

Fiche de Séquence

Classe : 10^{ème} Commune

Durée : 4H

Domaine : SMT

Discipline : Mathématique

Thème : Géométrie dans l'espace

Compétences :

- Connaître les propriétés de base de la géométrie dans l'espace.
- Communiquer des messages en utilisant le langage et le symbolisme mathématique.

Composantes et manifestations :

- Participer à des échanges d'informations à Caractère Scientifique, mathématique ou technologiques.
- Reconnaître des figures géométriques dans l'espace.

Ressources Educatives

Ressources humaines : Professeurs ; élèves

Ressources Matérielles : tableau, livres, règle, équerre,

Stratégies d'animation : Travaux en groupes

Contenus :

I. Positions relatives de : deux droites ; une droite et un plan ; deux plan dans l'espace :

1. Positions relatives de deux droites dans l'espace :

Activité :

Soient les figures suivantes :

1. Observe les figures et dites dans chaque cas comment sont les droites (D_1) et (D_2) ?

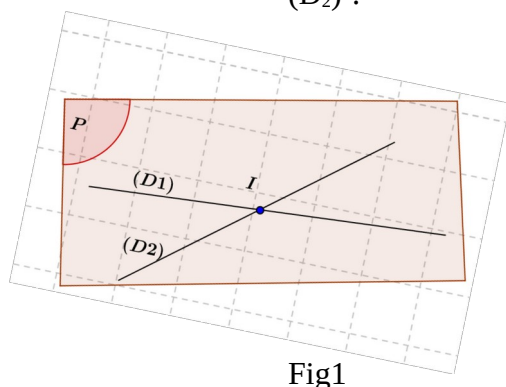


Fig1

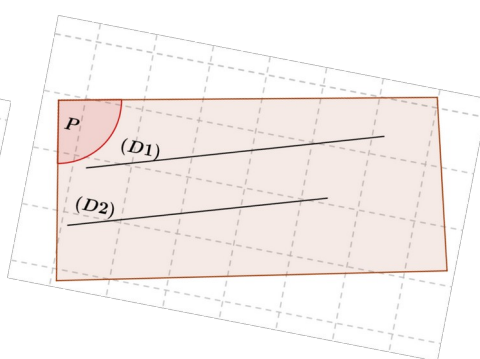


fig2

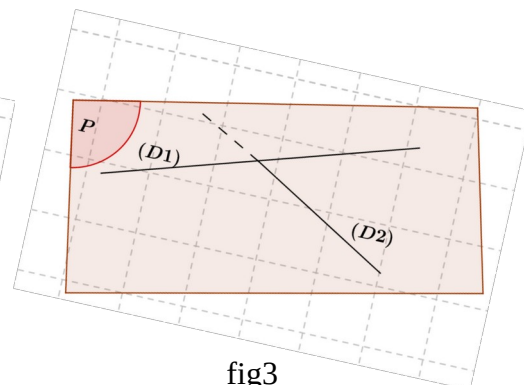


fig3

2. Comment sont D_1 , D_2 et le plan P dans chaque cas ?

Synthèse partielle :

1. Figure 1 : D_1 et D_2 sont sécantes.
Figure 2 : D_1 et D_2 sont parallèles.
Figure 3 : D_1 et D_2 ne sont ni sécantes ni parallèles.
2. Figure 1 : D_1 et D_2 appartiennent tous à P .
Figure 2 : D_1 et D_2 appartiennent tous à P .
Figure 3 : $D_1 \in P$ mais $D_2 \notin P$.

Synthèse Générale :

Deux droites de l'espace sont :

- Soit coplanaires dans ce cas elles sont alors sécantes ou parallèles ;
- Soit non coplanaires.

Définition : dans l'espace ;

- Deux droites sont parallèles si elles sont strictement parallèles ou bien confondues.
- Deux droites sont sécantes lorsqu'elles sont perpendiculaires ou quelconques.

