fiche 74).
- Le triangle AMN est l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{AM}{AB}$, ou $\frac{AN}{AC}$, ou $\frac{MN}{BC}$ (voir fiche 102).

la méthode

Calculer une longueur grâce au théorème de Thalès 4e

EXEMPLE : En utilisant les informations ci-contre, calculer la longueur GH.

Les points D, E, G et les points D, F, H sont alignés.



Étapes	Solution
1 On repère un triangle (ou des droites sécantes) et des **droites parallèles**.	1 Dans le triangle DGH, (EF)//(GH).
2 On écrit les **rapports égaux**.	2 D'après le théorème de Thalès : $\frac{DE}{DG} = \frac{DF}{DH} = \frac{EF}{GH}$ 
3 On remplace les **longueurs connues** par leur valeur, et on garde les deux rapports qui contiennent trois longueurs connues et la longueur cherchée.	3 $\frac{3,6}{9} = \frac{2}{GH}$
4 On calcule la **longueur demandée** à l'aide du produit en croix.	4 $GH = \frac{2 \times 9}{3,6} = 5$ cm.

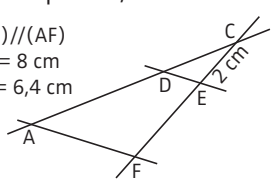
Pour la configuration « papillon », voir le corrigé de la question b.

Entraîne-toi !

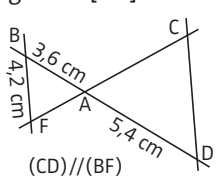
Calculer une longueur en utilisant le théorème de Thalès

Dans chaque cas, calcule la longueur du segment [CD].

4e **a)** (DE)//(AF)
CA = 8 cm
CF = 6,4 cm

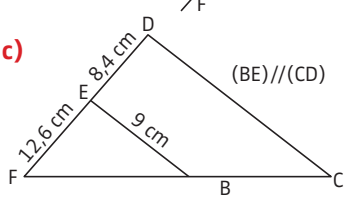


3e **b)**



(CD)//(BF)

4e **c)**



CORRIGÉS PAGE 291

79 Droites parallèles et réciproque du théorème de Thalès

3e

Propriété

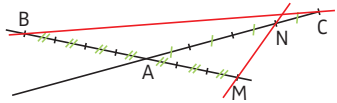
RÉCIPROQUE DU THÉORÈME DE THALÈS. Soient (d) et (d') deux droites sécantes en A. Soient B et M, deux points de (d), distincts de A. Soient C et N, deux points de (d'), distincts de A.

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et si les points A, B, M et les points A, C, N sont alignés dans le même ordre, alors les **droites** (BC) et (MN) sont **parallèles**.

À noter

Il est important de s'assurer que les points sont alignés dans le même ordre.

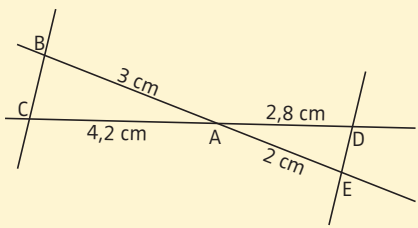
$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{3}{4}$ et pourtant ici, les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles, car les points A, B, M et A, C, N sont alignés, mais pas dans le même ordre.



La méthode

Montrer que deux droites sont parallèles (ou non) dans le cas d'une configuration de Thalès

EXEMPLE : Les droites (DE) et (BC) sont-elles parallèles ?



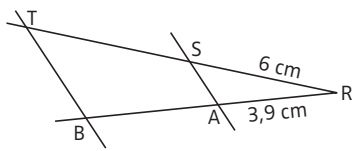
Étapes	Solution
1 On calcule séparément **deux rapports** de Thalès. Pour cela, il faut connaître quatre longueurs.	**1** $\frac{AE}{AB} = \frac{2}{3}$ $\frac{AD}{AC} = \frac{2,8}{4,2}$
2 Pour comparer ces deux rapports, on les transforme en deux fractions que l'on **simplifie** au maximum (voir fiche 15).	**2** $\frac{AE}{AB} = \frac{2}{3}$ (la fraction est déjà simplifiée au maximum). $\frac{AD}{AC} = \frac{2,8}{4,2} = \frac{28}{42} = \frac{\cancel{14}\times 2}{\cancel{14}\times 3} = \frac{2}{3}$
3 ◗ Si les fractions sont **égales**, on s'assure que les points sont alignés dans le même ordre. On applique la réciproque du théorème de Thalès et on conclut que les droites sont **parallèles**. ◗ Si les deux fractions ne sont **pas égales**, on applique le théorème de Thalès pour conclure que les droites ne sont **pas parallèles**.	**3** Donc $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$. De plus les points B, A, E et C, A, D sont alignés dans le même ordre. Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, (DE)//(BC). Dans cet exemple, on est dans le cas où les quotients sont égaux.

Entraîne-toi !

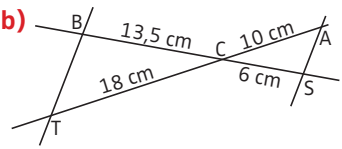
Montrer que deux droites sont parallèles (ou non) dans le cas d'une configuration de Thalès

Les droites (AS) et (BT) sont-elles parallèles ? Justifie tes réponses.

a)



b)



RT = 14 cm ; RB = 9,1 cm.

CORRIGÉS PAGE 292

80 Quadrilatères, rectangles, carrés : définition et reconnaissance

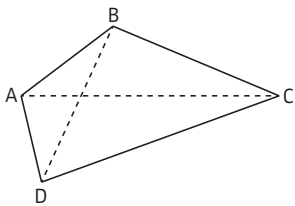
6e

1 Vocabulaire

DÉFINITION. Un **quadrilatère** est un polygone qui a quatre côtés.

À noter
Un polygone est une figure géométrique limitée par une ligne brisée fermée.

EXEMPLE : ABCD est un quadrilatère.
On peut aussi le nommer BCDA, ADCB... mais pas ACBD (qui est différent : c'est un quadrilatère croisé).

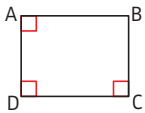


- A, B, C et D sont les **sommets** du quadrilatère.
- [AB], [BC], [CD], [DA] sont les **côtés** du quadrilatère.
- [AC] et [BD] sont les **diagonales** du quadrilatère.
- [AB] et [CD] sont deux **côtés opposés** du quadrilatère.
- [AB] et [BC] sont deux **côtés consécutifs** du quadrilatère.

2 Rectangle

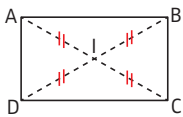
DÉFINITION. Un **rectangle** est un quadrilatère qui a trois (donc quatre) angles droits.

EXEMPLE : ABCD est un rectangle.
$\widehat{ABC}$ est également un angle droit.



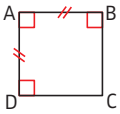
PROPRIÉTÉ CARACTÉRISTIQUE.
Un rectangle est un quadrilatère dont les **diagonales** sont de même longueur et se coupent en leur milieu.

EXEMPLE : D'après les codages, AC = BD et I est le milieu de [AC] et [BD].
Donc ABCD est un rectangle.



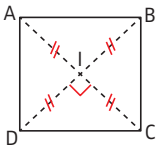
3 Carré

DÉFINITION. Un **carré** est un quadrilatère qui a trois angles droits (il en a alors quatre) et deux côtés consécutifs égaux (il a alors ses quatre côtés égaux).



EXEMPLE : ABCD est un carré.
$\widehat{BCD}$ est également un angle droit et on a :
AB = BC = CD = DA.

PROPRIÉTÉ CARACTÉRISTIQUE. Un carré est un quadrilatère dont les **diagonales** sont de même longueur, se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.



EXEMPLE : D'après les codages, AC = BD,
I est le milieu de [AC] et [BD], et (AC) et (BD) sont perpendiculaires. Donc ABCD est un carré.

CONSÉQUENCE. Un carré est donc un **rectangle particulier**.

AUTRES PROPRIÉTÉS. Un rectangle, un carré ont des **côtés opposés** deux à deux **parallèles** et **de même longueur**.

la méthode

Reconnaître un rectangle, un carré

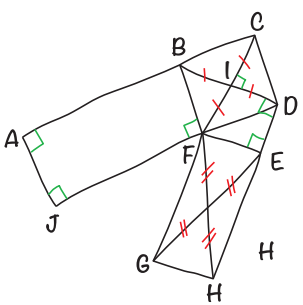
On utilise l'une des **définitions** ou **propriétés** ci-dessus.

Entraîne-toi !

Reconnaître un rectangle, un carré

En utilisant les codages, nomme les rectangles (qui ne sont pas des carrés) et les carrés, tracés sur le schéma ci-contre.

Justifie tes réponses.



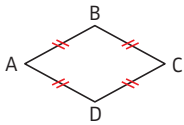
CORRIGÉS PAGE 292

81 Losanges, parallélogrammes : définition et reconnaissance

1 Losange

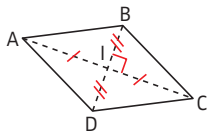
DÉFINITION. Un **losange** est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur.

EXEMPLE : AB = BC = CD = AD.
Donc ABCD est un losange.



PROPRIÉTÉ CARACTÉRISTIQUE. Un losange est un quadrilatère dont les **diagonales** se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.

EXEMPLE : D'après les codages, I est le milieu de [AC] et [BD], et (AC) et (BD) sont perpendiculaires.
Donc ABCD est un losange.

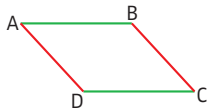


AUTRE PROPRIÉTÉ. Un losange a ses **côtés opposés parallèles** deux à deux.

2 Parallélogramme

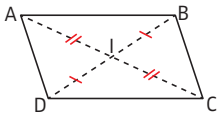
DÉFINITION. Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux.

EXEMPLE :
(AB)//(CD) et (AD)//(BC).
Donc ABCD est un parallélogramme.



PROPRIÉTÉ CARACTÉRISTIQUE 1. Un parallélogramme est un quadrilatère dont les **diagonales** se coupent en leur milieu.

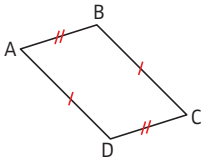
EXEMPLE : D'après les codages, I est le milieu de [AC] et [BD].
Donc ABCD est un parallélogramme.



CONSÉQUENCE. Un rectangle, un carré (voir fiche 80) ou un losange sont des **parallélogrammes particuliers** (voir début de l'ouvrage).

PROPRIÉTÉ CARACTÉRISTIQUE 2. Un parallélogramme est un quadrilatère **non croisé** qui a ses **côtés opposés** deux à deux de même longueur.

EXEMPLE :
D'après les codages, AB = CD, BC = AD, et le quadrilatère ABCD est non croisé. Donc ABCD est un parallélogramme.



la méthode

Reconnaître un losange, un parallélogramme 6e 5e

On utilise l'une des **définitions** ou **propriétés** précédentes.

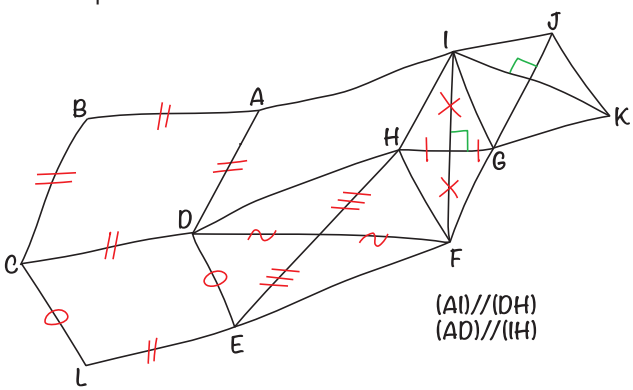
Entraîne-toi !

Reconnaître un losange, un parallélogramme

6e **a)** En utilisant les codages, trouve et nomme les losanges tracés sur le dessin à main levée ci-dessous. Justifie tes réponses.

5e **b)** En utilisant les codages et les informations notées sous la figure, trouve et nomme les parallélogrammes (qui ne sont pas des losanges) tracés sur le dessin à main levée ci-dessous.

Justifie tes réponses.



CORRIGÉS PAGE 292

82 Rectangles, carrés : construction

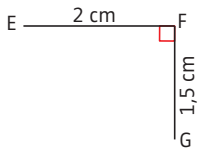
6e

Les méthodes

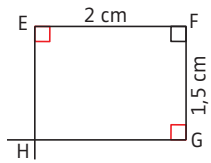
1 Construire un rectangle

MÉTHODE 1. On utilise la **définition** (voir fiche 80).

EXEMPLE : Construire un rectangle EFGH tel que EF = 2 cm et FG = 1,5 cm.



ÉTAPE 1. On trace les **deux côtés perpendiculaires** dont on connaît la mesure.

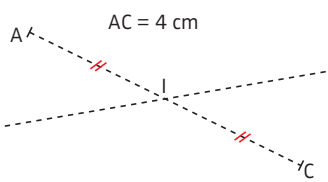


ÉTAPE 2. On complète le rectangle en traçant les **deux autres côtés** perpendiculaires.

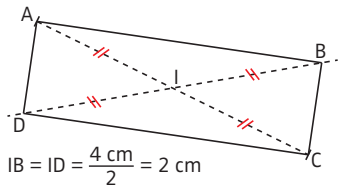
Tu peux aussi compléter le rectangle en utilisant le compas (voir méthode 3 de la fiche 84).

MÉTHODE 2. On utilise la **propriété caractéristique** (voir fiche 80).

EXEMPLE : Construire un rectangle ABCD tel que AC = 4 cm.



ÉTAPE 1. On trace **une diagonale**, on place son milieu I, puis on trace une droite passant par I.



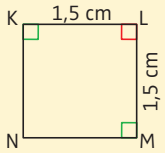
ÉTAPE 2. On place les **deux points** B et D sur cette droite, tels que : $IB = ID = \frac{AC}{2}$.

2 Construire un carré

MÉTHODE 1. On utilise la **définition** (voir fiche 80).

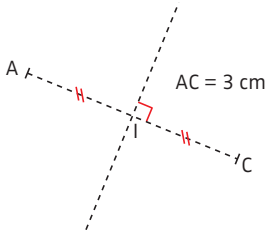
EXEMPLE : Construire un carré KLMN tel que KL = 1,5 cm.

Reprends la méthode 1 de construction d'un rectangle avec KL = LM = 1,5 cm.

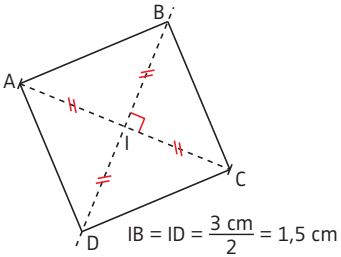


MÉTHODE 2. On utilise **la propriété caractéristique** (voir fiche 80).

EXEMPLE : Construire un carré ABCD de diagonale 3 cm.



ÉTAPE 1. On trace **une diagonale**, on place son milieu I, puis on trace la droite perpendiculaire à cette diagonale passant par I.



ÉTAPE 2. On place les **deux points** B et D sur cette perpendiculaire, tels que : $IB = ID = \frac{AC}{2}$.

Entraîne-toi !

1 Construire un rectangle

a) Construis un rectangle ABCD tel que AB = 5 cm et BC = 4 cm.

b) Construis un rectangle EFGH tel que EG = 4,6 cm.

2 Construire un carré

a) Construis un carré ABCD tel que AB = 3 cm.

b) Construis un carré HIJK tel que HJ = 5 cm.

Conseil

Commence par dessiner une figure à main levée.

CORRIGÉS PAGES 292-293

83 Losanges : construction

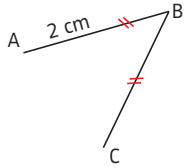
6e

Les méthodes

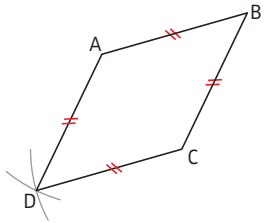
Construire un losange

MÉTHODE 1. On utilise la **définition** (voir fiche 81).

EXEMPLE : Construire un losange ABCD tel que AB = 2 cm.



ÉTAPE 1. On trace **deux segments** [AB] et [BC], de 2 cm de long.



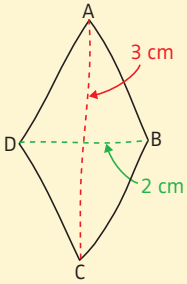
ÉTAPE 2. On trace **deux arcs de cercle** de centres A et C, et de rayon 2 cm. Ils se coupent en D.

Il y a une infinité de losanges possibles.

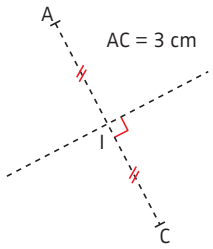
MÉTHODE 2. On utilise la **propriété caractéristique** (voir fiche 81).

EXEMPLE : Construire un losange ABCD tel que :
AC = 3 cm et BD = 2 cm.

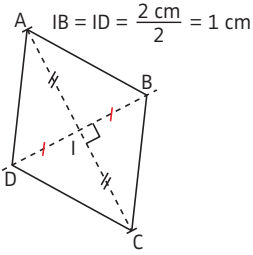
[AC] et [BD] sont les diagonales du losange. Un dessin à main levée permet de le constater.



Ce dessin à main levée n'a pas à être précis. Il doit être vite réalisé.



ÉTAPE 1. On trace une **première diagonale** (par exemple [AC]), son milieu I et la droite perpendiculaire à cette diagonale qui passe par I.



ÉTAPE 2. On place les **deux points** B et D sur cette perpendiculaire, tels que : $IB = ID = \frac{BD}{2}$.

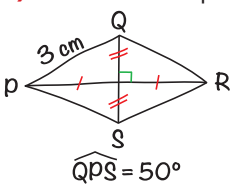
Entraîne-toi !

Construire un losange

a) Construis un losange ABCD tel que AB = 4 cm.

b) Construis un losange EFGH tel que EG = 4 cm et FH = 3 cm.

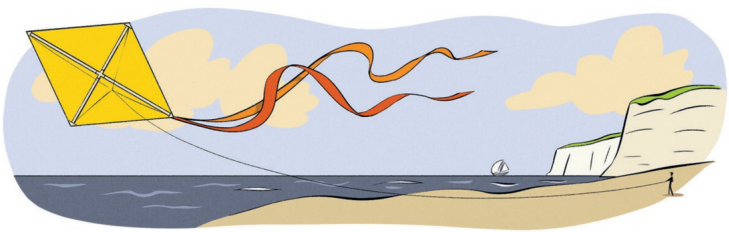
c) Construis avec précision le quadrilatère schématisé ci-dessous.



Conseil

Pour tracer l'angle $\widehat{QPS}$, reporte-toi à la fiche 86.

d) Construis un losange KLMN tel que KM = 4 cm et KL = 3 cm.



CORRIGÉS PAGE 294

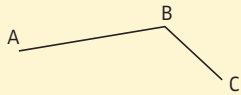
84 Parallélogrammes : construction

5e

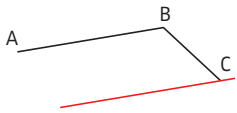
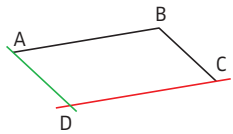
Les méthodes

Construire un parallélogramme

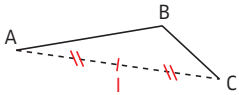
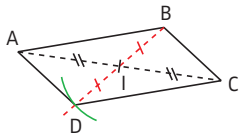
EXEMPLE : Terminer le parallélogramme ABCD, à partir des points ci-contre.



MÉTHODE 1. On utilise la **définition** (voir fiche 81).

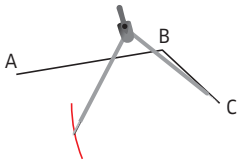
	
ÉTAPE 1. On trace la **droite parallèle à un côté** qui passe par le 3e sommet.	**ÉTAPE 2.** On trace la **droite parallèle au 2e côté** qui passe par l'autre sommet. Ces deux parallèles se coupent en D.

MÉTHODE 2. On utilise la **propriété caractéristique 1** (voir fiche 81).

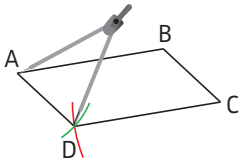
	
ÉTAPE 1. On place le **milieu de la diagonale** [AC].	**ÉTAPE 2.** On trace la demi-droite [BI) et on place sur cette demi-droite le point D tel que I soit le **milieu** de [BD], c'est-à-dire ID = IB.

MÉTHODE 3. On utilise la **propriété caractéristique 2** (voir fiche 81).

Si tu as le choix, privilégie la méthode 3, qui est la plus simple à exécuter.



ÉTAPE 1. On trace **un arc de cercle** de centre C et de rayon AB.

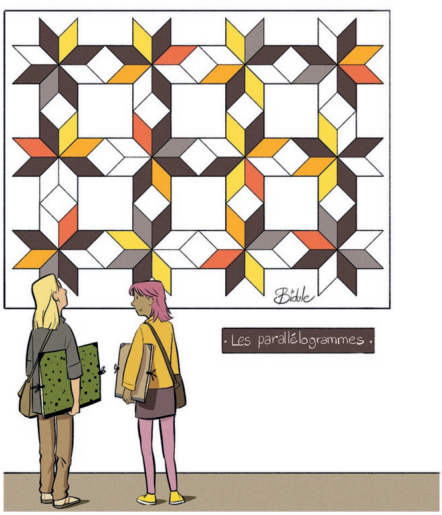


ÉTAPE 2. On trace **un 2e arc de cercle** de centre A et de rayon BC. Il coupe l'arc de cercle précédent en D, tel que ABCD soit non croisé.

Entraîne-toi !

Construire un parallélogramme

- Trace un triangle ABC tel que AB = 4 cm, BC = 2 cm et AC = 3 cm.
- Puis place le point D tel que ABCD soit un parallélogramme en utilisant la méthode 1.
- Place le point F tel que ACBF soit un parallélogramme en utilisant la méthode 2.
- Place le point E tel que ABEC soit un parallélogramme en utilisant la méthode 3.



CORRIGÉS PAGE 294

Tracer un rectangle d'or

Le rectangle d'or se retrouve dans de nombreuses œuvres d'art depuis l'Antiquité. Il est en effet associé à la beauté et à l'harmonie.

Qu'est-ce qu'un rectangle d'or ?

- Trace un rectangle qui te semble « beau », c'est-à-dire qui te paraît **bien proportionné**.
Le rectangle ci-dessous te semble-t-il bien proportionné ?



- Calcule le **rapport longueur sur largeur** (c'est-à-dire le quotient de la longueur par la largeur) du rectangle que tu as tracé, puis du rectangle ci-dessus. Que constates-tu ?

- Il y a des chances que tu trouves dans les deux cas environ 1,7. Ce nombre est proche du nombre appelé **nombre d'or**, qui est égal à $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}68$.

- Les rectangles dont le rapport longueur sur largeur est égal au nombre d'or sont considérés comme des rectangles idéaux. On les appelle des **rectangles d'or**.

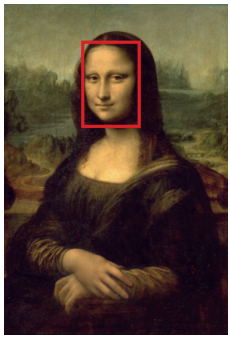
À noter

Le premier texte connu qui mentionne le nombre d'or est les *Éléments* d'Euclide, vers 300 av. J.-C.

Où trouve-t-on le rectangle d'or ?

- On trouve le rectangle d'or dans de nombreuses œuvres d'art, notamment en **architecture** ou en **peinture**.





- En architecture, on retrouve le nombre d'or dans des monuments célèbres comme le **Parthénon** à Athènes (Grèce), dont le début de la construction date d'environ 440 av. J.-C. Le rectangle rouge sur la photo de gauche est un rectangle d'or.
- Les peintres de la Renaissance (XV^{e} et XVI^{e} siècles) sont influencés par le nombre d'or. C'est notamment le cas de Léonard de Vinci, de Michel-Ange et de Botticelli. Par exemple, le visage de la **Joconde** (photo de droite) est encadré par un rectangle d'or.

À toi de jouer !

4e

Le rectangle d'or

a) Voici un programme de construction qui permet d'obtenir un rectangle d'or.

- Trace un carré ABCD.
- Soit M le milieu de [AB]. Trace le cercle de centre M qui passe par C ; il coupe [AB] en E.
- Trace la droite perpendiculaire à (AB) qui passe par E ; elle coupe (DC) en F.

Le rectangle ADFE est un rectangle d'or.

b) Démontrons-le. Pour cela, on suppose que AD = AB = 1.

- Démontre que ME = $\frac{\sqrt{5}}{2}$.
- Calcule AE et $\frac{AE}{FE}$. Conclus.

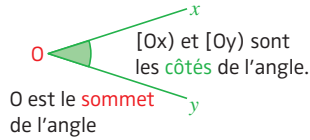
CORRIGÉS PAGE 294

85 Mesure d'angles

6e

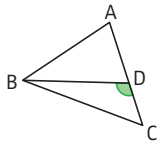
Angles

DÉFINITION. Un **angle** est une portion de plan délimitée par deux demi-droites de même origine.



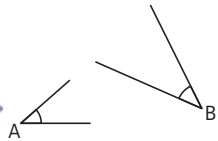
Un angle peut être **nommé** par son sommet (s'il n'y a pas d'ambiguïté) ou par trois lettres.

EXEMPLE : Sur la figure ci-contre, on ne peut pas nommer l'angle codé $\hat{D}$, car il y a plusieurs angles de sommet D. On doit le nommer avec trois lettres : $\widehat{BDC}$ ou $\widehat{CDB}$.



Deux angles ont **la même mesure** s'ils sont superposables.

EXEMPLE : Les angles $\hat{A}$ et $\hat{B}$ ci-contre ont la même mesure.



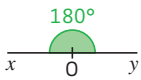
Attention !

La longueur des traits qui représentent les côtés n'a aucune influence sur la grandeur d'un angle. C'est l'écartement qui compte.

Il existe **quatre types d'angles**.

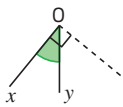
Angle plat

Angle de 180° : ses côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.



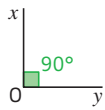
Angle aigu

Angle plus petit que l'angle droit.



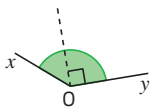
Angle droit

Angle de 90° : ses côtés sont perpendiculaires.



Angle obtus

Angle plus grand que l'angle droit.

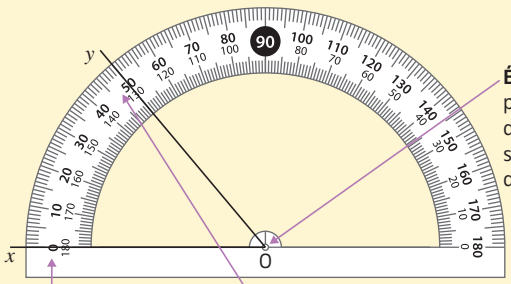


la méthode

Mesurer un angle

Pour comparer des angles, on peut utiliser du papier-calque mais ce n'est pas toujours pratique. On peut aussi mesurer les angles avec un **rapporteur**.

EXEMPLE : Mesurer l'angle $\widehat{xOy}$.



Étape 1. On place le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle.

Étape 2. On place un zéro de la graduation du rapporteur sur l'un des côtés de l'angle.

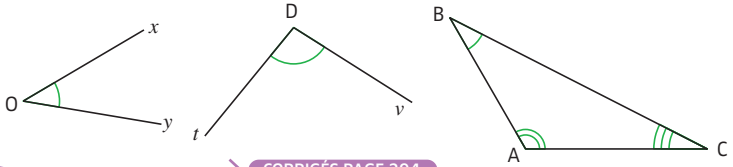
Étape 3. On mesure l'angle : ici, on mesure 50° et non 130° (130° ne fait pas partie des graduations correspondant au zéro placé sur le côté de l'angle).

Attention ! Une fois la mesure trouvée, assure-toi qu'elle correspond bien à la nature de l'angle (aigu, obtus ou droit). Ici, l'angle est aigu, donc sa mesure doit être inférieure à 90°.

Entraîne-toi !

Mesurer un angle

Mesure les angles $\widehat{xOy}$, $\widehat{tDv}$, $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$. Vérifie la mesure trouvée en identifiant la nature de l'angle (droit, aigu ou obtus).



CORRIGÉS PAGE 294

86 Tracé d'un angle

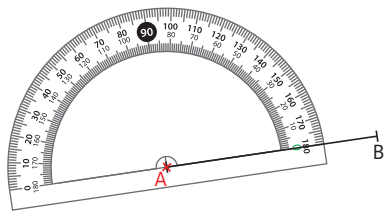
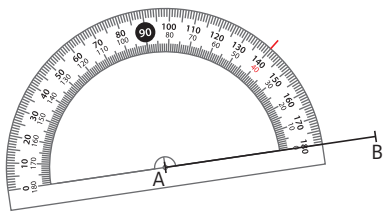
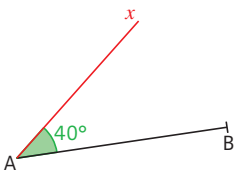
6e

La méthode

Tracer un angle de mesure donnée

EXEMPLE : En utilisant le dessin ci-dessous, trace une demi-droite $[Ax)$ telle que $\widehat{BAx} = 40°$.



Étapes	Solution
1 On place le rapporteur de telle façon que : ◗ le **centre** du rapporteur soit sur le sommet de l'angle ; ◗ le **zéro** de la graduation choisie soit sur le côté tracé de l'angle.	
2 On marque un **point** au niveau de la mesure souhaitée. Attention ! Prends bien la graduation correspondant au zéro choisi dans l'étape 1.	
3 On trace la **demi-droite** dont l'origine est A et qui passe par le point marqué à l'étape 2.	

Entraîne-toi !

1 Tracer un angle de mesure donnée

a) Trace un segment [AB].

Trace une demi-droite [Ax) telle que $\widehat{BAx} = 60°$.

b) Trace un segment [CD].

Trace une demi-droite [Dy) telle que $\widehat{CDy} = 110°$.

c) ◗ Trace un segment [EF] tel que EF = 4,5 cm.

Trace une demi-droite [Ex) telle que $\widehat{FEx} = 50°$.

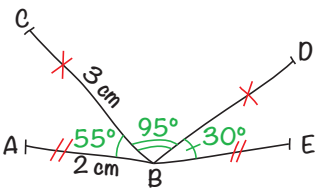
Trace une demi-droite [Fy) telle que $\widehat{EFy} = 40°$. Elle coupe la demi-droite [Ex) en G.

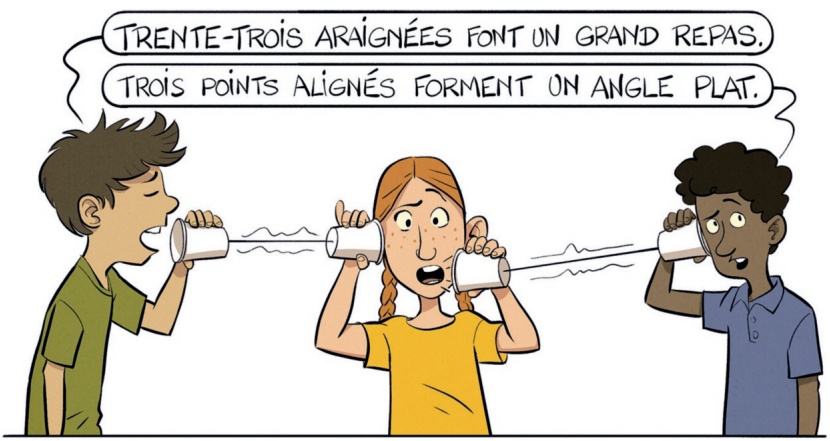
◗ Mesure l'angle $\widehat{FGE}$.

2 Résoudre un problème

a) Reproduis en vraie grandeur la figure schématisée ci-contre.

b) Les points A, B et E sont-ils alignés ? Justifie ta réponse.





CORRIGÉS PAGES 294-295

87 Angles opposés par le sommet, alternes-internes, correspondants

5e

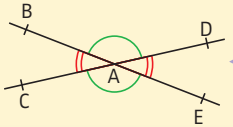
Les méthodes

1 Reconnaître deux angles opposés par le sommet

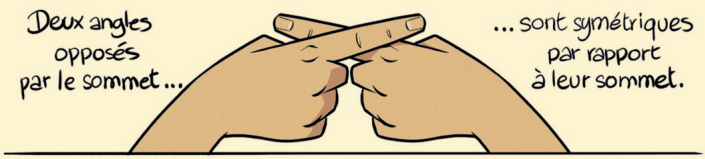
DÉFINITION 1. Deux angles sont **opposés par le sommet** s'ils ont le même sommet et si leurs côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.

EXEMPLE : Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{DAE}$ sont opposés par le sommet.

De même, pour les angles $\widehat{BAD}$ et $\widehat{CAE}$.



Deux droites sécantes forment toujours deux paires d'angles opposés par le sommet.

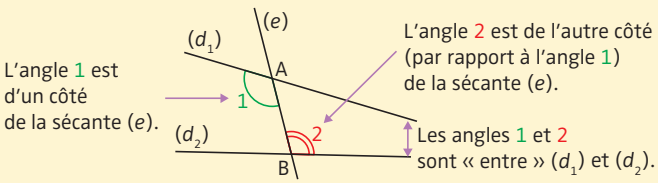


2 Reconnaître deux angles alternes-internes

DÉFINITION 2. Soient deux droites (d_1) et (d_2) coupées par une droite (e). Cette droite est appelée sécante.

Les angles 1 et 2 de sommets A et B sont « entre » les deux droites (d_1) et (d_2) et de part et d'autre de la sécante (e).

On dit que ces deux angles sont **alternes-internes**.

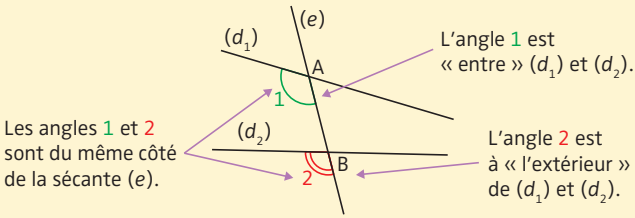


3 Reconnaître deux angles correspondants

DÉFINITION 3. Soient deux droites (d_1) et (d_2) coupées par une droite (e).

L'angle 1 de sommet A est « entre » (d_1) et (d_2) ; l'angle 2 de sommet B est à « l'extérieur » de (d_1) et (d_2). Ils sont tous les deux situés du même côté de la sécante (e).

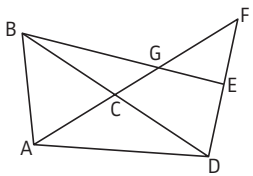
On dit que les angles 1 et 2 sont **correspondants**.



Entraîne-toi !

1 Reconnaître deux angles opposés par le sommet

Sur la figure ci-dessous, nomme quatre paires d'angles opposés par le sommet.



Conseil

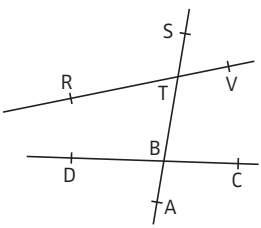
Pense à nommer les angles avec trois lettres.

2 Reconnaître deux angles alternes-internes, deux angles correspondants

Sur la figure ci-contre, nomme :

a) deux paires d'angles alternes-internes ;

b) quatre paires d'angles correspondants.



CORRIGÉS PAGE 295

88 Utilisation des angles opposés par le sommet, alternes-internes, correspondants

5e

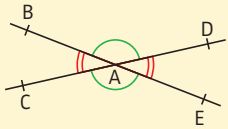
Les méthodes

1 Calculer la mesure d'un angle en utilisant les angles opposés par le sommet

PROPRIÉTÉ. Deux angles opposés par le sommet ont la **même mesure**.

Pour la définition des angles opposés par le sommet, voir fiche 87.

EXEMPLE :



Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{DAE}$ sont opposés par le sommet donc $\widehat{BAC} = \widehat{DAE}$.

De même, $\widehat{BAD} = \widehat{CAE}$.

2 Calculer la mesure d'un angle en utilisant les angles alternes-internes, les angles correspondants

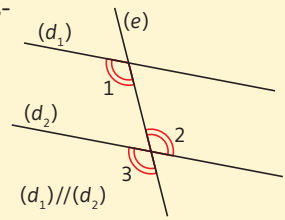
PROPRIÉTÉS.

- Si deux droites sont **parallèles** et coupées par une sécante, alors elles forment des angles **alternes-internes de même mesure**.
- Si deux droites sont **parallèles** et coupées par une sécante, alors elles forment des angles **correspondants de même mesure**.

Pour la définition des angles alternes-internes et correspondants, voir fiche 87.

EXEMPLE : Les angles 1 et 2 sont alternes-internes, définis par les droites (d_1) et (d_2) parallèles et la sécante (e), donc ils ont la même mesure.

Les angles 1 et 3 sont correspondants, définis par les droites (d_1) et (d_2) parallèles et la sécante (e), donc ils ont la même mesure.

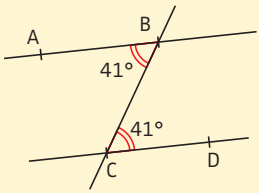


3 Démontrer que deux droites sont parallèles en utilisant les angles alternes-internes, les angles correspondants

PROPRIÉTÉS.

- Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles **alternes-internes de même mesure**, alors elles sont **parallèles**.
- Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles **correspondants de même mesure**, alors elles sont **parallèles**.

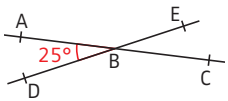
EXEMPLE : Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCD}$ sont alternes-internes et égaux (à 41°), donc les droites (AB) et (CD) sont parallèles.



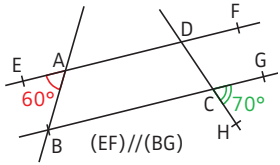
Entraîne-toi !

1 Calculer la mesure d'un angle en utilisant des angles particuliers

a) Détermine la mesure des angles $\widehat{EBC}$ et $\widehat{DBC}$. Justifie.



b) Détermine la mesure des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{FDC}$. Justifie.

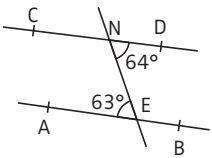


2 Démontrer que deux droites sont parallèles en utilisant les angles alternes-internes, les angles correspondants

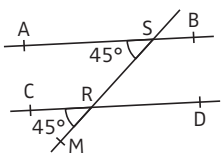
Dans chaque cas, les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

Justifie tes réponses.

a)



b)



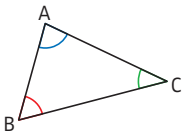
CORRIGÉS PAGE 295

89 Somme des angles d'un triangle

5e

Propriété et justification

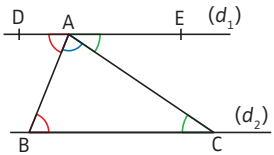
PROPRIÉTÉ. La somme des angles d'un triangle est **égale à 180°**.



EXEMPLE : $\widehat{ABC}+\widehat{BAC}+\widehat{BCA}=180°$.

Voici une **justification** de cette propriété.

Dans la figure ci-contre, les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.



Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{DAB}$ sont alternes-internes, définis par les droites (d_1) et (d_2) parallèles et la sécante (AB). Donc ils ont la même mesure (voir fiche 88).

De même, les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{CAE}$ ont la même mesure.

Donc $\widehat{ABC}$ + $\widehat{BAC}$ + $\widehat{BCA}$ = $\widehat{DAB}$ + $\widehat{BAC}$ + $\widehat{CAE}$ = $\widehat{DAE}$.

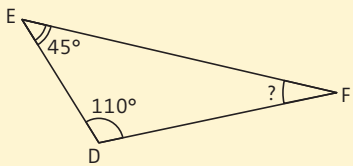
$\widehat{DAE}$ est un angle plat, donc il mesure 180° (voir fiche 85).

Donc finalement, $\widehat{ABC}$ + $\widehat{BAC}$ + $\widehat{BCA}$ = 180°.

Les méthodes

1 Calculer la mesure d'un angle dans un triangle

EXEMPLE : Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{DFE}$.



Étapes	Solution
1 On cite la **propriété** en précisant le triangle dans laquelle on l'applique.	1 La somme des angles d'un triangle est égale à 180°. Donc dans le triangle DEF, on a :
2 On écrit l'**égalité** correspondante.	2 $\widehat{DFE} + \widehat{DEF} + \widehat{FDE} = 180°$
3 On remplace les mesures des angles connus par leurs **valeurs**.	3 $\widehat{DFE} + 45° + 110° = 180°$ $\widehat{DFE} + 155° = 180°$
4 On termine le **calcul**.	4 $\widehat{DFE} = 180° - 155° = 25°$

2 Calculer la mesure d'un angle dans un triangle particulier

On utilise la propriété de la somme des angles d'un triangle et les **propriétés des triangles particuliers** (voir fiche 71).

Entraîne-toi !

