

Soit $f(x) = -3x + 4$ et $g(x) = 2x + \frac{3}{5}$

- 1) Analyser le sens de variation de $f(x)$ puis de $g(x)$
- 2) Dresser le tableau de variation de $f(x)$ puis de $g(x)$
- 3) Analyser le signe de $f(x)$ puis de $g(x)$ suivant les valeurs de x
- 4) Résoudre algébriquement dans $\mathbb{R}$ puis interpréter graphiquement :
 $f(x) = g(x)$, $f(x) \leq g(x)$, $f(x) > g(x)$

VI) Soit $h(x) = \begin{cases} -2x + 3 & \text{si } x \in]-\infty; -2] \\ 4 & \text{si } x \in]-2; 2[\\ 3x + \frac{1}{2} & \text{si } x \in [2; +\infty[\end{cases}$

Représenter graphiquement $h(x)$ dans le plan muni d'un repère orthonormé

POLYNÔMES & FONCTIONS RATIONNELLES

EXERCICE 1

- 1) On donne : $p(x) = 10x^3 - 5x^2 + 7x - 3$, $f(x) = x^5 - 5x^2 + 3$ et $g(x) = 7x^3 + 3x^2 - 2x$
 - a) Déterminer le degré du polynôme $p(x) \times f(x)$; $f(x) \times g(x)$; $p(x) \times f(x) \times g(x)$
 - b) Calculer $p(x) + f(x)$; $p(x) - g(x)$; $p(x) + f(x) - g(x)$; $2p(x) - f(x) + \frac{1}{2}g(x)$
 - c) Effectuer la division euclidienne de $f(x)$ par $g(x)$ en précisant le reste r et le quotient q .
- $f(x) = 2x^4 + 5x^3 + 7x^2 + 7x + 3$ et $g(x) = x^2 + 2x + 1$
 $f(x) = 5x^3 + 3x^2 - 2x + 7$ et $g(x) = 5x^2 - 2x$
 $f(x) = 3x^3 - x^2 - 4x + 3$ et $g(x) = x^2 + x + 1$
 $f(x) = x^3 + 8x - 4$ et $g(x) = x^2 - 2x + 1$
 $f(x) = -2x^3 - 5x^2 + 5x + 6$ et $g(x) = x + 3$
 $f(x) = 3x^3 - 2x - 1$ et $g(x) = x - 1$
 $f(x) = -2x + 3$ et $g(x) = 2x + 1$
 $f(x) = 5x + 1$ et $g(x) = -3x + 4$
 $f(x) = 4x + 1$ et $g(x) = 7x - 1$

EXERCICE 2

Soit $P(x)$ un polynôme et α un réel non nul.

- 1) Vérifier que $P(\alpha) = 0$ puis conclure.
- 2) Factoriser $P(x)$ par la méthode indiquée ci-dessous.
- 3) En déduire la factorisation de $P(x)$ sous forme des binômes du 1^{er} degré.

Dans chacun des cas suivants :

- 1) $P(x) = 3x^3 - 11x^2 + 11x - 2$ et $\alpha = 2$ (des Coeff Ind, de la Div Eucl & d' HORNER)
- 2) $P(x) = -2x^3 - 5x^2 + 5x + 6$ et $\alpha = -3$ (de la Div Eucl & d' HORNER)
- 3) $P(x) = 3x^3 - 2x - 1$ et $\alpha = 1$ (de la Div Eucl & d' HORNER)
- 4) $P(x) = 2x^3 - x^2 - 2x + 3$ et $\alpha = \frac{3}{2}$ (de la Div Eucl & d' HORNER)
- 5) $P(x) = -3x^3 + 2x^2 + 9x - 6$ et $\alpha = \sqrt{3}$ (de la Div Eucl & d' HORNER)
- 6) $P(x) = x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + 2$ et $\alpha = 1, \beta = 2$ (de la Div Eucl & d' HORNER)

ne pas faire

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto 7x - 9$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \frac{5}{x}$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto x^2$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto -5x + 2$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \frac{-3}{x}$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto -x^2$$

II) On considère la fonction h définie par :

$$h(x) = -x + 2, \text{ si } x \leq -1$$

$$h(x) = 1, \text{ si } -1 < x < 2$$

$$h(x) = x - 3, \text{ si } x \geq 2$$

1°) Etudier les variations de h .

2°) Représenter graphiquement h .

III) Le prix de revient d'une fabrique de série se compose d'une part d'un investissement fixe de 1000F pour toute la série, et d'autre part d'un coût supplémentaire de fabrication 10F par article.

Soit f le prix de revient d'une série d'articles et x le nombre d'articles fabriqués.

1°) Montre que : $f(x) = 10x + 1000$

2°) Représenter graphiquement f pour x vérifiant : $100 \leq x \leq 1000$ dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unités 1cm pour 100 articles et 1cm pour 1000F

3°) Déterminer le nombre d'articles à fabriquer pour 1000F ; 2000F

IV) Représenter graphiquement chacune des fonctions suivantes :

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto -\sqrt{x}$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto -x^3$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto -2x^2$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \frac{4}{x}$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \frac{-2}{x}$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto E(x) + 1$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto |-2x + 3|$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto |x + 1| + |-2x - 1|$$

EXERCICES

I) Etudier le sens de variation des fonctions suivantes :

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto 7x - 9$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{5}{x}$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x^2$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto -5x + 2$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{-3}{x}$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto -x^2$$

II) On considère la fonction h définie par :

$$h(x) = -x + 2, \text{ si } x \leq -1$$

$$h(x) = 1, \text{ si } -1 < x < 2$$

$$h(x) = x - 3, \text{ si } x \geq 2$$

1°) Etudier les variations de h .