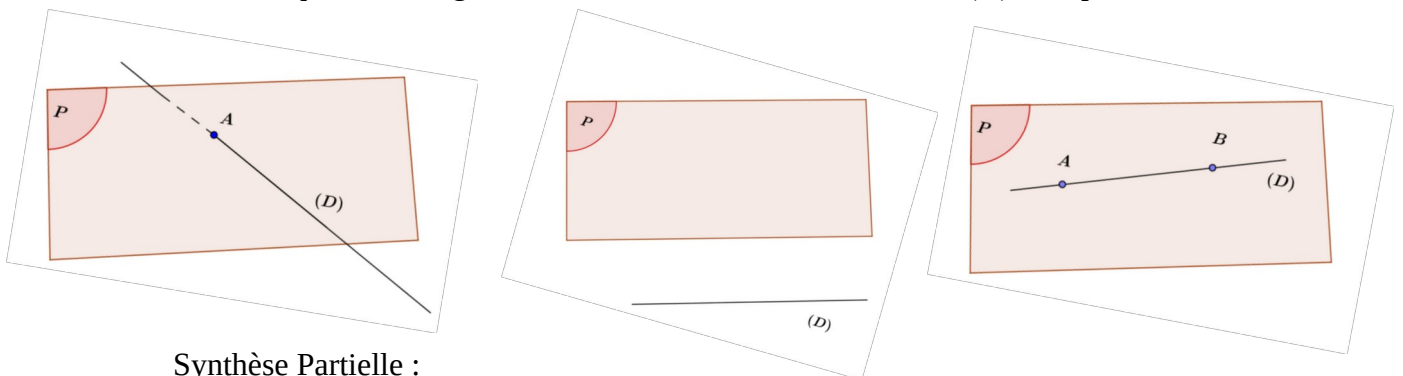
NB : Dans l'espace ; deux droites non parallèles ne sont pas forcément sécantes.

Théorème : deux droites parallèles à une même troisième sont parallèles entre elles.

2. Position relatives d'une droite et d'un plan :

Activité :

Dans chaque cas de figures suivantes, comment sont la droite (D) et le plan P ?



Synthèse Partielle :

Figure 1 : P et (D) ont en commun le point A donc P et (D) sont sécants.

Figure 2 : P et (D) n'ont aucun point commun alors ils sont parallèles.

Figure 3 : P et (D) ont en commun les points A et B alors $(D) \subset P$.

NB : Si $(D) \subset P$ alors (D) et P sont parallèles.

Synthèse Générale :

Définition :

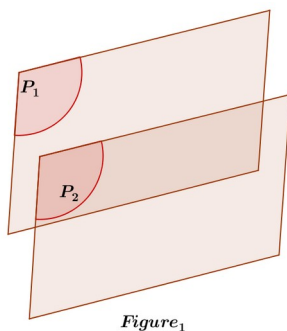
- dans l'espace une droite (D) est parallèle à un plan P lorsque (D) est incluse dans P ou lorsque (D) et P sont disjoints.
- Un plan P est sécant à une droite (D) en un point lorsque l'intersection de (D) et de P est réduite à ce point.

Théorème : si une droite D est parallèle à une droite Δ d'un plan P , alors D est parallèle à P .

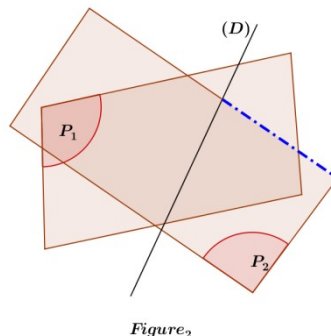
3. Positions relatives de deux plans :

Activité :

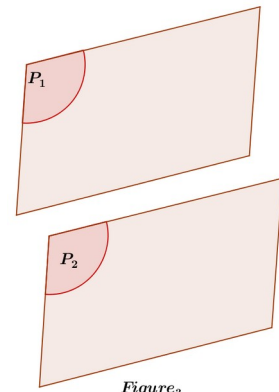
Soient les figures suivantes :



Figure₁



Figure₂



Figure₃

Comment sont P_1 et P_2 dans chaque cas ?