1 Calculer la mesure d'un angle dans un triangle

Détermine la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ dans les triangles ABC suivants (précise la nature du triangle ABC s'il est particulier).

a) $\widehat{CAB} = 53°$ et $\widehat{ACB} = 79°$

b) $\widehat{CAB} = 122°$ et $\widehat{ACB} = 25°$

c) $\widehat{CAB} = 43°$ et $\widehat{ACB} = 94°$

d) $\widehat{CAB} = 64°$ et $\widehat{ACB} = 26°$

2 Calculer la mesure d'un angle dans un triangle particulier

a) Soit RST un triangle isocèle en R tel que $\widehat{SRT} = 30°$.

Détermine la mesure des angles $\widehat{RST}$ et $\widehat{RTS}$.

b) Soit DEF un triangle rectangle en E tel que $\widehat{DFE} = 35°$.

Détermine la mesure de l'angle $\widehat{FDE}$.

CORRIGÉS PAGES 295-296

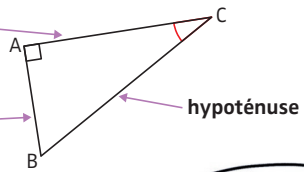
90 Trigonométrie : vocabulaire et formules 4e 3e

1 Vocabulaire dans un triangle rectangle

Soit ABC un triangle rectangle en A.

côté adjacent à l'angle $\widehat{ACB}$ (c'est le côté de l'angle droit qui rejoint le sommet de l'angle $\widehat{ACB}$)

côté opposé à l'angle $\widehat{ACB}$ (c'est le côté « en face » de l'angle $\widehat{ACB}$)



2 Formules de trigonométrie : cosinus, sinus, tangente

Soit ABC un triangle rectangle en A.

$$\cos \widehat{ACB} = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{ACB}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$ 4e

$$\sin \widehat{ACB} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{ACB}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$$ 3e

$$\tan \widehat{ACB} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{ACB}}{\text{côté adjacent à } \widehat{ACB}} = \frac{AB}{AC}$$ 3e



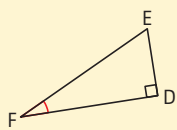
Les méthodes

1 Reconnaître un côté adjacent, un côté opposé et l'hypoténuse dans un triangle rectangle 4e

On utilise le **vocabulaire** dans un triangle rectangle (ci-dessus).

2 Appliquer les trois formules de trigonométrie 4e 3e

EXEMPLE : Dans le triangle rectangle ci-contre, donner le quotient égal à $\cos \widehat{DFE}$.



Étapes	Solution
1 On **repère** les côtés nécessaires dans la formule souhaitée.	1 Pour le cosinus, on a besoin du côté adjacent à l'angle et de l'hypoténuse du triangle : ◗ côté adjacent à $\widehat{DFE}$: [DF] ; ◗ hypoténuse : [FE].
2 On **applique** la formule de trigonométrie qui correspond.	2 $\cos \widehat{DFE} = \dfrac{DF}{FE}$.

Entraîne-toi !

Dans les exercices 1 et 2, on utilisera les figures ci-dessous :

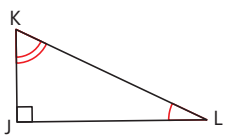


Figure (1)

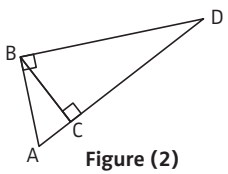


Figure (2)

4e **1 Appliquer la formule du cosinus**

a) Figure (1) : Donne le quotient égal à $\cos \widehat{JKL}$.

b) Figure (2) :

◗ Dans le triangle rectangle ABD, donne le quotient égal à $\cos \widehat{ADB}$.

◗ Dans le triangle rectangle ABC, donne le quotient égal à $\cos \widehat{ABC}$.

3e **2 Appliquer les formules du sinus et de la tangente**

a) Figure (1) : Donne le quotient égal à $\sin \widehat{JKL}$, puis à $\tan \widehat{JKL}$.

b) Figure (2) :

◗ Dans le triangle rectangle ABD, donne le quotient égal à $\tan \widehat{ADB}$, puis à $\sin \widehat{ADB}$.

◗ Dans le triangle rectangle ABC, donne le quotient égal à $\tan \widehat{BAC}$, puis à $\sin \widehat{ABC}$.

CORRIGÉS PAGE 296

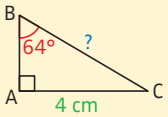
91 Trigonométrie : calcul d'une longueur dans un triangle rectangle

4e 3e

Les méthodes

1 Déterminer la formule de trigonométrie à utiliser pour calculer une longueur dans un triangle rectangle 3e

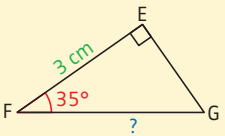
EXEMPLE : Quelle formule de trigonométrie faudrait-il utiliser pour calculer la longueur BC ?



Étapes	Solution
1 On identifie l'**angle connu**.	1 On connaît $\widehat{ABC}$.
2 On identifie le **côté connu** et le **côté cherché** du triangle rectangle : côté adjacent, côté opposé ou hypoténuse (voir fiche 90).	2 On connaît [AC] qui est le côté opposé à l'angle $\widehat{ABC}$ On cherche [BC] qui est l'hypoténuse du triangle ABC rectangle en A.
3 On en déduit la **formule** à utiliser (voir fiche 90).	3 Il faut donc utiliser le sinus.

2 Calculer une longueur dans un triangle rectangle en utilisant les formules de trigonométrie 4e 3e

EXEMPLE : Calculer une valeur approchée au dixième de cm près de la longueur FG.



Étapes	Solution
1 On nomme le **triangle rectangle** dans lequel on va appliquer l'une des formules de trigonométrie.	1 EFG est un triangle rectangle en E.

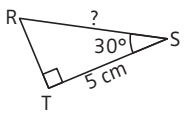
2 On trouve la **formule** de trigonométrie qui correspond (voir méthode 1) et on l'applique.	**2** On cherche l'hypoténuse et on connaît le côté adjacent à $\widehat{EFG}$. Il faut utiliser le cosinus. $\cos\widehat{EFG} = \frac{FE}{FG}$
3 On remplace les **variables connues** par leur valeur. On fait apparaître une **égalité de fractions** (en mettant 1 au dénominateur).	**3** $\cos 35^\circ = \frac{3}{FG}$ $\frac{\cos 35^\circ}{1} = \frac{3}{FG}$
4 On applique le **produit en croix** (voir fiche 44) et on calcule la longueur recherchée.	**4** $FG \times \cos 35° = 3 \times 1$ En cm : $FG = \frac{3\times1}{\cos 35^\circ} \approx 3{,}7$.

Entraîne-toi !

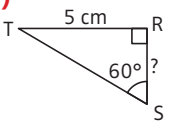
3e **1 Déterminer la formule de trigonométrie à utiliser**

Quelle formule de trigonométrie faut-il utiliser pour calculer RS ?

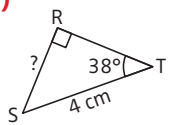
a)



b)



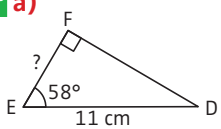
c)



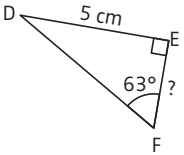
2 Calculer une longueur en utilisant la trigonométrie

Détermine une valeur approchée au dixième de cm près de EF.

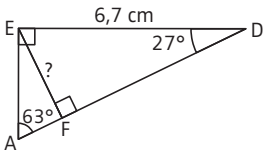
4e **a)**



3e **b)**



3e **c)**



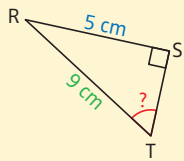
CORRIGÉS PAGE 297

92 Trigonométrie : calcul d'un angle dans un triangle rectangle

4e 3e

Les méthodes

1 Déterminer la formule de trigonométrie à utiliser pour calculer la mesure d'un angle dans un triangle rectangle 3e

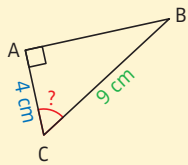


EXEMPLE : Quelle formule de trigonométrie faudrait-il utiliser pour calculer la mesure de l'angle $\widehat{STR}$?

Étapes	Solution
1 On identifie l'**angle cherché**.	1 L'angle cherché est $\widehat{STR}$.
2 On identifie les **côtés connus** du triangle rectangle : côté adjacent, côté opposé ou hypoténuse (voir fiche 90).	2 On connaît [RS] qui est le côté opposé à l'angle $\widehat{STR}$. On connaît [RT] qui est l'hypoténuse du triangle RST rectangle en S.
3 On en déduit la **formule** à utiliser (voir fiche 90).	3 Il faut donc utiliser le sinus.

2 Calculer la mesure d'un angle dans un triangle rectangle en utilisant les formules de trigonométrie 4e 3e

EXEMPLE : Calculer une valeur approchée au dixième de degré près de l'angle $\widehat{ACB}$.



Étapes	Solution
1 On nomme le **triangle rectangle** dans lequel on va appliquer l'une des formules de trigonométrie.	1 ABC est un triangle rectangle en A.
2 On trouve la **formule** de trigonométrie qui correspond (voir méthode 1) et on l'applique.	2 $\cos \widehat{ACB} = \frac{AC}{BC}$
3 On remplace les **variables connues** par leur valeur.	3 $\cos \widehat{ACB} = \frac{4}{9}$
4 En utilisant la touche arccos, arcsin ou arctan (ou $\cos^{-1}$, $\sin^{-1}$, $\tan^{-1}$) de la **calculatrice**, on trouve la mesure de l'angle cherché.	4 $\widehat{ACB} = \arccos\left(\frac{4}{9}\right)$ $\widehat{ACB} \approx 63{,}6°$

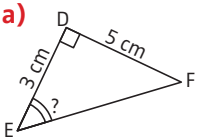
Entraîne-toi !

3e

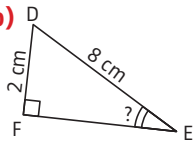
1 Déterminer la formule de trigonométrie à utiliser

Dans les cas suivants, quelle formule de trigonométrie faut-il utiliser pour calculer la mesure de l'angle $\widehat{DEF}$?

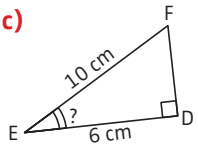
a)



b)



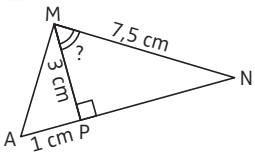
c)



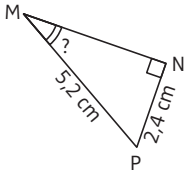
2 Calculer la mesure d'un angle en utilisant la trigonométrie

Détermine une valeur approchée au degré près de l'angle $\widehat{PMN}$.

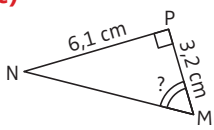
4e **a)**



3e **b)**



3e **c)**



CORRIGÉS PAGE 297

93 Démontrer que deux droites sont parallèles

6e 5e 3e

Propriétés utiles pour démontrer que deux droites sont parallèles

Pour démontrer que deux droites sont parallèles, on peut utiliser l'une des **propriétés** suivantes :

- **PROPRIÉTÉ 1 (P1).** Si deux droites sont perpendiculaires à une même 3e droite, alors elles sont parallèles (fiche 68). 6e
- **PROPRIÉTÉ 2 (P2).** Si deux droites sont parallèles à une même 3e droite, alors elles sont parallèles (fiche 68). 6e
- **PROPRIÉTÉ 3 (P3).** Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes-internes (ou correspondants) de même mesure, alors elles sont parallèles (fiche 88). 5e
- **PROPRIÉTÉ 4 (P4).** Si un quadrilatère est un parallélogramme (en particulier un losange, un rectangle ou un carré), alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux (fiche 81). 5e
- **PROPRIÉTÉ 5 (P5).** Réciproque du théorème de Thalès (fiche 79). 3e

Attention !

Pour pouvoir utiliser une propriété, tu dois t'assurer d'avoir les conditions d'utilisation de cette propriété.
Ces conditions suivent le « Si » de la propriété.
Exemple : La condition d'utilisation de la propriété P1 est d'avoir deux droites qui sont perpendiculaires à une même 3e droite.

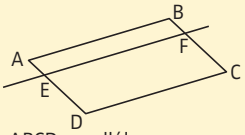
La méthode

Démontrer que deux droites sont parallèles

On peut utiliser l'une des propriétés ci-dessus. Le **choix de la propriété** s'effectue à partir de la question :

« En regardant la figure et les données, pour quelle propriété est-il le plus facile de démontrer les conditions d'utilisation ? »

EXEMPLE : 5e En utilisant les informations portées sur la figure ci-contre, démontrer que (AB)//(EF).



ABCD parallélogramme
(EF)//(DC)

◗ *Quelle propriété utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible de démontrer les conditions d'utilisation de la propriété P2. En effet, on sait que (EF)//(DC) et il semble que (AB)//(DC).

Comment le démontrer ? On pense à utiliser la propriété P3, car on sait que ABCD est un parallélogramme.

◗ *Rédaction* : ABCD est un parallélogramme. Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux. Donc (AB)//(DC).

De plus, on sait que (EF)//(DC) (donnée de l'énoncé). Or, si deux droites sont parallèles à une même 3e droite, alors elles sont parallèles. Donc (AB)//(EF).

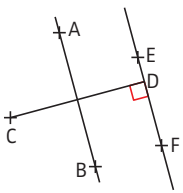
Tu dois toujours bien indiquer les conditions d'utilisation de la propriété que tu utilises avant de conclure.

Entraîne-toi !

Démontrer que deux droites sont parallèles

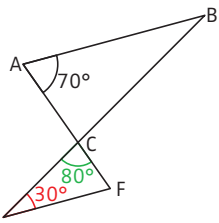
En utilisant les informations portées sur les figures, démontre dans chaque cas que (AB)//(EF). *Les mesures sont exprimées dans la même unité.*

6e a)

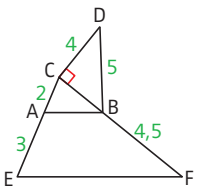


(AB) est la médiatrice de [DC].

5e b)



3e c)



CORRIGÉS PAGE 298

94 Démontrer que deux droites sont perpendiculaires 6e 4e

Propriétés utiles pour démontrer que deux droites sont perpendiculaires

Pour démontrer que deux droites sont perpendiculaires, on peut utiliser l'une des **propriétés** suivantes :

- **PROPRIÉTÉ 1 (P1).** Si deux droites sont parallèles et si une 3e droite est perpendiculaire à l'une d'elles, alors elle est perpendiculaire à l'autre. 6e
- **PROPRIÉTÉ 2 (P2).** Si une droite est la médiatrice d'un segment, alors elle est perpendiculaire à ce segment (fiche 69). 6e
- **PROPRIÉTÉ 3 (P3).** Si un quadrilatère est un rectangle (en particulier un carré), alors ses côtés consécutifs sont perpendiculaires (fiche 80). 6e
- **PROPRIÉTÉ 4 (P4).** Si un quadrilatère est un losange (en particulier un carré), alors ses diagonales sont perpendiculaires (fiches 80 et 81). 6e
- **PROPRIÉTÉ 5 (P5).** Réciproque du théorème de Pythagore (fiche 77). 4e

Attention !

Pour pouvoir utiliser une propriété, tu dois t'assurer d'avoir les conditions d'utilisation de cette propriété. Ces conditions suivent le « Si » de la propriété.
Exemple : La condition d'utilisation de la propriété P4 est d'avoir un losange ou un carré.

On peut aussi démontrer que l'angle formé par les deux droites est **égal à 90°** (voir fiche 96).

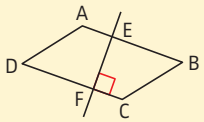
La méthode

Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

On peut utiliser l'une des propriétés ci-dessus. Le **choix de la propriété** s'effectue à partir de la question :

« En regardant la figure et les données, pour quelle propriété est-il le plus facile de démontrer les conditions d'utilisation ? »

EXEMPLE : 5e En utilisant les informations portées sur la figure ci-contre, démontrer que (AB)⊥(EF).



ABCD parallélogramme

◗ *Quelle propriété utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible de démontrer les conditions d'utilisation de la propriété P1 : on sait que (EF)⊥(DC), et (AB) et (DC) semblent parallèles.

Comment le démontrer ?

En utilisant le fait que ABCD est un parallélogramme.

◗ *Rédaction* : ABCD est un parallélogramme. Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles. Donc (AB)//(DC).

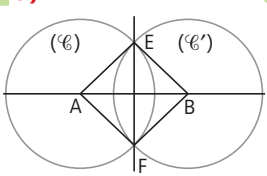
On sait que (EF)⊥(DC) (donnée de l'énoncé). Or, si deux droites sont parallèles et si une 3e droite est perpendiculaire à l'une d'elles, alors elle est perpendiculaire à l'autre. Donc (AB)⊥(EF).

Entraîne-toi !

Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

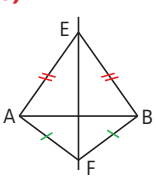
En utilisant les informations portées sur les figures, démontre dans chaque cas que (AB)⊥(EF). *Les mesures sont exprimées dans la même unité.*

6e a)

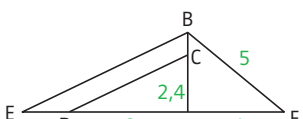


(𝒞) et (𝒞′) ont même rayon.
A est le centre de (𝒞).
B est le centre de (𝒞′).

6e b)



4e c)



E, D, A, F sont alignés.
AE = 7,5 et (CD)//(BE).

CORRIGÉS PAGES 298-299

95 Calculer la longueur d'un segment

4e 3e

Propriétés et formules utiles pour calculer la longueur d'un segment

Pour calculer la longueur d'un segment, on peut utiliser l'une des **propriétés ou formules** suivantes :

- Formules de calcul de périmètres, d'aires ou de volumes (fiches 56, 59, 63 et 64). 6e 5e 4e 3e
- Théorème de Pythagore (fiche 76). 4e
- Théorème de Thalès (fiche 78). 4e 3e
- Formules de trigonométrie (fiches 90 et 91). 4e 3e
- Propriétés des triangles semblables (fiche 75). 3e

Attention !

Pour pouvoir utiliser une propriété, tu dois t'assurer d'avoir les conditions d'utilisation de cette propriété. Ces conditions suivent le « Si » de la propriété.
Exemples :
- pour le théorème de Pythagore : avoir un triangle rectangle dont on connaît la longueur de 2 côtés ;
- pour le théorème de Thalès : avoir deux parallèles, un triangle ou deux sécantes, connaître la longueur de trois segments sur quatre.

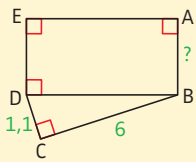
la méthode

Calculer la longueur d'un segment

On peut utiliser l'une des propriétés ou formules ci-dessus. Le **choix de la propriété ou formule** s'effectue à partir de la question :

« En regardant les données et la figure, pour quelle propriété ou formule est-il le plus facile de démontrer les conditions d'utilisation ? »

EXEMPLE : 4e En utilisant les informations portées sur la figure ci-contre, calculer AB (les longueurs sont en cm).



Aire du rectangle ABDE = 24,4 cm².

◗ *Quelle propriété ou formule utiliser ?*

En regardant la figure et les données, il semble possible d'utiliser la formule de l'aire du rectangle. En effet, ABDE est un rectangle, car il a 3 angles droits. On connaît son aire et on cherche sa largeur. Mais on ne connaît pas sa longueur.

Comment la calculer ? En utilisant le théorème de Pythagore, puisque BCD est un triangle rectangle.

◗ *Rédaction* : Dans le triangle BCD rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, on a : $DB^2 = DC^2 + BC^2$.

Donc $DB^2 = 1{,}1^2 + 6^2 = 37{,}21$.

On a donc, en cm, $DB = \sqrt{37{,}21} = 6{,}1$.

Aire (ABDE) $= AB \times DB$, donc $24{,}4 = AB \times 6{,}1$.

On a donc $AB = 24{,}4 : 6{,}1 = 4$. Donc AB = 4 cm.



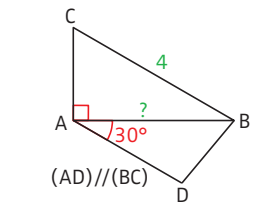
Entraîne-toi !

Calculer la longueur d'un segment

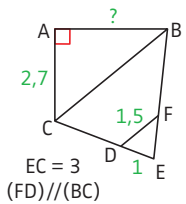
En utilisant les informations portées sur les figures, calcule AB. Tu donneras la valeur exacte ou un arrondi au dixième près.

Les mesures sont exprimées dans la même unité.

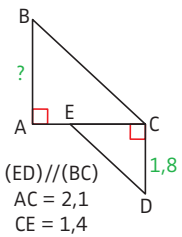
4e a)



4e b)



3e c)



CORRIGÉS PAGE 299

96 Calculer la mesure d'un angle

5e 4e 3e

Propriétés et formules utiles pour calculer la mesure d'un angle

Pour calculer la mesure d'un angle, on peut utiliser l'une des **propriétés ou formules** suivantes :

- Somme des angles dans un triangle (fiche 89). 5e
- Formules de trigonométrie (fiches 90 et 92). 4e 3e

On peut aussi utiliser l'**égalité avec un angle** dont on connaît la mesure. Pour cela, on utilise les propriétés :

- des angles alternes-internes ou correspondants définis par des droites parallèles (fiche 88) ; 5e
- des angles opposés par le sommet (fiche 88) ; 5e
- des angles d'un triangle isocèle ou équilatéral (fiche 71) ; 6e
- des angles des triangles semblables (fiche 74). 3e

Attention !

Pour pouvoir utiliser une propriété, tu dois t'assurer d'avoir les conditions d'utilisation de cette propriété.
Exemples : ◗ pour la propriété de la somme des angles d'un triangle : avoir un triangle dont on connaît deux angles ;
◗ pour les formules de trigonométrie : avoir un triangle rectangle dont on connaît la longueur de deux côtés.

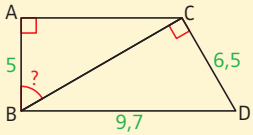
la méthode

Calculer la mesure d'un angle

On peut utiliser l'une des propriétés ou formules ci-dessus. Le **choix de la propriété ou formule** s'effectue à partir de la question :

« En regardant les données et la figure, pour quelle propriété ou formule est-il le plus facile de démontrer les conditions d'utilisation ? »

EXEMPLE : 4e En utilisant les informations portées sur la figure ci-dessous, calculer un arrondi au degré près de la mesure de $\widehat{ABC}$. (Les mesures sont exprimées dans la même unité.)



◗ *Quelle propriété ou formule utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible d'utiliser la trigonométrie dans le triangle rectangle ABC. Mais il manque la longueur d'un côté.

Comment la calculer ? On peut calculer BC en utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle DBC.

◗ *Rédaction* : Dans le triangle DBC rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, on a : $BD^2 = BC^2 + CD^2$, donc $9{,}7^2 = BC^2 + 6{,}5^2$.
On a donc $BC^2 = 9{,}7^2 - 6{,}5^2 = 51{,}84$ et $BC = \sqrt{51{,}84} = 7{,}2$.

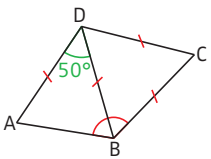
Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :
$\cos \widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{5}{7{,}2}$. Donc $\widehat{ABC} = \arccos\left(\dfrac{5}{7{,}2}\right) \approx 46°$.

Entraîne-toi !

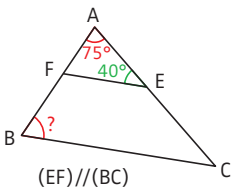
Calculer la mesure d'un angle

En utilisant les informations portées sur les figures, calcule $\widehat{ABC}$. Tu donneras la valeur exacte ou un arrondi au dixième de degré près. *Les mesures sont exprimées dans la même unité.*

5e **a)**

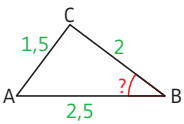


5e **b)**



(EF)//(BC)

4e **c)**



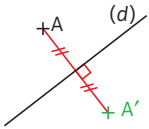
CORRIGÉS PAGES 299-300

97 Symétrie axiale

6e

Points et figures symétriques

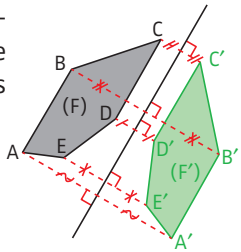
DÉFINITION 1. Deux points A et A′ sont symétriques par rapport à une droite (d) si (d) est la médiatrice du segment [AA′] (voir fiche 69).



À noter

Si le point est sur la droite, alors il est son propre symétrique.

DÉFINITION 2. Une figure (F′) est le symétrique d'une figure (F) par rapport à une droite (d) si (F′) est l'ensemble des symétriques des points de (F).



À noter

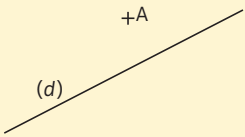
Si on plie la feuille suivant la droite (d), les figures (F) et (F′) se superposent.

PROPRIÉTÉS. Le symétrique par rapport à une droite :
- d'une **droite** est une droite ;
- d'un **segment** est un segment de même longueur ;
- d'un **angle** est un angle de même mesure ;
- d'un **cercle** est un cercle de même rayon.

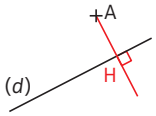
Les méthodes

Construire le symétrique d'un point, d'une figure par rapport à une droite

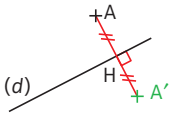
EXEMPLE : Construire le symétrique A′ du point A par rapport à la droite (d).



MÉTHODE 1. Avec la règle et l'équerre

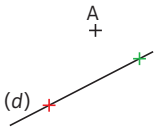


Étape 1. On **trace** la droite perpendiculaire à (*d*) qui passe par A. Soit H le point d'intersection de cette perpendiculaire avec (*d*).

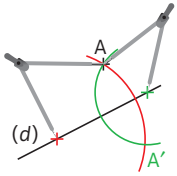


Étape 2. On **place** le point A' sur cette perpendiculaire, tel que HA' = HA.

MÉTHODE 2. Avec la règle et le compas



Étape 1. On **place** deux points sur la droite (*d*).

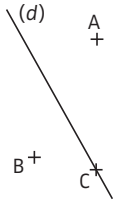


Étape 2. On **trace** deux arcs de cercle dont les centres sont ces deux points, et qui passent par A. Ils se coupent en A (bien sûr !) et en un second point qui est A'.

Pour tracer le symétrique d'un polygone, on trace le symétrique de chacun des sommets de ce polygone, et on joint ces nouveaux points.

Entraîne-toi !

Construire le symétrique d'un point, d'une figure par rapport à une droite



a) Reproduis une figure analogue et construis le symétrique des points A, B et C par rapport à la droite (*d*). Pour le symétrique de A, tu utiliseras l'équerre, et pour celui de B, le compas.

b) Trace un rectangle ABCD tel que AB = 4 cm et BC = 2,5 cm. Trace la droite (AC). Construis en rouge le symétrique du rectangle ABCD par rapport à la droite (AC).

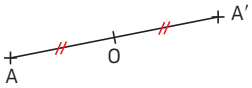
CORRIGÉS PAGE 300

98 Symétrie centrale

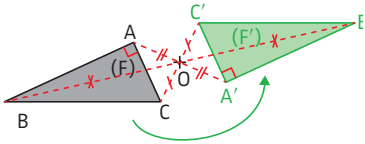
5e

Points et figures symétriques par rapport à un point

DÉFINITION 1. Deux points A et A′ sont symétriques par rapport à un point O si O est le milieu du segment [AA′].



DÉFINITION 2. Une figure (F′) est le symétrique d'une figure (F) par rapport à un point O si (F′) est l'ensemble des symétriques des points de (F).



À noter

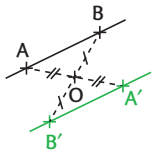
Si on fait tourner la figure (F) d'un demi-tour autour de O, elle se superpose à (F′).

PROPRIÉTÉS. Le symétrique par rapport à un point O :

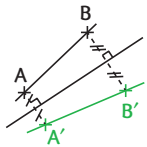
- d'une **droite** est une droite qui lui est parallèle ;
- d'un **segment** est un segment de même longueur ;
- d'un **angle** est un angle de même mesure ;
- d'un **cercle** est un cercle de même rayon.

À noter

À la différence d'une symétrie centrale, dans une symétrie axiale (par rapport à une droite), une droite et son symétrique ne sont généralement pas parallèles.



Symétrie centrale

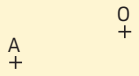


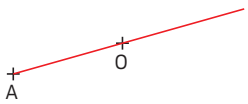
Symétrie axiale

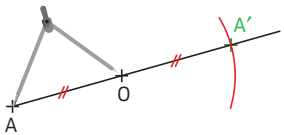
la méthode

Construire le symétrique d'un point, d'une figure par rapport à un point

EXEMPLE : Construire le symétrique A' du point A par rapport au point O.







◗ **Étape 1.** On **trace** la demi-droite d'origine A passant par O.

◗ **Étape 2.** On **place** le point A' sur cette demi-droite tel que OA' = OA. On peut utiliser la règle graduée ou le compas. Ce dernier instrument permet d'être plus précis.

◗ Cette méthode est la conséquence de la définition 1.
◗ Pour tracer le symétrique d'un polygone, on trace le symétrique de chacun des sommets de ce polygone, et on joint ces nouveaux points.

Entraîne-toi !

Construire le symétrique d'un point, d'une figure par rapport à un point

a) Place trois points D, E et F non alignés.

◗ Construis le point G symétrique de D par rapport à E.

◗ Construis le point H symétrique de F par rapport à D.

◗ Construis le point I symétrique de E par rapport à F.

b) Trace un triangle ABC tel que :

AB = 4 cm ; BC = 3,2 cm et AC = 2,8 cm.

Place un point D à l'intérieur de ce triangle et trace en rouge le symétrique du triangle ABC par rapport au point D.

CORRIGÉS PAGE 300

99 Axe et centre de symétrie

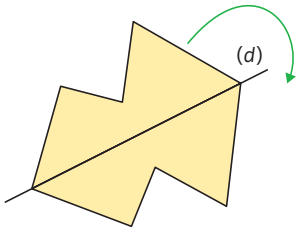
6e 5e

1 Axe de symétrie 6e

DÉFINITION 1. On dit qu'une droite (d) est un **axe de symétrie** d'une figure si le symétrique de cette figure par rapport à (d) est elle-même.

Cela signifie que si on plie la figure suivant l'axe de symétrie alors les deux parties de la figure se superposent.

EXEMPLE :
(d) est un axe de symétrie de la figure ci-contre.



À noter

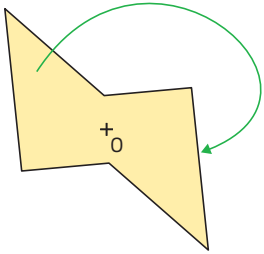
Une figure peut n'avoir aucun axe de symétrie, avoir un axe de symétrie (comme ici), deux axes… ou une infinité d'axes (voir exercice b).

2 Centre de symétrie 5e

DÉFINITION 2. On dit qu'un point O est un **centre de symétrie** d'une figure si le symétrique de cette figure par rapport à O est elle-même.

Cela signifie que si on fait tourner la figure d'un demi-tour (c'est-à-dire d'un angle de 180°) autour de O, la figure obtenue se superpose à la figure de départ.

EXEMPLE :
O est un centre de symétrie de la figure ci-contre.



À noter

Une figure peut ne pas avoir de centre de symétrie, ou en avoir un (comme ici), ou une infinité si c'est une droite.

Les méthodes

1 Tracer, s'il existe, un axe de symétrie d'une figure 6e

On essaie, mentalement, de trouver une droite telle que si on **plie** la figure suivant cette droite, les deux parties obtenues se superposent.



Pour tracer l'axe avec précision, trace la médiatrice du segment formé par deux points qui semblent symétriques.

2 Tracer, s'il existe, le centre de symétrie d'une figure 5e

On essaie, mentalement, de trouver un point tel que si on **fait tourner** la figure **d'un demi-tour** autour de ce point, la figure obtenue se superpose à la figure de départ.



Pour placer le centre de symétrie, trace le milieu d'un segment dont les extrémités sont deux points qui semblent symétriques.

Entraîne-toi !

Tracer, s'il en existe, le(s) axe(s) de symétrie et/ou le centre de symétrie d'une figure

a) Construis un triangle isocèle, un triangle équilatéral, un parallélogramme, un losange, un rectangle, un carré et un cercle.

6e **b)** S'il en existe, construis en rouge les(s) axe(s) de symétrie de chaque figure.

5e **c)** S'il en existe, construis en vert leur centre de symétrie.

CORRIGÉS PAGE 301

100 Translation 4e

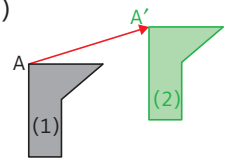
Effet d'une translation sur une figure

DÉFINITION. La **translation** est une transformation du plan qui permet de passer d'une figure (1) à une figure (2) en la faisant glisser sans la faire tourner.

À noter

« Glisser sans tourner » signifie que les côtés de la figure que l'on fait glisser « restent parallèles ».

EXEMPLE : Une translation transforme la figure (1) en la figure (2) : c'est la translation qui transforme A en A'. On dit que la figure (2) est **l'image** de la figure (1) par la translation qui transforme A en A'.



Conseil

Prends un papier-calque, décalque la figure (1). Fais glisser le papier-calque sans le faire tourner pour que A vienne en B. Vérifie que la figure (1) se superpose à la figure (2).

PROPRIÉTÉS. Par une translation, l'image :
- d'une **droite** est une droite qui lui est parallèle ;
- d'un **segment** est un segment de même longueur ;
- d'un **angle** est un angle de même mesure ;
- d'un **cercle** est un cercle de même rayon.

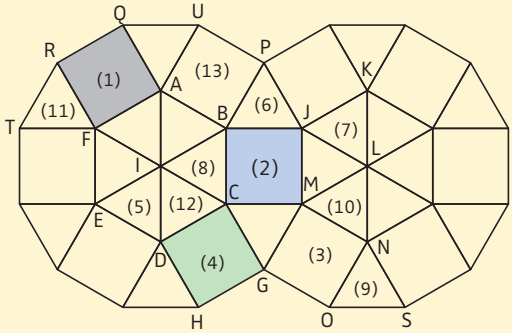
La méthode

Reconnaître si deux figures sont images l'une de l'autre par une translation

Pour savoir si une figure (1) a pour image une figure (2) par une translation, il faut voir (mentalement ou avec du papier-calque) si on peut **faire glisser sans tourner** la figure (1) pour qu'elle se superpose à la figure (2).

EXEMPLES : Dans le pavage ci-dessous constitué de carrés et de triangles équilatéraux :

- Il n'y a aucun côté du carré (1) qui soit parallèle à un côté du carré (2). Donc il n'y a aucune translation telle que l'image du carré (1) soit le carré (2).
- Le carré (4) est l'image du carré (1) par la translation qui transforme A en G (ou Q en C, ou R en D, ou F en H).



Entraîne-toi !

1 Reconnaître si deux figures sont images l'une de l'autre par une translation

Dans le pavage ci-dessus :

a) Existe-t-il une translation telle que l'image du carré (1) soit le carré (3). Si oui, quelle est cette translation ? Justifie ta réponse.

b) Existe-t-il une translation telle que l'image du triangle (7) soit le triangle (5) ? Si oui, quelle est cette translation ? Justifie ta réponse.

2 Trouver l'image d'une figure par une translation

Dans le pavage ci-dessus :

a) Quelle est l'image du triangle (6) par la translation qui transforme J en S ?

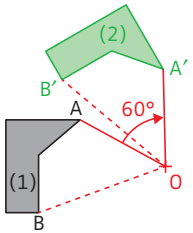
b) Quelle est l'image du triangle (8) par la translation qui transforme I en J ?

CORRIGÉS PAGE 301

101 Rotation 3e

Effet d'une rotation sur une figure

DÉFINITION. La **rotation** est une transformation du plan qui permet de passer d'une figure (1) à une figure (2) en la faisant tourner autour d'un point, appelé **centre** de la rotation.



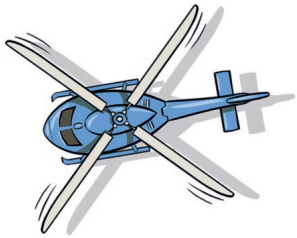
EXEMPLE : Une rotation transforme la figure (1) ci-contre, en la figure (2) : c'est la rotation de centre O et d'angle 60°, dans le sens des aiguilles d'une montre.

À noter

- On définit deux sens de rotation : le sens des aiguilles d'une montre et le sens inverse des aiguilles d'une montre.
- La rotation de centre O et d'angle 180° est la symétrie de centre O.

PROPRIÉTÉS. Par une rotation, l'image :

- d'une **droite** est une droite ;
- d'un **segment** est un segment de même longueur ;
- d'un **angle** est un angle de même mesure ;
- d'un **cercle** est un cercle de même rayon.



La méthode

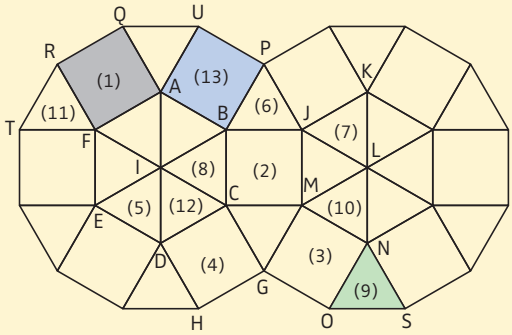
Reconnaître si deux figures sont images l'une de l'autre par une rotation

Pour savoir si une figure (1) a pour image une figure (2) par une rotation, il faut voir (mentalement ou avec du papier-calque) s'il existe un point autour duquel **faire tourner** la figure (1) pour qu'elle se superpose à la figure (2).

Si les figures ne sont pas superposables, alors il n'y a pas de rotation qui transforme la figure (1) en la figure (2).

EXEMPLES : Dans le pavage ci-dessous constitué de carrés et de triangles équilatéraux :

- Il n'y a pas de rotation dont l'image du carré (1) soit le triangle (9), car ces deux polygones ne sont pas superposables.
- L'image du carré (1) est le carré (13) par la rotation de centre A et d'angle 150° dans le sens des aiguilles d'une montre.



Entraîne-toi !

1 Reconnaître si deux figures sont images l'une de l'autre par une rotation

Dans le pavage ci-dessus :

a) Existe-t-il une rotation telle que l'image du carré (3) soit le carré (4) ? Si oui, quelle est cette rotation ? Justifie ta réponse.

b) Existe-t-il une rotation telle que l'image du triangle (8) soit le triangle (12) ? Si oui, quelle est cette rotation ? Justifie ta réponse.

2 Trouver l'image d'une figure par une rotation

Dans le pavage ci-dessus :

a) Quelle est l'image du triangle (12) par la rotation de centre I et d'angle 60°, dans le sens des aiguilles d'une montre ?

b) Quelle est l'image du carré (13) par la rotation de centre I et d'angle 60°, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre ?

CORRIGÉS PAGE 301

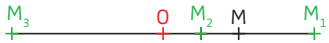
102 Homothétie 3e

1 Image d'un point par une homothétie

DÉFINITION. O est un point et k un nombre non nul. L'image d'un point M par l'**homothétie** de centre O et de rapport k est le point M' tel que O, M et M' sont alignés, et :
- si $k > 0$, $OM' = k \times OM$, M' appartient à la demi-droite [OM) ;
- si $k < 0$, $OM' = -k \times OM$, M' n'appartient pas à [OM).

L'homothétie de centre O et de rapport k est notée H(O ; k).

EXEMPLES :



M_1 est l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport 2,
M_2 l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport 0,5 et
M_3 l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport – 2.

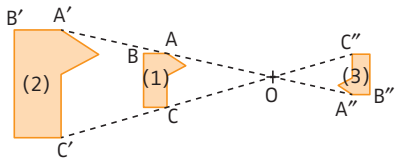
2 Image d'une figure par une homothétie

PROPRIÉTÉ 1. Par une homothétie, l'image d'une **droite** est une droite qui lui est parallèle ; d'un **segment** est un segment qui lui est parallèle ; d'un **angle** est un angle de même mesure ; d'un **cercle** est un cercle.

CONSÉQUENCE. Pour tracer l'**image d'un polygone**, on construit l'image des sommets, et on joint ces nouveaux points.

EXEMPLES :

La figure (2) est l'image de la figure (1) par H (O ; 2) et la figure (3) l'image de la figure (1) par H $\left(O ; -\frac{2}{3}\right)$.



À noter

Lorsque le rapport est négatif (ici $-\frac{2}{3}$), la figure est retournée.

PROPRIÉTÉ 2. L'image d'une figure par une homothétie est :
- une **réduction** de cette figure si $-1 < k < 1$;
- un **agrandissement** de cette figure si $k < -1$ ou $k > 1$.