2°) Représenter graphiquement h .

III) Le prix de revient d'une fabrique de série se compose d'une part d'un investissement fixe de $1000F$ pour toute la série, et d'autre part d'un coût supplémentaire de fabrique de $10F$ par article.

Soit f le prix de revient d'une série d'articles et x le nombre d'articles fabriqués.

1°) Montre que : $f(x) = 10x + 1000$

2°) Représenter graphiquement f pour x vérifiant : $100 \leq x \leq 1000$ dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unités $1cm$ pour 100 articles et $1cm$ pour $1000F$

3°) Déterminer le nombre d'articles à fabriquer pour $1000F$; $2000F$

IV) Représenter graphiquement chacune des fonctions suivantes :

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto -\sqrt{x}$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto -x^3$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto -2x^2$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{4}{x}$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{-2}{x}$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto E(x) + 1$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto |-2x + 3|$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto |x + 1| + |-2x - 1|$$

V) Soit $f(x) = -3x + 4$ et $g(x) = 2x + \frac{3}{5}$

1) Trouver D_f et D_g

2) Etudier le sens de variation de $f(x)$ puis de $g(x)$

3) Dresser le tableau de variation de $f(x)$ puis de $g(x)$

4) Etudier le signe de $f(x)$ puis de $g(x)$ suivant les valeurs de x

5) Résoudre algébriquement dans $\mathbb{R}$ puis interpréter graphiquement :

$$f(x) = g(x), f(x) \leq g(x), f(x) > g(x)$$

$$\text{VI) Soit } h(x) = \begin{cases} -2x + 3 & \text{si } x \in]-\infty; -2] \\ 4 & \text{si } x \in]-2; 2[\\ 3x + \frac{1}{2} & \text{si } x \in [2; +\infty[\end{cases}$$

Représenter graphiquement $h(x)$ dans le plan muni d'un repère orthonormé

POLYNÔMES & FONCTIONS RATIONNELLES

EXERCICE 1

1) On donne : $p(x) = 10x^3 - 5x^2 + 7x - 3$, $f(x) = x^5 - 5x^2 + 3$ et $g(x) = 7x^3 + 3x^2 - 2x$

a) Déterminer le degré du polynôme $p(x) \times f(x)$; $f(x) \times g(x)$; $p(x) \times f(x) \times g(x)$

b) Calculer : $p(x) + f(x)$; $p(x) - g(x)$; $p(x) + f(x) - g(x)$; $2p(x) - f(x) + \frac{1}{2}g(x)$.

2) Effectuer la division euclidienne de $f(x)$ par $g(x)$ en précisant le reste r et le quotient q .

$$f(x) = 2x^4 + 5x^3 + 7x^2 + 7x + 3 \text{ et } g(x) = x^2 + 2x + 1$$

$$f(x) = 5x^3 + 3x^2 - 2x + 7 \text{ et } g(x) = 5x^2 - 2x$$

$$f(x) = 3x^4 - 4x^3 - x^2 - 4x + 3 \text{ et } g(x) = x^2 + x + 1$$

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 8x - 4 \text{ et } g(x) = x^2 - 2x + 1$$

$$f(x) = -2x^3 - 5x^2 + 5x + 6 \text{ et } g(x) = x + 3$$

$$f(x) = 3x^3 - 2x - 1 \text{ et } g(x) = x - 1$$

$$f(x) = -2x + 3 \text{ et } g(x) = 2x + 1$$

$$f(x) = 5x + 1 \text{ et } g(x) = -3x + 4$$

$$f(x) = 4x + 2 \text{ et } g(x) = 7x - 1$$

EXERCICE 2

Soit $P(x)$ un polynôme et α un réel non nul.

1) Vérifier que $P(\alpha) = 0$ puis conclure.

2) Factoriser $P(x)$ par la méthode indiquée ci-dessous.

3) En déduire la factorisation de $P(x)$ sous forme des binômes du 1^{er} degré.

Dans chacun des cas suivants :

$$P(x) = 3x^3 - 11x^2 + 11x - 2 \text{ et } \alpha = 2 \text{ (des Coeff Ind, de la Div Eucl & d' HORNER)}$$

$$P(x) = -2x^3 - 5x^2 + 5x + 6 \text{ et } \alpha = -3 \text{ (de la Div Eucl & d' HORNER)}$$

$$P(x) = 3x^3 - 2x - 1 \text{ et } \alpha = 1 \text{ (de la Div Eucl & d' HORNER)}$$

$$P(x) = 2x^3 - x^2 - 2x + 3 \text{ et } \alpha = \frac{3}{2} \text{ (de la Div Eucl & d' HORNER)}$$

$$P(x) = -3x^3 + 2x^2 + 9x - 6 \text{ et } \alpha = \sqrt{3} \text{ (de la Div Eucl & d' HORNER)}$$

$$P(x) = x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + 2 \text{ et } \alpha = 1, \beta = 2 \text{ (de la Div Eucl & d' HORNER)}$$