Synthèse Partielle :

Figure 1 : P_1 et P_2 sont confondus.

Figure 2 : P_1 et P_2 ont en commun la droite (D) alors ils sont sécants.

Figure 3 : P_1 et P_2 sont parallèles.

Synthèse Générale :

Deux plans de l'espace sont soit parallèles ; soit sécants.

Définition :

- Deux plans confondus ou disjoints sont dits parallèles.
- Deux plans non parallèles sont dits sécants, leur intersection est alors une droite.

Théorème 1 : Si deux droites sécantes d'un plan sont parallèles à un autre plan, alors ces deux plans sont parallèles.

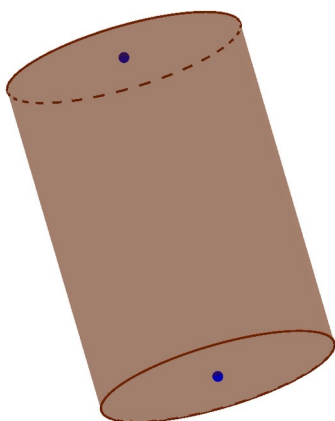
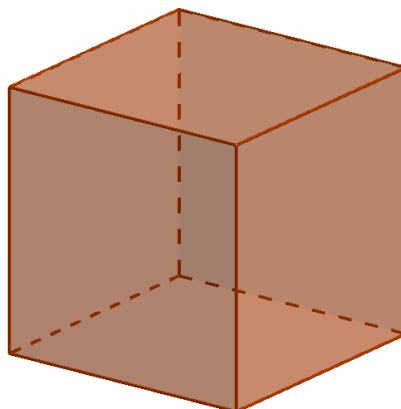
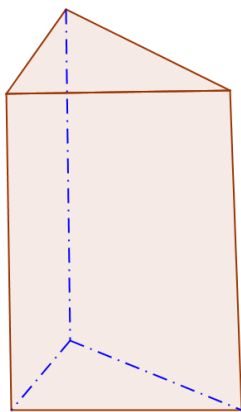
Théorème 2 : deux plans parallèles à un même troisième sont parallèles entre eux.

Théorème 3 : Un plan Q sécant à deux plans P_1 et P_2 strictement parallèles les coupe suivant deux droites parallèles (D_1) et (D_2) .

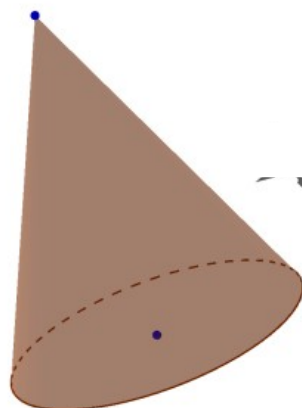
II. Les solides dans l'espace :

Un solide est un objet limité par des surfaces indéformables. Ces surfaces si elles sont planes sont des faces. Certains solides n'ont pas de surface plane comme les boules la sphère.

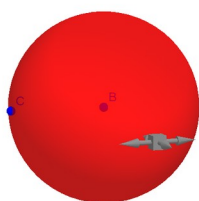
Activité : donner un nom à chaque objet de la liste