CONSÉQUENCE. L'**image d'un triangle** par une homothétie est un triangle semblable (voir fiche 74).

la méthode

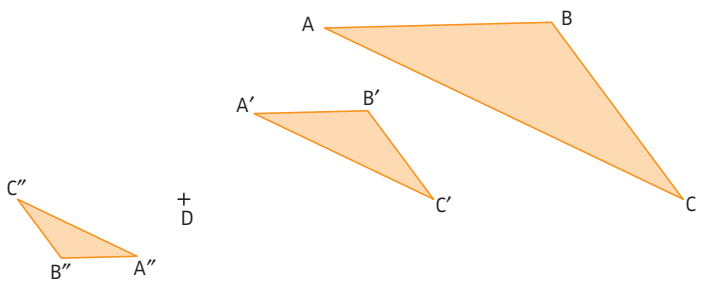
Reconnaître si deux figures sont images l'une de l'autre par une homothétie

On peut vérifier que les droites passant par des points et leur image sont **concourantes,** et que les rapports $\frac{OM'}{OM}$ sont constants, avec M' et M images l'un de l'autre.

- Trois droites sont concourantes si elles se coupent en un même point.
- Pour savoir si une figure (1) a pour image une figure (2) par une homothétie, on peut aussi vérifier que la figure (2) est un agrandissement ou une réduction de la figure (1), et que les droites passant par des points homologues (c'est-à-dire images l'un de l'autre) sont concourantes.

Entraîne-toi !

Reconnaître si deux figures sont images l'une de l'autre par une homothétie



a) A'B'C' est-il l'image du triangle ABC par une homothétie ? Si oui, quel est son centre ? son rapport ?

b) A''B''C'' est-il l'image du triangle ABC par une homothétie ? Si oui, quel est son centre ? son rapport ?

CORRIGÉS PAGE 301

103 Images de figures par une transformation : construction 4e 3e

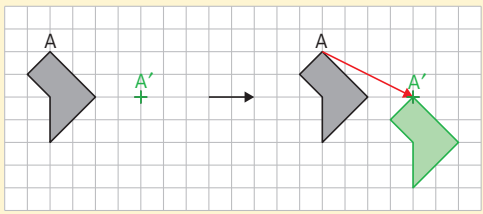
Les méthodes

Pour la construction de l'image d'une figure par une symétrie axiale 6e, voir fiche 97 ; par une symétrie centrale 5e, voir fiche 98.

1 Construire l'image d'une figure par une translation 4e

On imagine que l'on décalque la figure et qu'on la fait **glisser sans la tourner** de façon à faire coïncider le point et son image, puis on trace la figure obtenue.

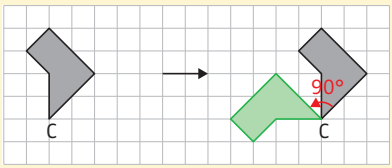
EXEMPLE :
Tracer l'image de la figure ci-contre par la translation qui transforme A en A'.



2 Construire l'image d'une figure par une rotation 3e

On imagine que l'on décalque la figure et qu'on la fait **tourner** autour du centre de la rotation, d'un angle égal à l'angle de la rotation, puis on trace la figure obtenue.

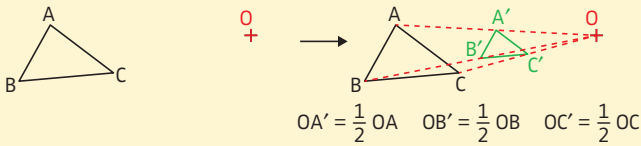
EXEMPLE : Tracer l'image de la figure ci-contre par la rotation de centre C et d'angle 90°, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.



3 Construire l'image d'une figure par une homothétie 3e

On construit la figure en utilisant la **définition** de l'homothétie.

EXEMPLE : Tracer l'image du triangle ABC ci-dessous par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{2}$.

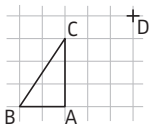


$OA' = \frac{1}{2}\,OA$ $OB' = \frac{1}{2}\,OB$ $OC' = \frac{1}{2}\,OC$

Place le point A′ appartenant à la demi-droite [OA] et tel que $OA' = \frac{1}{2}OA$. De la même façon, place les points B′ et C′.

Entraîne-toi !

Pour les exercices 1 à 3, reproduis la figure ci-contre.



4e **1 Tracer l'image d'une figure par une translation**

Trace en noir l'image du triangle ABC par la translation qui transforme A en B.

3e **2 Tracer l'image d'une figure par une rotation**

Trace en rouge l'image du triangle ABC par la rotation de centre C et d'angle 90°, dans le sens des aiguilles d'une montre.

3e **3 Tracer l'image d'une figure par une homothétie**

a) Trace en bleu l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre D et de rapport 2.

b) Trace en vert l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre D et de rapport $-\frac{1}{2}$.

CORRIGÉS PAGE 302

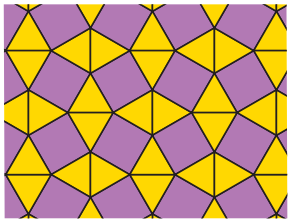
Paver le plan

On utilise les pavages depuis l'Antiquité pour décorer le sol ou les murs. Les motifs que l'on peut choisir sont variés, comme dans les pavages réalisés par Escher.

Qu'est-ce qu'un pavage du plan ?

DÉFINITION 1. Paver le plan à l'aide de figures géométriques, c'est le **recouvrir totalement** avec ces figures sans chevauchement et sans trou.

EXEMPLE : Ci-contre, pavage du plan avec des carrés et des triangles équilatéraux.



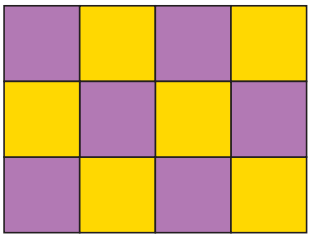
Qu'est-ce qu'un pavage régulier ?

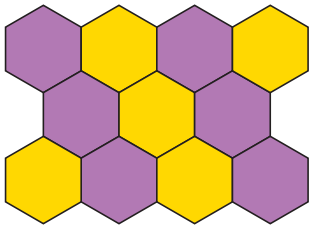
DÉFINITION 2. Un **polygone régulier** est un polygone dont tous les côtés sont égaux, et dont tous les angles sont de même mesure.

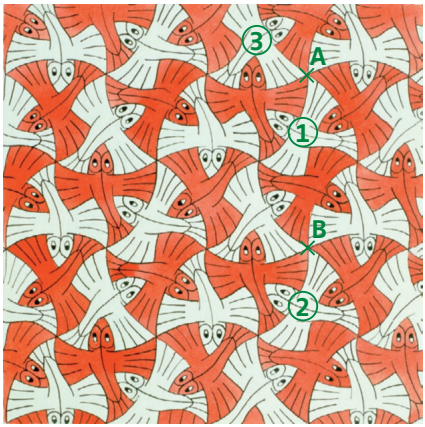
EXEMPLES : Le triangle équilatéral, le carré sont des polygones réguliers. En revanche, le rectangle (non carré) n'est pas un polygone régulier, car ses côtés ne sont pas tous égaux.

DÉFINITION 3. Un **pavage** est **régulier** s'il est réalisé à partir de polygones réguliers.

On peut réaliser un pavage régulier avec des **carrés**, avec des **hexagones réguliers**... mais pas forcément avec tous les polygones réguliers (voir la rubrique « À toi de jouer ! » en page de droite).







- Il est possible de réaliser des pavages avec des motifs autres que des polygones. L'artiste néerlandais M. C. **Escher** (1898-1972) a réalisé de nombreux pavages de ce type à partir d'un seul motif.
- Dans le pavage ci-dessus, on peut passer d'un motif (poisson volant) à un autre par différentes **transformations** (voir fiches 97 à 103).

À toi de jouer !

Pavages

5e 4e 3e

5e **a)** Réalise, si possible, un pavage régulier avec des triangles équilatéraux.

4e **b)** La somme des angles d'un polygone à n côtés est donnée par la formule $180° \times (n - 2)$.
- Quelle est la mesure d'un angle d'un pentagone (polygone à 5 côtés donc à 5 angles) régulier ?
- Démontre que l'on ne peut pas réaliser un pavage régulier avec un pentagone régulier.

3e **c)** Dans le pavage d'Escher ci-dessus, quelle transformation permet de passer :
- du motif 1 au motif 2 ?
- du motif 1 au motif 3 ?

CORRIGÉS PAGE 302

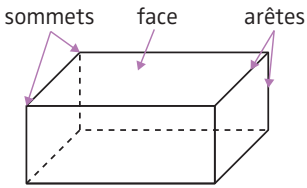
104 Cubes, pavés droits : construction en perspective

6e

Vocabulaire

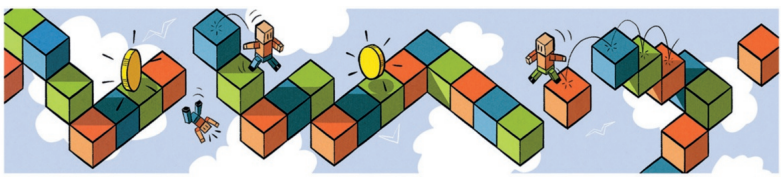
DÉFINITION 1. Un **cube** est un solide dont toutes les faces sont des carrés.

DÉFINITION 2. Un **pavé droit** (ou parallélépipède rectangle) est un solide dont toutes les faces sont des rectangles.



À noter

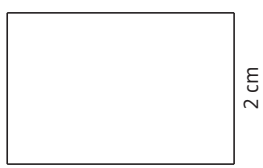
Un cube est un pavé droit particulier.



la méthode

Construire un pavé droit en perspective cavalière

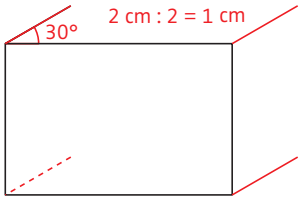
EXEMPLE : Construire en perspective cavalière un pavé droit de dimensions 3 cm par 2 cm par 2 cm. La face avant est le rectangle de dimensions 3 cm par 2 cm.

Étapes	Solution
1 On construit la **face avant** à l'échelle 1.	1 

2 On trace les **arêtes fuyantes** qui sont parallèles entre elles. Elles forment un angle de 30° (ou 45°, ou 60°) avec la face avant. Leurs dimensions sont réduites, généralement de 50 %.

Pense à tracer l'arête cachée en pointillé.

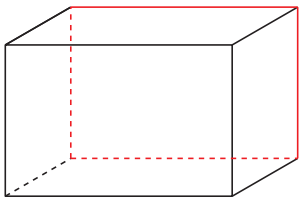
2



3 On termine la construction en traçant les **quatre dernières arêtes**.

Pense à tracer les arêtes cachées en pointillé.

3

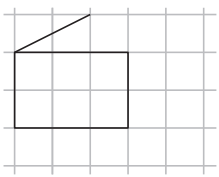


Entraîne-toi !

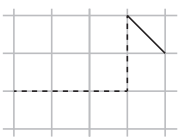
1 Compléter une perspective cavalière

Dans chacun des cas, on a commencé à dessiner un parallélépipède rectangle en perspective cavalière. Reproduis sur papier quadrillé et complète ces dessins.

a)



b)



2 Construire un pavé droit en perspective cavalière

Trace en perspective cavalière un parallélépipède rectangle de dimensions 3,5 cm par 2,5 cm par 3 cm.
La face avant est le rectangle de 3,5 cm sur 2,5 cm.

CORRIGÉS PAGE 303

105 Cubes, pavés droits : patrons

6e

Patron d'un solide

DÉFINITION. Le patron d'un solide est une figure qui, après découpage et pliage, permet de **fabriquer le solide** sans que des faces se superposent.

Les méthodes

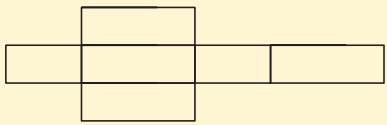
1 Reconnaître un patron de pavé droit

On s'assure que la figure est constituée de **6 rectangles.**

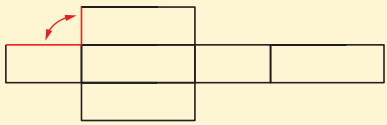
Puis, on s'assure mentalement qu'en pliant la figure, on arrive à **reconstituer le pavé droit** et, en particulier, que les côtés qui vont être en contact sont bien de même longueur.

EXEMPLES : Ces figures sont-elles des patrons de pavé droit ?

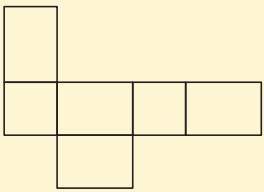
a)



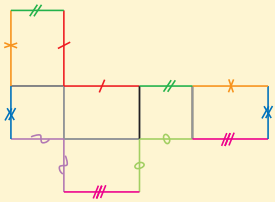
Non, ce n'est pas un patron de pavé droit, car les arêtes rouges qui se correspondent n'ont pas la même longueur.



b)

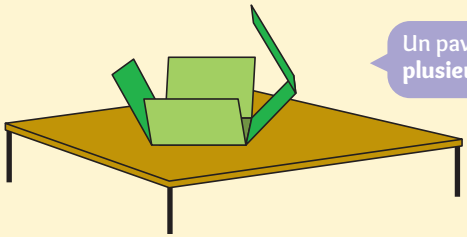


Oui, c'est le patron d'un pavé droit.



2 Construire un patron d'un pavé droit

Il faut imaginer que l'on pose le pavé et qu'on le **déplie**.

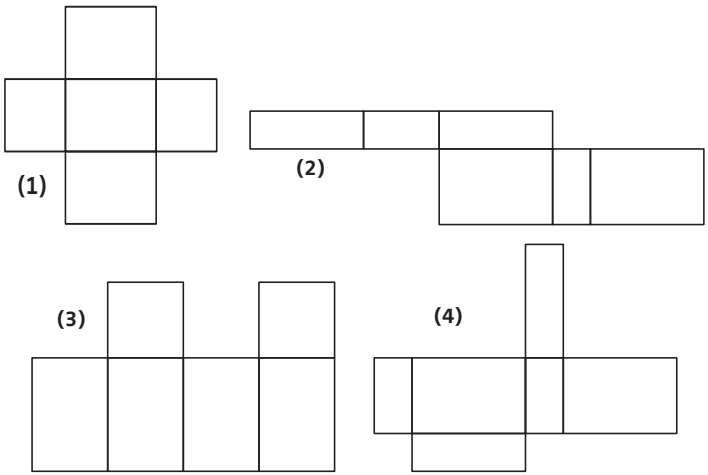


Un pavé peut avoir **plusieurs patrons.**

Entraîne-toi !

1 Reconnaître un patron de pavé droit

Pour chaque dessin, précise si c'est le patron d'un pavé droit.



2 Construire un patron d'un pavé droit

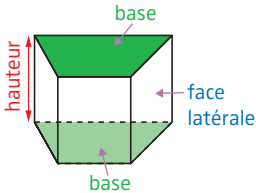
Construis un patron du pavé droit de dimensions 2 cm par 1,5 cm par 1 cm.

CORRIGÉS PAGE 303

106 Prismes droits 5e

Vocabulaire

DÉFINITIONS. Un **prisme droit** est un solide dont :
- deux faces sont des polygones superposables et parallèles : elles sont appelées les **bases** du prisme droit ;
- les autres faces sont des rectangles : elles sont appelées les **faces latérales**.



La distance entre les deux bases est appelée la **hauteur** du prisme droit.

À noter
- Il y a autant de faces latérales que de côtés à la base.
- Un pavé droit est un prisme droit particulier dont la base est un rectangle.
- En perspective cavalière, les bases des prismes droits sont des figures superposables.

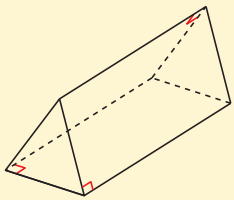
Les méthodes

1 Reconnaître un prisme droit

Pour reconnaître si un solide est prisme droit, on vérifie les conditions de la **définition** ci-dessus.

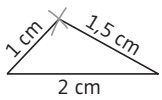
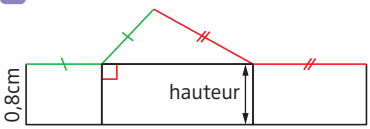
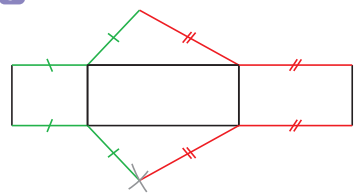
EXEMPLE : Ce solide est-il un prisme droit ?

Ce solide comporte deux bases triangulaires, parallèles et superposables.
Les autres faces sont des rectangles.
Il s'agit donc d'un prisme droit.



2 Construire un patron d'un prisme droit

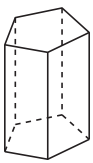
EXEMPLE : Construire un patron du prisme droit de hauteur 0,8 cm, dont la base est un triangle de dimensions 2 cm ; 1 cm et 1,5 cm.

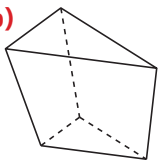
Étapes	Solution
1 On trace **une base**.	**1** 
2 On trace toutes les **faces latérales**. Il y en a autant que de côtés à la base. Ces faces latérales ont pour dimensions la longueur d'un côté de la base et la hauteur du prisme.	**2** 
3 On trace la **seconde base**. ◗ Au cours des étapes 2 et 3, assure-toi qu'en pliant le patron, les côtés en contact sont de même longueur. ◗ Un prisme droit peut avoir **plusieurs patrons**.	**3** 

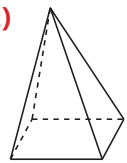
Entraîne-toi !

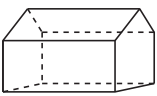
1 Reconnaître un prisme droit

Parmi ces solides, lesquels semblent être des prismes droits ?

a) 

b) 

c) 

d) 

2 Construire un patron d'un prisme droit

Construis un patron du prisme droit de hauteur 1 cm, dont la base est un triangle ABC rectangle en A, tel que AB = 1,5 cm et AC = 2 cm.

CORRIGÉS PAGES 303-304

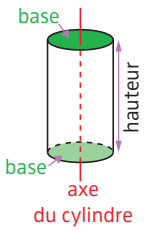
107 Cylindres 5e

1 Vocabulaire

DÉFINITIONS. Un **cylindre** est un solide composé :
- de deux faces parallèles et superposables qui sont des disques : ces faces sont appelées les **bases** du cylindre ;
- d'une **surface latérale**, dont le patron est en général un rectangle.

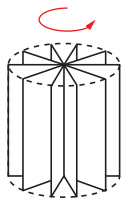
La distance entre les deux bases est appelée **hauteur** du cylindre.

Le rayon des cercles de base est appelé **rayon** du cylindre.



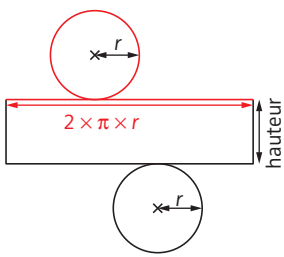
À noter

Un cylindre est un solide obtenu en faisant tourner un rectangle autour de l'un de ses côtés.



2 Patron d'un cylindre

Le **patron d'un cylindre** est composé de deux disques et d'un rectangle. Le rectangle a pour dimensions la hauteur du cylindre et le périmètre du cercle de base.



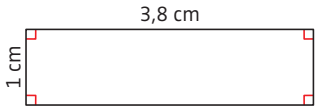
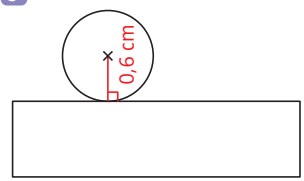
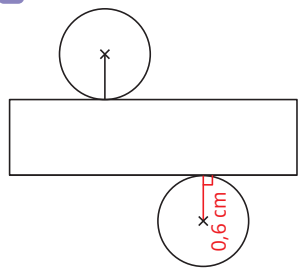
À noter

Ces caractéristiques permettent de reconnaître si un dessin est un patron de cylindre.

la méthode

Construire un patron d'un cylindre

EXEMPLE : Tracer un patron du cylindre de rayon 0,6 cm et de hauteur 1 cm.

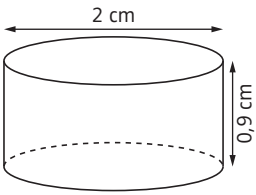
Étapes	Solution
1 On calcule le **périmètre du cercle de base** pour avoir l'une des dimensions du rectangle.	**1** $L = 2 \times \pi \times 0{,}6 \approx 3{,}8$. L'une des dimensions du rectangle est 3,8 cm.
2 On trace un **rectangle** de dimensions la hauteur du cylindre et le périmètre du cercle de base.	**2** 
3 On trace un segment perpendiculaire au côté du rectangle (correspondant au périmètre de la base) de longueur le rayon du cylindre, puis on trace un **cercle** de centre l'extrémité de ce segment et de rayon le rayon du cylindre.	**3** 
4 On trace un **second cercle** de l'autre côté du rectangle en renouvelant l'étape 3. Un cylindre peut avoir **plusieurs patrons.**	**4** 

Entraîne-toi !

Tracer le patron d'un cylindre

a) Trace un patron du cylindre de rayon 0,8 cm et de hauteur 1,5 cm.

b) Trace un patron du cylindre ci-contre.



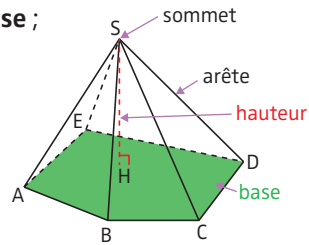
CORRIGÉS PAGE 304

108 Pyramides 4e

Vocabulaire

DÉFINITIONS. Une **pyramide** est un solide dont :
- une face est un polygone, appelée **base** ;
- les autres faces sont des triangles ayant un sommet commun appelé **sommet** de la pyramide : ces faces sont appelées **faces latérales**.

La distance entre le sommet et la base est appelée **hauteur**.



À noter

Une pyramide dont la base est un triangle est appelée **tétraèdre**. Toutes ses faces sont donc des triangles.

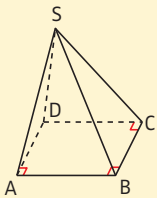
Les méthodes

1 Reconnaître une pyramide

Pour reconnaître si un solide est une pyramide, on vérifie les conditions de la **définition** ci-dessus.

EXEMPLE : Le solide ci-contre est-il une pyramide ?

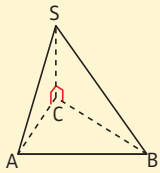
Il possède une base (rectangulaire) et les autres faces sont des triangles ayant le sommet S en commun, donc ce solide est une pyramide.

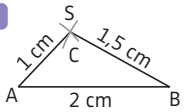
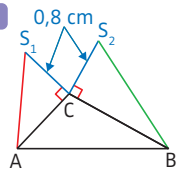
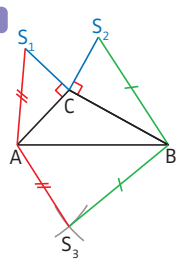


2 Construire un patron d'une pyramide

EXEMPLE : Construire un patron du tétraèdre SABC ci-contre sachant que AB = 2 cm ; AC = 1 cm ; BC = 1,5 cm et SC = 0,8 cm.

(Les triangles SCA et SCB sont rectangles en C.)

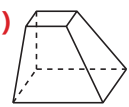


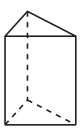
Étapes	Solution
1 On trace la **base**.	**1** 
2 On trace **deux faces latérales** dont on connaît les dimensions. Attention ! Les côtés en contact doivent avoir la même longueur.	**2** 
3 On trace la (ou les) **dernière(s) face(s) latérale(s)** en reportant les longueurs au compas (de telle sorte que les côtés en contact aient la même longueur). Une pyramide peut avoir **plusieurs patrons.**	**3** 

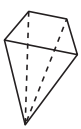
Entraîne-toi !

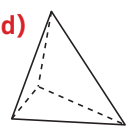
1 Reconnaître une pyramide

Parmi les solides ci-dessous, lesquels sont des pyramides ?

a) 

b) 

c) 

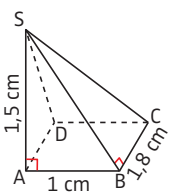
d) 

e) 

2 Construire un patron d'une pyramide

Construis un patron de la pyramide SABCD à base rectangulaire ci-contre.

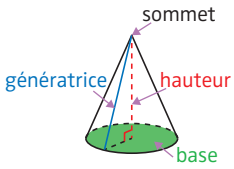
(Le triangle SAD est rectangle en A.)



CORRIGÉS PAGES 304-305

109 Cônes 4e

1 Définitions



DÉFINITIONS. Un **cône** (de révolution) est un solide composé :
- d'un cercle, appelé la **base** ;
- d'une **surface latéral**

dont le patron est une portion de disque.

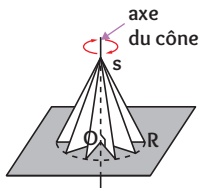
Le rayon du disque de base est appelé **rayon**.

La distance entre le sommet du cône et le centre du disque de base est appelée la **hauteur**.

Un segment qui relie le sommet du cône à un point du cercle de base est appelé une **génératrice**.

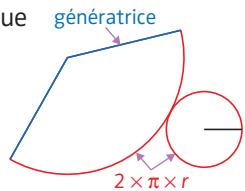
À noter

Un cône est le solide obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour de l'un des côtés de l'angle droit.



2 Patron d'un cône

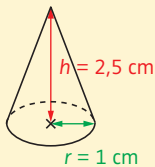
Le **patron d'un cône** est composé d'un disque et d'une portion de disque telle que :
- son rayon est égal à la longueur de la génératrice ;
- la longueur de son arc de cercle est égale au périmètre du disque de base.

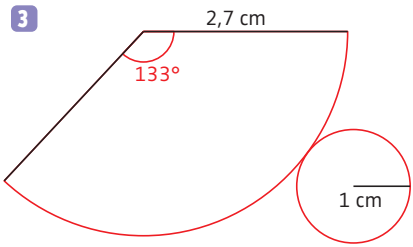


La méthode

Construire un patron d'un cône

EXEMPLE : Construire un patron du cône ci-contre.



Étapes	Solution
1 On calcule la **longueur de la génératrice** en utilisant le théorème de Pythagore (voir fiche 76).	**1** Soit g la longueur de la génératrice. D'après le théorème de Pythagore, on a : $g^2 = 1^2 + 2{,}5^2 = 7{,}25$. Donc, en cm : $g = \sqrt{7{,}25} \approx 2{,}7$.
2 On calcule la mesure de l'**angle** (noté x) de la portion de disque, en utilisant la proportionnalité entre la mesure de cet angle et la longueur de l'arc de cercle. L'angle de 360° correspond à la longueur d'un cercle dont le rayon est la génératrice. L'angle x cherché correspond à une longueur d'arc égale au périmètre du disque de base.	**2** **Longueur de l'arc de cercle (en cm)** : $2 \times \pi \times 2{,}7$; $2 \times \pi \times 1$ **Angle (en °)** : 360 ; x On applique le produit en croix (voir fiche 44). On obtient : $x = \dfrac{2 \times \pi \times 1 \times 360}{2 \times \pi \times 2{,}7} \approx 133\,°$.
3 On trace une **portion de disque** de rayon la longueur de la génératrice, et dont l'angle a été calculé à l'étape 2. Puis, on trace le **disque de base**.	**3** 

Entraîne-toi !

Tracer le patron d'un cône

Trace un patron du cône de rayon 1 cm et de hauteur 3 cm.

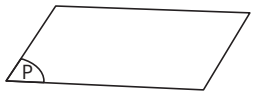
CORRIGÉS PAGE 305

110 Sections planes d'un solide

3e

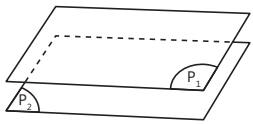
1 Plan

Un **plan** peut être imaginé comme une plaque rigide sans épaisseur, dont on peut augmenter indéfiniment les dimensions. Un plan est souvent représenté par un parallélogramme.



Deux plans sont **parallèles** s'ils n'ont aucun point commun.

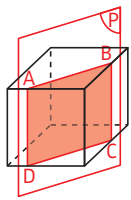
EXEMPLE : On a représenté ci-contre deux plans parallèles.



2 Section

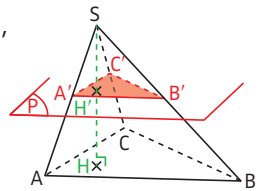
DÉFINITION. La **section plane d'un solide** est l'intersection d'un plan et de ce solide.

EXEMPLE : La section du cube par le plan (P) ci-contre est le rectangle ABCD.



PROPRIÉTÉ DES SECTIONS DES CÔNES ET PYRAMIDES.
La section d'un cône (ou d'une pyramide) par un plan parallèle à la base est une figure qui est une **réduction** de la base.

EXEMPLE : La section de cette pyramide à base triangulaire (tétraèdre) par le plan (P), qui est parallèle à la base ABC, est le triangle A'B'C' qui est une réduction du triangle ABC.
Le coefficient de réduction (voir fiche 49) est : $\frac{SA'}{SA} = \frac{SB'}{SB} = \frac{SC'}{SC} = \frac{SH'}{SH}$.



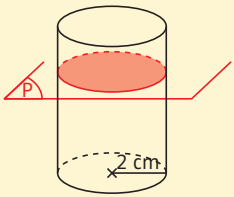
À noter
Ces égalités résultent de l'application du théorème de Thalès (voir fiche 78).

la méthode

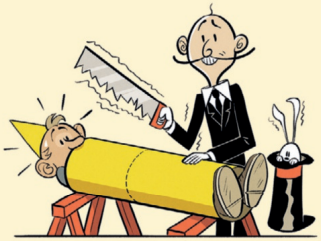
Tracer la section d'un solide par un plan

Il faut d'abord imaginer mentalement la **nature** de la section (triangle, rectangle...) en s'appuyant sur la représentation du solide en perspective, puis déterminer ses **dimensions** en utilisant les propriétés du solide sectionné.

EXEMPLE : Représenter en perspective la section d'un cylindre de rayon 2 cm et de hauteur 4 cm par un plan parallèle à la base. Donner la nature et les caractéristiques de cette section.



La section est un cercle de rayon 2 cm.



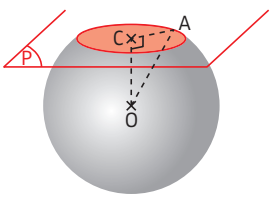
Entraîne-toi !

Tracer la section d'un solide par un plan

a) Représente en perspective les solides et les sections suivantes, puis détermine la nature et les dimensions de ces sections :

- section d'un pavé droit de dimensions 4 cm × 3 cm × 2 cm, par un plan parallèle à une face de dimensions 4 cm × 3 cm ;
- section d'un cylindre de rayon 1 cm et de hauteur 3 cm, par un plan qui contient l'axe du cylindre ;
- section d'un cône de rayon 2 cm et de hauteur 4 cm, par un plan parallèle à la base. La distance du sommet du cône au plan est 1 cm.

b) Détermine la nature et les dimensions de la section ci-contre, sachant que la sphère (voir fiche 111) a pour rayon 4 cm et que OC = 3 cm.



CORRIGÉS PAGES 305-306

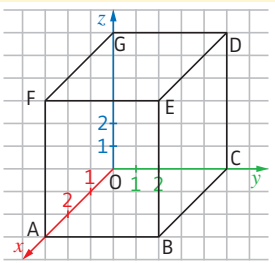
111 Repérage dans un pavé droit, sur une sphère

4e 3e

Les méthodes

1 Se repérer dans un pavé droit 4e

Pour se repérer dans un pavé droit, on choisit une **origine** (ici O) et **trois axes** deux à deux perpendiculaires (ici les axes (Ox), (Oy) et (Oz)). Il faut alors **trois coordonnées** pour repérer un point : son abscisse ; son ordonnée et son altitude.

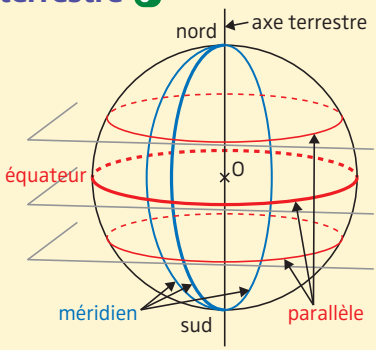


EXEMPLES : Le point A a pour coordonnées (3 ; 0 ; 0) : abscisse 3 sur l'axe (Ox) ; ordonnée 0 sur l'axe (Oy) et altitude 0 sur l'axe (Oz).

- B a pour coordonnées (3 ; 5 ; 0).
- E a pour coordonnées (3 ; 5 ; 6).

2 Se repérer sur la sphère terrestre 3e

DÉFINITIONS 1. La **sphère** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M de l'espace tel que $OM = r$. On appelle **grand cercle** sur cette sphère tout cercle de centre O et de rayon r.

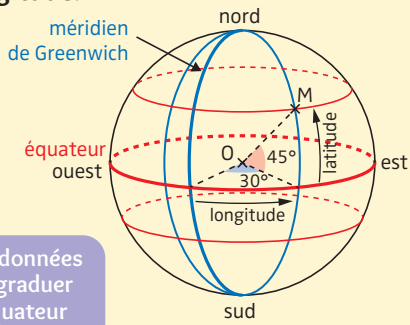


DÉFINITIONS 2. Un **méridien** est un demi-grand cercle de la sphère terrestre limité aux pôles. Le méridien origine est le **méridien de Greenwich** qui passe par Greenwich (à Londres).

DÉFINITIONS 3. Un **parallèle** est un cercle qui est l'intersection de la sphère terrestre et d'un plan perpendiculaire à l'axe qui joint les pôles. L'**équateur** est le parallèle qui a pour centre le centre de la sphère terrestre.

DÉFINITIONS 4. On peut repérer un point sur la sphère terrestre à l'aide de deux angles qui forment ses **coordonnées géographiques**, appelées la **latitude** et la **longitude**.

EXEMPLE : M a pour coordonnées latitude 45° Nord et longitude 30° Est.
On note M (45° N ; 30° E) avec N pour Nord et E pour Est.



Pour faciliter la lecture des coordonnées sur la sphère terrestre, on peut graduer le méridien de Greenwich et l'équateur (voir exercice 2).

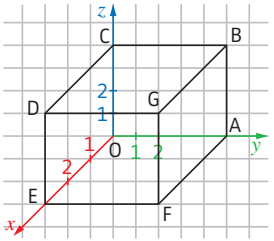
Entraîne-toi !

4e

1 Se repérer dans un pavé droit

a) Quelles sont les coordonnées des points A ; B ; D ; G ?

b) Reproduis la figure ci-contre et place les points :
H (0 ; 3 ; 0) ; I (3 ; 2 ; 0) ; J (1 ; 5 ; 4).

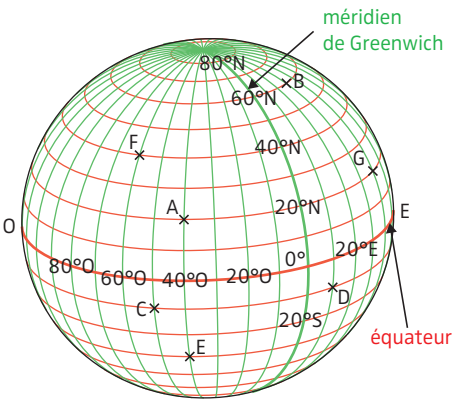


3e

2 Se repérer sur la sphère terrestre

a) À quels points correspondent les coordonnées :
- (10° S ; 50° O) ?
- (20° N ; 40° E) ?
- (10° S ; 10° E) ?

b) Quelles sont les coordonnées des points A, B et F ?



CORRIGÉS PAGE 306

CORRIGÉS

1 Division euclidienne p. 13

1 a)

1	0	7	1
−	9	5	
	1	2	1
−	1	1	4
		7	

19	
56	

Quotient = 56 ; reste = 7.
19 × 56 + 7 = 1 071, avec 7 < 19.

Comme 10 < 19, pour trouver le 1er chiffre du quotient, tu dois prendre 3 chiffres au dividende.

b)

	3	7	4	8
−	3	3		
		4	4	
−	4	4		
		0	8	
−		0		
		8		

11	
340	

Quotient = 340 ; reste = 8.
11 × 340 + 8 = 3 748, avec 8 < 11.

Lorsque tu abaisses le 8, tu te poses la question : « En 8, combien de fois 11 ? » La réponse est 0, tu ne dois donc pas oublier d'écrire un 0 au quotient, après le 4.

c)

	5	2	4	1
−	5	1		
		1	4	
−		0		
	1	4	1	
−	1	3	6	
		5		

17	
308	

Quotient = 308 ; reste = 5.
17 × 308 + 5 = 5 241, avec 5 < 17.

Lorsque tu abaisses le 4, tu te poses la question : « En 14, combien de fois 17 ? » La réponse est 0, tu ne dois donc pas oublier d'écrire un 0 au quotient, après le 3. Tu abaisses ensuite le 1 et tu termines la division.

2 a) 172 + 12 = 184. Il y a au total 184 personnes à transporter.
J'effectue la division euclidienne de 184 par 48.
184 = 48 × 3 + 40.
Il faut donc prévoir 4 bus : 3 bus pleins, et 1 bus transportant seulement 40 personnes.

1	8	4	
−	1	4	4
		4	0

48	
3	

b) 48 − 40 = 8. Il manque donc 9 élèves pour avoir à prévoir un bus supplémentaire.

8 personnes supplémentaires permettraient de remplir entièrement le 4e bus : il faut donc une personne de plus (soit 9 personnes) pour avoir besoin d'un bus supplémentaire.

2 Multiples et diviseurs p. 15

a) Vrai. 36 = 12 × 3 (méthode 1), donc 36 est un multiple de 12.

b) Faux. 30 = 15 × 2 (méthode 1).

Cela signifie que 30 est un multiple de 15, et non l'inverse.

c) Faux. La multiplication à trous (méthode 1) est difficile et les critères de divisibilité (méthode 2) ne s'appliquent pas, donc on effectue la division euclidienne (méthode 3).

	3	0	4	9
−	2	6		
		4	4	
−	3	9		
		5	9	
−	5	2		
		7		

13	
234	

13 × 234 + 7 = 3 049. Comme le reste de la division euclidienne de 3 049 par 13 est différent de 0, 3 049 n'est pas un multiple de 13.

d) Vrai. 42 = 7 × 6 (méthode 1), donc 7 est un diviseur de 42.

e) Vrai. 0 = 7 × 0 (méthode 1), donc 0 est un multiple de 7.

0 est un multiple de tous les nombres entiers.

f) Vrai. 725 se termine par 5, donc d'après le critère de divisibilité par 5 (méthode 2), 5 est un diviseur de 725.

g) Vrai. 196 = 1 × 196 (méthode 1), donc 196 est divisible par 1.

Tous les nombres entiers sont divisibles par 1.

h) Faux. 4 + 1 + 1 + 9 = 15 qui n'est pas divisible par 9, donc 4 119 n'est pas divisible par 9 (méthode 2).

3 Nombres premiers et décomposition en produit de facteurs premiers p. 17

1 a) 258 est divisible par 2 (car il se termine par 8). 258 a donc au moins trois diviseurs : 1 ; 258 et 2.

b) 543 est divisible par 3 (car 5 + 4 + 3 = 12 est divisible par 3). 543 a donc au moins trois diviseurs : 1 ; 543 et 3.

c) 837 est divisible par 9 (car 8 + 3 + 7 = 18 est divisible par 9). 837 a donc au moins trois diviseurs : 1 ; 837 et 9.

- 837 est aussi divisible par 3 (car 8 + 3 + 7 = 18 est divisible par 3).
- De façon plus générale, tout nombre divisible par 9 est aussi divisible par 3.

d) 9 840 est divisible par 10 (car 9 840 se termine par 0). 9 840 a donc au moins trois diviseurs : 1 ; 9 840 et 10.

9 840 est aussi divisible par 2 et 5, d'après les critères de divisibilité.

e) 645 est divisible par 5 (car 645 se termine par 5). 645 a donc au moins trois diviseurs : 1 ; 645 et 5.

f) 707 est divisible par 7 (car 707 = 7 × 101). 707 a donc au moins trois diviseurs : 1 ; 707 et 7.

2 a) $84 = 2 \times 42 = 2 \times 2 \times 21$
$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 7$.

Méthode 1.

$210 = 2 \times 105 = 2 \times 3 \times 35$
$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$.

Méthode 2. On peut aussi parfois décomposer le nombre en produit de deux nombres non premiers, puis poursuivre la décomposition :
$210 = 21 \times 10 = (3 \times 7) \times (2 \times 5)$
$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$.

- $780 = 2 \times 390 = 2 \times 2 \times 195$

$780 = 2 \times 2 \times 3 \times 65 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 13$
$780 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 13$.

Tu peux aussi écrire 780 = 78 × 10, puis décomposer 78 et 10 en produits de facteurs premiers.

b)
- $693 = 3 \times 231 = 3 \times 3 \times 77$
$693 = 3 \times 3 \times 7 \times 11$
$693 = 3^2 \times 7 \times 11$.
- $1\,462 = 2 \times 731 = 2 \times 17 \times 43$.
- $4\,125 = 3 \times 1\,375 = 3 \times 5 \times 275$

$4\,125 = 3 \times 5 \times 5 \times 55$
$4\,125 = 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 11$
$4\,125 = 3 \times 5^3 \times 11$.

4 Addition et soustraction de nombres décimaux p. 19

1 a)
$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1\ \ }\\ 123,98\\ +\ 47,50\\ \hline 171,48 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} {\scriptstyle \ 1\ \ }\\ {\scriptstyle 1}\,67,00\\ +\,258,91\\ \hline 325,91 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} {\scriptstyle \ 1\ \ }\\ 59,78\\ +\ 89,00\\ \hline 148,78 \end{array}$$

2 a)
$$\begin{array}{r} 256,{\scriptstyle 1}12\\ -\ {\scriptstyle +1}3,50\\ \hline 252,62 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 56,{\scriptstyle 10}{\scriptstyle 10}\\ -\,{\scriptstyle +1}15,{\scriptstyle +1}47\\ \hline 40,53 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 25{\scriptstyle 1}6,59\\ -\ {\scriptstyle +1}49,00\\ \hline 207,59 \end{array}$$

Aligne bien les virgules, les chiffres des unités...

3 Si Pierre a dépensé 7,12 € de plus que Samir, cela signifie que Samir a dépensé 7,12 € de moins que Pierre.

$$\begin{array}{r} 2{\scriptstyle 1}5,2{\scriptstyle 1}0\\ -\ {\scriptstyle +1}7,{\scriptstyle +1}12\\ \hline 18,08 \end{array}$$

Samir a donc dépensé 18,08 €.

La présence du mot « plus » ne signifie pas que tu dois forcément faire une addition pour résoudre le problème !

CORRIGÉS

5 Multiplication de nombres décimaux p. 21

1 a)

$$\begin{array}{r} 67,86 \\ \times\quad 5,4 \\ \hline 27144 \\ 33930\,. \\ \hline 366,444 \end{array}$$

$67,86 \times 5,4 = 366,444$.

b) 118,17245. **c)** 63,716.

2 a) 128,56. **b)** 15 600. **c)** 1 248.
d) 1 300.

Au d), ajoute 2 zéros pour pouvoir décaler la virgule de 3 rangs.

3 a) 7,5245. **b)** 94,6.

Dans 946, la virgule est après le 6.

c) 0,0578.

Ajoute 2 zéros pour pouvoir décaler la virgule de 3 rangs.

d) 0,24. **e)** 250,00 = 250.

6 Division décimale par un nombre entier p. 23

a)

332,1	27
−27	12,3
62	
−54	
81	
−81	
0	

Le quotient de 332,1 par 27 est 12,3.

b)

1250,0	345
−1035	3,6
2150	
−2070	
80	

1 250 = 1 250,0.

Une valeur approchée à 0,1 près du quotient de 1 250 par 345 est 3,6.

c)

30,4	5
−30	6,08
040	
− 40	
0	

N'oublie pas d'écrire le 0 au quotient.

Le quotient de 30,4 par 5 est 6,08.

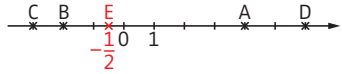
d)

129,7	17
−119	7,62
107	
−102	
50	
−34	
16	

Une valeur approchée à 0,01 près du quotient de 129,7 par 17 est 7,62.

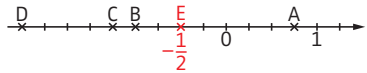
7 Nombres relatifs : repérage sur une droite graduée et dans le plan p. 25

1 a) A(4) ; B(−2) ; C(−3) ; D(6).



b) Il y a 4 graduations entre 0 et 1, donc la distance entre deux graduations consécutives est égale à $1 : 4 = \frac{1}{4} = 0,25$.

$A\left(\frac{3}{4}\right)$; $B\left(-1\right)$; $C\left(\frac{-5}{4}\right)$; $D\left(\frac{-9}{4}\right)$.



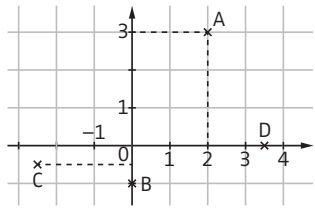
2 a) A(5 ; 3) ; B(−2 ; 4) ; C(−3 ; −1,5) ;

Pense bien à écrire d'abord l'abscisse (lue sur l'axe horizontal), puis l'ordonnée (lue sur l'axe vertical).

D(0 ; 2) ; E(−1 ; 0) ; F(3 ; −3).

- D est sur l'axe des ordonnées, donc son abscisse est égale à 0.
- E est sur l'axe des abscisses, donc son ordonnée est égale à 0.

b)



8 Comparaison des nombres relatifs p. 27

1 ◗ 17,2. ◗ 3,6. ◗ 496. ◗ 32. ◗ 0.

2 a) ◗ $13{,}2 > 13{,}15$, car les deux nombres ont la même partie entière (13), donc on compare les chiffres des dixièmes, et $2 > 1$.

Tu peux aussi ajouter un zéro à 13,2 qui devient 13,20 ; puis comparer à 13,15.

◗ $7{,}05 > 7{,}005$.

◗ $17{,}59 < 19{,}1$.

b) ◗ $-1 < 12$, car -1 est négatif et 12 est positif.

◗ $-28 > -29$, car -28 et -29 sont négatifs. La distance à zéro de -28 est 28, celle de -29 est 29, et $28 < 29$.

◗ $-5{,}13 < -5{,}12$.

◗ $78 > -78$.

-78 et 78 ont la même distance à zéro mais sont de signes contraires : on dit qu'ils sont opposés (voir fiche 9).

◗ $-2{,}7 < -2{,}65$.

◗ $-5 < 0$.

3 a) $-21 < -18 < -15 < -1 < 15 < 27 < 89$.

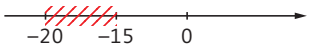
b) $6{,}48 > 5{,}54 > 5{,}5 > -5{,}402 > -5{,}412 > -5{,}42 > -6{,}44 > -8$.

4 a)



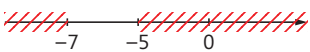
-1 est une valeur possible.

b)



-16 est une valeur possible.

c)



Impossible, car le nombre doit être simultanément dans les deux zones hachurées.

9 Addition et soustraction de deux nombres relatifs p. 29

1 a) ◗ $(-5)+(-12)=(-17)$.

Les deux nombres ont le même signe, donc :
1. ajoute leurs distances à zéro ;
2. laisse le signe commun aux deux nombres.

◗ $(+17)+(-24)=(-7)$.

Les deux nombres n'ont pas le même signe, donc :
1. soustrais la plus petite distance à zéro à la plus grande ;
2. garde le signe de celui qui a la plus grande distance à zéro, ici le signe de -24.

◗ $(-15)+(+19)=(+4)=4$.

◗ $(-2{,}3)+(-4{,}8)=(-7{,}1)$.

◗ $(-12)+(+12)=0$.

La somme de deux nombres opposés donne toujours 0.

◗ $(+11)+(+24)=(+35)=35$.

◗ $(+19)+(-21)=(-2)$.

b) ◗ (-19). ◗ (-6).

2 a) ◗ $(+5)$. ◗ (-8). ◗ $(-12{,}4)$. ◗ $(+1{,}78)$. ◗ $(+98\,500)$.

b) ◗ $(-5)-(+13)=(-5)+(-13)=(-18)$.

◗ $(-3)-(-10)=(-3)+(+10)=(+7)=7$.

◗ $(+15{,}3)-(-17{,}4)=(+15{,}3)+(+17{,}4)=(+32{,}7)=32{,}7$.

◗ $(+12{,}9)-(+5{,}4)=(+12{,}9)+(-5{,}4)=(+7{,}5)=7{,}5$.

◗ $(+8)-(-8)=(+8)+(+8)=(+16)=16$.

◗ $(-11)-(-9)=(-11)+(+9)=(-2)$.

c) ◗ (-5). ◗ $(+9)$.

CORRIGÉS

10 Additions et soustractions d'une suite de nombres relatifs p. 31

1 a) $(-8) + (-4) + (+9) = -8 - 4 + 9$.

b) $(+9) + (+7) + (-14) + (-19)$
$= 9 + 7 - 14 - 19$.

c) $(+2{,}3) + (-7{,}8) + (-9{,}1)$
$= 2{,}3 - 7{,}8 - 9{,}1$.

d) $(-2) - (-3) + (-7) - (-8)$
$= (-2) + (+3) + (-7) + (+8)$
$= -2 + 3 - 7 + 8$.

Pour gagner du temps, apprends à ne plus écrire la 2e égalité.

2 $A = (-7) + (+10) = 3$.

Tu dois apprendre à calculer directement sans passer par l'expression intermédiaire $(-7) + (+10)$.

$B = -13$. $C = -5$.

$D = 2 + 4 - 3 - 8 = 6 - 11 = -5$.

$E = -\cancel{45} + 12 - 3 + \cancel{45} - 17 + 11$

$E = 12 + 11 - 3 - 17$

$E = 23 - 20 = 3$.

$F = 7 + 11 - 5 - 8 - 9 - 4 = 18 - 26 = -8$.

$G = -3 + 5 - 7 - 8 = 5 - 3 - 7 - 8$

$G = 5 - 18 = -13$.

Pense à d'abord supprimer les parenthèses.

$H = (-2) + (+4) + (-5) + (+3)$

$H = -2 + 4 - 5 + 3$

$H = 4 + 3 - 2 - 5 = 7 - 7 = 0$.

11 Multiplications et divisions de nombres relatifs p. 33

1 a) Il y a 1 facteur négatif, 1 est impair, donc le produit est négatif.

b) Il y a 4 facteurs négatifs, 4 est pair, donc le produit est positif.

c) Il y a 3 facteurs négatifs, 3 est impair, donc le produit est négatif.

2 $A = 12$, car il y a 2 facteurs négatifs donc le résultat est positif, et $2{,}4 \times 5 = 12$.

$B = 30$, car il y a 2 facteurs négatifs donc le résultat est positif, et $2{,}5 \times 3 \times 4 = 30$.

$C = -180$, car il y a 3 facteurs négatifs donc le résultat est négatif, et $6 \times 2 \times 1 \times 5 \times 3 \times 1 = 180$.

$D = 3\,600$, car il y a 4 facteurs négatifs donc le résultat est positif, et $100 \times 2 \times 1 \times 6 \times 3 = 3\,600$.

3 $E = 9$, car il y a 2 facteurs négatifs donc le résultat est positif, et $63 : 7 = 9$.

$F = -2{,}3$, car il y a 1 facteur négatif donc le résultat est négatif, et $4{,}6 : 2 = 2{,}3$.

$G = 7$, car il y a 2 facteurs négatifs donc le résultat est positif, et $35 : 5 = 7$.

12 Règles de priorité p. 35

1 a) $A = \underbrace{35 - 14}_{21} + 12$
$A = 21 + 12$
$A = 33$
$B = 3 + \underbrace{7 \times 4}_{28}$
$B = 3 + 28$
$B = 31$

Pour B, priorité à la multiplication.

$C = \underbrace{4 \times 9}_{36} - \underbrace{2 \times 6}_{12}$
$C = 36 - 12$
$C = 24$

Pour C, effectue les deux multiplications simultanément.

$D = 9 + \underbrace{48 : 6}_{8}$
$D = 9 + 8$
$D = 17$

b) $E = -9 + \underbrace{5 \times (-3)}_{(-15)}$
$E = -9 + (-15)$
$E = -24$
$F = 12 - \underbrace{63 : (-7)}_{(-9)}$
$F = 12 - (-9)$
$F = 12 + (+9) = 21$

2 a) $G = -12 - \underbrace{(-8 + 11)}_{(+3)} + \underbrace{(-2 - 3)}_{(-5)}$
$G = -12 - (+3) + (-5)$
$G = -12 + (-3) + (-5)$
$G = -12 - 3 - 5 = -20$

$H = 5 \times (9 - 3) - 3$
$H = 5 \times 6 - 3$
$H = 30 - 3$
$H = 27$
$I = 6 \times [10 - (11 - 2 \times 3)]$
$I = 6 \times [10 - (11 - 6)]$
$I = 6 \times [10 - 5]$
$I = 6 \times 5$
$I = 30$

b) $J = (5 - 9) \times (-7 - 2)$
$J = (-4) \times (-9)$
$J = 36$
$K = -2 \times [12 + 2 \times (-4)]$
$K = -2 \times [12 + (-8)]$
$K = -2 \times 4 = -8$

3 $L = 6 + 4^3$
$L = 6 + 64$
$L = 70$

$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

$M = 12 + 8 \times 3^2$
$M = 12 + 8 \times 9$
$M = 12 + 72$
$M = 84$

13 Généralités sur les fractions p. 37

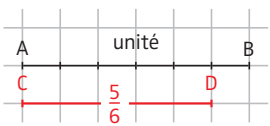
1 a) L'unité a été partagée en 5 parts égales et on en a colorié 3, donc on a colorié $\frac{3}{5}$ de l'unité.

b) On a colorié $\frac{6}{8}$ de l'unité. Mais on peut aussi considérer que l'on a partagé l'unité en 4 bandes, et que l'on en a colorié 3. Donc on a colorié $\frac{3}{4}$ de l'unité. Donc $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ (voir fiche 14).

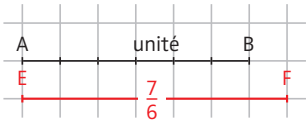
c) On a colorié $\frac{11}{8}$ de l'unité.

La fraction est plus grande que 1.

2 a)



b)



3 a) $\frac{2}{5} = 2 : 5 = 0,4$.

$\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0,375$.

$\frac{27}{4} = 27 : 4 = 6,75$.

$\frac{2}{3} = 2 : 3$. Or, la division de 2 par 3 ne se termine pas (elle vaut 0,6666... avec une infinité de 6). Donc $\frac{2}{3}$ n'est pas un nombre décimal.

b) $0,4 = \frac{4}{10}$. $2,73 = \frac{273}{100}$.

$12,05 = \frac{1205}{100}$.

Pour écrire un nombre décimal sous la forme d'une fraction, utilise la propriété de division des entiers par 10, 100... (voir fiche 5).

4 a) $\frac{4}{7} \times 28 = 4 \times (28 : 7) = 4 \times 4 = 16$.

b) $\frac{3}{7} \times 7 = 3 \times (7 : 7) = 3 \times 1 = 3$.

c) $\frac{3}{9} \times 6 = (3 \times 6) : 9 = 18 : 9 = 2$.

d) $\frac{20}{5} \times 17 = (20 : 5) \times 17 = 4 \times 17 = 68$.

14 Égalité de fractions p. 39

1 $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$. $\frac{9}{7} = \frac{9 \times 5}{7 \times 5} = \frac{45}{35}$.

$\frac{24}{40} = \frac{24 : 8}{40 : 8} = \frac{3}{5}$. $\frac{16}{12} = \frac{16 : 4}{12 : 4} = \frac{4}{3}$.

2 a) $\frac{3}{8}$ et $\frac{10}{8}$, car $\frac{5}{4} = \frac{5 \times 2}{4 \times 2} = \frac{10}{8}$.

$\frac{2}{33}$ et $\frac{15}{33}$, car $\frac{5}{11} = \frac{5 \times 3}{11 \times 3} = \frac{15}{33}$.

$\frac{54}{6}$ et $\frac{5}{6}$, car $9 = \frac{9}{1} = \frac{9 \times 6}{1 \times 6} = \frac{54}{6}$.

b) Multiples de 12 :
12 ; 24 ; 36 ; 48 ; 60 ; 72 ; 84.
Multiples de 30 :
30 ; 60.
$\frac{5}{12}=\frac{5\times5}{12\times5}=\frac{25}{60}$ et $\frac{11}{30}=\frac{11\times2}{30\times2}=\frac{22}{60}$.
$\frac{25}{60}$ et $\frac{22}{60}$ ont le même dénominateur.

$\frac{21}{45}$ et $\frac{10}{45}$, car $15\times3=45$ et $9\times5=45$,
donc $\frac{7}{15}=\frac{7\times3}{15\times3}=\frac{21}{45}$ et $\frac{2}{9}=\frac{2\times5}{9\times5}=\frac{10}{45}$.

3 a) $\frac{3}{7}=\frac{3\times3}{7\times3}=\frac{9}{21}$; $9<12$,
donc $\frac{9}{21}<\frac{12}{21}$. D'où $\frac{3}{7}<\frac{12}{21}$.

$\frac{7}{9}=\frac{7\times7}{9\times7}=\frac{49}{63}$; $51>49$,
donc $\frac{51}{63}>\frac{49}{63}$. D'où $\frac{51}{63}>\frac{7}{9}$.

$\frac{3}{5}=\frac{3\times4}{5\times4}=\frac{12}{20}$; $13>12$,
donc $\frac{13}{20}>\frac{12}{20}$. D'où $\frac{13}{20}>\frac{3}{5}$.

b) $12\times3=36$ et $18\times2=36$,
donc $\frac{5}{12}=\frac{5\times3}{12\times3}=\frac{15}{36}$
et $\frac{7}{18}=\frac{7\times2}{18\times2}=\frac{14}{36}$. $15>14$,
donc $\frac{15}{36}>\frac{14}{36}$. D'où $\frac{5}{12}>\frac{7}{18}$.

$\frac{36}{37}<1$ et $\frac{48}{47}>1$, donc $\frac{36}{37}<\frac{48}{47}$.

$\frac{13}{2}=13:2=6{,}5$ et $\frac{30}{5}=30:5=6$.
$6{,}5>6$, donc $\frac{13}{2}>\frac{30}{5}$.

$25\times3=75$ et $15\times5=75$,
donc $\frac{-12}{25}=\frac{-12\times3}{25\times3}=\frac{-36}{75}$
et $\frac{-7}{15}=\frac{-7\times5}{15\times5}=\frac{-35}{75}$.
$-36<-35$, donc $\frac{-36}{75}<\frac{-35}{75}$.
D'où $-\frac{12}{25}<-\frac{7}{15}$.

15 Simplification de fraction Fraction irréductible p. 41

1 a) $\frac{30}{24}=\frac{30:2}{24:2}=\frac{15}{12}$.

$\frac{45}{20}=\frac{45:5}{20:5}=\frac{9}{4}$.

b) $\frac{24}{15}=\frac{24:3}{15:3}=\frac{8}{5}$.

24 et 15 sont tous les deux divisibles par 3.

$\frac{120}{300}=\frac{12\times\cancel{10}}{30\times\cancel{10}}=\frac{12}{30}$.

On aurait aussi pu simplifier par 2, 3, 4, 5, 6, 12, 15, 20, 30 ou 60.

$\frac{32}{8}=\frac{32:8}{8:8}=\frac{4}{1}=4$.

On aurait aussi pu simplifier par 2 ou 4.

2 Par simplification petit à petit :
$\frac{160}{280}=\frac{16\times\cancel{10}}{28\times\cancel{10}}=\frac{16}{28}=\frac{\cancel{4}\times4}{\cancel{4}\times7}=\frac{4}{7}$.

On décompose en produit de facteurs premiers.
$945=3\times3\times3\times5\times7$ et $195=3\times5\times13$
$\frac{945}{195}=\frac{\cancel{3}\times3\times3\times\cancel{5}\times7}{\cancel{3}\times\cancel{5}\times13}$
$\frac{945}{195}=\frac{3\times3\times7}{13}=\frac{63}{13}$.

De même, on a $98=2\times7\times7$ et $245=5\times7\times7$.
$\frac{98}{245}=\frac{2\times\cancel{7}\times\cancel{7}}{5\times\cancel{7}\times\cancel{7}}=\frac{2}{5}$.

Par simplification petit à petit :
$\frac{63}{99}=\frac{\cancel{9}\times7}{\cancel{9}\times11}=\frac{7}{11}$.

On décompose en produit de facteurs premiers.
$315=3\times3\times5\times7$ et
$1050=2\times3\times5\times5\times7$.
$\frac{315}{1050}=\frac{\cancel{3}\times3\times\cancel{5}\times\cancel{7}}{2\times\cancel{3}\times5\times\cancel{5}\times\cancel{7}}$
$\frac{315}{1050}=\frac{3}{2\times5}=\frac{3}{10}$.

16 Addition et soustraction de fractions p. 43

1 $A = \frac{7}{9} + \frac{4}{9} = \frac{7+4}{9} = \frac{11}{9}$.

La fraction n'est pas simplifiable.

$B = \frac{11}{20} - \frac{9}{20} = \frac{11-9}{20} = \frac{2}{20} = \frac{1\times\cancel{2}}{10\times\cancel{2}} = \frac{1}{10}$.

$C = \frac{18}{13} - \frac{6}{13} + \frac{2}{13} = \frac{18-6+2}{13} = \frac{14}{13}$.

2 $D = \frac{9}{36} + \frac{5}{6} = \frac{9}{36} + \frac{5\times6}{6\times6} = \frac{9}{36} + \frac{30}{36}$

$D = \frac{9+30}{36} = \frac{39}{36} = \frac{\cancel{3}\times13}{\cancel{3}\times12} = \frac{13}{12}$.

$E = \frac{4}{7} - \frac{8}{28} = \frac{4\times4}{7\times4} - \frac{8}{28} = \frac{16}{28} - \frac{8}{28}$

$E = \frac{16-8}{28} = \frac{8}{28} = \frac{\cancel{4}\times2}{\cancel{4}\times7} = \frac{2}{7}$.

$F = \frac{4}{3} + \frac{5}{24} = \frac{4\times8}{3\times8} + \frac{5}{24} = \frac{32}{24} + \frac{5}{24}$

$F = \frac{32+5}{24} = \frac{37}{24}$.

$G = 3 + \frac{2}{5} = \frac{3}{1} + \frac{2}{5} = \frac{3\times5}{1\times5} + \frac{2}{5} = \frac{15}{5} + \frac{2}{5}$

$G = \frac{15+2}{5} = \frac{17}{5}$.

N'oublie pas que $3 = \frac{3}{1}$.

3 L'écriture des premiers multiples de 25 et de 15 permet de trouver 75 comme dénominateur commun.

$25 \times 3 = 75$ et $15 \times 5 = 75$.

$H = \frac{7}{25} - \frac{2}{15} = \frac{7\times3}{25\times3} - \frac{2\times5}{15\times5} = \frac{21}{75} - \frac{10}{75}$

$H = \frac{21-10}{75} = \frac{11}{75}$.

L'écriture des premiers multiples de 30 et de 12 permet de trouver 60 comme dénominateur commun.

$30 \times 2 = 60$ et $12 \times 5 = 60$.

$I = \frac{7}{30} + \frac{5}{12} = \frac{7\times2}{30\times2} + \frac{5\times5}{12\times5} = \frac{14}{60} + \frac{25}{60}$

$I = \frac{14+25}{60} = \frac{39}{60} = \frac{\cancel{3}\times13}{\cancel{3}\times20} = \frac{13}{20}$.

L'écriture des premiers multiples de 4 et de 9 permet de trouver 36 comme dénominateur commun.

$4 \times 9 = 36$ et $9 \times 4 = 36$.

$J = \frac{1}{4} + \frac{4}{9} = \frac{1\times9}{4\times9} + \frac{4\times4}{9\times4} = \frac{9}{36} + \frac{16}{36}$

$J = \frac{9+16}{36} = \frac{25}{36}$.

L'écriture des premiers multiples de 2, 6 et 9 permet de trouver 18 comme dénominateur commun.

$2 \times 9 = 18$; $6 \times 3 = 18$ et $9 \times 2 = 18$.

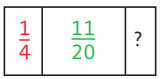
$K = \frac{3}{2} + \frac{1}{6} - \frac{4}{9} = \frac{3\times9}{2\times9} + \frac{1\times3}{6\times3} - \frac{4\times2}{9\times2}$

$K = \frac{27}{18} + \frac{3}{18} - \frac{8}{18} = \frac{27+3-8}{18} = \frac{22}{18}$

$K = \frac{\cancel{2}\times11}{\cancel{2}\times9} = \frac{11}{9}$.

4

Pour t'aider à résoudre un problème de fractions, tu peux utiliser un schéma.



En fraction, la totalité d'une quantité vaut 1, et $1 = \frac{20}{20}$.

$1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{11}{20}\right) = 1 - \left(\frac{1\times5}{4\times5} + \frac{11}{20}\right)$

$= 1 - \left(\frac{5}{20} + \frac{11}{20}\right) = 1 - \frac{16}{20}$

$= \frac{20}{20} - \frac{16}{20} = \frac{4}{20} = \frac{\cancel{4}\times1}{\cancel{4}\times5} = \frac{1}{5}$.

$\frac{1}{5}$ des élèves n'ont pas pris de fruit.

17 Multiplication et division de fractions p. 45

1 $A = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2\times4}{3\times5} = \frac{8}{15}$.

$B = \frac{11}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{11\times3}{2\times5} = \frac{33}{10}$.

CORRIGÉS

$C = \frac{-3}{-13} \times \frac{-8}{-7} = \frac{3 \times 8}{13 \times 7} = \frac{24}{91}$.

Dans C, il y a quatre facteurs négatifs : le résultat est donc positif.

$D = \frac{18}{14} \times \frac{21}{36} = \frac{18 \times 21}{14 \times 36} = \frac{\cancel{9} \times \cancel{2} \times 3 \times \cancel{7}}{\cancel{7} \times \cancel{2} \times \cancel{9} \times 4}$

$D = \frac{3}{4}$.

$E = 6 \times \frac{5}{12} = \frac{6}{1} \times \frac{5}{12}$

$E = \frac{6 \times 5}{1 \times 12} = \frac{\cancel{6} \times 5}{1 \times 2 \times \cancel{6}} = \frac{5}{2}$.

$F = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4} = \frac{27}{64}$.

Pour le calcul de puissance, voir fiche 18.

2 a) $\frac{1}{8}$; $\frac{15}{37}$; 5 ; $\frac{7}{-3}$ ou $\frac{-7}{3}$ ou $-\frac{7}{3}$.

b) $G = \frac{2}{3} : \frac{5}{11} = \frac{2}{3} \times \frac{11}{5} = \frac{2 \times 11}{3 \times 5} = \frac{22}{15}$.

$H = \frac{12}{7} : \frac{6}{5} = \frac{12}{7} \times \frac{5}{6}$

$H = \frac{12 \times 5}{7 \times 6} = \frac{\cancel{6} \times 2 \times 5}{7 \times \cancel{6}} = \frac{10}{7}$.

$I = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{9}{4}} = \frac{3}{10} : \frac{9}{4} = \frac{3}{10} \times \frac{4}{9} = \frac{3 \times 4}{10 \times 9}$

$I = \frac{\cancel{3} \times 2 \times \cancel{2}}{5 \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times 3} = \frac{2}{15}$.

Le trait de fraction du quotient de $\frac{3}{10}$ par $\frac{9}{4}$ peut être remplacé par « : ».

$J = \frac{-14}{5} : \frac{20}{-9} = \frac{14}{5} : \frac{20}{9} = \frac{14}{5} \times \frac{9}{20}$

$J = \frac{14 \times 9}{5 \times 20} = \frac{7 \times \cancel{2} \times 9}{5 \times \cancel{2} \times 10} = \frac{63}{50}$.

Dans J, il y a deux facteurs négatifs : le résultat est donc positif.

$K = 15 : \frac{5}{2} = \frac{15}{1} : \frac{5}{2} = \frac{15}{1} \times \frac{2}{5} = \frac{15 \times 2}{1 \times 5}$

$K = \frac{\cancel{5} \times 3 \times 2}{1 \times \cancel{5}} = \frac{6}{1} = 6$.

$L = \frac{\frac{32}{7}}{8} = \frac{32}{7} : 8 = \frac{32}{7} : \frac{8}{1} = \frac{32}{7} \times \frac{1}{8}$

$L = \frac{32 \times 1}{7 \times 8} = \frac{4 \times \cancel{8} \times 1}{7 \times \cancel{8}} = \frac{4}{7}$.

c) $M = \frac{3}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{3}{5} - \frac{2 \times 4}{5 \times 7} = \frac{3}{5} - \frac{8}{35}$

$M = \frac{3 \times 7}{5 \times 7} - \frac{8}{35} = \frac{21}{35} - \frac{8}{35} = \frac{21 - 8}{35} = \frac{13}{35}$.

Attention ! La multiplication est prioritaire sur la soustraction (voir fiche 12).

$N = \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{3}\right) : \left(2 + \frac{1}{4}\right)$

$N = \left(\frac{5}{6} - \frac{2 \times 2}{3 \times 2}\right) : \left(\frac{2}{1} + \frac{1}{4}\right)$

$N = \left(\frac{5}{6} - \frac{4}{6}\right) : \left(\frac{2 \times 4}{1 \times 4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{6} : \frac{9}{4}$

$N = \frac{1}{6} \times \frac{4}{9} = \frac{1 \times \cancel{2} \times 2}{3 \times \cancel{2} \times 9} = \frac{2}{27}$.

$P = \frac{\frac{2}{3} + \frac{5}{6}}{\frac{7}{2} \times \frac{3}{5}} = \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{6}\right) : \left(\frac{7}{2} \times \frac{3}{5}\right)$

$P = \left(\frac{4}{6} + \frac{5}{6}\right) : \left(\frac{7 \times 3}{2 \times 5}\right) = \frac{9}{6} : \frac{21}{10}$

$P = \frac{9}{6} \times \frac{10}{21} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{3} \times 5 \times \cancel{2}}{\cancel{3} \times \cancel{2} \times 7 \times \cancel{3}} = \frac{5}{7}$.

DOSSIER Mesurer avec des fractions p. 47

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$

$= \frac{32}{64} + \frac{16}{64} + \frac{8}{64} + \frac{4}{64} + \frac{2}{64} + \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$.

b) Le résultat trouvé à la question **a)** n'est pas 1. Il manque donc un morceau à l'œil d'Horus. C'est ce qui explique qu'il n'est pas parfait, mais seulement presque parfait.

18 Définition et utilisation des puissances p. 49

1 $A = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$. $B = 0$. $C = 1$.
$D = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$.

Il y a 4 facteurs négatifs. 4 est pair, donc le résultat est positif.

$E = -2 \times 2 \times 2 \times 2 = -16$.

Contrairement à l'expression D, l'exposant 4 porte uniquement sur le 2.

$F = 996$.

$G = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 4} = \frac{9}{16} = 0{,}5625$.

$H = \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} = \frac{(-2) \times (-2) \times (-2)}{3 \times 3 \times 3} = \frac{-8}{27}$.

$I = \frac{3 \times 3}{5} = \frac{9}{5} = 1{,}8$.

L'exposant 2 porte uniquement sur le 3 et non sur toute la fraction.

J = 0,2 x 0,2 x 0,2 = 0,008.

K = 10 000 000. L = 0,01.

M = 0,1. N = 1 000.

2 $P = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{27}$.

$Q = \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{(-5) \times (-5)} = \frac{1}{25} = 0{,}04$.

$R = \frac{1}{4^1} = \frac{1}{4} = 0{,}25$.

3 ▸ $S = 6^5$; $T = 10^5$; $U = 10^{-8}$.

▸ $V = \frac{1}{8^6} = 8^{-6}$; $W = \frac{1}{0{,}3^4} = 0{,}3^{-4}$.

19 Notation scientifique et simplification de puissances p. 51

1 $A = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^5$.

$B = \underbrace{4 \times \ldots \times 4}_{\text{5 facteurs}} \times \underbrace{4 \times \ldots \times 4}_{\text{7 facteurs}} = 4^{12}$.

$C = \underbrace{8 \times \ldots \times 8}_{\text{11 facteurs}} \times \underbrace{8 \times \ldots \times 8}_{\text{8 facteurs}} = 8^{19}$.

$D = 15 \times \underbrace{15 \times \ldots \times 15}_{\text{7 facteurs}} = 15^8$.

2 $E = 5{,}1 \times 1\,000\,000 = 5\,100\,000$.

$F = 3{,}24 \times 0{,}0001 = 0{,}000\,324$.

$G = 8{,}94 \times 100\,000 = 894\,000$.

3 **a)** ▸ H n'est pas en notation scientifique, car 0,15 n'est pas un nombre compris entre 1 et 10.

▸ I n'est pas en notation scientifique, car 6^{10} n'est pas une puissance de 10.

▸ J est en notation scientifique, car $1 \leqslant 2{,}7 < 10$ et 10^{-5} est une puissance de 10.

b) $K = 1{,}53 \times 10^6$. $L = 4{,}5 \times 10^{-5}$.

$M = 9 \times 10^{-1}$. $N = 7{,}8 \times 10^4$.

20 Racines carrées p. 53

1 **a)** $\sqrt{25} = 5$, car $5^2 = 25$ et $5 \geqslant 0$.

b) $\sqrt{64} = 8$, car $8^2 = 64$ et $8 \geqslant 0$.

c) $\sqrt{0} = 0$, car $0^2 = 0$ et $0 \geqslant 0$.

d) Il n'y a pas de nombre dont le carré est égal à -81, car $-81 < 0$, donc $\sqrt{-81}$ n'existe pas.

e) $-\sqrt{100} = -10$.

▸ Le signe – est en dehors de la racine carrée, donc réécris-le.

▸ Calcule ensuite $\sqrt{100} = 10$.

f) $\sqrt{1} = 1$, car $1^2 = 1$ et $1 \geqslant 0$.

g) $\left(\sqrt{8}\right)^2 = 8$, d'après la définition 1.

h) $\left(-\sqrt{16}\right)^2 = (-4)^2 = (-4) \times (-4) = 16$.

Revois si besoin les fiches 11 et 18.

2 **a)** On cherche le plus grand carrré inférieur à 12 : c'est 9.

Tu dois connaître la liste des carrés parfaits : 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36 ; 49 ; 64 ; 81 ; 100 ; 121 ; 144.

On cherche le plus petit carré supérieur à 12 : c'est 16.

Donc $\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$. On calcule $\sqrt{9}$ et $\sqrt{16}$, et on trouve $3 < \sqrt{12} < 4$.

b) $\sqrt{64} < \sqrt{71} < \sqrt{81}$. Donc $8 < \sqrt{71} < 9$.

c) $\sqrt{121} < \sqrt{132} < \sqrt{144}$.

Donc $11 < \sqrt{132} < 12$.

d) $\sqrt{36} < \sqrt{41} < \sqrt{49}$. Donc $6 < \sqrt{41} < 7$.

DOSSIER Utiliser les nombres à virgule et les autres nombres p. 55

a) **Vrai.**

b) **Faux**. $12 + \frac{5}{10} + \frac{9}{1000} = 12{,}509$.

Il y a donc 0 centième et non 9.

c) **Vrai.**

CORRIGÉS

d) Vrai. En effet, 5 = 5,0.

e) Vrai. En effet, $\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0{,}75$.

21 Généralités sur le calcul littéral p. 57

1 **a)** $tm + 5x$; **b)** $5x - x^2 + 7(3x - 8)$;
c) $-b + b^2$; **d)** $a(3 - a)$.

2 **a)** $A = 4 \times 3 - 2(3 + 2) = 12 - 2 \times 5$
$A = 12 - 10 = 2$.

Applique bien les règles de priorité (voir fiche 12).

$B = 2^3 - 2^2 = 8 - 4 = 4$.
$C = 7 \times 4 - 5 \times 3 + 12 = 28 - 15 + 12$
$C = 13 + 12 = 25$.

b) $D = -2 \times 5 + 3 = -10 + 3 = -7$.
$E = -2(-3 - 8) = -2 \times (-11) = 22$.
$F = 3 \times (-2)^2 - 7 \times (-2) = 3 \times 4 - (-14)$
$F = 12 + 14 = 26$.

22 Égalité d'expressions littérales, distributivité simple p. 59

1 **a)** ▸ Pour $x = 2$, on a :
$A = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2$ et
$B = 2 \times 2 - 2 = 4 - 2 = 2$.
Donc pour $x = 2$, A = B.
▸ Pour $x = 1$, on a $A = 1^2 - 1 = 1 - 1 = 0$ et $B = 2 \times 1 - 2 = 2 - 2 = 0$.
Donc pour $x = 1$, A = B.
▸ Pour $x = 0$, on a $A = 0^2 - 0 = 0 - 0 = 0$ et $B = 2 \times 0 - 2 = 0 - 2 = -2$.
Donc pour $x = 0$, $A \neq B$. On ne peut donc pas dire que les expressions A et B sont égales, car elles ne le sont pas pour toutes les valeurs de x.

b) Pour $x = 0$, on a :
$C = 15 - 7 \times 0 = 15 - 0 = 15$ et
$D = 8 \times 0 = 0$.
Donc pour $x = 0$, $C \neq D$. Donc les expressions C et D ne sont pas égales.

2 **a)** $E = 5 \times x + 5 \times 3 = 5x + 15$.
$F = 2 \times 3 - 2 \times b = 6 - 2b$.

$G = (-1) \times (5 - x) = (-1) \times 5 - (-1) \times x$
$G = -5 - (-x) = -5 + x$.

Tu peux aussi directement appliquer la remarque du cours : $-(a-b) = -a + b$.

$H = (4 + 6) \times r = 10r$.

H est une somme qui contient deux termes 4r et 6r. Ils ont un facteur commun : r. On peut donc utiliser la distributivité.

$I = (2{,}5 + 3{,}2)x = 5{,}7x$.
$J = (11 - 5)b = 6b$. $K = 7(c + 1)$.

b) $L = 12 \times (8 + 92) = 12 \times 100 = 1\,200$.

$12 \times 8 + 12 \times 92$ contient 2 termes qui ont un facteur commun : 12. On peut donc utiliser la distributivité.

$M = (100 - 2) \times 25 = 100 \times 25 - 2 \times 25$
$M = 2\,500 - 50 = 2\,450$.
$N = (200 + 3) \times 15 = 200 \times 15 + 3 \times 15$
$N = 3\,000 + 45 = 3\,045$.

23 Développement, simplification des expressions littérales p. 61

1 $A = 6 \times 3 \times x = 18x$.
$B = 5 \times 3 \times x \times x = 15x^2$.
$C = a \times a \times 3 \times a = 3a^3$.
$D = 7 \times (-8) \times b = -56b$.

2 $E = (5 + 6) \times a = 11a$.
F et G ne peuvent pas être simplifiées.
$H = 5x^2 - 3x^2 - 7x + 3x + 6 - 8$
$H = (5 - 3)x^2 + (-7 + 3)x + 6 - 8$
$H = 2x^2 - 4x - 2$.

Quand tu déplaces un terme, n'oublie pas de déplacer aussi le signe placé devant.

3 $I = 5(2x + 7) = 5 \times 2x + 5 \times 7 = 10x + 35$.
$J = 3x(2x - 4) = 3x \times 2x - 3x \times 4 = 6x^2 - 12x$.
$K = 5 + 3(-2x + 5) = 5 + 3 \times (-2x) + 3 \times 5$
$K = 5 - 6x + 15 = 20 - 6x$.
$L = 3x - 2 - x - 3 = 3x - x - 2 - 3 = 2x - 5$.

$M = 3(x-7) - 2(x-3)$
$M = 3 \times x - 3 \times 7 - 2 \times x - (-2) \times 3$
$M = 3x - 21 - 2x + 6$
$M = 3x - 2x - 21 + 6 = x - 15.$

24 Double distributivité et identité remarquable p. 63

1 $A = 4x \times 7 + 4x \times 5x + 3 \times 7 + 3 \times 5x$
$A = 28x + 20x^2 + 21 + 15x$
$A = 20x^2 + 43x + 21.$

Apprends à ne plus écrire la première étape du développement.

B ne peut pas être développée en utilisant la double distributivité, car il n'y a pas de multiplication entre les deux parenthèses.
$C = 24x^2 - 9x - 16x + 6 = 24x^2 - 25x + 6.$

Prends bien en compte le signe placé devant les nombres que tu multiplies et souviens-toi de la règle des signes d'un produit : $(-2) \times (-3) = +6$.

$D = 28 + 35a - 20a - 25a^2 = -25a^2 + 15a + 28.$

2 $E = x^2 - 5^2 = x^2 - 25.$
$F = 7^2 - (2x)^2 = 49 - 4x^2.$

Pose $a = 7$ et $b = 2x$.
Donc $b^2 = (2x)^2 = 4x^2$ et non $2x^2$ (voir fiche 12).

G et H ne peuvent pas être développées en utilisant l'identité remarquable $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

3

Utilise la double distributivité.

$I = 16x^2 + 20x + 20x + 25$
$I = 16x^2 + 40x + 25.$

Utilise la distributivité simple pour le premier terme, et reconnais l'identité remarquable avec $a = 2x$ et $b = 3$ pour le 2e.

$J = 5x \times 11x - 5x \times 6 + (2x)^2 - 3^2$
$J = 55x^2 - 30x + 4x^2 - 9$
$J = 59x^2 - 30x - 9.$

Utilise l'identité remarquable avec $a = 3x$ et $b = 1$ pour le premier terme, et la double distributivité pour le 2e.

$K = (3x)^2 - 1^2 - (2x \times 6x - 2x \times 7 + 3 \times 6x - 3 \times 7)$
$K = 9x^2 - 1 - (12x^2 - 14x + 18x - 21)$
$K = 9x^2 - 1 - (12x^2 + 4x - 21)$

Attention ! Garde bien la parenthèse devant ce deuxième terme, car il est précédé d'un signe – (puis « distribue-le »).