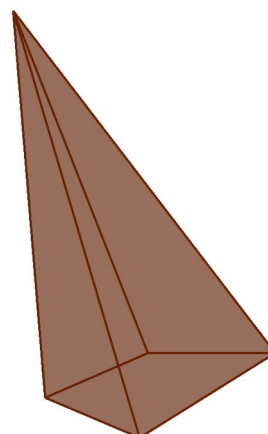
Un cylindre



Un cône

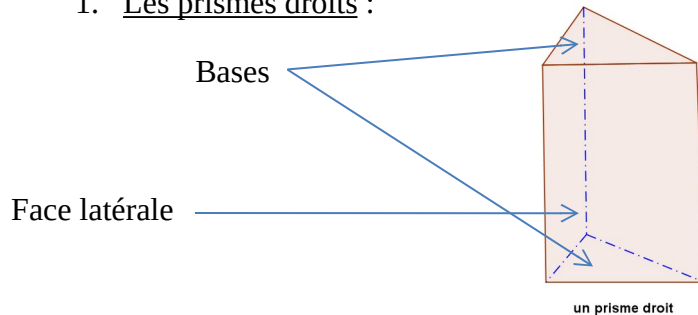


Une sphère



Une pyramide

1. Les prismes droits :

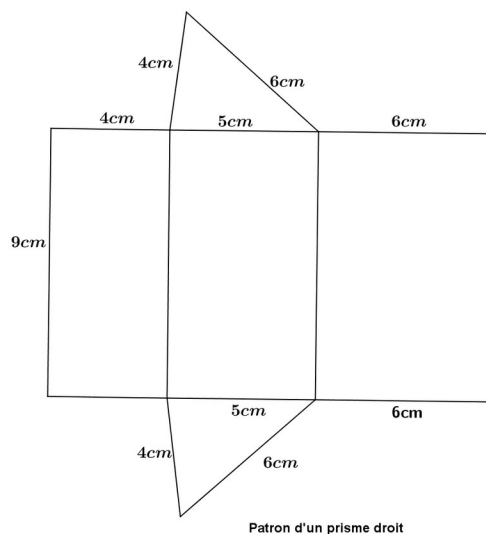


Un prisme droit est un solide à deux faces polygonales superposables appelées les bases.

Les autres faces appelées faces latérales sont des rectangles.

Construction patron du prisme droit :

Sur un carton construire trois rectangles contigus ayant chacun 9cm de longueur et pour largeur 4cm pour le premier, 5cm pour le second et 6 cm pour le troisième et deux (2) triangles contigus au deuxième rectangles dont les deux(2) côtés sont les largeurs des deux rectangles contigus puis découpe-le.



Volume :

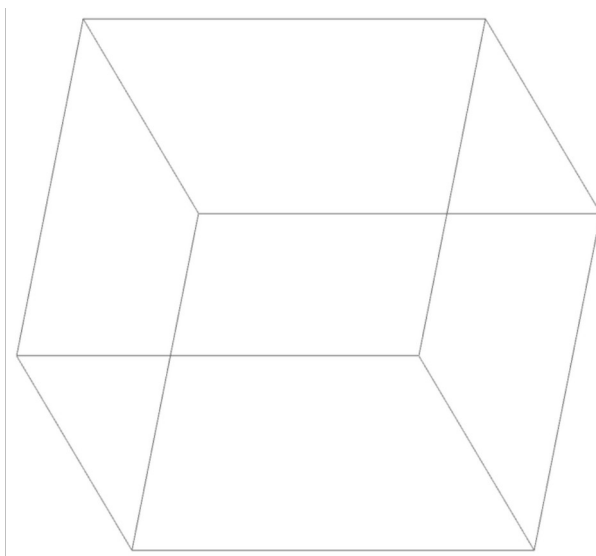
Le volume d'un prisme droit est égal au produit de l'aire des bases par la hauteur.

$$V = B \times h$$

Propriété :

- Les plans des deux bases d'un prisme droit sont parallèles.
- Les arêtes latérales sont parallèles, elles sont perpendiculaires aux plans de bases.
- Les arêtes latérales ont même longueur : c'est la hauteur du prisme.

2. Parallélépipède rectangle :



Un parallélépipède rectangle ou pavé droit, est un prisme droit particulier ayant six(6) faces qui sont toutes des rectangles y compris les bases. Il a trois (3) dimensions : largeur, hauteur et profondeur.

Construction :

Sur un carton construis trois rectangles contigus dont les dimensions sont les suivantes :

Premier rectangle : $L = 6\text{cm}$; $l = 2\text{cm}$.