$K = 9x^2 - 1 - 12x^2 - 4x + 21$
$K = -3x^2 - 4x + 20.$

25 Factorisation p. 65

1 Pour A, x est le facteur commun.

- $A = 5x \times x - 11 \times x = x(5x - 11).$
- $B = 7 \times a + a \times a = a(7 + a).$
- C ne peut pas être factorisé, car il n'y a pas de facteur commun ni de possibilité d'utiliser une identité remarquable.
- $D = 4b \times b^2 - 1 \times b^2 = b^2(4b - 1).$

N'oublie pas le -1 dans la parenthèse.

- $E = x \times 27x^2 + 3 \times x = x(27x^2 + 3).$

Tu peux encore factoriser la parenthèse par 3.

Or $27x^2 + 3 = 3 \times 9x^2 + 3 \times 1 = 3(9x^2 + 1).$
Donc $E = 3x(9x^2 + 1).$

- $F = 11x \times x + 1 \times x = x(11x + 1).$

N'oublie pas le 1 dans la parenthèse.

2 Dans G, pose $a = x$ et $b = 4$ pour reconnaître l'identité remarquable.

$G = x^2 - 4^2 = (x - 4)(x + 4).$
$H = (7c)^2 - 12^2 = (7c - 12)(7c + 12).$
I ne peut pas être factorisé, car il y a un + entre les deux termes qui empêche d'utiliser l'identité remarquable.
$J = 1^2 - x^2 = (1 - x)(1 + x).$
$K = c^2 - (\sqrt{7})^2 = (c - \sqrt{7})(c + \sqrt{7}).$
$L = (\sqrt{3})^2 - x^2 = (\sqrt{3} - x)(\sqrt{3} + x).$

3 $M = x \times 4x^2 - 3 \times x = x(4x^2 - 3)$

Tu peux encore factoriser la parenthèse : en posant $a = 2x$ et $b = \sqrt{3}$, tu reconnais l'identité remarquable.

$M = x\left((2x)^2 - (\sqrt{3})^2\right)$

$M = x(2x - \sqrt{3})(2x + \sqrt{3})$.

$N = (5x)^2 - (\sqrt{11})^2$

$N = (5x - \sqrt{11})(5x + \sqrt{11})$.

P n'est pas factorisable, car il n'y a pas de facteur commun et on ne retrouve pas la forme $a^2 - b^2$.

$Q = 9^2 - (4d)^2 = (9 - 4d)(9 + 4d)$.

$R = a \times 49a - 25 \times a = a(49a - 25)$.

$S = 11^2 - (3x)^2 = (11 - 3x)(11 + 3x)$.

4 a) $T = 3x^2 + 27x - x - 9 + x^2 - 26x$

$T = 4x^2 - 9$.

b) $T = (2x)^2 - 3^2 = (2x - 3)(2x + 3)$.

26 Formule et calcul littéral p. 67

1 Prix d'un cahier en € : $x + 1$.

Prix de 3 stylos en € : $3x$.

Prix de 2 cahiers en € : $2(x + 1) = 2x + 2$.

Dépense d'Aaron en € :

$3x + 2x + 2 = 5x + 2$.

2 On obtient le nombre qui suit un nombre entier en lui ajoutant 1. Donc le nombre entier qui suit x est $x + 1$.

3 $AB = x + x + 2 = 2x + 2$ et $AD = x$.

Périmètre (ABCD) $= (2x + 2 + x) \times 2$

$= (3x + 2) \times 2 = 6x + 4$.

Aire (ABCD) $= (2x + 2) \times x = 2x^2 + 2x$.

4 Pour conjecturer la formule, on fait des essais que l'on peut rassembler dans un tableau :

Motif	Nombre de carrés
1	1 + 4
2	1 + 4 + 4
3	1 + 4 + 4 + 4

Pour passer d'un motif à l'autre, on ajoute 4 au nombre de carrés du motif précédent.

Donc pour le motif de rang n (avec n un entier naturel), on aura : $1 + 4 + 4 + 4 + \ldots$

Combien de fois ajoute-t-on 4 ? On ajoute 4 un nombre de fois égal au rang du motif.

La formule cherchée est donc $1 + 4n$.

27 Équations du 1er degré à une inconnue p. 69

1 a) ▸ $4x + 3 \to 4 \times 2 + 3 = 11$;

▸ $x + 9 \to 2 + 9 = 11$.

$4 \times 2 + 3 = 2 + 9$.

Donc 2 est une solution de l'équation $4x + 3 = x + 9$.

b) ▸ $5 - 8x \to 5 - 8 \times 2 = -11$;

▸ $5x + 12 \to 5 \times 2 + 12 = 22$.

$5 - 8 \times 2 \neq 5 \times 2 + 12$.

Donc 2 n'est pas solution de l'équation $5 - 8x = 5x + 12$.

2 a)

Pour supprimer $-3x$ dans le membre de droite, ajoute son opposé $3x$.

L'équation est équivalente à :

$5x + 12 + 3x = -3x + 3x + 36$

$8x + 12 = 36$

Pour supprimer 12 dans le membre de gauche, ajoute son opposé (−12).

$8x + 12 - 12 = 36 - 12$

$8x = 24$

Pour supprimer le facteur 8, divise par 8.

$\frac{8x}{8} = \frac{24}{8}$

$x = \frac{24}{8}$

$x = 3$. La solution est 3.

Pense à bien conclure : « La solution est … » ($x = 3$ est encore une équation, et non la solution).

Il est possible de vérifier que 3 est bien solution :

▸ $5x + 12 \to 5 \times 3 + 12 = 27$;

▸ $-3x + 36 \to -3 \times 3 + 36 = 27$.

b) L'équation est équivalente à :
$4x - 5x + 6 = 5x - 5x + 21$
$-x + 6 - 6 = 21 - 6$
$-x = 15$
$x = -15$. La solution est -15.

c) L'équation est équivalente à :
$7x - 6 = 4x + 12 - 18$
$7x - 6 = 4x - 6$
$7x - 4x - 6 = 4x - 4x - 6$
$3x - 6 = -6$
$3x - 6 + 6 = -6 + 6$
$3x = 0$
$\frac{3x}{3} = \frac{0}{3}$
$x = 0$. La solution est 0.

d) On utilise la propriété du produit en croix (voir fiche 44).
Les équations suivantes sont équivalentes :
$\frac{7x}{2} = \frac{3}{5}$ $\quad 7x \times 5 = 2 \times 3$ et $35x = 6$.
$x = \frac{6}{35}$. La solution est $\frac{6}{35}$.

Autre méthode :
- Cherche un dénominateur commun aux deux fractions (ici, 10) et transforme les deux fractions à l'aide de ce dénominateur commun.
$\frac{7x}{2} = \frac{3}{5}$ donc $\frac{5 \times 7x}{10} = \frac{2 \times 3}{10}$
- Multiplie les deux membres de l'équation par 10 et tu retrouves $35x = 6$.
Donc $x = \frac{6}{35}$. La solution est $\frac{6}{35}$.

28 Équations produits p. 71

1 a) On a $7 - 2x = 0$ ou $x + 11 = 0$
$-2x = -7$ | $x = -11$
$x = \frac{-7}{-2} = \frac{7}{2}$ |
Il y a deux solutions : $\frac{7}{2}$ et -11.

b) On a $5x + 15 = 0$ ou $6 - 3x = 0$
$5x = -15$ | $-3x = -6$
$x = \frac{-15}{5} = -3$ | $x = \frac{-6}{-3} = 2$
Il y a deux solutions : -3 et 2.

c) On a $2x = 0$ ou $5 + 6x = 0$
$x = 0$ | $6x = -5$
$x = \frac{-5}{6}$
Il y a deux solutions : 0 et $-\frac{5}{6}$.

d) Factorise le 1er membre (voir fiche 25) pour te ramener à une équation produit.
$7x - 3x^2 = 0$ est équivalent à $x(7 - 3x) = 0$.
On a $x = 0$ ou $7 - 3x = 0$
$-3x = -7$
$x = \frac{-7}{-3} = \frac{7}{3}$
Il y a deux solutions : 0 et $\frac{7}{3}$.

2 a) Il y a deux solutions : $\sqrt{16} = 4$ et $-\sqrt{16} = 4$.

b) Il y a une seule solution : 0.

c) $x^2 = -5$. Il n'y a pas de solution, car $-5 < 0$.

d) Il y a deux solutions : $\sqrt{7}$ et $-\sqrt{7}$.

29 Mise en équation d'un problème p. 73

1 1) Choix de l'inconnue.
Soit x le nombre de cartes d'Alicia.

2) Traduction en fonction de x.
- Léane a quatre fois plus de cartes qu'Alicia, donc **Léane a $4x$ cartes**.
- Elle a 33 cartes de plus qu'Alicia, donc **Léane a $x + 33$ cartes**.

3) Équation trouvée. On a $4x = x + 33$.

4) Résolution de l'équation et conclusion. L'équation équivaut à :
$4x - x = 33$; $3x = 33$; $x = \frac{33}{3} = 11$.
Alicia a donc 11 cartes.

2 On reprend les étapes 1) à 4) précédentes.

1) Soit x la prime en € attribuée au vainqueur.

2) Le 1er touche 50 € de plus que le 2e, donc le 2e touche 50 € de moins que le 1er, soit $x - 50$ (en €).

▸ Le 3e touche 40 € de moins que le 2e, donc le 3e touche $(x-50)-40$ (en €), soit $x-90$ (en €).

3) La prime totale est 550 €, donc $x+(x-50)+(x-90)=550$.

Le premier membre de l'équation est la somme de ce que gagnent le 1er athlète, le 2e et le 3e.

4) L'équation équivaut à :
$x+x-50+x-90=550$;
$3x-140=550$; $3x=550+140=690$;
$x=\dfrac{690}{3}=230$.
Le vainqueur gagne 230 €.

3 **1)** Soit x la longueur AD.

2) ▸ Le périmètre de ABCD est $4x$.
▸ Le périmètre de DEF est DF + EF + DE.
Or DE = x (d'après le codage)
et DF = AF − AD = $11-x$,
donc le périmètre de DEF est
$(11-x)+(11-x)+x=22-x$.

3) Le périmètre de ABCD est égal au périmètre de DEF, donc on a $4x=22-x$.

4) L'équation équivant à $4x+x=22$;
$5x=22$; $x=\dfrac{22}{5}=4{,}4$. Donc AD = 4,4.

4 **1)** Soit x le nombre choisi par Thomas.

2) ▸ Le carré de ce nombre est x^2.
▸ Le double de ce nombre est $2x$.

3) Le carré de ce nombre est égal au double de ce nombre, donc on a $x^2=2x$.

Pour te ramener à une équation produit, supprime le terme du 2e membre et factorise ce que tu as obtenu.

4) L'équation équivaut à $x^2-2x=0$;
$x(x-2)=0$; $x=0$ ou $x-2=0$;
$x=0$ ou $x=2$.
Thomas a pu choisir 0 ou 2.

30 Utilisation d'une formule p. 75

1 **a)** Un cube a 8 sommets, 6 faces et 12 arêtes. On a bien $8+6-12=14-12=2$.

b) On écrit la formule : $s+f-a=2$.
D'après l'énoncé, on a : $s=7$ et $f=4$.
On remplace les lettres connues par leur valeur : $7+4-a=2$.
On résout l'équation : $11-a=2$;
$-a=2-11=-9$; $a=\dfrac{-9}{-1}=9$.
On conclut : ce solide a 9 arêtes.

2 On écrit la formule : $U=R\times I$.
D'après l'énoncé, on a : $U=6$ V et $I=250$ mA $=0{,}25$ A.

N'oublie pas de convertir les mA en A.

On remplace les lettres connues par leur valeur : $6=R\times 0{,}25$.
On résout l'équation : $R=\dfrac{6}{0{,}25}=24$.
On conclut : la résistance de ce dipôle est 24 Ω.

3 On écrit la formule : $\mathcal{A}=\dfrac{b\times h}{2}$.
D'après l'énoncé, on a : $\mathcal{A}=84$ cm^2 et $h=14$ cm.
On remplace les lettres connues par leur valeur : $84=\dfrac{b\times 14}{2}$.
On résout l'équation :
$84=b\times 7$; $b=\dfrac{84}{7}=12$.
On conclut : la longueur de la base est égale à 12 cm.

31 Démonstration et calcul littéral p. 77

1 On essaie des nombres pour conjecturer le résultat : si x = 1 ou 2 ou 3 ou 4 ou 5 ou 6 ou 7 ou 8 ou 9, le résultat est vrai. On peut être tenté de dire que c'est toujours vrai.
Cependant, il faut se rappeler la règle 2 du débat mathématique en début de leçon : « Des exemples qui vérifient un énoncé ne suffisent pas pour prouver que cet énoncé est vrai. »

On peut alors essayer de prouver cette affirmation, mais comment ? Continuons plutôt les essais pour chercher un contre-exemple. $x = 10$ convient mais... $x = 11$ ne convient pas : en effet la division euclidienne (voir fiche 1) de 2 520 par 11 donne pour reste 1. Donc 11 est un contre-exemple et la phrase est fausse.

2 Soient x, $x+1$ et $x+2$ trois nombres entiers consécutifs. Leur somme est :
$x+(x+1)+(x+2)=3x+3=3(x+1)$.

Utilise la propriété de la distributivité simple (voir fiche 22).

Or $x+1$ est un nombre entier, donc $3(x+1)$ est bien un multiple de 3 (voir fiche 2).
Ce qui démontre l'affirmation.

3 a) ▸ Pour 5 :
$(5+2)\times5-(2\times5)=35-10=25$.
▸ Pour -2 :
$[(-2)+2]\times(-2)-[2\times(-2)]=0-(-4)=4$.
▸ Pour 10 :
$(10+2)\times10-(2\times10)=120-20=100$.
b) Pour 5 ; -2 et 10 comme nombre de départ, on trouve toujours, comme résultat, le carré du nombre de départ.
Pour démontrer que, quelle que soit la valeur du nombre de départ, on trouve toujours le carré de ce nombre de départ, il faut utiliser le calcul littéral.
Soit x le nombre choisi. On applique le programme :
$(x+2)\times x-(2\times x)=x^2+2x-2x=x^2$.
Cela prouve que l'on obtient toujours le carré du nombre choisi au départ.

4 Soient x, $x+1$ et $x+2$ trois nombres entiers consécutifs :
« Multiplier le 1er par le 3e, et retrancher le carré du 2e. » $\rightarrow x\times(x+2)-(x+1)^2$.
$x\times(x+2)-(x+1)^2=x^2+2x-(x+1)(x+1)$
$x\times(x+2)-(x+1)^2=x^2+2x-(x^2+x+x+1)$
$x\times(x+2)-(x+1)^2=x^2+2x-x^2-x-x-1$
$x\times(x+2)-(x+1)^2=-1$.
Donc l'affirmation est vraie, quels que soient les trois nombres entiers consécutifs choisis.

32 Algorithmes, programmes
p. 79

1 a) Le nombre 25 est « stocké » dans réponse. Comme $25>8$, la condition n'est pas vérifiée, donc le lutin va tourner de 45° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
b) ▸ Le nombre 56 est « stocké » dans réponse. $56=7\times8$, donc le reste de la division euclidienne de 56 par 7 est 0. Le lutin va donc dire : « Le nombre que tu as choisi est un multiple de 7. »
▸ Le nombre 41 est « stocké » dans réponse. $41=7\times5+6$, donc le reste de la division euclidienne de 41 par 7 est 6. Le lutin va donc dire : « Le nombre que tu as choisi n'est pas un multiple de 7. »

2 a) Le nombre 2 est « stocké » dans réponse. $5\times2-8=2$ et $3\times2=6$. Comme $2\neq6$, le lutin va dire : « L'égalité est fausse pour la valeur choisie. »
b) En « tâtonnant », on trouve que le nombre à choisir est 4, car $5\times4-8=12$ et $3\times4=12$.

En 4e, tu sauras résoudre directement l'équation $5x - 8 = 3x$ (voir fiche 27).

33 Variables
p. 80-81

1 a) Il y a deux variables.
b) a et b.
c) Si le nombre saisi au départ est 4, la valeur de réponse est 4.
a est égal à $4+2=6$.
b est égal à $4-1=3$ (4e ligne), puis b est égal à $3+5=8$ (5e ligne).
Comme $6\times8=48$, le lutin va dire « 48 ».

2 a) Au départ, $n=0$. Puis, on ajoute 4 à n, jusqu'à ce que n dépasse 30.
Donc n vaut successivement :
0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32.
On arrête alors, car $32>30$. Donc le lutin va dire « 32 » pendant 2 secondes.
b) Maintenant, n vaut successivement :
0, 7, 14, 21, 28, 35. On arrête alors, car $35>30$. Donc le lutin va dire « 35 » pendant 2 secondes.

3 a) Valeur initiale de « Total » = 2 ;
- Fin 1re boucle : Total = 10 × 2 = 20 ;
- Fin 2e boucle : Total = 10 × 20 = 200 ;
- Fin 3e boucle : Total = 10 × 200 = 2 000.

b) Comme p = 5, il y aura 5 boucles. Il faut donc poursuivre :
- Fin 4e boucle : Total = 10 × 2 000 = 20 000 ;
- Fin 5e boucle : Total = 10 × 20 000 = 200 000.

Le lutin va donc dire « 200 000 ».

4 a) a = 8 et b = 9. 8 + 9 = 17 > 15. Comme 8 × 9 = 72, le lutin va dire « 72 ».

b) a = 5 et b = 3. 5 + 3 = 8 < 15. Comme 5 − 3 = 2, le lutin va dire « 2 ».

34 Programmation de tracés géométriques p. 82-83

1 A = 180° − 35° = 145°

2 Un pixel correspond à un pas.

- Programme A : figure à répéter 3 fois (programme dans la boucle) :

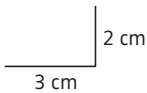
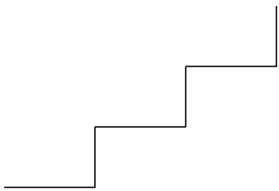


Figure finale (on répète 3 fois la figure précédente) :



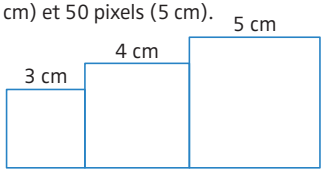
- Programme B : Ce programme permet de tracer un triangle équilatéral de côté 50 pixels (donc 5 cm). En effet, l'angle est égal à 180° − 120° = 60°.

3 A = 2 ; B = 100 ; C = 90 ; D = 80 ; E = 90.

4 a) 3 motifs seront répétés.

b) Le 2e motif tracé aura pour longueur : longueur du 1er motif + 10 = 30 + 10 = 40 pixels.

c) Le motif est un carré de longueur « Côté ». La figure sera composée de 3 carrés collés les uns aux autres (puisqu'à la fin du tracé d'un carré, le lutin revient au point de départ et avance de la longueur du carré tracé), et de longueurs respectives : 30 pixels (3 cm), 40 pixels (4 cm) et 50 pixels (5 cm).



DOSSIER Coder et décoder un message p. 85

a) YLYH OHV PDWKV.

Chaque lettre de VIVE LES MATHS correspond à une lettre de la 2de ligne du tableau.

b) CESAR VOUS SALUE.

Chaque lettre de FHVDU YRXV VDOXH correspond à une lettre de la 1re ligne.

35 Diagrammes en bâtons, histogrammes p. 89

1 a) On lit graphiquement que 16 élèves ont passé leurs vacances à la mer.

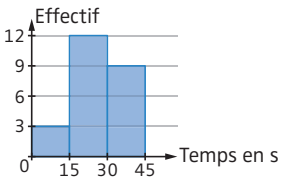
b) 16 + 10 + 12 + 8 = 46. Il y a 46 élèves au total.

2

Temps (en s)	$0 \leqslant t < 15$	$15 \leqslant t < 30$
Effectif	3	12

Temps (en s)	$30 \leqslant t < 45$
Effectif	9

Attention ! Si 15 faisait partie de la série, il faudrait le compter dans la classe $15 \leqslant t < 30$ et non $0 \leqslant t < 15$.



36 Diagrammes circulaires p. 91

1 a) L'angle correspondant au secteur angulaire « 3 enfants » mesure 72°.
Il y a proportionnalité entre les mesures des angles et le nombre d'élèves ayant répondu ; on peut donc faire un tableau de proportionnalité.

Nombres d'élèves	?	500
Angle (en °)	72	360

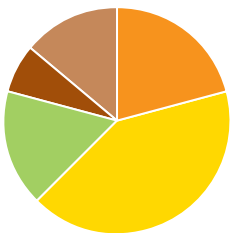
Le total correspond à un angle plein, c'est-à-dire à 360°.

On peut compléter le tableau de proportionnalité en déterminant le coefficient de proportionnalité ou en effectuant le produit en croix (voir fiche 44) :
$72 \times 500 : 360 = 100$.
Il y a donc 100 élèves qui ont répondu que 3 enfants vivaient dans leur famille.

b) En observant le diagramme circulaire, on constate que la somme des secteurs angulaires « 1 enfant » et « 3 enfants » donne un secteur inférieur au demi-disque (qui correspond à la moitié de l'effectif). Donc moins de la moitié des élèves interrogés ont 1 ou 3 enfants dans leur famille.

2 Il y a proportionnalité entre les mesures des angles et le nombre d'élèves. On détermine la mesure de l'angle correspondant à chaque sport.
Le coefficient de proportionnalité est égal à $360 : 72 = 5$.
- Basket : $15° \times 5 = 75°$;
- Football : $30° \times 5 = 150°$;
- Gymnastique : $12° \times 5 = 60°$;
- Athlétisme : $5° \times 5 = 25°$;
- Handball : $10° \times 5 = 50°$.

On construit le diagramme circulaire (attention, il est ici à l'échelle 1/2).



37 Effectifs, fréquences, étendue p. 93

1 L'effectif de la valeur 0 est 4.
L'effectif de la valeur 2 est 7.

2 ▸ Fréquence de la valeur 1 :
$$\frac{\text{effectif de la valeur 1}}{\text{effectif total}} = \frac{12}{25} = 0{,}48 = 48\,\%.$$
▸ Fréquence de la valeur 2 :
$$\frac{\text{effectif de la valeur 2}}{\text{effectif total}} = \frac{7}{25} = 0{,}28 = 28\,\%.$$

3 La plus grande valeur de la série est 3, et la plus petite est 0.
L'étendue vaut donc $3 - 0 = 3$.

Attention ! Ne confonds pas « valeur » de la série et « effectif » de la série.

38 Moyennes p. 95

1 a) Moyenne :
$$\frac{41+58+4+7+8+11}{6} = \frac{129}{6} = 21{,}5.$$

b) Moyenne :
$$\frac{-12+14+0+6+10{,}5-9+31+29}{8} = \frac{69{,}5}{8}$$
Moyenne = 8,6875.

2 a) Moyenne pondérée par les effectifs :
$$\frac{6\times2+8\times1+9\times3+10\times4+12\times5+13\times4+14\times3+18\times2+20\times1}{2+1+3+4+5+4+3+2+1}$$
$$\text{Moyenne} = \frac{297}{25} = 11{,}88.$$
La moyenne obtenue lors de ce contrôle est 11,88 sur 20.
Cela signifie que si chaque élève de la classe avait eu la même note, chacun aurait obtenu 11,88 sur 20 (la somme des notes restant constante).

b) Par lecture du diagramme en bâtons, on obtient le tableau d'effectifs suivant :

Livres lus	0	1	2	3
Effectif	4	8	6	2

Moyenne :
$$\frac{0\times4+1\times8+2\times6+3\times2}{4+8+6+2} = \frac{26}{20} = 1{,}3.$$
Chaque élève a donc lu en moyenne 1,3 livre durant les vacances d'été.

39 Médianes p. 97

1 a) Je range la série dans l'ordre croissant : $-13 ; -5 ; 0 ; 7 ; 15 ; 18 ; 32 ; 36 ; 90$.

Pour éviter des erreurs, vérifie que tu obtiens bien le même nombre de valeurs dans la série rangée que dans la série présentée dans l'énoncé.

On a 9 valeurs, 9 est impair, donc la médiane est la $\frac{9+1}{2} = 5^{e}$ valeur de la série.

$\underbrace{-13 ; -5 ; 0 ; 7}_{\text{4 valeurs}} ; 15 ; \underbrace{18 ; 32 ; 36 ; 90}_{\text{4 valeurs}}$.

La médiane est 15.

b) Je range la série dans l'ordre croissant : $23 ; 25 ; 36 ; 39 ; 40 ; 45 ; 48 ; 60 ; 63 ; 71$.

On a 10 valeurs, 10 est pair, donc la médiane est un nombre compris entre la $\frac{10}{2} = 5^{e}$ et la $\frac{10}{2}+1 = 6^{e}$ valeur de la série.

$\underbrace{23 ; 25 ; 36 ; 39 ; 40}_{\text{5 valeurs}} ; \underbrace{45 ; 48 ; 60 ; 63 ; 71}_{\text{5 valeurs}}$.

On peut prendre comme médiane tout nombre compris entre 40 et 45, par exemple 42,5.

2 ▸ Le nombre total de valeurs est :

$2+3+4+3+8+5+2+1 = 28$.

28 est pair, donc la médiane est un nombre compris entre la $\frac{28}{2} = 14^{e}$ et la $\frac{28}{2}+1 = 15^{e}$ valeur de la série.

En lisant le tableau, on constate que la dernière valeur 48 se trouve à la 12e place $(2+3+4+3 = 12)$. Donc aux 13^{e}, 14^{e}, 15^{e} places se trouve la valeur 49.

Les 14^{e} et 15^{e} valeurs sont 49. Donc la médiane est 49, puisqu'il n'y a pas de nombre compris entre 49 et 49.

▸ Cela signifie que, dans cette maternité, il y a autant de bébés nés avec une taille inférieure ou égale à 49 cm que de bébés nés avec une taille supérieure ou égale à 49 cm.

3 a) Le nombre total de valeurs est :

$3 + 4 + 7 + 6 + 2 + 1 = 23$.

La moyenne (pondérée par les effectifs) est donc :

$$\frac{8\times3+10\times4+11\times7+13\times6+15\times2+18\times1}{3+4+7+6+2+1}$$

$$\text{Moyenne} = \frac{267}{23} \approx 11{,}6.$$

La moyenne de la classe est approximativement 11,6.

b) L'effectif total (23) est impair, donc la médiane est la $\frac{23+1}{2} = 12^{e}$ valeur de la série.

En lisant le diagramme en bâtons, on constate que la dernière valeur 10 se trouve à la 7e place $(3+4=7)$. Donc aux 8^{e}, 9^{e}, 10^{e}, 11^{e}, 12^{e}, 13^{e} et 14^{e} places se trouve la valeur 11. La 12^{e} valeur est donc 11.

La note médiane obtenue à ce contrôle est donc 11.

Attention ! Médiane et moyenne sont généralement distinctes. Ici, la moyenne vaut 11,6 tandis que la médiane vaut 11.

40 Généralités sur les probabilités p. 99

a) Le tirage se fait au hasard, donc il y a équiprobabilité.

Nombre d'issues favorables = 8, car il y a 8 boules bleues.

Nombre total d'issues = 18, car il y a $3+8+7=18$ boules au total.

P (« Tirer une boule bleue ») $= \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$.

Pense à simplifier la fraction (voir fiche 17).

b) La roue est équilibrée, donc il y a équiprobabilité.

▸ Pour l'événement « Tomber sur E » :

Le nombre d'issues favorables est 1, car il y a 1 seule lettre « E ».

Le nombre total d'issues est 8, car il y a 8 secteurs angulaires.

P (« Tomber sur E ») $= \frac{1}{8} = 1 : 8 = 0{,}125$.

- Pour l'événement « Tomber sur une consonne » :

Le nombre d'issues favorables est 5, car il y a 5 consonnes (N, P, B, V et V).

Nombre total d'issues = 8.

Donc P (« Tomber sur une consonne ») $= \frac{5}{8} = 5 : 8 = 0{,}625$.

41 Probabilités d'événements particuliers p. 101

1 - Issues possibles : boule verte ; boule bleue ; boule blanche.
- Issues réalisant l'événement A : boule verte.
- Issues restantes : boule bleue ou boule blanche.

Donc $\overline{A}$ = « Obtenir une boule bleue ou obtenir une boule blanche ».

2 L'événement « Obtenir face » est l'événement contraire de « Obtenir pile », car ce sont les deux seules issues de cette expérience aléatoire.

$P(\text{« Obtenir face »}) = 1 - P(\text{« Obtenir pile »}) = 1 - 0{,}58 = 0{,}42$.

3 On tire une boule au hasard, donc il y a équiprobabilité.
- Le nombre d'issues favorables est 5, car il y a 5 boules bleues.
- Le nombre total d'issues est 12, car le nombre total de boules est $5 + 5 + 2 = 12$.

Donc $P(B) = \frac{5}{12}$ et on a :

$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{5}{12} = \frac{12}{12} - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$.

42 Fréquences, expériences à deux épreuves p. 103

1 Comme on effectue un grand nombre de fois cette expérience, la fréquence de réalisation de « Obtenir face » sera proche de sa probabilité.

Fréquence (« Obtenir face ») $= \frac{1\,746}{5\,000} = 0{,}3492$.

Donc P (« Obtenir face ») $\approx 0{,}35$.

2 a) On réalise un tableau à double entrée :

Sac A / Sac B	1	2	2	3
1	2	3	3	4
1	2	3	3	4
2	3	4	4	5
3	4	5	5	6

- Attention ! Il y a deux jetons numérotés 1 dans le sac B, donc il faut mettre deux lignes « 1 ».
- À l'intersection d'une ligne et d'une colonne, on inscrit la somme obtenue.

On tire au hasard, donc il y a équiprobabilité.
- Il y a 16 issues au total, car le tableau à double entrée compte 16 cases.
- Il y a 5 issues favorables à l'événement « Obtenir une somme égale à 4 », car on trouve 5 fois la somme 4 dans le tableau.

P (« Obtenir une somme égale à 4 ») $= \frac{5}{16}$.

b) Il y a 3 issues favorables à l'événement « Obtenir une somme égale à 5 », car on trouve 3 fois la somme 5 dans le tableau.

P (« Obtenir une somme égale à 5 ») $= \frac{3}{16}$.

DOSSIER Calculer ses chances à un jeu de hasard p. 105

a) Faux. On a 4 résultats possibles : PP, PF, FP, FF (où P désigne pile et F désigne face). On a donc 1 chance sur 4 d'obtenir PP, 1 chance sur 4 d'obtenir FF et 2 chances sur 4 (soit 1 chance sur 2) d'obtenir une fois pile et une fois face.

b) Faux. On peut obtenir 7 avec les résultats (1 ; 6), (2 ; 5), (3 ; 4), (4 ; 3), (5 ; 2), (6 ; 1), tandis que 5 ne peut être obtenu qu'avec (1 ; 4), (2 ; 3), (3 ; 2) et (4 ; 1). On a donc plus de chances d'obtenir 7 que 5.

On peut calculer ces probabilités en établissant un tableau à double entrée des résultats (voir fiche 42).

Dé 2 / Dé 1	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

La probabilité d'obtenir 7 est $\frac{6}{36}$.

La probabilité d'obtenir 5 est $\frac{4}{36}$.

c) Faux. Le résultat obtenu à un lancer n'a aucune incidence sur le résultat obtenu au lancer suivant. Donc la probabilité d'obtenir 6 au 11e coup est toujours $\frac{1}{6}$.

43 Généralités sur la proportionnalité p. 107

a) Il y a proportionnalité, car :

- on peut calculer la masse totale en multipliant le nombre de billes par la masse d'une bille (qui est constante, puisque toutes les billes sont identiques) : c'est le coefficient de proportionnalité.
- si on double, triple le nombre de billes, alors on double, triple la masse d'une bille.

Pour prouver la proportionnalité, une seule de ces raisons suffit.

b) Il n'y a pas proportionnalité : si à 20 ans, un homme mesure 1,80 m, il ne mesurera pas 2 × 1,80 m = 3,60 m à 2 × 20 ans = 40 ans.

Ce contre-exemple dément la propriété multiplicative de la proportionnalité.

c) On cherche un coefficient de proportionnalité possible : 9 : 5 = 1,8. On a aussi 27 : 15 = 1,8 ; 21,6 : 12 = 1,8 ; 36 : 20 = 1,8. Donc il y a proportionnalité (et le coefficient de proportionnalité est 1,8).

d) **Méthode 1.** On cherche un coefficient de proportionnalité possible : 2 : 5 = 0,4. On vérifie si ce coefficient est le même pour les autres valeurs : 1,6 : 4 = 0,4, mais 4 : 9 ≈ 0,444. Donc ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.

Méthode 2. 5 + 4 = 9, mais 2 + 1,6 ≠ 4. Donc la propriété additive n'est pas vérifiée. Donc il n'y a pas proportionnalité.

44 Résolution de problèmes de quatrième proportionnelle p. 109

1 **Méthode 1** (retour à l'unité). Avec 4 cubes, on obtient 6,4 cm. 1 cube a donc une hauteur de 6,4 cm : 4 = 1,6 cm. Donc 24 cubes auront une hauteur de 1,6 cm × 24 = 38,4 cm.

Méthode 2 (propriété multiplicative). 24 = 4 × 6 donc la hauteur totale sera elle aussi multipliée par 6. Donc les 24 cubes auront une hauteur en cm de 6,4 × 6 = 38,4.

Méthode 3 (tableau de proportionnalité et produit en croix).

Nombre de cubes	4	24
Hauteur en cm de la pile	6,4	x

$x = 24 \times 6{,}4 \text{ cm} : 4 = 38{,}4 \text{ cm}$.

- La méthode 3 est introduite à partir de la classe de 4e.
- Attention ! Dans un tableau de proportionnalité, il est important de toujours indiquer les valeurs représentées et leurs unités (voir 1re colonne).

2 a) Le coefficient de proportionnalité est $7 : 15 = \frac{7}{15}$.

Attention ! Laisse en fraction, car 7 : 15 ne donne pas un nombre décimal.

Le nombre cherché est donc : $6 \times \frac{7}{15} = \frac{42}{15} = 2{,}8$.

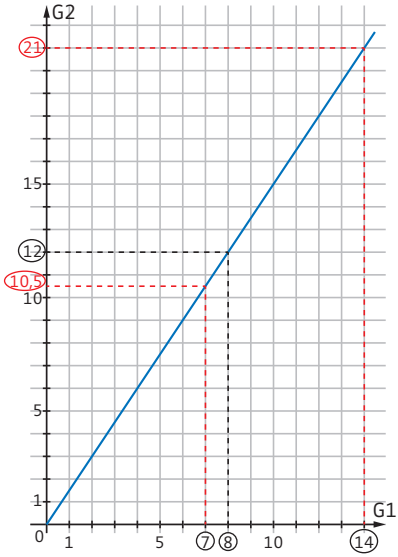
Le produit en croix donne : 6 × 7 : 15 = 2,8.

b)

G1	8	6	14	7
G2	12	9	21	10,5

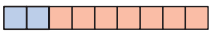
(+ entre G1 et G2 ; : 2 entre G1 et G2 ; + entre G2 et G1 ; : 2 entre G2 et G1)

Sur un graphique, on place le point de coordonnées (8 ; 12). On trace la demi-droite d'origine (0 ; 0) qui passe par ce point. On lit l'ordonnée du point de la droite qui a pour abscisse 14 (on trouve 21), puis celle du point d'abscisse 7 (on trouve environ 10,5).



45 Ratios p. 111

a)



Cédric reçoit $\frac{2}{2+7}=\frac{2}{9}$ de la somme totale et Mickaël en reçoit $\frac{7}{2+7}=\frac{7}{9}$.

$\frac{2}{9}\times 171=38$ donc Cédric recevra 38 €.

$\frac{7}{9}\times 171=133$ donc Mickaël recevra 133 €.

b) On a $\frac{2}{2+13}=\frac{2}{15}$ et $\frac{13}{2+13}=\frac{13}{15}$.

Donc le mélange est composé de $\frac{2}{15}$ de sirop et de $\frac{13}{15}$ d'eau.

$\frac{2}{15}\times 37{,}5=5$ et $\frac{13}{15}\times 37{,}5=32{,}5$.

Donc le mélange contient 5 cL de sirop et 32,5 cL d'eau.

c) $\frac{3}{3+1}=\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{3+1}=\frac{1}{4}$. On mélange donc $\frac{3}{4}$ d'huile et $\frac{1}{4}$ de moutarde.

$\frac{3}{4}\times 500=375$ et $\frac{1}{4}\times 500=125$.

Donc il faudra mélanger 375 mL d'huile et 125 mL de moutarde.

d) $\frac{5}{5+7+11}=\frac{5}{23}$, $\frac{7}{5+7+11}=\frac{7}{23}$ et $\frac{11}{5+7+11}=\frac{11}{23}$. Donc Laurie recevra $\frac{5}{23}$ des bonbons, Céline $\frac{7}{23}$ et Muriel $\frac{11}{23}$.

$\frac{5}{23}\times 184=40$, $\frac{7}{23}\times 184=56$ et $\frac{11}{23}\times 184=88$. Donc Laurie recevra 40 bonbons, Céline 56 bonbons et Muriel 88 bonbons.

On vérifie bien que :
40 + 56 + 88 = 184 bonbons.

46 Pourcentages p. 113

1 a) Calculer 10 % d'un nombre revient à le diviser par 10.

30 : 10 = 3. Donc 3 élèves de cette classe portent des lunettes.

Calculer 50 % d'un nombre revient à le diviser par 2. Or 30 : 2 = 15, donc 15 élèves de cette classe font de l'anglais.

Méthode 1. Il y a proportionnalité entre le nombre de filles et le nombre total d'élèves de la classe.

Nombre total d'élèves	100	30
Nombre de filles	60	18

$\times \frac{60}{100} = 0{,}60$

$30 \times 0{,}60 = 18$. Dans cette classe, il y a 18 filles.

Méthode 2. On calcule $\frac{60}{100}$ de 30 :

$\frac{60}{100} \times 30 = 0{,}60 \times 30 = 18$.

b) $\frac{13}{100} \times 425 = 0{,}13 \times 425 = 55{,}25$.

La remise est 55,25 €.

2 a) ▸ **Méthode 1.**

$\frac{78}{520} = 0{,}15 = \frac{15}{100} = 15\,\%$.

Dans ce collège, il y a 15 % d'externes.

▸ **Méthode 2.** Il y a proportionnalité entre le nombre d'externes et le nombre total d'élèves de ce collège.

Nombre total d'élèves	520	100
Nombre d'externes	78	15

$\times \frac{78}{520} = 0{,}15$

$100 \times 0{,}15 = 15$.

b) $\frac{60}{120} = 0{,}50 = \frac{50}{100} = 50\,\%$.

Laura possède 50 % de romans policiers.

47 Pourcentages d'augmentation et de diminution p. 115

1 Il s'agit ici d'une diminution.

Prix final $= \left(1 - \frac{a}{100}\right) \times$ prix initial.

Prix final $= \left(1 - \frac{11}{100}\right) \times 75$

Prix final $= 0{,}89 \times 75 = 66{,}75$.

Le nouveau prix est 66,75 €.

2 a) Prix final $= \left(1 - \frac{a}{100}\right) \times$ prix initial.

$41{,}4 = \left(1 - \frac{a}{100}\right) \times 45$.

$1 - \frac{a}{100} = \frac{41{,}5}{45} \approx 0{,}92 = 1 - 0{,}08 = 1 - \frac{8}{100}$.

Donc la diminution est 8 %.

b) Il s'agit ici d'une augmentation.

Nombre final de membres $= \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times$ nombre initial.

$49 = \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times 35$. Donc

$1 + \frac{a}{100} = \frac{49}{35} = 1{,}4 = 1 + 0{,}4 = 1 + \frac{40}{100}$.

Donc l'augmentation est 40 %.

48 Échelles p. 117

1 a)

Distance sur la maquette (en cm)	1	0,6	?
Distance réelle (en cm)	200	?	250

$\times 200$

échelle : 1/200 — 2,50 m = 250 cm

▸ 0,6 cm × 200 = 120 cm, donc la largeur des fenêtres est 120 cm, soit 1,20 m.

▸ 250 cm : 200 = 1,25 cm, donc la hauteur de la porte d'entrée sur la maquette est 1,25 cm.

Méthode avec formule (4e)

On utilise la définition :

échelle $= \frac{\text{distance sur la représentation}}{\text{distance réelle}}$

▸ $\frac{1}{200} = \frac{0{,}6}{\text{distance réelle}}$, et

distance réelle en cm = 0,6 × 200 : 1 = 120.

▸ $\frac{1}{200} = \frac{\text{distance sur la maquette}}{250}$,

et distance sur la maquette en cm = 1 × 250 : 200 = 1,25.

b)

Dimension sur le dessin (en cm)	5	4
Dimension réelle (en cm)	1	?

: 5

4 : 5 = 0,8, donc la longueur réelle de la coccinelle est 0,8 cm.

2

Dimension sur le plan (en cm)	15	1
Dimension réelle (en cm)	7 500	?

: 15 ; : 15 ; 75 m = 7 500 cm

7 500 : 15 = 500. Donc 1 cm sur le plan correspond à 500 cm dans la réalité, et l'échelle est 1/500.