Deuxième rectangle : $L = 10\text{cm}$; $l = 4\text{cm}$.

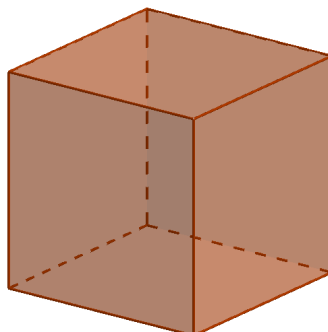
Troisième rectangle : $L = 6\text{cm}$; $l = 4\text{cm}$.

Le volume d'un pavé droit est égal au produit de ses trois dimensions

$$V = l \times h \times P.$$

Cube : un cube est un prisme droit dont toutes les faces sont des carrés.

Le volume d'un cube $V = C \times C \times C = C^3$



Un cube

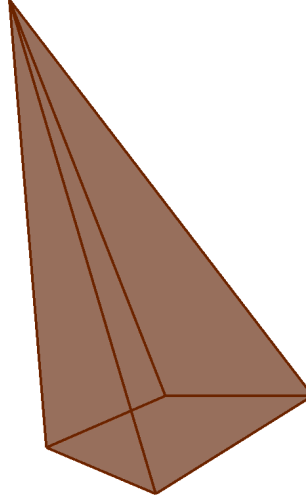
3. Les Pyramides :

Une pyramide est délimitée par une face polygonale (base) reliée à un point (sommet) par des faces triangulaires (faces latérales).

La hauteur de la pyramide est la distance qui sépare le sommet de la base.

Le volume d'une pyramide est égal au tiers du produit de l'aire de sa base par sa

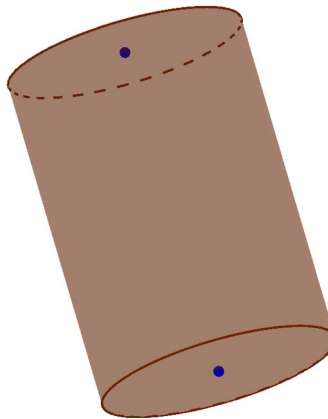
hauteur. $V = \frac{B \times h}{3}$



NB : Une pyramide à base triangulaire est aussi appelé tétraèdre : elle a 4 faces, c'est le nombre minimal de faces pour former un solide.

On dit qu'une pyramide est régulière lorsque sa base est un polygone régulier et lorsque son sommet se trouve à la verticale du centre de base.

4. Les cylindres :



Un cylindre est un solide engendré par la rotation d'un rectangle autour de l'un de ses côtés. Les deux bases sont des disques de même rayon.

Le segment ((longueur) qui joint les centres des bases est la hauteur de ce cylindre.

Propriétés :

Les plans des bases d'un cylindre sont parallèles.

La hauteur d'un cylindre est perpendiculaire aux plans de bases.

Le volume d'un cylindre est égal au produit de l'aire de ses bases par sa hauteur.

$$V = B \times h$$

$$V = \pi r^2 h$$

5. Cône :

Un cône est délimité par un cercle (la base) et une surface latérale formée par des segments reliant la base à un point (le sommet) en formant des triangles rectangles avec le segment reliant le centre de la base au sommet.

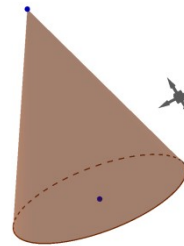
La distance entre le centre de la base et le sommet est la hauteur du cône.

Le rayon de la base est aussi le rayon du cône.

Le volume du cône est égal au tiers du produit de l'aire de sa base par sa hauteur.

$$V = \frac{B \times h}{3}$$

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$



6. Sphère :

Une sphère est formée par l'ensemble des points qui sont à une distance donnée d'un point appelé centre.

Le rayon de la sphère est la distance entre le centre et un point de la sphère.

Le volume d'une sphère de rayon r est :

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3.$$