Méthode avec formule
On cherche à obtenir une fraction de numérateur égal à 1 (voir fiche 15) :

$$\text{échelle} = \frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}$$

$$\text{échelle} = \frac{15}{7500} = \frac{15 : 15}{7500 : 15} = \frac{1}{500}$$

49 Agrandissements et réductions p. 119

1 ◗ **Méthode 1.** Le coefficient d'agrandissement est 3,1, car 15,5 : 5 = 3,1.
Donc DF = 7 cm × 3,1 = 21,7 cm et EF = 9 cm × 3,1 = 27,9 cm.
◗ **Méthode 2.** On utilise un tableau de proportionnalité.

Longueur des côtés de ABC (en cm)	5	7	9
Longueur des côtés de DEF (en cm)	15,5	21,7	27,9

7 × 15,5 : 5 = 21,7 et 9 × 15,5 : 5 = 27,9.

2 ◗ aire maquette = aire réelle × k^2

donc aire maquette $= 63 \times \left(\frac{1}{300}\right)^2$

aire maquette = 0,0007.

La surface de la pièce sur la maquette est 0,0007 m^2 = 7 cm^2.

Voir fiche 58 pour les conversions d'aires.

◗ volume maquette = volume réel × k^3

donc $4{,}5 = \text{volume réel} \times \left(\frac{1}{300}\right)^3$.

On a donc :

volume réel $= 4{,}5 : \left(\frac{1}{300}\right)^3 = 121\,500\,000$.

Le volume réel de cette pièce est 121 500 000 cm^3 = 121,5 m^3.

Voir fiche 62 pour les conversions de volumes.

50 Vitesses moyennes p. 121

1 a) ◗ 163,8 km/h = 163 800 m/h

$163{,}8 \text{ km/h} = \frac{163800}{3600} \text{ m/s} = 45{,}5 \text{ m/s}$.

◗ $12{,}6 \text{ km/h} = 12\,600 \text{ m/h} = \frac{12600}{3600} \text{ m/s}$

12,6 km/h = 3,5 m/s.

b) ◗ 35 m/s = 0,035 km/s
= 0,035 × 3 600 km/h = 126 km/h.
◗ 8,5 m/s = 0,0085 km/s
= 0,0085 × 3 600 km/h = 30,6 km/h.

2 a) On sait que $v = \frac{d}{t}$.

$1 \text{ h } 48 \text{ min} = 1 \text{ h} + \frac{48}{60} \text{ h} = 1 \text{ h} + 0{,}8 \text{ h}$

1 h 48 min = 1,8 h.

Donc $v = \frac{369}{1{,}8} = 205$. La vitesse moyenne de ce train est 205 km/h.

b) On sait que $v = \frac{d}{t}$.

38 min = 38 × 60 s = 2 280 s.

Attention ! La vitesse est donnée en m/s, donc la durée doit être convertie en secondes et on obtient une distance en mètres.

$1{,}2 = \frac{d}{2\,280}$, donc on a, en m :

$d = 1{,}2 \times 2\,280 = 2\,736$.

Ce nageur a donc parcouru 2 736 m, soit 2,736 km.

c) On sait que $v = \frac{d}{t}$.

$90 = \frac{216}{t}$ donc $90 \times t = 216$ et

$t = \frac{216}{90} = 2{,}4$ h.

2,4 h = 2 h + 0,4 h = 2 h + 0,4 × 60 min
2,4 h = 2 h 24 min.

Le faucon pèlerin met 2 h 24 min.

CORRIGÉS

51 Généralités sur les fonctions

p. 123

a) ▸ $f(6) = -5 \times 6 + 8 = -30 + 8 = -22$, donc l'image de 6 par f est -22.

▸ $f(-2) = -5 \times (-2) + 8 = 10 + 8 = 18$, donc l'image de -2 par f est 18.

▸ $g(6) = 6 \times (3 \times 6 - 7)$

$g(6) = 6 \times (18 - 7)$

$g(6) = 6 \times 11 = 66$.

Donc l'image de 6 par g est 66.

▸ $g(-2) = (-2) \times (3 \times (-2) - 7)$

$g(-2) = (-2) \times (-6 - 7)$

$g(6) = (-2) \times (-13) = 26$.

Donc l'image de -2 par g est 26.

b) ▸ Soit x un antécédent de 12 par f, on a $f(x) = 12$.

$-5x + 8 = 12$

$-5x + 8 - 8 = 12 - 8$

$-5x = 4$

$\frac{-5x}{-5} = \frac{4}{-5}$

$x = -\frac{4}{5} = -0{,}8$. Donc $-0{,}8$ est l'antécédent de 12 par f.

▸ Soit x un antécédent de 0 par g, on a $g(x) = 0$.

$x(3x - 7) = 0$

Voir fiche 28 pour la résolution d'une équation produit.

$x = 0$ ou $3x - 7 = 0$.

$x = 0$ ou $3x = 7$.

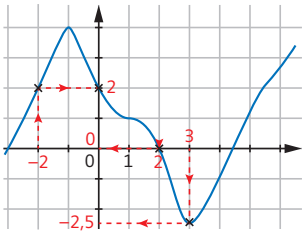
$x = 0$ ou $x = \frac{7}{3}$.

Donc 0 a deux antécédents : 0 et $\frac{7}{3}$.

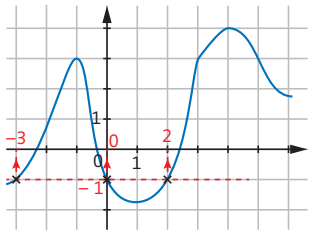
52 Fonctions : représentation graphique

p. 125

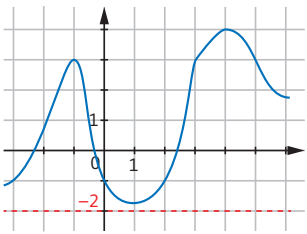
1 L'image de -2 par f est 2 ; de 2 est 0 ; de 3 est $-2{,}5$; de 0 est 2.



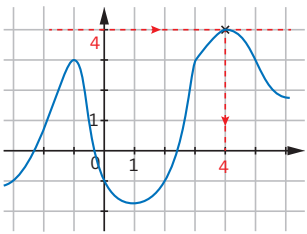
2 ▸ Les antécédents de -1 par f sont : -3 ; 0 et 2.



▸ -2 n'a pas d'antécédent par f.



▸ L'antécédent de 4 par f est 4.



53 Fonctions linéaires et affines : définition et reconnaissance p. 127

1 a) ▸ $f(x) = 8x$, donc f est linéaire, de coefficient 8.

▸ g n'est pas linéaire, car $g(x)$ n'est pas de la forme ax.

▸ $h(x) = 6 \times 2x + 6 \times 3 - 18$
$= 12x + 18 - 18 = 12x$,
donc h est linéaire, de coefficient 12.

▸ $i(x) = \frac{1}{5} \times x$, donc i est linéaire, de coefficient $\frac{1}{5}$.

b) ▸ $m(x) = \frac{2}{5}x + 0$, donc m est affine, avec $a = \frac{2}{5}$ et $b = 0$.

La fonction m est aussi linéaire, de coefficient $\frac{2}{5}$.

▸ $n(x) = x^2 + 3x$, donc n n'est pas affine, car $n(x)$ n'est pas de la forme $ax + b$.

▸ $p(x) = 6x - 24 + 7x = 13x - 24$, donc p est affine avec $a = 13$ et $b = -24$.

2 ▸ La représentation graphique de f n'est pas une droite (c'est une ligne brisée), donc f n'est ni linéaire ni affine.

▸ La représentation graphique de g est une droite ne passant pas par l'origine du repère, donc g est une fonction affine.

▸ La représentation graphique de h n'est pas une droite (et pourtant la courbe passe par l'origine du repère), donc h n'est ni linéaire ni affine.

▸ La représentation graphique de i est une droite passant par l'origine du repère, donc i est une fonction à la fois linéaire et affine.

Toutes les fonctions linéaires sont des fonctions affines particulières, pour lesquelles $b = 0$.

54 Construction de la représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine p. 129

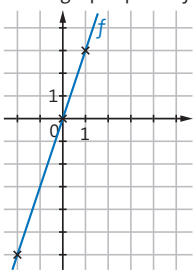
a) Méthode 1. On construit un tableau de valeurs.

x	0	1	– 2
$f(x)$	0	3	– 6

$3 \times 1 = 3$; $3 \times (-2) = -6$

La fonction est linéaire, donc on sait déjà qu'elle passe par le point de coordonnées (0 ; 0).

Les points de coordonnées (0 ; 0) ; (1 ; 3) et (–2 ; –6) appartiennent à la représentation graphique de f.

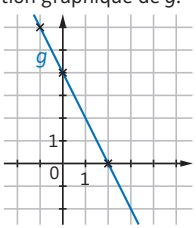


b) ▸ **Méthode 1.** On construit un tableau de valeurs.

x	0	2	– 1
$g(x)$	4	0	6

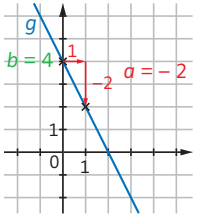
$-2 \times 2 + 4 = 0$; $-2 \times (-1) + 4 = 6$

Les points de coordonnées (0 ; 4) ; (2 ; 0) et (–1 ; 6) appartiennent à la représentation graphique de g.

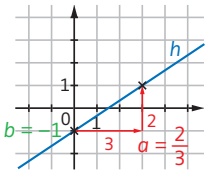


CORRIGÉS

Méthode 2. On utilise l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur.



c) Méthode 2. On utilise l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur.

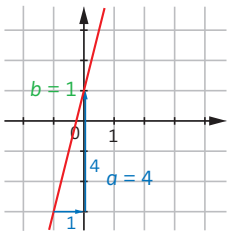


Ici, le déplacement horizontal de 1 unité obligerait à un déplacement vertical de $\frac{2}{3}$ de carreau, ce qui est compliqué et imprécis. Il vaut donc mieux se déplacer horizontalement de 3 carreaux vers la droite, et verticalement de 2 carreaux vers le haut.

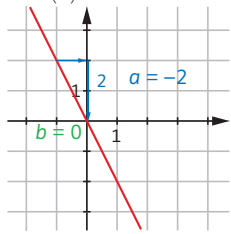
55 Détermination graphique de l'expression algébrique d'une fonction linéaire ou affine

p. 131

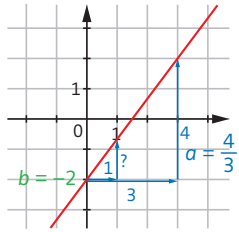
1 a) $f(x) = 4x + 1$.



b) $f(x) = -2x$ (f est linéaire).



c) $f(x) = \frac{4}{3}x - 2$

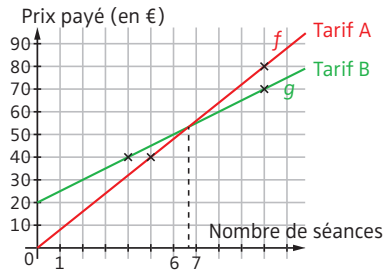


Ici, après un déplacement horizontal de 1 unité, il est difficile de lire le nombre d'unités du déplacement vertical. En revanche, si on se déplace horizontalement de 3 unités vers la droite, on constate qu'il faut se déplacer de 4 unités vers le haut pour rejoindre la droite.

2 a) $f(x) = 8 \times x = 8x$ et $g(x) = 20 + 5 \times x = 20 + 5x$.

f est une fonction linéaire.
g est une fonction affine.

b)



c) Le tarif B devient plus avantageux que le tarif A à partir de 7 séances.

56 Longueur et périmètre des figures usuelles p. 135

1 ▸ 1 m = 0,001 km,
donc 2 345 m = 2 345 × 0,001 km
= 2,345 km.

▸ 1 cm = 10 mm,
donc 12,5 cm = 12,5 × 10 mm = 125 mm.

▸ 452,5 cm = 4,525 m.

▸ 24,7 dm = 2 470 mm.

▸ 12,5 hm = 1,25 km.

▸ 123 000 mm = 0,123 km.

2 ▸ $P_1 = 4 \times 1{,}5$ cm = 6 cm.

▸ La figure (2) a 4 angles droits, donc c'est un rectangle, et ses côtés opposés sont de même longueur.
Donc en cm, $P_2 = 2 \times (2 + 1) = 7$.

▸ Impossible, car il manque la mesure de deux côtés de la figure (3).

> Attention ! La figure (3) n'est pas un rectangle. Il ne faut donc pas appliquer la formule du calcul du périmètre du rectangle.

▸ En cm, $P_4 = \pi \times 2{,}5 \approx 3{,}14 \times 2{,}5 = 7{,}85$.

> Le périmètre trouvé est une valeur approchée, qui dépend de la valeur approchée de π utilisée.

57 Périmètre de figures complexes p. 137

1 a) BC = AB = 2,5 cm
et DE = DC = 1,5 cm.
P = AB + BC + CD + DE + EA
En cm, $P = 2{,}5 + 2{,}5 + 1{,}5 + 1{,}5 + 3 = 11$.

> Attention ! Le segment [BE] ne fait pas partie du périmètre !

b) P = AB + BC + CD + DE + EF + FA.
On ne connaît pas BC, CD, DE et EF.
Mais on sait que BC + DE = AF = 2,5 cm
et que CD + EF = AB = 3 cm.
Donc en cm, $P = 3 + 2{,}5 + 3 + 2{,}5 = 11$.

> Ce périmètre est le même que celui d'un rectangle de longueur 3 cm et de largeur 2,5 cm.

c) Le périmètre est constitué des longueurs des segments [AB] et [AC] et de la longueur d'un quart de cercle de rayon [AB].
AB = AC = 2 cm.
Longueur en cm du quart de cercle de rayon 2 cm : $(2 \times \pi \times 2) : 4 \approx 3{,}14 \approx 3{,}1$.
Donc en cm, $P \approx 2 + 2 + 3{,}1 = 7{,}1$.

d) Le périmètre est constitué de la longueur du segment [BC], de la longueur d'un quart de cercle de rayon [DC] et de la longueur d'un demi-cercle de diamètre [DC].
BC = DC = 3 cm (car ABCD est un carré).
Longueur en cm du quart de cercle de rayon 3 cm : $(2 \times \pi \times 3) : 4 \approx 4{,}7$.
Longueur en cm du demi-cercle de diamètre 3 cm : $(\pi \times 3) : 2 \approx 4{,}71 \approx 4{,}7$.
Donc en cm, $P \approx 3 + 4{,}7 + 4{,}7 = 12{,}4$.

2 Le périmètre du terrain est
(40 m + 25 m) × 2 = 130 m.
Le portail mesure 350 cm = 3,5 m, donc le grillage a pour longueur :
130 m − 3,5 m = 126,5 m.

> Attention ! Pense à enlever la largeur du portail au périmètre du terrain pour trouver la longueur du grillage.

Le grillage coûtera donc
40 € × 126,5 = 5 060 €.
Le coût total sera donc
750 € + 5 060 € = 5 810 €.

58 Aire et unités d'aire p. 139

1 ▸ 3 400 m² = 0,34 hm².

▸ 0,045 m² = 45 000 mm².

▸ 38 500 dam² = 385 hm².

▸ 68 750 cm² = 6,875 m².

▸ 3,2 dam² = 320 m².

2 On convertit en m² :
(a) 780 m² ; (b) 320 m² ;
(c) 4 800 m² ; (d) 5 600 m².
Donc on a : (d) > (c) > (a) > (b).

> Attention ! Avant de comparer les aires, pense à toutes les convertir dans la même unité.

59 Aire des figures usuelles p. 141

a) C'est un rectangle, donc, en cm², $\mathcal{A} = 3 \times 1{,}5 = 4{,}5$.

b) C'est un disque de rayon : 3 cm : 2 = 1,5 cm. Donc, en cm², $\mathcal{A} = \pi \times 1{,}5^2 \approx 3{,}14 \times 1{,}5^2 \approx 7{,}07$.

c) En cm², $\mathcal{A} = \dfrac{EG \times FH}{2} = \dfrac{3{,}5 \times 2{,}5}{2} = 4{,}375$.

Attention ! La hauteur [FH] correspond au côté [EG] et non au côté [FG].

d) C'est un triangle rectangle, donc, en cm², $\mathcal{A} = \dfrac{RS \times RT}{2} = \dfrac{2 \times 1{,}5}{2} = 1{,}5$.

e) En cm², $\mathcal{A} = \dfrac{HJ \times IM}{2} = \dfrac{3{,}5 \times 2{,}3}{2} = 4{,}025$.

Attention ! Tu ne peux pas utiliser la longueur du côté [IJ], car on ne connaît pas la longueur de la hauteur correspondante, qui est [HK].

f) C'est un parallélogramme, donc, en cm², $\mathcal{A} = BC \times HK = 2 \times 2{,}2 = 4{,}4$.

Attention ! Tu ne peux pas utiliser la longueur du côté [DC], car on ne connaît pas la longueur de la hauteur correspondante.

60 Aire de figures complexes p. 143

a) $\mathcal{A}$ = Aire (BCDE) + Aire (ABE).
Dans le triangle ABE, la hauteur correspondant au côté [BE] mesure : 2,5 cm – 1,5 cm = 1 cm. Donc, en cm² :

$\mathcal{A} = 2 \times 1{,}5 + \dfrac{2 \times 1}{2} = 3 + 1 = 4$.

b) $\mathcal{A}$ = Aire (ABCD) – Aire (ABE).
ABE est un triangle rectangle. Donc, en cm² :

$\mathcal{A} = 2 \times 2{,}5 - \dfrac{1{,}5 \times 2}{2} = 5 - 1{,}5 = 3{,}5$.

c) $\mathcal{A}$ = Aire (quart de disque de rayon 3 cm) – Aire (demi-disque de rayon 1,5 cm). Donc, en cm² :

$\mathcal{A} = \dfrac{\pi \times 3 \times 3}{4} - \dfrac{\pi \times 1{,}5 \times 1{,}5}{2}$

$\mathcal{A} \approx 7{,}065 - 3{,}5325 = 3{,}5325$.
Donc $\mathcal{A} \approx 3{,}53$ cm².

d) Les carrés AGFE et KLMN sont superposables.
$\mathcal{A}$ = Aire (ABCD)
et ABCD est un rectangle.
Donc $\mathcal{A} = 4 \text{ cm} \times 1{,}5 \text{ cm} = 6 \text{ cm}^2$.

e) On ne peut pas calculer l'aire, car on ne connaît pas les longueurs DC et DE.

Tu peux calculer le périmètre de cette figure (voir fiche 57) mais pas son aire.

f) $\mathcal{A}$ = Aire (parallélogramme ABCD) – Aire (DEC).
[HK] est la hauteur du parallélogramme, associée au côté [AB].
La hauteur issue de E du triangle EDC a même longueur que le segment [HK]. De plus DC = AB (car ABCD est un parallélogramme).

Donc $\mathcal{A} = AB \times HK - \dfrac{DC \times HK}{2}$.

Donc, en cm² :

$\mathcal{A} = 3{,}3 \times 1{,}5 - \dfrac{3{,}3 \times 1{,}5}{2} = 4{,}95 - 2{,}475$.

Donc $\mathcal{A} \approx 2{,}48$ cm².

61 Durées p. 145

1 a) ▸ 45 256 s = 12 h 34 min 16 s.

45256	60	
−420	754	60
325	−60	12
−300	154	↑ h
256	−120	
−240	34	↑ min
16		

↑ s

▸ 2 h 25 min 12 s = 2 × 3600 s + 25 × 60 s + 12 s = 8 712 s.

b) ▸ $5 \text{ h } 18 \text{ min} = 5 \text{ h} + \dfrac{18}{60} \text{ h}$

5 h 18 min = 5 h + 0,3 h = 5,3 h.

▸ 4,6 h = 4 h + 0,6 × 60 min
4,6 h = 4 h 36 min.

2 a) 13 h 47 min + 1 h 15 min
= 14 h 62 min = 15 h 02 min
(car 62 min = 1 h 02 min).
Adam terminera de tondre sa pelouse à 15 h 02.

b)

$$\begin{array}{r} 16\text{ h }78 \\ \cancel{17}\text{ h }\cancel{18} \\ -\ 1\text{ h }47 \\ \hline 15\text{ h }31 \end{array}$$

La séance a commencé à 15 h 31.

c)



18 min + 1 h 35 min = 1 h 53 min

Alice a fait la queue pendant 1 h 53 min.

DOSSIER Mesurer des longueurs p. 147

a) D'après le texte : 1 toise = 6 pieds et 1 pied = 12 pouces.

On effectue la division euclidienne de 3 267 pouces par 12 pour trouver le nombre de pieds :

3 267 pouces = 272 pieds 3 pouces.

On effectue la division euclidienne de 272 pieds par 6 pour trouver le nombre de toises :

272 pieds = 45 toises 2 pieds, donc 3 267 pouces = 45 toises 2 pieds 3 pouces.

b) On additionne les nombres correspondant aux mêmes unités :

S = 12 toises 5 pieds 11 pouces
+ 5 toises 4 pieds 10 pouces

S = 17 toises 9 pieds 21 pouces.

On effectue les conversions :

- 21 pouces = 1 pied 9 pouces, donc S = 17 toises 9 pieds + 1 pied 9 pouces
S = 17 toises 10 pieds 9 pouces ;
- 10 pieds = 1 toise 4 pieds, donc S = 17 toises + 1 toise 4 pieds + 9 pouces
S = 18 toises 4 pieds 9 pouces.

C'est beaucoup plus simple d'additionner les mesures de longueur avec les unités actuelles et les nombres décimaux !

62 Généralités sur les volumes et les contenances p. 149

- 1 250 000 mm^3 = 1,25 dm^3.
- 25,3 m^3 = 25 300 000 cm^3.
- 3,5 L = 0,035 hL.
- 25,1 dL = 2 510 mL.
- 45,2 m^3 = 45 200 L.

Méthode 1.

On utilise la formule 1 L = 1 dm^3.

0,057 hL = 5,7 L = 5,7 dm^3 = 5 700 cm^3.

Méthode 2.

On utilise le tableau de conversion :

dm³			cm³		
hL	daL	L	dL	cL	mL
0	0	5	7	0	0

Méthode 1.

2,7 m^3 = 2 700 dm^3 = 2 700 L = 27 hL.

Méthode 2.

m³			dm³		
			hL	daL	L
		2	7		

63 Volume d'un cube, d'un pavé droit, d'un prisme droit, d'un cylindre p. 151

1 a) En cm^3, $\mathcal{V} = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

b) 32 cm = 3,2 dm. Donc en dm^3, $\mathcal{V} = 7{,}5 \times 8 \times 3{,}2 = 192$.

Donc $\mathcal{V}$ = 192 dm^3 = 192 000 cm^3.

Attention ! Toutes les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.

c) Le solide (1) est un prisme droit dont la hauteur est le segment [CD] et une base, le triangle ABC.

En cm^3, $\mathcal{V}$ = Aire (ABC) × CD = $\frac{4 \times 5}{2} \times 10$

$\mathcal{V} = 10 \times 10 = 100$.

Le solide (2) est un prisme droit dont la hauteur est le segment [IN] et une base, le triangle IJK.

En cm^3, $\mathcal{V}$ = Aire (IJK) × IN = $\frac{4 \times 3}{2} \times 10$

$\mathcal{V} = 6 \times 10 = 60$.

Le solide (3) est un prisme droit dont la hauteur est le segment [CR] et une base, le parallélogramme RSTU.

En cm^3, $\mathcal{V}$ = Aire (RSTU) × CR

$\mathcal{V} = (9 \times 4) \times 15 = 540$.

Pour l'aire du parallélogramme RSTU, voir fiche 59.

Le solide (4) est un cylindre dont la base est un cercle de 7 cm de diamètre (donc de rayon 7 cm : 2 = 3,5 cm) et de hauteur 15 cm. Donc, en cm³,
$\mathcal{V} = \pi \times 3{,}5 \times 3{,}5 \times 15 \approx 577{,}0$.

2 a) On écrit la formule : $\mathcal{V} = L \times \ell \times h$.
On remplace les variables connues par leur valeur et on obtient :
$1\,224 = 24 \times \ell \times 6$ donc $1\,224 = 144 \times \ell$.
$\ell = \dfrac{1224}{144} = 8{,}5$. Donc la largeur de ce pavé droit est 8,5 cm.

Assure-toi que les unités de longueur et de volume se correspondent (ici cm et cm³).

b) On écrit la formule : $\mathcal{V} = \pi \times r \times r \times h$.
On remplace les variables connues par leur valeur (en n'oubliant pas que 27 dm = 2,7 m), et on obtient :
$146 = \pi \times 2{,}7 \times 2{,}7 \times h$ donc
$146 = \pi \times 7{,}29 \times h$.
$h = \dfrac{146}{\pi \times 7{,}29} \approx 6{,}4$. Donc la hauteur de ce cylindre est environ 6,4 m.

64 Volume d'une pyramide, d'un cône, d'une boule p. 153

1 a) Le solide (1) est une pyramide dont la base est le rectangle DEFG et la hauteur le segment [SH].
$\mathcal{V} = \dfrac{1}{3} \times$ Aire (DEFG) $\times$ SH. Donc en cm³ :
$\mathcal{V} = \dfrac{1}{3} \times 6{,}2 \times 3{,}5 \times 7{,}2 = 52{,}08$.

Le solide (2) est une pyramide dont la hauteur est égale à 9,5 cm, et la base est le triangle MNP.
$\mathcal{V} = \dfrac{1}{3} \times$ Aire (MNP) $\times 9{,}5$. Donc en cm³ :
$\mathcal{V} = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{5 \times 3}{2} \times 9{,}5 = 23{,}75$.

Pour l'aire du triangle MNP, voir fiche 59.

Le solide (3) est un cône dont la base est un cercle de 4 cm de diamètre (donc de 2 cm de rayon) et de hauteur 8 cm.
$\mathcal{V} = \dfrac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h = \dfrac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 8$
$\mathcal{V} \approx 33{,}49$ cm³.

b) Le rayon de la boule vaut :
9 cm : 2 = 4,5 cm.
Donc $\mathcal{V} = \dfrac{4}{3} \times \pi \times r^3 = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 4{,}5^3$
$\mathcal{V} \approx 381{,}51$ cm³.

c) $\mathcal{V}$ = V(boule) : 2.
Donc $\mathcal{V} = \dfrac{4}{3} \times \pi \times r^3 : 2$. Donc, en cm³ :
$\mathcal{V} = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 4{,}7^3 : 2 \approx 217{,}34$.

2 a) Ce tétraèdre est une pyramide dont la base est le triangle ABC rectangle en B, et dont la hauteur est le segment [SB].
Pour calculer l'aire de ABC, il faut déterminer la longueur AB. ABC est un triangle rectangle en B, donc, d'après le théorème de Pythagore (voir fiche 76), on a :
$AC^2 = AB^2 + BC^2$, soit $9{,}7^2 = AB^2 + 6{,}5^2$.
Donc $AB^2 = 9{,}7^2 - 6{,}5^2 = 51{,}84$.
D'où $AB = \sqrt{51{,}84}$ cm = 7,2 cm.
$\mathcal{V} = \dfrac{1}{3} \times$ Aire (ABC) $\times$ SB. Donc, en cm³ :
$\mathcal{V} = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{7{,}2 \times 6{,}5}{2} \times 11 = 85{,}8$.

On aurait aussi pu choisir SBC comme base. La hauteur du tétraèdre aurait été le segment [AB]. Quoi qu'il en soit, le calcul de AB est indispensable.

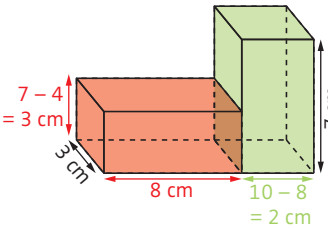
b) On écrit la formule :
$\mathcal{V} = \dfrac{1}{3} \times$ Aire (carré) $\times h$.
On remplace les variables connues par leur valeur, et on obtient :
$42 = \dfrac{1}{3} \times 6^2 \times h = 12 \times h$.
Donc $h = \dfrac{42}{12} = 3{,}5$.
La hauteur de cette pyramide est 3,5 cm.

c) On écrit la formule : $\mathcal{V} = \dfrac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$.
On remplace les variables connues par leur valeur, et on obtient :
$27 = \dfrac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times 9 = 3 \times \pi \times r^2$.
Donc $r^2 = \dfrac{27}{3 \times \pi} = \dfrac{9}{\pi}$.

La résolution de cette équation (voir fiche 28) donne $r = \sqrt{\frac{9}{\pi}}$ ou $r = -\sqrt{\frac{9}{\pi}}$.
Comme r est un rayon, on a : $r > 0$,
donc $r = \sqrt{\frac{9}{\pi}}$ m $\approx 1{,}7$ m.

65 Volume de solides complexes p. 154-155

a) ▸ Pour le solide (1), on procède par addition des volumes de deux pavés droits (voir la figure ci-dessous).



Dimensions du pavé rouge :
$L = 8$ cm ; $\ell = 3$ cm ; $h = 3$ cm.
Dimensions du pavé vert :
$L = 3$ cm ; $\ell = 2$ cm ; $h = 7$ cm.
$\mathcal{V}$ = V(pavé rouge) + V(pavé vert)
En cm³, $\mathcal{V} = 8 \times 3 \times 3 + 3 \times 2 \times 7 = 114$.

On aurait aussi pu procéder par soustraction.

▸ Pour le solide (2), on procède par addition des volumes d'un pavé droit et d'un prisme droit.
Dimensions du pavé droit :
$L = 5$ cm ; $\ell = 2$ cm ; $h = 2{,}5$ cm.
Prisme droit : la base est un triangle rectangle (dont les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm et 2 cm), la hauteur est égale à 5 cm.
$\mathcal{V}$ = V(pavé droit) + V(prisme droit)
En cm³, $\mathcal{V} = 5 \times 2 \times 2{,}5 + \frac{3 \times 2}{2} \times 5 = 40$.

b) Dimensions du demi-cylindre :
$r = 41$ cm : 2 = 20,5 cm, $h = 18$ cm.
$\mathcal{V}$ = V(pavé droit) + V(demi-cylindre)
$\mathcal{V} = 18 \times 41 \times 55 + \pi \times 20{,}5^2 \times 18 : 2$
Donc $\mathcal{V} \approx 52\,466$ cm³.

c) Rayon du cylindre extérieur :
12 cm : 2 = 6 cm.
Diamètre du cylindre intérieur :
12 cm – 2 × 1,5 cm = 9 cm.

Attention ! Pour trouver le diamètre du cylindre intérieur, tu dois enlever 2 fois l'épaisseur de la pièce.

Rayon du cylindre intérieur :
9 cm : 2 = 4,5 cm.
$\mathcal{V}$ = V(cylindre extérieur) – V(cylindre intérieur). Donc, en cm³ :
$\mathcal{V} = \pi \times 6^2 \times 92 - \pi \times 4{,}5^2 \times 92$
Donc $\mathcal{V} \approx 4\,550$ cm³.

d) Rayon de la demi-boule = rayon de la base du cône = 5 cm : 2 = 2,5 cm.
Hauteur du cône :
16 cm – 2,5 cm = 13,5 cm.
$\mathcal{V}$ = V(cône) + V(demi-boule)
$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \pi \times 2{,}5^2 \times 13{,}5 + \frac{4}{3} \times \pi \times 2{,}5^3 : 2$.
Donc $\mathcal{V} \approx 121$ cm³.

e) Hauteur du cylindre = 27 cm.
Rayon de la base du cylindre
= rayon d'une boule = 4,5 cm.
$\mathcal{V}$ = V(inoccupé) = V(cylindre) – V(3 boules)
En cm³, $\mathcal{V} = \pi \times 4{,}5^2 \times 27 - 3 \times \frac{4}{3} \times \pi \times 4{,}5^3$
Donc $\mathcal{V} \approx 572$ cm³.

66 Vocabulaire et notations de géométrie p. 159

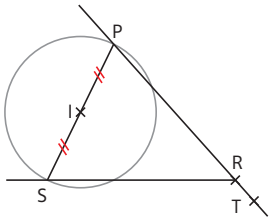
a) ▸ **Vrai.**
▸ **Faux**, car A n'est pas un point de la portion de droite comprise entre B et F.
▸ **Vrai**, car si on prolonge le trait qui représente la droite (AB), il passe par E (voir ci-dessous).

On peut prolonger le trait qui représente une droite, autant que l'on veut.

▸ **Faux**, car F n'est pas un point de la demi-droite [BA) (tracée en rouge ci-dessous).



b)



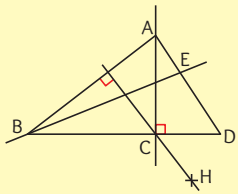
Place T où tu veux sur la droite (PR).

c) Trace la droite (AB), la demi-droite [BC) (ou la demi-droite d'origine B passant par C), le segment [AC]. Place le point K, milieu de [AC]. Trace le cercle de centre C passant par K.

67 Droites perpendiculaires p. 161

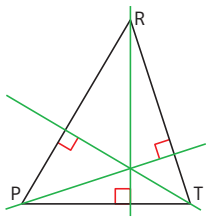
1 ◗ **Vrai.**
◗ **Faux.**
◗ **Vrai.**

Dans l'énoncé, les droites (CH) et (AB) sont représentées par des traits qui ne se coupent pas, mais tu peux les prolonger : les droites sont bien perpendiculaires.

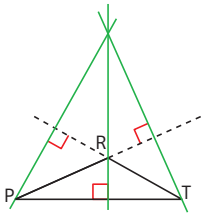


2 On a deux cas, suivant que tous les angles du triangle sont aigus ou non.

◗ **Cas 1.**



◗ **Cas 2.**



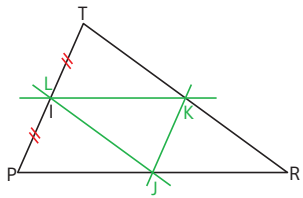
Dans les deux cas, les trois droites se coupent en un même point.
On dit que les trois droites sont **concourantes**.

Attention ! Si tu as tracé un triangle qui a un angle obtus (voir fiche 85), alors les droites se coupent à l'extérieur du triangle (cas 2), et pour tracer deux des perpendiculaires, tu dois prolonger deux côtés.

68 Droites parallèles p. 163

1 ◗ **Vrai.** On le vérifie avec les instruments.
◗ **Faux.** À vue d'œil, ce n'est pas facile à voir. Le recours aux instruments est nécessaire.
◗ **Faux.** À vue d'œil, les traits représentant les droites se « rapprochent ».

2



On remarque que le point I et le point L se situent au même endroit.
On dit que I et L sont **confondus**.

69 Médiatrice d'un segment p. 165

1 a) Non, car la droite (d) n'est pas perpendiculaire à [AB].

b) Oui, car (d) est perpendiculaire à [AB] et passe par son milieu, d'après les codages (méthode 1).

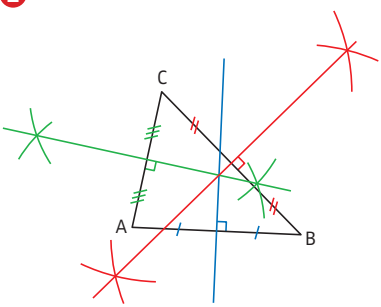
c) Non, car (d) ne passe pas par le milieu de [AB].

d) Oui. Les points M et N sont à égale distance des extrémités de [AB], puisque MA = MB et NA = NB.
Donc la droite (MN) (qui est aussi la droite (d)) est la médiatrice de [AB] (méthode 2).

e) Non, car (d) n'est pas perpendiculaire à (AB).

Le fait qu'il y ait un point à la même distance des extrémités du segment ne prouve pas que ce soit la médiatrice. Il faudrait qu'il y en ait deux.

2

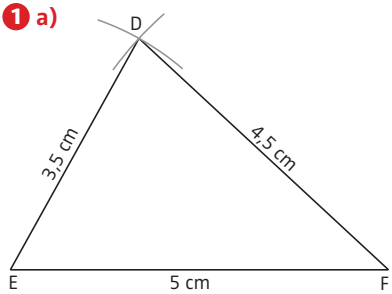


Les trois médiatrices se coupent en un même point.
On dit que les trois médiatrices sont **concourantes** (cela est vrai pour tous les triangles).

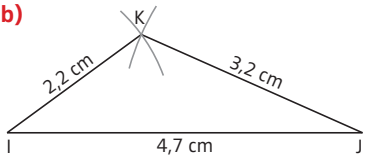
Il est préférable d'utiliser la méthode de construction avec le compas, plus précise : elle évite d'avoir à placer le milieu d'un segment en utilisant les graduations de la règle.

70 Tracés de triangles et inégalité triangulaire p. 167

1 a)

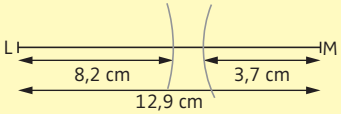


b)



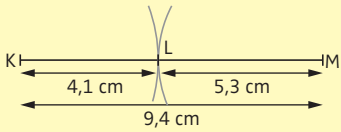
2 a) 12,9 cm est la longueur du plus grand côté.
$8{,}2+3{,}7=11{,}9$ et $11{,}9<12{,}9$.
Donc le triangle KLM n'existe pas.

On est dans le cas où les deux arcs de cercle ne se coupent pas, donc le triangle n'est pas constructible.



b) 15 cm est la longueur du plus grand côté.
$8+10=18$ et $18>15$.
Donc le triangle KLM existe.

c) 9,4 cm est la longueur du plus grand côté.
$4{,}1+5{,}3=9{,}4$.
Donc le triangle KLM n'existe pas (les points K, L et M sont alignés).



71 Triangles particuliers p. 169

1 a) AHF est un triangle rectangle en H, car l'angle $\hat{H}$ est droit. ABG est un triangle rectangle en A, car l'angle $\hat{A}$ est droit.

b) ABG est un triangle isocèle en A, car AB = AG. CFE est un triangle isocèle en F, car FC = FE.

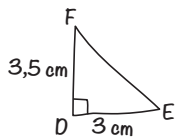
c) BGC est un triangle équilatéral, car BG = GC = BC.

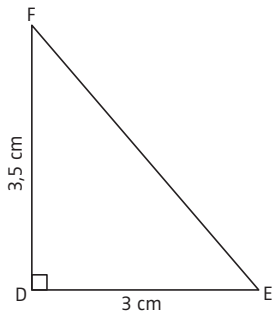
d) CGF, CFD et CED sont trois triangles quelconques, car ils n'ont ni angle droit ni côtés de même longueur.

2

Pense à faire d'abord un dessin à main levée (c'est-à-dire sans te soucier de l'exactitude des tracés et des mesures) : il te permettra d'établir les étapes de la construction.

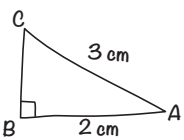
a) Dessin à main levée :

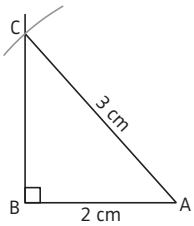




Si tu as construit la figure avec précision, alors EF ≈ 4,6 cm.

b) Dessin à main levée :

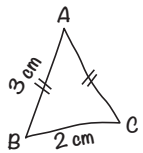


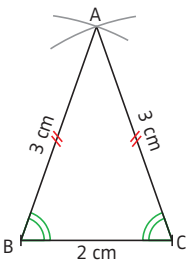


Attention ! Ici tu n'as pas la longueur des côtés de l'angle droit. Trace [AB], puis la droite perpendiculaire à (AB) qui passe par B, et enfin un arc de cercle de centre A et de rayon 3 cm : il coupera cette perpendiculaire en C.

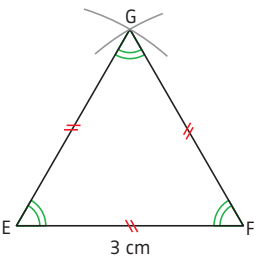
Si tu as construit la figure avec précision, alors BC ≈ 2,2 cm.

c) Dessin à main levée :





d)



72 Hauteurs d'un triangle

p. 171

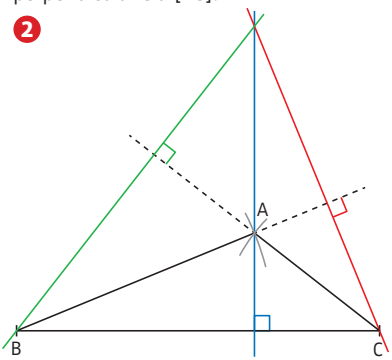
1 a) Non, car (*d*) passe par A mais n'est pas perpendiculaire à [BC] (qui est le côté opposé à A).

b) Oui, car (*d*) passe par A et est perpendiculaire à [BC].

c) Non, car (*d*) passe par A mais n'est pas perpendiculaire à [BC].

d) Oui, car (*d*) passe par A et est perpendiculaire à [BC].

2



Si tu as tracé correctement les trois hauteurs, elles vont se couper en un même point : on dit qu'elles sont **concourantes**.

73 Cas d'égalité des triangles

p. 173

a) ◗ On sait que KM = NP = 3 cm, et on connaît les angles adjacents au côté [NP] dans le triangle NJP. On pense donc à utiliser P3. Calculons $\widehat{LKM}$ qui est un angle adjacent à [KM] dans le triangle LKM.

Dans ce triangle, on a :
$\widehat{LKM} = 180° - (100° + 45°) = 35° = \widehat{JNP}$.

Donc KM = NP, $\widehat{JNP} = \widehat{LKM}$ et $\widehat{NPJ} = \widehat{LMK}$.

Donc d'après P3, les triangles LKM et NJP sont égaux.

◗ On a donc NJ = LK = 2 cm.

b) Dans cet exercice, on ne connaît aucun angle du triangle DEF. On pense donc à utiliser P1. Il manque la longueur BC. Comme le triangle ABC est rectangle en A et que l'on connaît la longueur de ses deux autres côtés, on peut appliquer le théorème de Pythagore (voir fiche 76) : on a ainsi $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

D'où $BC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$. Donc en cm, $BC = \sqrt{25} = 5$.

On a donc BC = EF, AB = ED et AC = DF.

Et, d'après P1, les triangles ABC et DEF sont égaux.

On a $\widehat{BAC} = \widehat{EDF} = 90°$, donc le triangle DEF est rectangle en D.

c) ◗ Ici, on n'a pas de longueurs de côtés des triangles, mais on a des égalités de longueurs. De plus, on connaît des angles grâce au carré. On pense donc à utiliser P2.

$\widehat{ADF} = \widehat{DCE} = 90°$, et AD = DC, car ABCD est un carré.

De plus, DF = EC (d'après les codages).

Donc d'après P2, les triangles ADF et DEC sont égaux.

◗ On a donc AF = DE.

74 Triangles semblables : définition et reconnaissance

p. 175

a) La somme des angles d'un triangle est égale à 180°.

Donc, dans le triangle FGH :
$\widehat{FHG} = 180° - (20° + 128°) = 32°$.

Les triangles FGH et KLM ont deux couples d'angles égaux ($\widehat{GFH} = \widehat{LMK}$ et $\widehat{FHG} = \widehat{LKM}$), donc ils sont semblables.

b) Dans le triangle FGH,
$\widehat{FHG} = 180° - (38° + 89°) = 53°$.

Dans le triangle KLM, l'angle $\widehat{KLM}$ mesure 54°, ce qui ne correspond à aucune mesure d'un angle du triangle FGH. Donc les triangles FGH et KLM ne sont pas semblables.

c) [GH] et [LK] sont les plus grands côtés, respectivement, des triangles FGH et KLM ; [FG] et [LM] sont les deux plus petits.

$\frac{GH}{LK}=\frac{4,8}{12}=0,4$. $\frac{FG}{LM}=\frac{2}{5}=0,4$.

$\frac{FH}{KM}=\frac{3,2}{8}=0,4$.

Attention ! Pour écrire les bons rapports, repère bien le plus grand côté et le plus petit côté de chaque triangle.

$\frac{GH}{LK}=\frac{FG}{LM}=\frac{FH}{KM}$, donc les triangles FGH et KLM sont semblables.

d) [GH] et [LM] sont les plus grands côtés, respectivement, des triangles FGH et KLM ; [FG] et [LK] sont les deux plus petits.

$\frac{GH}{LM}=\frac{6}{5}=1,2$. $\frac{FG}{LK}=\frac{3,9}{3}=1,3$.

$\frac{FH}{KM}=\frac{5,4}{4,5}=1,2$.

Comme $\frac{FG}{LK}\neq\frac{FH}{KM}$, les triangles FGH et KLM ne sont pas semblables.

75 Triangles semblables : calculer une longueur p. 177

1 a) Les triangles RST et GHI sont semblables puisqu'ils ont leurs angles deux à deux de même mesure.

R S T
I G H

$\frac{RS}{IG}=\frac{ST}{GH}=\frac{RT}{IH}$

$\frac{3,6}{IG}=\frac{5,4}{9}$, donc $5,4\times IG=3,6\times 9$ et $IG=\frac{3,6\times 9}{5,4}=6$. Donc IG = 6 cm.

b) La somme des angles d'un triangle est égale à 180°, donc dans le triangle GHI, $\widehat{HIG}=180°-(44°+100°)=36°$.

Les triangles GHI et JKL ont deux couples d'angles égaux ($\widehat{GHI}=\widehat{JKL}$ et $\widehat{HIG}=\widehat{JLK}$), donc ils sont semblables.

G H I
J K L

$\frac{GH}{JK}=\frac{HI}{KL}=\frac{GI}{JL}$

$\frac{4}{1,5}=\frac{4,8}{KL}$, donc $4\times KL=1,5\times 4,8$ et $KL=\frac{1,5\times 4,8}{4}=1,8$. Donc KL = 1,8 cm.

2 Il faut déterminer les longueurs BC et CE.

Comme tu connais les longueurs des trois côtés du triangle ABD et une longueur du triangle BCE, pense à utiliser les triangles semblables.

Prouvons tout d'abord que ABD et BCE sont semblables.

Les angles $\widehat{DAB}$ et $\widehat{EBC}$ sont correspondants (voir fiche 88), définis par les parallèles (AD) et (BE), et par la sécante (AC). Ils sont donc égaux et $\widehat{DAB}=\widehat{EBC}$.

De même, les angles $\widehat{ABD}$ et $\widehat{BCE}$ sont correspondants, définis par les parallèles (DB) et (EC), et par la sécante (AC).

Ils sont donc égaux et $\widehat{ABD}=\widehat{BCE}$.

Les triangles ABD et BCE ont deux couples d'angles égaux ($\widehat{DAB}=\widehat{EBC}$ et $\widehat{ABD}=\widehat{BCE}$), donc ils sont semblables.

A B D
B C E

$\frac{AB}{BC}=\frac{BD}{CE}=\frac{AD}{BE}$

$\frac{7}{BC}=\frac{10,5}{CE}=\frac{15}{6}$.

Donc $BC=\frac{7\times 6}{15}=2,8$

et $CE=\frac{6\times 10,5}{15}=4,2$.

Donc BC = 2,8 cm et CE = 4,2 cm.

76 Théorème de Pythagore p. 179

Cas 1. Dans le triangle UVW rectangle en V, d'après le théorème de Pythagore, on a : $UW^2=UV^2+VW^2$.

Donc $26^2=UV^2+24^2$.

$676=UV^2+576$.

$UV^2=676-576=100$.

Donc $UV=\sqrt{100}=10$.

La racine carrée d'un carré parfait (voir fiche 20) est un nombre entier : il est donc inutile de donner la valeur approchée.

Cas 2. Dans le triangle UVW rectangle en W, d'après le théorème de Pythagore, on a : $UV^2 = UW^2 + VW^2$.

Donc $UV^2 = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$.

$UV = \sqrt{10}$.

$UV \approx 3{,}2$ (valeur approchée au dixième près).

Cas 3. On ne peut pas calculer UV en utilisant le théorème de Pythagore, car le triangle UVW n'est pas rectangle.

Cas 4. On ne peut pas calculer UV en utilisant le théorème de Pythagore, car on ne connaît la longueur que d'un seul côté.

77 Triangle rectangle et réciproque du théorème de Pythagore p. 181

1 a) Dans le triangle DEF, le plus grand côté est [DF].

$DF^2 = 20{,}4^2 = 416{,}16$.

$DE^2 + EF^2 = 9{,}6^2 + 18^2 = 416{,}16$.

On a donc $DF^2 = DE^2 + EF^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle DEF est rectangle en E.

b) Dans le triangle DEF, le plus grand côté est [DF].

$DF^2 = 5{,}16^2 = 26{,}6256$.

$DE^2 + EF^2 = 3^2 + 4{,}2^2 = 26{,}64$.

Il est nécessaire de garder les valeurs exactes (n'arrondis pas les résultats).

On a donc $DF^2 \neq DE^2 + EF^2$.

D'après le théorème de Pythagore, le triangle DEF n'est pas rectangle.

c) Dans le triangle DEF, le plus grand côté est [EF].

$EF^2 = 22^2 = 484$.

$DE^2 + DF^2 = 12^2 + 18^2 = 468$.

On a donc $EF^2 \neq DE^2 + DF^2$.

D'après le théorème de Pythagore, le triangle DEF n'est pas rectangle.

2 Pour démontrer que le triangle ABD est rectangle avec la réciproque du théorème de Pythagore, il faut connaître la longueur de ses trois côtés. Il faut donc d'abord calculer AD.

Pour cela, on pense à utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ACD, dont on connaît la longueur de deux côtés.

ACD est un triangle rectangle en C.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$AD^2 = AC^2 + DC^2 = 12^2 + 9^2 = 225$.

Donc $AD = \sqrt{225}$ cm $= 15$ cm.

Dans le triangle ABD, le plus grand côté est [AB].

$AB^2 = 17^2 = 289$.

$BD^2 + AD^2 = 8^2 + 15^2 = 289$.

On a donc $AB^2 = BD^2 + AD^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABD est rectangle en D.

78 Théorème de Thalès p. 183

a) Dans le triangle ACF, les points C, D, A et C, E, F sont alignés, et (DE)// (AF). Donc, d'après le théorème de Thalès :



$\frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CF} = \frac{DE}{AF}$

$\frac{CD}{8} = \frac{2}{6{,}4}$

Donc en cm : $CD = \frac{2 \times 8}{6{,}4} = 2{,}5$.

b) (CF) et (BD) sont sécantes en A et (CD)// (BF). Donc d'après le théorème de Thalès :



$\frac{AF}{AC} = \frac{AB}{AD} = \frac{BF}{CD}$

$\frac{3{,}6}{5{,}4} = \frac{4{,}2}{CD}$

Donc en cm : $CD = \frac{5{,}4 \times 4{,}2}{3{,}6} = 6{,}3$.

c) Dans le triangle DFC, les points F, E, D et F, B, C sont alignés, et (BE)// (CD). Donc d'après le théorème de Thalès :

$\frac{FE}{FD} = \frac{FB}{FC} = \frac{BE}{CD}$

Attention ! Avant de remplacer les longueurs par leur valeur, n'oublie pas de calculer FD.

FD = FE + ED = 12,6 cm + 8,4 cm = 21 cm.

$\frac{12{,}6}{21} = \frac{9}{CD}$ donc en cm : $CD = \frac{21 \times 9}{12{,}6} = 15$.

CORRIGÉS

79 Droites parallèles et réciproque du théorème de Thalès p. 185

a) $\frac{RS}{RT} = \frac{6}{14} = \frac{2\times3}{2\times7} = \frac{3}{7}$.

$\frac{RA}{RB} = \frac{3,9}{9,1} = \frac{3,9\times10}{9,1\times10} = \frac{39}{91} = \frac{13\times3}{13\times7} = \frac{3}{7}$.

Donc $\frac{RS}{RT} = \frac{RA}{RB}$.

De plus, les points R, S, T et R, A, B sont alignés dans le même ordre. Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, (AS)// (BT).

b) $\frac{CS}{CB} = \frac{6}{13,5} = \frac{6\times2}{13,5\times2} = \frac{12}{27} = \frac{3\times4}{3\times9} = \frac{4}{9}$.

$\frac{CA}{CT} = \frac{10}{18} = \frac{5\times2}{9\times2} = \frac{5}{9}$.

Donc $\frac{CS}{CB} \neq \frac{CA}{CT}$.

D'après le théorème de Thalès, les droites (AS) et (BT) ne sont pas parallèles.

Pour prouver que des rapports sont égaux, garde toujours leurs valeurs exactes !

80 Quadrilatères, rectangles, carrés : définition et reconnaissance p. 187

- ABFJ est un rectangle, car il a 3 angles droits.
- GFEH est un rectangle, car ses diagonales [GE] et [FH] se coupent en leur milieu et sont de même longueur.
- ACDJ et GIDH sont aussi des rectangles.
- BCDF est un carré, car ses diagonales se coupent en leur milieu, sont perpendiculaires et de même longueur.
- FIDE est un carré, car il a 3 angles droits et 2 côtés consécutifs de même longueur.

81 Losanges, parallélogrammes : définition et reconnaissance p. 189

a) Les losanges sont :

- ABCD, car il a 4 côtés de même longueur.
- IHFG, car ses diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

IJKG n'est pas un losange, car ses diagonales ne se coupent pas en leur milieu.

b) Les parallélogrammes (non-losanges) sont :

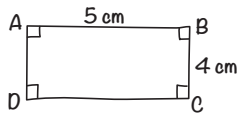
- DHFE, car ses diagonales se coupent en leur milieu.
- AIHD, car ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.
- CDEL, car il est non croisé et ses côtés opposés sont deux à deux de même longueur.

82 Rectangles, carrés : construction p. 191

1

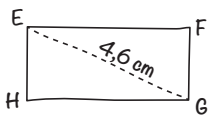
Tu peux commencer par réaliser une figure à main levée, et reporter les mesures données, de façon à déterminer les étapes de la construction.

a) Dessin à main levée :



Si le rectangle est construit avec précision, tu auras AC ≈ 6,4 cm.

b) [EG] est une diagonale du rectangle :

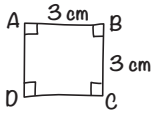


Trace [EG] tel que EG = 4,6 cm ; place son milieu I ; puis trace une deuxième diagonale qui passe par I. Place les points F et H tels que : $IF = IH = \frac{4,6\text{ cm}}{2} = 2,3\text{ cm}$.

Relie les sommets pour tracer les côtés du rectangle.

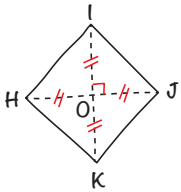
L'angle entre les deux diagonales n'est pas précisé : il y a donc une infinité de rectangles possibles. Assure-toi simplement que les deux diagonales ont bien la même longueur (4,6 cm) et le même milieu.

2 a) [AB] est un côté du carré.



Si le carré est construit avec précision, tu auras AC ≈ 4,2 cm.

b) [HJ] est une diagonale du carré :



Trace [HJ] tel que HJ = 5 cm ; place son milieu O ; puis trace la deuxième diagonale qui passe par O et qui est perpendiculaire à (HJ). Place les points I et K tels que :

$OI = OK = \frac{5\text{ cm}}{2} = 2{,}5\text{ cm}$.

Relie les sommets pour tracer les côtés du carré.

Si le carré est construit avec précision, tu auras HI ≈ 3,5 cm.

83 Losanges : construction p. 193

a) Il y a une infinité de losanges possibles. Utilise la méthode 1.

- Vérifie que le losange a bien 4 côtés de même longueur.
- Attention ! Pour tracer le dernier sommet, il faut impérativement utiliser le compas.

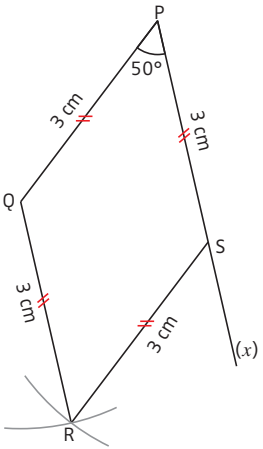
b) Utilise la méthode 2, car si tu effectues un dessin à main levée, tu constateras que tu connais les longueurs des diagonales.

Si la construction est effectuée avec précision, tu auras EF = 2,5 cm.

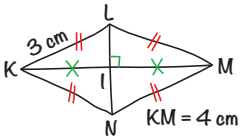
c) Le codage permet d'affirmer que le quadrilatère PQRS est un losange, car ses diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

Donc PQ = QR = RS = SP = 3 cm.

Trace le segment [PQ] tel que PQ = 3 cm. Trace ensuite une demi-droite [Px) telle que $\widehat{QPx} = 50°$. Place ensuite le point S sur la demi-droite [Px) tel que PS = 3 cm. Place enfin le sommet R en utilisant le compas.



d) Un dessin à main levée permet de déterminer les étapes de la construction.



Trace le segment [KM] de 4 cm, puis, avec le compas, place le point L tel que KL = ML = 3 cm, et le point N tel que KN = MN = 3 cm.

Si la construction est effectuée avec précision, tu auras LN ≈ 4,5 cm.

Autre méthode :

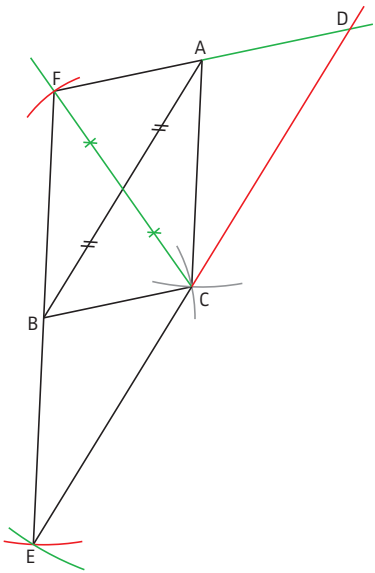
On sait que KL = LM = MN = KN = 3 cm.

Trace le segment [KM] de 4 cm, puis place son milieu I et trace la perpendiculaire à (KM) passant par I.

Place les points L et N à 3 cm des points K et M.

Pour placer ces deux points, utilise impérativement le compas.

84 Parallélogrammes : construction p. 195

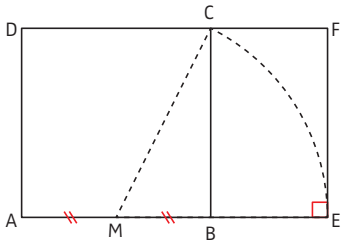


Avant de commencer à tracer chaque parallélogramme, tu dois positionner mentalement le 4e sommet.

Si les parallélogrammes sont tracés avec précision les points F, A et D, les points F, B et E et les points E, C et D doivent être alignés.

DOSSIER Tracer un rectangle d'or p. 197

a)



b) ◗ $MB = \frac{AB}{2} = \frac{1}{2}$.

MBC est un triangle rectangle en B.
D'après le théorème de Pythagore (voir fiche 76), on a :

$MC^2 = MB^2 + BC^2$ donc $MC^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = \frac{5}{4}$.

Donc $MC = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ et $ME = MC = \frac{\sqrt{5}}{2}$

(car E et C sont deux points du cercle de centre M et de rayon [MC]).

◗ $AE = AM + ME = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

FE = AD = 1 (car ADFE est un rectangle).

Donc $\frac{AE}{FE} = \frac{AE}{1} = AE = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ qui est bien le nombre d'or.

Donc ADFE est un rectangle d'or.

85 Mesure d'angles p. 199

$\widehat{xOy} = 40°$ et $\widehat{tDv} = 97°$.

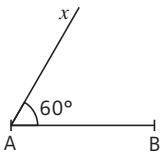
Attention ! $\widehat{tDv} = 97°$ et non 103° : tu dois bien lire la graduation en partant du zéro placé sur le côté de l'angle.

Dans le triangle ABC, on a :
$\hat{A} = 120°$, $\hat{B} = 33°$ et $\hat{C} = 27°$.

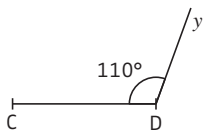
Tu peux vérifier que la somme des angles du triangle ABC fait 180° (120 + 33 + 27 = 180) (voir fiche 89).

86 Tracé d'un angle p. 201

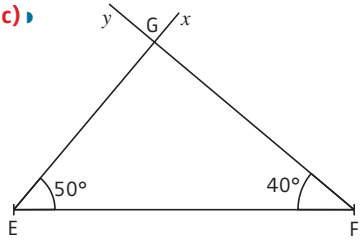
1 a)



b)

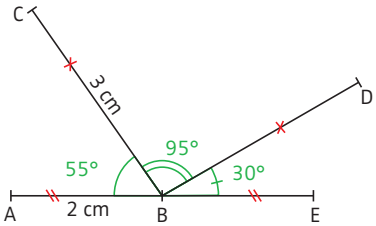


c)



$\widehat{FGE} = 90°$.

2 a)



b) Les points A, B et E semblent alignés.

Attention ! Vérifier cet alignement à la règle ne prouve rien. Pour le justifier, tu dois faire appel à des propriétés.

$\widehat{ABE} = \widehat{ABC} + \widehat{CBD} + \widehat{DBE}$

$\widehat{ABE} = 55° + 95° + 30° = 180°$

$\widehat{ABE}$ est un angle plat, donc les points A, B et E sont alignés.

87 Angles opposés par le sommet, alternes-internes, correspondants p. 203

1 Angles opposés par le sommet :
$\widehat{ACD}$ et $\widehat{BCG}$ (ou $\widehat{BCF}$) ;
$\widehat{BCA}$ et $\widehat{GCD}$ (ou $\widehat{FCD}$) ;
$\widehat{FGE}$ et $\widehat{BGC}$ (ou $\widehat{BGA}$) ;
$\widehat{BGF}$ et $\widehat{EGC}$ (ou $\widehat{EGA}$).

2 a) Angles alternes-internes :
$\widehat{RTB}$ et $\widehat{TBC}$; $\widehat{VTB}$ et $\widehat{TBD}$.

b) Angles correspondants :
$\widehat{STR}$ et $\widehat{TBD}$; $\widehat{RTB}$ et $\widehat{DBA}$;
$\widehat{STV}$ et $\widehat{TBC}$; $\widehat{VTB}$ et $\widehat{CBA}$.

88 Utilisation des angles opposés par le sommet, alternes-internes, correspondants p. 205

1 a) Les angles $\widehat{EBC}$ et $\widehat{ABD}$ sont opposés par le sommet. Donc ils ont la même mesure, donc $\widehat{EBC} = \widehat{ABD} = 25°$.

$\widehat{ABD} + \widehat{DBC} = 180°$ (angle plat).

Donc $25° + \widehat{DBC} = 180°$.

$\widehat{DBC} = 180° - 25° = 155°$.

b) Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{EAB}$ sont alternes-internes, définis par les parallèles (EF) et (BG) et la sécante (AB). Donc ils ont la même mesure, donc $\widehat{ABC} = \widehat{EAB} = 60°$.

Les angles $\widehat{FDC}$ et $\widehat{GCH}$ sont correspondants, définis par les parallèles (EF) et (BG) et la sécante (DC). Donc ils ont la même mesure, donc $\widehat{FDC} = \widehat{GCH} = 70°$.

2 a) Les angles $\widehat{DNE}$ et $\widehat{AEN}$ sont alternes-internes mais ne sont pas de même mesure ($63° \neq 64°$), donc les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

b) Les angles $\widehat{ASR}$ et $\widehat{CRM}$ sont correspondants et de même mesure (45°), donc les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

89 Somme des angles d'un triangle p. 207

1 a) La somme des angles d'un triangle est égale à 180°, donc dans le triangle ABC, on a :
$\widehat{ABC} + \widehat{CAB} + \widehat{ACB} = 180°$.
$\widehat{ABC} = 180° - (53° + 79°) = 48°$.

Dans un triangle, tu peux ainsi toujours calculer la mesure d'un angle si tu connais les mesures des deux autres angles.

b) De même, ici, on a :
$\widehat{ABC} = 180° - (122° + 25°) = 33°$.

Les triangles ABC des questions a) et b) sont quelconques.

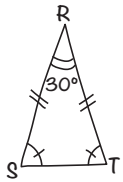
c) De même, ici, on a :
$\widehat{ABC} = 180° - (43° + 94°) = 43°$.
Le triangle ABC possède deux angles de même mesure ($\widehat{ABC}$ et $\widehat{CAB}$), donc il est isocèle en C.

d) De même, ici, on a :
$\widehat{ABC} = 180° - (64° + 26°) = 90°$.
Le triangle ABC possède un angle droit ($\widehat{ABC}$), donc il est rectangle en B.

2

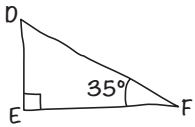
Afin de mieux visualiser la situation, il est important de faire une figure à main levée.

a) Figure à main levée :



RST est isocèle en R, donc il a deux angles de même mesure : $\widehat{RST} = \widehat{RTS}$.
La somme des angles d'un triangle est égale à 180°, donc dans le triangle RST, on a : $\widehat{RST} + \widehat{RTS} + \widehat{SRT} = 180°$.
Donc on a :
$\widehat{RST} = \widehat{RTS} = (180° - 30°) : 2 = 75°$.

b) Figure à main levée :



Comme DEF est un triangle rectangle en E, $\widehat{DEF} = 90°$.
La somme des angles d'un triangle est égale à 180°, donc dans le triangle DEF, on a : $\widehat{FDE} + \widehat{FED} + \widehat{DFE} = 180°$.
Donc on a :
$\widehat{FDE} = 180° - (90° + 35°) = 55°$.

90 Trigonométrie : vocabulaire et formules p. 209

1 a) Dans le triangle JKL rectangle en J, le côté adjacent à $\widehat{JKL}$ est [KJ] et l'hypoténuse est [KL]. Donc $\cos \widehat{JKL} = \frac{KJ}{KL}$.

b) ◗ Dans le triangle ABD rectangle en B, le côté adjacent à $\widehat{ADB}$ est [BD] et l'hypoténuse est [AD].
Donc $\cos \widehat{ADB} = \frac{BD}{AD}$.

◗ Dans le triangle ABC rectangle en C, le côté adjacent à $\widehat{ABC}$ est [BC] et l'hypoténuse est [AB].
Donc $\cos \widehat{ABC} = \frac{BC}{AB}$.

2 a) ◗ Dans le triangle JKL rectangle en J, le côté opposé à $\widehat{JKL}$ est [JL] et l'hypoténuse est [KL]. Donc $\sin \widehat{JKL} = \frac{JL}{KL}$.

◗ Dans le triangle JKL rectangle en J, le côté opposé à $\widehat{JKL}$ est [JL] et son côté adjacent est [KJ]. Donc $\tan \widehat{JKL} = \frac{JL}{KJ}$.

b) ◗ Dans le triangle ABD rectangle en B, le côté opposé à $\widehat{ADB}$ est [AB] et son côté adjacent est [BD].
Donc $\tan \widehat{ADB} = \frac{AB}{BD}$.

Dans le triangle ABD rectangle en B, le côté opposé à $\widehat{ADB}$ est [AB] et l'hypoténuse est [AD].
Donc $\sin \widehat{ADB} = \frac{AB}{AD}$.

◗ Dans le triangle ABC rectangle en C, le côté opposé à $\widehat{BAC}$ est [BC], et son côté adjacent est [AC].
Donc $\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC}$.

Dans le triangle ABC rectangle en C, le côté opposé à $\widehat{ABC}$ est [AC] et l'hypoténuse est [AB].
Donc $\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$.

91 Trigonométrie : calcul d'une longueur dans un triangle rectangle p. 211

1 a) Dans le triangle RST rectangle en T, on connaît l'angle $\widehat{RST}$ et la longueur TS de son côté adjacent ; on cherche la longueur RS de l'hypoténuse. Il faut donc choisir le cosinus.

b) Dans le triangle RST rectangle en R, on connaît l'angle $\widehat{RST}$ et la longueur RT de son côté opposé ; on cherche la longueur RS de son côté adjacent. Il faut donc choisir la tangente.

c) Dans le triangle RST rectangle en R, on connaît l'angle $\widehat{RTS}$ et la longueur ST de l'hypoténuse ; on cherche la longueur RS de son côté opposé. Il faut donc choisir le sinus.

2 a) Dans le triangle DEF rectangle en F :

$$\cos \widehat{FED} = \frac{EF}{ED}$$

$$\cos 58° = \frac{EF}{11}$$

$$\frac{\cos 58°}{1} = \frac{EF}{11}$$

En cm, $EF = \dfrac{11 \times \cos 58°}{1} \approx 5{,}8$.

b) Dans le triangle DEF rectangle en E :

$$\tan \widehat{EFD} = \frac{DE}{EF}$$

$$\tan 63° = \frac{5}{EF}$$

$$\frac{\tan 63°}{1} = \frac{5}{EF}$$

En cm, $EF = \dfrac{5 \times 1}{\tan 63°} \approx 2{,}5$.

c) Dans le triangle DEF rectangle en F :

$$\sin \widehat{FDE} = \frac{EF}{ED}$$

$$\sin 27° = \frac{EF}{6{,}7}$$

$$\frac{\sin 27°}{1} = \frac{EF}{6{,}7}$$

En cm, $EF = \dfrac{6{,}7 \times \sin 27°}{1} \approx 3{,}0$.

92 Trigonométrie : calcul d'un angle dans un triangle rectangle p. 213

1 a) Dans le triangle DEF rectangle en D, on cherche l'angle $\widehat{DEF}$; on connaît la longueur de [ED] qui est son côté adjacent, et la longueur de [DF] qui est son côté opposé.

Il faut donc choisir la tangente.

b) Dans le triangle DEF rectangle en F, on cherche l'angle $\widehat{DEF}$; on connaît la longueur de [DF] qui est son côté opposé, et la longueur de [ED] qui est l'hypoténuse.

Il faut donc choisir le sinus.

c) Dans le triangle DEF rectangle en D, on cherche l'angle $\widehat{DEF}$; on connaît la longueur de [ED] qui est son côté adjacent, et la longueur de [EF] qui est l'hypoténuse.

Il faut donc choisir le cosinus.

2 a) Dans le triangle PMN rectangle en P :

$$\cos \widehat{PMN} = \frac{PM}{MN} = \frac{3}{7{,}5}.$$

$$\widehat{PMN} = \arccos\left(\frac{3}{7{,}5}\right) \approx 66°.$$

Dans la pratique, tu n'es pas obligé(e) d'écrire $\widehat{PMN} = \arccos\left(\dfrac{3}{7{,}5}\right)$.

Tu peux écrire directement $\widehat{PMN} \approx 66°$.

b) Dans le triangle PMN rectangle en N :

$$\sin \widehat{PMN} = \frac{PN}{PM} = \frac{2{,}4}{5{,}2}.$$

$$\widehat{PMN} = \arcsin\left(\frac{2{,}4}{5{,}2}\right) \approx 27°.$$

c) Dans le triangle PMN rectangle en P :

$$\tan \widehat{PMN} = \frac{PN}{PM} = \frac{6{,}1}{3{,}2}.$$

$$\widehat{PMN} = \arctan\left(\frac{6{,}1}{3{,}2}\right) \approx 62°.$$

93 Démontrer que deux droites sont parallèles p. 215

a) *Quelle propriété utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible de démontrer les conditions de la propriété P1. En effet, on sait que (EF) ⊥ (DC) et (AB) semble perpendiculaire à (DC).
Comment le démontrer ? En utilisant le fait que (AB) est la médiatrice de [DC].
Rédaction : On sait que (AB) est la médiatrice de [DC]. Donc (AB) ⊥ (DC). De plus, on sait que (EF) ⊥ (DC) (donnée de l'énoncé). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles.
Donc (AB) // (EF).

b) *Quelle propriété utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible de démontrer les conditions de la propriété P3. En effet, les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{CFE}$ sont des angles alternes-internes définis par les droites (AB) et (EF), et ils semblent égaux. *Comment le démontrer ?* En utilisant la propriété de la somme des angles dans le triangle CEF.
Rédaction : La somme des angles d'un triangle est égale à 180°, donc dans le triangle CEF, on a :
$\widehat{CFE} + \widehat{CEF} + \widehat{ECF} = 180°$.
Donc $\widehat{CFE} = 180° - (80° + 30°) = 70°$.
On a donc $\widehat{CAB} = \widehat{CFE} = 70°$.
Les angles alternes-internes $\widehat{CAB}$ et $\widehat{CFE}$, définis par les droites (AB) et (EF) coupées par la sécante (AF), ont la même mesure, donc (AB) // (EF).

c) *Quelle propriété utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible de démontrer les conditions de la réciproque du théorème de Thalès. Pour cela, il faut démontrer que $\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CF}$. On ne connaît pas CB. *Comment le calculer ?* En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle CDB.
Rédaction : Dans le triangle CDB rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, on a : $DB^2 = CB^2 + CD^2$, donc $5^2 = CB^2 + 4^2$.
On a donc $CB^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$, donc $CB = \sqrt{9} = 3$.
$CE = 2 + 3 = 5$ et $CF = 3 + 4{,}5 = 7{,}5$.
On a donc $\frac{CA}{CE} = \frac{2}{5}$ et $\frac{CB}{CF} = \frac{3}{7{,}5} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.

Pour simplifier une fraction, voir fiche 15.

Donc $\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CF}$. De plus, les points C, A et E d'une part, et C, B et F d'autre part, sont alignés dans le même ordre.
Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, (AB) // (EF).

94 Démontrer que deux droites sont perpendiculaires p. 217

a) *Quelle propriété utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible de démontrer les conditions d'utilisation de la propriété P4. En effet, AEBF semble être un losange. *Comment le démontrer ?* En remarquant que les cercles (𝒞) et (𝒞′) ont le même rayon.
Rédaction : Les rayons des cercles (𝒞) et (𝒞′) sont égaux, donc on a : AE = AF = BE = BF.
Le quadrilatère AEBF a ses quatre côtés de même longueur, donc AEBF est un losange.
Or les diagonales d'un losange sont perpendiculaires, donc (AB) ⊥ (EF).

b) *Quelle propriété utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible de démontrer les conditions d'utilisation de la propriété P2. En effet, (EF) semble être la médiatrice de [AB]. *Comment le démontrer ?* En utilisant le fait que EA = EB et FA = FB.
Rédaction : D'après les données de l'énoncé, EA = EB, donc E est équidistant de A et de B. Donc E est sur la médiatrice de [AB]. De même, FA = FB, donc F est équidistant de A et de B, donc F est sur la médiatrice de [AB]. (EF) est donc la médiatrice de [AB].
Or si une droite est la médiatrice d'un segment, alors elle est perpendiculaire à ce segment. Donc (AB) ⊥ (EF).

c) *Quelle propriété utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible d'utiliser la réciproque du théorème

de Pythagore dans le triangle ABF. Mais il manque la longueur AB.
Comment la calculer ? En utilisant le théorème de Thalès dans le triangle ABE avec les parallèles (CD) et (BE).
Rédaction : Dans le triangle ABE, (CD) // (BE). Donc d'après le théorème de Thalès, on a $\frac{AC}{AB}=\frac{AD}{AE}=\frac{CD}{BE}$.
Donc $\frac{2,4}{AB}=\frac{6}{7,5}$ et $AB=\frac{2,4\times7,5}{6}=3$.
Dans le triangle ABF, [BF] est le plus grand côté.
$BF^2=5^2=25$ et
$AB^2+AF^2=3^2+4^2=9+16=25$.
On a donc $BF^2=AB^2+AF^2$.
Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABF est un triangle rectangle en A. On a donc (AB) ⊥ (AF), c'est-à-dire (AB) ⊥ (EF).

95 Calculer la longueur d'un segment p. 219

a) *Quelle propriété utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible d'utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABC, mais on ne connaît pas AC et on ne voit pas comment la calculer. *Une autre propriété ?* Utiliser la trigonométrie dans ce triangle rectangle : on connaît l'un des côtés, il manque un angle. On peut peut-être calculer l'angle $\widehat{ABC}$. *Comment ?* On sait que (AD) // (BC) et on connaît l'angle $\widehat{BAD}$.
Rédaction : Les angles $\widehat{BAD}$ et $\widehat{ABC}$ sont des angles alternes-internes définis par les parallèles (AD) et (BC) et la sécante (AB), ils sont donc de même mesure : $\widehat{ABC}=\widehat{BAD}=30°$.
Dans le triangle ABC rectangle en B :
$\cos\widehat{ABC}=\frac{AB}{BC}$, donc $\cos 30°=\frac{AB}{4}$.
$\frac{\cos 30°}{1}=\frac{AB}{4}$ et $AB=\frac{4\times\cos 30°}{1}\approx 3,5$.

Pour l'application du produit en croix, voir fiche 44.

b) *Quelle propriété utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible d'utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABC. Mais on ne connaît pas BC.
Comment la calculer ? En utilisant le théorème de Thalès dans le triangle BCE, puisque (FD) // (BC).
Rédaction : Dans le triangle BCE, (FD) // (BC). Donc d'après le théorème de Thalès, on a $\frac{ED}{EC}=\frac{EF}{EB}=\frac{DF}{CB}$, d'où $\frac{1}{3}=\frac{1,5}{BC}$.
Donc $BC=\frac{3\times1,5}{1}=4,5$.
Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a : $BC^2=AB^2+AC^2$. Donc $4,5^2=AB^2+2,7^2$ et $AB^2=4,5^2-2,7^2=12,96$. On a donc $AB=\sqrt{12,96}=3,6$.
c) *Quelle propriété utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible d'utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABC. Mais on ne connaît pas BC et on ne voit pas comment la calculer. *Une autre propriété ?* Les triangles ABC et ECD semblent semblables. *Comment le démontrer ?* Leurs angles semblent 2 à 2 de même mesure.
Rédaction : Les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{CED}$ sont des angles alternes-internes, définis par les parallèles (BC) et (ED) et la sécante (AC), ils sont donc de même mesure, donc $\widehat{ACB}=\widehat{CED}$. De plus $\widehat{BAC}=\widehat{ECD}=90°$, donc les triangles ABC et ECD ont des angles 2 à 2 de même mesure. Ils sont donc semblables.



Donc $\frac{AB}{CD}=\frac{BC}{DE}=\frac{AC}{CE}$.
On a $\frac{AB}{1,8}=\frac{2,1}{1,4}$.
Donc $AB\times1,4=2,1\times1,8$. Donc $AB=2,1\times1,8:1,4=2,7$.

96 Calculer la mesure d'un angle p. 221

a) Le triangle DBC est équilatéral, donc $\widehat{DBC}=60°$.
La somme des angles d'un triangle est égale à 180°, donc dans le triangle DAB, on a : $\widehat{ADB}+\widehat{DAB}+\widehat{ABD}=180°$.

CORRIGÉS

Or le triangle DAB est isocèle en D. Donc $\widehat{DAB} = \widehat{ABD}$ et on a $50° + 2 \times \widehat{ABD} = 180°$.

Donc $\widehat{ABD} = \dfrac{180° - 50°}{2} = 65°$.

On a donc :

$\widehat{ABC} = \widehat{ABD} + \widehat{DBC} = 65° + 60° = 125°$.

b) $\widehat{AEF}$ et $\widehat{ACB}$ sont des angles correspondants, définis par les droites parallèles (EF) et (BC), et la sécante (AC), donc $\widehat{ACB} = \widehat{AEF} = 40°$.

La somme des angles d'un triangle est égale à 180°, donc dans le triangle ABC, on a $\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = 180°$.

Donc $\widehat{ABC} = 180° - (40° + 75°) = 65°$.

Tu pouvais aussi calculer $\widehat{AFE}$ en utilisant la propriété de la somme des angles dans le triangle AFE, puis démontrer que $\widehat{AFE} = \widehat{ABC}$.

c) Dans le triangle ABC, le plus grand côté est [AB].

$AB^2 = 2{,}5^2 = 6{,}25$ et

$AC^2 + BC^2 = 1{,}5^2 + 2^2 = 6{,}25$.

On a donc $AB^2 = AC^2 + BC^2$. Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

Dans le triangle ABC rectangle en C :

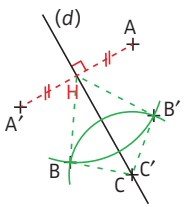
$\cos \widehat{ABC} = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{2}{2{,}5}$.

Donc $\widehat{ABC} = \arccos\left(\dfrac{2}{2{,}5}\right) \approx 36{,}9°$.

Tu pouvais aussi utiliser le sinus ou la tangente de l'angle $\widehat{ABC}$.

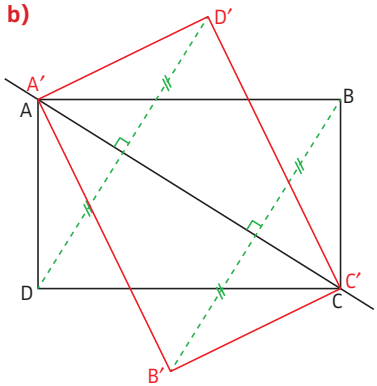
97 Symétrie axiale p. 223

a)



Le symétrique de C est le point C lui-même.

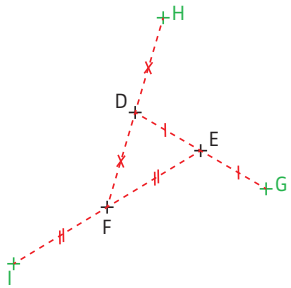
b)



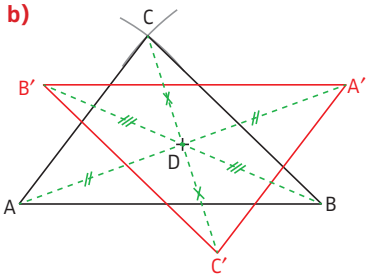
Le symétrique de A est le point A, le symétrique de C est le point C.

98 Symétrie centrale p. 225

a)



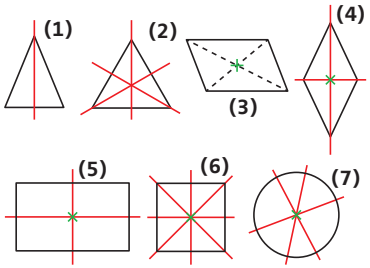
b)



Tu peux vérifier ton tracé en décalquant le triangle ABC et en faisant tourner le calque d'un demi-tour autour de D : normalement, tu « arrives » bien sur le triangle rouge.

99 Axe et centre de symétrie p. 227

a), **b)** et **c)**



(1) Triangle isocèle : 1 axe, pas de centre.
(2) Triangle équilatéral : 3 axes, pas de centre.
(3) Parallélogramme : pas d'axe, un centre.
(4) Losange : 2 axes, un centre.
(5) Rectangle : 2 axes, un centre.
(6) Carré : 4 axes, un centre.
(7) Cercle : une infinité d'axes, un centre.

100 Translation p. 229

1 a) Non, car aucun côté du carré (1) n'est parallèle à un côté du carré (3).

b) Oui, le triangle (5) est l'image du triangle (7) par la translation qui transforme K en I (ou J en E, ou L en D).

2 a) L'image du triangle (6) par la translation qui transforme J en S est le triangle (9).

b) L'image du triangle (8) par la translation qui transforme I en J est le triangle (7).

101 Rotation p. 231

1 a) C'est la rotation de centre G et d'angle 150° (60°+90°), dans le sens inverse des aiguilles d'une montre qui transforme le carré (3) en le carré (4).

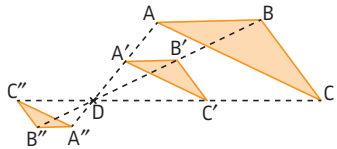
b) C'est la rotation de centre I et d'angle 60° dans le sens des aiguilles d'une montre, ou la rotation de centre C et d'angle 60° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

2 a) C'est le triangle (5) (C est transformé en D, D est transformé en E, et I est transformé en lui-même).

b) C'est le carré (1) (A est transformé en F, B en A, P en Q et U en R).

102 Homothétie p. 233

a) Les droites (AA'), (BB') et (CC') sont concourantes en D.



La figure a été réduite.

De plus : DA = 3 cm ; DA' = 1,5 cm ; DB = 5,4 cm ; DB' = 2,7 cm ; DC = 6,6 cm et DC' = 3,3 cm.

On constate que $\frac{DA'}{DA} = \frac{DB'}{DB} = \frac{DC'}{DC} = \frac{1}{2}$.

Donc A'B'C' est l'image de ABC par l'homothétie de centre D et de rapport $\frac{1}{2}$.

Après avoir constaté que les droites (AA'), (BB') et (CC') sont concourantes en D, tu pouvais aussi montrer que les triangles A'B'C' et ABC sont semblables. Pour cela, mesure AB, A'B', AC, A'C', BC et B'C', puis montre que $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{1}{2}$.

b) Les droites (AA''), (BB'') et (CC'') sont concourantes en D.

De plus, DA = 3 cm ; DA'' = 1 cm ; DB = 5,4 cm ; DB'' = 1,8 cm ; DC = 6,6 cm et DC'' = 2,2 cm.

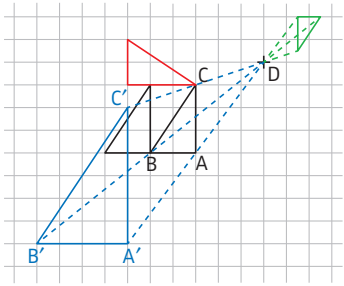
On a donc $\frac{DA''}{DA} = \frac{DB''}{DB} = \frac{DC''}{DC} = \frac{1}{3}$.

Donc A''B''C'' est l'image de ABC par l'homothétie de centre D et de rapport $-\frac{1}{3}$.

Le rapport est négatif puisque le triangle A''B''C'' est retourné par rapport à ABC.

103 Images de figures par une transformation : construction p. 235

1 à **3**



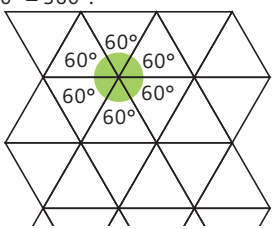
- Pour construire l'image du point A par l'homothétie de centre D et de rapport 2, trace la demi-droite [DA] et place le point A′ tel que DA′ = 2 × DA.

Fais de même pour les points B′ et C′.

- Autre méthode : une fois que tu as placé A′, tu peux tracer les parallèles aux côtés du triangle ABC, passant par A′ (en utilisant le quadrillage). Leurs intersections avec les droites (DB) et (DC) sont les points B′ et C′.

DOSSIER Paver le plan p. 237

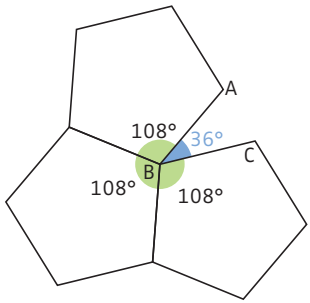
a) Il est possible de paver le plan avec des triangles équilatéraux, car on a :
6 × 60° = 360°.



b) - Les angles d'un pentagone régulier sont égaux (voir la définition d'un polygone régulier).

Donc si x est la mesure en degré de l'un de ces angles on a, en appliquant la formule donnée dans l'énoncé :
$5x = 180° \times (5 - 2)$, donc $5x = 540°$,
donc $x = \dfrac{540°}{5} = 108°$.

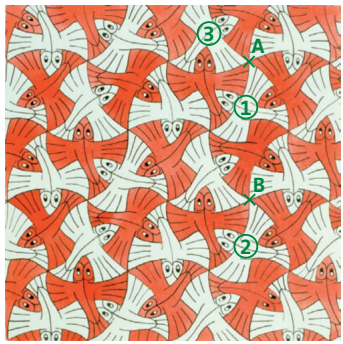
- On constate donc que si l'on place 3 pentagones pour amorcer le pavage, on ne peut pas compléter l'espace vide par un 4e pentagone.
En effet, sur la figure ci-dessous :
$\widehat{ABC} = 360° - (3 \times 108°) = 36°$.



Il est donc impossible de paver régulièrement le plan avec un pentagone régulier.

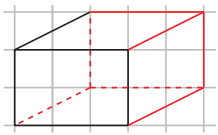
c) - C'est la translation (voir fiche 100) qui transforme A en B qui permet de passer du motif 1 au motif 2.

- C'est la rotation (voir fiche 101) de centre A et d'angle 120° dans le sens des aiguilles d'une montre qui permet de passer du motif 1 au motif 3.

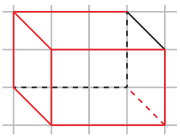


104 Cubes, pavés droits : construction en perspective p. 239

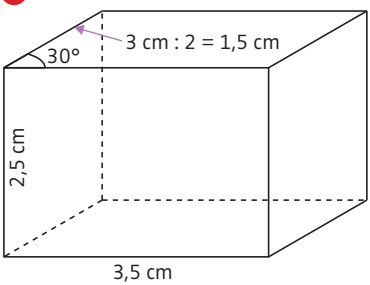
1 a)



b)



2



105 Cubes, pavés droits : patrons p. 241

1 ◗ Dessin (1) : **Non**, car il manque une face.

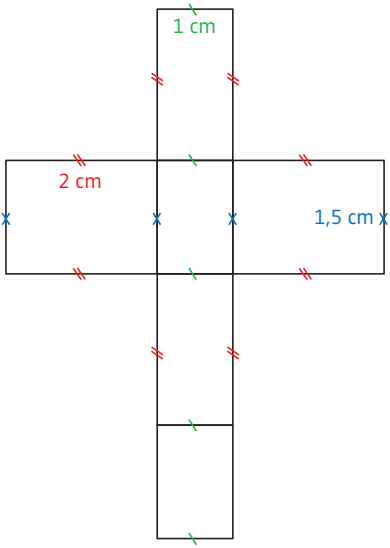
◗ Dessin (2) : **Oui**, c'est le patron d'un pavé droit.

◗ Dessin (3) : **Non**, car les deux faces carrées se superposent.

◗ Dessin (4) : **Oui**, c'est le patron d'un pavé droit.

Pour te convaincre qu'un dessin est le patron d'un pavé droit, décalque-le, découpe-le et effectue les pliages pour reconstituer le solide.

2 Voici un patron possible :



N'oublie pas que les arêtes en contact doivent avoir la même longueur.

106 Prismes droits p. 243

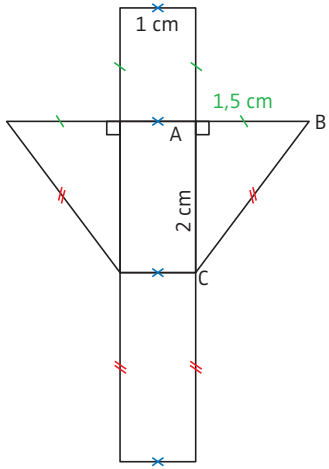
1 a) Oui, car ce solide possède deux faces parallèles et superposables qui sont des pentagones (5 côtés), et les autres faces semblent être des rectangles.

b) Non, car ce solide n'a pas deux faces superposables.

c) Non, car ce solide n'a pas de faces superposables parallèles. C'est une pyramide (voir fiche 108).

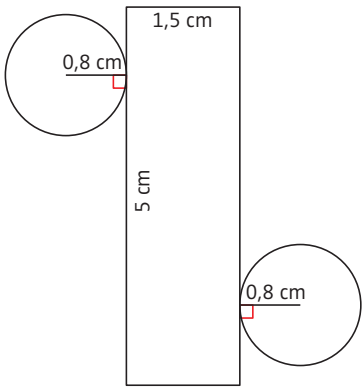
d) Oui, car ce solide possède deux faces parallèles et superposables qui sont des pentagones (faces de gauche et de droite), et les autres faces semblent être des rectangles.

2 Voici un patron possible :

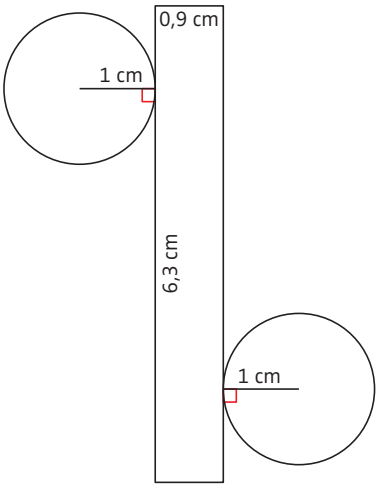


107 Cylindres p. 247

a) $2 \times \pi \times 0{,}8 \approx 5$.
Donc l'une des dimensions du rectangle est environ 5 cm.



b) Pour ce cylindre, la hauteur vaut 0,9 cm ; le diamètre vaut 2 cm, donc le rayon est égal à $\frac{2\text{ cm}}{2} = 1\text{ cm}$.
$2 \times \pi \times 1 \approx 6{,}3$.
Donc l'une des dimensions du rectangle est environ 6,3 cm.



108 Pyramides p. 245

1 a) Non, car le solide ne possède pas de faces triangulaires.
C'est une « pyramide tronquée ».

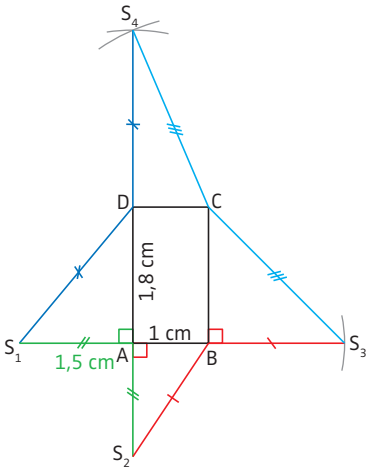
b) Non, car le solide ne possède pas de faces triangulaires ayant un sommet commun. C'est un prisme droit (voir fiche 106).

c) Oui, car le solide possède une base (quadrilatère), et les autres faces sont des triangles ayant un sommet commun.

d) Oui, car le solide possède une base (triangle) et les autres faces sont des triangles ayant un sommet commun. C'est même un tétraèdre puisque toutes ses faces sont triangulaires.

e) Non, car le solide ne possède pas de faces triangulaires. C'est un cône (voir fiche 109).

2

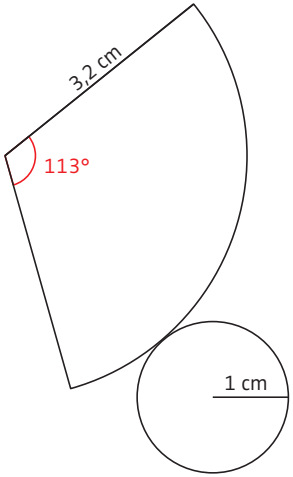


109 Cônes p. 249

Soit g la longueur de la génératrice.
D'après le théorème de Pythagore, on a :
$g^2 = 1^2 + 3^2 = 10$ donc en cm,
$g = \sqrt{10} \approx 3{,}2$.
Soit x la mesure de l'angle de la portion de disque. Il y a proportionnalité entre la mesure de cet angle et la longueur de l'arc de cercle.

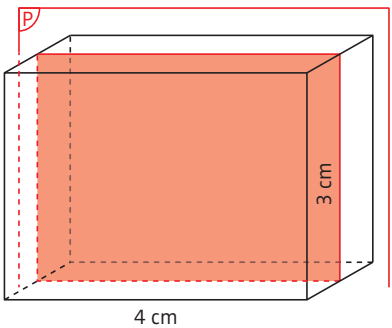
Longueur arc de cercle (en cm)	$2 \times \pi \times 3{,}2$	$2 \times \pi \times 1$
Angle (en °)	360	x

$x = \dfrac{2 \times \pi \times 1 \times 360}{2 \times \pi \times 3{,}2} = 113\,°$.



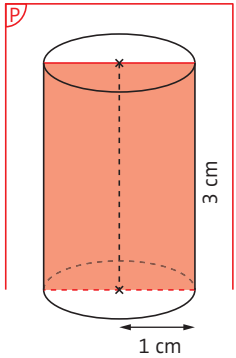
110 Sections planes d'un solide p. 251

a) Pavé droit : on obtient un rectangle de 4 cm sur 3 cm.

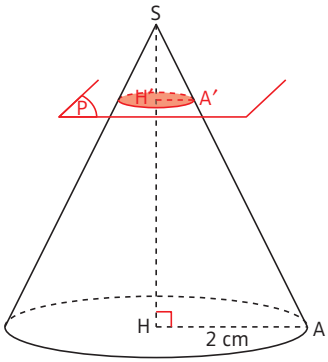


CORRIGÉS

- Cylindre : on obtient un rectangle de 2 cm sur 3 cm.



- Cône : soit H' l'intersection du plan de section et de l'axe du cône.



La section est un cercle de centre H' et de rayon H'A'. C'est une réduction du cercle de base du cône.

Le coefficient de réduction vaut :

$\frac{SH'}{SH} = \frac{H'A'}{HA}$. Donc $\frac{1}{4} = \frac{H'A'}{2}$, donc en cm :

$H'A' = \frac{2 \times 1}{4} = 0{,}5$.

Donc la section est un cercle de centre H' et de rayon 0,5 cm.

b) La section est un cercle de centre C et de rayon AC.

Calculons AC. Dans le triangle OAC rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore (voir fiche 76), on a :

$OC^2 + AC^2 = OA^2$, donc

$3^2 + AC^2 = 4^2$

(car OA est le rayon de la sphère).

Donc $9 + AC^2 = 16$.

On a donc $AC^2 = 16 - 9 = 7$ et

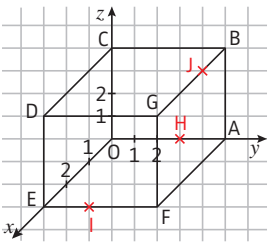
$AC = \sqrt{7}\text{cm} \approx 2{,}6$ cm.

111 Repérage dans un pavé droit, sur une sphère

p. 253

1 a) A (0 ; 5 ; 0) ;
B (0 ; 5 ; 4) ;
D (3 ; 0 ; 4) ;
G (3 ; 5 ; 4).

b)



2 a)
- (10° S ; 50° O) : point C.
- (20° N ; 40° E) : point G.
- (10° S ; 10° E) : point D.

b) A (20° N ; 40° O) ;
B (60° N ; 30° E) ;
F (40° N ; 60° O).

LISTE DES MÉTHODES PAR NIVEAU

LES MÉTHODES DE 6e

FICHE

Nombres entiers
- Calculer le quotient et le reste d'une division euclidienne, puis vérifier le résultat — 1

Nombres décimaux positifs
- Additionner, soustraire des nombres décimaux en posant l'opération — 4
- Multiplier deux nombres décimaux — 5
- Multiplier un nombre décimal par 10 ; 100 ou 1 000 — 5
- Multiplier un nombre décimal par 0,1 ; 0,01 ou 0,001 — 5
- Diviser un nombre décimal par 10 ; 100 ou 1 000 — 5
- Calculer le quotient décimal d'un décimal par un entier — 6

Nombres décimaux relatifs
- Comparer deux nombres décimaux positifs — 8

Fractions
- Utiliser les fractions — 13
- Calculer la fraction $\frac{a}{b}$ d'un nombre c $\left(\frac{a}{b} \times c\right)$ — 13

Gestion de données
- Lire un diagramme en bâtons — 35
- Construire un diagramme en bâtons — 35
- Lire un diagramme circulaire — 36

Proportionnalité
- Résoudre un problème de quatrième proportionnelle — 44
- Appliquer un pourcentage — 46

Longueurs, aires, durées
- Convertir des unités de longueur — 56
- Calculer le périmètre de figures usuelles — 56
- Calculer le périmètre de figures complexes — 57
- Convertir des unités d'aire — 58
- Calculer l'aire de figures usuelles (carré, rectangle, disque, triangle) — 59
- Calculer l'aire de figures complexes — 60
- Convertir des unités de durée — 61

Volumes et contenances

- Convertir des unités de volume 62
- Passer des unités de volume aux unités de contenance (et inversement) 62
- Calculer le volume d'un cube, d'un pavé droit 63
- Calculer le volume de solides complexes 65

Géométrie plane (généralités)

- Utiliser convenablement le vocabulaire de géométrie 66
- Reconnaître que deux droites sont perpendiculaires 67
- Construire une droite perpendiculaire à une autre droite, et passant par un point donné 67
- Construire une droite parallèle à une autre droite, et passant par un point donné 68
- Reconnaître la médiatrice d'un segment 69
- Construire la médiatrice d'un segment 69

Triangles

- Tracer un triangle connaissant la longueur de ses trois côtés 70
- Reconnaître des triangles particuliers 71
- Construire des triangles particuliers 71
- Reconnaître une hauteur dans un triangle 72

Quadrilatères

- Reconnaître un rectangle, un carré 80
- Reconnaître un losange 81
- Construire un rectangle 82
- Construire un carré 82
- Construire un losange 83

Angles

- Mesurer un angle 85
- Tracer un angle de mesure donnée 86

Démontrer avec la géométrie

- Démontrer que deux droites sont parallèles 93
- Démontrer que deux droites sont perpendiculaires 94

Transformations

- Construire le symétrique d'un point, d'une figure par rapport à une droite 97
- Tracer, s'il existe, un axe de symétrie d'une figure 99

Géométrie dans l'espace

- Construire un pavé droit en perspective cavalière 104
- Reconnaître un patron de pavé droit 105
- Construire un patron d'un pavé droit 105

LES MÉTHODES DE 5e

FICHE

Nombres entiers

- Savoir si un entier *b* est un diviseur d'un entier *a* (ou si *a* est un multiple de *b*) — 2
- Démontrer qu'un nombre entier n'est pas premier — 3
- Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers — 3

Nombres décimaux relatifs

- Se repérer sur une droite graduée — 7
- Se repérer dans le plan — 7
- Comparer deux nombres décimaux relatifs — 8
- Additionner deux nombres relatifs — 9
- Soustraire deux nombres relatifs — 9
- Écrire plus simplement une suite d'additions et de soustractions de nombres relatifs — 10
- Calculer une suite d'additions de nombres relatifs — 10
- Effectuer un calcul sans parenthèses — 12
- Effectuer un calcul avec parenthèses — 12

Fractions

- Reconnaître et produire des fractions égales — 14
- Réduire des fractions au même dénominateur (dénominateurs multiples l'un de l'autre) — 14
- Comparer deux fractions — 14
- Simplifier une fraction — 15
- Additionner, soustraire deux fractions (dénominateurs égaux ou multiples l'un de l'autre) — 16

Calcul littéral

- Utiliser les conventions d'écriture pour écrire plus simplement des expressions littérales — 21
- Calculer la valeur d'une expression littérale pour une valeur de la variable — 21
- Tester l'égalité de deux expressions littérales — 22
- Utiliser la propriété de la distributivité simple — 22
- Simplifier des produits — 23
- Simplifier des sommes — 23
- Établir une formule — 26
- Utiliser le calcul littéral pour démontrer — 31

Gestion de données

- Construire un diagramme circulaire — 36
- Calculer des effectifs — 37
- Calculer des fréquences — 37

- Calculer une moyenne simple 38
- Calculer une moyenne pondérée 38

Probabilités
- Calculer la probabilité d'un événement 40

Proportionnalité
- Reconnaître si deux grandeurs sont proportionnelles ou non 43
- Partager une quantité selon un ratio donné 45
- Calculer un pourcentage 46
- Calculer une longueur en utilisant une échelle 48
- Calculer une échelle 48

Longueurs, aires, durées
- Calculer l'aire d'un parallélogramme 59
- Calculer l'aire de figures complexes 60
- Convertir des unités de durée 61
- Résoudre des problèmes avec des durées 61

Volumes et contenances
- Calculer le volume d'un prisme droit, d'un cylindre 63
- Calculer le volume de solides complexes 65

Triangles
- Savoir si un triangle existe connaissant la longueur de ses trois côtés 70
- Tracer une hauteur issue d'un sommet dans un triangle 72

Quadrilatères
- Reconnaître un parallélogramme 81
- Construire un parallélogramme 84

Angles
- Reconnaître deux angles opposés par le sommet 87
- Reconnaître deux angles alternes-internes 87
- Reconnaître deux angles correspondants 87
- Calculer la mesure d'un angle en utilisant les angles opposés par le sommet 88
- Calculer la mesure d'un angle en utilisant les angles alternes-internes, les angles correspondants 88
- Démontrer que deux droites sont parallèles en utilisant les angles alternes-internes, les angles correspondants 88
- Calculer la mesure d'un angle dans un triangle en utilisant la somme des angles 89

Démontrer avec la géométrie
- Démontrer que deux droites sont parallèles 93
- Calculer la mesure d'un angle 96

Transformations
- Construire le symétrique d'un point, d'une figure par rapport à un point — 98
- Tracer, s'il existe, le centre de symétrie d'une figure — 99

Géométrie dans l'espace
- Reconnaître un prisme droit — 106
- Construire un patron d'un prisme droit — 106
- Construire un patron d'un cylindre — 107

LES MÉTHODES DE 4e

FICHE

Nombres entiers
- Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers — 3

Nombres décimaux relatifs
- Déterminer le signe d'un produit (règle des signes) — 11
- Multiplier des nombres relatifs — 11
- Diviser deux nombres relatifs — 11
- Effectuer un calcul avec des puissances — 12

Fractions
- Réduire des fractions au même dénominateur — 14
- Comparer deux fractions — 14
- Additionner, soustraire deux fractions — 16
- Multiplier des fractions — 17
- Diviser deux fractions — 17

Puissances, racines carrées
- Calculer des puissances d'exposant positif — 18
- Calculer des puissances de 10 — 18
- Écrire sous forme d'une puissance — 18
- Simplifier des produits de puissances — 19
- Passer d'une notation scientifique à une écriture décimale — 19
- Déterminer la notation scientifique d'un nombre décimal — 19
- Calculer des racines carrées — 20
- Encadrer une racine carrée entre deux entiers consécutifs sans utiliser la calculatrice — 20

Calcul littéral
- Calculer la valeur d'une expression littérale pour une valeur de la variable (nombre négatif) — 21
- Développer (en utilisant la distributivité simple) et simplifier — 23
- Factoriser une somme (dont les termes ont un facteur commun) — 25
- Résoudre une équation du 1er degré à une inconnue — 27
- Mettre un problème en équation et le résoudre — 29

- Utiliser une formule 30
- Utiliser le calcul littéral pour démontrer 31

Gestion de données

- Déterminer une médiane d'une série de *n* valeurs 39

Probabilités

- Trouver l'événement contraire d'un événement donné 41
- Calculer la probabilité d'un événement contraire 41

Proportionnalité

- Résoudre un problème de quatrième proportionnelle 44
- Calculer des longueurs après agrandissement ou réduction 49
- Calculer des aires ou des volumes après agrandissement ou réduction 49
- Convertir des km/h en m/s (ou inversement) 50
- Calculer une vitesse, une distance, une durée 50

Volumes et contenances

- Calculer le volume d'une pyramide, d'un cône 64

Triangles

- Démontrer que deux triangles sont égaux et en tirer des conséquences 73
- Calculer une longueur dans un triangle rectangle en utilisant le théorème de Pythagore 76
- Montrer qu'un triangle est rectangle (ou non) connaissant la longueur de ses trois côtés 77
- Calculer une longueur grâce au théorème de Thalès (configuration « triangles emboîtés ») 78

Angles

- Reconnaître un côté adjacent, un côté opposé et l'hypoténuse dans un triangle rectangle 90
- Appliquer la formule du cosinus (trigonométrie) 90
- Calculer une longueur dans un triangle rectangle en utilisant la formule du cosinus (trigonométrie) 91
- Calculer la mesure d'un angle dans un triangle rectangle en utilisant la formule du cosinus (trigonométrie) 92

Démontrer avec la géométrie

- Démontrer que deux droites sont perpendiculaires 94
- Calculer la longueur d'un segment 95
- Calculer la mesure d'un angle 96

Transformations

- Reconnaître si deux figures sont images l'une de l'autre par une translation 100
- Construire l'image d'une figure par une translation 103

Géométrie dans l'espace

- Reconnaître une pyramide — 108
- Construire un patron d'une pyramide — 108
- Construire un patron d'un cône — 109
- Se repérer dans un pavé droit — 111

LES MÉTHODES DE 3e

FICHE

Fractions

- Rendre irréductible une fraction — 15

Puissances, racines carrées

- Calculer des puissances d'exposant négatif — 18
- Écrire sous forme d'une puissance — 18

Calcul littéral

- Développer en utilisant la double distributivité — 24
- Développer en utilisant l'identité remarquable $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ — 24
- Factoriser une somme — 25
- Résoudre une équation produit — 28
- Résoudre des équations de la forme $x^2 = a$ — 28
- Mettre un problème en équation et le résoudre — 29

Gestion de données

- Lire un histogramme — 35
- Construire un histogramme — 35
- Calculer une étendue — 37

Probabilités

- Estimer une probabilité (loi des grands nombres) — 42
- Calculer des probabilités dans le cas d'une expérience à deux épreuves — 42

Proportionnalité

- Calculer une quantité après un pourcentage d'augmentation (ou de diminution) — 47
- Calculer un pourcentage d'augmentation (ou de diminution) — 47

Fonctions

- Déterminer l'image d'un nombre — 51
- Déterminer le(s) antécédent(s) d'un nombre — 51
- Déterminer l'image d'un nombre à partir de la représentation graphique d'une fonction — 52
- Déterminer le(s) antécédent(s) d'un nombre à partir de la représentation graphique d'une fonction — 52
- Reconnaître une fonction linéaire ou affine à partir de son expression algébrique — 53

- Reconnaître une fonction linéaire ou affine à partir de sa représentation graphique 53
- Représenter graphiquement une fonction linéaire ou une fonction affine 54
- Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire ou affine à l'aide de sa représentation graphique 55

Volumes et contenances

- Calculer le volume d'une boule 64
- Calculer le volume de solides complexes 65

Triangles

- Déterminer si deux triangles sont semblables (ou non) 74
- Calculer une longueur en utilisant les triangles semblables 75
- Calculer une longueur grâce au théorème de Thalès (configuration « papillon ») 78
- Montrer que deux droites sont parallèles (ou non) dans le cas d'une configuration de Thalès 79

Angles

- Appliquer les trois formules de trigonométrie 90
- Déterminer la formule de trigonométrie à utiliser pour calculer une longueur dans un triangle rectangle 91
- Calculer une longueur dans un triangle rectangle en utilisant les formules de trigonométrie 91
- Déterminer la formule de trigonométrie à utiliser pour calculer la mesure d'un angle dans un triangle rectangle 92
- Calculer la mesure d'un angle dans un triangle rectangle en utilisant les formules de trigonométrie 92

Démontrer avec la géométrie

- Démontrer que deux droites sont parallèles 93
- Calculer la longueur d'un segment 95
- Calculer la mesure d'un angle 96

Transformations

- Reconnaître si deux figures sont images l'une de l'autre par une rotation 101
- Reconnaître si deux figures sont images l'une de l'autre par une homothétie 102
- Construire l'image d'une figure par une rotation 103
- Construire l'image d'une figure par une homothétie 103

Géométrie dans l'espace

- Tracer la section d'un solide par un plan 110
- Se repérer sur la sphère terrestre 111

INDEX

A

abscisse, 24, 252
addition
- de fractions, 42
- de nombres décimaux, 18
- de nombres relatifs, 28

agrandissement
- d'une figure, 118
- (échelle), 116

aire, 138
- de figures complexes, 142
- d'un carré, 140
- d'un disque, 140
- d'un parallélogramme, 140
- d'un rectangle, 140
- d'un triangle, 140

algorithme, 78
altitude, 252
angle, 198
- aigu, 198
- droit, 198
- obtus, 198
- plat, 198
- tracé, 200

angles
- alternes-internes, 202
- correspondants, 203
- opposés par le sommet, 202

antécédent, 122
arête
- d'un pavé droit, 238
- d'une pyramide, 246

axe
- de symétrie, 226
- des abscisses, 25
- des ordonnées, 25

B

base
- d'un cône, 248
- d'un cylindre, 244
- d'un prisme droit, 242
- d'une pyramide, 246

boucle, 78

C

carré, 187
- construction, 191
- parfait, 52

centre
- de symétrie, 226
- d'un cercle, 158
- d'une homothétie, 232
- d'une rotation, 230

coder un message, 84
coefficient
- d'agrandissement ou de réduction, 118
- de proportionnalité, 106
- directeur d'une droite, 128

comparer
- des fractions, 39
- des nombres relatifs, 26

cône, 248
configuration de Thalès, 182
conjecture, 66
construction en perspective d'un pavé droit, 238
contenance, 148
contre-exemple, 76
coordonnées, 24, 252
- géographiques, 253

corde d'un cercle, 158
cosinus, 208
côté
- adjacent à un angle, 208
- opposé à un angle, 208

côtés
- consécutifs d'un quadrilatère, 186
- opposés d'un quadrilatère, 186

critères de divisibilité, 14
cube, 238
cylindre, 244

D

décoder un message, 84
décomposition en produit de facteurs premiers, 16
demi-droite, 159
dénominateur, 36
développer une expression littérale, 60
diagonale d'un quadrilatère, 186
diagramme
- circulaire, 90
- en bâtons, 88
- semi-circulaire, 91

diamètre d'un cercle, 158
différence, 18
distance à zéro, 26
distributivité simple, 59
dividende, 12, 22
diviseur
- dans une division décimale, 22
- dans une division euclidienne, 12
- d'un nombre entier, 14

division
- de deux nombres relatifs, 33
- de deux fractions, 45
- décimale par un nombre entier, 22
- euclidienne, 12

double distributivité, 62
droite, 158
- graduée, 24

droites
- parallèles, 162
- perpendiculaires, 160
- sécantes, 159

E

échelle, 116
écriture scientifique, 50
effectif, 92
- total, 92

égalité
- de fractions, 38
- de triangles, 172
- d'expressions littérales, 58

en fonction de, 66
équateur, 252
équation
- de la forme $x^2 = a$, 71
- du premier degré, 68
- produit, 70

équations équivalentes, 68
équiprobabilité, 98
équitable (jeu), 104
étendue, 93
événement, 98
- certain, 100
- contraire, 100
- impossible, 100

expérience aléatoire, 98
- à deux épreuves, 102

expression
- algébrique d'une fonction, 122
- littérale, 56

F

face d'un pavé droit, 238
face latérale
- d'un prisme droit, 242
- d'une pyramide, 246

facteur, 20
- commun, 64

factoriser une expression littérale, 64
fonction, 122
- affine, 126
- linéaire, 126

fraction, 36
- décimale, 54
- d'un nombre, 36
- irréductible, 40

fréquence, 92

G

génératrice d'un cône, 248
grand cercle (sphère), 252

H

hauteur
- d'un cône, 248
- d'un cylindre, 244
- d'un prisme droit, 242
- d'un triangle, 170
- d'une pyramide, 246

histogramme, 88
homothétie, 232
- construction, 235

hypoténuse, 178

I

identité remarquable, 62
image
- d'un nombre par une fonction, 122
- d'une figure par une homothétie, 232
- d'une figure par une rotation, 230
- d'une figure par une translation, 228

inconnue d'une équation, 68
inégalité triangulaire, 166
instruction conditionnelle, 78
inverse d'un nombre, 44
issue d'une expérience aléatoire, 98

L

latitude, 253
loi des grands nombres, 102
longitude, 253
losange, 188
- construction, 192

M

médiane d'une série statistique, 96
médiatrice d'un segment, 164
membre d'une équation, 68
méridien, 252
- de Greenwich, 252

mesure d'un angle, 198
milieu d'un segment, 158
moyenne
- pondérée, 94
- simple, 94

multiple, 14
multiplication
- de fractions, 44
- de nombres décimaux, 20
- de nombres relatifs, 32

N

nombre
- décimal, 18, 55
- d'or, 196
- premier, 16
- rationnel, 55
- réel, 55
- relatif, 24, 55

notation scientifique, 50
numérateur, 36

O

opposé d'un nombre relatif, 28
ordonnée, 24, 252
- à l'origine d'une droite, 128

origine d'une demi-droite, 159

P

parallèle (sphère terrestre), 252
parallélépipède rectangle, 238
parallélogramme, 188
- construction, 194

patron
– d'un cône, 248
– d'un cylindre, 244
– d'un pavé droit, 240
– d'un prisme droit, 242
– d'un solide, 240
– d'une pyramide, 246
pavage
– du plan, 236
– régulier, 236
pavé droit, 238
périmètre, 134
– de figures complexes, 136
– d'un carré, 135
– d'un cercle, 135
– d'un losange, 135
– d'un rectangle, 135
plan, 250
plans parallèles, 250
point, 158
– d'intersection, 159
points alignés, 159
polygone, 186
– régulier, 236
pourcentage, 112
– d'augmentation, 114
– de diminution, 114
préfixe (puissances de 10), *fin d'ouvrage*
prisme droit, 242
probabilité d'un événement, 98
produit
– de nombres, 20
– en croix, 108
– (expression littérale), 60
programme informatique, 78
proportionnalité (grandeurs proportionnelles), 106
propriété
– additive (proportionnalité), 106
– multiplicative (proportionnalité), 106
puissance
– de dix, 48
– d'un nombre, 48
pyramide, 246
Pythagore
– réciproque, 180
– théorème, 178



quadrilatère, 186
quatrième proportionnelle, 108
quotient
– d'une division décimale, 22
– d'une division euclidienne, 12



racine carrée, 52
rapport d'homothétie, 232
rapporteur, 199
ratio, 110
rayon
– d'un cercle, 158
– d'un cône, 248
– d'un cylindre, 244
rectangle, 186
– construction, 190
– d'or, 196
réduction
– de fractions au même dénominateur, 38
– d'une figure, 118
– (échelle), 116
règle des signes, 32
règles
– de priorité, 34
– du débat mathématiques, 76
repérage
– dans le plan, 24
– dans un pavé droit, 252
– sur une droite graduée, 24
– sur une sphère, 252

représentation graphique
d'une fonction, 124, 130
résoudre une équation, 68
reste, 12
résultat d'une expérience aléatoire, 98
rotation, 230
– construction, 234

S

section plane d'un solide, 250
segment, 158
simplification
– d'une expression littérale, 60
– d'une fraction, 40
sinus, 208
solution d'une équation, 68
somme
– de nombres, 18
– des angles d'un triangle, 206
– (expression littérale), 60
sommet
– d'un cône, 248
– d'un pavé droit, 238
– d'une pyramide, 246
soustraction
– de fractions, 42
– de nombres décimaux, 18
– de nombres relatifs, 29
sphère, 252
surface latérale
– d'un cône, 248
– d'un cylindre, 244
symétrie
– axiale, 222
– centrale, 224

T

tableau
– à double entrée, 102
– de proportionnalité, 106
– de valeurs d'une fonction, 122
tangente (trigonométrie), 208
terme, 18
tétraèdre, 246
Thalès
– réciproque, 184
– théorème, 182
translation, 228
– construction, 234
triangle
– équilatéral, 168
– isocèle, 168
– quelconque, 168
– rectangle, 168
triangles
– égaux, 172
– semblables, 174
trigonométrie, 208

U

unités
– d'aire, 138
– de contenance, 148
– de durée, 144
– de longueur, 134
– de masse, *fin d'ouvrage*
– de volume, 148

V

valeur approchée, 22
valeurs extrêmes, 93
variable
– (calcul littéral), 57
– (programmation), 80
vitesse moyenne, 120
volume, 148
– de solides complexes, 154
– d'un cône, 152
– d'un cube, 150
– d'un cylindre, 150
– d'un pavé droit, 150
– d'un prisme droit, 150
– d'une boule, 152
– d'une pyramide, 152

TABLE DES ILLUSTRATIONS

47 Livre des morts du scribe royal Hunefer. British Museum, Londres.
Ph © Bridgeman Images

54 ph © Ad Meskens – Wikimedia Commons

84 Tête de Jules César. Musée départemental, Arles.
Ph © Zil – Wikimedia Commons

85 ph © Alessandro Nassiri / Musée des Sciences et Techniques, Milan

105 Georges de la Tour, Joueurs de dés. Preston Hall Museum, Stockton-on Tees.
Ph © Josse / Bridgeman Images

147-h Coll. Musée de l'École polytechnique

147-m ph © LPLT – Wikimedia Commons

197-g ph © Dimitry Vinogrado – lucky-photo – stock.adobe.com

197-d Léonard de Vinci, La Joconde. Musée du Louvre, Paris. Ph © Hervé Lewandowski / Thierry Le Mage / RMN

237, 302 M.C. Escher's "Symmetry Drawing E99". © The M.C. Escher Compagny Holland. All rights reserved, 2022

Maquette de principe : Frédéric Jély
Maquette des pages de garde : Jean-Marc Denglos
Mise en page et schémas : Grafatom
Illustrations : Philippe Gady
Iconographie : Hatier Illustration
Édition : Claudie Libersa

Conversions

Unités de longueur (fiche 56)

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

1 km = 1 000 m 1 m = 100 cm 1 cm = 10 mm

Exemples : 12,5 dam = 12 500 cm 214 mm = 0,214 m

Unités d'aire (fiche 58)

km^2	hm^2/ha	dam^2/a	m^2	dm^2	cm^2	mm^2

1 ha = 1 hm^2 = 10 000 m^2 1 a = 1 dam^2 = 100 m^2

Exemples : 78,4 m^2 = 784 000 cm^2 45 dm^2 = 0,000 045 hm^2

Unités de volume et de contenance (fiche 62)

m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
			hL	daL	L	dL	cL	mL			

1 L = 1 dm^3 1 m^3 = 1 000 L

Exemples : 2,5 dm^3 = 2 500 000 mm^3 12 400 cm^3 = 12,4 L

Unités de masse

t	q		kg	hg	dag	g	dg	cg	mg

t : tonne q : quintal

1 t = 1 000 kg 1 q = 100 kg

Exemples : 13,6 hg = 1 360 g 1 500 000 g = 1,5 t

e mesure

Préfixes et puissances de 10

Inférieurs à 1

Préfixe	Symbole	Puissance de 10
déci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
milli	m	10^{-3}
micro	µ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}

Exemple : Quelle est la taille, en mètres, d'un acarien qui mesure 300 µm (micromètres) ?
Taille en m : 300 µm = 300×10^{-6} m.
En notation scientifique (voir fiche 19), on obtient : 3×10^{-4} m.

Supérieurs à 1

Préfixe	Symbole	Puissance de 10
giga	G	10^{9}
méga	M	10^{6}
kilo	k	10^{3}
hecto	h	10^{2}
déca	da	10^{1}

Exemple : Quelle est la capacité, en octets, d'un disque dur externe de 15 Go (gigaoctets) ?
Capacité en octets : 15 Go = 15×10^{9} o.
En notation scientifique (voir fiche 19), on obtient : $1{,}5 \times 10^{10}$ o.

Bescherelle collège
Maths de la 6e à la 3e

Tout le programme de maths au collège

Les **définitions** et **propriétés** à maîtriser

Les **méthodes** clés pour réussir

Dans chaque partie :

- Nombres et calculs
- Données, fonctions
- Grandeurs et mesures
- Espace et géométrie

Des **exercices** pour s'entraîner et leurs **corrigés**

Des **dossiers** thématiques

En accès gratuit, sur **hatier-entrainement.com**,
600 quiz et exercices interactifs pour tous les niveaux

Dans la même collection



Couverture : Jean-Marc Denglos - Illustration : Philippe Gady